

Mathematischer Weckruf

Christoph Helmberg, 22. April 2016

Anlässlich der angekündigten Lehrplanüberarbeitung muss nach Ansicht des Autors dringend die klaffende Lücke zwischen den in den Mathematiklehrplänen und der Lehramtsausbildung beabsichtigten Zielen und der wahrgenommenen aktuellen Entwicklung der Schulmathematik angesprochen werden. Dieser Text will eine gesellschaftliche Auseinandersetzung mit diesem Thema anstoßen und spiegelt dabei ohne wissenschaftlichen Anspruch die persönlichen Eindrücke, Vorstellungen und Erklärungsmodelle des Autors wider.

Mathematik und mathematische Forschung ist eine zentrale kreative Kraft in allen Bereichen der Hochtechnologie und bietet hervorragende Karriereperspektiven. Das öffentliche Bild und das angehender Studenten ist jedoch geprägt von den Erfahrungen in der Schule. Dort scheinen, zum Leidwesen und trotz besten Willens aller Beteiligten, die in der Schulmathematik tatsächlich vermittelten und abgefragten Kompetenzen ständig weiter in Richtung einer monotonen Abarbeitung schematisch gleicher Aufgabentypen und mechanischer Rechenschritte zu führen. Immer öfter erzählen unsere Mathematikstudenten, dass ihnen selbst einfache Formeln und Beziehungen nicht mehr erklärt wurden. Was verursacht, dass in diesem Fach die Schüler kaum mehr die logischen Überlegungen und Argumente erlernen, die für Verständnis und Kreativität erforderlich sind? Ist der Zweck und Nutzen dieses Schulfachs und der Mathematik in Vergessenheit geraten?

Der Fortschritt unserer informationsbasierten Gesellschaft, Wirtschaft und Industrie stützt sich dank der Rechenleistung moderner Computer auf immer komplexere mathematische Modelle, Methoden und Verfahren. Deutschlands Stärke sind weder Rohstoffe noch billige Arbeitskräfte. Seine Wirtschaftskraft zieht es aus der Beherrschung dieser Hochtechnologie, die Gegenstand der MINT-Fächer (Mathematik, Informatik, Naturwissenschaften, Technik) ist. Das Fundament dazu wird in der Schule gelegt. Unsere Jugend wird kaum mit der internationalen Konkurrenz Schritt halten können, wenn sie nur zu Taschenrechnerbedienautomaten ausgebildet wird. Geistige Kreativität, Mut zu mathematischer Modellbildung und Abstraktion, sowie belastbare Begründungstechniken sind erforderlich für die Entwicklung rechnergestützter Verfahren oder Maschinen und für den kompetenten Umgang mit diesen. Inhaltlich bieten sowohl der derzeitige Lehrplan als auch einige Mindestanforderungskataloge, beispielsweise der der Arbeitsgruppe Cooperation Schule Hochschule (cosh) aus Baden-Württemberg, dafür eine gute Grundlage – allein gesellschaftliche Erwartungshaltungen, insbesondere die übermäßige Wertschätzung zahlenbasierter Evaluationen gegenüber qualitativen Zielen, scheinen in die entgegengesetzte Richtung zu lenken. Eine Überarbeitung des Lehrplans wird unserer Jugend daher nur dann weiterhelfen, wenn sich auch unsere Gesellschaft der eigentlichen Aufgaben des Mathematikunterrichts und der Bedeutung von Zahlen entsinnt:

1. *Die Befähigung zu logischem Denken, zu kritischem Hinterfragen und zielgerichtetem Argumentieren.* Dass nicht der Stärkere, sondern das bessere Argument recht bekommen sollte, ist Teil unseres sozialen Fundaments und ein ideelles Ziel jeder

Demokratie. Die Mathematik ist hier konsequent und geradezu radikal: nur logisch korrekte Argumente werden akzeptiert und es ist unbedeutend, ob sie vom Lehrer oder vom Schüler stammen.

2. *Die Vermittlung eines Werkzeugkastens von Rechen- und Schlusstechniken.* Das reine Rechnen prägt derzeit das Bild der Schulmathematik. Die Zahlen und das Rechnen lassen sich jedoch nur dann effektiv anwenden, wenn man die entsprechenden Hintergründe verstanden hat. Das Umstellen mathematischer Ausdrücke und die korrekte Verwendung von Formeln bilden die Basis. Sie sind das mathematische Handwerkszeug, das man beherrschen muss. Ein Werkzeug ist jedoch nie Selbstzweck, sondern dient der Erschaffung von etwas Wichtigerem:
3. *Die Befähigung für neue Problemstellungen geeignete Antworten oder Lösungswege zu finden, indem Beziehungen und Gemeinsamkeiten etwa zu vertrauten Objekten und Aufgaben erkannt werden.* Das Erkennen und Verstehen von Beziehungen und Gemeinsamkeiten ist die Voraussetzung dafür, Voraussagen für neue Situationen treffen zu können. Nur so lassen sich Lösungsmuster, die in einer bekannten Situation erfolgreich waren, sinnvoll auf eine neue anwenden. Für diese Schritte, für Abstraktion und strukturelle Einsichten sind Kreativität und Verständnis unverzichtbar.

Bedeutende Erkenntnisse sind stets allgemeine Beschreibungen von Beziehungen; die dabei ermittelten Zahlen spielen eine untergeordnete Rolle. Dies gilt nicht nur für die Mathematik, sondern für alle MINT-Fächer. Ob Galileo Galilei gedanklich oder real Objekte vom Schiefen Turm von Pisa fallen ließ und dabei jeweils die Falldauer maß – diese Zahlen interessieren nicht mehr. Seine entscheidende Erkenntnis war, dass alle Objekte unabhängig vom Gewicht bei *gleicher* Fallhöhe (ohne Luftwiderstand) die *gleiche* Zeit benötigen. Aufgrund des erkannten Zusammenhangs lässt sich für ein völlig neues Objekt bei gegebener Fallhöhe sofort die Falldauer berechnen. Die Rechnung selbst verläuft dann jedes Mal nach dem selben Schema. Die Berechnung derartiger „Fließbandaufgaben“ erledigen Computer besser als Menschen. Computerprogramme sind die rechnerische Umsetzung eines abstrakten Modells der Wirklichkeit durch einen Programmierer. Der kreative und (noch?) nicht automatisierbare Teil ist die Abstraktion und Verdichtung der wesentlichen Beziehungen in einem Modell und dessen programmtechnische Umsetzung. Programmierer und Nutzer sollten tunlichst wissen, verstehen und begründen können, unter welchen Voraussetzungen das Modell korrekt funktioniert und welche Eigenschaften das Ergebnis zum Ausdruck bringt.

Zahlen alleine sind inhaltsleer. Besonders eindrucksvoll verdeutlicht das in „Per Anhalter durch die Galaxis“ die Zahl 42, die „Antwort auf alles“, die ohne Kenntnis des Berechnungsmodells niemandem hilft. Dennoch dominiert in unserer Gesellschaft der Glaube an Zahlen: Nur was sich in Zahlen ausdrücken lässt, sei objektiv. In der Wirtschaft, in der Politik und sogar in Bildung und Wissenschaft soll immer mehr über Zahlen objektiviert und kontrolliert werden. Dass diese Zahlen nur unter Bezugnahme auf die Modelle (die selbst eine Vereinfachung der Wirklichkeit darstellen) sinnvoll interpretiert werden können, wird gerne ignoriert – das Modell gerät in Vergessenheit. Fatalerweise entwickelt sich die Schulmathematik in ganz ähnlicher Richtung, wie es scheint angetrieben von kurzsichtiger und fehlgeleiteter Sorge um auf Zeugnissen festgehaltene Zahlen: die Noten. Damit die Noten

der Kinder gut sind, erwarten Eltern von Lehrern, dass ihre Kinder einen einfach nachzurechnenden Lösungsweg für jeden Aufgabentyp vermittelt bekommen, und beschwerten sich, wenn ihre Sprösslinge eigene Ideen entwickeln sollen. In Deutsch und allen Fremdsprachen ist sprachliche Kreativität und Lebendigkeit im Ausdruck erwünscht und notenrelevant; im Schulfach Mathematik können Aufgaben, deren Lösungsweg nicht bereits Schritt für Schritt vorexerziert wurde, vor dem Kadi enden. Statt Lehrer für mangelnde Lernbereitschaft oder -fähigkeit oder gar eigene Erziehungsmängel verantwortlich zu machen, sollten wir sie wieder in ihrer eigentlichen Aufgabe, der Wissensvermittlung, unterstützen! Mehr und mehr Lehrer geben frustriert den Anspruch auf Verständnis auf: Sie beschränken sich darauf zu überprüfen, ob der vorgeschriebene Weg eingehalten wurde und das Ergebnis stimmt; das ist auch vor dem Richter leichter darzustellen. Immer öfter hört man von Fällen, in denen Schülern ein eigener, korrekter, aber leicht abweichender Lösungsweg von den Lehrern als Fehler angerechnet wird. Die im Grunde sinnvolle länderübergreifende Vereinheitlichung der Abitur-Anforderungen befördert durch abgestimmte Aufgabentypen diese Entwicklung noch. Wie im Volkswagen-Skandal bestehen unsere Kinder die vorgeschriebenen Tests, aber die ursprünglich gewünschte Qualifikation, nämlich das Verständnis und die Problemlösungskompetenz für neue Aufgabenstellungen, geht zunehmend verloren. Testumgebungen und Bewertungsmodelle sollten den Einsatz in realitätsnahe aber unbekanntem Gelände und nicht auf vorvereinbarten Teststrecken beurteilen!

Nicht das Rechenergebnis sondern der Weg zum Ergebnis muss das Ziel der Schulmathematik sein. Nicht die Kenntnis der Formel sondern das Verständnis der Herleitung derselben muss im Mittelpunkt stehen. Binomialkoeffizienten auswendig zu lernen hilft weniger als die direkte Herleitung über Zählargumente zu verstehen – diese sind auch andernorts gut einsetzbar. Das teils nicht mehr gelehrt Beweisprinzip der vollständigen Induktion ist nicht deshalb bedeutend, weil man damit Formeln für diverse Folgen von Zahlen rechtfertigen kann, sondern weil fast alle Korrektheitsüberlegungen zu wiederholten Anweisungen in Computerprogrammen auf diesem Prinzip aufbauen. Der Beweis, dass die Wurzel aus zwei, also die Diagonale eines Quadrats mit Seitenlänge eins, nicht als Bruch darstellbar ist, macht den Schülern deutlich, dass mit dem Computer keineswegs alles exakt berechnet werden kann. Die sehr einfachen, vordergründig nur theoretisch wichtigen Überlegungen zur Korrektheit der Konstruktion von Inkreis und Umkreis in Dreiecken vermitteln den Kindern in einer überschaubaren Testumgebung die ersten Schritte zur Abstraktion: Die Konstruktion funktioniert wirklich für beliebige Dreiecke, nicht nur für das soeben gezeichnete. Gerade in der Geometrie sind diese ersten Schritte hin zu eigenen Überlegungen besonders anschaulich und gut vermittelbar. Eigene Begründungen zu finden ist wie Knobeln bei Sudoku. Es macht Freude, benötigt aber Übung, Zeit und Ruhe. Meist gibt es das nur zu Hause. Hier ist die Unterstützung der Eltern dringend geboten. Natürlich beschleunigt die Lösung im Internet zu suchen die Fertigstellung der Hausaufgabe und ermöglicht mehr Zeit für Computerspiele. Wer aber nicht sofort auf der Lösungsseite des Sudokus nachschlägt, behält den Spass am Rätseln und bereitet sich deutlich besser auf das reale Leben vor.

Das Leben formuliert seine Problemstellungen weder nach den Abiturskriterien noch für Internetsuchmaschinen, sondern fordert immer neue Lösungswege. Unsere Jugend wird

besser darauf vorbereitet sein, wenn sie frühzeitig und in sicherer Umgebung mit der Suche nach geeigneten Wegen vertraut gemacht wird. Wie in Klettergärten wird dies sehr wohl mit Anstrengung verbunden sein und wir sollten akzeptieren, dass Geschicklichkeit und Wendigkeit von Person zu Person variiert. Dennoch wird das Bezwingen einer gut gesicherten Kletterwand von den meisten als deutlich spannender und befriedigender empfunden als die Rolltreppe. Später werden sie in ungleich schwierigeren und unerforschten Wänden erklären müssen, wie und warum eine von ihnen entworfene Route zum Ziel führt. Dafür benötigen sie einen gut gefüllten Rucksack mit Klettertechniken und Erfahrung im kreativen Umgang mit diesen. Nutzen wir die Überarbeitung der sächsischen Lehrpläne dazu, unserer Jugend die erforderlichen Hilfsmittel bereitzustellen. Als Saatgut dafür sollten wir in den Lehrplänen neben den Werkzeugen das Finden eigener Lösungswege und elementare Beweistechniken als zentrale Lernziele und Prüfungsinhalte verankern. Das fruchtbare Feld dafür müssen wir gemeinsam bestellen, indem wir als Gesellschaft

1. der Kreativität, dem Verständnis und zielgerichtetem logischem Denken im Mathematikunterricht mehr Bedeutung und Zeit als dem mechanischen Durchrechnen von Aufgaben zuerkennen,
2. die Mathematiknote als Ergebnis eines Bewertungsmodells der mathematischen Kenntnisse und Fähigkeiten verstehen (eine fachspezifische Note für Fleiß und Einsatz könnte helfen, den Druck auf Schüler und Lehrer zu lindern),
3. und in unseren Entscheidungen darauf achten, qualitativen Zielen stets größeres Gewicht als der Erfüllung quantitativer Zielvorgaben beizumessen.