Merkblatt zur Laplace-Transformation

$$f : [0, \infty) \longrightarrow \mathbb{R} \qquad F(s) = \int_0^\infty e^{-st} f(t)\, dt\,, \;\; s > \sigma(f) \text{ oder } \mathsf{Re}\,(s) > \sigma(f)$$

Originalfunktion $f(t)$	Bildfunktion $F(s)$	$\sigma(f)$	Bemerkung
$t^n e^{\alpha t}$	$\dfrac{n!}{(s-\alpha)^{n+1}}$	α	$n \in \mathbb{N}_0\,,\ \alpha \in \mathbb{R}$
$(1+\alpha t)e^{\alpha t}$	$\dfrac{s}{(s-\alpha)^2}$	α	$\alpha \in \mathbb{R}$
$\dfrac{e^{\alpha t} - e^{\beta t}}{\alpha - \beta}$	$\dfrac{1}{(s-\alpha)(s-\beta)}$	$\max\{\alpha, \beta\}$	$\alpha, \beta \in \mathbb{R}\,,\ \alpha \neq \beta$
$\dfrac{\alpha\, e^{\alpha t} - \beta\, e^{\beta t}}{\alpha - \beta}$	$\dfrac{s}{(s-\alpha)(s-\beta)}$	$\max\{\alpha, \beta\}$	$\alpha, \beta \in \mathbb{R}\,,\ \alpha \neq \beta$
$\dfrac{(\alpha\, A + B)e^{\alpha t} - (\beta\, A + B)e^{\beta t}}{\alpha - \beta}$	$\dfrac{As + B}{(s-\alpha)(s-\beta)}$	$\max\{\alpha, \beta\}$	$\alpha, \beta \in \mathbb{R}\,,\ \alpha \neq \beta$
$\cosh(\alpha t)$	$\dfrac{s}{s^2 - \alpha^2}$	$\lvert\alpha\rvert$	$\alpha \in \mathbb{R}$
$\sinh(\alpha t)$	$\dfrac{\alpha}{s^2 - \alpha^2}$	$\lvert\alpha\rvert$	$\alpha \in \mathbb{R}$
$e^{\alpha t}\cos(\beta t)$	$\dfrac{s-\alpha}{(s-\alpha)^2 + \beta^2}$	α	$\alpha, \beta \in \mathbb{R}$
$\cos(\beta t)$	$\dfrac{s}{s^2 + \beta^2}$	0	$\beta \in \mathbb{R}$
$e^{\alpha t}\sin(\beta t)$	$\dfrac{\beta}{(s-\alpha)^2 + \beta^2}$	α	$\alpha, \beta \in \mathbb{R}$
$\sin(\beta t)$	$\dfrac{\beta}{s^2 + \beta^2}$	0	$\beta \in \mathbb{R}$

Originalfunktion $f(t)$	Bildfunktion $F(s)$	$\sigma(f)$	Bemerkung
$f^{(n)}(t)$	$s^n F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^{n-1-k} f^{(k)}(0)$	$\sigma(f)$	$n \in \mathbb{N}$ Differentiationssatz
$f(\alpha t)$	$\frac{1}{\alpha} F\left(\frac{s}{\alpha}\right)$	$\alpha\,\sigma(f)$	$\alpha > 0$ Ähnlichkeitssatz
$f(t-\alpha)$	$e^{-\alpha s} F(s)$	$\sigma(f)$	$\alpha \in \mathbb{R}$ $f(t) := 0$ für $t < 0$ Verschiebungssatz
$e^{\alpha t} f(t)$	$F(s-\alpha)$	$\sigma(f) + \alpha$	$\alpha \in \mathbb{R}$ Dämpfungssatz
$(f * g)(t)$	$F(s) \cdot G(s)$	$\max\{\sigma(f), \sigma(g)\}$	Faltungssatz

$$\textbf{Faltung}: \quad (f * g)(t) = \int_0^t f(\tau)\, g(t-\tau)\, d\tau$$