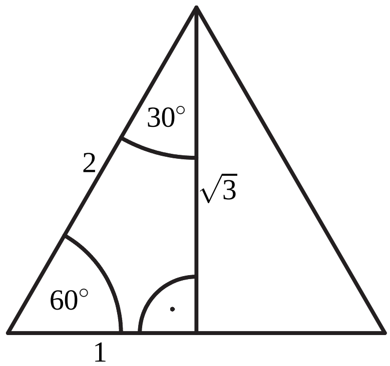
Aufgabe 1.83

Ermitteln Sie durch Betrachtung der Winkel im gleichseitigen bzw. im gleichschenkligen rechtwinkligen Dreieck den Sinus, Kosinus und Tangens von 30°, 45° und 60° !

Lösung:

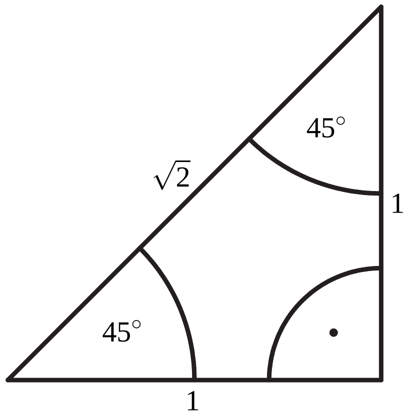
Da im gleichseitigen Dreieck Winkelhalbierende und Mittelsenkrechte zusammenfallen, wird dieses durch eine solche Linie in zwei rechtwinklige Dreiecke mit Winkeln von 60° und 30° geteilt, deren eine Kathete halb so lang ist wie die Hypotenuse. Haben diese der Einfachheit halber die Seitenlängen von 1 und 2, so hat die andere Kathete nach dem Satz des Pythagoras die Seitenlänge $\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$.



Folglich gilt $\sin 30° = \cos 60° = \frac{1}{2}$, $\sin 60° = \cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$ und $\tan 60° = \sqrt{3}$.

Das gleichschenklige rechtwinklige Dreieck hat zwei Winkel von 45°. Haben die beiden Katheten der Einfachheit halber die Länge 1, so beträgt die Hypotenusenlänge nach dem Satz des Pythagoras $\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$.

Folglich gilt $\sin 45° = \cos 45° = \frac{1}{\sqrt{2}}$ und $\tan 45° = 1$.



Zusammengefasst kann man festhalten:

	Grad	sin	cos	tan
0	0°	0	1	0
$\frac{\pi}{6}$	30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\frac{\pi}{4}$	45°	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1
$\frac{\pi}{3}$	60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{2}$	90°	1	0	$\pm\infty$

oder (wenn man will)

	Grad	sin	cos	tan
0	0°	$\frac{\sqrt{0}}{2}$	$\frac{\sqrt{4}}{2}$	0
$\frac{\pi}{6}$	30°	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\frac{\pi}{4}$	45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$\frac{\pi}{3}$	60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{2}$	90°	$\frac{\sqrt{4}}{2}$	$\frac{\sqrt{0}}{2}$	$\pm\infty$