

Aufgabe 2.7

* und \circ seien zwei verschiedene der Operationen \wedge , \vee und \Leftrightarrow . In welchen Fällen gilt das Distributivgesetz $a * (b \circ c) \Leftrightarrow (a * b) \circ (a * c)$, in welchen nicht?

(Dallmann, H. und Elster, K.-H.: Einführung in die höhere Mathematik für Naturwissenschaftler und Ingenieure. Band I. Jena: Gustav Fischer 1987, S. 32 und 780: Übungsaufgabe 7 aus Abschnitt 1.7.)

Lösung:

Die Distributivgesetze $a \wedge (b \vee c) \Leftrightarrow (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$ und $a \vee (b \wedge c) \Leftrightarrow (a \vee b) \wedge (a \vee c)$ sind bekannt.

Das Distributivgesetz $a \vee (b \Leftrightarrow c) \Leftrightarrow (a \vee b) \Leftrightarrow (a \vee c)$ gilt auch, da beide Seiten genau dann falsch sind, wenn a falsch ist und b und c unterschiedliche Wahrheitswerte haben.

Die Aussagen $a \wedge (b \Leftrightarrow c) \Leftrightarrow (a \wedge b) \Leftrightarrow (a \wedge c)$, $a \Leftrightarrow (b \wedge c) \Leftrightarrow (a \Leftrightarrow b) \wedge (a \Leftrightarrow c)$ und $a \Leftrightarrow (b \vee c) \Leftrightarrow (a \Leftrightarrow b) \vee (a \Leftrightarrow c)$ sind hingegen falsch, wie jeweils das Beispiel a falsch, b wahr, c falsch zeigt.