

Aufgabe 2.36

Als „Nor-Funktion“ (von not or) wird die Verknüpfung zweier Aussagen bezeichnet, die genau dann wahr ist, wenn beide Aussagen falsch sind („weder...noch...“): $p \downarrow q \iff \neg(p \vee q)$. Stellen Sie Negation, Konjunktion, Disjunktion, Implikation und Äquivalenz allein mit Hilfe der Nor-Funktion dar! (Mit Hilfe der Nor-Funktion kann eine logische Grundschialtung ("Nor-Gatter") realisiert werden.)

Lösung:

$$\begin{aligned}\neg p &\iff p \downarrow p \\ p \vee q &\iff \neg(p \downarrow q) \\ &\iff (p \downarrow q) \downarrow (p \downarrow q) \\ p \wedge q &\iff \neg(\neg p \vee \neg q) \\ &\iff \neg p \downarrow \neg q \\ &\iff (p \downarrow p) \downarrow (q \downarrow q) \\ p \Rightarrow q &\iff \neg p \vee q \\ &\iff (\neg p \downarrow q) \downarrow (\neg p \downarrow q) \\ &\iff ((p \downarrow p) \downarrow q) \downarrow ((p \downarrow p) \downarrow q) \\ p \Leftrightarrow q &\iff (p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q) \\ &\iff \left(((p \downarrow p) \downarrow (q \downarrow q)) \downarrow (p \downarrow q) \right) \downarrow \left(((p \downarrow p) \downarrow (q \downarrow q)) \downarrow (p \downarrow q) \right)\end{aligned}$$