

Aufgabe 4.27

Lösen Sie die Ungleichung $|x^2 - 1| - 2x < 0$!

Lösung:

$$|x^2 - 1| = \begin{cases} x^2 - 1, & |x| \geq 1 \\ 1 - x^2, & |x| < 1 \end{cases}$$

$$|x| \geq 1: x^2 - 1 - 2x < 0, \quad x^2 - 2x - 1 < 0, \quad x_{1/2} = 1 \pm \sqrt{2}, \quad -0.41 \approx 1 - \sqrt{2} < x < 1 + \sqrt{2} \approx 2.41$$

Beitrag zur Lösung: $1 \leq x < 1 + \sqrt{2}$

$$|x| < 1: 1 - x^2 - 2x < 0, \quad x^2 + 2x - 1 > 0, \quad x_{1/2} = -1 \pm \sqrt{2}, \quad x < -1 - \sqrt{2} \vee x > -1 + \sqrt{2} \approx 0.41$$

Beitrag zur Lösung: $-1 + \sqrt{2} < x < 1$

Lösungsmenge ist also $(-1 + \sqrt{2}, 1) \cup [1, 1 + \sqrt{2}) = (-1 + \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}) \approx (0.4142, 2.4142)$.