

**Lineare Algebra/Analytische Geometrie I**  
**6. Hausaufgabe, Abgabe: 06.12.2006**

1. Berechnen Sie für folgende Matrizen die Treppennormalform und (falls sie existiert) die Inverse. (9 P.)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 9 & 3 & -3 \\ -2 & 2 & -9 & 4 & -1 \\ 1 & -1 & 4 & -1 & 2 \\ -3 & 3 & -12 & 3 & -2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 8 & 7 \\ 2 & 0 & 6 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix},$$

Zusatzaufgabe: (+4 P.)

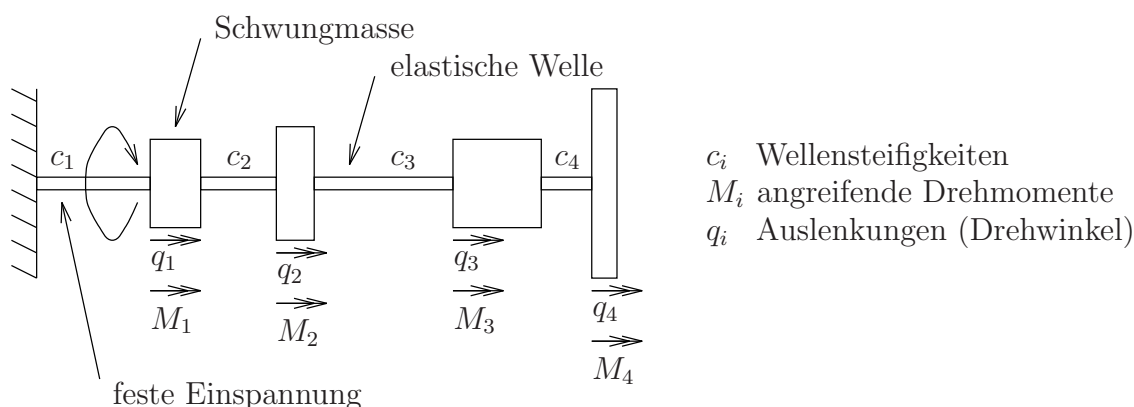
$$Z = \begin{bmatrix} 0 & -2 & -4 & -4 & -1 \\ 0 & 2 & 4 & 4 & -2 \\ -1 & -3 & -2 & -7 & 5 \\ 2 & 6 & 1 & 17 & -19 \\ -2 & -4 & 1 & -8 & 11 \end{bmatrix},$$

2. Ermitteln Sie den Rang der folgenden Matrizen in Abhängigkeit von  $a, b, c \in \mathbb{R}$ :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & a & b \\ -a & 0 & c \\ -b & -c & 0 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3,3}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & a & 1 \\ 0 & b & 1 & -1 \\ c & 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3,4}.$$

(4 P.)

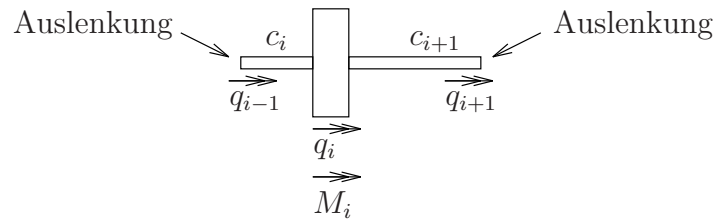
3. Es soll die statische Auslenkung eines linearen Torsionsschwingers (siehe Abbildung) bei gegebenen äußeren Drehmomenten (Kraftwirkung) untersucht werden.



Aus den Newtonschen Axiomen ist bekannt, dass die Summe aller an einem Körper angreifenden Momente Null ist. Betrachtet man also eine einzelne Schwungmasse, so ergibt sich für das Momentengleichgewicht die Beziehung

$$0 = -c_i(q_i - q_{i-1}) - c_{i+1}(q_i - q_{i+1}) + M_i.$$

Diese Beziehung muss natürlich für jede einzelne Schwungmasse ( $i = 1, \dots, 4$ ) erfüllt sein (wobei  $q_0 = 0$  und  $c_5 = 0$  gesetzt wird).



- (a) Aus einem Messversuch wurden unter einer gegebenen Belastung (gegebene Momente  $M_i$  siehe Tabelle) die zugehörigen Auslenkungen (Drehwinkel  $q_i$  siehe Tabelle) ermittelt. Daraus sollen durch Aufstellung eines linearen Gleichungssystems der Form  $\mathbf{Q}\mathbf{c} = \mathbf{M}$  die Steifigkeiten  $c_i$  der elastischen Wellen bestimmt werden.

$i$	$M_i$ [Nm]	$q_i$ [rad]
1	-80	-0.3
2	30	-0.1
3	15	0.4
4	5	0.5

- (b) Nach endgültigem Einbau des Torsionsschwingers in die Maschine wird dieser an den vier Schwungmassen durch die Momente

$$M_1 = 55 \text{ Nm}, \quad M_2 = -13 \text{ Nm}, \quad M_3 = -22 \text{ Nm}, \quad M_4 = 10 \text{ Nm}$$

belastet. Hierzu sollen (mit den nun bekannten Steifigkeiten  $c_i$ ) die endgültigen Auslenkungen  $q_i$  mittels linearem Gleichungssystem  $\mathbf{C}\mathbf{q} = \mathbf{M}$  bestimmt werden.

(8 P.)