

### Aufgabe 4.22

Für welche reellen  $x$  sind folgende Ungleichungen erfüllt:

a)  $|2x+4| + |10-x| \leq 30$ ,      b)  $\frac{5}{x+5} - \frac{5}{x-5} < -1$  ?

### Lösung:

a)  $|2x+4| = \begin{cases} 2x+4, & x \geq -2 \\ -2x-4, & x < -2 \end{cases}$ ,  $|10-x| = \begin{cases} 10-x, & x \leq 10 \\ x-10, & x > 10 \end{cases}$

Also sind 3 Fälle zu unterscheiden:

	Beitrag zur Lösung
$x < -2$ : $-2x-4+10-x \leq 30$ , $-24 \leq 3x$ , $-8 \leq x$ ,	$-8 \leq x < -2$
$-2 \leq x \leq 10$ : $2x+4+10-x \leq 30$ , $x \leq 16$ , $x \leq 16$ ,	$-2 \leq x \leq 10$
$10 < x$ : $2x+4+x-10 \leq 30$ , $3x \leq 36$ , $x \leq 12$ ,	$10 < x \leq 12$

Zusammenfassung der Beiträge der 3 Fälle zur Lösung:  $-8 \leq x \leq 12$

b)  $\frac{5}{x+5} - \frac{5}{x-5} = \frac{5(x-5) - 5(x+5)}{x^2-25} = \frac{-50}{x^2-25} < -1$

Es sind 3 Fälle zu unterscheiden:

	Beitrag zur Lösung
$ x  < 5$ : $x^2 < 25$ , $-50 > -x^2+25$ , $x^2 > 75$ , $ x  > \sqrt{75}$ ,	— (Widerspruch)
$ x  = 5$ : $x^2 = 25$ , nicht definiert	
$ x  > 5$ : $x^2 > 25$ , $-50 < -x^2+25$ , $x^2 < 75$ , $ x  < \sqrt{75}$ ,	$5 <  x  < \sqrt{75}$

Lösung also:  $5 < |x| < \sqrt{75}$ , d.h.  $-\sqrt{75} < x < -5$  und  $5 < x < \sqrt{75}$