

Aufgabe 5.18

- a) Für welche reellen Zahlen t gilt $t \geq \frac{15}{t-2}$?
- b) Skizzieren Sie in der komplexen Zahlenebene die Menge aller komplexen Zahlen z , für die $|z| \geq \frac{15}{|z|-2}$ gilt!

Lösung:

a) $t^2 - 2t - 15 = 0$ für $t_{1/2} = 1 \pm \sqrt{1+15} = \left\{ \begin{array}{l} -3 \\ 5 \end{array} \right.$, also $t^2 - 2t - 15 = (t+3)(t-5)$

$t < 2$: $t(t-2) - 15 = t^2 - 2t - 15 = (t+3)(t-5) \leq 0$, d.h. für $-3 \leq t < 2$

$t = 2$: nicht definiert

$t > 2$: $t(t-2) - 15 = t^2 - 2t - 15 = (t+3)(t-5) \geq 0$, d.h. für $t \geq 5$

$[-3, 2) \cup [5, \infty)$

- b) Es gilt immer $|z| \geq 0$, so dass die Ungleichung nach a) für $0 \leq |z| < 2$ und für $|z| \geq 5$ erfüllt ist:

