Aufgabe 5.52

Stellen Sie die folgenden komplexen Zahlen in der Form $a+b\mathrm{i}$ und in Polarform dar:

a) $\left(\dfrac{1+\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}\right)^2$, b) $\dfrac{15-9\mathrm{i}}{(2+\mathrm{i})^2+1-3\mathrm{i}}$!

Lösung:

a) $$\left(\frac{1+\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}\right)^2=\frac{1+2\mathrm{i}+\mathrm{i}^2}{1-2\mathrm{i}+\mathrm{i}^2}=\frac{1+2\mathrm{i}-1}{1-2\mathrm{i}-1}=\frac{2\mathrm{i}}{-2\mathrm{i}}=\underline{\underline{-1=1\,(\cos\pi+\mathrm{i}\sin\pi)}}$$

b) $$\frac{15-9\mathrm{i}}{(2+\mathrm{i})^2+1-3\mathrm{i}}=\frac{15-9\mathrm{i}}{4+4\mathrm{i}+\mathrm{i}^2+1-3\mathrm{i}}=\frac{15-9\mathrm{i}}{4+\mathrm{i}}=\frac{(15-9\mathrm{i})(4-\mathrm{i})}{(4+\mathrm{i})(4-\mathrm{i})}=\frac{60-15\mathrm{i}-36\mathrm{i}+9\mathrm{i}^2}{16-\mathrm{i}^2}=\frac{51-51\mathrm{i}}{17}$$

$$=\underline{\underline{3-3\mathrm{i}=3\sqrt{2}\left(\cos\frac{7\pi}{4}+\mathrm{i}\sin\frac{7\pi}{4}\right)}}$$

($|3-3\mathrm{i}|=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$, Richtung der Winkelhalbierenden des IV. Quadranten)