

Aufgabe 4.24

Für welche reellen x sind folgende Ungleichungen erfüllt:

a) $\left|2 - \frac{x}{3}\right| + \left|\frac{x}{5} + 1\right| \leq 3$, b) $\frac{x^2 + 2x - 12}{x^2 + 8x + 15} \geq 1$?

Lösung:

a)		Beitrag zur Lösung
	$x < -5$: $2 - \frac{x}{3} - \frac{x}{5} - 1 \leq 3$, $-2 \leq \frac{8}{15}x$, $x \geq -\frac{15}{4}$	\emptyset
	$-5 \leq x \leq 6$: $2 - \frac{x}{3} + \frac{x}{5} + 1 \leq 3$, $0 \leq \frac{2}{15}x$, $x \geq 0$	$0 \leq x \leq 6$
	$6 < x$: $\frac{x}{3} - 2 + \frac{x}{5} + 1 \leq 3$, $\frac{8}{15}x \leq 4$, $x \leq \frac{15}{2}$	$6 < x \leq \frac{15}{2}$

Als Lösungsmenge ergibt sich somit das Intervall $\left[0, \frac{15}{2}\right]$.

b) $x^2 + 8x + 15 = 0$ für $x_{1/2} = -4 \pm \sqrt{16 - 15} = \begin{cases} -3 \\ -5 \end{cases}$,

d.h. $x^2 + 8x + 15 = (x+3)(x+5) \begin{cases} > 0, & x < -5 \vee x > -3 \\ = 0, & x = -5 \vee x = -3 \\ < 0, & -5 < x < -3 \end{cases}$

	Beitrag zur Lösung
$x < -5 \vee x > -3$: $x^2 + 2x - 12 \geq x^2 + 8x + 15$, $-27 \geq 6x$, $x \leq -\frac{9}{2}$	$x < -5$
$x = -5 \vee x = -3$: nicht definiert	\emptyset
$-5 < x < -3$: $x^2 + 2x - 12 \leq x^2 + 8x + 15$, $-27 \leq 6x$, $x \geq -\frac{9}{2}$	$-\frac{9}{2} \leq x < -3$

Als Lösungsmenge ergibt sich somit $(-\infty, -5) \cup \left[-\frac{9}{2}, -3\right)$.