

Aufgabe 4.32

Beweisen Sie, dass für beliebige positive x die Ungleichung $x + \frac{1}{x} \geq 2$ erfüllt ist! Wann gilt das Gleichheitszeichen?

Lösung:

Für alle $x > 0$ gilt $0 \leq \left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right)^2 = x - 2 + \frac{1}{x}$ und damit die Behauptung. Das Gleichheitszeichen gilt nur für $\sqrt{x} = \frac{1}{\sqrt{x}}$, d.h. für $x = 1$.