

### Aufgabe 5.17

- a) Skizzieren Sie in der komplexen Ebene die Menge aller komplexen Zahlen  $z$ , die der Bedingung  $1 \leq |z-2+2i| \leq 2\sqrt{2}$  genügen!  
b) Enthält die Menge reelle Zahlen, wenn ja, welche?

#### Lösung:

- a) Die Ungleichung  $1 \leq |z-(2-2i)| \leq 2\sqrt{2}$  beschreibt den Kreisring mit Innenradius 1 und Außenradius  $2\sqrt{2}$  um den Punkt  $2-2i$  einschließlich Ränder.
- b) Da der Punkt  $2-2i$  vom Koordinatenursprung den Abstand  $2\sqrt{2}$  hat, liegt der Punkt  $z=0$  auf dem Rand des Außenkreises. Da dieser Kreis symmetrisch zu  $\operatorname{Re}(z)=2$  liegt, schneidet die reelle Achse den Außenkreisrand auch im Punkt  $z=4$ . Da außerdem der Innenkreis nicht bis zur reellen Achse reicht, enthält die Menge alle reellen Zahlen des Intervalls  $[0, 4]$ .

**oder**

$$1 \leq |x+yi-2+2i| = |(x-2)+(y+2)i| \\ = \sqrt{(x-2)^2+(y+2)^2} \leq 2\sqrt{2},$$

für  $y=0$  folgt  $1 \leq (x-2)^2+4 \leq 8,$   
 $-7 \leq (x-2)^2 \leq 4, |x-2| \leq 2, 0 \leq x \leq 4.$

