

Aufgabe 2.29

Lösen Sie unter Verwendung der Implikation $a = b \implies a^2 = b^2$ die Gleichung $\sqrt{x-1} - \sqrt{21-x} = 2$!

Lösung:

$$\begin{aligned} & \sqrt{x-1} - \sqrt{21-x} = 2 \\ \implies & x-1 - 2\sqrt{x-1}\sqrt{21-x} + 21-x = 4 \\ \iff & 16 = 2\sqrt{x-1}\sqrt{21-x} \\ \iff & 8 = \sqrt{x-1}\sqrt{21-x} \\ \implies & 64 = (x-1)(21-x) = 21x - x^2 - 21 + x = -x^2 + 22x - 21 \\ \iff & x^2 - 22x + 85 = 0 \\ \iff & x_{1/2} = 11 \pm \sqrt{121-85} = 11 \pm \sqrt{36} = \begin{cases} 17 \\ 5 \end{cases} \end{aligned}$$

d.h. $\sqrt{x-1} - \sqrt{21-x} = 2 \implies x = 17 \vee x = 5$

$x = 17 \vee x = 5$ ist notwendig, aber nicht hinreichend für $\sqrt{x-1} - \sqrt{21-x} = 2$,

d.h. nur 17 und 5 kommen als Lösung in Frage.

Probe: $x = 17 \quad \sqrt{16} - \sqrt{4} = 2$ stimmt
 $x = 5 \quad \sqrt{4} - \sqrt{16} = 2$ falsch

Lösung: $x = 17$