



TECHNISCHE UNIVERSITÄT CHEMNITZ

Praktikum Elektronische Messtechnik WS 2007/2008

Versuch RLC

Tobias Doerffel
Andreas Friedrich
Heiner Reinhardt

Chemnitz, 2. November 2007

1 RLC-Messung

1.1 Versuchsvorbereitung

1. Das Ausschlagverfahren benötigt zur Durchführung einen Teil der Energie der gemessenen Größe, was zu Messungenauigkeiten führt. Dafür ist es schneller durchführbar und für Betriebe kosteneffizienter, da die Genauigkeit dort sekundär ist. Das Abgleichverfahren erfordert teurere Messgeräte, liefert dafür aber auch höhere Genauigkeit als das Ausschlagverfahren. Grund hierfür ist, dass „nur“ auf nicht vorhandene Potentialdifferenzen (also z.B. elektrische Spannung) getestet werden muss, was messtechnisch einfach realisierbar ist und sich keine Fehler durch Energieverluste am Messgerät einschleichen.
2. Die Strom-Spannungsmessung ist ein Impedanzmessverfahren. Der ADU kann nur Spannungen bestimmen (internes Vergleichsnorm U_{ref}). Für die Strommessung ist ein I-U-Wandler notwendig.

$$\begin{aligned} 3. \quad Z &= \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U_X + \mathbf{j}U_Y}{I_X + \mathbf{j}I_Y} \\ &= \frac{U_X I_X + U_Y I_Y + \mathbf{j}(U_Y I_X - U_X I_Y)}{I_X^2 + I_Y^2} \\ &= \frac{U_X I_X + U_Y I_Y}{I_X^2 + I_Y^2} + \mathbf{j} \frac{U_Y I_X - U_X I_Y}{I_X^2 + I_Y^2} = R_S + \mathbf{j}X_S \end{aligned}$$

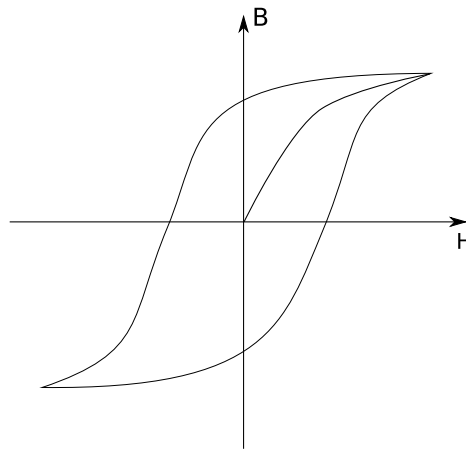
4. Bei der Strom- und Spannungsmessung treten unerwünschte Nebeneffekte wie Zuleitungsimpedanzen und parasitäre Kapazitäten auf, die man durch Anwendung der Vierleiterschaltung eliminieren kann. Dabei wird die Strommessung von der Spannungsmessung entkoppelt (Spannung am Messobjekt wird unabhängig von der Strommessung über zwei zusätzliche Leitungen abgegriffen, indem unmittelbar neben dem Messobjekt zwei Potentialklemmen angebracht werden - dadurch wird nur der Spannungsabfall über der Messgröße gemessen, nicht aber die Spannungsabfälle) was wiederum in deutlich höheren Genauigkeiten resultiert. Der Spannungsmesskreis ist hochohmig.

5. Ein Ersatzschaldbild ist ein mathematisches Modell, um die Eigenschaften eines Bauelements darzustellen. Nun können je nach Anwendung unterschiedliche Eigenschaften interessant sein, so dass man passend zum Anwendungsfall ein entsprechendes Modell (Ersatzschaldbild) verwendet. Beispielsweise ist bei einem Widerstand in der Regel nur die ohmsche Eigenschaft interessant. Ein Modell, welches induktive und kapazitive Einflüsse berücksichtigt, wäre in diesem Fall überflüssig, in einem anderen Fall (z.B. der Mikroprozessortechnik) jedoch durchaus wichtig. Weiterhin könnte das Material des Bauelements Einfluss auf dessen Eigenschaften haben und muss deshalb beim Entwurf bzw. der Wahl eines geeigneten Ersatzschaldbildes primär berücksichtigt werden.

6.
 - L Induktivität der Anschlüsse, der Kontaktierungen und des Wickels
 - R_S Widerstand der Anschlussdrähte und des Wickels
 - R_P Isolationswiderstand des Dielektrikums sowie Polarisationsverluste

7.
 - R_S ohmscher Widerstand des Wicklungsmaterials
 - R_E Eisenverluste (Umpolung des Spulenkerns, Wirbelströme)

8. Bei der Messung von Induktivitäten an Spulen mit Eisenkernen treten sogenannte Hystereseeffekte auf, da stets Magnetisierungsarbeit im Kern gebunden bleibt:



Die initiale Magnetisierung verläuft entlang der oben sichtbaren Neukurve. Danach verlaufen die Ummagnetisierungen entlang der nicht-linearen sogenannten Hystereseschleife, deren Verlauf von diversen Faktoren wie z.B. der Stärke des H-Feldes abhängt.

9. Die nicht erwünschten Eigenschaften der passiven Bauelemente können durch geeignete Wahl der bei der Herstellung notwendigen Ausgangsstoffe vermindert werden:
- Widerstand: optimales Material für Wicklungen verwenden (bei der Herstellung) um C und L zu verringern
 - Spule: geblätterter Eisenkern zur Reduzierung von Wirbelströmen, Kern aus Material mit niedriger Permeabilität zur Reduzierung von Hystereseverlusten
 - Kondensator: Dielektrikum mit geringen Polarisationsverlusten verwenden/einsetzen, leitfähigeres Material für Kondensatorplatten

1.2 Versuchsdurchführung

Versuch RLC-Messung						
Frequenz	Blindkomp.	Realkomp.	komplexer Widerstand		Güte	Verlustfaktor
f_x	L_x, C_x	R_x in Ω	Z_x in Ω	φ in $^\circ$	Q	D
Widerstand R_1		Drahtwiderstand (gewandelt)				
100 Hz	0	76,48	76,48	0	0	> 1000
1 KHz	0	76,48	76,48	0,1	0,001	> 1000
10 KHz	10,5 μH	76,457	76,46	0,5	0,009	116
100 KHz	10,4 μH	76,51	76,79	4,9	0,085	11,7
Widerstand R_2		Kohleschichtwiderstand				
100 Hz	1,0 pF	$7,60 \cdot 10^6$	$7,60 \cdot 10^6$	-0,3	0,005	214
1 KHz	0,9 pF	$7,61 \cdot 10^6$	$7,60 \cdot 10^6$	-2,4	0,042	24,2
10 KHz	0,87 pF	$7,592 \cdot 10^6$	$7,01 \cdot 10^6$	-22,6	0,407	2,44
100 KHz	0,87 pF	$6,85 \cdot 10^6$	$1,764 \cdot 10^6$	-75,1	3,75	0,267
Kapazität C_1		Keramikscheibe				
100 Hz	47,5 nF	$3,18 \cdot 10^6$	$33,5 \cdot 10^6$	-89,4	94,9	0,011
1 KHz	46,93 nF	$436 \cdot 10^3$	$3,39 \cdot 10^3$	-89,6	128	0,008
10 KHz	46,53 nF	$53,2 \cdot 10^3$	342,1	-89,7	156	0,006
100 KHz	46,17 nF	$5,69 \cdot 10^3$	34,47	-89,7	165	0,006
Kapazität C_2		Polyester-Wickel				
100 Hz	1,014 μF	-	$1,57 \cdot 10^3$	-90	> 1000	0,001
1 KHz	1,012 μF	$30,8 \cdot 10^3$	157,3	-89,8	196	0,005
10 KHz	1,003 μF	440	15,83	-88	27,8	0,036
100 KHz	0,909 μF	5,652	1,673	-72,8	3,23	0,31
Spule L_1		Luftspule (Reed-Relais)				
100 Hz	874,3 mH	1226	1344	24,2	0,448	2,23
1 KHz	798,3 mH	1257	5260	72,6	3,19	0,314
10 KHz	709,5 mH	$13,27 \cdot 10^3$	$46,5 \cdot 10^3$	73,5	3,36	0,298
100 KHz	40,73 pF	$676 \cdot 10^3$	$3,9 \cdot 10^3$	-86,7	17,3	0,06
Spule L_2		Spule mit Ferritkern				
100 Hz	10,44 mH	16,94	18,16	21,2	0,387	2,58
1 KHz	10,42 mH	17,43	67,7	75,1	3,76	0,266
10 KHz	10,09 mH	21,8	634	88,1	29,1	0,034
100 KHz	10,28 mH	263	$6,47 \cdot 10^3$	87,7	24,6	0,041

Spule L_3		Spule (anderer Typ als an anderen Tischen)				
100 Hz	225,9 mH	43,82	148,6	72,9	3,24	0,309
1 KHz	135,1 mH	298,5	899,8	70,7	2,84	0,352
10 KHz	37,33 mH	$4,04 \cdot 10^3$	$4,67 \cdot 10^3$	30,2	0,581	1,72
100 KHz	1,257 mH	194,4	813,4	76,2	4,06	0,246
Spule L_3						
Spule L_3		Spule mit Blechkern K40 - Resonanzverhalten				
3,0 KHz	385 mH	$15,94 \cdot 10^3$	$17,5 \cdot 10^3$	24,5		
3,1 KHz	300 mH	$17,36 \cdot 10^3$	$18,32 \cdot 10^3$	18,6		
3,2 KHz	203,4 mH	$18,41 \cdot 10^3$	$18,96 \cdot 10^3$	12,5		
3,3 KHz	102 mH	$19,276 \cdot 10^3$	$19,39 \cdot 10^3$	6,2		
3,4 KHz	-	$19,588 \cdot 10^3$	$19,59 \cdot 10^3$	0		
3,5 KHz	252,7 pF	$19,666 \cdot 10^3$	$19,55 \cdot 10^3$	-6,3		
3,6 KHz	483,8 pF	$19,74 \cdot 10^3$	$19,3 \cdot 10^3$	-12,2		
3,7 KHz	696,9 pF	$19,812 \cdot 10^3$	$18,87 \cdot 10^3$	-17,8		
3,8 KHz	893,0 pF	$19,883 \cdot 10^3$	$18,31 \cdot 10^3$	-23		
3,9 KHz	1076 pF	$19,951 \cdot 10^3$	$17,66 \cdot 10^3$	-27,8		
4,0 KHz	1240 pF	$20,018 \cdot 10^3$	$16,97 \cdot 10^3$	-32,1		
Sensor 4						
Sensor 4		Kapazitätsmessung				
Abstand d (mm)	C_x in pF					
0,1	152,30					
0,2	143,80					
0,3	140,80					
0,4	139,20					
0,5	138,25					
0,6	137,57					
0,7	137,08					
0,8	136,72					
0,9	136,44					
1,0	136,22					
1,1	136,03					
1,2	135,88					
1,3	135,75					
1,4	135,62					
1,5	135,54					
2,0	135,21					
2,5	135,01					
3,0	134,87					
3,5	134,79					
4,0	134,77					
10,0	134,55					

1.3 Versuchsauswertung

1.3.1 Widerstandsmessung

Im Frequenzbereich von 0 bis 1000 Hz verhält sich der Widerstand R_1 annähernd ideal. Es tritt also nur eine geringe bzw. gar keine Blindkomponente auf. Im Frequenzbereich bis 100 KHz bleiben komplexer und realer Widerstand nahezu konstant. Strom und Spannung schwingen nahezu phasengleich.

Der Widerstand R_2 weist, im Gegensatz zu R_1 , bereits bei 100 Hz parasitäre Effekte auf. So beträgt seine Kapazität bei dieser Frequenz 100 pF. Diese nehmen aber bei höheren Frequenzen leicht ab. Beim Übergang von 10 KHz auf 100 KHz (siehe Messtabelle) sieht man allerdings recht klar, dass die Frequenz einen deutlichen verkleinernden Einfluss auf die Werte von Wirk- und Scheinwiderstand hat. Aufgrund der Blindkomponente nimmt der Phasenwinkel zu.

Im direkten Vergleich von R_1 und R_2 fällt auf, dass R_2 einen wesentlich höheren Widerstand - sowohl in komplexer als auch realer Hinsicht - besitzt. Dies ist unter anderem auf die hohe Differenz der spezifischen Leitwerte von Kupfer und Kohlenstoff zurückzuführen. So besitzt Kohlenstoff eine spezifische Leitfähigkeit von $\gamma = 3,5 \cdot 10^{-5} \Omega^{-1} \cdot m^{-1}$ und Kupfer lediglich einen Leitwert von $\gamma = 1,78 \cdot 10^{-8} \Omega^{-1} \cdot m^{-1}$.

Aus der Formel $R = \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{l}{A}$ lässt sich nun herleiten, dass bei konstanter Länge und Fläche beider Bauelemente der Kohleschichtwiderstand einen wesentlich höheren Widerstandswert erreichen wird.

1.3.2 Kondensatormessung

C_1 besitzt eine nahezu gleichbleibende Kapazität von etwa 47 nF. Komplexer und realer Widerstand nehmen stark ab. Der Phasenwinkel verhält sich mit einem mittleren Wert von $\approx -89,6^\circ$ nahezu ideal.

C_2 hat im Niederfrequenzbereich kaum Nebeneffekte. Der Widerstand bei 100 Hz war nicht messbar. Es tritt die typische Phasenverschiebung von 90° auf. Bei höheren Frequenzen weicht dieser Kondensator vom Idealbild ab: Der Betrag des Phasenwinkels verringert sich drastisch. Der Realwiderstand steigt zunächst auf $30,8 \cdot 10^3$ bei 1 KHz, sinkt dann aber wieder.

Im direkten Vergleich kann man sagen, dass sich C_1 im gesamten Frequenzbereich stabiler gegenüber C_2 verhält. Bei C_1 halten sich die Verluste in Grenzen, C_2 allerdings ist gerade bei 100 KHz stark verlustbehaftet.

Der Verlustfaktor D beschreibt den Kehrwert der Güte Q . Idealerweise tritt an einem Kondensator eine Phasenverschiebung von 90° auf. Die Differenz von tatsächlichem Phasenwinkel und idealem Phasenwinkel wird als Verlustwinkel δ bezeichnet. Der Tangens des Verlustwinkels entspricht dem Verlustfaktor D .

Beispielrechnung:

1. C_1 bei 100 Hz

$$D = \tan(90^\circ - 89,4^\circ) = \tan 0,6^\circ = 0.0104723583$$

$$Q = \frac{1}{D} = \frac{1}{0.0104723583} = 95.4894752$$

Beide Werte entsprechen ungefähr den Messergebnissen.

2. C_2 bei 100 KHz

$$D = \tan(90^\circ - 72,8^\circ) = \tan 17,2^\circ = 0,30955171$$

$$Q = \frac{1}{D} = \frac{1}{0,30955171} = 3,23047804$$

Auch hier entsprechen beide Werte ungefähr den Messergebnissen. Der Verlustwinkel δ ist sehr groß, weshalb hohe Verluste auftreten. Diese spiegeln sich in dem vergleichsweise hohen Wert von $\approx 0,31$ des Verlustfaktors wieder.

1.3.3 Messung an technischen Induktivitäten

Durch die stromdurchflossene Spule entsteht ein Magnetfeld um die Spule. In diesem Magnetfeld entstehen Wirbelströme. Durch diese Wirbelströme wird ein Magnetfeld erzeugt, welches dem ursprünglichen Magnetfeld entgegenwirkt (Lenzsche Regel). Es entsteht also ein Widerstand.

Die Tatsache, dass die Luftspule einen wesentlich höheren Wirkwiderstand als die Spule mit Ferritkern hat, lässt vermuten, dass dieser modifizierte Eisenkern die Entstehung von Wirbelströmen hemmt.

Bei höheren Frequenzen entstehen auch höhere Wirbelströme, so dass der Wirkwiderstand steigt. Wirbelströme induzieren außerdem Strom in die Spulen, so dass es bei allen Spulen zu starken Änderungen der Phasenwinkel kommt.

1.3.4 Messung des Resonanzverhaltens einer Spule

$f_{Res} \approx 3,44$ KHz - weitere Details siehe Abbildung 1

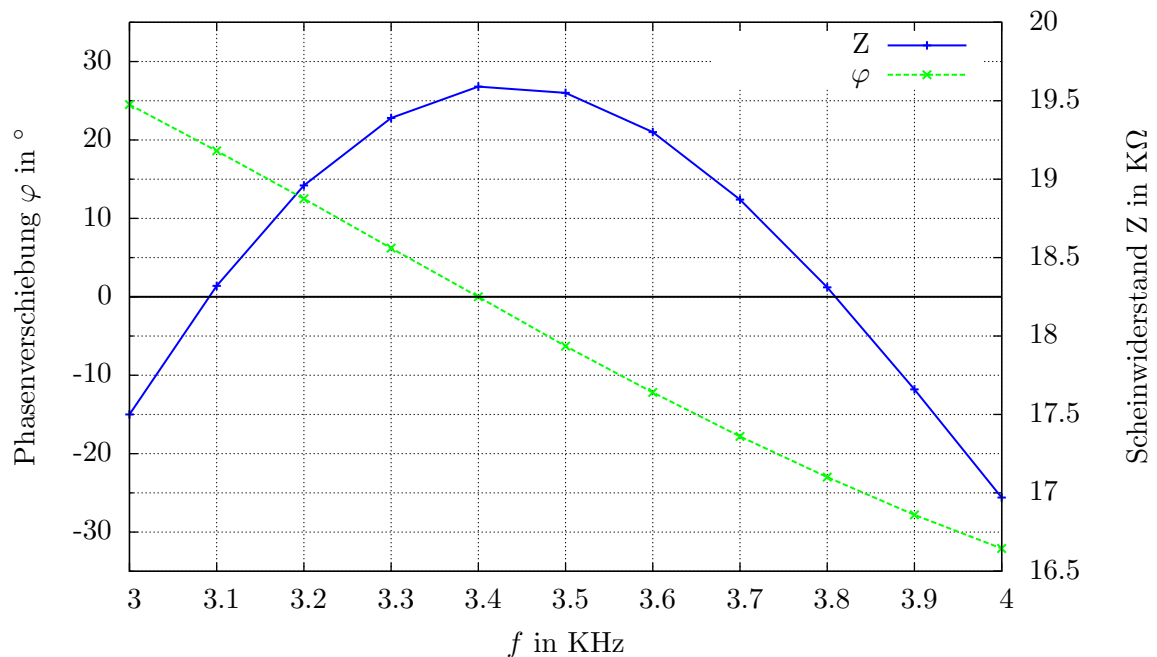


Abbildung 1: Resonanzverhalten der Spule L_3

1.3.5 Kapazitätsmessung am Plattenkondensator

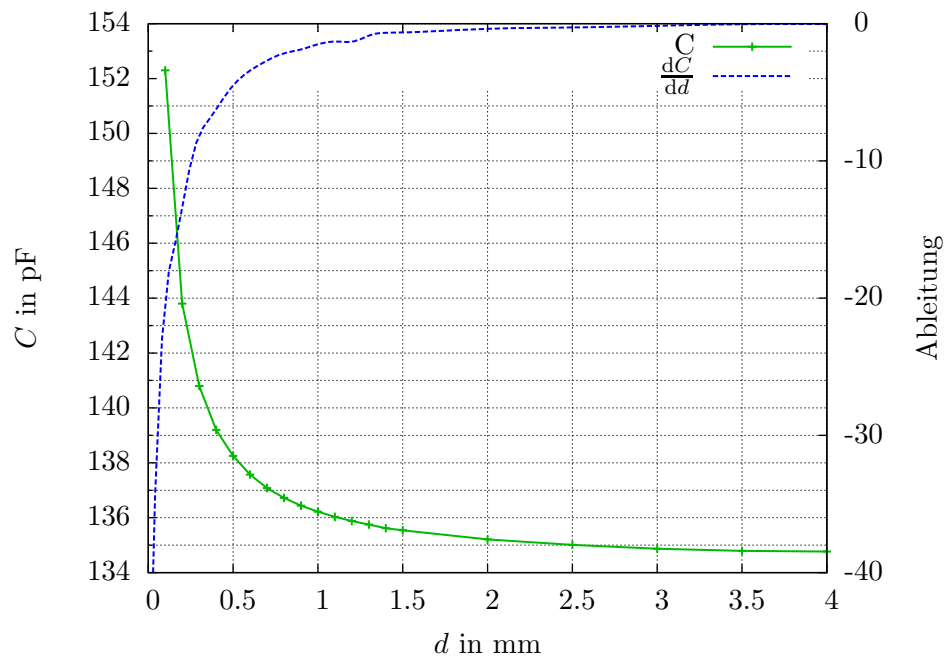


Abbildung 2: C-d-Diagramm

Wie man in Abbildung 2 erkennt, folgt der Verlauf der Kapazität einer Hyperbel und entspricht damit der Formel für die Kapazität

$$C = \epsilon_r \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d}$$

Zwischen 0,1 mm und 2,0 mm sinkt der Anstiegsbetrag der Kurve deutlich. Ab 2,0 mm strebt der Anstieg der Kurve $\frac{dC}{dd}$ gegen Null und die Gesamtkapazität pegelt sich auf 134,55 pF ein.

Diese 134,55 pF sind die parasitäre Kapazität des Sensors und machen gleichzeitig den allergrößten Teil der gemessenen Kapazität aus. Dabei dürfte vor allem der massive Grundaufbau des Sensors für die parasitäre Kapazität sorgen. Um den gegebenen Sensor sinnvoll nutzen zu können, z.B. als Wegsensor, müsste man einen entsprechenden Bias einführen, um bei 0 zu beginnen und auch möglicherweise eine bessere Auflösung zu erzielen.

2 Auswertung von Messreihen

2.1 Versuchsvorbereitung

1.
 - zufällige Fehler: Ursachen: Messresultate sind stets mit einer Streuung behaftet und schwanken daher zufallsbedingt. Weitere Ursachen liegen darin, dass eine Vielzahl verschiedener Einflüsse Auswirkungen auf den Messprozess haben. z.B.: Rauschen, Inhomogenitäten der verwendeten Materialien, instabile Zustände etc. Des Weiteren sind einige Ursachen in der Messgröße selbst begründet. Der Teilchencharakter, durch den Materie gekennzeichnet ist, beeinflusst beispielsweise Strom, Druck und Strahlung.
 - systematische Fehler (korrigierbar): ... sind vorzeichenbehaftet und haben unter konstanten Wiederholbedingungen den gleichen Wert und gleiches Vorzeichen. Ursachen: Rückwirkung der Messeinrichtung auf Messgröße, fehlerbehaftete Messeinrichtung. Beispiel: spannung- und stromrichtige Messung

Fazit: Die Ursachen sind bei beiden Fehlerarten relativ ähnlich bis gleich. Aber dafür unterscheiden sich die beiden Fehlerarten in ihren Auswirkungen/anderen Eigenschaften.

2. Die Gesetze der Statistik können angewendet werden, da eine Messreihe im statistischen Sinn eine Zufallsstichprobe darstellt. Diese Stichprobe bezieht sich auf eine unbekannte Grundgesamtheit. Bei der Prüfung einer Messreihe werden statistische Kenngrößen ermittelt, aus denen heraus gewisse, vorweg aufgestellte Hypothesen/Annahmen beurteilt werden können. Aus statistischer Sicht gibt es keinen Unterschied zwischen Losen und Messungen an einzelnen Objekten - in jedem Fall entstehen Normalverteilungen.
3. Normierung bedeutet die Skalierung eines Wertes auf einen bestimmten Bereich. In diesem Fall würde man also eine Größe erhalten, die unabhängig von Anzahl der Messungen eine Aussage trifft. Somit wird ein Mittel geschaffen, um Messreihen von 1000 Ziehungen und Messreihen mit nur 100 Ziehungen zu vergleichen.
4. Eine Gaußverteilung tritt auf, wenn viele voneinander unabhängige Einzelereignisse gemessen werden. Kenngrößen von Bauelementen sind normalverteilt, da produktionsbedingt Schwankungen um einen Mittelwert auftreten.
5. Exakt normalverteilte Messreihen ergeben im Wahrscheinlichkeitsnetz eine Gerade, da die Ordinate zu den Verteilungsfunktionswerten skaliert ist.

6. $P(2\sigma) = 0,953 \rightarrow 95,3\%$ der Messwerte liegen innerhalb von $[-2\sigma, +2\sigma]$
 $P(3\sigma) = 0,997 \rightarrow 99,7\%$ der Messwerte liegen innerhalb von $[-3\sigma, +3\sigma]$
7. Oszilloskope und Digitalmultimeter tasten die zu messende Größe mehrmals ab und bilden daraus den Mittelwert.

2.2 Versuchsdurchführung

Hinweis: alle folgenden Werte sind in $K\Omega$ angegeben!

Messreihe 20 $K\Omega$ -Widerständen (n=100)				
19,854	19,950	19,811	20,006	20,314
19,839	19,832	20,015	19,917	19,854
19,913	19,868	19,931	19,908	19,998
19,922	20,192	20,098	19,917	19,827
19,904	19,997	19,888	20,033	19,928
19,720	19,960	20,033	19,862	19,926
20,035	19,788	19,798	19,763	19,933
19,895	19,993	19,884	19,959	19,979
19,867	19,906	19,910	20,023	19,788
19,940	19,984	19,988	19,741	20,021
19,860	19,988	19,969	19,898	19,906
19,903	19,897	20,036	19,908	19,813
19,890	19,784	19,952	19,921	19,927
19,862	19,932	19,803	19,959	19,891
19,814	19,825	19,960	19,841	19,827
19,603	19,966	19,905	19,950	19,850
19,948	19,800	19,815	19,855	19,900
19,680	19,843	19,974	20,056	19,930
19,919	19,986	19,169	19,995	19,859
19,976	19,814	20,329	19,852	20,010

2.3 Versuchsauswertung

Mittelwert \bar{x} :	19,9076
Minimum x_{min} :	19,169
Maximum x_{max} :	20,329
Varianz σ^2 :	0,01686
Standardabweichung σ :	0,12984

Klassenbreite 50			
Klasse	Häufigkeit	Summenhäufigkeit	relative Häufigkeit
19,20	1	0.01	0,2
19,25	0	0.01	0
19,30	0	0.01	0
19,35	0	0.01	0
19,40	0	0.01	0
19,45	0	0.01	0
19,50	0	0.01	0
19,55	0	0.01	0
19,60	0	0.01	0
19,65	1	0.02	0,2
19,70	1	0.03	0,2
19,75	2	0.05	0,4
19,80	6	0.11	1,2
19,85	14	0.25	2,8
19,90	18	0.43	3,6
19,95	25	0.68	5
20,00	18	0.86	3,6
20,05	9	0.95	1,8
20,10	2	0.97	0,4
20,15	0	0.97	0
20,20	1	0.98	0,2
20,25	0	0.98	0
20,30	0	0.98	0
20,35	2	1	0,4

In Abbildung 3 und 4 sieht man, dass es sich um eine Normalverteilung handelt. Gleichzeitig ist festzustellen, dass im Diagramm Abweichungen von der Normalverteilung zunehmen, je kleiner man die Klassenbreite wählt.

$$\text{Normalverteilung: } y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} = \frac{1}{0.12984\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-19.908)^2}{2 \cdot 0.01686}}$$

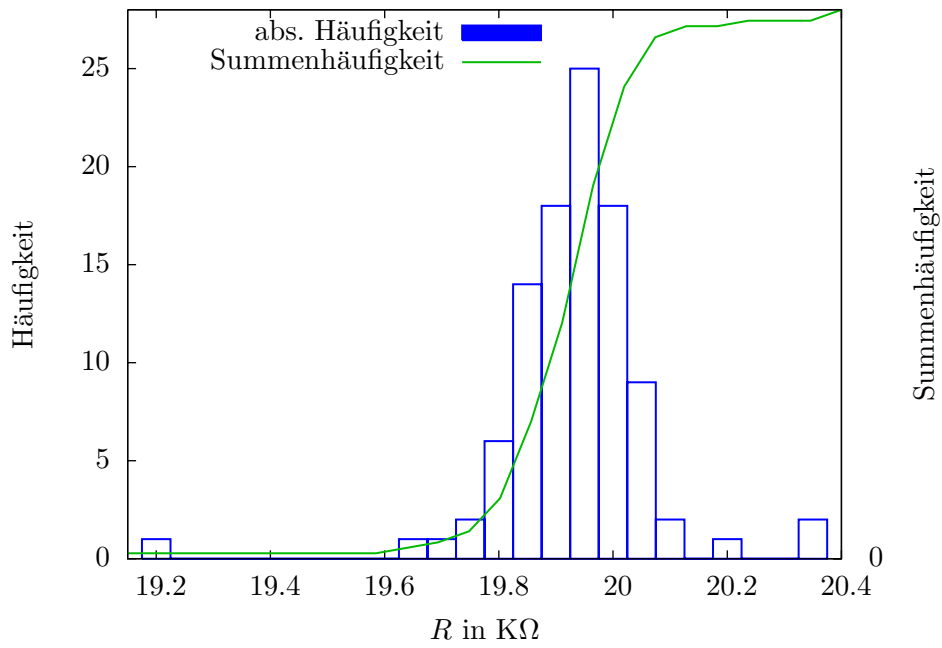


Abbildung 3: Verteilung mit Klassenbreite 50

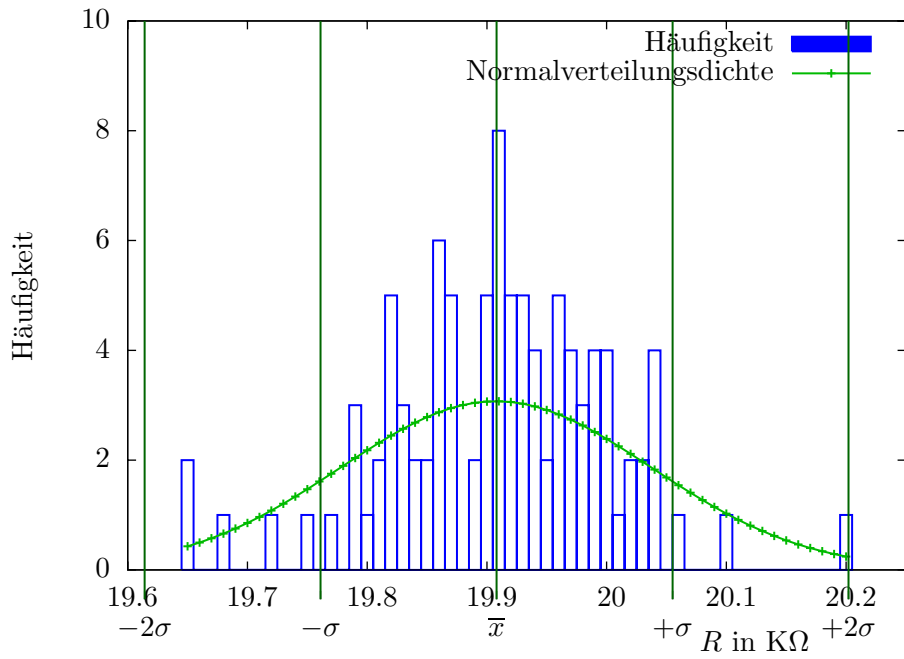


Abbildung 4: Verteilung mit Klassenbreite 10

Klassenbreite 10		
Klasse	Häufigkeit	Normalverteilungsdichte
19,65000	2,00000	0,42919
19,66000	0,00000	0,49857
19,67000	0,00000	0,57575
19,68000	1,00000	0,66093
19,69000	0,00000	0,75423
19,70000	0,00000	0,85561
19,71000	0,00000	0,96488
19,72000	1,00000	1,08166
19,73000	0,00000	1,20541
19,74000	0,00000	1,33538
19,75000	1,00000	1,47061
19,76000	0,00000	1,60995
19,77000	1,00000	1,75207
19,78000	0,00000	1,89547
19,79000	3,00000	2,03847
19,80000	1,00000	2,17929
19,81000	2,00000	2,31607
19,82000	5,00000	2,44687
19,83000	3,00000	2,56977
19,84000	2,00000	2,68288
19,85000	2,00000	2,78441
19,86000	6,00000	2,87269
19,87000	5,00000	2,94624
19,88000	0,00000	3,00380
19,89000	2,00000	3,04437
19,90000	5,00000	3,06725
19,91000	8,00000	3,07202
19,92000	5,00000	3,05860

19,93000	5,00000	3,02723
19,94000	4,00000	2,97846
19,95000	2,00000	2,91315
19,96000	5,00000	2,83242
19,97000	4,00000	2,73764
19,98000	3,00000	2,63038
19,99000	4,00000	2,51238
20,00000	4,00000	2,38548
20,01000	1,00000	2,25159
20,02000	2,00000	2,11265
20,03000	2,00000	1,97056
20,04000	4,00000	1,82716
20,05000	0,00000	1,68417
20,06000	1,00000	1,54319
20,07000	0,00000	1,40565
20,08000	0,00000	1,27280
20,09000	0,00000	1,14568
20,10000	1,00000	1,02517
20,11000	0,00000	0,91190
20,12000	0,00000	0,80635
20,13000	0,00000	0,70880
20,14000	0,00000	0,61937
20,15000	0,00000	0,53802
20,16000	0,00000	0,46459
20,17000	0,00000	0,39882
20,18000	0,00000	0,34032
20,19000	0,00000	0,28869
20,20000	1,00000	0,24345

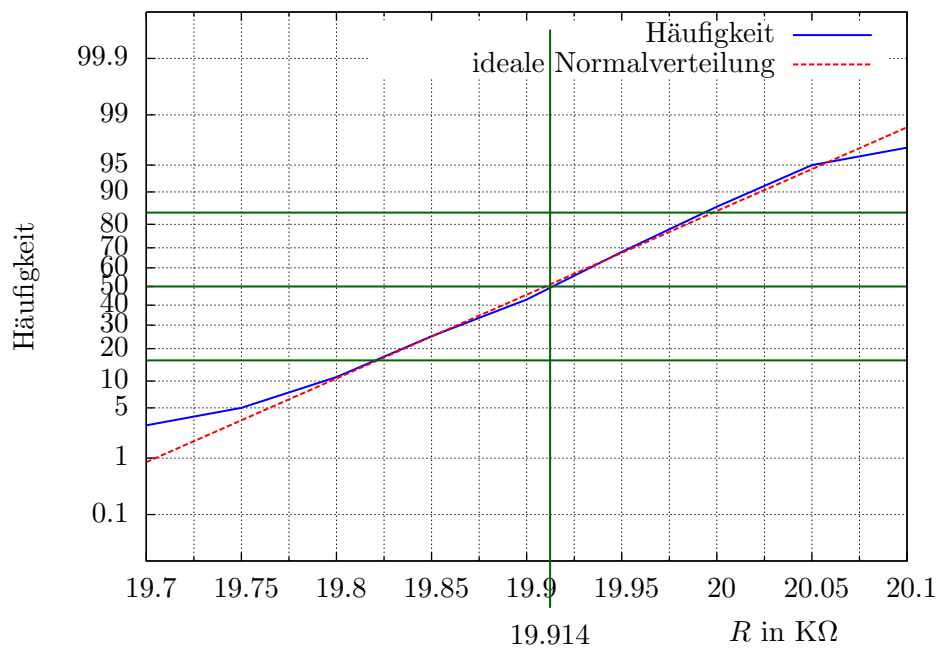


Abbildung 5: Wahrscheinlichkeitsnetz

Mittelwerte \bar{x}
19,888
19,845
19,947
19,884
19,936
19,891
19,913
19,924
19,957
19,891

$$\bar{\bar{x}} = 19,9076$$

$$\bar{\sigma} = 0,03393$$

Die Teilmittelwerte liegen wesentlich näher am Gesamtmittelwert (der natürlich auch mit dem über 100 Werten ermittelten Mittelwert übereinstimmt), wodurch sich die Streuung σ stark verkleinert und die Normalverteilungskurve schmaler wird.