

Aufgabe 2.35

Mit $\dot{\vee}$ sei die Kontravalenz zweier Aussagen („entweder...oder...“) bezeichnet. Geben Sie die Wahrheitstafel an und beweisen Sie die Beziehung

$$a \dot{\vee} b \iff (a \wedge \neg b) \vee (\neg a \wedge b) \iff (a \vee b) \wedge \neg(a \wedge b) \iff \neg(a \Leftrightarrow b) !$$

Lösung:

a	b	$a \dot{\vee} b$	$a \Leftrightarrow b$	$\neg(a \Leftrightarrow b)$
w	w	f	w	f
w	f	w	f	w
f	w	w	f	w
f	f	f	w	f

Mit der Wahrheitstabelle ist die Äquivalenz zum vierten Ausdruck bewiesen. Daraus folgt dann mit Hilfe der de Morganschen Regel

$$a \dot{\vee} b \iff \neg(a \Leftrightarrow b) \iff \neg((a \wedge b) \vee (\neg a \wedge \neg b)) \iff \neg(a \wedge b) \wedge \neg(\neg a \wedge \neg b) \iff \neg(a \wedge b) \wedge (a \vee b)$$

und

$$a \dot{\vee} b \iff \neg(a \Leftrightarrow b) \iff \neg((\neg a \vee b) \wedge (a \vee \neg b)) \iff \neg(\neg a \vee b) \vee \neg(a \vee \neg b) \iff (a \wedge \neg b) \vee (\neg a \wedge b).$$