

Entwicklung eines effizienten VHDL-AMS-Modells der verlustbehafteten Leitung

Michael Schlegel, Göran Herrmann, Dietmar Müller

TU Chemnitz, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Professur Schaltungs- und Systementwurf,
09107 Chemnitz, michael.schlegel@infotech.tu-chemnitz.de

Kurzfassung

Dieser Beitrag beschreibt den Entwurf eines Modells der verlustbehafteten Leitung in VHDL-AMS. Die Grundlage für den Entwurf bildet die in [4] beschriebene Lösung der Telegraphengleichung. Das Ziel der hier vorgestellten Arbeit ist es, diese Lösung in geeigneter Form in VHDL-AMS umzusetzen, so daß ein einfaches, schnelles und simulationsstabiles Modell entsteht, welches mit geringfügigen Modifikationen z. B. auch zur Beschreibung der Ausbreitung von mechanischen Schwingungen oder von Wellen in fluidischen Systemen geeignet ist. Beschrieben werden die Entwicklungsschritte der Modellierung, die aufgetretenen Probleme, deren Lösung und die resultierenden Modelle.

1 Einleitung

Die Entwicklung und Verbesserung von Methoden für den Mikrosystementwurf, sowie der Systementwurf selbst, sind Arbeitsgebiete innerhalb des Teilprojekts A2 „Systementwurf“ des SFB 379 „Mikromechanische Sensor- und Aktorarrays“. Dabei kommt die Hardwarebeschreibungssprache VHDL-AMS zum Einsatz, da diese Sprache für den Entwurf heterogener Systeme eine sehr leistungsfähige Grundlage darstellt.

Allerdings existieren in VHDL-AMS keine vordefinierten Bauteile, wie sie der Entwerfer z. B. aus SPICE gewohnt ist. Daher entsteht im Teilprojekt A2 „Systementwurf“ derzeit eine Bibliothek mit elektrischen Komponenten in VHDL-AMS, die mit PSPICE-Elementen vergleichbar sind. Damit wird es anderen Teilprojekten des SFB 379 erleichtert, Modelle heterogener Systeme, die bislang mit unterschiedlichen Simulationssystemen bearbeitet werden, mit einem einheitlichen Werkzeug zu modellieren und zu simulieren. Der Vorteil der Beschreibung heterogener Systeme in VHDL-AMS besteht u. a. darin, daß Modelle auf unterschiedlichsten Abstraktionsniveaus entworfen und leicht in verschiedene physikalische Domänen (mechanische, thermische, fluidische Systeme) konvertiert werden können.

Die Umsetzung der meisten Elemente der PSPICE-Bibliotheken „ABM“ (analog behavioral model), „analog“ und ausgewählter Elemente der Bibliotheken „port“ und „source“ nach VHDL-AMS gestaltet sich sehr einfach (z. B. Widerstand, gesteuerte Quellen etc.). Andere Elemente, wie z. B. Filter, erfordern in ihrer Modellierung etwas mehr Aufwand, sind aber dennoch einfach zu realisieren. Komplizierter gestaltet sich dagegen die Beschreibung einer verlustbehafteten, homogenen Leitung. Während die Implementierung einer verlustfreien Leitung als SPICE-Simulatorelement

gut dokumentiert ist, finden sich zur Implementierung der verlustbehafteten Leitung kaum brauchbare Informationen, so daß aufbauend auf einer elementaren Herleitung [4] ein VHDL-AMS Modell neu erstellt werden mußte.

2 Theoretische Grundlagen

Die verlustfreie Leitung läßt sich recht einfach mit zwei gesteuerten Spannungs- oder Stromquellen mit entsprechendem Innenwiderstand realisieren. Dabei nimmt jeweils die Strom-/Spannungsquelle den um eine bestimmte Zeit τ verzögerten Strom-/Spannungswert am anderen Ende der Leitung an.

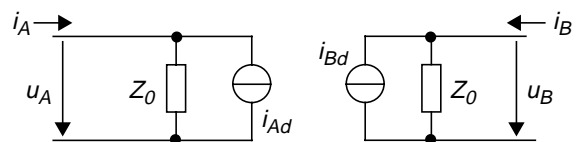


Bild 1 Modell einer verlustfreien Leitung

Es gelten folgende Beziehungen:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L'}{C'}} \quad (\text{GL 1})$$

$$v = \frac{1}{\sqrt{L' \cdot C'}} \quad , \quad \tau = \frac{l}{v} \quad (\text{GL 2})$$

$$i_{Bd}(t) = \frac{u_A(t-\tau)}{Z_0} + i_A(t-\tau) \quad (\text{GL 3})$$

$$i_{Ad}(t) = \frac{u_B(t-\tau)}{Z_0} + i_B(t-\tau) \quad (\text{GL 4})$$

L' und C' geben den Induktivitäts- bzw. Kapazitätsbelag der Leitung und l die Länge der Leitung an. Der Widerstands- und Leitwertbelag R' und G' beträgt für die verlustfreie Leitung 0.

Ausgangspunkt der Modellierung der verlustbehafteten Leitung ist die Telegraphengleichung [2]:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = R'G' \cdot u + (R'C' + L'G') \cdot \frac{\partial u}{\partial t} + L'C' \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (\text{GL 5})$$

Diese partielle Differentialgleichung repräsentiert die Änderung der Spannung in einem infinitesimal kleinen Abschnitt der Leitung. Sie ist in dieser Form allerdings nicht lösbar. Daher gibt es verschiedene Näherungsansätze zur deren Lösung.

Eine Möglichkeit besteht darin, die Leitung in endlich viele Teile zu zerlegen und für jedes dieser Teilstücke ein Netzwerk aus diskreten R, G, C und L aufzubauen. Dieser Ansatz ist leicht realisierbar, hat aber den Nachteil, daß ein großes Gleichungssystem mit vielen Netzwerkelementen berechnet werden muß, was sehr zeitintensiv ist.

Es ist daher von Vorteil, eine Lösung zu suchen, die die Leitung als nur ein Netzwerkelement erscheinen läßt. Einen interessanten Ansatz zur Lösung der Telegraphengleichung im Zeitbereich bietet das in [4] beschriebene Verfahren. Im Zusammenhang mit der Modellierung heterogener Systeme in VHDL-AMS ist hierbei bemerkenswert, daß das diesem Verfahren zugrunde liegende Bergeron-Verfahren [3] zur Berechnung von Vorgängen auf elektrischen Leitungen schon 1937 von Betrachtungen zu hydraulischen Systemen abgeleitet wurde.

Aus [4] resultieren die folgenden, zu simulierenden Gleichungen:

$$i_{Bd}(t) = \left(\frac{u_A(t-\tau)}{Z_0} + i_A(t-\tau) \right) \cdot e^{-\alpha l} + \frac{br_B(t)}{Z_0} + \frac{brr_B(t)}{Z_0} \quad (\text{GL 6})$$

$$i_{Ad}(t) = \left(\frac{u_B(t-\tau)}{Z_0} + i_B(t-\tau) \right) \cdot e^{-\alpha l} + \frac{br_A(t)}{Z_0} + \frac{brr_A(t)}{Z_0} \quad (\text{GL 7})$$

mit:

$$\alpha = \frac{R'}{2Z_0} + \frac{Z_0 G'}{2} \quad (\text{GL 8})$$

$$br_{A,B} = \rho \cdot \sum_{k=1}^n (\vartheta^{2k-2} \cdot b_{A,B}(t-2k\Delta\tau)) \quad (\text{GL 9})$$

$$brr_{A,B} = b_{A,B}(t) \cdot \frac{\rho^2 \cdot \vartheta^n}{1-\vartheta^2} \cdot \left(n - \frac{1-\vartheta^{2n}}{1-\vartheta^2} \right) \quad (\text{GL 10})$$

$$\rho = \frac{R' \cdot \Delta l - Z_0^2 \cdot G' \cdot \Delta l}{2Z_0 + R' \cdot \Delta l + Z_0^2 \cdot G' \cdot \Delta l} \quad (\text{GL 11})$$

$$\vartheta = \frac{2Z_0}{2Z_0 + R' \cdot \Delta l + Z_0^2 \cdot G' \cdot \Delta l} \quad (\text{GL 12})$$

$$b_{A,B}(t-\Delta) = u_{A,B}(t-\Delta) + Z_0 \cdot i_{A,B}(t-\Delta) \quad (\text{GL 13})$$

$$\Delta\tau = \frac{\tau}{n}, \Delta t = \frac{2\tau}{n} \quad (\text{GL 14})$$

Ziel war es nun, diese Gleichungen so in VHDL-AMS

zu implementieren, daß eine schnelle und stabile Simulation möglich ist.

Als Alternative zur Lösung der Telegraphengleichung im Zeitbereich ist auch eine Lösung im Frequenzbereich möglich. Die sich dabei ergebende Übertragungsfunktion läßt sich aber nicht mit Zähler- und Nennerpolynom ausdrücken, wodurch die in VHDL-AMS „eingebaute“ Laplace-Transferfunktion `LTF nicht anwendbar ist. Eine explizite Transformation in den Zeitbereich hat aber zur Folge, daß Faltungsintegrale gelöst werden müssen, was gegenüber der Simulation der Gleichungen (GL 6) bis (GL 14) keinen Vorteil erkennen läßt.

3 Implementierung in VHDL-AMS

3.1 Verlustfreie Leitung

Die Implementierung der verlustfreien Leitung ist einfach realisierbar. Als Parameter für das Modell muß Z_0 und τ bzw. l und v vgl. (GL 2) angegeben werden.

```
ENTITY t IS
  GENERIC(z0:real:=50.0;      -- Z0
          td:real:=0.0;      -- τ
          nl:real:=1.0;      -- l
          f:real:=1.0);      -- v

  PORT(TERMINAL a1,a2,b1,b2: electrical);
END ENTITY t;

ARCHITECTURE behav OF t IS
  QUANTITY uA ACROSS iA THROUGH a1 TO a2;
  QUANTITY uB ACROSS iB THROUGH b1 TO b2;
  QUANTITY ciA,ciB,iAd,iBd:real:=0.0;
  CONSTANT td_int:real:=nl/f;
BEGIN
  ...
  ciA==vB/Z0+iB;
  ciB==vA/Z0+iA;
  iAd==ciA'delayed(td);
  iBd==ciB'delayed(td);
  uA==(iA+iAd)*z0;
  uB==(iB+iBd)*z0;
END ARCHITECTURE behav;
```

3.2 Verlustbehaftete Leitung – erstes Modell

Die im Abschnitt 2 beschriebenen Gleichungen für die verlustbehaftete Leitung beruhen auf der Vorgabe einer festen Simulationsschrittweite Δt , wobei diese Schrittweite implizit die Simulationsgenauigkeit bestimmt. Da in VHDL-AMS-Simulatoren die Simulationsschrittweite aber dynamisch ermittelt wird, kann diese Vorgabe nicht berücksichtigt werden. Statt dessen wird der Parameter n (Teilung der Leitung in n Teilelemente) als Ausgangspunkt für die Simulationsgenauigkeit vorgegeben und darauf aufbauend die notwendige Simulationsschrittweite bestimmt (GL 14). Damit ist ein Modell entsprechend (GL 6) bis (GL 14) realisierbar.

Der erste Term der Gleichungen (GL 6) und (GL 7) entspricht dem aus der verlustfreien Leitung bekannten Ansatz (GL 3) und (GL 4), erweitert um einen Faktor e^x , der ein Maß für die Dämpfung ist. Bei dem zweiten Term $br_{A,B}$ besteht nun aber das Problem, daß zur Berechnung Vergangenheitswerte von Strom und

Spannung am Ein- und Ausgang der Leitung notwendig sind. Die Berechnung der erforderlichen Verzögerung dieser Werte erfolgt aber erst zur Laufzeit des Modells, was zur Folge hat, daß das 'delayed Attribut nicht anwendbar ist, da dessen Verzögerungsparameter statisch sein muß.

Dies bedeutet, daß das Management der notwendigen Vergangenheitswerte vom Modell selbst übernommen werden muß. Da die Anzahl der benötigten Verzögerungswerte konstant ist und die Verzögerungszeiten nur diskrete, äquidistante Werte annehmen, kann dies mit Hilfe einer Ring-Queue (Queue on a Circular Track [6]) geschehen.

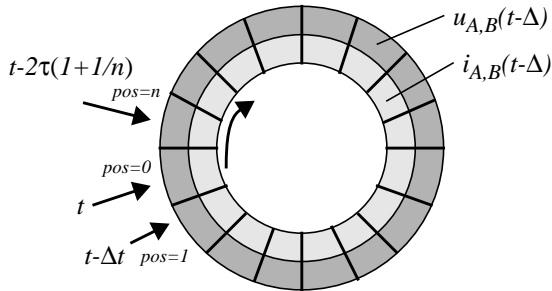


Bild 2 Ring-Queue für Vergangenheitswerte

An Position 0 der Queue steht der aktuelle Wert für Ströme und Spannungen, an Position 1 die Werte zum Zeitpunkt $t-\Delta t$ usw. Der größte Verzögerungswert beträgt $2\tau(1+1/n)$. Damit benötigt man genau $n+1$ Einträge in der Queue. Zum Speichern der Spannungs- und Stromwerte finden vier Signale Verwendung. Alle Einträge werden mit 0 initialisiert. Mit Hilfe eines weiteren Signals wird die gegenwärtige Start-Position gespeichert. Die Berechnung des Wertes für $br_{A,B}$ erfolgt in Funktionen, das Füllen der Queue mit Vergangenheitswerten übernimmt ein Prozeß.

An dieser Stelle ergibt sich eine Kausalitätsfrage, da das 'delayed Attribut Werte zum Zeitpunkt t in den Zeitpunkt $t+\Delta t$ verschiebt, die Queue aber zum Zeitpunkt t Werte von $t-\Delta t$ liefert. Während der Simulationslaufzeit konnten diesbezüglich keine signifikanten Unterschiede erkannt werden. Lediglich zum Zeitpunkt 0 muß die Queue mit sinnvollen Werten initialisiert werden.

3.3 Verlustbehaftete Leitung – optimiertes Modell

Das in 3.2 vorgestellte Modell ist zwar lauffähig, aber noch nicht sehr schnell. Dabei gestaltet sich die Berechnung des Summenterms in (GL 9) als besonders zeitaufwendig. Der Summenterm enthält diejenigen Teilwellen, die an den n virtuellen Teilelementen innerhalb der Leitung reflektiert werden. Dabei enthält dieser Term zum Zeitpunkt t praktisch die selben Informationen wie zum Zeitpunkt $t-\Delta t$, die Amplitudenwerte sind nur um die Dämpfung zweier Teilelemente verringert. Dazu muß noch diejenige Welle addiert werden, die zum Zeitpunkt $t-\Delta t$ in die Leitung eingetreten ist, und es muß diejenige Welle subtrahiert werden,

die das Ende der Leitung verlassen hat [4]. Gleichung (GL 9) kann nun durch folgende Gleichungen ersetzt werden.

$$br_{A,B}(t) = \vartheta^2 \cdot br_{A,B}(t-\Delta t) + br2_{A,B} - br3_{A,B} \quad (GL 15)$$

$$br2_{A,B} = \rho \cdot b_{A,B}(t-\Delta t) \quad (GL 16)$$

$$br3_{A,B} = \rho \vartheta^{2n} \cdot b_{A,B}(t-2\tau) \quad (GL 17)$$

Damit tritt weder ein Summenterm noch eine zur Laufzeit zu berechnende Verzögerungszeit auf, wodurch die in 3.2 eingeführte eigene Verzögerungswertsteuerung entfallen kann. Statt dessen findet wieder das 'delayed Attribut Verwendung, womit das Modell auf rein analoges Verhalten reduziert wird, was die Simulationsstabilität erhöht.

```
LIBRARY Disciplines,ieee;
USE Disciplines.electromagnetic_system.ALL;
USE ieee.math_real.ALL;
--*****
--Tlossy - verlustbehaftete Leitung
--*****
ENTITY tlossy IS
  GENERIC( R:real:=1.0;
           G:real:=1.0e-12;
           C:real:=100.0e-12;
           L:real:=100.0e-9;
           leng:real:=1.0; --Länge der Leitung
           n:integer:=100); --Unterteilung der
                           Leitung in n Segmente
  PORT(TERMINAL a1,a2,b1,b2: electrical);--Klemmen
END ENTITY tlossy;
```

```
ARCHITECTURE behav OF tlossy IS
  QUANTITY ui ACROSS ii THROUGH a1 TO a2;
  QUANTITY uo ACROSS io THROUGH b1 TO b2;
  QUANTITY iid,iod :real:=0.0;
  QUANTITY bri,bro :real:=0.0;
  QUANTITY brri,brro :real:=0.0;

  CONSTANT gamma :real:=sqrt(1/c); -- Z0
  CONSTANT v :real:=1.0/sqrt(1*c);
  CONSTANT tau :real:=leng/v;
  CONSTANT dtau :real:=tau/real(n);
  CONSTANT dt :real:=2.0*dtau;
  CONSTANT dl :real:=tau*v/real(n);
  CONSTANT dr :real:=r*dl;
  CONSTANT dg :real:=g*dl;
  CONSTANT alpha :real:=
    r/2.0/gamma + gamma*g/2.0;
  CONSTANT theta :real:=
    2.0*gamma/(2.0*gamma + dr +gamma**2.0*dg);
  CONSTANT rho :real:= (dr-gamma**2.0*dg)/
    (2.0*gamma + dr +gamma**2.0*dg);
  CONSTANT beta :real:=
    (rho**2*theta**n)/(1.0-theta**2)*
    (nr-(1.0-theta**(2*n))/(1.0-theta**2));

  BEGIN

  bri==bri'delayed(dt)*theta**2 +
    rho*(ui'delayed(dt)+gamma*ii'delayed(dt)) -
    rho*theta**(2*n)*
    (ui'delayed(2.0*tau)+gamma*ii'delayed(2.0*tau));
  bro==bro'delayed(dt)*theta**2 +
    rho*(uo'delayed(dt)+gamma*io'delayed(dt)) -
    rho*theta**(2*n)*
    (uo'delayed(2.0*tau)+gamma*io'delayed(2.0*tau));

  brri==(ui+gamma*ii)*beta;
  brro==(uo+gamma*io)*beta;

  iid ==(1.0/gamma*uo'delayed(tau) +
    io'delayed(tau))*exp(-alpha*leng) +
    bri/gamma + brri/gamma;
  iod ==(1.0/gamma*ui'delayed(tau) +
    ii'delayed(tau))*exp(-alpha*leng) +
    bro/gamma + brro/gamma;
  ui==(iid+ii)*gamma;
  uo==(iod+io)*gamma;

  END;
```

3.4 Verlustbehaftete Leitung – Strukturmodell

Zum Vergleich mit dem geschaffenen abstrakten Modell wurde auch ein Modell aus mehreren diskreten Widerständen, Spulen und Kondensatoren erstellt. Dieses Modell benutzt die gleiche Entity wie das Verhaltensmodell, kann frei parametrisiert und beliebig kaskadiert werden, so daß eine genauere, aber erheblich langsamere Alternative zum Verhaltensmodell zur Verfügung steht.

4 Resultate

Zur Verifikation des Modells wurde aus [5] willkürlich folgende Testanordnung übernommen:

$l = 0.6 \text{ m}$, $R' = 24.372 \text{ } \Omega/\text{m}$, $L' = 616.31 \text{e-9 H/m}$
 $G = 3016.3 \text{e-6 S/m}$ und $C = 31.04 \text{e-12 F/m}$

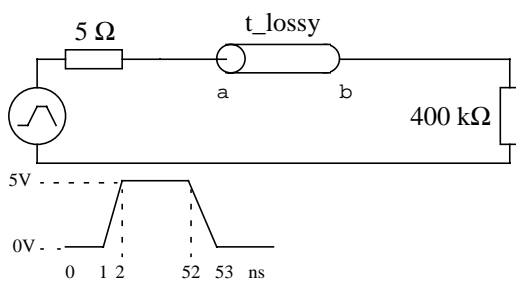


Bild 3 Testanordnung

Für die verlustfreie Leitung ergibt sich folgendes Simulationsresultat:

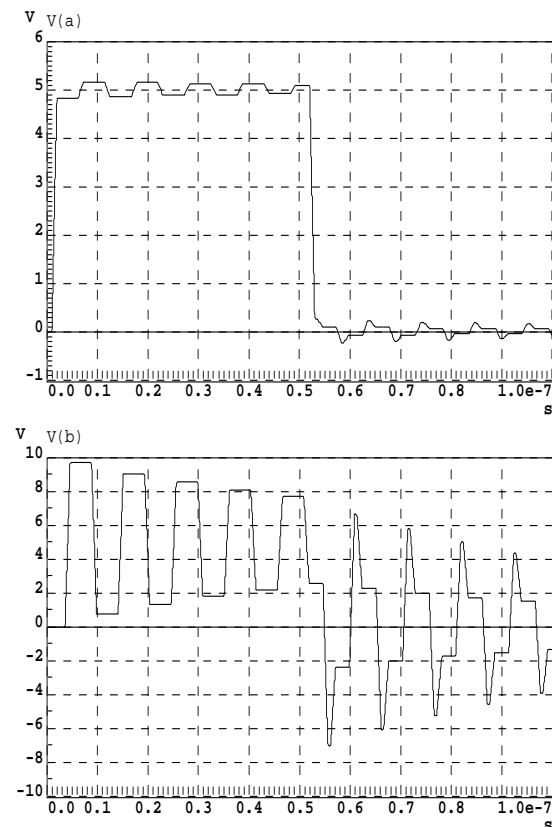


Bild 4 verlustfreie Leitung

Für die optimierte verlustbehaftete Leitung erhält man:

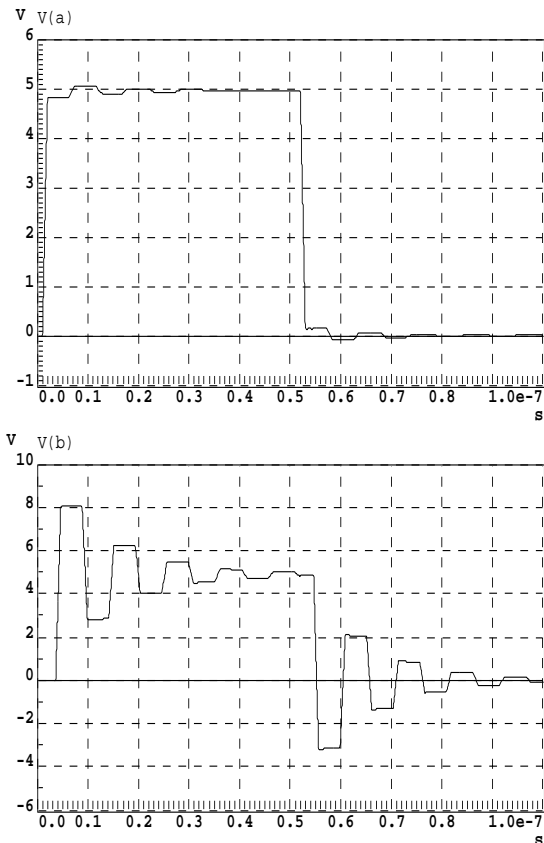


Bild 5 verlustbehaftete Leitung

Dabei wurden auf einer SUN Ultra Sparc (300 MHz) die folgenden Simulationszeiten erreicht:

Modellvariante	CPU-Zeit
Modell nach 3.4, mit je 100 diskreten R, C, L, G	9 Minuten (Modell allein) 45 Minuten (minimale Außenbeschaltung)
Modell nach 3.2, $n = 100$	39 Sekunden
Modell nach 3.2, $n = 1000$	7 Minuten, 40 Sekunden
Modell nach 3.3, $n = 100$	3 Sekunden
Modell nach 3.3, $n = 1000$	3 Sekunden
PSPICE-Modell	4 Sekunden (AMD Athlon 800MHz)

Die Unterteilung in $n = 100$ Segmente ist für den vorliegenden Fall ausreichend. Eine Unterteilung in weniger als 50 Elemente führt für diese Simulation zu Ungenauigkeiten.

Für die Genauigkeit des Modells gegenüber dem PSPICE Modell ergibt sich nun folgendes Bild:

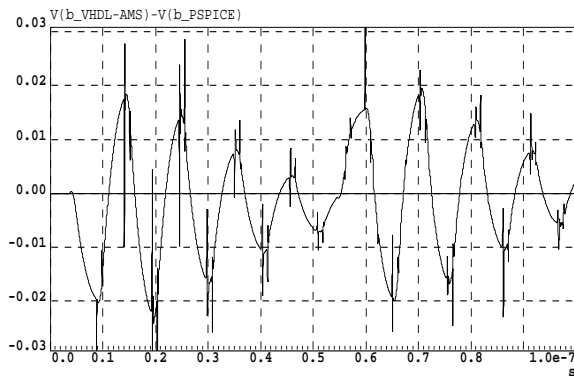


Bild 6 Differenz VHDL-AMS - PSPICE Modell

Bei einem am Ausgang der Leitung entstehenden Sprung von 8 V bedeutet ein Abweichung von 20 mV einen Fehler von 0,25 %. Dieser Wert ist im Rahmen der Systemsimulation bei weitem ausreichend. Um auszuschließen, daß nicht das PSPICE-Modell diesen Fehler verursacht, wurde auch ein Vergleich mit dem Strukturmodell aus 3.4 mit je 100 diskreten R, C, L und G Komponenten durchgeführt. Das Resultat bestätigt den Vergleich mit dem PSPICE-Modell.

Während der Arbeiten an diesem Modell wurde die Simulation auch ohne die Terme $br_{A,B}$ und $brr_{A,B}$ in (GL 6) und (GL 7) durchgeführt, wobei ein kleinerer Fehler ermittelt wurde. Variiert man aber die Parameter der Leitung etwas, so zeigt sich, daß die Terme $br_{A,B}$ und $brr_{A,B}$ unverzichtbar sind und der Effekt der Fehlerverminderung in diesem speziellen Fall nur Zufall ist.

Bei der Simulation mit veränderten Parametern zeigte sich aber auch, daß dieser geringe Fehler nicht bei beliebigen Parametern erzielt werden kann. Zum einen ergibt sich aus der Herleitung in [4] die Einschränkung

$$R' \cdot l < Z_0 \quad (\text{GL 18})$$

Zusätzlich mußte festgestellt werden, daß auch die Bedingung

$$\frac{1}{G' \cdot l} > Z_0 \quad (\text{GL 19})$$

erfüllt sein muß, wofür jedoch in [4] keine Begründung gefunden werden konnte. Kommen die Parameter in die Nähe dieser Constraints, so steigt der Fehler bis auf 8 % an. Liegen die Parameter weiter entfernt, so beträgt der Fehler maximal 3 %, was für eine Systemsimulation ausreichend sein sollte. Zur Überwachung dieser Constraints wurden Assert-Statements in das Modell eingebaut, die den Nutzer bei Überschreiten der Constraints warnen.

Zur Überprüfung, ob die Einschränkungen (GL 18) und (GL 19) Praxisrelevanz besitzen, wurde das Modell mit Daten einer HF-Leitung mit und ohne Anpassung, einer Leitung zur Spannungsversorgung (Daten aus dem Internet) sowie für Leiterzüge auf einer Leiter-

platte [7] simuliert. Für HF-Leitung und Leiterplatte lag der Fehler gegenüber dem Strukturmodell bei unter 1 %, für die Energieversorgungsleitung bei 3 %.

Ist eine höhere Präzision erforderlich oder können die Bedingungen (GL 18) und (GL 19) nicht erfüllt werden, so steht das beliebig kaskadierbare Strukturmodell aus 3.4 zur Verfügung.

5 Zusammenfassung und Ausblick

Das entstandene, optimierte Modell zeichnet sich durch seine Einfachheit, Schnelligkeit und Simulationsstabilität aus. In diesen Punkten ist es dem PSPICE-Modell ebenbürtig. Möglichkeiten zur Erhöhung der Genauigkeit sind noch zu untersuchen.

Eine Verwendung des Modells in einer anderen physikalischen Domäne (z. B. mechanische oder fluidische Systeme) ist zumindest syntaktisch kein Problem. Dazu muß lediglich im Interface des Modells die NATURE des TERMINALS von electrical z. B. in mechanical oder fluidic geändert werden. Eine Verifizierung des Modells für derartige Applikationen ist noch durchzuführen.

Die entstandenen SPICE Elemente stehen in einer Bibliothek den anderen Teilprojekten des SFB 379 zur Verfügung. Im Rahmen des Entwurfs des Demonstrators „Vibrationssensorarray“ werden die entstandenen Modelle validiert. Im nächsten Schritt sollen PSPICE Modelle von realen Halbleiterbauelementen wie Transistoren, Dioden, OPV etc. in diese Bibliothek aufgenommen werden.

Parallel zu dieser VHDL-AMS Bibliothek mit SPICE-Elementen entsteht eine Bibliothek mit mathematischen Operatoren und Funktionen, die eine Konvertierung von MATLAB-Modellen nach VHDL-AMS vereinfachen sollen.

Literatur

- [1] The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc.: *IEEE Standard VHDL Language Reference Manual (Integrated with VHDL-AMS changes)*, IEEE Std 1076.1, 1999. – ISBN 0-7381-1640-8
- [2] Philippow, E.: *Grundlagen der Elektrotechnik*. Akademische Verlagsgesellschaft Geest & Portig K.G., Leipzig, 1976
- [3] Prinz, H., Zaengl W., Völcker, O.: *Das Bergeron-Verfahren zur Lösung von Wanderwellenaufgaben*. Bull. des Schweizerischen Elektrotechnischen Vereins, Bull. ASE 53, S. 725-739, 1962
- [4] Schlagenhauser, F.: *Berechnung transienter Vorgänge auf verlustbehafteten Leitungen mit Feldanregung*. Dissertation an der Technischen Universität Hamburg-Harburg, 1994
- [5] Ramme, M.: *Simulation verlustbehafteter Leitungen im Zeitbereich*. Logos Verlag Berlin, 1997. – ISBN 3-931216-60-8
- [6] Standish, T. A.: *Data Structures, Algorithms, and Software Principles*. Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1994. – ISBN 0-201-52880-0
- [7] Buch, T. J., Thüringer, R.: *FED-21-06 High-Speed-Leiterplatten*, Fachverband Elektronik-Design e.V., 1997