Lineare Algebra/Analytische Geometrie für Physiker

8. Übung

1. Geben Sie die Gleichungen folgender Parabeln an:
   (a) $\xi_2 = \xi_1^2$ gedreht um π,
   (b) $\xi_2 = \xi_1^2$ gedreht um $\frac{\pi}{4}$ (im mathematisch positiven Sinn),
   (c) **(HA)** $\xi_2 = \xi_1^2$ verschoben um -1 in ξ_1-Richtung und um -2 in ξ_2-Richtung.

2. Klassifizieren Sie folgende Kurven 2. Grades mittels Hauptachsentransformation:
   (a) $\xi_1\xi_2 - 4\xi_1 + 2\xi_2 - 4 = 0$,
   (b) $\xi_1^2 - 4\xi_1\xi_2 + 4\xi_2^2 + \xi_1 - 2\xi_2 = 0$.

   (HA) Ermitteln Sie gegebenenfalls die Leitlinien und Asymptoten!

3. Klassifizieren Sie folgende Kurven oder Flächen 2. Grades:
   (a) $2\xi_1^2 - \xi_2^2 + \xi_3^2 + 2\xi_1\xi_2 - 6\xi_1\xi_3 + 4\xi_2\xi_3 - 2\xi_1 + 10\xi_3 + 5 = 0$,
   (b) **(HA)** $\xi_1^2 - 4\xi_1\xi_2 + 3\xi_2^2 + 2\xi_1 - 8\xi_2 - 4 = 0$,
   (c) $3\xi_1\xi_2 + 4\xi_1 - 2\xi_2 - \frac{8}{3} = 0$,
   (d) **(HA)** $\xi_1^2 + 4\xi_1\xi_2 + 2\xi_2^2 + 2\xi_1\xi_3 - 4\xi_2\xi_3 + 4\xi_1 + 4\xi_2 + 4\xi_3 = 0$.

4. **(HA)** In einem kartesischen (ξ_1, ξ_2, ξ_3)-Koordinatensystem des $\mathbb{R}^3$ sind die beiden Kugeln K_1 und K_2 durch

   $$\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2 - 4 = 0, \quad \xi_1^2 + (\xi_2 - 4)^2 + \xi_3^2 - 6 = 0$$

   gegeben. Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

   K_1 und K_2
   (a) haben einen Schnittkreis,
   (b) berühren sich von außen,
   (c) berühren sich von innen,
   (d) haben keine gemeinsamen Punkte.

(Z) In einem (ξ_1, ξ_2)-Koordinatensysten des $\mathbb{R}^2$ sind die Geraden

$$g_1 : 2\xi_1 + \xi_2 - 1 = 0, \quad g_2 : \xi_1 - 3\xi_2 = 0, \quad g_3 : \xi_2 + 1 = 0$$

gegeben. Man ermittle die Gleichung der Hyperbel H mit den Asymptoten g_1 und g_2, die die Gerade g_3 berührt.