

Aufgabe 5.27

Welche komplexe Zahl ist das Spiegelbild der komplexen Zahl z bei Spiegelung
a) am Ursprung, b) an der reellen Achse, c) an der imaginären Achse,
d) an der Winkelhalbierenden des I. und III. Quadranten,
e) an der Winkelhalbierenden des II. und IV. Quadranten?

Lösung:

$$z = x + yi$$

a) $-x - yi = -z$

b) $x - yi = \bar{z}$

c) $-x + yi = -(x - yi) = -\bar{z}$

d) Rolle von x und y vertauschen: $y + xi = i(x - yi) = i\bar{z}$

e) $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$,

$$\text{Spiegelbild } r \left(\cos \left(\frac{3\pi}{2} - \varphi \right) + i \sin \left(\frac{3\pi}{2} - \varphi \right) \right) = r(-\sin \varphi - i \cos \varphi) = -ir(\cos \varphi - i \sin \varphi) = -i\bar{z}$$