



Dierk Schröder

Elektrische Antriebe – Regelung von Antriebssystemen

4. Auflage



Springer Vieweg

Elektrische Antriebe – Regelung von Antriebssystemen

Dierk Schröder

Elektrische Antriebe – Regelung von Antriebssystemen

4. Auflage

 Springer Vieweg

Dierk Schröder
München, Deutschland

ISBN 978-3-642-30095-0
DOI 10.1007/978-3-642-30096-7

ISBN 978-3-642-30096-7 (eBook)

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Vieweg

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2015

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.

Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen.

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier.

Springer-Verlag GmbH Berlin Heidelberg ist Teil der Fachverlagsgruppe Springer Science+Business Media (www.springer.com)

Widmung

*Ich danke meiner Frau sehr, die - trotz meiner nicht heilbaren
Erkrankung und ihrer Vorbehalte gegen weitere
Verpflichtungen - mich immer unterstützte.*

*Durch ihre große Geduld und ihr tiefes
Verständnis war es mir möglich, 7 Bücher in 18 Auflagen
mit 7.118 Seiten zu realisieren.*

*Ich danke auch unserer Tochter Anja, die mich als
Ärztin aus einer lebensbedrohlichen Situation
rettete - ohne ihre Hilfe wäre diese Auflage nicht erschienen.*

*Ich danke Herrn Professor A. Steimel
für die Durchsicht des Kapitels 15.11
und seine geschätzten Hinweise.*

Vorwort zur 4. Auflage

In der vierten Auflage des Buchs „Elektrische Antriebe - Regelung von Antriebssystemen“ wurden umfangreiche Erweiterungen vorgenommen.

Die erste Erweiterung mit fünf Beiträgen betrifft Varianten der Statorstrom-Regelungen. Der erste Beitrag „Stromregelverfahren für Drehfeldmaschinen“ von Herrn Dr. Hoffmann, Kiel und Herrn Prof. Fuchs, Kiel, beschreibt ausführlich die Modellbildung der Komponenten bei Abtastung und hier insbesondere des selbstgeführten Wechselrichters und der Last, wenn die Abtastung durch das höherfrequente Trägersignal gesteuert wird. Aufgrund der Verkopplungen durch die Gegenspannungen im Statorkreis wird die Übertragungsfunktion der Strecke um einen komplexen Term im Nenner erweitert, die zu einer vom Arbeitspunkt abhängigen Polverschiebung in dem Statorstrom-Regelkreis führt. Außer dem komplexen Term im Nenner sind die Verkopplungen bei den Wandlungen vom K- zum S-System und umgekehrt zu beachten. Ausgehend von dieser Situation werden Stromregelungen mit verschiedenen Verfahren der Entkopplung ausführlich untersucht, experimentell überprüft und bewertet. In dem zweiten und dritten Beitrag von Herrn Prof. Nuß, Offenburg, wird vorgeschlagen, getrennte Zustandsregelungen sowohl für die Statorstrom-Regelung als auch für die Drehzahlregelung einzusetzen. Dies ist ein interessanter Vorschlag, denn die Zustandsregelung wird in der Antriebsregelung praktisch nicht eingesetzt, da dort die beiden Regelkreise nicht getrennt, sondern nur gemeinsam, d. h. in einem Schritt, in Betrieb genommen werden können. Außerdem ist die Begrenzungsfunktion nicht zu realisieren. Eine getrennte Zustandsregelung erscheint zunächst unerfüllbar zu sein, da die beiden Zustandsregler alle Zustände des Systems gemeinsam berücksichtigen müssen. In dem Beitrag wird die „kaskadierte Zustandsregelung“ vorgestellt, es gibt somit eine „Stromzustandsregelung“ und getrennt davon eine „Drehzahl-Zustandsregelung“.

Damit können, wie bei der Kaskadenregelung, beide Regelkreise getrennt in Betrieb genommen werden. Da weiterhin nun die Soll- und Istwerte verfügbar sind, ist damit auch die Funktion der Begrenzung realisierbar. Im vierten Kapitel „Zusammenfassung Statorstrom-Regelkreise“ erfolgt eine Zusammenfassung der Ergebnisse in den vorherigen Kapiteln.

Wie im ersten Beitrag dieses Themengebiets beschrieben, werden bei zeitvarianten Systemen, wie der Statorstromregelung, aufgrund der zeitvarianten Gegenspannungen die unerwünschten Polverschiebungen entstehen. Im Beitrag

von Herrn Dr. Heising und Herrn Prof. Steimel, Bochum, wird die Polfesselung vorgestellt, mit der die Polverschiebungen vermieden werden. Als Einführung wird gezeigt, dass selbst bei den einfachsten leistungselektronischen Systemen die Polverschiebung nicht zu vermeiden ist, die bis zur Instabilität führen kann. Es folgt die Entwicklung der Verfahren „Beobachter mit Polfesselung“ und „Regler mit Polfesselung“. Abschließende erfolgreiche Anwendungen bis zum Active Front End Wechselrichter bestätigen die Verfahren.

Die zweite Erweiterung betrifft die Regelung von Drehfeldmaschinen ohne Drehzahl- oder Positionssensor. Es erfolgten drei Maßnahmen: erstens die Beschreibung von Identifikations- und Regelungs-Verfahren bei der Einprägung von „hochfrequenten“ Zusatzsignalen von Herrn Dr. Landsmann, München; zweitens eine Literatur-Auswahl des Standes der Technik bei Herrn Prof. Lorenz, Wisconsin, WEMPEC, USA sowohl hinsichtlich der detailliert dargestellten Anforderungen an die konstruktiven Ausführungen der Varianten der Synchronmaschinen und der Asynchronmaschine, um den sicheren geberlosen Betrieb zu ermöglichen als auch die zugehörigen Signalverarbeitungen sowie die experimentellen Überprüfungen. Die Varianten der geschalteten Reluktanzmaschine werden in der dritten Erweiterung vorgestellt.

Herr Prof. de Doncker, Aachen, hat die neuesten Verfahren zur Regelung von geschalteten Reluktanzmaschinen vorgestellt. Zur Einführung und zum verbesserten Verständnis werden die Grundlagen kurz wiederholt. Wesentlich sind die Kapitel über die sensorlose Regelung sowie die verschiedenen Optionen zur Optimierung der Reluktanzmaschinen wie die Minimierung der Welligkeit der Zwischenkreisspannung, die akustische Analyse, die Verlustmodellierung sowie das Verfahren mit den Reluktanz-Netzwerken. Dies sind interessante Informationen, welche ausführlicher in den Dissertationen des Lehrstuhls erläutert werden.

Am Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme wurde bereits von meinem Vorgänger Herrn Prof. Kessler das Gebiet der Regelung von technologischen Systemen mit durchlaufenden Materialbahnen bearbeitet. Diese Arbeiten konzentrierten sich vorwiegend auf die theoretische Modellbildung. Während meiner Zeit wurde von Herrn Dr. Wolfermann, München, die „Dezentrale Entkopplung“ entwickelt und erfolgreich experimentell an der am Lehrstuhl aufgebauten Produktionsanlage überprüft. Herr Prof. Brandenburg, München, hat exemplarisch das komplexe Gebiet der Rollendruckmaschinen in dem Beitrag „Fortgeschrittene Prozessmodelle und Regelungsverfahren für Rollen-Rotationsdruckmaschinen“ bearbeitet. Wesentliche Punkte seiner Darstellungen sind die verfeinerten Modelle für die Bahnspannung und Bahndehnung, der enge Zusammenhang zwischen Farbregisterfehlern und den sogenannten Dublierfehlern, dem Schnittregisterfehler-Modell, dem Vergleich zwischen dem Gesamt- und dem Teil-Schnittregisterfehler, der Rekonstruktion von Transportstörungen beim automatischen Rollenwechsel. Die Modelle wurden experimentell überprüft. Überraschend war, dass die theoretisch erarbeiteten Verfahren an realen Druckmaschinen überprüft und die Ergebnisse nun sogar veröffentlicht werden konnten. Dies ist ein außerordentliches Entgegenkommen der Firma manroland GmbH,

wenn man bedenkt, dass von zehn produzierten Zeitungen weltweit sieben Zeitungen auf den Maschinen von Manroland GmbH hergestellt werden. Damit sind die Analyse- und Regelungs-Verfahren für die wichtigsten Aufgabenstellungen bei Systemen mit durchlaufenden, elastischen Materialbahnen entwickelt worden.

Im Beitrag „Regelung von Windkraftanlagen“ von Herrn Dr. Hackl, München, werden die derzeitigen Entwicklungen, die zukünftigen Anforderungen, die Modellierung der linearen und nichtlinearen Komponenten, Steuer-, Regelungs- sowie Simulations-Verfahren vorgestellt.

In einem weiteren Beitrag „Dynamische Reibungsmodellierung: das Lund-Grenoble Reibmodell“ wird ein stetiges Modell der Reibung erläutert, welches die exakte Eingangs-/Ausgangs-Linearisierung ermöglicht.

Als achte Erweiterung wurde die „Proper Orthogonal Decomposition“ — POD — zur Lösung der Optimalsteuerung von Systemen mit linearen partiellen Differentialgleichungen aufgenommen. Dieses Wissensgebiet wird hauptsächlich von Mathematikern intensiv bearbeitet. Es ist aber meine Erfahrung, dass einerseits nur durch die Zusammenarbeit mit Mathematikern hochkomplexe Fragestellungen gelöst werden können und andererseits wir die Mathematiker auf praxisrelevante offene Fragestellungen hinweisen sollten. Die Berücksichtigung von POD erfolgte aufgrund der Erkenntnisse der Beiträge von Herrn Dr. Wolfermann, Herrn Prof. Brandenburg, Herrn Prof. Otter, DLR, Oberpfaffenhofen, sowie den Beiträgen im Buch „Intelligente Verfahren Identifikation und Regelung nichtlinearer Systeme“ [71]. Bei allen diesen Aufgabengebieten sind hoch-dimensionale, im allgemeinen auch noch nichtlineare Systeme zu analysieren und zu regeln.

Ein üblicher Ansatz zur Analyse derartiger Systeme sind die Verfahren der Finiten Elemente, der Finiten Differenzen oder des Finiten Volumens. Leider ergeben sich aber im allgemeinen mit diesen Verfahren sehr hoch-dimensionale Modelle, die für den Entwurf der Regelung ungeeignet sind. Ein weiterer entscheidender Nachteil ist, dass bei der notwendigen Ordnungsreduktion Nichtlinearitäten nicht bzw. nur sehr begrenzt berücksichtigt werden können. Wenn es doch gelingen sollte, die Nichtlinearitäten zu berücksichtigen, dann dürfen diese Nichtlinearitäten aber nicht unstetig — wie die Reibung oder die Lose — sein, denn unstetige Nichtlinearitäten können bei der „Exakten Eingangs-Ausgangs-Linearisierung“ nicht berücksichtigt werden — siehe Kapitel 12 in [71].

Das POD-Verfahren ist geeignet, diese Aufgabenstellungen — auch bei nichtlinearen Systemen — zu lösen. Allerdings erfordert dieses Verfahren sehr gute mathematische Kenntnisse. Herr Prof. Volkwein, Konstanz, hat durch eine fein strukturierte, anwendungsorientierte Darstellung der Vorgehensweise und einer ausführlichen Liste von erfolgreichen Anwendungen den Weg geöffnet, damit auch von uns Ingenieuren dieses in der Zukunft wichtige Verfahren genutzt werden kann.

Zusätzlich zu den oben aufgeführten Erweiterungen wurden bei den folgenden Beiträgen Anpassungen an den neuesten Stand der Technik vorgenommen:

- Kapitel 5.6 „Stellbegrenzungen in Regelkreisen“: Erweiterung von Herrn Dr. Hippe, Erlangen, hinsichtlich Sensorübersteuerung,
- Kapitel 21 „Objektorientierte Modellierung und Simulation von Antriebssystemen“: Überarbeitung von Herrn Prof. Otter, DLR, Oberpfaffenhofen,
- Kapitel 5.5.8 „Alternative Strukturen“: Erweiterung der Struktur von Zustandsregelungen,
- Kapitel 3.6 „Resonanter P-Regler“,
- Kapitel 6.6 „Diskretisierungs-Nullstelle — digitale Signalverarbeitung“.

Außer diesen Erweiterungen und Anpassungen an den neuesten Stand der Technik erfolgte eine Vielzahl von Änderungen zur Verbesserung des Verständnisses. Das seit langem bewährte Buch der Regelungen von Antrieben an sich sowie von Antrieben in mechatronischen und technologischen Systemen wurde nochmals um interessante Wissensgebiete erweitert.

Die Zielgruppen:

Dieses Buch ist vorgesehen, sowohl für Studenten als Lehrbuch mit ausführlichen Darstellungen als auch für Ingenieure in der industriellen Praxis als verlässliches und umfassendes Nachschlagewerk zu dienen.

München, im Sommer 2015

Dierk Schröder

Vorwort zur 1. Auflage

Das vorliegende Lehrbuch ist das zweite Buch in der vierbändigen Reihe „Elektrische Antriebe“.

Die Schwerpunktthemen dieses Bandes sind die Regelungsvarianten sowohl der drehzahlvariablen Gleichstrom- als auch der Drehstrom-Antriebe.

Der vorliegende Band baut auf dem ersten Band „Elektrische Antriebe 1, Grundlagen“ auf. Dies bedeutet, dass Fragen zur Auslegung von Antriebssystemen, die Signalfußpläne für Gleichstrom- und Drehstrom-Maschinen, die Steuereingriffe und deren Wirkung sowie die Funktion der Stellgliedvarianten im Ansatz als bekannt vorausgesetzt werden. Dies gilt ebenso für die grundlegendsten Kenntnisse der Regelungstechnik.

Großer Wert wird auf die durchgängige Darstellung der mathematischen Behandlung von Regelkreisen, der Stabilität sowie der Optimierungskriterien und deren praktische Anwendung gelegt. Es wird deshalb nicht nur das Betragsoptimum und das symmetrische Optimum, sondern auch das allgemein anwendbare Dämpfungsoptimum ausführlich behandelt.

Ein weiterer Schwerpunkt ist die Darstellung der Regelungen von Drehfeldmaschinen. Aufgrund der Bedeutung dieses Gebiets werden die grundlegenden Signalfußpläne der Asynchron- und Synchron-Maschine und deren Abwandlungen in den verschiedenen Koordinatensystemen und Orientierungen noch einmal kurz wiederholt. Erweitert werden die Darstellungen um die permanent erregten Drehfeldmaschinen. Es folgt eine ausführliche Darstellung von Entkopplungsverfahren zur Regelung von Drehfeldmaschinen. Diese Vorgehensweise hat zwei Vorteile: Erstens wird damit das komplexe Thema der Feldorientierung leichter verständlich und zweitens resultieren die Entkopplungsverfahren in relativ einfach zu realisierenden Regelverfahren. Es folgen die Erläuterungen zur feldorientierten Regelung einschließlich der Diskussion verschiedener Modelle und der Parameteradaption.

In einem weiteren Kapitel werden die Rückwirkungen mechanischer Systeme auf den elektrischen Antrieb beispielhaft erläutert.

Um die angestrebte Durchgängigkeit des Lehrbuchs zu erreichen wurden auch Sonderfragen wie Fehlereinflüsse, Genauigkeit sowie Schirmung oder Approximationen des dynamischen Stellglied-Verhaltens dargestellt.

Das Ziel dieses Lehrbuches ist, sowohl eine Einführung zu geben für Studierende der elektrischen Antriebstechnik an den Fachhochschulen und den

Technischen Hochschulen als auch den in der Industrie Tätigen eine Auffrischung des Wissens zu ermöglichen.

Wiederum möchte ich meiner Familie und meinen wissenschaftlichen Mitarbeitern danken für das Verständnis, die Unterstützung und die hilfreichen Diskussionen bei der Abfassung. Gedankt sei auch den Mitautoren von Lehrgängen des VDI-Bildungswerkes, mit denen ich vor vielen Jahren einen intensiven Gedankenaustausch über die industriell angewandten Regelungsverfahren hatte.

München, im Frühjahr 1995

Dierk Schröder

Inhaltsverzeichnis

1	Regelungstechnische Grundbegriffe und Grundregeln	1
1.1	Gegenüberstellung von Steuerung und Regelung	1
1.2	Beschreibung des dynamischen Verhaltens durch Signalfusspläne	6
1.3	Frequenzgang	10
1.3.1	Ortskurvendarstellung in rechtwinkligen Koordinaten	13
1.3.2	Frequenzkennlinien, Bode-Diagramm	15
1.4	Rechenregeln, Umwandlungsregeln, Signalfussplan	22
1.5	Führungs- und Störungsübertragungsfunktion	26
2	Stabilisierung und Optimierung von Regelkreisen	28
2.1	Stabilität	29
2.1.1	Nyquist-Kriterium	31
2.1.2	Frequenzkennlinien	34
2.2	Stabilitätsprüfung anhand der Übertragungsfunktion	36
2.3	Optimierung bei offenem Kreis (Bode-Diagramm)	41
3	Standard-Optimierungsverfahren	46
3.1	Betragsoptimum (BO)	46
3.1.1	Herleitung für Strecken ohne I-Anteil	47
3.1.2	Verallgemeinerung und Anwendung des Betragsoptimums . .	50
3.1.3	Mathematische Herleitung des Betragsoptimums	56
3.2	Symmetrisches Optimum (SO)	60
3.2.1	Herleitung für Strecken mit I-Anteil	60
3.2.2	Verallgemeinerung und Anwendung des Symmetrischen Optimums	65
3.2.3	Mathematische Herleitung des Symmetrischen Optimums . .	72
3.3	Auswahl des Reglers und Bestimmung der Optimierung . . .	74
3.4	Optimierungstabelle	81
3.5	Führungsverhalten bei rampenförmiger Anregung	83
3.6	Resonanter P-Regler	84

4	Verallgemeinerte Optimierungsverfahren	88
4.1	Dämpfungsoptimum (DO)	88
4.1.1	Herleitung der Doppelverhältnisse	89
4.1.2	Standardfunktionen des Dämpfungsoptimums	90
4.1.3	Reglerauslegung nach dem Dämpfungsoptimum	92
4.2	Beispiele zum Dämpfungsoptimum	96
4.3	Zählerpolynom und äquivalente Sollwertglättung	101
4.4	Erweitertes Dämpfungsoptimum	103
4.4.1	Kompensation des Zählerpolynoms	103
4.4.2	Divisionsmethode	103
4.4.3	Allgemeine Methode für Strecken mit Zählerpolynomen	104
4.5	Reglerentwurf durch Gütefunktionale	108
4.6	Reglerauslegung mit MATLAB	113
5	Regelkreisstrukturen	117
5.1	Allgemein vermaschter Regelkreis	117
5.1.1	Begrenzungsregelung	117
5.1.2	Störgrößenaufschaltung	118
5.1.3	Hilfsstellgrößen	119
5.2	Kaskadenregelung	120
5.3	Modellbasierte Regelungen	124
5.3.1	Conditional Feedback	124
5.3.2	Internal Model Control (IMC)	125
5.3.3	Smith-Prädiktor	127
5.4	Vorsteuerung	128
5.4.1	Übertragungsfunktionen	129
5.4.2	Auslegung der Vorsteuerübertragungsfunktion $A(s)$	129
5.4.3	Beispiel: Nachlaufregelung mit I-T ₁ -Strecke	130
5.4.4	Beispiel: Nachlaufregelung mit zwei P-T ₁ -Strecken und PI-Regler	132
5.5	Zustandsregelung	133
5.5.1	Zustandsdarstellung	133
5.5.2	Normalformen	136
5.5.3	Lösung der Zustandsdifferentialgleichung im Zeitbereich	139
5.5.4	Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit	139
5.5.5	Entwurf einer Zustandsregelung	142
5.5.6	Zustandsbeobachter	146
5.5.6.1	Beobachtung mit Differentiation und Parallelmodell	146
5.5.6.2	Luenberger-Beobachter	147
5.5.6.3	Zustandsregelung mit Beobachter	149
5.5.6.4	Kalman-Filter	151
5.5.7	Zusammenfassung	152
5.5.8	Alternative Strukturen	153

5.6	Stellbegrenzungen in Regelkreisen <i>Dr. P. Hippe, Prof. C. Wurmthaler</i>	158
5.6.1	Allgemeine Vorbemerkungen	158
5.6.2	Regler-Windup bei PI- und PID-Reglern	159
5.6.2.1	Beschreibung des Phänomens	159
5.6.2.2	Maßnahmen zur Vermeidung des Regler-Windup bei PI- und PID-Reglern	161
5.6.3	Systematisches Vorgehen zur Beseitigung von Regler- und Strecken-Windup	162
5.6.3.1	Vermeidung von Regler-Windup	163
5.6.3.2	Vermeidung von Strecken-Windup	167
5.6.4	Struktur zur Berücksichtigung von Begrenzungen der Stellgeschwindigkeit und der Stellamplitude	173
5.6.5	Regelkreisstruktur mit zwei Freiheitsgraden	179
5.7	Sensor-Begrenzung in Regelkreisen <i>Dr. P. Hippe, Erlangen</i>	184
5.7.1	Allgemeine Vorbemerkungen	184
5.7.2	Formulierung des Problems	186
5.7.3	Vermeidung von Windup durch Führungsgrößen	186
5.7.4	Störverhalten des nichtlinearen Regelkreises	187
5.7.5	Der neue Ansatz zur Windup-Vermeidung bei Sensor-Sättigung	190
5.7.6	Dimensionierung der Windup-Vermeidung	192
5.7.7	Vermeidung von Windup bei gleichzeitigem Einwirken von Stör- und Führungssignalen	193
6	Abtastsysteme	196
6.1	Grundlagen der z -Transformation	196
6.1.1	Abtastvorgang	197
6.1.2	z -Transformation	198
6.1.3	Gesetze und Rechenmethoden der z -Transformation	200
6.1.4	Transformationstabelle	208
6.2	Übertragungsfunktionen von Abtastsystemen	212
6.2.1	Stabilität und Pollagen	212
6.2.2	Übertragungsverhalten von zeitdiskreten Systemen	217
6.2.3	Frequenzkennlinien-Darstellung von Abtastsystemen	219
6.2.4	Systeme mit mehreren nichtsynchonen Abtastern	223
6.3	Einschleifige Abtastregelkreise	225
6.3.1	Aufbau von digitalen Abtastregelkreisen	225
6.3.2	Elementare zeitdiskrete Regler	227
6.3.3	Quasikontinuierlicher Reglerentwurf	229
6.4	Optimierung des Reglers bei Abtastregelkreisen	232
6.4.1	Realisierungsverfahren von Abtastreglern	232
6.4.2	Parameteroptimierung des Reglers nach einem Gütekriterium	233

6.4.3	Entwurf als Kompensationsregler	234
6.5	Entwurf zeitdiskreter Regelkreise auf endliche Einstellzeit . . .	236
6.5.1	Reglerentwurf ohne Stellgrößenvorgabe	238
6.5.2	Reglerentwurf mit Stellgrößenvorgabe	242
6.5.3	Wahl der Abtastzeit bei Dead-Beat-Reglern	244
6.5.4	Beispiel zum Dead-Beat-Regler	245
6.6	Diskretisierungs-Nullstelle — Digitale Signalverarbeitung . . .	248
7	Regelung der Gleichstrommaschine	261
7.1	Geregelte Gleichstromnebenschlußmaschine im Ankerstellbereich	262
7.1.1	Stromregelkreis	262
7.1.1.1	EMK-Kompensation	263
7.1.1.2	EMK-Bestimmung	264
7.1.1.3	Ausführung der EMK-Aufschaltung	266
7.1.1.4	Optimierung des Stromregelkreises	267
7.1.1.5	Optimierung des Stromregelkreises mit Meßwertglättung . . .	271
7.1.2	Drehzahlregelkreis	275
7.1.2.1	Optimierung des Drehzahlregelkreises mit Meßwertglättung . .	278
7.1.2.2	Regelkreise mit Stromsollwertbegrenzung	279
7.1.2.3	Direkte Drehzahlregelung	283
7.1.2.4	Strombegrenzungsregelung	285
7.1.3	Lageregelung	286
7.2	Geregelte Gleichstromnebenschlußmaschine im Feldschwächbereich	290
7.2.1	Erregerstromregelung	294
7.2.2	Schaltungsvarianten	296
7.2.3	Sammelschienenantrieb	297
7.2.4	Contiflux-Regelung	300
7.2.5	Spannungsabhängige Feldschwächung	301
8	Fehlereinflüsse und Genauigkeit bei geregelten Systemen	313
8.1	Ausregelbare Fehler	313
8.2	Nicht ausregelbare Fehler	317
8.3	Abschätzung der Auswirkung der Fehler	323
8.3.1	Statische Fehler	323
8.3.1.1	Fehler des Operationsverstärkers	324
8.3.1.2	Laständerungen	326
8.3.1.3	Sollwertgeber	327
8.3.1.4	Tachogenerator	328
8.3.1.5	Istwertteiler	329
8.4	Erreichbare Genauigkeit analog drehzahl geregelter Antriebe . .	329
8.5	Fehler in Systemen mit digitaler Erfassung von Position und Drehzahl	331

8.5.1	Digitale Positionsmessung	331
8.5.2	Digitale Drehzahlerfassung	332
8.6	Geber	334
8.6.1	Strommessung	334
8.6.2	Spannungsmessung	337
8.6.3	Gegenüberstellung von Drehzahl- und Positionsgebern <i>Prof. R. Kennel, München</i>	338
8.6.3.1	Drehzahlregelung	338
8.6.3.2	Positionsregelung	340
8.7	EMV, störsichere Signalübertragung und Störschutzmaßnahmen	353
8.7.1	Oberschwingungen, EMV und Normen	353
8.7.2	Störsichere analoge Signalübertragung	355
8.7.3	Störschutzmaßnahmen	356
9	Netzgeführte Stromrichter	359
9.1	Prinzipielle Funktion netzgeführter Stellglieder	359
9.2	Vereinfachte Approximation	363
9.3	Untersuchung des dynamischen Verhaltens netzgeführter Stromrichterstellglieder	368
9.3.1	Analyse des Stromrichterstellglieds bei einer Zündwinkelver- stellung in Richtung abnehmendem Steuerwinkel	369
9.3.2	Analyse des Stromrichterstellglieds bei einer Zündwinkelver- stellung in Richtung zunehmendem Steuerwinkel	374
9.4	Diskussion der Ergebnisse	377
9.5	Laufzeitnäherung für das Großsignalverhalten, Symmetrierung	383
9.6	Großsignal-Approximationen für netzgeführte Stromrichter- stellglieder	387
9.7	Zusammenfassung	393
10	Untersuchung von Regelkreisen mit Stromrichtern mit der Abtasttheorie	394
10.1	Untersuchung des Steuergerätes ohne dynamische Symme- trierung	396
10.2	Untersuchung des Stromrichters	398
10.3	Stromrichterstellglied bei lückendem Strom	403
10.4	Adaptive Stromregelung	408
10.4.1	Allgemeine Betrachtung	408
10.4.2	Praktische Realisierung	413
10.4.3	Prädiktive Stromführung	422
10.5	Zusammenfassung	424

11	Beschreibungsfunktion des Stromrichters mit natürlicher Kommutierung	425
11.1	Allgemeine Einführung	425
11.2	Diskussion der Ergebnisse	428
11.3	Untersuchung von Regelkreisen mit der Beschreibungsfunktion	435
11.4	Grenzen des Verfahrens	440
12	Vergleich verschiedener Approximationen für netzgeführte Stromrichter	441
12.1	Ermittlung von $G_l(z, m)$, Sprungfähigkeit	442
12.2	Berechnung der ersten Ableitung der Steuersatzeingangsspannung	445
12.3	Überprüfung der Stromrichterstellglied-Approximationen . . .	449
12.4	Synthese von Regelkreisen mit Stromrichter-Stellgliedern . . .	456
13	Asynchronmaschine	461
13.1	Grundlagen	461
13.1.1	Funktionsprinzip der Drehfeld-Asynchronmaschine	462
13.1.2	Raumzeigerdarstellung	463
13.1.2.1	Definition eines Raumzeigers	463
13.1.2.2	Rücktransformation auf Momentanwerte	467
13.1.2.3	Koordinatensysteme	467
13.1.2.4	Differentiation im umlaufenden Koordinatensystem	470
13.1.2.5	Bestimmung der Raumzeiger aus Motordaten	471
13.2	Signalflusspläne der Asynchronmaschine im Koordinatensystem K	472
13.2.1	Beschreibendes Gleichungssystem	473
13.2.2	Verallgemeinerter Signalflussplan der spannungsgesteuerten Asynchronmaschine	487
13.2.3	Signalflussplan der stromgesteuerten Asynchronmaschine . . .	490
13.2.4	Stationärer Betrieb der Asynchronmaschine	491
13.2.5	Umrechnung für Stern- und Dreieckschaltung	494
13.3	Steuerverfahren der Asynchronmaschine	497
13.3.1	Signalflussplan bei Statorflussorientierung	498
13.3.2	Signalflussplan bei Rotorflussorientierung	499
13.3.3	Signalflussplan bei Luftspaltflussorientierung	506
13.4	Regelungsverfahren der Asynchronmaschine	512
13.4.1	Entkopplungsregelung der Asynchronmaschine	513
13.4.2	Entkopplung bei Umrichtern mit eingepprägter Spannung . . .	515
13.4.3	Entkopplung bei Umrichtern mit eingepprägtem Strom	524
13.4.4	Feldorientierte Regelung der Asynchronmaschine	531
13.5	Modellbildung der Asynchronmaschine	539
13.5.1	I_1 -Modell (Strommodell)	539

13.5.2	$I_1\beta_L$ -Modelle und $I_1\Omega_L$ -Modelle	545
13.5.3	U_1I_1 -Modell	549
13.5.4	$U_1I_1\Omega_L$ -Modell	553
13.5.5	$U_1\Omega_L$ -Modell	554
13.5.6	Zusammenfassung der Modelle	557
13.6	Parameterbestimmung an DASM <i>Prof. W. Michalik, Dresden</i>	562
13.6.1	Übersicht zu Methoden der Parameterbestimmungen an Drehstrom-Asynchronmaschinen	562
13.6.2	Parameterbestimmungen mit herkömmlichen Verfahren der Maschinenprüfung	566
13.6.2.1	Vorgehensweise	568
13.6.3	Parameterbestimmungen mit Parameterschätzverfahren . . .	576
13.6.3.1	Prinzip der Parameterschätzung	576
13.6.3.2	Parameterschätzungen an Asynchronmaschinen bei linearem Parametereinfluss auf die Schätzfehler	577
13.6.3.3	Parameterschätzungen an Drehstrom-Asynchronmaschinen bei nichtlinearem Parametereinfluss auf die Schätzfehler	592
13.7	Asynchronmaschine in normierter Darstellung	613
13.8	Feldschwächbetrieb der Asynchronmaschine	618
13.9	Einschränkungen bei der Realisierung der Regelung von Drehfeldantrieben	620
13.9.1	Abtastender Regler	620
13.9.2	Sättigungseffekte	622
13.9.3	Realisierbare Entkopplungsstruktur	623
13.9.4	Zusammenfassung	625
14	Stromregelverfahren für Drehfeldmaschinen	626
14.1	Regelstrecke und Stellglied der Statorstromregelung	626
14.2	Indirekte Verfahren der Statorstromregelung	631
14.3	Modulationsverfahren <i>Prof. A. Steimel, Bochum</i>	633
14.3.1	Grundfrequenztaktung	633
14.3.2	Nichtsynchronisierte („freie“) Pulsweitenmodulation	637
14.3.2.1	Sinus-Dreieck-Modulation	637
14.3.2.2	Symmetrierte Sinus-Dreieck-Modulation mit Zusatzsignalen .	639
14.3.2.3	Ströme des Wechselrichters bei symmetrierter Sinus-Dreieck- Modulation	643
14.3.2.4	Digitale Realisierung der Pulsweitenmodulation	644
14.3.3	Diskontinuierliche Taktungen	645
14.3.3.1	Flat-Top-Modulation	645
14.3.3.2	Übermodulation	648
14.3.4	Synchrone Taktungen	650

14.3.4.1	Dreifachtaktung	651
14.3.4.2	Fünffachtaktung	654
14.3.4.3	Siebenfachtaktung	657
14.3.4.4	Taktfrequenzbereiche, -wechsel	660
14.3.5	WR-Spannungsfehler	664
14.4	Optimierte Pulsverfahren	667
14.4.1	Spannungsraumzeigermodulation	667
14.4.2	On-line optimierte Pulsmustererzeugung	669
14.4.3	Raumzeiger-Hystereseverfahren	676
14.4.4	Prädiktive Stromregelung mit Schalttabelle	686
14.4.5	Dead-Beat-Pulsmustererzeugung	693
14.5	Direkte Regelungen <i>Prof. A. Steimel, Bochum</i>	700
14.5.1	Direkte Selbstregelung	700
14.5.2	Indirekte Statorgrößen-Regelung	712
14.5.3	Direct Torque Control	714
14.6	Stromregelverfahren für Drehfeldmaschinen <i>Dr.N.Hoffmann, Prof.F.W.Fuchs</i>	719
14.6.1	Motivation zur digitalen Stromregelung	719
14.6.2	Modellbildung	720
14.6.2.1	Stromdynamik eines Stators	721
14.6.2.2	Abtastung und Dynamik der Pulsweitenmodulation	725
14.6.2.3	Zeitdiskrete Modellierung des abgetasteten Systems	731
14.6.3	Klassifizierung der indirekten Regelverfahren	736
14.6.4	Stromregelung im rotierenden Koordinatensystem	739
14.6.4.1	Grundlegende Auslegungsstrategie	740
14.6.4.2	Vernachlässigung der Verkopplungseffekte	744
14.6.4.3	Entkopplung der PWM-Verkopplungsdynamiken	747
14.6.4.4	Kompensation der Statorstrom-Verkopplungsdynamiken durch Vorsteuerung	752
14.6.4.5	PI-basierter Stromregler mit Regelung der Verkopplungsdynamiken	757
14.6.4.6	Komplexwertiger Regelungsentwurf durch eine rein zeitdiskrete Betrachtung	761
14.6.4.7	Gegenüberstellung der dargestellten Regelungsansätze	766
14.6.5	Praktische Aspekte bei der Regelungsimplementierung	768
14.6.6	Zusammenfassung	770
14.7	Stromzustandsregelung <i>Prof. U. Nuß, Offenburg</i>	772
14.7.1	Motivation für den Einsatz eines Zustandsreglers	772
14.7.2	Zustandsraumbeschreibung der Statorstromregelstrecke bei Drehstromantrieben	773
14.7.2.1	Zustandsdifferentialgleichungen der Statorstromregelstrecke bei der Asynchronkäfigläufermaschine	774

14.7.2.2	Zustandsdifferenzialgleichungen der Statorstromregelstrecke bei der permanentmagneterregten Synchronmaschine	776
14.7.2.3	Motorartunabhängige Darstellung der Zustandsdifferenzialgleichungen der Statorstromregelstrecke von Asynchronkäfigläufermaschine und permanentmagneterregter Synchronmaschine	777
14.7.2.4	Zustandsdifferenzialgleichungen der Statorstromregelstrecke von Asynchronkäfigläufermaschine und permanentmagneterregter Synchronmaschine	778
14.7.2.5	Einfluss der Rechenzeit auf die Modellbildung	783
14.7.3	Entwurf des Statorstromzustandsreglers	784
14.7.3.1	Grundsätzliche Überlegungen	784
14.7.3.2	Statorstromzustandsreglerentwurf ohne Berücksichtigung einer Rechentotzeit	786
14.7.3.3	Statorstromzustandsreglerentwurf unter Berücksichtigung einer Rechentotzeit	795
14.7.3.4	Stellgrößenbegrenzung und Statorstromsollwertkorrektur	803
14.7.4	Vergleich der Statorstromzustandsregelung mit anderen Stromregelverfahren	807
14.8	Drehzahlzustandsregelung <i>Prof. U. Nuß, Offenburg</i>	811
14.8.1	Vorbemerkungen	811
14.8.2	Erreichbare Dynamik mit klassischen Drehzahlreglern	812
14.8.3	Erreichbare Dynamik mit einem Drehzahlzustandsregler	820
14.9	Zusammenfassung Statorstrom-Regelungen	835
14.10	Polfesselung <i>Dr. C. Heising, Prof. A. Steimel</i>	848
14.10.1	Stabilitätsanalyse leistungselektronischer Systeme	848
14.10.1.1	Gesteuerter Betrieb mit sinusförmig schwingendem Übersetzungsverhältnis	850
14.10.1.2	Geregelter Betrieb	852
14.10.2	Der neue Polfesselungs-Ansatz	854
14.10.2.1	Beobachter mit Polfesselung (pole-restraining observer)	854
14.10.2.2	Regler mit Polfesselung (pole-restraining control)	858
14.10.2.2.1	Allgemeine Vorgehensweise	859
14.10.2.2.2	Anwendung auf den Vierquadrantsteller	861
14.10.3	Anwendung in der Praxis	864
14.10.3.1	Vierquadrantsteller für Hochleistungslokomotive 6,4 MW	864
14.10.3.2	Mehrgrößenregelung für den Vierquadrantsteller	867
14.10.3.2.1	Mehrgrößen-Zustandsregelung	869
14.10.3.2.2	Luenberger-Beobachter	870
14.10.3.3	Simulationsergebnisse	871
14.10.4	Pulsstromrichter am Dreileiternetz (Active Front End)	877
14.10.5	Ausblick	881

15	Regelung von Drehfeldmaschinen ohne Drehzahlsensor	882
15.1	Einführung	882
15.1.1	Prinzipielle Grundgleichungen	888
15.2	Grundlegendes nichtadaptives Verfahren	891
15.3	Nichtadaptive Verfahren: Statorspannungsgleichungen	895
15.4	Nichtadaptive Verfahren: Flußgleichungen	899
15.5	Nichtadaptive Verfahren: Sollgrößenansatz	901
15.6	Direkte Schätzung der Rotordrehzahl	903
15.7	Adaptive Verfahren	908
15.7.1	MRAS-Verfahren	914
15.7.2	Problematik bei tiefen Frequenzen	916
15.7.3	MRAS-Verfahren: EMK-Berechnung	919
15.7.4	MRAS-Verfahren: Flußberechnung	920
15.7.5	MRAS-Verfahren, basierend auf Blindleistungsberechnung	922
15.7.6	Verfahren mittels Zustandsschätzung	923
15.7.6.1	Verfahren auf Basis eines Luenberger-Beobachters	924
15.7.6.2	Verfahren auf Basis eines Kalman-Filters	933
15.8	Schätzverfahren mit neuronalen Netzen	937
15.9	Auswertung von Harmonischen	940
15.10	Anisotropie-basierte Schätzung der Rotorlage	
	<i>Dr. P. Landsmann, München</i>	943
15.10.1	Analytische Betrachtung der Anisotropie einer Induktivität	943
15.10.2	Verfahren zur Identifikation der Anisotropie	947
15.10.2.1	INFORM	948
15.10.2.2	Rotierende Injektion	951
15.10.2.3	Alternierende Injektion	955
15.10.2.4	Beliebige Injektion	958
15.10.3	Zusammenhang zwischen Anisotropie und Rotorlage	962
15.10.3.1	Winkelkorrektur	964
15.10.3.2	Kompensation von Oberwellen	966
15.10.3.3	Mehrdimensionale Ausnutzung von Oberwellen	968
15.10.4	Initiale Bestimmung der Polarität	972
15.11	Zusammenfassung sensorlose Drehfeldantriebe	974
16	Synchronmaschine	985
16.1	Synchron-Schenkelpolmaschine ohne Dämpferwicklung	986
16.1.1	Beschreibendes Gleichungssystem	986
16.1.2	Synchron-Schenkelpolmaschine in normierter Darstellung	991
16.1.3	Signalflußplan bei Spannungseinprägung	997
16.1.4	Signalflußplan bei Stromeinprägung	999
16.1.5	Ersatzschaltbild der Synchron-Schenkelpolmaschine	1002
16.2	Synchron-Schenkelpolmaschine mit Dämpferwicklung	1004
16.2.1	Beschreibendes Gleichungssystem und Signalflußplan	1004

16.2.2	Ersatzschaltbild der Schenkelpolmaschine mit Dämpferwicklung	1006
16.3	Synchron-Vollpolmaschine	1010
16.3.1	Beschreibendes Gleichungssystem und Signalfußpläne	1010
16.3.2	Ersatzschaltbild der Synchron-Vollpolmaschine	1014
16.3.3	Feldorientierte Darstellung der Synchron-Vollpolmaschine mit Dämpferwicklung	1020
16.3.4	Steuerbedingungen der Vollpolmaschine ohne Dämpferwicklung	1029
16.4	Regelung der Synchronmaschine durch Entkopplung	1030
16.5	Regelung der SM durch Feldorientierung <i>Dr. F. Bauer, Erlangen</i>	1040
16.5.1	Modelle zur Flußermittlung	1041
16.5.2	Spannungsmodell ($U_1 I_1$ -Modell)	1041
16.5.2.1	Spannungsmodell als Wechselgrößenmodell	1042
16.5.2.2	Polares Spannungsmodell	1044
16.5.2.3	Spannungsmodell als Gleichgrößenmodell	1045
16.5.2.4	Strommodell der Schenkelpolmaschine	1048
16.5.3	Regelung der Synchronmaschine	1050
16.5.3.1	Berechnung des Erregerstroms mit dem Strommodell	1051
16.5.4	Ablösung verschiedener Modelle	1056
16.5.5	Flußregelung	1063
16.5.6	Flußführung im Feldschwächbereich	1064
16.5.7	Steuerung des $\cos \varphi$ der fremderregten Synchronmaschine	1065
16.6	Permanentmagneterregte Synchronmaschine (PM-Maschine)	1069
16.6.1	Signalfußplan der PM-Maschine	1069
16.6.2	Regelung der PM-Maschine ohne Reluktanzeinflüsse	1075
16.6.3	Rechteckförmige Stromeinprägung ohne Reluktanzeinflüsse	1078
16.6.4	Vergleich der sinus- und rechteckförmig gespeisten PM-Maschine	1082
16.6.5	Feldschwächbereich der PM-Maschine	1083
16.7	PM-Maschine mit Reluktanzeinflüssen	1091
16.7.1	Maximales Moment pro Ampere	1095
16.7.2	Verlustminimierung	1100
16.7.3	Maximales Moment pro Volt	1105
16.7.4	Feldschwächung unter Strom- und Spannungsbegrenzung	1107
16.7.5	Zusammenfassung der Steuerverfahren	1108
16.7.6	Einbindung in ein Antriebssystem	1117
16.7.7	Feldschwächregelung mit Rückkopplung	1120
16.7.8	Hybride Feldschwächregelungsstruktur	1120
17	Geschaltete Reluktanzmaschine	
	<i>Prof. R. de Donker, Aachen</i>	1124
17.1	Funktionsweise und Aufbau	1124
17.2	Grundgleichungen	1128
17.2.1	Spannungsgleichung	1128

17.2.2	Drehmomentengleichung und Energiebilanz	1129
17.2.3	Einfluss der Sättigung	1134
17.3	Umrichterschaltungen	1135
17.4	Antriebskonfigurationen	1136
17.5	Steuerung und Regelung	1140
17.5.1	Drehzahlregelung	1140
17.5.2	Drehmomentregelung	1140
17.5.3	Sensorlose Regelung	1143
17.6	Ansätze und Methoden zur Optimierung	1144
17.6.1	Minimierte Zwischenkreiskapazität	1144
17.6.2	Akustische Analyse	1145
17.6.3	Verlustmodellierung	1147
17.6.4	Modellierung mithilfe von Reluktanz-Netzwerken	1148
18	Identifikation linearer dynamischer Systeme	1150
18.1	Grundlagen der Identifikation	1151
18.1.1	Parametrische und nichtparametrische Identifikationsverfahren	1151
18.1.2	Identifikation	1152
18.2	Lineare dynamische Modellstrukturen	1153
18.2.1	Modelle mit Ausgangsrückkopplung	1156
18.2.1.1	Autoregressive with Exogenous Input Model	1156
18.2.1.2	Output Error Model	1158
18.2.2	Modelle ohne Ausgangsrückkopplung	1160
18.2.2.1	Finite Impulse Response Model	1161
18.2.2.2	Orthonormal Basis Function Model	1163
18.3	Identifikationsbeispiele	1168
18.3.1	ARX-Modell	1168
18.3.2	OE-Modell	1173
18.3.3	FIR-Modell	1173
18.3.4	OBF-Modell	1175
18.4	Lerngesetz: Least-Squares-Verfahren	1179
18.4.1	Nichtrekursiver Least-Squares-Algorithmus (LS)	1179
18.4.2	Rekursiver Least-Squares-Algorithmus (RLS)	1182
18.5	Gradientenabstiegsverfahren	1185
18.6	Zusammenfassung	1187
19	Drehzahlregelung bei elastischer Verbindung zur Arbeitsmaschine	1188
19.1	Regelung der Arbeitsmaschinendrehzahl	1190
19.1.1	Streckenübertragungsfunktion $G_{S1}(s)$	1190
19.1.2	Analyse der Übertragungsfunktion $G_{S1}(s)$	1192
19.1.3	Einfluß der elastischen Kopplung auf den Drehzahlregelkreis .	1193
19.2	Regelung der Antriebsmaschinendrehzahl	1196

19.2.1	Streckenübertragungsfunktion $G_{S_2}(s)$	1196
19.2.2	Analyse der Übertragungsfunktion $G_{S_2}(s)$	1196
19.2.3	Einfluß der elastischen Kopplung auf den Drehzahlregelkreis	1198
19.2.4	Simulative Untersuchung der Arbeitsmaschinendrehzahl	1201
19.2.5	Bewertung der konventionellen Kaskadenregelung	1205
19.3	Zustandsregelung des Zweimassensystems	1206
19.3.1	Zustandsdarstellung	1206
19.3.2	Zustandsregelung ohne I-Anteil	1208
19.3.3	Auslegung einer Zustandsregelung nach dem Dämpfungsoptimum	1211
19.3.4	Zustandsregelung mit I-Anteil	1216
19.4	Verallgemeinerung: Mehrmassensysteme	1220
19.5	Nichtlineare Systeme — Intelligente Strategien	1227
19.6	Abschließende Überlegungen	1235
20	Schwingungsdämpfung	1237
20.1	Allgemeine Problemstellung	1237
20.2	Local Absorption of Vibrations <i>Dr. D. Filipović, München</i>	1244
20.2.1	Introduction	1244
20.2.2	Resonant Absorbers: Linear Active Resonator (LAR)	1245
20.2.2.1	Design of the LAR	1246
20.2.2.1.1	Stability Analysis of the Combined System	1249
20.2.2.1.2	Degree-of-stability Analysis	1252
20.2.2.2	Single-mass Multi-frequency Resonator	1252
20.2.2.3	Comments	1256
20.2.3	Absorbers with Local Feedback in Multi-mass Systems	1258
20.2.3.1	Analysis of the Primary System	1260
20.2.3.2	Combined System with the Absorber	1263
20.2.3.2.1	Stability Analysis of the Multi-mass System	1268
20.2.3.3	Related Problems	1269
20.2.3.3.1	Vibration Isolation	1269
20.2.3.3.2	Support Excitation	1270
20.2.3.4	Verification of Results	1270
20.2.3.5	Comments	1277
20.2.4	Bandpass Absorber (BPA)	1278
20.2.4.1	Concept of the BPA	1279
20.2.4.2	A Case Study: Paper Mill Vibrations	1283
20.2.4.3	Simulation Results of the Paper Mill Model	1286
20.2.4.3.1	Disturbance frequency sweep	1286
20.2.4.3.2	Random vibrations	1287
20.2.4.4	Comments	1288
20.2.5	Conclusion	1289

21	Objektorientierte Modellierung v. Antriebssystemen	
	<i>Prof. M. Otter, Gilching</i>	1292
21.1	Modulare Signalfflusspläne	1294
21.2	Objektdiagramme	1301
21.3	Ein vollständiges Beispiel	1305
21.4	Modelica — Kontinuierliche Systeme	1310
21.5	Modelica — Komponenten-Schnittstellen	1320
21.6	Modelica — Modellierung elektrischer Maschinen <i>A. Haumer, Ch. Kral</i>	1327
21.6.1	Unregelte elektrische Maschinen	1328
21.6.2	Geregelte elektrische Antriebe	1334
21.7	Transformationsalgorithmen	1344
21.7.1	Reguläre Deskriptorsysteme	1344
21.7.2	Singuläre Deskriptorsysteme	1351
21.7.3	Strukturell inkonsistente Deskriptorsysteme	1358
21.8	Lineare Deskriptorsysteme	1360
21.9	Modelica — Hybride Systeme	1368
21.10	Modelica — Strukturvariable Systeme	1382
21.10.1	Ideale elektrische Schaltelemente	1382
21.10.2	Coulomb-Reibung	1389
21.10.3	Reibungsbehaftete Komponenten	1398
22	Modellierung u. Regelung kont. Fertigungsanlagen	
	<i>Dr. W. Wolferrmann, München</i>	1412
22.1	Einführung	1412
22.2	Modellierung des Systems	1413
22.2.1	Technologisches System	1413
22.2.1.1	Stoffbahn	1414
22.2.1.2	Linearisierung	1420
22.2.1.3	Verhalten der Mechanik	1421
22.2.2	Elektrische Antriebe	1422
22.2.3	Linearer Signalfußplan des Gesamtsystems	1422
22.3	Systemanalyse	1423
22.3.1	Regelbarkeit der Bahnkräfte	1424
22.3.2	Stillstand der Maschine	1425
22.3.3	Dynamik des unregulierten Teilsystems	1425
22.4	Drehzahlregelung mit PI-Reglern in Kaskadenstruktur	1428
22.4.1	Nicht schwingfähiges unreguliertes System	1429
22.4.2	Schwingfähiges unreguliertes System	1430
22.4.2.1	Regelung ohne Entkopplung	1430
22.4.2.2	Regelung mit Entkopplung	1431
22.5	Bahnkraftregelung mit PI-Reglern	1433
22.6	Registerfehler bei Rotationsdruckmaschinen	1436

22.6.1	Einführung	1436
22.6.2	Ableitung des Registerfehlers	1438
22.6.3	Linearisierung des Registerfehlers	1439
22.6.4	Zusammenhang der Registerfehler aufeinanderfolgender Druckwerke	1440
22.6.5	Linearisierter Signalflußplan	1441
22.6.6	Dynamisches Verhalten des Registerfehlers	1441
22.6.6.1	Druckmaschine mit Drehzahlregelung	1442
22.6.6.2	Druckmaschine mit Winkelregelung	1445
22.6.6.3	Druckmaschine mit Registerfehlerregelung	1445
22.7	Zustandsregelung des Gesamtsystems	1446
22.8	Dezentrale Regelung	1448
22.8.1	Regelung des isolierten Teilsystems	1448
22.8.2	Dezentrale Entkopplung	1452
22.8.2.1	Grundlagen des Verfahrens	1452
22.8.2.2	Mathematische Beschreibung	1453
22.8.2.3	Modaltransformation des Teilsystems	1454
22.8.2.4	Berechnung der Rückführkoeffizienten	1454
22.8.2.5	Algorithmus	1455
22.8.2.6	Beispiel	1455
22.9	Beobachter	1458
22.9.1	Zentrale Beobachter	1458
22.9.2	Dezentrale Beobachter	1459
22.9.2.1	Allgemeines	1459
22.9.2.2	Approximation durch Störmodelle	1460
22.9.2.3	Beispiel: Dezentraler Beobachter für zwei Teilsysteme	1462
22.9.2.4	Parameteränderungen	1465
22.9.2.5	Informationsaustausch zwischen den Teilbeobachtern	1467
22.9.2.6	Zustandsregelung mit dezentralen Beobachtern	1469
22.9.2.7	Beinflussung von dezentralen Reglern und Beobachtern	1469
22.10	Zusammenfassung	1470

23 Prozessmodelle für Rotationsdruckmaschinen

Prof. Dr.-Ing. G.Brandenburg 1472

23.1	Kräfte, Spannungen und Dehnungen in der Bahn	1474
23.1.1	Funktionsweise einer Rollen-Offsetdruckmaschine	1474
23.1.2	Kräfte, Spannungen und Dehnungen	1475
23.2	Farbregisterfehler und Dublieren	1483
23.2.1	Druckwerksaufbau Farbübertragung	1483
23.2.2	Dublieren innerhalb eines Druckwerks	1484
23.2.3	Dublieren zwischen zwei Druckwerken	1484
23.3	Teil-Schnittregisterfehler	1489
23.3.1	Problemstellung	1489

23.3.2	Mathematisches Modell	1492
23.4	Vergleich des Gesamt-Schnittregisterfehlers mit dem Teil-Schnittregisterfehler	1493
23.4.1	Gesamt-Schnittregisterfehler	1493
23.4.2	Teil-Schnittregisterfehler	1494
23.5	Rekonstruktion von Transportstörungen	1496
23.5.1	Allgemeine Beziehungen	1496
23.5.2	Experimentelle Ergebnisse	1497
23.6	Walzen mit Gleitschlupf	1498
23.7	Walzen mit Partial Schlupf und das q-Modell	1501
23.7.1	System	1501
23.7.2	Das stationäre q-Modell	1502
23.7.2.1	Das rekursive, stationäre q-Modell	1503
23.7.2.2	Das nichtrekursive stationäre q-Modell	1504
23.7.3	Das dynamische q-Modell	1505
23.7.3.1	Das dynamische q-Modell für Geschwindigkeit und Dehnung	1505
23.7.3.2	Das dynamisches q-Modell der Schnittregisterfehler	1507
23.7.4	Bewertung des q-Modells	1510
23.8	Kaskadenregelungen des Schnittregisterfehlers	1511
23.8.1	Regelung eines Teil-Schnittregisterfehlers	1511
23.8.2	Zweigrößenregelung von Bahnzugkraft und Schnittregisterfehlern	1512
23.8.2.1	Verhalten der Druckmaschine	1512
23.8.2.2	Entwurf der Zweigrößen-Regelung	1515
23.8.2.3	Experimentelle Ergebnisse	1516
23.8.2.4	Erweiterungen der Regelung	1520
23.9	Einfluss der Viskoelastizität, fortgeschrittene Regelungen und Lateralverhalten	1520
23.9.1	Viskoelastizität	1520
23.9.2	Fortgeschrittene Regelungen	1521
23.9.3	Lateralverhalten elastischer Bahnen	1521
23.10	Anhang 1: Ableitung des Teil-Schnittregisterfehlers	1524
23.10.1	Anhang 1.1: Druckzeitpunkt von Formzylinder 1	1524
23.10.2	Anhang 1.2: Längenbilanz	1525
23.10.3	Anhang 1.3: Massenbilanz	1525
23.10.4	Anhang 1.4: Linearisierung der Längenbilanz	1526
23.10.5	Anhang 1.5: Linearisierung der Massenbilanz	1530
23.10.6	Anhang 1.6: Linearisierung des Druckzeitpunkts	1530
23.10.7	Anhang 1.7: Formulierung der Systemgleichungen bei Messung des Registerfehlers am Ort der Klemmstelle 2	1530
23.10.8	Anhang 1.8: Übergang auf eine neue Zeitkoordinate	1531
23.10.9	Anhang 1.9: Laplace-Transformation der linearisierten Systemgleichungen	1533
23.10.10	Anhang 1.10: Teil-Schnittregisterfehler	1533
23.11	Anhang 2: Ableitung des dynamischen q-Modells	1534

23.12	Anhang 3: Optimierung der Zweigrößenregelung	1536
23.12.1	Anhang 3.1: Regelstrecke	1536
23.12.2	Anhang 3.2: Regelkreis 1	1537
23.12.3	Anhang 3.3: Regelkreis 2	1539
23.12.4	Anhang 3.4: Resultierende Struktur	1539
24	Modellierung & Regelung von Windkraftanlagen	
	<i>Dr. C. Hackl et. al., München</i>	1540
24.1	Motivation und Einleitung	1540
24.1.1	Windenergie: Hoffnungsträger der Energiewende	1541
24.1.2	Moderne Windkraftanlagen	1541
24.1.2.1	Funktionsprinzip	1541
24.1.2.2	Energie und Leistung des Windes	1542
24.1.2.3	Maximal mögliche Leistungsentnahme: Der Betz-Faktor . . .	1543
24.1.2.4	Kernkomponenten	1546
24.1.2.5	Anlagenregelung, Betriebsführung und Betriebsbereiche . . .	1547
24.2	Nomenklatur und Grundlagen	1549
24.2.1	Elektrische Dreiphasensysteme	1549
24.2.1.1	Symmetrisches Dreiphasensystem	1550
24.2.1.2	Zusammenhang zwischen Phasen- und verketteten Größen . .	1551
24.2.1.3	Raumzeigerdarstellung in Vektor-/Matrixschreibweise	1552
24.2.2	Leistungsberechnung	1555
24.2.2.1	Momentanleistung	1556
24.2.2.2	Wirk-, Blind- und Scheinleistung	1557
24.2.2.3	Wirk-, Blind- und Scheinleistung in Raumzeigern	1558
24.3	Modellierung von Windkraftanlagen	1559
24.3.1	Turbine	1559
24.3.1.1	Turbinenleistung	1560
24.3.1.2	Approximation des Leistungsbeiwerts	1561
24.3.1.3	Turbinenmoment	1563
24.3.2	Getriebe	1564
24.3.3	Elektrisches Netzwerk	1566
24.3.4	Elektrische Maschine (Generator)	1567
24.3.5	Point of Common Coupling (PCC), Trafo und Netz	1567
24.3.6	Filter	1568
24.3.7	Back-to-Back Converter	1569
24.3.7.1	Schaltvektor, Spannungsvektoren und Spannungshexagon . .	1569
24.3.7.2	Spannungszwischenkreis	1570
24.3.7.3	Verkettete Spannungen und Ströme im Zwischenkreis	1571
24.3.7.4	Verzögerung der Spannungserzeugung	1571
24.3.7.5	Zusammenhang zwischen verketteten Spannungen und Span- nungen im statorfesten Koordinatensystem	1571
24.4	Steuerung und Regelung von Windkraftanlagen	1572
24.4.1	Netzseitige Stromregelung	1572

24.4.1.1	Spannungsorientierung durch Phase-Locked Loop (PLL)	1573
24.4.1.2	Netzseitiges Netzwerk in Spannungsorientierung	1575
24.4.1.3	Kompensation der netzseitigen Störterme	1576
24.4.1.4	Auslegung der netzseitigen Stromregelung	1578
24.4.2	Generatorseitige Stromregelung und Momentenbildung	1579
24.4.2.1	Flussorientierung	1579
24.4.2.2	Maschinenseitiges Netzwerk in Flussorientierung	1580
24.4.2.3	Kompensation der maschinenseitigen Störterme	1581
24.4.2.4	Auslegung der maschinenseitigen Stromregelung	1581
24.4.2.5	Momentenbildung und approximierete Momentendynamik . .	1583
24.4.3	Regelung der Generatordrehzahl (bzw. der Schnelllaufzahl) .	1584
24.4.3.1	Regelziel	1585
24.4.3.2	Umschreiben der nichtlinearen Mechanik	1586
24.4.3.3	Nichtlinearer Reglerentwurf	1587
24.4.3.4	Regelkreisanalyse und -verhalten	1587
24.4.4	Regelung der Zwischenkreisspannung	1589
24.4.4.1	Nichtlineares Modell	1591
24.4.4.2	Regelziel	1592
24.4.4.3	Linearisierung im Arbeitspunkt	1592
24.4.4.4	Führungs- und Störverhalten des linearisierten Systems . . .	1594
24.4.4.5	Analyse der linearisierten strukturvarianten Strecke	1596
24.4.4.6	Wurzelortskurve des linearisierten Regelkreises	1597
24.4.4.7	Stabilitätsanalyse nach Hurwitz	1598
24.4.5	Steuerung des Leistungsflusses (in Betriebsbereich II)	1600
24.4.5.1	Übergeordnete Ziele der Betriebsführung	1600
24.4.5.2	Leistungsfluss in Windkraftanlagen	1600
24.4.5.3	Leistungsbilanz (stationäre Leistungsbetrachtung)	1603
24.4.5.4	Wirk- & Blindleistung am Point of Common Coupling (PCC)	1605
24.4.5.5	Auswirkungen der Anlagenregelung auf den Leistungsfluss . .	1606
24.5	Simulation der Gesamtanlage	1607
24.5.1	Implementierung des geregelten Gesamtsystems	1607
24.5.1.1	Windkraftanlage	1607
24.5.1.2	Regelung	1608
24.5.1.3	Winddaten	1608
24.5.1.4	Simulations-, Modell- und Reglerparameter	1608
24.5.2	Dikussion der Simulationsergebnisse	1610
24.5.2.1	Wind, Leistungsernte und Drehzahlregelung	1610
24.5.2.2	Turbinenleistung und Momenten-/Stromregelung	1610
24.5.2.3	Blindleistungssteuerung & Spannungszwischenkreisregelung .	1612
25	Dynamische Reibungsmodellierung	
	<i>Dr. C. Hackl, München</i>	1615
25.1	Motivation	1615
25.1.1	Modellierung starrer und elastischer Antriebssysteme	1617

25.1.1.1	Ein-Massen-System (1MS)	1618
25.1.1.2	Zwei-Massen-System (2MS)	1619
25.1.2	Beispielhafte Parameter und Reibkennlinien eines antriebstechnischen Laboraufbaus	1620
25.1.3	Kernfrage: Wie kann Reibung modelliert werden?	1624
25.2	Reibungsmodellierung	1624
25.2.1	Erkenntnisse aus der Tribologie	1625
25.2.2	Statische Reibungsmodellierung	1629
25.2.3	Dynamische Reibungsmodellierung: Das LuGre Reibmodell	1632
25.2.3.1	Das allgemeine Lund-Grenoble Reibmodell	1633
25.2.3.2	Das vereinfachte Lund-Grenoble Reibmodell mit linearer viskoser Reibung	1635
25.2.4	Darstellbare Reibeffekte mithilfe des LuGre Reibmodells	1636
25.2.5	Systemtheoretische Untersuchung des LuGre Reibmodells	1642
25.3	Konsequenzen der dynamischen Reibungsmodellierung	1646
25.3.1	Stetigkeit des dynamischen Reibmodells	1646
25.3.2	Umrechnen zwischen motor- und lastseitiger Reibung	1648
25.3.3	Starre und elastische Antriebssysteme mit LuGre Reibung	1650
25.4	Regelung von Antriebssystemen mit dynamischer Reibung	1651
25.4.1	Einprägen von zusätzlichem Rauschen (engl. dither signals)	1652
25.4.2	Hohe Reglerverstärkungen	1653
25.4.3	Reibungsidentifikation und -kompensation	1654
25.5	Fazit	1656

26 POD zur Optimalsteuerung

Prof. S. Volkwein, Konstanz 1658

26.1	Einleitung	1658
26.2	POD am Beispiel der Wärmeleitungsgleichung	1661
26.2.1	Die schwache Formulierung	1661
26.2.2	Die Finite-Elemente-Methode	1665
26.2.3	Die POD-Methode	1668
26.2.4	Das reduzierte Modell	1673
26.3	Das quadratische Optimalsteuerproblem	1677
26.3.1	Das Optimalsteuerproblem	1677
26.3.2	Die Diskretisierung des Optimalitätssystems	1679
26.3.3	Die POD-Galerkin-Approximation des Optimalitätssystems	1682
26.4	Literaturhinweise auf numerische Tests	1684

Variablenübersicht 1685

Variablenübersicht zu Kapitel 23	1703
Allgemeine Bemerkungen	1703
Formelzeichen und Abkürzungen	1703
Variablenübersicht zu Kapitel 25	1705

Literaturverzeichnis	1706
Grundlagen	1706
Stellbegrenzungen in Regelkreisen	1714
Antriebstechnik und benachbarte Gebiete	1715
Netzgeführte Stromrichter: Regelung	1716
Direktumrichter	1722
Untersynchrone Kaskade (USK)	1724
Stromrichtermotor	1725
Stromzwischenkreis-Umrichter (I-Umrichter)	1728
Spannungszwischenkreis-Umrichter (U-Umrichter)	1730
Regelung von Asynchron- und Synchronmaschine	1732
Motoridentifikation	1744
Indirekte Verfahren der Statorstromregelung	1749
Stromzustandsregelung, Drehzahlzustandsregelung	1756
Direkte Selbstregelung von Drehfeldmaschinen	1758
Polfesselung, PRC	1761
Geberlose Regelungen von Drehfeldmaschinen	1764
Reluktanzmaschine	1788
Geschaltete Reluktanzmaschine	1793
Geschaltete Reluktanzmaschine: Auslegung und Regelung	1797
Geschaltete Reluktanzmaschine: Optimierter Betrieb	1801
Geschaltete Reluktanzmaschine: Geberloser Betrieb	1802
Reluktanzmaschine: Synchron-Reluktanzmotor	1805
Identifikation linearer dynamischer Systeme	1809
Systemintegration elektrischer Antriebe	1811
Schwingungsdämpfung	1812
Objektorientierte Modellierung, Deskriptorsysteme	1815
Kontinuierliche Fertigungsanlagen	1824
Fortgeschrittene Prozessmodelle und Regelungsverfahren für Rollen- Rotationsdruckmaschinen	1826
Modellierung und Regelung von Windkraftanlagen	1834
Dynamische Reibungsmodellierung	1837
Proper Orthogonal Decomposition, POD	1846
Stichwortverzeichnis	1858

1 Regelungstechnische Grundbegriffe und Grundregeln

1.1 Gegenüberstellung von Steuerung und Regelung

Bei technischen — aber auch anderen — Systemen besteht häufig die Aufgabe, bestimmte Größen auf einen gewünschten Wert zu bringen und dort zu halten. Diese Größen bezeichnet man als Ausgangsgrößen x des Systems. Damit aber die Ausgangsgrößen auf den gewünschten Wert gebracht und dort gehalten werden können, müssen die geeigneten Eingangsgrößen u der Strecke bekannt und zugänglich sein.

In Abb. 1.1 ist dies symbolisch und am Beispiel der Strecke „Gleichstromnebenschlußmaschine“ (GNM) dargestellt. Die Eingangsgröße bzw. die Stellgröße u ist hierbei die Ankerspannung U_A . Der Ausgangsgröße x entspricht in diesem Beispiel die Motor-Drehzahl N . Der Block „Strecke“ sei in Abb. 1.1 nur die Gleichstrommaschine. Die mathematischen bzw. funktionellen Zusammenhänge sind im Band „Elektrische Antriebe — Grundlagen“ beschrieben [57–61].

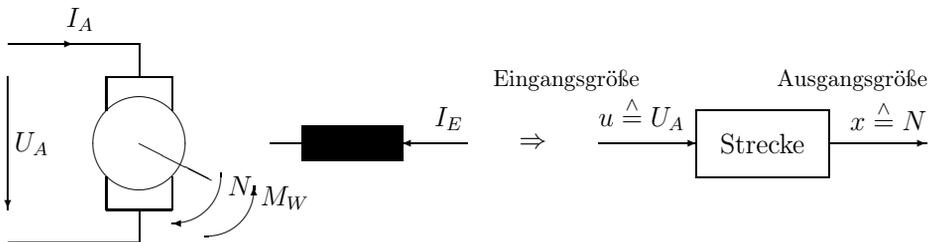


Abb. 1.1: Steuerung der Gleichstromnebenschlußmaschine (GNM)

Wenn der Zusammenhang zwischen U_A und N genau bekannt ist (beispielsweise bei Leerlauf im stationären Betrieb $N = K U_A$), dann kann durch Verstellen von U_A die gewünschte Drehzahl N eingestellt und dort gehalten werden. Wesentlich ist im vorliegenden Fall die proportionale Abhängigkeit zwischen N und U_A . Diesen Vorgang nennt man *Steuerung*.

Im allgemeinen ist aber der Zusammenhang zwischen der Stellgröße u und der Ausgangsgröße x nicht genau bekannt, da unbekannte Störgrößen z vorhanden sind, deren zeitlicher Verlauf nicht vorhergesagt werden kann.

Bei der betrachteten Gleichstromnebenschlußmaschine kann sich beispielsweise im Ankerstellbereich der Erregerstrom I_E ändern; der Erregerstrom ist in diesem Fall eine der möglichen Störgrößen, die Ankerspannung U_A die Eingangsgröße. Wenn sich nun der Erregerstrom I_E ändert und dies nicht bekannt ist, führt dies auch zu einer — unerwünschten — Änderung der Drehzahl. Eine andere Störgröße ist die Belastung der Maschine, das Lastmoment M_W , das bei Änderungen ebenso Änderungen der Drehzahl N verursacht.

Solange diese Störgrößen in ihrer Größe und in ihrem zeitlichen Verlauf nicht genau bekannt sind, werden durch die Störgrößen somit unerwünschte Veränderungen der Ausgangsgröße $x = N$ nicht zu vermeiden sein.

Um eine gezielte Beeinflussung des Systems zu erreichen, ist es deshalb notwendig, die Ausgangsgröße x zu beobachten und die Stellgröße u so zu verändern, daß die Ausgangsgröße in einem vorher vereinbarten Toleranzbereich bleibt. Der klassische Weg ist die Einführung des Regelkreises (Abb. 1.2).

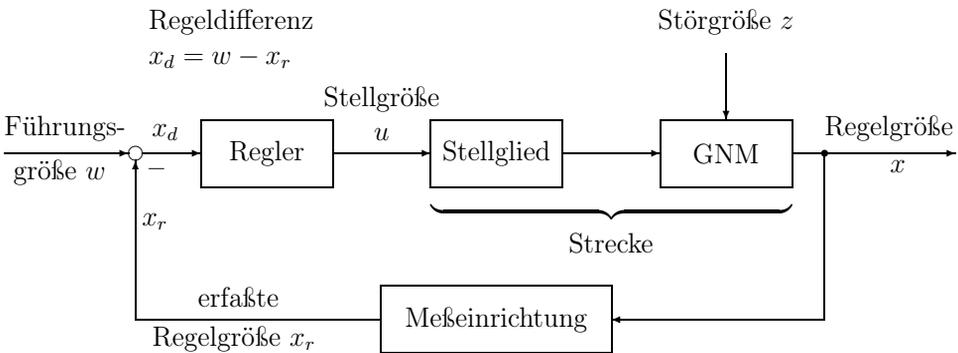


Abb. 1.2: Regelkreis am Beispiel der Gleichstromnebenschlußmaschine

Wie in Abb. 1.1 ist die Eingangsgröße der Strecke die Stellgröße u und die Ausgangsgröße die Drehzahl N , die in Regelkreisen wie in Abb. 1.2 Regelgröße x genannt wird. Die Strecke besteht jetzt allerdings aus dem leistungselektronischen Stellglied und der GNM. Zusätzlich sind die Störgrößen z eingetragen, die in der Strecke eingreifen und die Regelgröße x beeinflussen.

Um die Regelgröße x auf den gewünschten Wert zu bringen und dort zu halten, wird sie durch eine Messeinrichtung erfasst. Häufig wird die Regelgröße dabei in eine andere physikalische Größe umgeformt. In unserem Fall der Drehzahlregelung wird die Drehzahl häufig mit einem Tachogenerator in eine Spannung umgeformt. Diese so erfasste Regelgröße x_r ist der ursprünglichen Regelgröße x proportional; dies gilt zumindest im stationären Betriebsfall. Die erfasste Regelgröße x_r wird nun mit dem Sollwert w verglichen; der Vergleich erfolgt durch Differenzbildung. Die Ausgangsgröße des Vergleichs ist die Regeldifferenz x_d .

$$x_d = w - x_r = w - K_r x \tag{1.1}$$

Gleichung (1.1) besagt, daß die Regeldifferenz x_d Null ist, wenn der Sollwert mit der erfassten Regelgröße x_r übereinstimmt bzw. $x = w/K_r$ ist. Für $K_r = 1$ gilt damit $x = w$.

Die Funktion des Regelkreises in Abb. 1.2 kann wie folgt erläutert werden. Es wird angenommen, daß bei jedem der Blöcke *Regler*, *Stellglied*, *GNM* und *Messeinrichtung* eine Vergrößerung der jeweiligen Eingangsgröße im stationären Betrieb auch eine entsprechende Vergrößerung der Ausgangsgröße bewirkt. Der Regler sei beispielsweise ein Verstärker mit der Verstärkung K_R , das Stellglied könne mit dem Verstärkungsfaktor K_{STR} , die GNM könne mit der Verstärkung K_S im stationären Zustand approximiert werden. Dann gilt:

$$x = K_S K_{STR} u = K_S K_{STR} K_R x_d = K x_d \quad (1.2)$$

Dies bedeutet, je höher die resultierende Verstärkung K ist, desto geringer kann das ansteuernde Signal sein, um den gewünschten Ausgangszustand (Arbeitspunkt) zu erhalten.

Nun gilt aber zusätzlich die Gleichung

$$x_d = w - x_r = w - x \quad \text{mit} \quad K_r = 1 \quad (1.3)$$

Eine erste Erkenntnis aus dieser Gleichung ist, daß die Regelgröße x im stationären Zustand der Sollgröße w mit einem Regelfehler x_d folgt, der umso kleiner ist, je größer die resultierende Verstärkung K ist. Die zweite Erkenntnis ist, daß bei nur proportionalem Verhalten im Vorwärtskanal Regler-Strecke der Istwert x den Sollwert w im stationären Betrieb nicht exakt erreichen kann. Der Vorteil der Regelung ergibt sich bei Einwirkung von Störgrößen z .

Wird eine Störgröße z , wie z.B. das verlangte Lastmoment M_W an der Welle erhöht, dann werden die Drehzahl N bzw. Regelgröße x und damit die erfasste Regelgröße x_r absinken. Die Regeldifferenz x_d wird aufgrund $x_d = w - x_r$ zunehmen, dies gilt ebenso für u , so daß die Regelgröße an den Sollwert herangeführt wird. Verringert sich eine Störgröße, so wird die Drehzahl N bzw. die Regelgröße x zunehmen, die Regeldifferenz x_d und die Größe u dagegen abnehmen, so daß die Regelgröße x wiederum an den Sollwert w zurückgeführt wird.

Die Aufgabe der Regelung besteht somit darin, die Auswirkung der Störgröße z auf die Regelgröße x zu begrenzen. Die gewählte Struktur in Abb. 1.2 bewirkt, daß die Regelgröße x der Führungsgröße w folgt. Die Regelung hat somit die zweifache Aufgabe, die Regelgröße x auf die Führungsgröße w einzuregulieren und Störungen auszuregulieren. Bei den bisherigen Überlegungen hat sich im stationären Zustand jeweils eine stationäre Regeldifferenz x_d ergeben, die umso geringer ist, je größer die resultierende Verstärkung gewählt wird. Eine andere Lösung ist eine Reglerstruktur, die einen Integralanteil enthält und die somit im stationären Betrieb $x_d = 0$ erzwingt.

Bei einer Änderung der Führungsgröße w bzw. bei Änderungen der Störgrößen z wird die Regelgröße x allerdings nicht sofort den stationären Endzustand erreichen können, sondern mit einer gewissen Verzögerung reagieren. Beispielsweise

wird eine Erhöhung der Drehzahl-Führungsgröße w zu einer Erhöhung des Reglerausgangssignals u und zu einer Erhöhung der Ausgangsgröße des Stellglieds führen. Aufgrund des Trägheitsmoments des Rotors der Gleichstrommaschine wird die Regelgröße x (Drehzahl N) aber nicht sofort folgen können.

Wenn nun die Verstärkung K_R des Reglers erhöht wird, dann wird die Stellgröße u wesentlich mehr angesteuert als vorher. Dadurch wird sich die Regelgröße x schneller ändern als bei einer kleineren Verstärkung des Reglers. Eine Erhöhung der Verstärkung im Regelkreis führt somit zu einer Verringerung der Verzögerung im Führungsverhalten des Regelkreises. Allerdings kann die Verzögerung nicht immer durch eine Erhöhung von K_R beliebig verringert werden. Die gleiche Aussage gilt für das Störverhalten.

Die grundsätzlichen Eigenschaften der Regelung sind (ohne Beweise):

- der Wirkungsablauf findet in einem geschlossenen Kreis — dem Regelkreis — statt.
- Der Einfluss von Nichtlinearitäten und unstetig arbeitenden Systemkomponenten,
- der Einfluss der Störgrößen und
- der Einfluss von Verzögerungen in der Strecke werden in der Auswirkung auf die Regelgröße x verringert.

Die Regelung hat gegenüber der Steuerung somit beachtliche Vorteile. Zusammenfassend ergeben sich folgende charakteristische Eigenschaften von Regelungen und Steuerungen, die in der Tabelle Seite 5 oben zusammengestellt sind.

Zur Beurteilung der Güte von Regelkreisen dient häufig die Sprungantwort, d.h. der zeitliche Verlauf der Regelgröße bei Beaufschlagung des Regelkreises mit einer sprunghaften Änderung der Führungsgröße oder einer Störgröße. Die dafür wichtigen Definitionen sind einer typischen Sprungantwort (sprunghafte Änderung der Führungsgröße) zu entnehmen, vgl. Abb. 1.3.

Es ergeben sich somit drei Forderungen für die Regelung:

1. Der Regelkreis muss stabil sein.
2. Die bleibende (stationäre) Regeldifferenz muss innerhalb eines gegebenen Toleranzbandes bleiben bzw. möglichst klein sein.
3. Die Regelgröße x soll der Führungsgröße w so schnell wie möglich folgen.

Eigenschaft	in Steuerungen	in Regelungen
<i>Grundstruktur</i>	Kettenstruktur	Kreisstruktur
<i>Wirkungsablauf</i>	stets nur in einer Richtung vom Eingang zum Ausgang	im geschlossenen Kreis, d.h. Rückkopplung der Regelgröße auf den Eingang zum Sollwert
<i>Einfluss von Nichtlinearitäten in der Regelstrecke</i>	volle Auswirkung	verminderte Auswirkung
<i>Einfluss von Störgrößen die Regelstrecke</i>	voller Einfluss	reduzierter Einfluss
<i>Zeitverhalten</i>	wie von der Regelstrecke vorgegeben	z.B. durch Überverstellung Verringerung der Einstellzeiten möglich
<i>Stabilität</i>	von der Strecke vorgegeben	die Möglichkeit der Instabilität ist gegeben. Instabile Strecken können stabilisiert werden

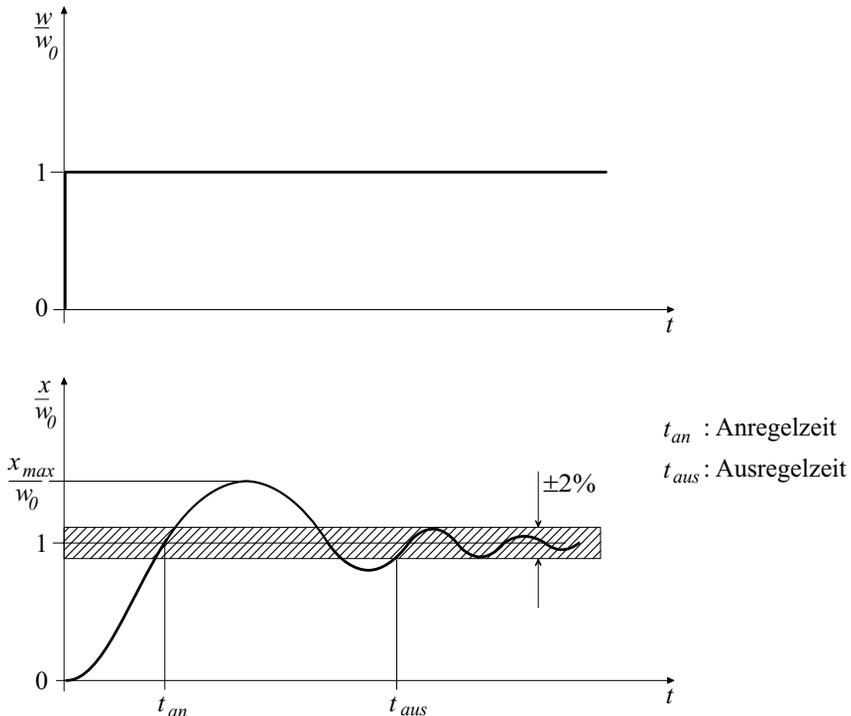


Abb. 1.3: Charakteristische Größen der Sprungantwort eines Regelkreises mit dem Bezugs-Sollwert w_0

Jede dieser Forderungen ist eine Bedingung sowohl für das Führungsverhalten als auch für das Störverhalten des Regelkreises. Ziel der weiteren Überlegungen muss daher sein, trotz hoher resultierender Verstärkung des Regelkreises und damit kleiner stationärer Regeldifferenz sowie geringem Einfluss von Störgrößen, die Stabilität und ein gewünschtes dynamisches Verhalten sicherzustellen. Dazu ist notwendig, daß zunächst die Übertragungsfunktionen der Komponenten des Regelkreises bekannt sind. Mit diesen Kenntnissen wird dann die Analyse des Regelkreises und der Entwurf (Synthese) der geeigneten Regeleinrichtung ermöglicht.

1.2 Beschreibung des dynamischen Verhaltens eines Systems durch den Signalflussplan

Der Signalflussplan eines Systems wird in zwei Schritten aufgestellt:

1. Aufgrund der physikalischen Gesetze werden die Funktionalbeziehungen (Übertragungsfunktionen) ermittelt, die zwischen den verschiedenen zeitveränderlichen Größen der betrachteten Komponente bestehen.
2. Durch geeignete (vereinbarte) Symbole werden diese Funktionalbeziehungen im Signalflussplan anschaulich dargestellt.

Dieses Vorgehen soll am Beispiel eines unbelasteten RC-Gliedes gezeigt werden (Abb. 1.4).

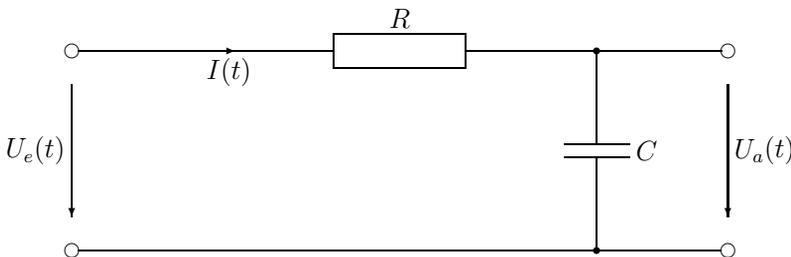


Abb. 1.4: RC-Glied

Bei der Aufstellung der physikalischen Gleichungen empfiehlt es sich meist, mit den Zusammenhängen für die *energetragenden Größen* zu beginnen. Im Falle des RC-Gliedes wird im elektrischen Feld des Kondensators Energie gespeichert, beschreibbar durch die Ladung oder die Spannung des Kondensators. Im vorliegenden Fall ist die Kondensatorspannung gleichzeitig die Ausgangsgröße des Systems und deswegen zu dessen Beschreibung besonders geeignet.

Aus der Kondensatorgleichung folgt:

$$\frac{dU_a(t)}{dt} = \frac{1}{C} \cdot \frac{dQ}{dt} = \frac{1}{C} I(t) \quad (1.4)$$

Aus der Schaltung folgt für den Strom $I(t)$:

$$I(t) = \frac{1}{R} (U_e(t) - U_a(t)) \quad (1.5)$$

Wird Gl. (1.5) in (1.4) eingesetzt, dann ergibt sich nach Umformung die Differentialgleichung für die Ausgangsspannung $U_a(t)$ mit der Zeitkonstante $T = RC$ des RC-Gliedes zu

$$RC \frac{dU_a(t)}{dt} + U_a(t) = U_e(t) \quad (1.6)$$

$$T \frac{dU_a(t)}{dt} + U_a(t) = T \dot{U}_a + U_a = U_e(t) \quad (1.7)$$

Die letzte Gleichung stellt die Differentialgleichung 1. Ordnung des RC-Gliedes dar. Für vorgegebene Verläufe der Eingangsgröße lässt sich durch Lösung der Differentialgleichung der zugehörige Verlauf der Ausgangsgröße berechnen. Für den Fall des Einschaltens einer Gleichspannung U_0 zum Zeitpunkt $t = 0$ ergibt sich der bekannte Exponentialverlauf der Ausgangsgröße:

$$U_e(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < 0 \\ U_0 & \text{für } t \geq 0 \end{cases} \quad (1.8)$$

$$U_a(t) = U_0 \left(1 - e^{-t/T} \right) \quad (1.9)$$

Wird statt der sprunghaften Eingangsspannung mit der Amplitude U_0 eine Eingangsspannung mit der normierten Amplitude Eins an den Eingang geschaltet, dann ist das Eingangssignal die Testfunktion $\sigma(t)$ (Einheitssprungfunktion) und das Ausgangssignal wird *Sprungantwort* oder auch *Übergangsfunktion* des Übertragungsgliedes genannt. Dies ist im Symbol anschaulich dargestellt (vgl. Abb. 1.5 rechts).

Die Ermittlung des Signalfussplanes vereinfacht sich wesentlich, wenn statt der Aufstellung und der Lösung der Differentialgleichung im Zeitbereich direkt in einem Bildbereich gearbeitet wird. Vorzugsweise wird die Laplace-Transformierte benutzt. Im Fall des RC-Tiefpasses kann die Differentialgleichung in den Laplace-Bereich transformiert werden, indem im wesentlichen die Differentiation durch den Laplace-Operator s ersetzt wird. Man erhält (alle Anfangsgrößen $U_i(t < 0) = 0$) aus Gl. (1.7):

$$U_a(s) (sT + 1) = U_e(s) \quad (1.10)$$

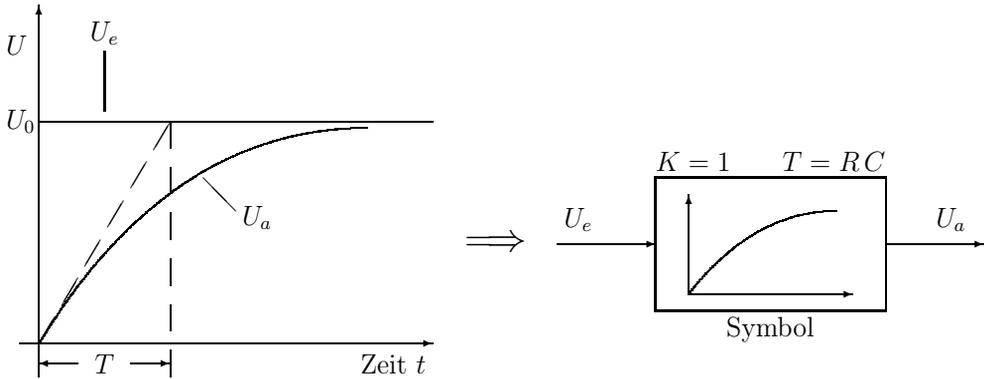


Abb. 1.5: Sprungantwort und Symbol der Übergangsfunktion

oder mit $G(s)$ als Übertragungsfunktion des RC-Tiefpasses:

$$G(s) = \frac{U_a(s)}{U_e(s)} = \frac{1}{1 + sT} \quad (1.11)$$

Im Spezialfall eines linearen elektrischen Netzwerks kann die Laplace-Übertragungsfunktion mittels komplexer Rechnung allerdings viel schneller bestimmt werden, wenn im komplexen Rechnungsgang $j\omega$ durch s ersetzt wird.

$$U_e(s) = I(s) \left(R + \frac{1}{sC} \right) \quad (1.12)$$

$$U_a(s) = I(s) \frac{1}{sC} \quad (1.13)$$

also mit $s = \sigma + j\omega$

$$G(s) = \frac{U_a(s)}{U_e(s)} = \frac{\frac{1}{sC}}{R + \frac{1}{sC}} = \frac{1}{1 + sRC} = \frac{1}{1 + sT} \quad (1.14)$$

Wesentlich ist, daß unterschiedliche physikalische Systeme dieselbe Übertragungsfunktion haben können. Wir betrachten z.B. Abb. 1.6.

Es gilt:

$$G(s) = \frac{U_a(s)}{U_e(s)} \quad (1.15)$$

$$U_a(s) = I(s) R \quad (1.16)$$

$$U_e(s) = I(s) (R + sL) \quad (1.17)$$

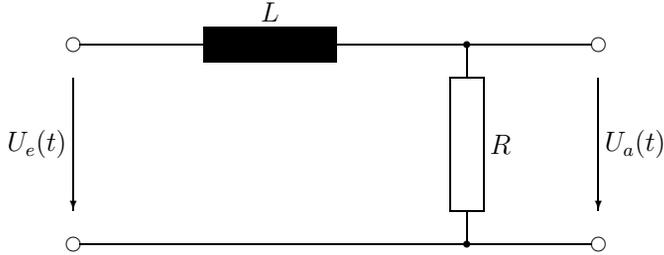


Abb. 1.6: *LR-Tiefpaß*

und mit $T = L/R$:

$$G(s) = \frac{R}{R + sL} = \frac{1}{1 + s\frac{L}{R}} = \frac{1}{1 + sT} \tag{1.18}$$

Dieses Verfahren ist insbesondere bei linearen Systemen besonders einfach anzuwenden, da bei Kettenstrukturen von Übertragungsgliedern die einzelnen Übertragungsfunktionen multipliziert werden (vgl. Kap. 1.3.2). Nichtlinearitäten müssen dabei als getrennte Blöcke dargestellt werden.

Wesentlich bei der Ermittlung der Differentialgleichung bzw. der Übertragungsfunktion ist, daß dabei die Auftrennung des gesamten Systems in Einzelblöcke an rückwirkungsfreien Stellen erfolgt, d.h. daß sich durch die Verkettung der Einzelfunktionen zum Gesamtsystem nicht die einzelnen Übertragungsfunktionen an sich ändern. Diese Voraussetzung ist allgemein zu beachten.

Die Bedeutung der Bedingung der Auftrennung an rückwirkungsfreien Stellen soll am folgenden Beispiel erläutert werden. Es wird der belastete RC-Tiefpaß in Abb. 1.7 betrachtet.

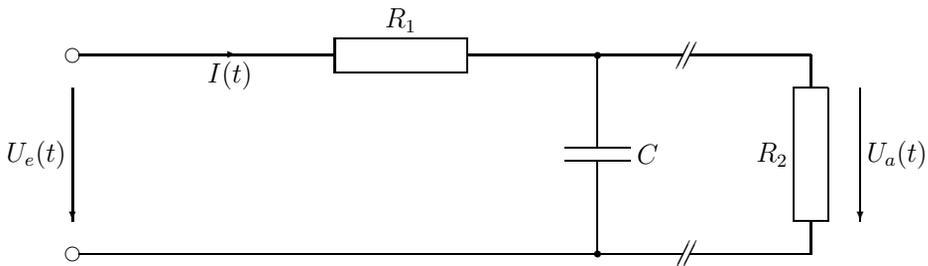


Abb. 1.7: *Belasteter RC-Tiefpaß*

Wenn $R_2 \rightarrow \infty$ ist, dann gilt mit $T = R_1 C$

$$G_1(s) \Big|_{R_2 \rightarrow \infty} = \frac{1}{1 + sT} \quad (1.19)$$

Wenn $R_2 \neq \infty$ ist, ergibt sich jedoch

$$G_2(s) \Big|_{R_2 \neq \infty} = \frac{U_a(s)}{U_e(s)} \quad (1.20)$$

$$U_a(s) = I(s) \frac{\frac{R_2}{sC}}{R_2 + \frac{1}{sC}} = I(s) \frac{R_2}{1 + sR_2C} \quad (1.21)$$

$$U_e(s) = I(s) \left(R_1 + \frac{R_2}{1 + sR_2C} \right) \quad (1.22)$$

$$G_2(s) \Big|_{R_2 \neq \infty} = \frac{R_2}{(1 + sR_2C) \left(R_1 + \frac{R_2}{1 + sR_2C} \right)} \quad (1.23)$$

$$G_2(s) \Big|_{R_2 \neq \infty} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{1}{1 + s \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C} \quad (1.24)$$

Aus dem Vergleich der beiden Übertragungsfunktionen $G_1(s)$ und $G_2(s)$ ergibt sich, daß sich sowohl die statische Verstärkung als auch die Zeitkonstante des RC-Tiefpasses geändert hat, d.h. eine Auftrennung an dieser Stelle ist unzulässig.

1.3 Frequenzgang

Im letzten Abschnitt wurde das Zeitverhalten einer Strecke untersucht, d.h. es interessierte der zeitliche Verlauf der Ausgangsgröße U_a , z.B. nach einer sprunghaften Änderung der Eingangsgröße U_e . Das Verhalten wurde somit im Zeitbereich betrachtet.

Eine andere Betrachtungsweise untersucht die Eigenschaften von Übertragungsgliedern bei sinusförmiger Anregung in Abhängigkeit von der Frequenz. Das Verhalten wird dann im Frequenzbereich betrachtet.

Wir betrachten ein physikalisches System (Abb. 1.8), das durch ein sinusförmiges Signal $U_e(t)$ angeregt wird. Die sinusförmige Anregung am Eingang wird beschrieben durch

$$U_e(t) = \hat{U}_e \cos \omega t \quad (1.25)$$

mit der Amplitude \hat{U}_e und der Kreisfrequenz ω , kurz Frequenz genannt. Da wir uns hier auf die Behandlung linearer Glieder beschränken wollen, wird bei sinusförmiger Anregung $U_e(t)$ auch die Ausgangsgröße $U_a(t)$ *im eingeschwungenen*

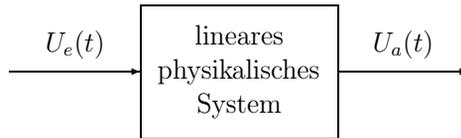


Abb. 1.8: *Strecke*

Zustand ein sinusförmiges Signal mit der gleichen Frequenz sein. Verändert ist jedoch im allgemeinen die Amplitude und der Phasenwinkel von $U_a(t)$ gegenüber $U_e(t)$. Für die Ausgangsgröße gilt daher allgemein

$$U_a(t) = \hat{U}_a(\omega) \cos(\omega t + \varphi(\omega)) \quad (1.26)$$

mit der Amplitude \hat{U}_a der Ausgangsschwingung und dem Phasenwinkel $\varphi(\omega)$ zwischen Eingangs- und Ausgangsschwingung.

Wird ein lineares System mit einem sinusförmigen Signal konstanter Amplitude angeregt, so antwortet das System somit im eingeschwungenen Zustand mit einem ebenfalls sinusförmigen Signal mit ebenfalls konstanter Amplitude. Das Amplitudenverhältnis zwischen Eingangs- und Ausgangssignal ist abhängig von der Frequenz. Außerdem wird im allgemeinen zwischen Ein- und Ausgangsschwingung eine Phasenverschiebung festzustellen sein, die ebenso von der Frequenz abhängig ist.

Wenn nun im Frequenzbereich (Bildbereich) der Quotient von Ausgangs- und Eingangsgröße gebildet wird, dann erhält man den Frequenzgang $F(j\omega)$ (vgl. Abb. 1.9):

$$F(j\omega) = \frac{U_a(j\omega)}{U_e(j\omega)} = |F(j\omega)| e^{j\varphi(\omega)} = \frac{\hat{U}_a(\omega)}{\hat{U}_e(\omega)} e^{j\varphi(\omega)} \quad (1.27)$$

Der *Frequenzgang* stellt somit das Verhältnis von Ausgangs- zu Eingangsgröße bei sinusförmiger Anregung in Abhängigkeit von der Frequenz dar.

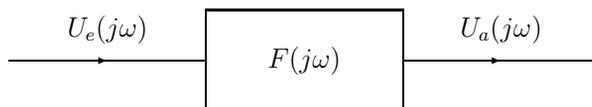


Abb. 1.9: *Frequenzbetrachtung*

Im allgemeinen sind sowohl das Amplitudenverhältnis

$$|F(j\omega)| = \frac{\hat{U}_a(\omega)}{\hat{U}_e(\omega)} = \sqrt{\operatorname{Re}^2\{F(j\omega)\} + \operatorname{Im}^2\{F(j\omega)\}} \quad (1.28)$$

als auch der Phasenwinkel $\varphi(\omega)$ frequenzabhängig:

$$\varphi(\omega) = \arctan \frac{\operatorname{Im} \{F(j\omega)\}}{\operatorname{Re} \{F(j\omega)\}} \quad (1.29)$$

Der Zusammenhang zwischen Eingangs- und Ausgangsgröße wird in der komplexen Zahlenebene dargestellt (Abb. 1.10 rechts).

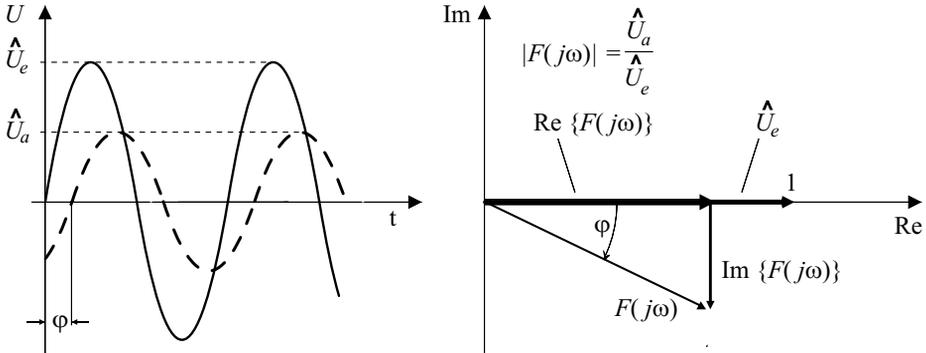


Abb. 1.10: Untersuchung des Frequenzverhaltens

Experimentell erhält man den Frequenzgang eines Übertragungsglieds durch Oszillographieren und Vergleichen der sinusförmigen Eingangs- und Ausgangsgröße (Verhältnis der Amplituden, Phasenverschiebung) oder mit industriell gefertigten Geräten.

Die rechnerische Ermittlung des Frequenzganges von $F(j\omega)$ erfolgt nach den Regeln der komplexen Rechnung. Als Beispiel soll die Berechnung des Frequenzganges des RC-Tiefpasses gemäß Abb. 1.11 gezeigt werden.

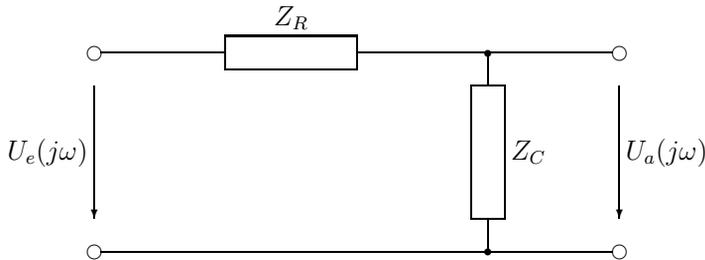


Abb. 1.11: Ermittlung des Frequenzganges durch komplexe Rechnung

Mit $Z_R = R$ und $Z_C = 1/(j\omega C)$ gilt

$$F(j\omega) = \frac{U_a(j\omega)}{U_e(j\omega)} = \frac{Z_C}{Z_R + Z_C} = \frac{1}{R + \frac{1}{j\omega C}} \quad (1.30)$$

und für $T = RC$ folgt

$$F(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega T} \quad (1.31)$$

Der Frequenzgang des RC-Gliedes (Verzögerungsglied) zeigt die zu erwartende Frequenzabhängigkeit. Für $\omega = 0$ gilt $U_a = U_e$, für $\omega \rightarrow \infty$ folgt $U_a = 0$ und für $\omega = 1/T$ wird $U_a = U_e/\sqrt{2}$ und $\varphi = -45^\circ$ (siehe Abb. 1.10).

Aus dem Berechnungsgang ist zu entnehmen, daß der Frequenzgang der Sonderfall der Übertragungsfunktion mit $\sigma = 0$ ist:

$$s = \sigma + j\omega \rightarrow j\omega \quad (1.32)$$

Der Grund für die besondere Bedeutung der Frequenzdarstellung liegt in der einfachen messtechnischen Erfassung. Dies ist insbesondere bei Übertragungsgliedern wichtig, bei denen die Funktionalbeziehung theoretisch nicht oder nur sehr schwierig zu ermitteln ist. Außerdem ist das Verfahren außerordentlich anschaulich.

Der Frequenzgang lässt sich sowohl in rechtwinkliger (Ortskurve) als auch in logarithmischer Darstellung (Frequenzkennlinien, Bode-Diagramm) auftragen.

1.3.1 Darstellung in rechtwinkligen Koordinaten (Ortskurvendarstellung)

Für jede Frequenz ω ergibt sich nach Kap. 1.3 ein Punkt für den Frequenzgang in der komplexen Zahlenebene. Die Verbindung der Punkte mit unterschiedlicher Frequenz ergibt die Ortskurve des Frequenzganges $F(j\omega)$.

Zur Berechnung der Ortskurve wird der komplexe Ausdruck in den Real- und den Imaginärteil zerlegt. Der Betrag des Frequenzganges $F(j\omega)$ ergibt sich dann zu

$$|F(\omega)| = \sqrt{\text{Re}^2\{F(j\omega)\} + \text{Im}^2\{F(j\omega)\}} \quad (1.33)$$

Der Phasenwinkel lässt sich berechnen aus

$$\tan \varphi = \frac{\text{Im}\{F(j\omega)\}}{\text{Re}\{F(j\omega)\}} \quad (1.34)$$

Für das RC-Glied mit

$$F(j\omega) = \frac{1}{(1 + j\omega T)} \quad (1.35)$$

ergibt sich

$$F(j\omega) = \frac{1}{1 + \omega^2 T^2} - \frac{j\omega T}{1 + \omega^2 T^2} = \operatorname{Re}\{F\} + j \operatorname{Im}\{F\} \quad (1.36)$$

$$\tan \varphi = -\omega T \quad (1.37)$$

$$|F(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} \quad (1.38)$$

Die Ortskurve des RC-Gliedes beschreibt einen Halbkreis im 4. Quadranten der komplexen Zahlenebene, vgl. Abb. 1.12. Bei einer Änderung der Zeitkonstanten T ändert sich lediglich die ω -Teilung auf dem Halbkreis.

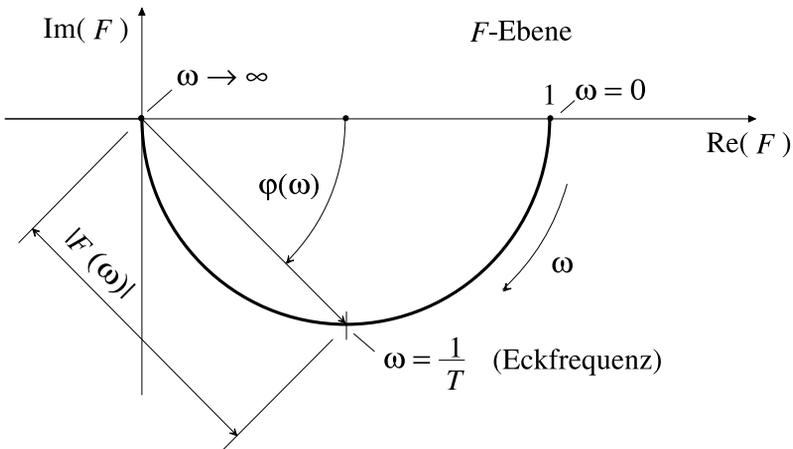


Abb. 1.12: Frequenzgang des RC-Glieds

1.3.2 Graphische Darstellung in logarithmischer Form (Frequenzkennlinien, Bode-Diagramm)

Bei dieser Darstellung des Frequenzganges werden der *Amplitudengang* $|F(j\omega)|$ und der *Phasengang* $\varphi(\omega)$ getrennt in Abhängigkeit von ω aufgetragen. Für die ω -Achse wird ein logarithmischer Maßstab gewählt. Als Ordinate wird nicht $|F(j\omega)|$, sondern üblicherweise $20 \log |F(j\omega)|$ mit der Dimension *dB* (Dezibel) aufgetragen; Beispiele zur Umrechnung sind der folgenden Tabelle zu entnehmen:

$ F(j\omega) \Big _{dB} = 20 \log F(j\omega) $ $ F(j\omega) = 0,1 \quad \hat{=} \quad -20 \text{ dB}$ $= 1 \quad \hat{=} \quad 0 \text{ dB}$ $= 10 \quad \hat{=} \quad 20 \text{ dB}$ $= 100 \quad \hat{=} \quad 40 \text{ dB}$ $= 1000 \quad \hat{=} \quad 60 \text{ dB}$	(1.39)
---	--------

Für ein Verzögerungsglied erster Ordnung mit einer statischen Verstärkung K ergeben sich folgende Asymptoten:

$$F(j\omega) = \frac{K}{1 + j\omega T} = \begin{cases} K & \text{für } \omega T \ll 1 \\ K/(j\omega T) & \text{für } \omega T \gg 1 \end{cases} \quad (1.40)$$

Für den Amplitudengang folgt daraus:

$$|F(j\omega)| \Big|_{dB} = 20 \log \frac{K}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}} = \begin{cases} 20 \log K & \text{für } \omega T \ll 1, \text{ d.h.} \\ & \text{Gerade parallel} \\ & \text{zur Abszisse im} \\ & \text{Abstand } 20 \log K \\ 20 \log K & \text{für } \omega T \gg 1, \text{ d.h.} \\ -20 \log \omega T & \text{Gerade mit der} \\ & \text{Neigung } -20 \frac{dB}{\text{Dekade}} \end{cases} \quad (1.41)$$

Die Asymptoten schneiden sich bei $\omega = 1/T$ und $|F| = 20 \log K$.

Der bei dieser asymptotischen Darstellung maximal auftretende Fehler ist $3dB$, denn bei $\omega = 1/T$ ist $|F(j\omega)| = K/\sqrt{2}$.

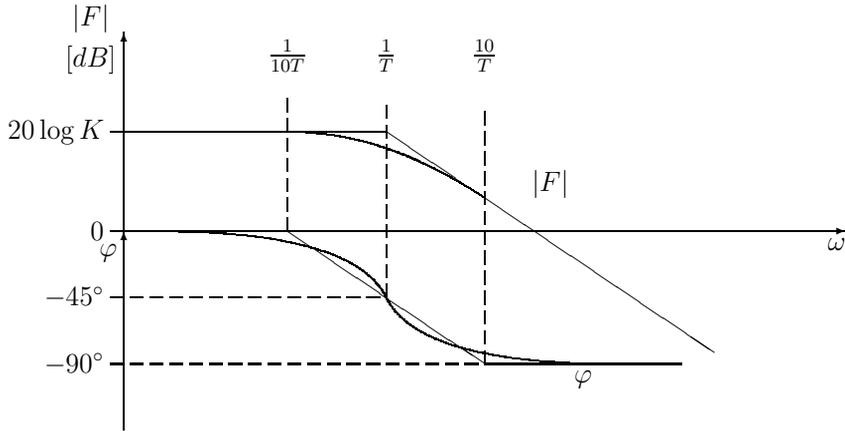


Abb. 1.13: Frequenzkennlinie des RC-Glieds

Für den Phasengang des gewählten Beispiels gilt (Abb. 1.13):

$$\varphi(\omega) = -\arctan(\omega T) \quad (1.42)$$

Näherungsweise kann mit folgendem Phasengang gearbeitet werden:

$$0 < \omega < \frac{1}{10T} \implies \varphi(\omega) = 0^\circ \quad (1.43)$$

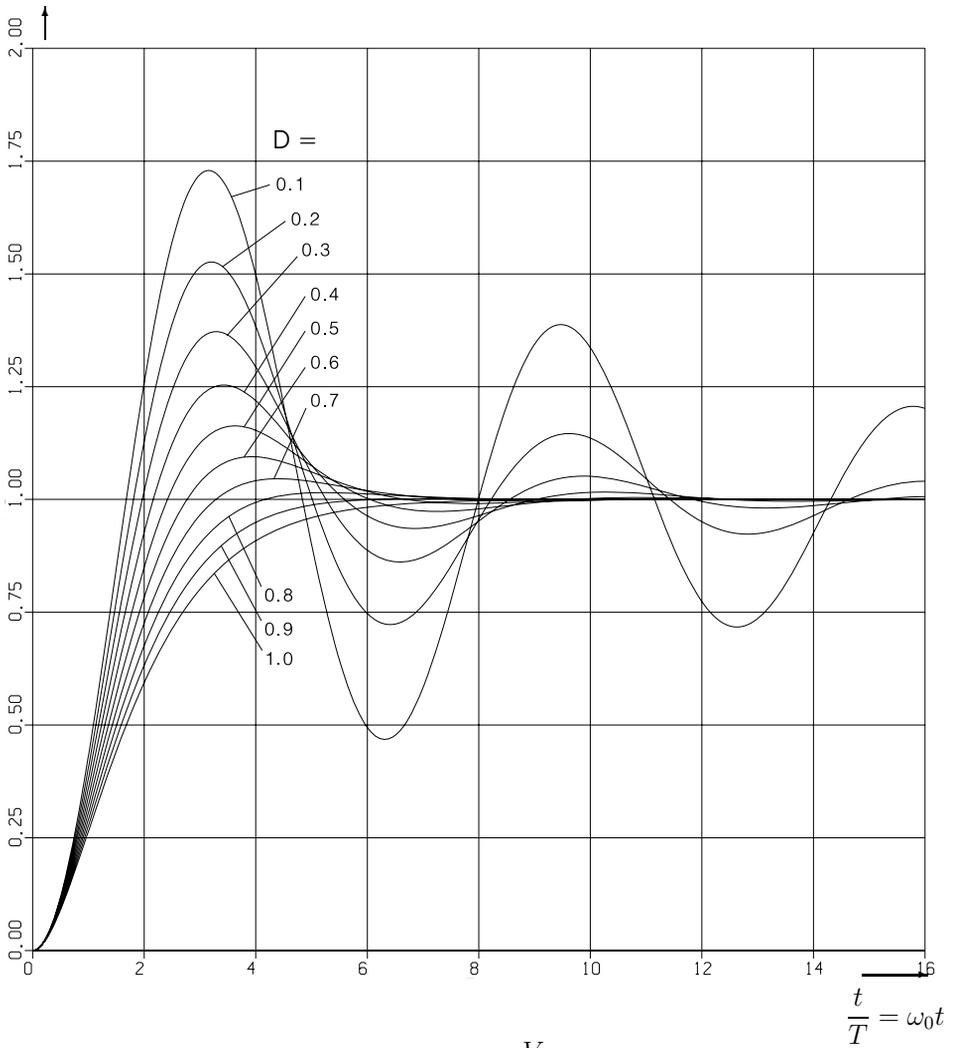
$$\frac{1}{10T} < \omega < \frac{1}{T} \implies \varphi(\omega) = -45^\circ \cdot (1 + \log \omega T) \quad (1.44)$$

$$\frac{1}{T} < \omega < \infty \implies \varphi(\omega) = -90^\circ \quad (1.45)$$

In der folgenden Tabelle sind von den wichtigsten linearen Übertragungsgliedern, die in Regelkreisen auftreten können, die Differentialgleichung, die Übertragungsfunktion, der Frequenzgang, die Frequenzkennlinie und die Ortskurve aufgeführt.

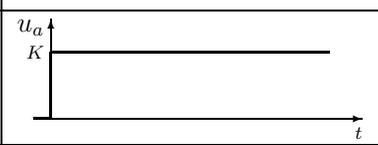
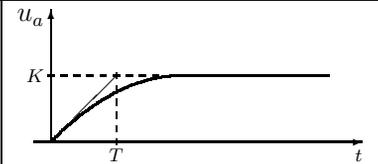
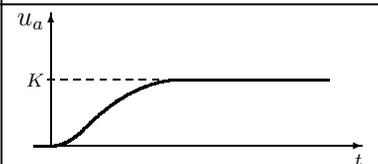
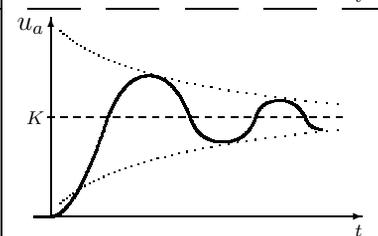
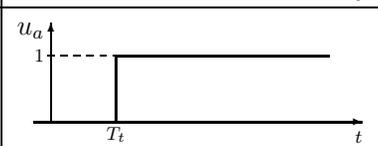
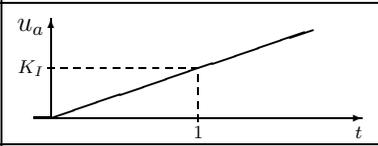
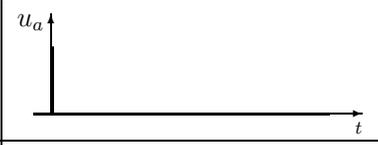
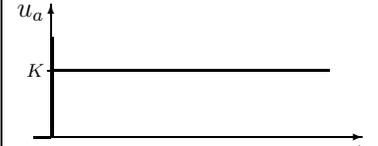
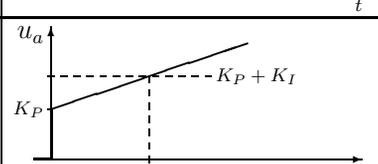
Da, wie bereits in Kap. 1.2 nachgewiesen, unterschiedliche physikalische Systeme gleiche Differentialgleichungen, Übertragungsfunktionen etc. haben können, wird im folgenden grundsätzlich von den normierten Größen (Kleinschreibung) u_e und u_a ausgegangen.

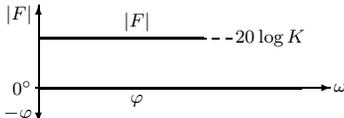
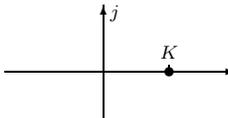
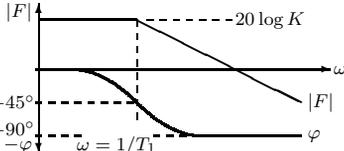
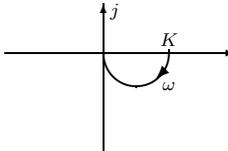
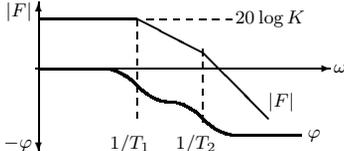
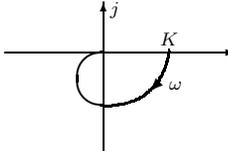
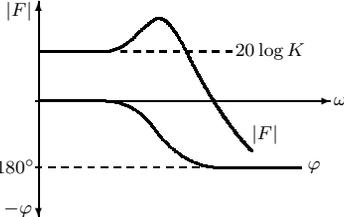
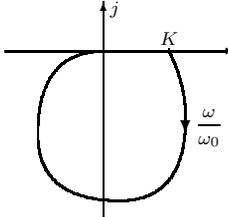
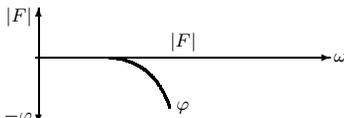
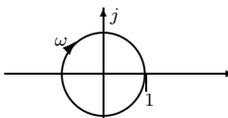
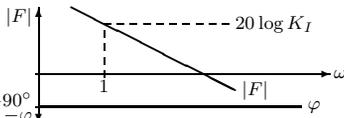
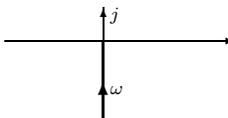
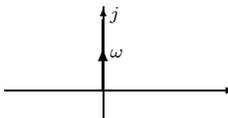
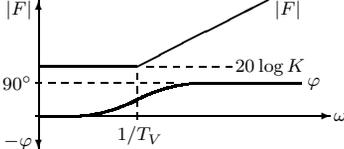
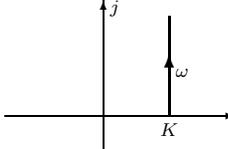
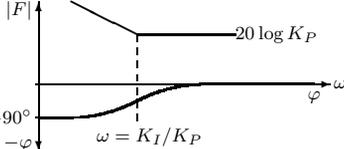
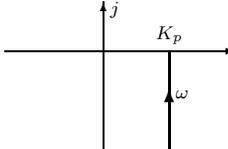
$$\frac{1}{V} \cdot \frac{u_a(t)}{u_e(t)} \quad \text{und} \quad u_e(t) = \sigma(t)$$

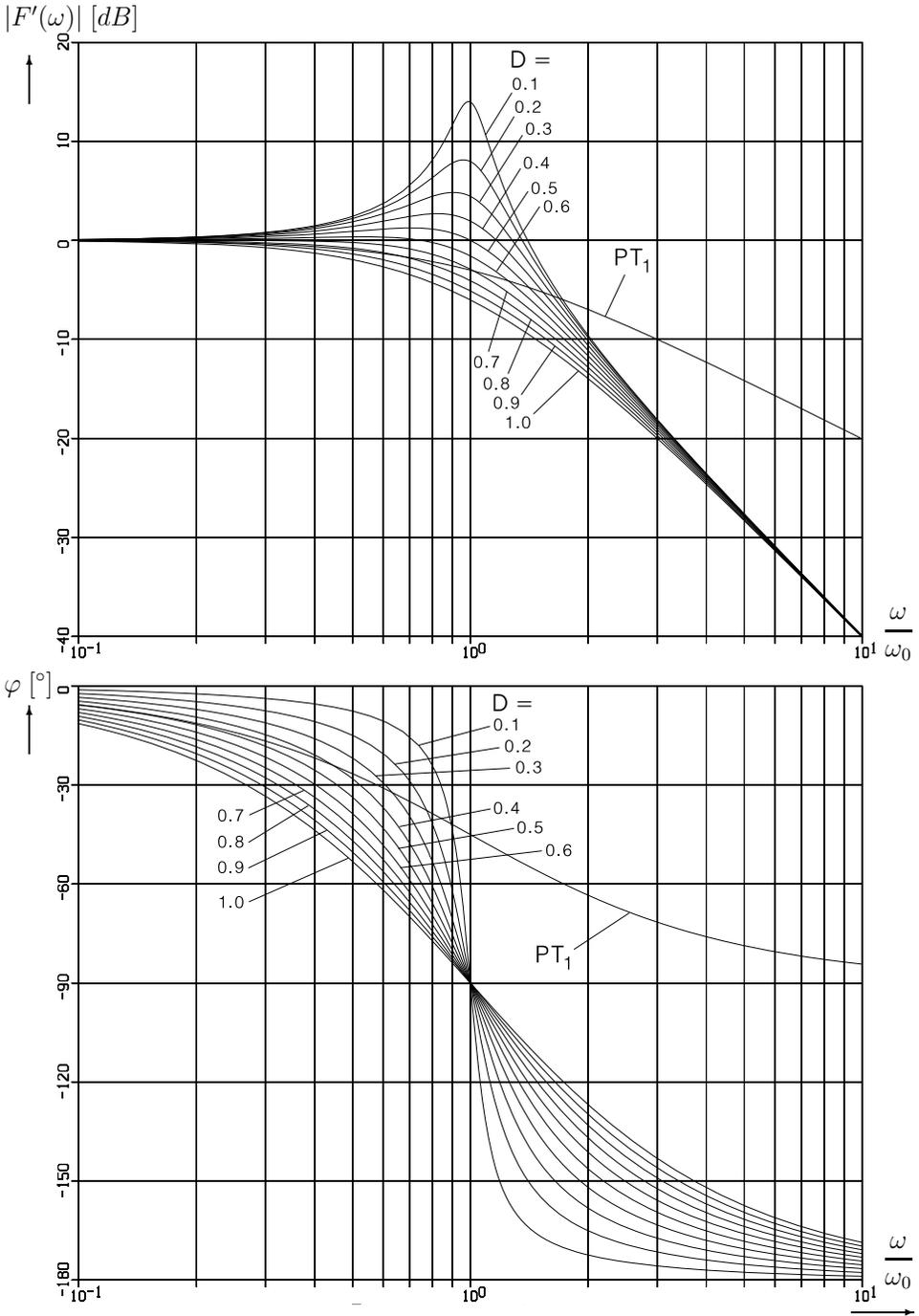


$$G(s) = \frac{V}{1 + 2DTs + T^2s^2}$$

Abb. 1.14: Übergangsfunktionen des PT_2 -Glieds

System	Differentialgleichung	Übergangsfunktion
P	$u_a(t) = K u_e(t)$	
PT_1	$T \dot{u}_a(t) + u_a(t) = K u_e(t)$	
PT_2 aperiodisch	$T_1 T_2 \ddot{u}_a(t) + (T_1 + T_2) \dot{u}_a(t) + u_a(t) = K u_e(t)$	
PT_2 schwingungs- fähig	$\frac{1}{\omega_0^2} \ddot{u}_a(t) + \frac{2D}{\omega_0} \dot{u}_a(t) + u_a(t) = K u_e(t)$	
T_t	$u_a(t) = u_e(t - T_t)$	
I	$u_a(t) = K_I \int u_e(t) dt$	
D	$u_a(t) = K_D \dot{u}_e(t)$	
PD	$u_a(t) = K (u_e(t) + T_V \dot{u}_e(t))$	
PI	$u_a(t) = K_P u_e(t) + K_I \int u_e(t) dt$	

Frequenzgang	Frequenzkennlinie	Ortskurve
$F(j\omega) = K$		
$F(j\omega) = \frac{K}{1 + j\omega T}$		
$F(j\omega) = \frac{K}{(1 + j\omega T_1)(1 + j\omega T_2)}$		
$F(j\omega) = \frac{K}{1 + \frac{2D}{\omega_0}j\omega + \frac{1}{\omega_0^2}(j\omega)^2}$		
$F(j\omega) = e^{-j\omega T_t}$		
$F(j\omega) = \frac{K_I}{j\omega}$		
$F(j\omega) = K_D j\omega$		
$F(j\omega) = K(1 + j\omega T_V)$		
$F(j\omega) = K_P \frac{1 + j\omega \frac{K_P}{K_I}}{j\omega \frac{K_P}{K_I}}$		



$$G'(s) = \frac{1}{1 + 2DTs + T^2s^2}; \quad T = \frac{1}{\omega_0}; \quad s = j\omega; \quad G'(s) = \frac{1}{1 + sT};$$

Abb. 1.15: Amplitudengänge und Phasengänge des PT₁- und PT₂-Glieds

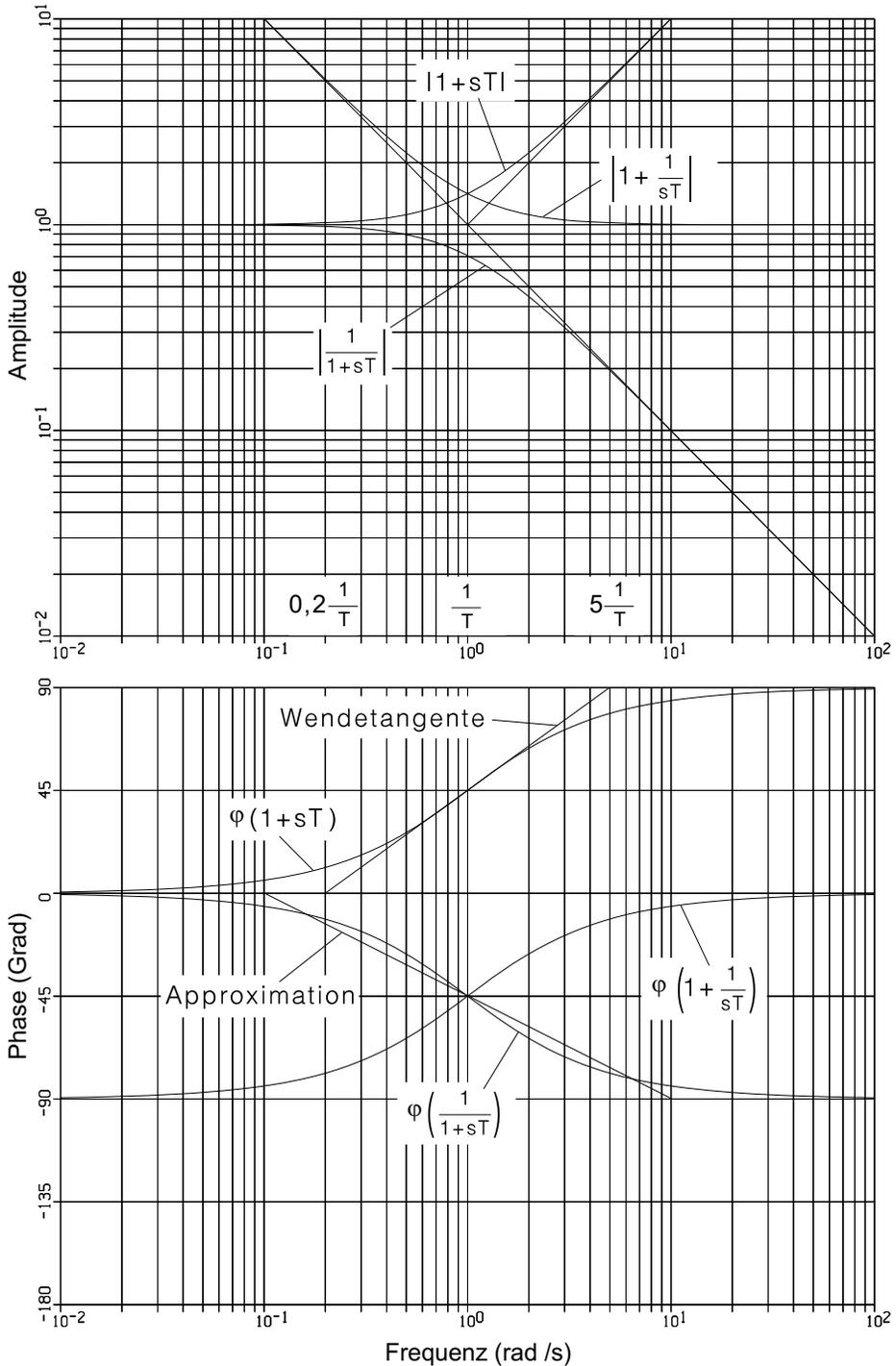


Abb. 1.16: Konstruktionshilfen für Frequenzgänge 1. Ordnung

1.4 Rechenregeln, Umwandlungsregeln, Signalflussplan

In den vorhergehenden Abschnitten wurde gezeigt, wie ausgehend von einem linearen physikalischen System ein Signalflussplan für dieses physikalische System entwickelt werden kann. Außerdem wurden einige Darstellungsformen vorgestellt.

Wichtig ist, daß abhängig vom Vorgehen bei der Aufstellung der Funktionalbeziehungen bzw. bei der Ermittlung der Übertragungsfunktionen Unterschiede in den Signalflussplänen auftreten können. Diese Unterschiede bewirken aber kein anderes Verhalten des Systems, sondern sind durch das andere Vorgehen und damit durch unterschiedliche Verknüpfungen der einzelnen Größen bedingt, wenn die Übertragungsfunktionen immer zwischen „rückwirkungsfreien“ Stellen bestimmt werden. Die Unterschiede können dann aufgehoben werden, wenn die Signalflusspläne entsprechend den Rechenregeln umgeformt werden. Grundsätzlich wird im folgenden angenommen, daß die Übertragungsglieder linear bzw. daß Linearisierungen in den Arbeitspunkten zulässig sind.

In den folgenden Abbildungen sind die Signalgrößen üblicherweise ohne Argument angegeben. Die Bezeichnung x repräsentiert dabei sowohl den Zeitbereich $x(t)$ als auch den Bildbereich $x(j\omega)$ und $x(s)$. Es wird also im Zeit-, Frequenz- und im Laplacebereich die exakt gleiche Signalbezeichnung verwendet. Zeit t und Frequenz ω sind dabei nicht normiert. Wenn in einer Gleichung der zugehörige Bereich nicht aus dem Zusammenhang hervorgeht, wird das entsprechende Argument mit angegeben. Groß- bzw. Kleinschreibung wird zur Unterscheidung von unnormierten und normierten Größen eingesetzt. Wie bereits in den Tabellen auf den vorigen Seiten angenommen, werden aus den gleichen Gründen auch in den folgenden Ableitungen bzw. Darstellungen normierte Größen angenommen.

Es können drei verschiedene Verbindungsmöglichkeiten von Übertragungsgliedern festgestellt werden:

Kettenstruktur (Reihenschaltung)

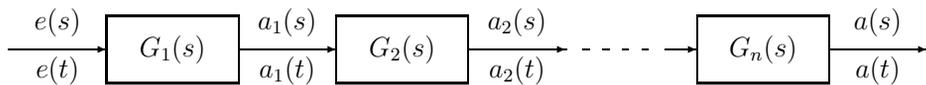


Abb. 1.17: Kettenstruktur

Es gilt:

$$a_1(s) = G_1(s) e(s) \quad (1.46)$$

analog für alle weiteren Übertragungsglieder. Somit gilt:

$$a(s) = G_1(s) G_2(s) \cdots G_n(s) e(s) \quad (1.47)$$

oder

$$G(s) = \frac{a(s)}{e(s)} = G_1(s) \cdots G_n(s) \tag{1.48}$$

(Beachte: rückwirkungsfreie Trennstellen !)

Parallelstruktur (Parallelschaltung)

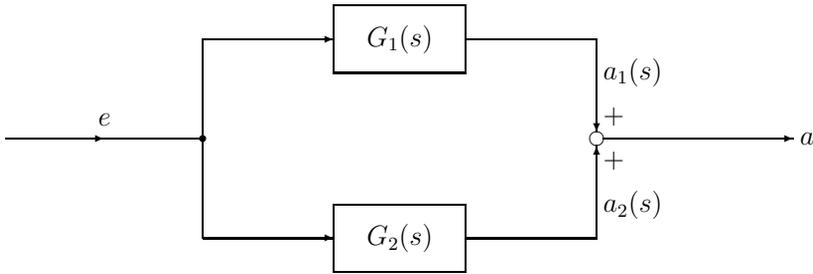


Abb. 1.18: Parallelstruktur

Es gilt:

$$a_1(s) = G_1(s) e(s) \quad \text{und} \quad a_2(s) = G_2(s) e(s) \tag{1.49}$$

also

$$a(s) = e(s) (G_1(s) + G_2(s)) \tag{1.50}$$

Kreisstruktur (Rückkopplung)

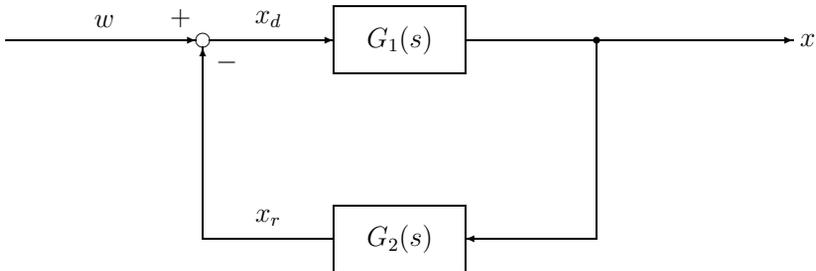


Abb. 1.19: Kreisstruktur

Mit den Rechenregeln

$$x(s) = G_1(s) x_d(s) \quad \text{und} \quad x_r(s) = G_2(s) x(s) \quad (1.51)$$

oder

$$x_r(s) = G_1(s) G_2(s) x_d(s) = -G_0(s) x_d(s) \quad (1.52)$$

und

$$x_d(s) = w(s) - x_r(s) \quad (1.53)$$

ergibt sich mit $G_v(s) = G_1(s)$ und $G_r(s) = -G_2(s)$

$$x(s) = \frac{G_1(s)}{1 - G_0(s)} w(s) = \frac{w(s)}{\frac{1}{G_1(s)} + G_2(s)} \quad (1.54)$$

oder

$$G_w(s) = \frac{x(s)}{w(s)} = \frac{G_1(s)}{1 - G_0(s)} \quad (1.55)$$

mit der Führungs-Übertragungsfunktion $G_w(s)$ des geschlossenen Regelkreises. $G_0(s) = -G_1(s)G_2(s)$ wird Übertragungsfunktion des offenen Kreises genannt und spielt bei Stabilitätsbetrachtungen eine wichtige Rolle.

Rechenregeln der Signalflussplan-Algebra

Mit den obigen Rechenregeln sind die folgenden Umwandlungsregeln für die Verzweigungsstellen, Additionspunkte und Blockschaltbilder in linearen Systemen leicht zu verstehen:

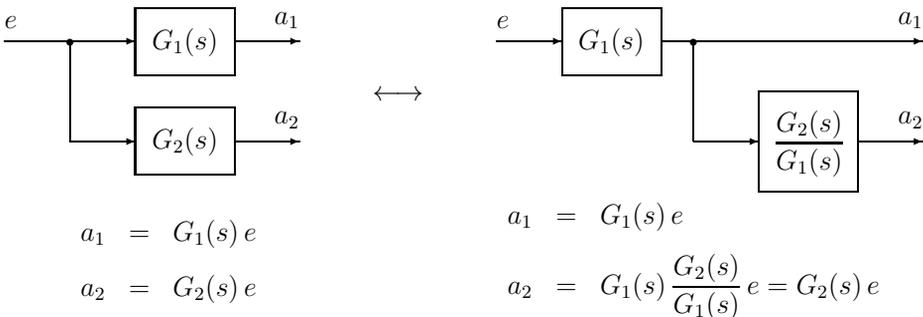


Abb. 1.20: Signalflussplan-Algebra 1

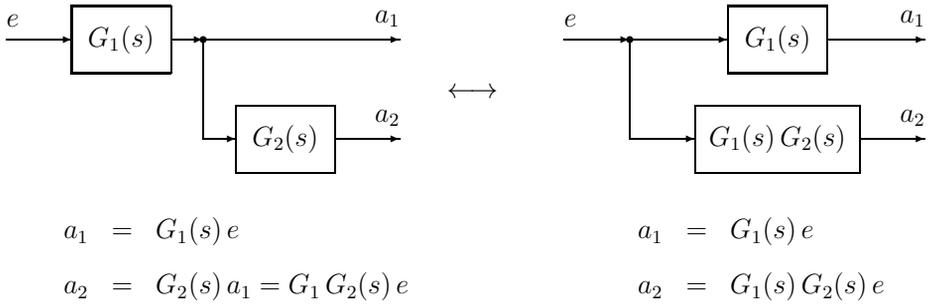


Abb. 1.21: Signalfussplan-Algebra 2

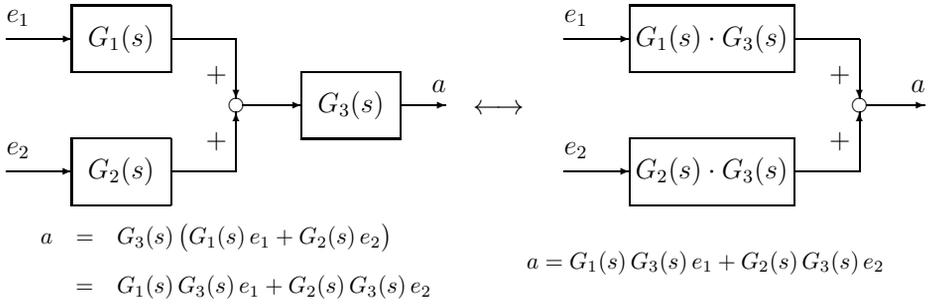


Abb. 1.22: Signalfussplan-Algebra 3

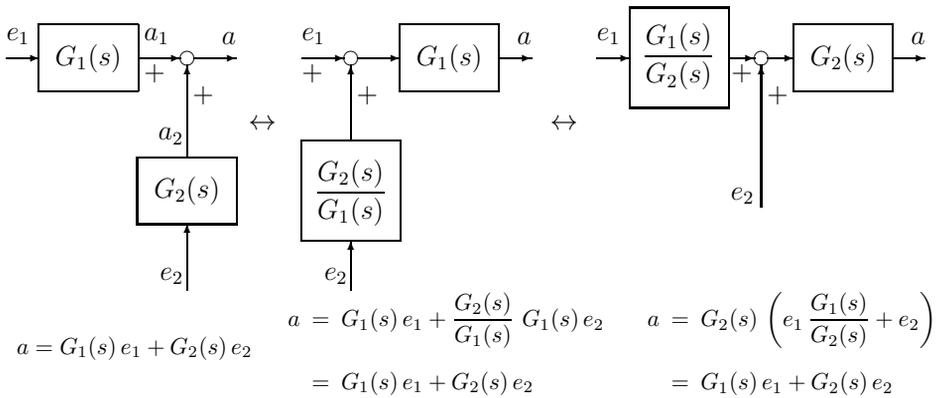


Abb. 1.23: Signalfussplan-Algebra 4

1.5 Führungs- und Störungsübertragungsfunktion

In der Regelungstechnik werden einläufige Regelkreise von vermaschten Regelkreisen unterschieden. Im folgenden sollen als erstes für den einläufigen Regelkreis charakteristische Formeln abgeleitet werden, vermaschte Regelkreisstrukturen werden in Kap. 5 behandelt.

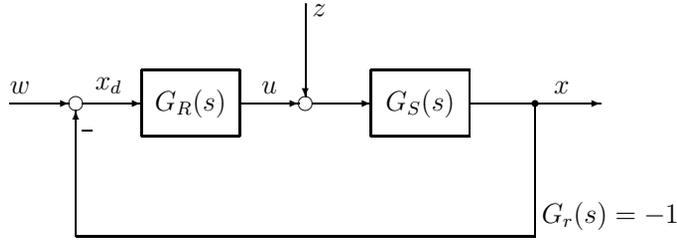


Abb. 1.24: Regelkreis mit Führungs- und Störgröße

Anhand des Signalflossplans des einläufigen Regelkreises (Abb. 1.24) ermitteln wir die Grundgleichungen des Regelkreises. Dabei muss der Unterschied zu Abb. 1.19 und Gl. (1.55) beachtet werden. Die Regelgröße x ergibt sich zu:

$$x(s) = G_S(s) (u(s) + z(s)) \quad (1.56)$$

mit $u(s) = G_R(s) x_d(s) = G_R(s) (w(s) - x(s))$ folgt

$$x(s) = G_S(s) \left(G_R(s) (w(s) - x(s)) + z(s) \right) \quad (1.57)$$

Daraus folgt:

$$x(s) = \frac{G_R(s) G_S(s)}{1 + G_R(s) G_S(s)} w(s) + \frac{G_S(s)}{1 + G_R(s) G_S(s)} z(s) \quad (1.58)$$

und mit $G_0(s) = -G_R(s) G_S(s)$ folgt

$$x(s) = \frac{-G_0(s)}{1 - G_0(s)} w(s) + \frac{G_S(s)}{1 - G_0(s)} z(s) \quad (1.59)$$

Für $z(s) = 0$ ergibt sich

$$x(s) = \frac{-G_0(s)}{1 - G_0(s)} w(s) \quad (1.60)$$

Diese Gleichung beschreibt die Reaktion des Regelkreises aufgrund von Änderungen der Führungsgröße w .

Die diesen Zusammenhang beschreibende Übertragungsfunktion

$$\frac{x(s)}{w(s)} = \left. \frac{-G_0(s)}{1 - G_0(s)} \right|_{G_r(s)=-1} = G_w(s) \quad (1.61)$$

wird die *Führungsübertragungsfunktion* $G_w(s)$ des Regelkreises genannt. Für $w(s) = 0$ ergibt sich aus der Grundgleichung

$$x(s) = \frac{G_S(s)}{1 - G_0(s)} z(s) \quad (1.62)$$

Diese Gleichung beschreibt die Reaktion des Regelkreises aufgrund von Änderungen der Störgröße z . Die diesen Zusammenhang beschreibende Übertragungsfunktion

$$\frac{x(s)}{z(s)} = \frac{G_S(s)}{1 - G_0(s)} = G_z(s) \quad (1.63)$$

wird die *Störübertragungsfunktion* $G_z(s)$ des Regelkreises genannt. Damit lässt sich die Grundgleichung des Regelkreises in folgender Kurzform darstellen:

$x(s) = G_w(s) w(s) + G_z(s) z(s)$	
$G_0(s) = -G_R(s) G_S(s)$	
$G_w(s) = \frac{-G_0(s)}{1 - G_0(s)}$	(1.64)
$G_z(s) = \frac{G_S(s)}{1 - G_0(s)}$	
bei $G_r(s) = -1$	

Die Führungsübertragungsfunktion G_w und die Störübertragungsfunktion G_z eines Regelkreises haben denselben Nenner. Allein die Nullstellen dieses Nenners sind für die Stabilität entscheidend. Die Gleichung

$$\boxed{1 - G_0(s) = 0} \quad (1.65)$$

wird deshalb auch die *charakteristische Gleichung* des Regelkreises genannt. Sie beschreibt den inneren Aufbau des Regelkreises vollständig. Die in dieser Gleichung vorkommende höchste Potenz von s gibt an, wievielter Ordnung die den Regelkreis beschreibende Differentialgleichung ist.

2 Stabilisierung und Optimierung von Regelkreisen

Im vorigen Kapitel wurden grundlegende Begriffe der *linearen* Regelungstechnik wie Übertragungsfunktionen, Signalfusspläne, statisches und dynamisches Verhalten, Übergangsfunktionen sowie Steuerung und Regelung erläutert. In diesem Kapitel werden nun die Bedingungen, die die Stabilität eines *linearen* Regelkreises und sein optimales Verhalten sicherstellen, dargestellt.

Die Regelung einer Anlage (genannt Strecke) hat die Aufgabe, eine vorgegebene Größe (genannt Regelgröße) auf einen vorbestimmten Wert zu bringen und sie gegen den Einfluss von Störungen auf diesem Wert zu halten.

Charakteristik der Regelung im Gegensatz zur Steuerung ist dabei, daß zu diesem Zweck die Regelgröße laufend erfasst wird und eine Abweichung von dem gewünschten Wert dazu benutzt wird, die Strecke so zu beeinflussen, daß der gewünschte Zustand wieder hergestellt wird. Die Regelung ist somit durch einen geschlossenen Wirkungskreis gekennzeichnet.

In dem in Abb. 2.1 dargestellten Regelkreis werden die Führungsgröße w , die den gewünschten Wert der Regelgröße x darstellt, und die Regelgröße x miteinander verglichen. Die Abweichung der Regelgröße von der Führungsgröße (genannt Regelabweichung x_d) wird dem Regler zugeführt. Der Regler ist dabei der Teil des Regelkreises, mit dem die statischen und dynamischen Eigenschaften des Regelkreises beeinflusst werden können. Die Ausgangsgröße des Reglers ist die Stellgröße u , die gleichzeitig die Eingangsgröße der Regelstrecke ist.

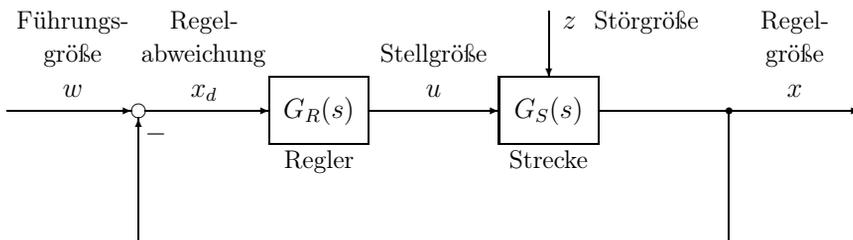


Abb. 2.1: Prinzipbild Regelkreis

Als äußere Größen wirken auf den Regelkreis ein:

1. Die Führungsgröße w , die den Sollwert der Regelgröße x vorgibt,
2. die Störgrößen z , deren Änderung auch eine Änderung der Regelgröße x bewirken kann, sofern die Regelung dies nicht verhindert.

2.1 Stabilität

Eine wichtige Voraussetzung, damit der tatsächliche Wert der Regelgröße (auch Istwert genannt) den Sollwert erreicht, ist die Stabilität des Regelkreises. Die Bedingung dafür lässt sich anschaulich am folgenden Beispiel im Frequenzbereich erklären.

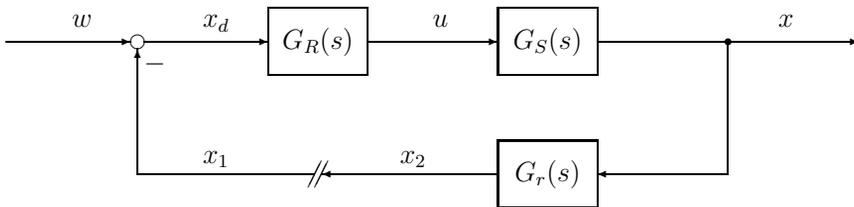


Abb. 2.2: Aufgeschnittener Regelkreis

Die Überprüfung der Stabilität kann am „aufgeschnittenen“ Regelkreis durchgeführt werden. Der Regelkreis muss bei dieser Untersuchung allerdings stets an einer rückwirkungsfreien Stelle aufgeschnitten werden, um die dynamischen Eigenschaften der Übertragungselemente nicht zu verändern. Die Untersuchung des aufgeschnittenen Kreises ist im allgemeinen einfacher als die des geschlossenen Kreises.

Die Vereinfachung wird erstens dadurch erzielt, daß der Regelkreis aus der Hintereinanderschaltung von Regler, Regelstrecke und Rückführung besteht, deren Übertragungsfunktionen meist bekannt sind. Zweitens sind häufig zwar der Regler, die Regelstrecke und die Rückführung für sich genommen stabil, der geschlossene Regelkreis kann dagegen instabil sein.

Abbildung 2.2 zeigt den aufgeschnittenen Regelkreis mit den drei linearen Übertragungselementen $G_R(s)$, $G_S(s)$ und $G_r(s)$, bzw. im Frequenzbereich Regler $F_R(j\omega)$, Strecke $F_S(j\omega)$ und Rückführung $F_r(j\omega)$. Durch Zusammenfassen der drei Übertragungselemente ergibt sich der Frequenzgang des offenen Regelkreises:

$$F_0(j\omega) = \frac{x_2(j\omega)}{x_1(j\omega)} = -F_R(j\omega) F_S(j\omega) F_r(j\omega) \quad (2.1)$$

Die Vorzeichenumkehr an der Vergleichsstelle wird als proportionale Übertragungsfunktion mit der Verstärkung -1 berücksichtigt. Die Führungsgröße w wird

zu Null gesetzt. Speist man an der Schnittstelle ein sinusförmiges Anregungssignal x_1 mit der Kreisfrequenz ω_1 und der Amplitude \hat{x}_1 ein,

$$x_1 = \hat{x}_1 \sin(\omega_1 t) \quad (2.2)$$

dann wird im eingeschwungenen Zustand das Signal x_2 ebenfalls ein sinusförmiges Signal mit derselben Frequenz sein. Gegenüber dem Signal x_1 hat jedoch das Signal x_2 im allgemeinen eine unterschiedliche Amplitude $|F_0(j\omega_1)| \hat{x}_1$ und Phasenlage $\varphi_0(\omega_1)$ (siehe auch Abb. 1.10 und 2.4).

$$\begin{aligned} x_2 &= F_0(j\omega_1) x_1 = -|F_0(j\omega_1)| e^{j\varphi_0(\omega_1)} x_1 \\ &= -|F_0(j\omega_1)| \hat{x}_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_0(\omega_1)) \end{aligned} \quad (2.3)$$

Dabei ist zu beachten, daß $\varphi_0(\omega)$ den Phasenwinkel von $-F_0(j\omega)$ bezeichnet. Auch stellen die Ortskurven immer $F_R F_S F_T$ dar, also $-F_0$.

Zur Erklärung der Stabilität wird nun folgendes Gedankenexperiment durchgeführt. Im ersten Schritt soll die Frequenz des Signals x_1 so lange erhöht werden, bis die Signale x_1 und x_2 phasengleich sind; dies wird bei der Kreisfrequenz ω_K erreicht sein. Aufgrund der Vorzeichenumkehr genügt dazu ein Phasenwinkel $\varphi_0 = 180^\circ$.

Im zweiten Schritt wird dann — bei fester Kreisfrequenz ω_K — die statische Verstärkung von $F_0(j\omega)$ erhöht, bis das Amplitudenverhältnis $\hat{x}_2/\hat{x}_1 = 1$ ist.

Die Signale x_1 und x_2 sind nach diesen zwei Schritten somit in der Phase und in der Amplitude gleich. Bei diesem Betriebszustand $x_1 = x_2$ kann das äußere, anregende Signal x_1 entfernt und der Regelkreis gleichzeitig geschlossen werden; der Betriebszustand des Regelkreises bleibt dabei erhalten, d.h. die Signale im Regelkreis werden mit der Kreisfrequenz ω_K weiterschwingen. Wird nun seinerseits das Amplitudenverhältnis $|F_0| = \hat{x}_2/\hat{x}_1$ unter den Wert 1 erniedrigt, dann wird die selbsterregte Schwingung abklingen. Die Bedingung für die Stabilitätsgrenze lautet somit

$$x_1 = x_2 \quad (2.4)$$

Nach Einsetzen von Gl. (2.3) lautet das Ergebnis

$$F_0(j\omega) = 1 \quad \text{bzw.} \quad -F_0(j\omega) = -1 \quad (2.5)$$

Aus dem Gedankenexperiment ist für das gegebene Beispiel somit zu folgern:

$$|F_0(j\omega)| \Big|_{\varphi_0 = -180^\circ} \begin{cases} < 1 & \implies \text{Stabilität} \\ = 1 & \implies \text{Stabilitätsgrenze} \\ > 1 & \implies \text{Instabilität} \end{cases} \quad (2.6)$$

Gleichung (2.6) gibt die Bedingung für die absolute Stabilität an, da nur die Einhaltung dieser Bedingung eine Selbsterregung des Regelkreises verhindert.

2.1.1 Nyquist-Kriterium

Ein verallgemeinertes Kriterium ist das Stabilitätskriterium von Nyquist, das wie folgt lautet:

Definition

Der geschlossene Regelkreis ist stabil, wenn der vom kritischen Punkt $(-1 + j0)$ zum laufenden Ortskurvenpunkt $-F_0(j\omega)$ (Frequenzortskurve des aufgeschnittenen Regelkreises) weisende Fahrstrahl für wachsendes ω von $\omega = 0$ bis $\omega \rightarrow \infty$ eine Winkeländerung $\Delta\phi$ von

$$\Delta\phi_{soll} = r_0 \pi + a_0 \frac{\pi}{2} \quad (2.7)$$

erfährt. Dabei ist:

r_0 : Anzahl der Pole von $G_0(s)$, die *rechts* der imaginären Achse liegen,

a_0 : Anzahl der Pole von $G_0(s)$, die *auf* der imaginären Achse liegen.

Voraussetzung:

Bei $\omega \rightarrow \infty$ muss $|F_0(j\omega)| \rightarrow 0$ erfüllt sein; dies ist, bei realen Systemen immer gegeben (Ordnung des Zählerpolynoms von $G_0(s) <$ Ordnung des Nennerpolynoms von $G_0(s)$).

Vorteile des Nyquist-Kriteriums

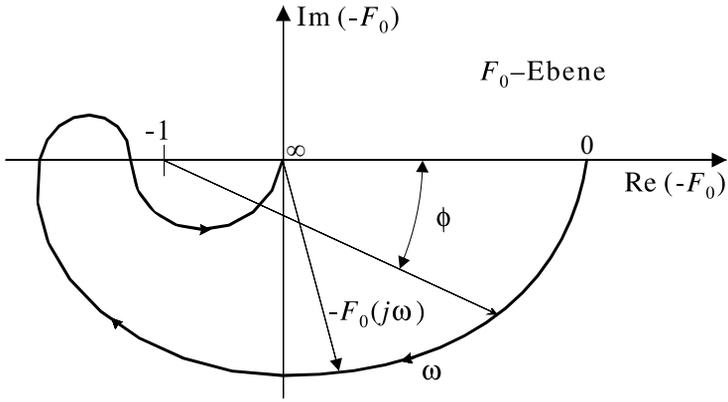
1. Es ist anwendbar, wenn ein analytischer Ausdruck für den Frequenzgang $F_0(j\omega)$ nicht bekannt ist, aber eine Messung des Frequenzganges $F_0(j\omega)$ vorliegt.
2. Das Kriterium gilt auch für Systeme mit Totzeit.
3. Mit dem Kriterium kann auch die Dämpfung von Einschwingvorgängen abgeschätzt werden.

Abbildung 2.3a zeigt die Nyquist-Ortskurve und Abb. 2.3b einige Beispiele für Ortskurven stabiler und instabiler Regelkreise.

Abschätzung des Einschwingverhaltens

Prinzipiell kann festgestellt werden, daß die Dämpfung des Einschwingvorgangs um so größer ist, je weiter die Ortskurve des Frequenzgangs vom kritischen Punkt $(-1, 0)$ der Frequenzebene entfernt ist. Ein Maß für die Entfernung der Ortskurve vom Punkt $(-1, 0)$ ist erstens der Phasenwinkel φ_0 , bei dem die Ortskurve des Frequenzgangs $-F_0(j\omega)$ den Einheitskreis schneidet. Der Winkel

$$\varphi_{Rd} = 180^\circ + \varphi_0 \Big|_{|F_0(j\omega)|=1} \quad (2.8)$$



Offener Kreis

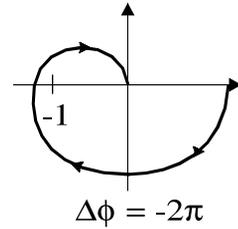
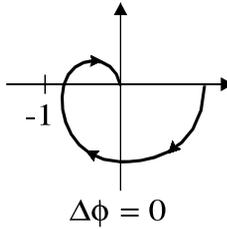
Geschlossener Kreis
stabil

Geschlossener Kreis
instabil

PT_n – Verhalten

$$r_0 = 0, a_0 = 0$$

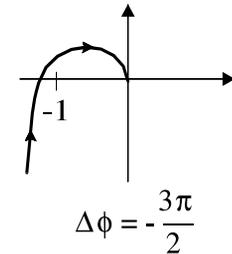
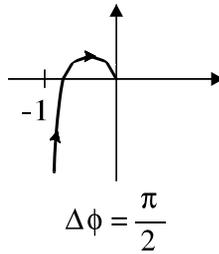
$$\Delta\phi_{Soll} = 0$$



I – Verhalten

$$r_0 = 0, a_0 = 1$$

$$\Delta\phi_{Soll} = \frac{\pi}{2}$$



I_2 – Verhalten

$$r_0 = 0, a_0 = 2$$

$$\Delta\phi_{Soll} = \pi$$

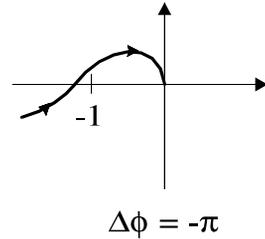
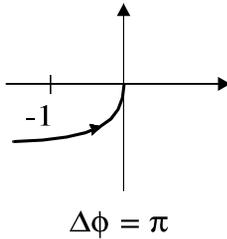


Abb. 2.3: Nyquist-Kriterium

wird Phasenrand genannt. Falls die Ortskurve $-F_0(j\omega)$ die negative reelle Achse schneidet, kann als zweite Größe der Amplitudenabstand (auch Amplitudenrand)

$$A_{Rd} = \frac{1}{|F_0(j\omega)|} \Big|_{\varphi_0 = -180^\circ} \quad (2.9)$$

für die Abschätzung der Dämpfung verwendet werden. A_{Rd} ist somit der Verstärkungsfaktor, der notwendig wäre, um bei ω_K ($\varphi_0 = -180^\circ$) die Verstärkung des offenen Regelkreises auf $|F_0(\omega_K)| = 1$ anzuheben.

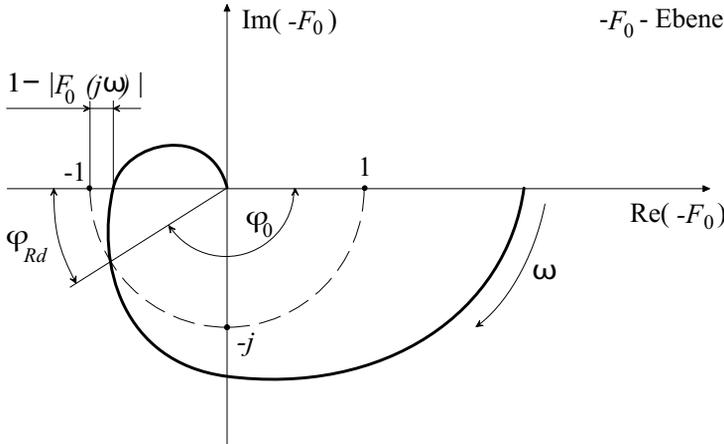


Abb. 2.4: Abschätzung des Einschwingverhaltens

Für die Belange der elektrischen Antriebstechnik gelten ungefähr die folgenden Anhaltswerte. Die Umrechnung des Amplitudenabstands nach dB erfolgt dabei mit $A_{Rd,dB} = -20 \log(A_{Rd})$.

1. Aperiodischer Einschwingvorgang (ohne Überschwingen)

$$\varphi_{Rd} \geq 90^\circ$$

2. Einschwingvorgang mit 5 bis 10 % Überschwingen

$$\varphi_{Rd} \geq 60^\circ$$

$$A_{Rd} \geq 3 \quad (\text{entspricht } -10 \text{ dB})$$

3. Einschwingung mit erheblichem Überschwingen

$$\varphi_{Rd} \geq 30^\circ$$

$$A_{Rd} \geq 2 \quad (\text{entspricht } -6 \text{ dB})$$

Die angegebenen Werte sind Anhaltswerte und haben bei komplizierten Regelkreisen nicht in jedem Fall Gültigkeit. Eine Erläuterung, wie diese Zahlenangaben errechnet werden, erfolgt in Kap. 3.

2.1.2 Frequenzkennlinien

Die Ortskurven-Darstellung eignet sich gut für grundsätzliche Überlegungen, wird dagegen aber unhandlich, wenn Übertragungsfunktionen miteinander zu multiplizieren sind (Kettenstruktur). Bei dieser Aufgabe müssen im Bereich $0 \leq \omega \leq \infty$ die Beträge der einzelnen Frequenzgänge multipliziert und die Phasenwinkel addiert werden.

$$|F_0(\omega)| = \prod_{i=1}^n |F_i(\omega)| \quad (2.10)$$

$$\varphi_0(\omega) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(\omega) \quad (2.11)$$

Eine weitere Erschwerung tritt bei einer Änderung von Parametern der Übertragungsfunktionen ein, da der Einfluss eines oder mehrerer Parameter in der Ortskurve des Frequenzgangs nicht mehr erkennbar ist; der Frequenzgang muss neu berechnet werden. Eine wesentliche Vereinfachung der Analyse und Synthese von Regelkreisen wird mit dem Verfahren der Frequenzkennlinien erzielt.

Das Verfahren der Frequenzkennlinie beruht auf der Darstellung im logarithmischen Koordinatensystem. Die sich daraus ergebenden Vorteile sind, daß die Multiplikation zweier Frequenzgänge auf die Addition der Beträge der Einzel-Frequenzgänge und die Addition der Phasen der Einzel-Frequenzgänge zurückgeführt wird. Sobald allerdings andere Verknüpfungen als Multiplikationen, z. B. Parallelschaltungen von Übertragungsfunktionen vorliegen, bietet das Verfahren der Frequenzkennlinien keine Vorteile mehr.

Die Rechenvorschrift für das Frequenzkennlinienverfahren bei einer multiplikativen Verknüpfung der Übertragungselemente lautet somit:

$$\log |F_0(\omega)| = \sum_{i=1}^n \log |F_i(\omega)| \quad (2.12)$$

$$\varphi_0(\omega) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(\omega) \quad (2.13)$$

Beispiel

Als Beispiel für die Anwendung sollen die folgenden Übertragungsfunktionen dienen, die in einer Kettenstruktur angeordnet sind:

$$G_1'(s) = \frac{1}{1 + 2s} \cdot \frac{1}{1 + 0,5s}$$

$$G_2'(s) = 4 \cdot \frac{1}{s}$$

$$G_3'(s) = 4 \cdot e^{-0,05s}$$

Es ergibt sich die folgende Gesamtübertragungsfunktion, die aus einem Integrator, zwei PT_1 -Gliedern mit den Zeitkonstanten $T_1 = 2$ und $T_2 = 0,5$, sowie einem Totzeitglied besteht:

$$G(s) = 16 \cdot \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{1+2s} \cdot \frac{1}{1+0,5s} \cdot e^{-0,05s} \quad (2.14)$$

Mit Hilfe der Tabelle auf den Seiten 18 und 19 kann man nun zunächst die Frequenzkennlinien der einzelnen Teilübertragungsfunktionen ermitteln und danach die Gesamt-Frequenzkennlinie konstruieren. Wie aus der Tabelle zu entnehmen ist, hat der Integrator

$$G_1(s) = \frac{16}{s} \quad \text{bzw.} \quad F_1(j\omega) = \frac{16}{j\omega} = -j \cdot \frac{16}{\omega} \quad (2.15)$$

einen konstanten nacheilenden Phasenwinkel von 90° ; der Amplitudengang ist umgekehrt proportional zu ω , d.h. bei einer Erhöhung der Kreisfrequenz um den Faktor 10 wird der Betrag des Amplitudengangs um den Faktor 0,1 abnehmen. Dies bedeutet in der Frequenzkennliniendarstellung, daß der Integrator durch eine 1:1 fallende Gerade dargestellt wird. Zur Festlegung des Ortes dieser Gerade genügt folgende Überlegung zur Bestimmung zweier Punkte, durch die die Amplitudengerade gelegt werden kann:

$$\begin{aligned} |F_1(j\omega)| &= \frac{16}{\omega} \\ |F_1(j\omega)|_{\omega=1} &= 16 \quad \text{oder} \quad 24 \text{ dB} \\ |F_1(j\omega)|_{\omega=16} &= 1 \quad \text{oder} \quad 0 \text{ dB} \end{aligned}$$

Folglich muss die Gerade durch die beiden (ω, dB) -Punkte $(1, 24)$ und $(16, 0)$ verlaufen.

Die Überlegungen zu den Übertragungsfunktionen der PT_1 -Glieder sind bereits ausführlich in Kap. 1 dargestellt und ergeben folgende Eckfrequenzen:

$$G_2(s) = \frac{1}{1+T_1s} \cdot \frac{1}{1+T_2s}$$

$$\text{mit} \quad \omega_1 = \frac{1}{T_1} = 0,5 \quad \text{und} \quad \omega_2 = \frac{1}{T_2} = 2$$

Die letzte Teilübertragungsfunktion ist das Totzeitglied mit:

$$G_3(s) = e^{-0,05s} \quad \text{bzw.} \quad F_3(j\omega) = e^{-j0,05\omega}$$

Es lässt sich erkennen, daß beim Totzeitglied die Amplitude im gesamten Frequenzbereich konstant ist und sich nur der Phasenwinkel $\varphi_3(x)$ ändert.

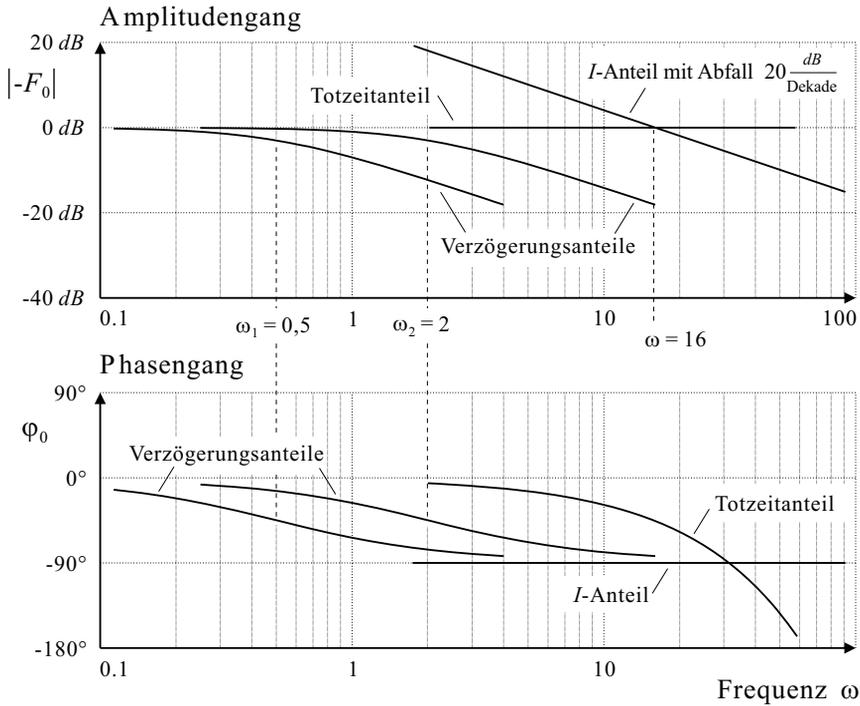


Abb. 2.5: Frequenzkennlinien der Teilübertragungsfunktionen (ausschnittsweise)

$$\varphi_3(\omega) = 0,05\omega \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \quad (2.16)$$

Damit liegen die Grundvorstellungen zur Realisierung der Gesamtfrequenzkennlinie vor. Der Übersichtlichkeit halber werden in Abb. 2.5 die Teilfunktionen noch einmal dargestellt. Bei der genauen Realisierung empfiehlt es sich insbesondere, den Phasenwinkel über der Frequenz genau zu ermitteln und aufzutragen. Abbildung 2.6 zeigt die resultierende Gesamtfrequenzkennlinie.

Aus der resultierenden Frequenzkennlinie lässt sich nun erkennen, daß der Regelkreis, der beim Schließen der Kettenstruktur entsteht, instabil ist. Der Grund ist, daß bei $\varphi = -180^\circ$ ($\omega \approx 1,0$) der Betrag von $|F|_{dB} \approx +18 \text{ dB}$ ist. Zum Erreichen der Stabilitätsgrenze muss somit die Kreisverstärkung um ca. 18 dB abgesenkt werden.

2.2 Stabilitätsprüfung anhand der Übertragungsfunktion

In den vorherigen beiden Unterkapiteln wurde die Stabilitätsprüfung anschaulich im Frequenzbereich dargestellt. Diese beiden Wege sind immer dann anwendbar, wenn — wie beim Frequenzgang — der Frequenzgang des offenen

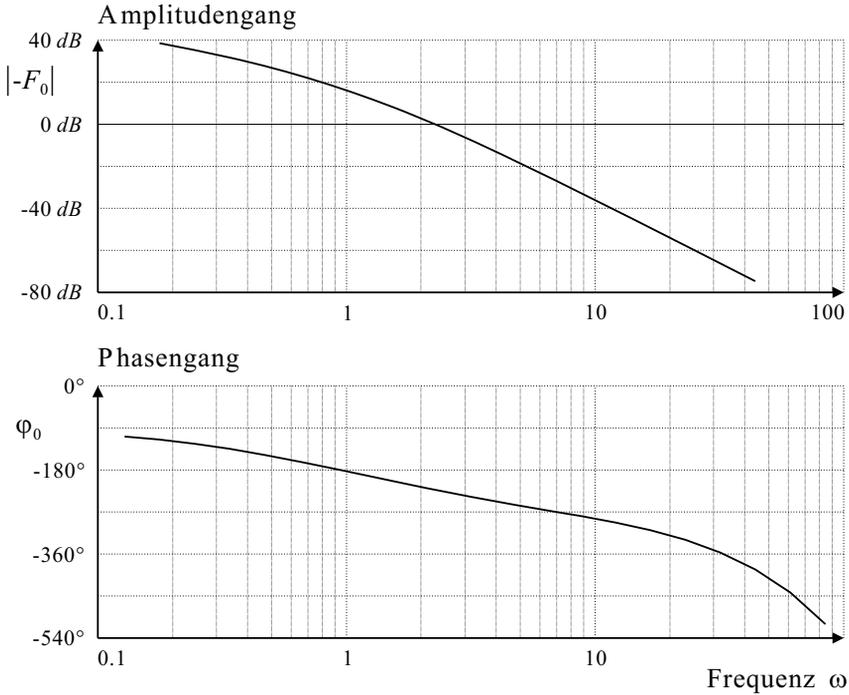


Abb. 2.6: Frequenzkennlinie der Gesamtübertragungsfunktion

Regelkreises beispielsweise experimentell ermittelt wurde und somit das Nyquist-Kriterium anwendbar ist. Bei der Frequenzkennlinie wird ebenso der Frequenzbereich genützt. Allerdings werden im allgemeinen die Struktur des offenen Regelkreises und die zugehörigen Übertragungsfunktionen der Komponenten des offenen Regelkreises bekannt sein. Ausgehend von dieser Kenntnis sind daher sowohl die Übertragungsfunktion $-G_0(s)$ des offenen als auch die Führungsübertragungsfunktion $G_w(s)$ oder die Stör-Übertragungsfunktion $G_z(s)$ des geschlossenen Regelkreises zu berechnen. In diesem Fall wäre es vorteilhaft, direkt mittels dieser Übertragungsfunktionen die Stabilitätsprüfung durchzuführen.

Wie bereits in Kap. 1.5 diskutiert, können die Übertragungsfunktionen ein Zähler- und ein Nennerpolynom aufweisen:

$$G_w(s) = \frac{Z_1(s)}{N(s)} = \frac{b_0 + b_1s + \dots + b_ms^{m-1}}{a_0 + a_1s + \dots + a_ns^{n-1}} \quad m < 1 \quad (2.17)$$

$$G_z(s) = \frac{Z_2(s)}{N(s)} \quad (2.18)$$

Das Nennerpolynom $N(s)$ ist das charakteristische Polynom, welches das Eigenverhalten des betrachteten Systems darstellt und deswegen bei der Führungs- und der Stör-Übertragungsfunktion gleich sein muss. Die Zählerpolynome $Z_1(s)$

und $Z_2(s)$ beschreiben, wie das betrachtete System von der Eingangs- bzw. Störgröße angeregt wird; die Zählerpolynome werden deshalb im allgemeinen unterschiedlich sein.

Für die Stabilitätsprüfung ist daher das Nennerpolynom $N(s)$ des geschlossenen Regelkreises entscheidend. Die Fragestellung der Stabilitätsprüfung anhand des Nennerpolynoms $N(s)$ wurde bereits 1877 von E.I. Routh und in ähnlicher Form 1895 von A. Hurwitz behandelt. Der Grundgedanke des Vorgehens ist zu bestimmen, ob Nullstellen des Nennerpolynoms (Pole) nur in der linken Halbebene der s -Ebene (stabil) oder ob Pole auf der imaginären Achse oder sogar in der rechten Halne angeordnet sind.

Die Aussage *stabil* oder *instabil* in Verbindung mit der Pollage lässt sich anschaulich mittels der Tabelle auf Seite 39 darstellen.

Wenn eine Übertragungsfunktion eines PT₁-Systems angenommen wird, dann ist der Übergangsvorgang stabil, und der Pol $s_1 = -1/T$ ist in der linken Halbebene auf der negativ reellen Achse der s -Ebene angeordnet. Dies gilt entsprechend für das aperiodische PT₂-Übertragungsverhalten und Systeme höherer Ordnung.

Wenn ein reines I-Verhalten angenommen wird, dann ist der Pol bei $s_1 = 0$ angeordnet, d.h. im Ursprung der s -Ebene und somit auf der imaginären Achse und bei einem konstanten Eingangssignal ergibt sich kein konstantes Ausgangssignal; das I-Verhalten ist somit instabil.

Wenn ein periodisches PT₂-Verhalten mit $D < 1$ vorliegt, dann wird ein konjugiert komplexes Polpaar entstehen, wobei mit abnehmender Konstanten $0 < D < 1$ (Dämpfungsfaktor) die Abklingdauer der periodischen Schwingung zunimmt und das konjugiert komplexe Polpaar mit abnehmendem Dämpfungsfaktor D immer näher zur imaginären Achse wandert und bei $D = 0$ das Polpaar bei $s_{1,2} = \pm j\omega_0$, d.h. auf der imaginären Achse, angeordnet ist. Im Fall $s_{1,2} = \pm j\omega_0$ liegt ebenso ein instabiles Verhalten vor, denn die angeregte Schwingung klingt nicht ab. Damit ist die obige Aussage, stabiles Verhalten erfordert Pole in der linken Halbebene der s -Halbebene, anschaulich dargestellt.

Diese grundsätzlichen Aussagen können sogar noch erweitert werden, denn reelle Pole bewirken ein umso langsames Übergangsverhalten, je näher sie zum Ursprung wandern. Weiterhin wird das Übergangsverhalten bei konjugiert komplexen Pollagen umso unbefriedigender, je näher das betreffende Polpaar zur imaginären Achse wandert.

Die prinzipielle Stabilitätsaussage lässt sich somit sehr schnell erzielen, wenn das Nennerpolynom in faktorisierte Form, d.h. in Nullstellen-Darstellung, vorliegt. Wenn dies nicht gegeben ist, dann müssen die Nullstellen numerisch bestimmt werden wie in [12, 31, 34, 53, 56, 75?] beschrieben oder mit dem Softwarepaket MATLAB¹⁾ (Kap. 4.6, [6]).

Es gibt allerdings weitere Kriterien, mit denen die prinzipielle Entscheidung zur Stabilität getroffen werden kann. Wenn der Koeffizient a_0 fehlt, beginnt $N(s)$ mit $a_1 s$, der Laplace-Operator s kann als Vorfaktor von $N(s)$ interpretiert wer-

¹⁾ registered trademarks of The MathWorks, Inc.

den; damit hat das Übergangsverhalten einen I-Anteil ($s = 0$) und ist somit instabil.

Haben die Koeffizienten a_i unterschiedliche Vorzeichen, dann ist das System ebenso instabil. Alle diese Aussagen sind aber nur notwendig und nicht hinreichend. Diese Grundsatz-Überlegungen werden systematisiert im Routh-Verfahren. Bei diesem Verfahren werden die Koeffizienten des Nennerpolynoms $N(s)$ wie folgt zugeordnet:

$$p_{ij} = a_{n-l} \tag{2.19}$$

mit $l = 0, 1, \dots, n$ sowie $i = l - 2 \text{int}(l/2)$ und $j = \text{int}(l/2)$. Die doppelt indizierten Parameter p_{ij} ordnet man in den ersten beiden Zeilen ($i = 0$ und 1) der nachfolgenden Routh-Tabelle an, d.h. in der ersten Spalte die Koeffizienten $p_{00} = a_n$ und $p_{10} = a_{n-1}$, in der zweiten Spalte $p_{01} = a_{n-2}$ und $p_{11} = a_{n-3}$ usw. In die letzte Spalte mit dem Index $k = \text{int}(n/2)$ fallen für ungerade Ordnungszahlen n die Elemente $p_{0k} = a_1$ und $p_{1k} = a_0$, für gerade Ordnungszahlen wird $p_{0k} = a_0$ und $p_{1k} = 0$ gesetzt. Anschließend berechnet man die Elemente der folgenden Zeilen ($i = 2, 3, \dots, n$) nach dem Algorithmus

$$p_{ij} = \frac{p_{i-1,0} p_{i-2,j+1} - p_{i-2,0} p_{i-1,j+1}}{p_{i-1,0}} \tag{2.20}$$

mit $j = 0, 1, \dots, (k - \text{int}(i/2))$ und trägt diese in die Tabelle ein; die Routh-Tabelle nimmt damit die gezeigte Dreiecksform an.

j	0	1	2	...	$k - 2$	$k - 1$	k
i							
0	p_{00}	p_{01}	p_{02}	...	$p_{0,k-2}$	$p_{0,k-1}$	p_{0k}
1	p_{10}	p_{11}	p_{12}	...	$p_{1,k-2}$	$p_{1,k-1}$	p_{1k}
2	p_{20}	p_{21}	p_{22}	...	$p_{2,k-2}$	$p_{2,k-1}$	0
3	p_{30}	p_{31}	p_{32}	...	$p_{3,k-2}$	$p_{3,k-1}$	0
4	p_{40}	p_{41}	p_{42}	...	$p_{4,k-2}$	0	0
5	p_{50}	p_{51}	p_{52}	...	$p_{5,k-2}$	0	0
⋮							
$n - 1$	$p_{n-1,0}$	0	0		0	0	0
n	$p_{n,0}$	0	0		0	0	0

Das Routh-Kriterium sagt dann zur Stabilität des Übertragungsglieds folgendes aus: Die Zahl der Nullstellen des Nennerpolynoms $N(s)$, die einen positiven Realteil haben, also in der rechten Halbebene liegen, ist gleich der Zahl der Vorzeichenwechsel der Elemente p_{i0} in der ersten Spalte der Routh-Tabelle. Tritt also kein Vorzeichenwechsel auf, dann ist das System stabil. Ist man nur an einer Aussage über die Stabilität eines vorgegebenen Systems interessiert, kann man die Berechnung der Routh-Tabelle beim ersten Auftreten eines Vorzeichenwechsels in der ersten Spalte abbrechen.

Beispiel nach [15]:

Das Nennerpolynom eines linearen Übertragungsglieds ist durch

$$N(s) = 1 + 6,1s + 18,1s^2 + 29,2s^3 + 28,8s^4 + 19,2s^5 + 7,6s^6 + 1,2s^7$$

gegeben. Man bestimme die Stabilität des Systems mit dem Routh-Verfahren.

Mit der Ordnungszahl $n = 7$ wird die größte Spaltenkennziffer der Routh-Tabelle $k = \text{int}(n/2) = 3$. Die Elemente p_{ij} der ersten beiden Zeilen erhält man mit der Zuordnung nach Gl. (2.19) zu:

$$p_{00} = a_7 = 1,2; p_{10} = a_6 = 7,6; p_{01} = a_5 = 19,2; p_{11} = a_4 = 28,8;$$

$$p_{02} = a_3 = 29,2; p_{12} = a_2 = 18,1; p_{03} = a_1 = 6,1; p_{13} = a_0 = 1.$$

Man berechnet jetzt zeilenweise die Elemente der Routh-Tabelle nach Gl. (2.20); beispielsweise wird:

$$p_{20} = (p_{10}p_{01} - p_{00}p_{11})/p_{10} = (7,6 \cdot 19,2 - 1,2 \cdot 28,8)/7,6 = 14,7$$

Man erhält schließlich die folgende Routh-Tabelle.

j	0	1	2	3
i				
0	1,2	19,2	29,2	6,1
1	7,6	28,8	18,1	1,0
2	14,7	26,3	5,9	0
3	15,1	15,0	1,0	0
4	11,8	5,0	0	0
5	8,6	1,0	0	0
6	3,6	0	0	0
7	1,0	0	0	0

Da in der ersten Spalte $j = 0$ der Tabelle alle Koeffizienten positive Vorzeichen haben, also kein Vorzeichenwechsel auftritt, ist das Übertragungsglied stabil. Dieses Ergebnis wird durch die Lage der Nullstellen von $N(s)$ bestätigt, die man auf numerischem Wege berechnet zu:

$$s_1 = -0,799; s_2 = -1,479; s_3 = -2,758;$$

$$s_{4,5} = -0,303 \pm j0,302; s_{6,7} = -0,346 \pm j1,132$$

Der Vorteil des Routh-Verfahrens ist, daß man mit relativ geringem Aufwand algebraische Ausdrücke für den zulässigen Wertebereich der Koeffizienten des Nennerpolynoms $N(s)$ ableiten kann, um Stabilität sicherzustellen. Damit wird ein weiterer Aspekt, der Parameterempfindlichkeit linearer Systeme, angesprochen.

Im allgemeinen wird in Lehrbüchern eine genaue Kenntnis der Struktur des zu untersuchenden Systems und der Parameter der Komponenten im Regelkreis vorausgesetzt. Dies ist in der Realität nie gegeben, selbst die Annahme der Linearität ist im allgemeinen unzulässig, denn alle Komponenten haben zumindest Sättigungseffekte.

Wenn Linearität vorausgesetzt wird, dann sind folgende „Ungenauigkeiten“ zu beachten:

- Struktur-Ungenauigkeit, d.h. die Modellgleichungen sind zu vereinfacht und damit ist die Ordnung des angenommenen Modells gegenüber der Realität zu gering;
- Parameterfehler des Modells, d.h. die im Modell angenommenen Parameter unterscheiden sich von den realen Parametern. Die Gründe dafür sind vielfältig, wie Temperatureinfluss, Alterung, Verschleiß oder einfach ungenaue Kenntnis.
- Kombination von Struktur- und Parameter-Ungenauigkeit.

Um eine Abschätzung der Einflüsse derartiger Ungenauigkeiten zu erreichen, wurde die Empfindlichkeitsanalyse entwickelt [13, 14, 16, 25].

2.3 Optimierung bei offenem Kreis (Bode-Diagramm)

Alternativ zu den vorangegangenen Betrachtungen eignen sich zur Optimierung des Regelkreises sowohl die Analyse des offenen Kreises mit Hilfe des Bode-Diagramms als auch eine Reihe von allgemeinen Optimierungsverfahren, die in Kap. 3 und 4 behandelt werden.

Durch die Form und Lage des Amplituden- und Phasenverlaufes im Bode-Diagramm für den offenen Kreis $-F_0(j\omega)$ ist der Führungsfrequenzgang $F_w(j\omega)$ und damit auch das Führungsverhalten nach Geschwindigkeit und Dämpfung festgelegt.

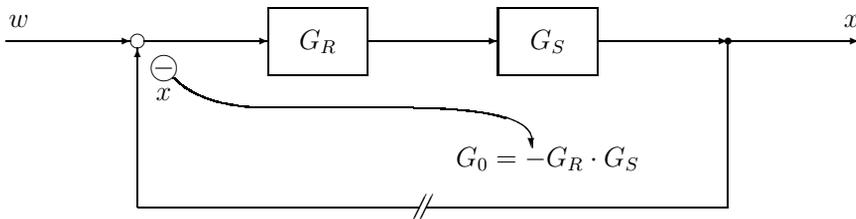


Abb. 2.7: Regelkreis

Bei gegebener Frequenzkennlinie von $F_S(j\omega)$ ist die Frequenzkennlinie von $F_R(j\omega)$ gesucht, so daß $-F_0(j\omega)$ einen gewünschten Verlauf annimmt. Gesucht sind somit die Kenndaten des offenen Kreises und ihr Zusammenhang mit dem geschlossenen Kreis.

Wichtige Kenngrößen der Frequenzkennlinie des offenen Kreises sind der *Phasenrand* φ_{Rd} und der *Amplitudenrand* A_{Rd} .

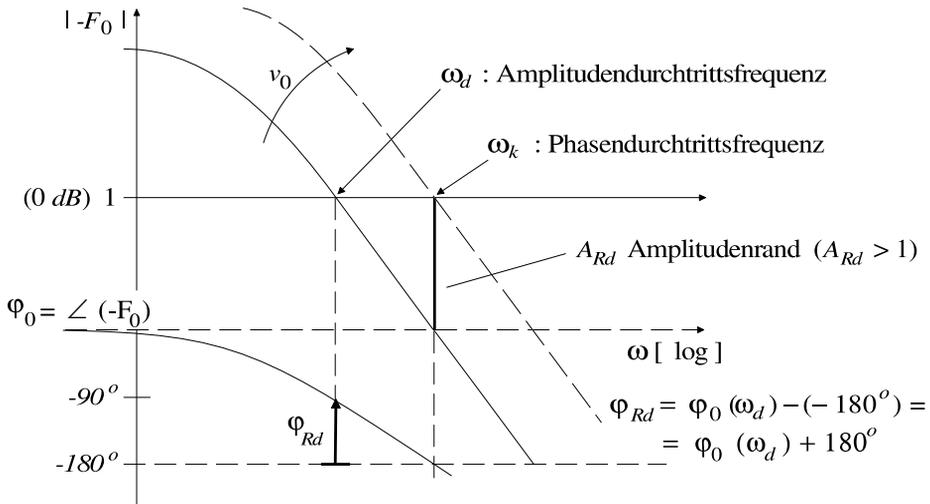


Abb. 2.8: Frequenzkennlinie des offenen Kreises

Im Bode-Diagramm haben diese Größen folgende anschauliche Bedeutung (siehe Abb. 2.8):

- φ_{Rd} : die bei der Amplitudendurchtrittsfrequenz ω_d zusätzlich erlaubte Phasenverschiebung im offenen Kreis, bis die Stabilitätsgrenze von -180° erreicht ist,
- A_{Rd} : die bei der Phasendurchtrittsfrequenz ω_k zusätzlich erlaubte Verstärkung im offenen Kreis, bis die Stabilitätsgrenze von 0 dB erreicht ist.

Das in Kap. 2.1.1 behandelte Nyquist-Kriterium benutzt zur Stabilitätsanalyse die Ortskurvendarstellung der Frequenzgänge. Hier geben φ_{Rd} und A_{Rd} den Abstand zum kritischen Punkt $(-1 + j0)$, d.h. zur Stabilitätsgrenze mit der Dämpfung $D = 0$ an. Phasenrand und Amplitudenrand sind damit ein Maß für die Dynamik (Ersatzzeitkonstante T_{ers} und Anregelzeit t_{an} , vgl. Abb. 1.3) sowie für die Dämpfung des geschlossenen Kreises.

Gesucht ist somit die Übertragungsfunktion des offenen Kreises $G_0(s)$ bei einer vorgegebenen Führungsübertragungsfunktion $G_w(s)$; diese wird im folgenden Beispiel durch ein dominierendes komplexes Polpaar beschrieben.

$$G_w(s) = \frac{1}{1 + 2DTs + T^2s^2} \quad \text{mit} \quad T = \frac{1}{\omega_0} \quad (2.21)$$

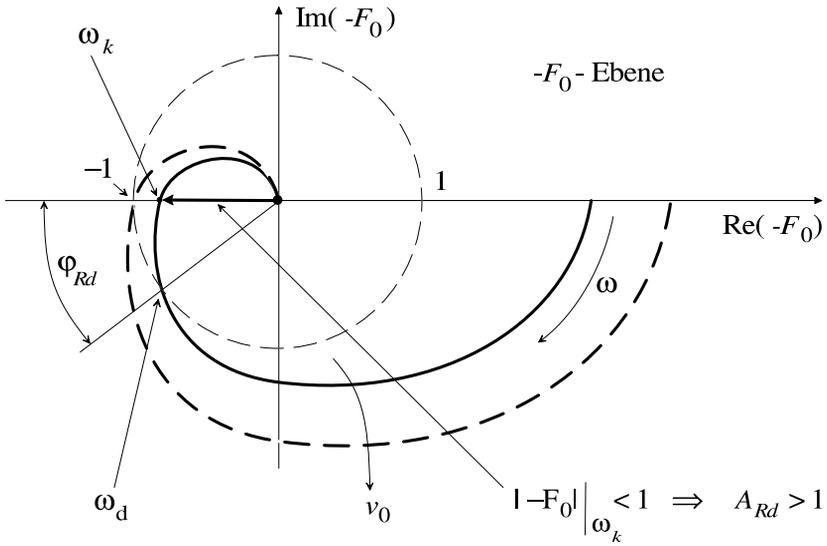


Abb. 2.9: φ_{Rd} und A_{Rd} in der komplexen Ebene

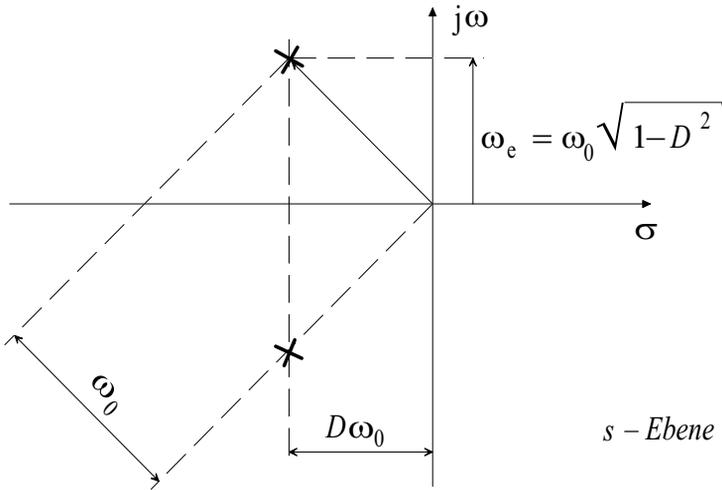


Abb. 2.10: Pollage in der s -Ebene

Das schwingungsfähige PT_2 ist die einfachste Struktur, bei der der Kompromiss zwischen Stabilität und Dynamik frei gewählt werden kann. Außerdem soll im stationären Betrieb $x(t) = w(t)$, also stationäre Genauigkeit gelten.

Aus dieser Wunsch-Übertragungsfunktion $G_w(s)$ soll die Übertragungsfunktion $G_0(s)$ des offenen Regelkreises bestimmt werden.

$$G_w(s) = \frac{-G_0(s)}{1 - G_0(s)} = \frac{1}{1 - \frac{1}{G_0(s)}} \implies \frac{1}{G_0(s)} = 1 - \frac{1}{G_w(s)} \quad (2.22)$$

$$-G_0(s) = \frac{1}{2DTs} \cdot \frac{1}{1 + \frac{T}{2D}s} \quad (2.23)$$

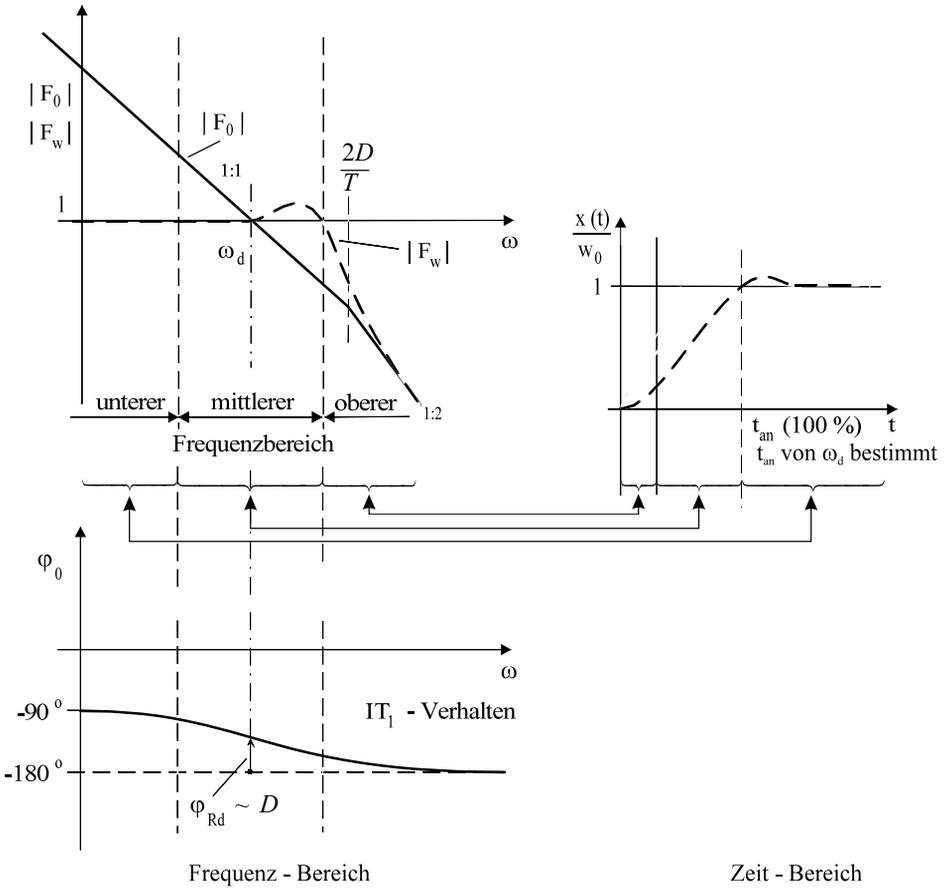


Abb. 2.11: Zusammenhang von F_0 , F_w und Zeitverhalten

Für den offenen Kreis ergibt sich also ein IT_1 -Verhalten. Dabei ist der I-Anteil für die stationäre Genauigkeit verantwortlich.

Mit dem PT_1 ergibt sich ein System 2. Ordnung (wie vorgegeben).

Mit der Amplitudendurchtrittsfrequenz $\omega_d|_{|F_0|=1}$ und der Phasendurchtrittsfrequenz $\omega_k|_{\varphi_0=-180^\circ}$ ergeben sich folgende Forderungen an $F_0(\omega)$:

1. $\omega_d < \omega_k$ (Stabilitätskriterium): Die Amplitudendurchtrittsfrequenz muss unter der Phasendurchtrittsfrequenz liegen, so daß die Ortskurve von $-F_0(j\omega)$ den kritischen Punkt $(-1, j0)$ nicht umschlingt.
2. $|F_0| \gg 1$ für $\omega \ll \omega_d$ (stationäre Genauigkeit): Soll kein stationärer Regelfehler auftreten, d.h. $G_w(s=0) = 1$ (Grenzwertsatz), so muss $|F_0(\omega)|$ für kleine ω möglichst groß werden. Im offenen Kreis sollte also ein I-Anteil oder zumindest eine sehr hohe stationäre P-Verstärkung vorhanden sein.
3. $|F_0| \approx 0$ für $\omega \gg \omega_d$ (hochfrequente Signale abschwächen): Für Frequenzen jenseits der Durchtrittsfrequenz ist dieser Abfall wünschenswert, damit höherfrequente Störsignale abgeschwächt werden (Störfrequenzgang).
4. $|F_0|$ fällt mit 20 dB/Dekade in der Nähe von ω_d ab (Einschwingverhalten): Da der mittlere Frequenzbereich das Übergangsverhalten bestimmt, ergibt sich dadurch ein günstiger Phasenrand (bei Systemen ohne Totzeit) und ein stabiles Einschwingverhalten.

Zusammengehörige Größen sind also:

$$t_{an} \iff \omega_d \quad \text{und} \quad D \iff \varphi_{Rd}$$

Ein günstiger Bereich für den Phasenrand und damit für den Dämpfungsfaktor sind:

$$\begin{aligned} 0,5 &\leq D \leq 0,7 \\ 50^\circ &\leq \varphi_{Rd} \leq 65^\circ \end{aligned}$$

3 Standard-Optimierungsverfahren

Bei der Betrachtung von linearen Regelkreisen wurde bisher schwerpunktmäßig die Stabilität behandelt. Im allgemeinen reicht dieses Kriterium allein jedoch nicht aus, um ein zufriedenstellendes Verhalten der Regelung sicherzustellen. Vielmehr werden auch an das stationäre wie an das dynamische Verhalten des Regelkreises unterschiedlichste Anforderungen gestellt, wie

- stationäre Genauigkeit (Istwert erreicht Sollwert genau),
- Führungsverhalten (dynamische Genauigkeit der Regelung) oder
- Störverhalten (Auswirkung von Störgrößen).

Die Schwierigkeit der Regelkreisoptimierung besteht folglich darin, daß die Anforderungen wie Stabilität, Genauigkeit und dynamisches Verhalten gegensätzliche Reglereinstellungen, d.h. einen Kompromiß, erfordern. Eine Erhöhung der Verstärkung vergrößert beispielsweise im allgemeinen die Genauigkeit, verringert aber die Stabilität. Aufgrund dieser und ähnlicher Situationen wurden Optimierungskriterien entwickelt. In der elektrischen Antriebstechnik werden für die inneren Regelkreise dabei bevorzugt das Betragsoptimum (BO) und das Symmetrische Optimum (SO) angewendet. Ein weiteres verallgemeinertes Optimierungskriterium ist das Dämpfungsoptimum (siehe Kap. 4).

Das Ziel der Optimierung ist, daß sich die Regelgröße x so schnell wie möglich, so genau wie möglich und so gut bedämpft wie möglich auf einen neuen Sollwert w einstellt bzw. nach einer Störung z den ursprünglichen Wert wieder erreicht. Die Überprüfung der Reglereinstellung erfolgt meist durch eine sprungartige Änderung der Führungsgröße, da diese Anregung am besten reproduzierbar ist.

In diesem Kapitel werden das Betragsoptimum und das Symmetrische Optimum mathematisch hergeleitet und an Beispielen erläutert. Die Ergebnisse und Einstellregeln sind in einer Tabelle (Seite 81) zusammengefaßt, die eine praxisgerechte Anwendung auch unabhängig von der Herleitung erlaubt. Weitere Beispiele zu den verschiedenen Optimierungskriterien runden das Kapitel ab.

3.1 Betragsoptimum (BO)

Das Betragsoptimum [37] ergibt sich aus folgender Forderung: Der Betrag des Frequenzgangs des geschlossenen Regelkreises soll in einem möglichst weiten Be-

reich ideal sein, d.h. die Regelgröße soll bis zu möglichst hohen Frequenzen genau dem Sollwert folgen. Daraus ergibt sich die Forderung, den Betrag des Amplitudengangs des geschlossenen Regelkreises bis zu so hohen Frequenzen wie möglich auf dem Wert Eins und den Phasengang bei Null zu halten (Phasenminimumsystem).

Dies garantiert geringes Überschwingen bei Sprunganregung durch die Führungsgröße und eine rasches Ausregeln von Störungen. Das Betragsoptimum kann auf nicht-schwingungsfähige Strecken angewendet werden und kommt in der elektrischen Antriebstechnik z.B. bei Stromregelkreisen zum Einsatz, wenn das dynamische Verhalten des Stromrichter-Stellgliedes nicht vernachlässigt werden darf. Teilweise wird das Betragsoptimum auch bei Drehzahlregelkreisen angewendet, wenn der Drehzahlregler keinen Integralanteil besitzt.

Der anschaulichen Herleitung an einem Beispiel folgen Hinweise auf verschiedene Anwendungsfälle sowie für Interessierte eine mathematische Herleitung.

3.1.1 Herleitung für Strecken ohne I-Anteil

Allgemeine Strecke ohne I-Anteil

Ein allgemeiner Regelkreis mit einer Strecke ohne I-Anteil ist in Abb. 3.1 dargestellt. Die Strecke besteht aus drei Verzögerungsgliedern 1. Ordnung im Vorwärtszweig.

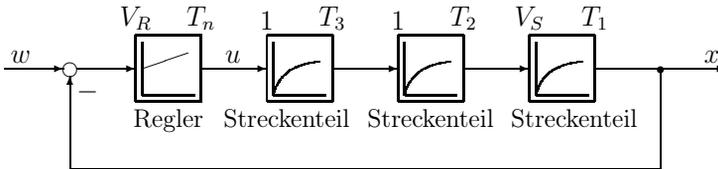


Abb. 3.1: Allgemeiner Regelkreis ohne I-Anteil

Die Streckenübertragungsfunktion lautet:

$$G_S(s) = \frac{V_S}{1 + sT_1} \cdot \frac{1}{1 + sT_2} \cdot \frac{1}{1 + sT_3} = \frac{V_S}{1 + sT_1} \cdot \prod_{i=2}^n \frac{1}{1 + sT_i} \quad (3.1)$$

Regelkreise dieser Art besitzen meist Zeitkonstanten unterschiedlicher Größe. Wenn für die Zeitkonstanten gilt

$$T_i \ll T_1 \quad (3.2)$$

wobei ein Unterschied um den Faktor 5 ausreichend ist, dann können die kleinen Zeitkonstanten zu einer Summenzeitkonstanten T_σ zusammengefaßt werden,

$$T_\sigma = \sum_{i=2}^n T_i \quad (3.3)$$

ohne daß das Regelkreisverhalten im dynamisch maßgeblichen Bereich entscheidend verändert wird. In realen Anlagen können die kleinen Zeitkonstanten z.B. Verzögerungen von Stellgliedern, Ersatzzeitkonstante von unterlagerten Regelkreisen oder Meßglättungen darstellen.

Regelkreis zur Herleitung des Betragsoptimums

Zur Herleitung des Betragsoptimums wird eine PT₂-Strecke, bestehend aus zwei Verzögerungsgliedern 1. Ordnung mit einer großen Zeitkonstante T₁ und einer kleinen Zeitkonstante T_σ nach Gl. (3.3) sowie einem PI-Regler verwendet, wie in Abb. 3.2 dargestellt. Die Optimierung der Reglerparameter nach dem Betragsoptimum kann durch einfache physikalische Überlegungen veranschaulicht werden.

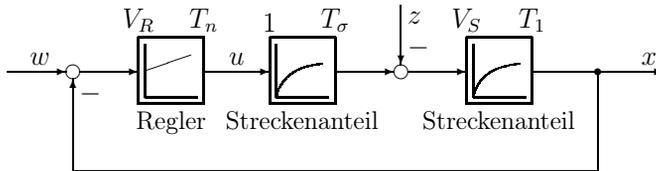


Abb. 3.2: Regelkreis zur Herleitung des Betragsoptimums

PT₂-Strecke:

$$G_S(s) = \frac{V_S}{1 + sT_1} \cdot \frac{1}{1 + sT_\sigma} \quad \text{mit } V_S = \text{Streckenverstärkung} \quad (3.4)$$

$$T_1 = \text{große Zeitkonstante}$$

$$T_\sigma = \text{kleine Zeitkonstante}$$

PI-Regler:

$$G_R(s) = V_R \cdot \frac{1 + sT_n}{sT_n} \quad \text{mit } V_R = \text{Reglerverstärkung} \quad (3.5)$$

$$T_n = \text{Nachstellzeit}$$

Die größere Zeitkonstante T₁ der Strecke entspricht beispielsweise beim Stromregelkreis der Ankerzeitkonstante T_A, die kleinere Zeitkonstante T_σ bezieht sich auf die Verzögerung durch das Stellglied und die Meßglättung.

Für den Fall, daß auch das Störverhalten des Regelkreises von Interesse ist, sollte die größere Zeitkonstante T₁ kleiner als oder gleich dem Vierfachen der kleineren Zeitkonstante T_σ sein. Diese Forderung ist durch das Störverhalten bedingt und wird in Kap. 3.2.2 noch näher erläutert.

$$T_\sigma < T_1 \leq 4T_\sigma \quad (3.6)$$

Für den Fall T₁ > 4T_σ wird das Symmetrische Optimum bei Strecken ohne I-Anteil angewendet (siehe Kap. 3.2.2). Der günstige Bereich des Betragsoptimums wird bei Stromregelkreisen allerdings durch diese Forderung eingeschränkt.

Die Begrenzung des Gültigkeitsbereichs ist bedingt durch das Verhalten des geschlossenen Regelkreises bei einer Störung. Sollte nur das Führungsverhalten von Bedeutung sein, ist die obige Bedingung nicht zu berücksichtigen.

Der Einsatz eines PI-Reglers bei dem vorliegenden Problem hat zwei Vorteile: Die größte Zeitkonstante der Regelstrecke kann kompensiert werden; dies ist, wie die folgende Rechnung zeigen wird, die Voraussetzung für bestmögliche Dynamik. Außerdem erzwingt der Integralanteil des Reglers im stationären Betrieb eine exakte Übereinstimmung von Ist- und Sollwert.

Damit ergibt sich die erste Optimierungsbedingung: Zur Kompensation der größten Zeitkonstante T_1 der Regelstrecke wird die Nachstellzeit T_n des PI-Reglers gleich dieser Zeitkonstante gesetzt, also $T_n = T_1$. Unter dieser Voraussetzung lauten die Übertragungsfunktion $G_0(s)$ des offenen Regelkreises und die Führungsübertragungsfunktion $G_w(s)$ des geschlossenen Regelkreises nach Abb. 3.2

$$\begin{aligned} -G_0(s) &= G_R(s) \cdot G_S(s) = V_R \cdot \frac{1 + sT_n}{sT_n} \cdot \frac{V_S}{1 + sT_1} \cdot \frac{1}{1 + sT_\sigma} \\ &= \frac{V_R V_S}{sT_1} \cdot \frac{1}{1 + sT_\sigma} \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$G_w(s) = \frac{x(s)}{w(s)} = \frac{-G_0(s)}{1 - G_0(s)} = \frac{1}{1 + s \frac{T_1}{V_R V_S} + s^2 \frac{T_1 T_\sigma}{V_R V_S}} \quad (3.8)$$

Die Forderung des Betragsoptimums, den Betrag $|F_w(j\omega)|$ in einem möglichst großen Frequenzbereich konstant zu halten, führt zur zweiten Optimierungsbedingung. Dazu wird der Frequenzgang $F_w(j\omega)$ der Führungsübertragungsfunktion betrachtet (mit $s = \sigma + j\omega \rightarrow j\omega$).

$$F_w(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega \frac{T_1}{V_R V_S} + (j\omega)^2 \frac{T_1 T_\sigma}{V_R V_S}} \quad (3.9)$$

Mit komplexer Rechnung ergibt sich das Betragsquadrat zu

$$\begin{aligned} |F_w(j\omega)|^2 &= \frac{1}{\left(1 - \omega^2 \frac{T_1 T_\sigma}{V_R V_S}\right)^2 + \left(\omega \frac{T_1}{V_R V_S}\right)^2} \\ &= \frac{1}{1 + \omega^2 \left(\frac{T_1^2}{V_R^2 V_S^2} - \frac{2T_1 T_\sigma}{V_R V_S}\right) + \omega^4 \frac{T_1^2 T_\sigma^2}{V_R^2 V_S^2}} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Damit der Wert von $|F_w(j\omega)|$ in einem großen Frequenzbereich (beginnend bei Frequenz Null) nahe bei Eins bleibt, muß der Term mit ω^2 verschwinden, da dieser für $\omega T_1 \ll 1$ langsamer gegen Null strebt als derjenige mit ω^4 . Es gilt also die Bedingung $T_1^2/(V_R^2 V_S^2) = 2T_1 T_\sigma/(V_R V_S)$. Die Optimierungskriterien bei einer

Strecke mit zwei Verzögerungsgliedern 1. Ordnung lassen sich daher wie folgt zusammenfassen.

Betragsoptimum (BO)

1. Kompensiere mit dem Vorhalt des PI-Reglers die größere Zeitkonstante T_1 :

$$T_n = T_1$$

2. Stelle die Verstärkung des PI-Reglers so ein, daß der Betrag der Führungsübertragungsfunktion in einem möglichst großen Frequenzbereich nahe 1 bleibt:

$$V_R = \frac{T_1}{2V_S T_\sigma}$$

Randbedingung bei Berücksichtigung des Störverhaltens:

$$T_\sigma < T_1 \leq 4T_\sigma$$

Nach Einsetzen der Reglerparameter ergibt sich für den betragsoptimierten Regelkreis die Standard-Führungsübertragungsfunktion 2. Ordnung.

$$G_w(s) \Big|_{\text{BO}} = \frac{1}{1 + s2T_\sigma + s^22T_\sigma^2} \quad (3.11)$$

Diese Übertragungsfunktion besitzt ein konjugiert komplexes Polpaar und ist damit schwingungsfähig. Die Übertragungsfunktion weist einen Dämpfungsfaktor $D = 1/\sqrt{2}$, ein maximales Überspringen von 4%, eine Anregelzeit $t_{an} = 4,7 T_\sigma$ und eine Ausregelzeit $t_{aus} = 8,4 T_\sigma$ bei $\pm 2\%$ Regelfehler auf (Abb. 3.22).

Da diese Übertragungsfunktion im Frequenzbereich und in der mathematischen Darstellung schwieriger handzuhaben sind (vgl. Abb. 1.15), wird hierfür häufig auf eine Approximation des betragsoptimierten Regelkreises durch ein Verzögerungsglied 1. Ordnung (Ersatzzeitkonstante T_{ers}) zurückgegriffen.

$$G_{w,ers}(s) \Big|_{\text{BO}} = \frac{1}{1 + sT_{ers}} \quad \text{mit} \quad T_{ers} = 2T_\sigma \quad (3.12)$$

Die Frequenzgänge des offenen Regelkreises sowie des Führungs- und Störverhaltens zeigt Abb. 3.3. Eine ausführliche Tabelle mit Einstellregeln für alle gängigen Streckentypen findet sich auf Seite 81.

3.1.2 Verallgemeinerung und Anwendung des Betragsoptimums

Einfluß der Reglerverstärkung auf die Dämpfung des Regelkreises

Die vorigen Ergebnisse können allgemein gefaßt werden. Führt man eine Kreisintegrierzeit $T_0 = T_1/(V_R V_S)$ ein, so ergibt sich für die Führungsübertragungsfunktion 2. Ordnung folgende Form, wobei T_0 durch die Reglerverstärkung frei

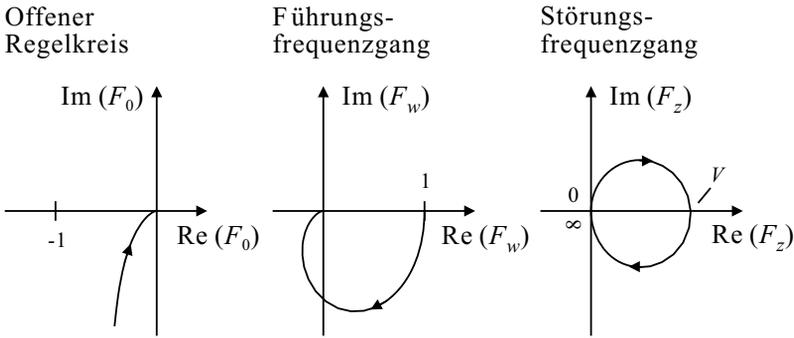


Abb. 3.3: Frequenzgänge beim Betragsoptimum

wählbar ist:

$$G_w(s) = \frac{1}{1 + sT_0 + s^2T_0T_\sigma} \tag{3.13}$$

Kennkreisfrequenz ω_0 und Dämpfung D ergeben sich allgemein zu

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{T_0T_\sigma}} \quad \text{und} \quad D = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{T_0}{T_\sigma}} \tag{3.14}$$

Der Dämpfungsfaktor eines betragsoptimierten Regelkreises ergibt sich aus der zweiten Optimierungsbedingung mit $T_0 = 2T_\sigma$ zu $D = 1/\sqrt{2} = 0,707$. Aperiodisches Verhalten ($D \geq 1$) stellt sich für $T_0 \geq 4T_\sigma$ ein. In beiden Fällen gilt für die Anregelzeit $t_{an} \approx 2,5 T_0$.

Abbildung 3.4 zeigt einige Sprungantworten des Regelkreises für verschiedene Kreisintegrierzeiten T_0 und bei einer Anregung durch die Führungs- bzw. Störgröße (Signalflußplan siehe Abb. 3.2). Aus der Darstellung des Führungsverhaltens ist der Kompromiß zwischen Stabilität und Dynamik bei der Wahl der Reglerparameter zu erkennen.

Betragsoptimum bei Kompensation einer weiteren Zeitkonstanten

Ist außer der großen Zeitkonstanten T_1 auch noch die größte der weiteren Zeitkonstanten T_i kompensierbar, kann ein PID-Regler eingesetzt werden. Dadurch wird die Dynamik der Regelung erhöht, da die verbleibende kleine Zeitkonstante T_σ kleiner als mit PI-Regler wird. Zu beachten ist dabei allerdings, daß insbesondere durch die Differentiation im Regler keine störenden Übersteuerungen der Signale im Regelkreis auftreten und die Meßwerte keinen allzu großen Rauschanteil besitzen.

Die Nachstellzeit T_n des PID-Reglers kompensiert die große Zeitkonstante T_1 , die Differenzierzeitkonstante T_v des PID-Reglers entspricht der zweiten Zeitkonstante T_2 . Somit lauten die Einstellregeln für den PID-Regler:

$$V_R = \frac{T_1}{2V_S T_\sigma}, \quad T_n = T_1 \quad \text{und} \quad T_v = T_2 \tag{3.15}$$

(siehe auch Optimierungstabelle Seite 81, Nr.6).

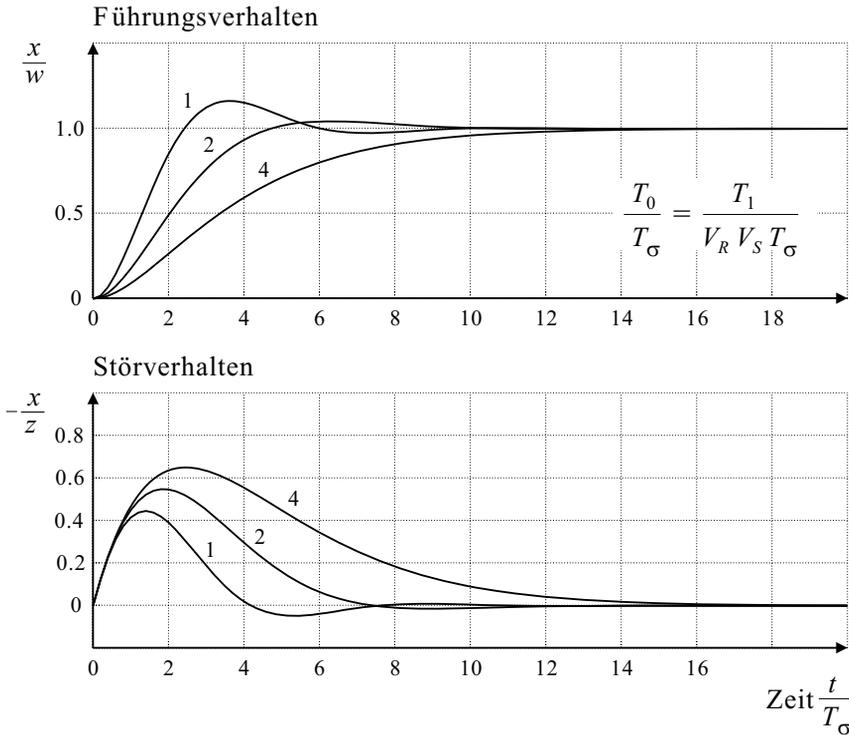


Abb. 3.4: Übergangsverhalten bei verallgemeinerten Betragsoptimum (Standard-BO für $T_0/T_\sigma = 2$)

Betragsoptimum bei Meßwertverzögerung im Rückwärtszweig

Ein häufig in der Praxis auftretender Fall ist die Istwerterfassung über ein verzögerndes Meßglied. Regelungstechnisch gesehen liegt dieses im Rückwärtszweig des Regelkreises. Anhand einer Strecke 2. Ordnung mit Istwerterfassung über ein PT_1 -Meßglied mit der Glättungszeitkonstante T_g soll dies näher betrachtet werden (Abb. 3.5).

Die Optimierung nach dem Betragsoptimum kann wie für die zweifache PT_1 -Strecke durchgeführt werden, wenn sie für x' erfolgt, d.h. wenn die Rückführung gedanklich der Strecke zugeschlagen wird. Die Zusammenfassung der beiden PT_1 -Streckenübertragungsfunktionen mit den kleinen Zeitkonstanten T_2 und T_g zu T_σ ist erlaubt, solange nur das Ein-Ausgangsverhalten des offenen Regelkreises betrachtet wird und die Strecke linear ist (siehe auch Kap.1.4).

$$G'_S(s) = \frac{x'(s)}{u(s)} = \frac{V_S}{1 + sT_1} \cdot \frac{1}{1 + sT_2} \cdot \frac{V_r}{1 + sT_g} \tag{3.16}$$

Mit der kleinen Summenzeitkonstante $T_\sigma = T_2 + T_g$ folgt:

$$G'_S(s) = \frac{x'(s)}{u(s)} = \frac{V_S}{1 + sT_1} \cdot \frac{V_r}{1 + sT_\sigma} \tag{3.17}$$

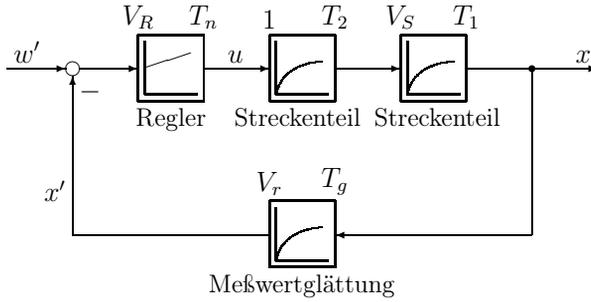


Abb. 3.5: Regelkreis mit PT_1 -Meßwertglättung

Damit lautet die Auslegung des PI-Reglers nach dem Betragsoptimum:

$$T_n = T_1 \quad \text{und} \quad V_R = \frac{T_1}{2V_S V_r T_\sigma} \tag{3.18}$$

Mit der Gleichung der Rückführung $x' = x \cdot V_r / (1 + sT_g)$ ergibt sich die Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises zu

$$G'_w(s) = \frac{x'(s)}{w'(s)} = \frac{1}{1 + s2T_\sigma + s^2 2T_\sigma^2} = \frac{V_r}{1 + sT_g} \cdot \frac{x(s)}{w'(s)} \tag{3.19}$$

Um die Führungsübertragungsfunktion des tatsächlichen Istwertes x/w' zu erhalten, muß über die Meßwertglättung zurückgerechnet werden. Man erhält dann:

$$G_w(s) = \frac{x(s)}{w'(s)} = \frac{1 + sT_g}{V_r} \cdot \frac{1}{1 + s2T_\sigma + s^2 2T_\sigma^2} \tag{3.20}$$

wobei V_r den stationären Endwert von x bestimmt, da im stationären Betriebspunkt ($s \rightarrow 0$) $x = w'/V_r$ gilt. Die Ersatzzeitkonstante dieser Übertragungsfunktion ist wegen des Zählerterms über eine Polynomdivision zu ermitteln (Nenner durch Zähler). Der Koeffizient bei der ersten Potenz von s stellt die Ersatzzeit dar.

$$G'_{w,ers}(s) = \frac{1}{V_r} \cdot \frac{1}{1 + sT_{ers1} + s^2 T_{ers2}^2 + \dots} \tag{3.21}$$

$$\approx \frac{1}{V_r} \cdot \frac{1}{1 + s(2T_\sigma - T_g)} = V_{ers} \cdot \frac{1}{1 + sT_{ers}} \tag{3.22}$$

Anders als in Gl. (3.12) ergibt sich hier als Ersatzzeitkonstante nur

$$T_{ers} = 2T_\sigma - T_g \tag{3.23}$$

Dies bedeutet, daß die Regelgröße x gegenüber der für die Optimierung verwendeten Rückführgröße x' schneller reagiert. Folglich ist auch die Überschwingweite

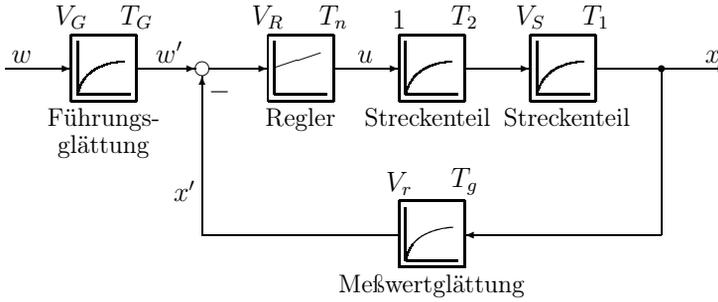


Abb. 3.6: Regelkreis mit PT_1 -Meßwertglättung und Führungsglättung

deutlich größer und damit scheinbar der Dämpfungsfaktor geringer, was durch die Nullstelle in der Führungsübertragungsfunktion bedingt ist.

Um das gewünschte betragsoptimierte Verhalten der Führungsübertragungsfunktion dennoch zu erreichen, muß im Sollwertzweig eine Führungsglättung $G_G(s)$ mit der Zeitkonstante des Zählerpolynoms $T_G = T_g$ eingefügt werden. Mit diesem Vorfilter kann gleichzeitig auch V_{ers} kompensiert werden, indem $V_G = V_r$ gewählt wird.

$$G_w(s) = \frac{x(s)}{w(s)} = G_G(s) \cdot G'_w(s) = \frac{1}{1 + s2T_\sigma + s^22T_\sigma^2} \quad (3.24)$$

$$\text{mit } G_G(s) = \frac{w'(s)}{w(s)} = \frac{V_G}{1 + sT_G} = \frac{V_r}{1 + sT_g} \quad (3.25)$$

Darstellung des Betragsoptimums im Frequenzbereich (Phasenreserve)

Die Aussagen des Betragsoptimums können in den Frequenzbereich (Frequenzkennlinie) übertragen werden. Werden die betragsoptimierten Reglerparameter in die Übertragungsfunktion des offenen Kreises eingesetzt, ergibt sich beim Amplitudendurchtritt 0 dB ($|F_0(j\omega_d)| = 1$) der Phasenwinkel

$$\varphi_0 = -90^\circ - 24,5^\circ \Big|_{|F_0(j\omega_d)| = 1} = -114,5^\circ \quad (3.26)$$

Aufgrund der approximierten Darstellung des Amplitudenganges wird statt des exakten Winkels ($\varphi_0 = -114,5^\circ$) oft auch der approximierte Winkel φ_0^* angegeben.

$$\varphi_0^* = -90^\circ - 26,5^\circ \Big|_{|F_0(j\omega)| = 1} = -116,5^\circ \quad (3.27)$$

Dies entspricht einer Phasenreserve von $\varphi_{Rd} = 180^\circ + \varphi_0^* = 63,5^\circ$ (siehe Abb. 2.11).

Betragsoptimum bei totzeitbehafteten Systemen

Die bisherigen Optimierungsvorschriften wurden nur für minimalphasige Übertragungselemente abgeleitet, d.h. für stabile Übertragungsfunktionen mit Polen und Nullstellen ausschließlich in der linken s -Halbebene. Bei minimalphasigen Übertragungsfunktionen besteht ein eindeutiger Zusammenhang zwischen Betragsverlauf und Phasenverlauf im Frequenzbereich.

Übertragungsfunktionen, bei denen die Pole zwar auf die linke s -Halbebene beschränkt sind, deren Nullstellen jedoch in der gesamten s -Ebene liegen, werden dagegen nicht-minimalphasige Funktionen genannt. Häufig auftretende nicht-minimalphasige Übertragungsfunktionen sind Allpässe und Totzeiten. Ein typisches Allpaßverhalten entsteht durch die Differenzbildung der Ausgangssignale zweier Verzögerungsglieder. Totzeiten (auch Laufzeiten genannt) treten in Form von Transportverzögerungen auf.

In der elektrischen Antriebstechnik werden Stromrichter-Stellglieder als Leistungsstellglieder eingesetzt. Die mathematische Beschreibung ihrer dynamischen Eigenschaften ist aufwendig. Nur teilweise existieren auch geeignete Verfahren, um das Verhalten von Regelkreisen mit diesen Stellgliedern geschlossen darzustellen. Aufgrund dieser Schwierigkeit werden diese Systeme oft vereinfacht durch Totzeiten approximiert. Das Stellglied ist ein Teil der Strecke und wird durch eine Totzeit T_t und die Verstärkung V_{STR} angenähert.

$$G_{STR}(s) = V_{STR} \cdot e^{-sT_t} \quad (3.28)$$

Für die Optimierung von Regelkreisen mit Stromrichter-Stellgliedern ist eine Erweiterung der abgeleiteten Optimierungskriterien somit notwendig. Am übersichtlichsten und deshalb am meisten angewendet wird bei diesen Problemen das Verfahren der Frequenzkennlinie.

Für die Optimierung nach dem Betragsoptimum kann ein PI-Regler gewählt werden. Damit ergeben sich die Übertragungsfunktionen von Regler $G_R(s)$ und Strecke $G_S(s)$ allgemein mit $T_t \ll T_1$ zu

$$G_R(s) = V_R \cdot \frac{1 + sT_n}{sT_n} \quad (3.29)$$

$$G_S(s) = \frac{V_S V_{STR}}{1 + sT_1} \cdot e^{-sT_t} \quad (3.30)$$

Bei Wahl der Nachstellzeit des Reglers nach dem Betragsoptimum $T_n = T_1$ vereinfacht sich die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises

$$-G_0(s) = V_R \frac{1 + sT_n}{sT_n} \cdot \frac{V_S V_{STR}}{1 + sT_1} \cdot e^{-sT_t} = \frac{V_R V_S V_{STR}}{sT_1} \cdot e^{-sT_t} \quad (3.31)$$

Zur Bestimmung der Reglerverstärkung V_R wird bei der Amplitudendurchtrittsfrequenz $|F_0(j\omega_d)| = 1$ eine Phasenreserve von

$$\varphi_{Rd} = 180^\circ - 116,5^\circ = 63,5^\circ$$

gefordert bzw. ein Durchtrittswinkel von

$$\varphi_0 = \underbrace{-90^\circ}_{\substack{\text{I-Anteil} \\ \text{von } G_0}} \underbrace{-26,5^\circ}_{\substack{\text{Totzeitanteil} \\ \text{von } G_0}} = -116,5^\circ \quad (3.32)$$

Mit $e^{-sT_t} \rightarrow e^{-j\omega T_t}$ gilt weiterhin

$$\omega_d T_t = 26,5^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \quad \text{bzw.} \quad \omega_d = \frac{26,5^\circ}{T_t} \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \quad (3.33)$$

Für beliebige Frequenzen ω ist der Betrag $|e^{-j\omega T_t}| = 1$. Damit ergibt sich bei der Amplitudendurchtrittsfrequenz ω_d die Einstellbedingung für V_R

$$1 = \frac{V_R V_S V_{STR}}{\omega_d T_1} \quad (3.34)$$

$$V_R = \frac{\omega_d T_1}{V_S V_{STR}} = \frac{T_1}{V_S V_{STR}} \cdot \frac{26,5^\circ}{T_t} \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \approx \frac{T_1}{2V_S V_{STR} T_t} \quad (3.35)$$

Vergleicht man dieses Ergebnis mit den Einstellregeln des Betragsoptimums (siehe Seite 50), so ist zu erkennen, daß diese auch bei Systemen mit Totzeit einsetzbar ist, indem $T_\sigma = T_t$ gesetzt wird.

Bei Strecken mit variabler Totzeit (z.B. bei netzgeführten oder pulsweitenmodulierten Stromrichtern) kann es günstig sein, T_σ bei der Auslegung des Reglers auf die im statistischen Mittel auftretende Totzeit zu beziehen.

3.1.3 Mathematische Herleitung des Betragsoptimums

Das Betragsoptimum kann allgemein auch auf Strecken höherer Ordnung angewendet werden. Für diesen Fall wird die Reglerauslegung im folgenden mathematisch hergeleitet. Die Bedingungen für die Optimierung sind dabei

1. Stabilität
2. Betragsanschmiegung im Nutzbereich $|F_w(j\omega)| \rightarrow 1$

Es wird ein allgemeiner Regelkreis mit Einheitsrückführung nach Abb. 3.7 angenommen mit einer Strecke $G_S(s)$ der Ordnung τ und einem Regler $G_R(s)$ der Ordnung $\nu + 1$. Für den Fall $c_0 = 0$ besitzt die Strecke einen Integralanteil; für $c_0 \neq 0$ besteht sie nur aus Proportional- und Verzögerungsgliedern.

$$G_S(s) = \frac{1}{c_0 + c_1 s + c_2 s^2 + \dots + c_\tau s^\tau} \quad (3.36)$$

$$G_R(s) = \underbrace{r_{-1} s^{-1}}_I + \underbrace{r_0}_P + \underbrace{r_1 s}_D \underbrace{+ \dots + r_\nu s^\nu}_{\substack{\text{schwer realisierbar, da} \\ \text{mehrfach differenzierend}}} \quad (3.37)$$

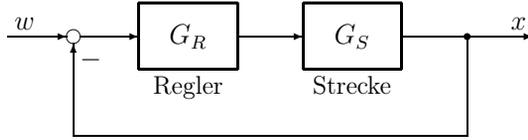


Abb. 3.7: Regelkreis mit Einheitsrückführung

$$= \frac{r_{-1}}{s} \cdot \left(1 + \frac{r_0}{r_{-1}}s + \frac{r_1}{r_{-1}}s^2 + \dots + \frac{r_\nu}{r_{-1}}s^{\nu+1} \right) \quad (3.38)$$

Die Führungsübertragungsfunktion $G_w(s)$ ist für $\tau > \nu$

$$\begin{aligned} G_w(s) &= \frac{-G_0}{1 - G_0} = \frac{G_R \cdot G_S}{1 + G_R \cdot G_S} = \frac{G_R}{G_R + \frac{1}{G_S}} \\ &= \frac{r_{-1}s^{-1} + r_0 + r_1s + \dots + r_\nu s^\nu}{r_{-1}s^{-1} + (r_0 + c_0) + (r_1 + c_1)s + \dots + c_{\tau-1}s^{\tau-1} + c_\tau s^\tau} \end{aligned} \quad (3.39)$$

$$= \frac{1 + \frac{r_0}{r_{-1}}s + \frac{r_1}{r_{-1}}s^2 + \dots + \frac{r_\nu}{r_{-1}}s^{\nu+1}}{1 + \frac{r_0+c_0}{r_{-1}}s + \frac{r_1+c_1}{r_{-1}}s^2 + \dots + \frac{c_{\tau-1}}{r_{-1}}s^\tau + \frac{c_\tau}{r_{-1}}s^{\tau+1}} \quad (3.40)$$

Diese letzte Umformung ist nur für $r_{-1} \neq 0$ erlaubt, d.h. für Regler mit Integralanteil. Im Fall eines P-Reglers ($r_{-1} = 0$) folgt aus Gl. (3.39)

$$G_w(s) = \frac{r_0}{r_0 + c_0} \cdot \frac{1 + \frac{r_1}{r_0}s + \dots + \frac{r_\nu}{r_0}s^\nu}{1 + \frac{r_1+c_1}{r_0+c_0}s + \dots + \frac{c_{\tau-1}}{r_0+c_0}s^{\tau-1} + \frac{c_\tau}{r_0+c_0}s^\tau} \quad (3.41)$$

Man erkennt, daß durch den ersten Term eine stationäre Regelabweichung verursacht wird, falls $c_0 \neq 0$, also auch in der Strecke kein integraler Anteil enthalten ist. Im weiteren sei wieder von $r_{-1} \neq 0$ ausgegangen. Zur Vereinfachung werden nun die Koeffizienten der einzelnen s -Potenzen in Zähler und Nenner der Führungsübertragungsfunktion aus Gl. (3.40) zusammengefaßt.

$$G_w(s) = \frac{b_0 + b_1s + b_2s^2 + \dots + b_{\nu+1}s^{\nu+1}}{a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots + a_\tau s^\tau + a_{\tau+1}s^{\tau+1}} \quad (3.42)$$

Aus dem Koeffizientenvergleich folgt:

$$\begin{aligned} a_0 &= 1 & b_0 &= 1 \\ a_1 &= \frac{r_0+c_0}{r_{-1}} & b_1 &= \frac{r_0}{r_{-1}} \\ &\vdots & &\vdots \\ a_{\nu+1} &= \frac{r_\nu+c_\nu}{r_{-1}} & b_{\nu+1} &= \frac{r_\nu}{r_{-1}} \\ a_{\nu+2} &= \frac{c_{\nu+1}}{r_{-1}} & & \\ &\vdots & & \\ a_\tau &= \frac{c_{\tau-1}}{r_{-1}} & & \\ a_{\tau+1} &= \frac{c_\tau}{r_{-1}} & & \end{aligned} \quad (3.43)$$

geschlossener Kreis:

$$\begin{aligned} G_w(s) &= \frac{1 + sT_n}{1 + s(T_n + T_0) + s^2(T_0T_1 + T_0T_\sigma) + s^3T_0T_1T_\sigma} \\ &= \frac{b_0 + b_1s}{a_0 + a_1s + a_2s^2 + a_3s^3} \end{aligned} \quad (3.49)$$

Koeffizienten-Vergleich (alle höheren Koeffizienten ab a_4 und b_2 sind 0):

$$\begin{aligned} a_0 &= 1 & b_0 &= 1 \\ a_1 &= T_n + T_0 & b_1 &= T_n \\ a_2 &= T_0(T_1 + T_\sigma) \\ a_3 &= T_0T_1T_\sigma \end{aligned}$$

Aus den drei Bedingungen nach Gl. (3.45)

$$\begin{aligned} a_0^2 &= b_0^2 \\ -2a_0a_2 + a_1^2 &= b_1^2 \\ -2a_1a_3 + a_2^2 &= 0 \end{aligned} \quad (3.50)$$

können V_R und T_n bzw. V_0 und T_0 bestimmt werden.

$$\begin{aligned} 1 &= 1 \\ -2T_0(T_1 + T_\sigma) + (T_n + T_0)^2 &= T_n^2 \\ -2(T_n + T_0)T_0T_1T_\sigma + T_0^2(T_1 + T_\sigma)^2 &= 0 \end{aligned} \quad (3.51)$$

Mit $T_n = T_0V_0$ eingesetzt in die letzte Zeile von Gl. (3.51) folgt:

$$\begin{aligned} -2(V_0T_0 + T_0)T_0T_1T_\sigma + T_0^2(T_1 + T_\sigma)^2 &= 0 \\ (T_1 + T_\sigma)^2 &= 2(V_0 + 1)T_1T_\sigma \end{aligned} \quad (3.52)$$

$$V_0 = \frac{(T_1 + T_\sigma)^2}{2T_1T_\sigma} - 1 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{T_1}{T_\sigma} + \frac{T_\sigma}{T_1} \right) \quad (3.53)$$

$$V_R = \frac{V_0}{V_S} = \frac{1}{2V_S} \cdot \left(\frac{T_1}{T_\sigma} + \frac{T_\sigma}{T_1} \right) \quad (3.54)$$

Aus der mittleren Gleichung von (3.51) folgt mit $T_0 = T_n/V_0$:

$$-2\frac{T_n}{V_0}(T_1 + T_\sigma) + \left(T_n + \frac{T_n}{V_0} \right)^2 = T_n^2 \quad (3.55)$$

$$-(T_1 + T_\sigma) + T_n \left(1 + \frac{1}{2V_0} \right) = 0 \quad (3.56)$$

Durch Einsetzen der oben abgeleiteten Beziehung für V_0 ergibt sich:

$$T_n = \frac{T_1 + T_\sigma}{1 + \frac{1}{2V_0}} = \frac{T_1 + T_\sigma}{1 + \frac{1}{\left(\frac{T_1}{T_\sigma} + \frac{T_\sigma}{T_1}\right)}} = T_1 \cdot \frac{\left(1 + \frac{T_\sigma}{T_1}\right) \cdot \left(\frac{T_1}{T_\sigma} + \frac{T_\sigma}{T_1}\right)}{\left(\frac{T_1}{T_\sigma} + \frac{T_\sigma}{T_1}\right) + 1} \quad (3.57)$$

Wie aus dem Ansatz ersichtlich ist, wurden keine Vorgaben für das Verhältnis von T_1 und T_σ festgelegt. Wird nun $T_\sigma \ll T_1$ angenommen, wird $V_0 \approx T_1/(2T_\sigma)$, und es ergeben sich die bekannten Optimierungsbedingungen nach dem Betragsoptimum:

$$T_n = T_1 \quad \text{und} \quad V_R = \frac{T_1}{2V_S T_\sigma} \quad (3.58)$$

3.2 Symmetrisches Optimum (SO)

Das Symmetrische Optimum [38] stellt ein weiteres wichtiges Optimierungskriterium in der elektrischen Antriebstechnik dar. Es wird bevorzugt bei Strecken mit integrierendem Anteil eingesetzt, oder in abgewandelter Form, wenn das Verhältnis der Zeitkonstanten für eine Optimierung nach dem Betragsoptimum ungünstig ist, um ein gutes Störverhalten zu erzielen.

Der Name „Symmetrisches Optimum“ bezieht sich auf den Frequenzgang des offenen optimierten Regelkreises, dessen Phasengang symmetrisch zum Amplitudendurchtritt liegt (vgl. Abb. 3.9 und Abb. 3.14).

Wie schon beim Betragsoptimum soll zunächst eine anschauliche Herleitung des Symmetrischen Optimums an einem Beispiel erfolgen. Für Interessierte werden die Optimierungskriterien im Anschluß daran auch mathematisch abgeleitet sowie Frequenzgangdarstellung, Sprungantworten und Pol-Nullstellenverteilungen erläutert.

3.2.1 Herleitung für Strecken mit I-Anteil

Die Besonderheit des Symmetrischen Optimums zeigt sich im Vergleich zum Betragsoptimum, auf das noch einmal kurz eingegangen werden soll. Das Betragsoptimum kann Regelkreise optimieren, deren offene Übertragungsfunktion $G_0(s)$ einen (einfachen) Integralanteil sowie einen oder mehrere Verzögerungsanteile enthält. Dabei kann, abweichend von der Annahme in Kap. 3.1, daß der Integralanteil im Regler enthalten ist (I-, PI- oder PID-Regler), der Integralanteil stattdessen auch Teil der Strecke sein (z.B. PD-Regler und IT_2 -Strecke).

Solange keine Störgröße wirkt, verhält sich auch die zweite Konfiguration optimal, da die stationäre Genauigkeit durch den I-Anteil in der Strecke sichergestellt wird. Greift nun eine Störgröße an der Strecke ein (vgl. Abb. 3.8), entsteht dagegen eine stationäre Regelabweichung. Dieser Nachteil kann durch die Verwendung

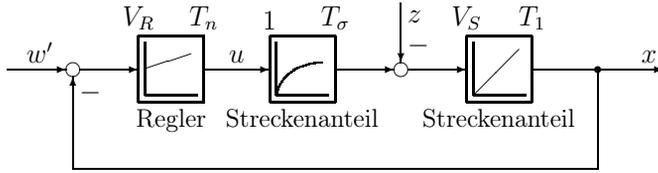


Abb. 3.8: Regelkreis zur Herleitung des Symmetrischen Optimums

eines Reglers mit Integralanteil beseitigt werden. Für die Stabilisierung eines derartigen Regelkreises mit insgesamt zwei Integralanteilen wurde das Symmetrische Optimum entwickelt.

Dieses Optimierungskriterium kann somit immer dann angewendet werden, wenn ein Regelkreis mit Einheitsrückführung vorliegt, bei dem die Strecke einen integralen Anteil aufweist und die stationäre Regelabweichung auch bei Störungen zu Null geregelt werden soll. Das Symmetrische Optimum ist das typische Optimierungskriterium für Drehzahlregelkreise mit unterlagertem Stromregelkreis.

Für eine anschauliche Herleitung sollen eine IT₁-Strecke (einschließlich Stellglied) und ein PI-Regler betrachtet werden (siehe Abb. 3.8).

IT₁-Strecke:

$$G_S(s) = \frac{V_S}{sT_1} \cdot \frac{1}{1 + sT_\sigma} \quad \text{mit } V_S = \text{Streckenverstärkung} \quad (3.59)$$

$$T_1 = \text{(große) Integrationszeitkonstante}$$

$$T_\sigma = \text{kleine Zeitkonstante}$$

PI-Regler:

$$G_R(s) = V_R \cdot \frac{1 + sT_n}{sT_n} \quad \text{mit } V_R = \text{Reglerverstärkung} \quad (3.60)$$

$$T_n = \text{Nachstellzeit}$$

Die Zeitkonstante T_σ soll wie beim Betragsoptimum eine nicht kompensierbare Zeitkonstante sein, wie z.B. die Ersatzzeitkonstante eines unterlagerten Stromregelkreises.

Die Übertragungsfunktion $G_0(s)$ des offenen Regelkreises und die Führungsübertragungsfunktion $G'_w(s)$ des geschlossenen Regelkreises lauten:

$$-G_0(s) = G_R(s)G_S(s) = V_R \cdot \frac{1 + sT_n}{sT_n} \cdot \frac{V_S}{sT_1} \cdot \frac{1}{1 + sT_\sigma} \quad (3.61)$$

$$G'_w(s) = \frac{x(s)}{w'(s)} = \frac{-G_0(s)}{1 - G_0(s)} = \frac{1 + sT_n}{1 + sT_n + s^2 \frac{T_n T_1}{V_R V_S} + s^3 \frac{T_n T_1 T_\sigma}{V_R V_S}} \quad (3.62)$$

Beim Symmetrischen Optimum werden die Reglerparameter des PI-Reglers so eingestellt, daß die größte Phasenreserve φ_{Rd} beim Amplitudendurchtritt

entsteht. Durch die Wahl von beispielsweise $T_n = 4T_\sigma$ wird bei der Amplitudendurchtrittsfrequenz $\omega_d = 1/2T_\sigma$ ein Phasenrand $\varphi_{Rd} = 37^\circ$ erreicht (Abb. 3.9). Bei der Standardeinstellung des Symmetrischen Optimums gelten für die Reglerparameter die Bedingungen:

Symmetrisches Optimum (SO) — Standardeinstellung

$$\begin{aligned} T_n &= 4T_\sigma \\ V_R &= \frac{T_n T_1}{8V_S T_\sigma^2} = \frac{T_1}{2V_S T_\sigma} \end{aligned}$$

Eine ausführliche mathematische Herleitung des Symmetrischen Optimums folgt in Kap. 3.2.3.

Nach Einsetzen der Reglerparameter ergibt sich für den symmetrisch optimierten Regelkreis eine Führungsübertragungsfunktion 3. Ordnung (Index w' in Abb. 3.8).

$$G'_w(s) = \frac{x(s)}{w'(s)} = \frac{1 + s4T_\sigma}{1 + s4T_\sigma + s^2 8T_\sigma^2 + s^3 8T_\sigma^3} \quad (3.63)$$

Bei einer sprungförmigen Änderung der Führungsgröße zeigt die obige Übergangsfunktion allerdings große Unterschiede gegenüber der Übergangsfunktion des betragsoptimierten Kreises. Die Sprungantwort des symmetrisch optimierten Regelkreises weist ein Überschwingen von ca. 43%, eine Anregelzeit $t_{an} = 3,1 T_\sigma$ und eine Ausregelzeit $t_{aus} = 17,8 T_\sigma$ bei $\pm 2\%$ Regelfehler auf. Dieses unerwünschte Überschwingen ist vorrangig auf den Vorhalt $(1 + s4T_\sigma)$ im Zähler zurückzuführen (Abb. 3.22).

Um die Übergangsfunktion dem gewünschten Verlauf anzunähern, muß dieser Zählerterm durch eine Glättung der Führungsgröße kompensiert werden. Dazu wird ein Verzögerungsglied 1. Ordnung mit der Zeitkonstante $T_G = 4T_\sigma$ in den Sollwertzweig eingefügt (siehe Abb. 3.10).

$$G_G(s) = \frac{w'(s)}{w(s)} = \frac{1}{1 + sT_G} = \frac{1}{1 + s4T_\sigma} \quad (3.64)$$

Alternativ dazu kann auch eine äquivalente Sollwertglättung verwendet werden, wie in Kap. 4.3 behandelt.

Unter dieser Voraussetzung stellt sich im Regelkreis ein Überschwingen von 8%, eine Anregelzeit $t_{an} \approx 7,6 T_\sigma$ und eine Ausregelzeit $t_{aus} \approx 13,3 T_\sigma$ ein (Abb. 3.22).

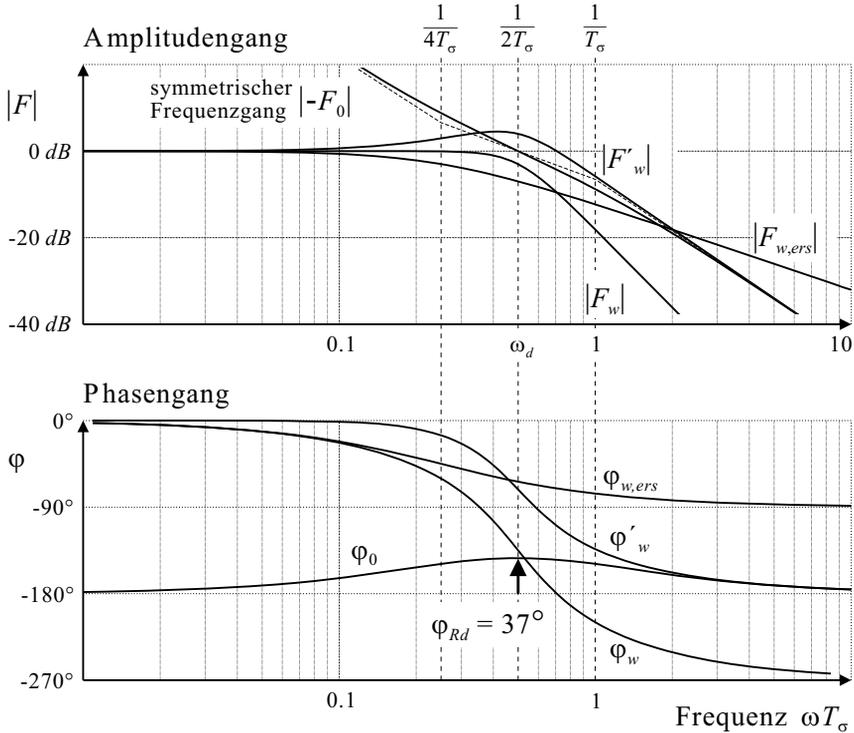


Abb. 3.9: Frequenzgänge des Symmetrischen Optimums bei Standard-einstellung — Offener (Index 0), geschlossener Regelkreis mit (Index w) und ohne (Index w') Führungsglättung sowie Ersatzfunktion (Index w,ers)

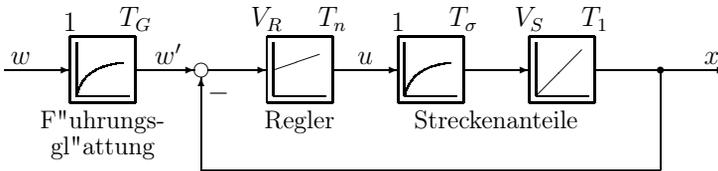


Abb. 3.10: Regelkreis mit Führungsglättung

Damit ergibt sich ein Frequenzgang nach Abb. 3.9 (Index w) und die Führungsübertragungsfunktion

$$G_w(s) \Big|_{SO} = \frac{x(s)}{w(s)} = G_G(s) G'_w(s) = \frac{1}{1 + s4T_\sigma + s^28T_\sigma^2 + s^38T_\sigma^3} \quad (3.65)$$

Das Nennerpolynom von $G_w(s)$ kann in einen reellen Pol und in ein konjugiert komplexes Polpaar aufgespalten werden:

$$G_w(s) = \frac{1}{(1 + s2T_\sigma)(1 + s2T_\sigma + s^24T_\sigma^2)} \quad (3.66)$$

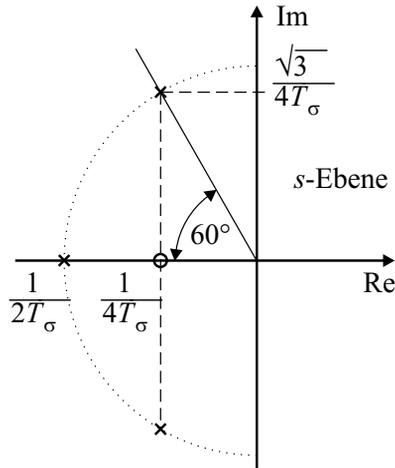


Abb. 3.11: Polstellen (×) des geschlossenen Kreises beim Symmetrischen Optimum — die Nullstelle (○) wird durch das Vorfilter kompensiert (Führungsglättung)

mit den Polstellen

$$s_1 = -\frac{1}{2T_\sigma} \quad \text{und} \quad s_{2,3} = \frac{1}{4T_\sigma} \left(-1 \pm j\sqrt{3} \right) \quad (3.67)$$

sowie der Kreiskennfrequenz $\omega_0 = 1/(2T_\sigma)$ und dem Dämpfungsfaktor $D = 0,5$.

Die Schwierigkeit bei der Stabilisierung und damit bei der Optimierung von Regelkreisen mit zwei Integralanteilen ist der Phasenwinkel von $2 \cdot 90^\circ = 180^\circ$ und der konstante Verstärkungsabfall von 40 dB je Kreisfrequenzdekade, d.h. bei tiefen Frequenzen ist die Kreisverstärkung größer als 0 dB und damit der Regelkreis zunächst instabil. Der grundlegende Gedanke des Symmetrischen Optimums ist, eine Verringerung der Phase des offenen Regelkreises im Bereich der Amplitudendurchtrittsfrequenz $\omega_d = 1/(2T_\sigma)$ durch den Vorhalt (Zählerpolynom) des Reglers zu erreichen.

Der Tiefpaßanteil der Strecke mit der Zeitkonstante T_σ vergrößert die Phase des offenen Regelkreises; daher muß die Eckfrequenz $\omega = 1/(4T_\sigma)$ des Vorhalts bei tieferen Kreisfrequenzen liegen als die Eckfrequenz $\omega = 1/T_\sigma$ des Tiefpasses.

Dieser Zusammenhang ist in Abb. 3.9 dargestellt. Wie daraus zu entnehmen ist, sind die Eckfrequenzen des Vorhalts $\omega = 1/(4T_\sigma)$ und des Tiefpasses $\omega = 1/T_\sigma$ symmetrisch zur Kreisfrequenz $\omega_d = 1/(2T_\sigma)$ des Amplitudendurchtritts angeordnet; daher kommt die Bezeichnung „Symmetrisches Optimum“.

Wie schon beim Betragsoptimum kann die Führungsübertragungsfunktion beim Symmetrischen Optimum ebenso durch eine Ersatzübertragungsfunktion approximiert werden (Index *w, ers* in Abb. 3.9). Daraus ist allerdings deutlich zu erkennen, daß dies eine sehr grobe Näherung ist.

$$G_{w,ers}(s) \Big|_{SO} = \frac{1}{1 + s4T_\sigma} \tag{3.68}$$

Häufig wird statt der Glättungszeitkonstante $T_G = 4T_\sigma$ auch eine Glättungszeitkonstante bis zu $T_G = 1,2 \cdot 4T_\sigma$ gewählt, um ein Überschwingen unterhalb der 5%-Grenze zu erhalten.

3.2.2 Verallgemeinerung und Anwendung des Symmetrischen Optimums

Einfluß der Reglerparameter auf das Verhalten des Regelkreises

Das Symmetrische Optimum kann verallgemeinert werden, indem ein Faktor a bei der Bestimmung der Reglerparameter eingeführt wird. Damit ergeben sich die allgemeinen Einstellregeln:

Symmetrisches Optimum (SO) — Allgemein

$$T_n = a^2 \cdot T_\sigma \quad T_n > T_\sigma$$

$$V_R = \frac{1}{a} \cdot \frac{T_1}{V_S T_\sigma}$$

Mit der Herleitung dieser allgemeinen Einstellregeln beschäftigt sich das nächste Kapitel 3.2.3.

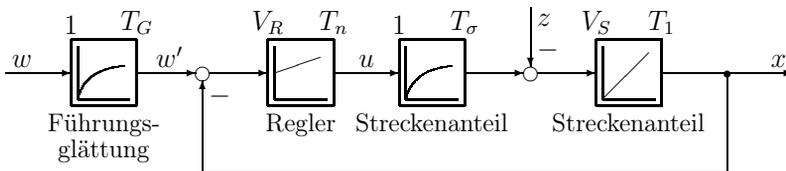


Abb. 3.12: Betrachteter Regelkreis für Übergangsverhalten und Frequenzgang beim Symmetrischen Optimum mit Einheitsintegrator

Das Führungs- und Störübertragungsverhalten des betrachteten Regelkreises in Abb. 3.12 für verschiedene Werte von a zeigt Abb. 3.13. Aus dieser Darstellung ist wiederum der Kompromiß zwischen Stabilität und Dynamik bei der Wahl der Optimierungsparameter zu erkennen. Die Führungsübertragungsfunktion wird damit zu:

$$G_w(s) \Big|_{SO} = \frac{x(s)}{w(s)} = G_G(s) G'_w(s) = \frac{1}{1 + a^2 T_\sigma s + a^3 T_\sigma^2 s^2 + a^3 T_\sigma^3 s^3} \tag{3.69}$$

Wie beim Betragsoptimum wird auch beim Symmetrischen Optimum angestrebt, den Betrag des Frequenzganges $|F_w|$ des geschlossenen Regelkreises bis zu mög-

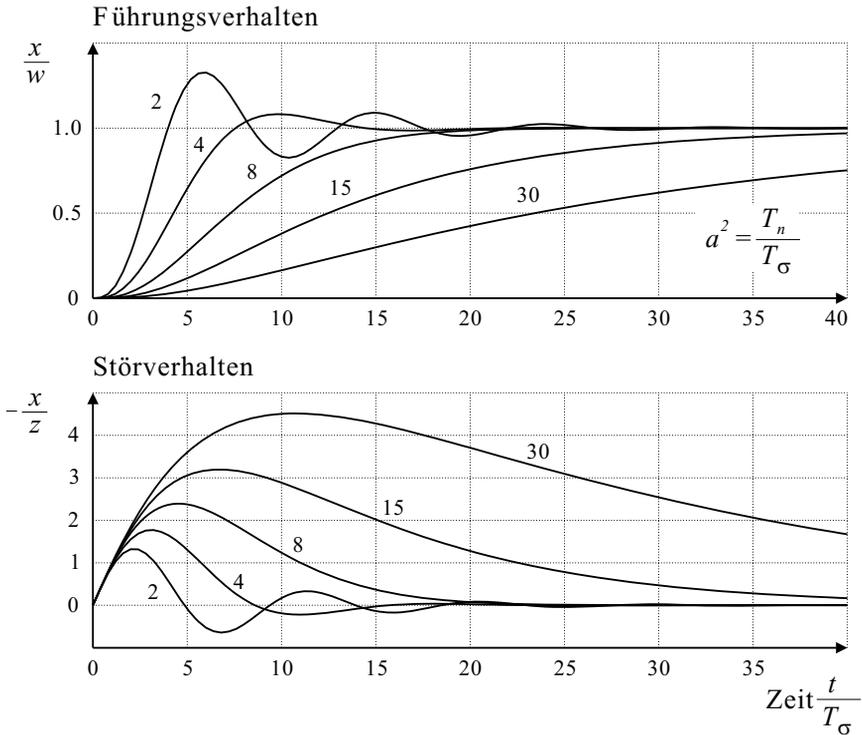


Abb. 3.13: Übergangverhalten bei Symmetrischem Optimum (Standard-SO für $a^2 = T_n/T_\sigma = 4$)

lichst hohen Frequenzen bei Eins zu lassen:

$$\begin{aligned}
 F_w(j\omega) &= \frac{1}{1 + j\omega a^2 T_\sigma - \omega^2 a^3 T_\sigma^2 - j\omega^3 a^3 T_\sigma^3} & (3.70) \\
 |F_w(j\omega)|^2 &= \frac{1}{(1 - \omega^2 a^3 T_\sigma^2)^2 + (\omega a^2 T_\sigma - \omega^3 a^3 T_\sigma^3)^2} \\
 &= \frac{1}{1 - 2\omega^2 a^3 T_\sigma^2 + \omega^4 a^6 T_\sigma^4 + \omega^2 a^4 T_\sigma^2 - 2\omega^4 a^5 T_\sigma^4 + \omega^6 a^6 T_\sigma^6} \\
 &= \frac{1}{1 + \omega^2 a^3 T_\sigma^2 (a - 2) + \omega^4 a^5 T_\sigma^4 (a - 2) + \omega^6 a^6 T_\sigma^6} & (3.71)
 \end{aligned}$$

Der Betrag der Frequenzgangfunktion ist dann über einen großen Frequenzbereich Eins, wenn möglichst viele Koeffizienten im Zähler- und Nennerpolynom der Betragsfunktion übereinstimmen.

Es muß also gelten:

$$a = 2 \tag{3.72}$$

Der Kompromiß zwischen Stabilität und Dynamik ist aus Abb. 3.13 gut zu erkennen.

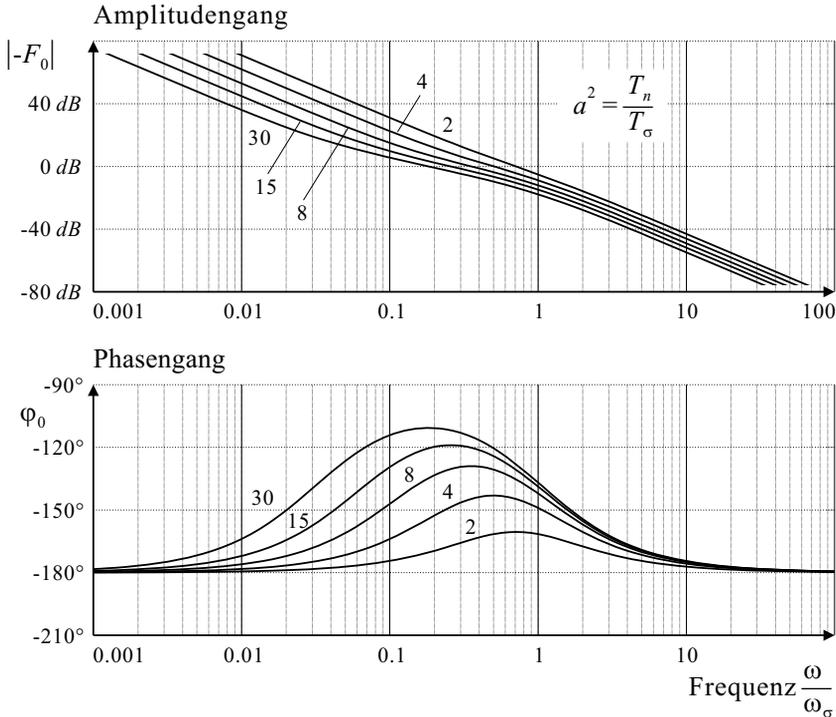


Abb. 3.14: Frequenz- und Phasengang beim Symmetrischen Optimum

Darstellung des Symmetrischen Optimums im Frequenzbereich (Phasenreserve)

Für die Standard-Auslegung des Symmetrischen Optimums $a^2 = 4$, ergibt sich ein Phasenwinkel von

$$\varphi_0 \Big|_{|F_0(j\omega_d)| = 1} = -143^\circ$$

und damit eine Phasenreserve von $\varphi_{Rd} = 180^\circ + \varphi_0 = 37^\circ$.

Je größer dagegen der Faktor a gewählt wird, desto größer wird der Bereich des Frequenzgangs, in dem der Amplitudenabfall $|F_0(j\omega)|$ ungefähr 20 dB pro Kreisfrequenzdekade ist. Gleichzeitig nähert sich das Maximum des Phasenverlaufs dem Wert -90° und erhöht so die Dämpfung des Übergangsverhaltens (vgl. Abb. 3.14).

Erweiterter Gültigkeitsbereich für Strecken ohne I-Anteil

Bei der Ableitung zum Betragsoptimum wurde für die Regelkreisstruktur bei Strecken ohne I-Glied (vgl. Abb. 3.15) der Gültigkeitsbereich $T_\sigma < T_1 \leq 4T_\sigma$ angegeben. Bei Zeitkonstanten $T_1 > 4T_\sigma$ führt diese Optimierung hinsichtlich des Störverhaltens zu unbefriedigenden Ergebnissen.

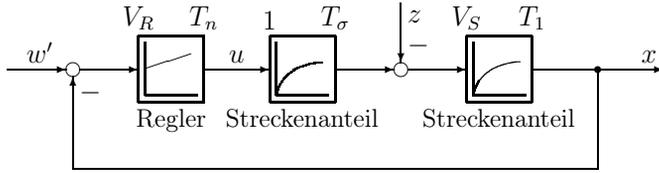


Abb. 3.15: Betrachteter Regelkreis für erweitertes Symmetrisches Optimum

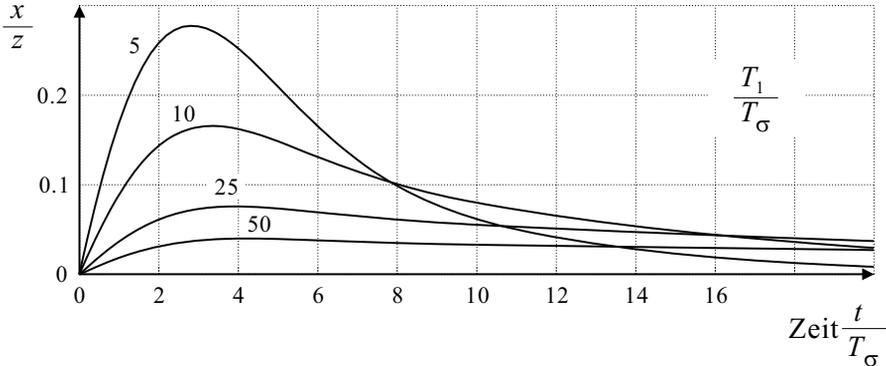


Abb. 3.16: Störverhalten eines betragsoptimierten Regelkreises bei $T_1 > 4T_\sigma$ und Strecke ohne I-Anteil

Aus Abb. 3.16 ist zu ersehen, daß die Ausregelzeit umso mehr zunimmt, je größer die Zeitkonstante T_1 im Verhältnis zur kleinen Zeitkonstanten T_σ ist. Ein wesentlich besseres Störverhalten ist zu erwarten, wenn im Fall einer PT₂-Strecke und eines PI-Reglers bei $T_1 > 4T_\sigma$ die Optimierungsbedingungen an das Symmetrischen Optimum angenähert werden (siehe Abb. 3.13 für $a^2 = 4$).

Die Grundüberlegung bei diesem Ansatz ist, daß bei $T_1 \gg T_\sigma$ die Eckfrequenz $\omega = 1/T_1$ des Tiefpaßanteils mit der großen Zeitkonstante bei sehr viel tieferen Kreisfrequenzen liegt als die Eckfrequenz $1/T_\sigma$ des Tiefpasses mit der kleinen Zeitkonstante.

Damit wird im Bereich der Eckfrequenz des Tiefpasses mit der kleinen Zeitkonstante das Verhalten des Tiefpasses mit der großen Zeitkonstante im Amplitudengang ungefähr 20 dB pro Kreisfrequenzdekade und der Phasenwinkel etwa -90° sein, d.h. das Tiefpaßverhalten entspricht dort ungefähr dem Verhalten eines Integrators. Ausgehend von dieser Überlegung ergibt sich die folgende mathematische Übertragung der Optimierungsbedingungen des Symmetrischen Optimums auf eine Strecke mit zwei PT₁-Anteilen.

$$G_S(s) = \frac{V_S}{1 + sT_1} \cdot \frac{1}{1 + sT_\sigma} \tag{3.73}$$

$$G_R(s) = V_R \cdot \frac{1 + sT_n}{sT_n} \tag{3.74}$$

Es ist bekannt, daß beim Symmetrischen Optimum das charakteristische Nennerpolynom $1 + s4T + s^28T^2 + s^38T^3$ auftritt. Dieses soll nun auch im vorliegenden

Fall erzeugt werden. Dazu werden zwei Korrekturfaktoren k_1 und k_2 eingeführt.

$$T_n = k_1 \cdot 4T_\sigma \quad \text{und} \quad V_R = k_2 \cdot \frac{T_1}{2V_S T_\sigma} \quad (3.75)$$

Durch Einsetzen dieser beiden Gleichungen in die Reglerübertragungsfunktion erhält man die Übertragungsfunktion $G_0(s)$ des offenen Kreises sowie die Führungsübertragungsfunktion $G'_w(s)$ des geschlossenen Regelkreises

$$-G_0(s) = \frac{k_2 T_1}{2V_S T_\sigma} \cdot \frac{1 + s4k_1 T_\sigma}{s4k_1 T_\sigma} \cdot \frac{V_S}{1 + sT_1} \cdot \frac{1}{1 + sT_\sigma} \quad (3.76)$$

$$G'_w(s) = \frac{1 + s4k_1 T_\sigma}{1 + s \left(4k_1 T_\sigma + 8 \frac{k_1 T_\sigma^2}{k_2 T_1} \right) + s^2 8 \frac{k_1 T_\sigma^2}{k_2 T_1} (T_1 + T_\sigma) + s^3 8 \frac{k_1 T_\sigma^3}{k_2}} \quad (3.77)$$

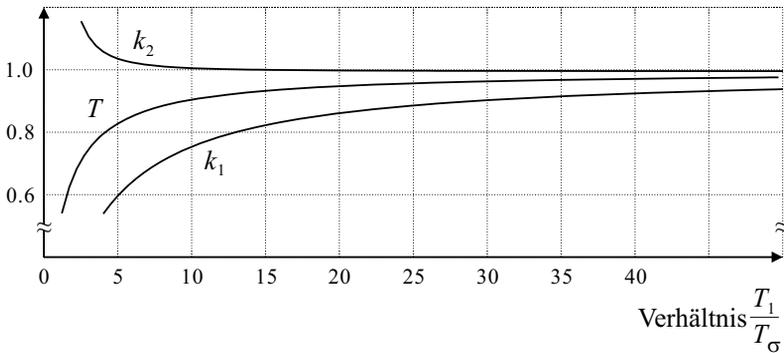


Abb. 3.17: *Symmetrisches Optimum: Korrekturfaktoren bei Strecke ohne I-Anteil*

Der Nenner dieser Führungsübertragungsfunktion wird nun mit dem charakteristischen Standardpolynom des Symmetrischen Optimums gleichgesetzt:

$$1 + s \left(4k_1 T_\sigma + 8 \frac{k_1 T_\sigma^2}{k_2 T_1} \right) + s^2 8 \frac{k_1 T_\sigma^2}{k_2 T_1} (T_1 + T_\sigma) + s^3 8 \frac{k_1 T_\sigma^3}{k_2} \stackrel{!}{=} 1 + s4T + s^2 8T^2 + s^3 8T^3 \quad (3.78)$$

Der Koeffizientenvergleich ergibt:

$$4k_1 T_\sigma + 8 \frac{k_1 T_\sigma^2}{k_2 T_1} = 4T \quad (3.79)$$

$$8 \frac{k_1 T_\sigma^2}{k_2 T_1} \cdot (T_1 + T_\sigma) = 8T^2 \quad (3.80)$$

$$8 \frac{k_1 T_\sigma^3}{k_2} = 8T^3 \quad (3.81)$$

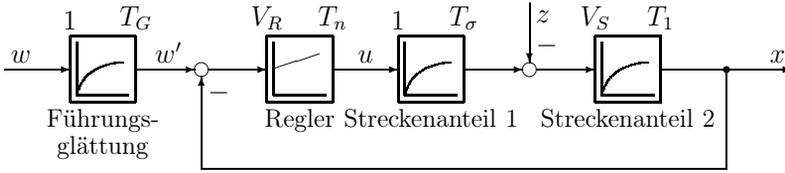


Abb. 3.18: Betrachteter Regelkreis für das Übergangsverhalten des erweiterten Symmetrischen Optimums mit Führungsglättung

Die Lösung dieses Gleichungssystems mit den drei Unbekannten k_1 , k_2 und T lautet:

$$k_1 = \frac{1 + \left(\frac{T_\sigma}{T_1}\right)^2}{\left(1 + \frac{T_\sigma}{T_1}\right)^3} \tag{3.82}$$

$$k_2 = 1 + \left(\frac{T_\sigma}{T_1}\right)^2 \tag{3.83}$$

$$T = \frac{T_1 T_\sigma}{T_1 + T_\sigma} \tag{3.84}$$

In Abb. 3.17 sind k_1 , k_2 und T als Funktion des Zeitkonstantenverhältnisses $T_1/T_\sigma \geq 4$ aufgetragen. Die mit den Einstellregeln nach Gl. (3.75) unter Verwendung von Gl. (3.82) und (3.83) erreichbaren Ergebnisse mit Führungsglättung sind in Abb. 3.19 gezeigt (betrachteter Regelkreis siehe Abb. 3.18). Greift die Störung vor dem Stellglied an, ergibt sich ein Störverhalten nach Abb. 3.20.

Dieses Optimierungskriterium wird in der Antriebstechnik dann angewendet, wenn die Ankerzeitkonstante T_A größer ist als $4T_\sigma$ und das Störverhalten des Stromregelkreises von Bedeutung ist. Im allgemeinen ist die Ankerzeitkonstante $T_A \gg 4T_t$, mit der Ersatz-Totzeit T_t des Stromrichterstellglieds. Aus Abb. 3.17 ist weiterhin zu entnehmen, daß für $T_1/T_\sigma \rightarrow \infty$ gilt:

$$k_1 \rightarrow 1 \quad \text{und} \quad k_2 \rightarrow 1$$

Die Einstellregeln nach Gl. (3.75) gehen dann in die Standardform des Symmetrischen Optimums über (siehe Seite 62).

Verwendet man diese Standard-Einstellregeln zur Vereinfachung auch bei Zeitkonstantenverhältnissen $T_1/T_\sigma < \infty$, so darf natürlich kein mit dem Symmetrischen Optimum identisches Verhalten erwartet werden. Statt dessen ergibt sich für die Führungsübertragungsfunktion durch Einsetzen der Faktoren $k_1 = k_2 = 1$ in Gl. (3.77):

$$G'_w(s) = \frac{1 + s4T_\sigma}{1 + s\left(4T_\sigma + 8\frac{T_\sigma^2}{T_1}\right) + s^2 8\frac{T_\sigma^2}{T_1}(T_1 + T_\sigma) + s^3 8T_\sigma^3} \tag{3.85}$$

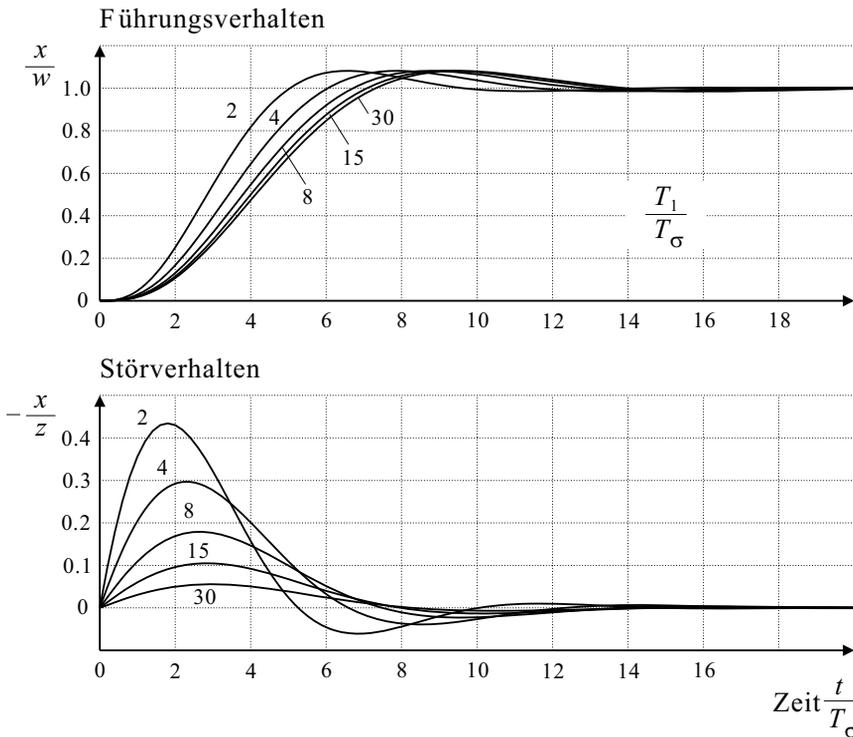


Abb. 3.19: Übergangverhalten des erweiterten Symmetrischen Optimums: Führungsverhalten bei Glättung der Führungsgröße, Störverhalten bei Angreifen der Störung zwischen Streckenanteil 1 und 2

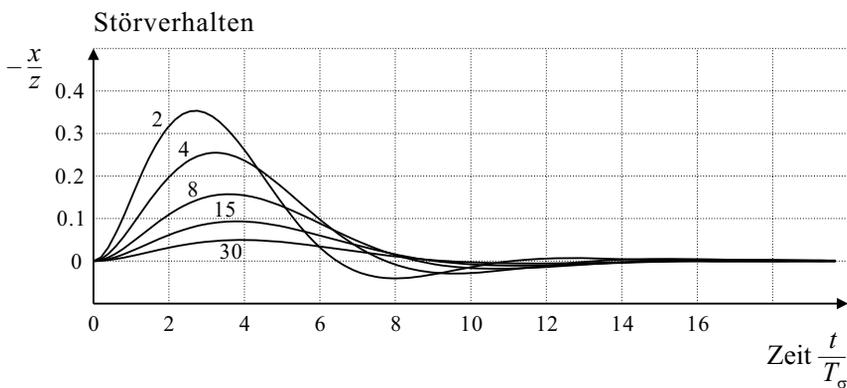


Abb. 3.20: Übergangverhalten des erweiterten Symmetrischen Optimums: Störverhalten bei Angreifen der Störung **vor** der Strecke (d.h. vor beiden Streckenanteilen in Abb. 3.18)

Diese Führungsübertragungsfunktion sowie auch das maximale Überschwingen, die Anregel- und Ausregelzeit hängen von T_1/T_σ ab. Die vereinfachten Einstellregeln nach Seite 62 werden auch in der Optimierungstabelle auf Seite 81 verwendet.

Das gleiche Ergebnis für die Korrekturfaktoren wie in Gl. (3.82) und Gl. (3.83) erhält man alternativ auch mit Hilfe des Dämpfungsoptimums, einem verallgemeinerten Optimierungsverfahren, das in Kap. 4 ausführlich behandelt wird.

Das erweiterte Symmetrische Optimum wird damit in der elektrischen Antriebstechnik insbesondere dann angewendet, wenn die Ankerzeitkonstante T_A größer ist als $4T_\sigma$ und das Störverhalten des Stromregelkreises von Bedeutung ist. Wenn T_σ die Ersatz-Totzeit T_t des Stromrichterstellglieds darstellt, ist dies häufig der Fall. Eine etwas andere Situation liegt vor, wenn zusätzliche Zeitkonstanten (z.B. Meßglieder) im Regelkreis vorhanden sind, wie bereits in Kap. 3.1.2 beschrieben.

3.2.3 Mathematische Herleitung des Symmetrischen Optimums

Ausgangspunkt für die Herleitung des Symmetrischen Optimums ist die Forderung nach einer maximalen Phasenreserve φ_{Rd} beim Amplitudendurchtritt. Als Rechenbeispiel dient eine IT₁-Strecke und ein PI-Regler (s. Abb. 3.8). Die Übertragungsfunktionen von Regler $G_R(s)$ und Strecke $G_S(s)$ sind:

$$G_S(s) = \frac{V_S}{sT_1} \cdot \frac{1}{1 + sT_\sigma} \quad (3.86)$$

$$G_R(s) = V_R \cdot \frac{1 + sT_n}{sT_n} \quad (3.87)$$

Durch geeignete Wahl der Nachstellzeit T_n läßt sich eine Phasenreserve φ_{Rd} einstellen, die dem Regelkreis das gewünschte Einschwingverhalten gibt. Zunächst gilt der allgemeine Fall mit

$$\boxed{T_n = a^2 \cdot T_\sigma ; a > 1} \quad (3.88)$$

Aus dem Frequenzgang des offenen Regelkreises

$$\begin{aligned} -F_0(j\omega) = F_R(j\omega) \cdot F_S(j\omega) &= \frac{V_R(1 + j\omega T_n)}{j\omega T_n} \cdot \frac{V_S}{j\omega T_1} \cdot \frac{1}{1 + j\omega T_\sigma} \\ &= \frac{V_R \cdot V_S \cdot (1 + j\omega T_n)}{-\omega^2 T_n \cdot T_1 (1 + j\omega T_\sigma)} \end{aligned} \quad (3.89)$$

wird die Phase φ_0 des offenen Regelkreises

$$\varphi_0 = \angle \text{Zähler} - \angle \text{Nenner} = \arctan\left(\frac{\omega T_n}{1}\right) - \arctan\left(\frac{\omega T_\sigma}{1} + \pi\right) \quad (3.90)$$

ermittelt.

Mit der Ableitung

$$\frac{d\varphi_0}{d\omega} = \frac{T_n}{1 + \omega^2 T_n^2} - \frac{T_\sigma}{1 + \omega^2 T_\sigma^2} \stackrel{!}{=} 0 \quad (3.91)$$

läßt sich die Kreisfrequenz

$$\omega_{max} = \frac{1}{\sqrt{T_n T_\sigma}} \quad (3.92)$$

bestimmen, bei der φ_0 den größten Wert hat. Dieser maximale Wert von φ_0 soll bei der Amplitudendurchtrittsfrequenz $\omega_d = \omega_{max}$ entstehen:

$$|-F_0(j\omega)| \Big|_{\omega = \omega_D = \omega_{max}} = \frac{V_R \cdot V_S \cdot \sqrt{1 + \omega^2 T_n^2}}{\omega^2 \cdot T_n \cdot T_1 \sqrt{1 + \omega^2 T_\sigma^2}} \stackrel{!}{=} 1 \quad (3.93)$$

Mit dieser Forderung folgt für die Reglerverstärkung:

$$\begin{aligned} V_R &= \frac{\omega_{max}^2 \cdot T_n \cdot T_1 \cdot \sqrt{1 + \omega_{max}^2 \cdot T_\sigma^2}}{V_S \cdot \sqrt{1 + \omega_{max}^2 \cdot T_n^2}} = \frac{\frac{1}{T_n \cdot T_\sigma} \cdot T_n \cdot T_1 \sqrt{1 + \frac{1}{T_n \cdot T_\sigma} \cdot T_\sigma^2}}{V_S \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{T_n \cdot T_\sigma} \cdot T_n^2}} \\ &= \frac{T_1 \sqrt{1 + \frac{T_\sigma}{T_n}}}{V_S \cdot T_\sigma \sqrt{1 + \frac{T_n}{T_\sigma}}} = \frac{T_1 \sqrt{1 + \frac{1}{a^2}}}{V_S \cdot T_\sigma \sqrt{1 + a^2}} = \frac{T_1 \sqrt{1 + \frac{1}{a^2}}}{V_S \cdot T_\sigma \cdot a \sqrt{\frac{1}{a^2} + 1}} \\ &\quad \boxed{V_R = \frac{T_1}{V_S \cdot T_\sigma \cdot a}} \end{aligned} \quad (3.94)$$

Um wie beim Betragsoptimum den Betrag des Frequenzgangs $|F'_w(j\omega)|$ in einem möglichst weiten Frequenzbereich nahe Eins zu halten und damit, wie bei Phasenminimumsystemen üblich, die Phase gering zu halten, muß die in den Gleichungen (3.71) und (3.72) hergeleitete Bedingung erfüllt werden:

$$|F_w(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \omega^2 a^3 T_\sigma^2 (a - 2) + \omega^4 a^5 T_\sigma^4 (a - 2) + \omega^6 a^6 T_\sigma^6} \Rightarrow \boxed{a = 2}$$

Damit folgt für die Standardeinstellung eines SO-optimierten Regelkreises die Bedingung $T_n = 4T_\sigma$ und es ergibt sich die bekannte Übertragungsfunktion $G'_w(s)$ für den geschlossenen symmetrisch optimierten Regelkreis:

$$G'_w(s) = \frac{1 + s4T_\sigma}{1 + s4T_\sigma + s^2 8T_\sigma^2 + s^3 8T_\sigma^3} \quad (3.95)$$

3.3 Auswahl des Reglers und Bestimmung der Optimierung

Mit der Kenntnis des Betragsoptimums und des Symmetrischen Optimums wurden in der Vergangenheit die überwiegende Anzahl der Regelkreisoptimierungen in der elektrischen Antriebstechnik gelöst. Zur Übersicht sind in Tab. 3.1 für die verschiedenen Aufgabenstellungen noch einmal die möglichen Kombinationen dargestellt.

Tabelle 3.1: *Tabellarische Übersicht zur Reglerauswahl*

	Strecke						Regler		
	I-Anteil T_1	PT ₁ -Zeitkonstanten					Reglerauslegung	Optimierungskriterium	Sollwertglättung T_G
		große		kleine					
	T_1	T_2	$4T_\sigma > T_1$	$4T_\sigma \leq T_1$	$4T_\sigma \ll T_1$				
1				●	●	●	I	BO	—
2		●		●			PI	BO (SO)	—
3		●			●		PI	SO (BO)	$0 \dots 4T_\sigma$
4		●				●	P (PI)	BO (SO)	$(4T_\sigma)$
5		●	●	●			PID	BO (SO)	—
6		●	●		●		PID	SO (BO)	$0 \dots 4T_\sigma$
7		●	●			●	PD (PID)	BO (SO)	$(4T_\sigma)$
8	●			●	●		PI	SO	$4T_\sigma$
9	●					●	P (PI)	BO (SO)	$(4T_\sigma)$
10	●		●	●	●		PID	SO	$4T_\sigma$
11	●		●			●	PD (PID)	BO (SO)	$(4T_\sigma)$

In den Spalten „Strecke“ ist angegeben, ob ein I-Anteil oder eine bzw. zwei große Verzögerungszeitkonstanten vorhanden sind. Von der Existenz einer weiteren kleinen Zeitkonstante T_σ wird ausgegangen. Die Spalten „kleine“ geben Bereiche für das zulässige Verhältnis dieser kleinen Zeitkonstante zur größten Zeitkonstante T_1 an. Dabei können in den Zeilen 1, 8 und 10 für mehrere Bereiche die gleichen Einstellungen gewählt werden. Die Spalten unter „Regler“ geben den Reglertyp, die Optimierungsvorschrift und die Zeitkonstante für die Glättung der Führungsgröße vor (Sollwertglättung).

Zu beachten sind weiterhin bei den Zeilen 4, 7, 9 und 11, ob aufgrund des Regelfehlers im stationären Betrieb der Einsatz eines P- bzw. PD-Reglers anstelle eines Reglers mit I-Anteil zulässig ist. Eine Führungsglättung ist dabei nur bei Anwendung des Symmetrischen Optimums sinnvoll. Beim Einsatz eines PID-Reglers ist außerdem zu beachten, daß mit dem D-Anteil die zweitgrößte Zeitkonstante T_2 der Strecke kompensiert wird. Die Optimierung des verbleibenden PI-Reglers erfolgt dann in Abhängigkeit von den restlichen Zeitkonstanten bzw. der Integrationskonstante entweder nach dem Betragsoptimum oder nach dem Symmetrischen Optimum.

Ein Sonderfall ist die Strecke 2. Ordnung mit komplexen Zeitkonstanten, d.h. einer (in der Regel gedämpften) schwingungsfähigen Strecke, was einem

Dämpfungsfaktor $D < 1$ entspricht. Bei diesen Regelstrecken ist zu berücksichtigen, daß bei einer Anregung mit Frequenzen in der Nähe der Resonanzfrequenz eine Überhöhung im Amplitudengang und eine schnelle Phasenänderung auftritt. Hohe Regelgeschwindigkeit und definierte Dämpfungsverhältnisse sind nur dann zu erreichen, wenn die Amplitudendurchtrittsfrequenz ω_d möglichst weit oberhalb der Resonanzfrequenz ω_0 liegt. In diesem Bereich der Kreisfrequenz kann die Regelstrecke durch die Hochfrequenz-Asymptote angenähert werden. Welche statischen und dynamischen Eigenschaften der geschlossene Regelkreis aufweist, wird von den evtl. vorhandenen, anderen Verzögerungszeitkonstanten bestimmt und davon, ob ein Regler mit oder ohne I-Anteil gewählt werden muß. Wenn $\omega_d < \omega_0$ ist (z.B. kann T_σ durch den unterlagerten Stromregelkreis festgelegt sein), dann muß ω_d soweit abgesenkt werden, daß ausreichende Dämpfung sichergestellt ist. Allerdings muß in diesem Fall im allgemeinen eine wesentliche Verschlechterung der Regeldynamik akzeptiert werden. Alternativ können Regler für schwingungsfähige Strecken auch nach dem Dämpfungsoptimum ausgelegt werden (s. Kap. 4).

Abschließend wird der Sonderfall betrachtet, daß die Rückführung der Regelgröße x keine proportionale Rückführung, sondern eine verzögerte Rückführung, wie z.B. in Kap. 3.1.2, aufweist. In diesem Fall werden auf die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises $-G_0(s) = G_R(s)G_S(s)G_r(s)$ die dargestellten Optimierungsvorschriften angewendet. Das Führungsverhalten dieses Regelkreises wird dabei von dem optimierten Führungsverhalten abweichen, weil die Polestellen des Verzögerungsglieds in der Rückführung als Nullstellen (Vorhalte) in der Führungsübertragungsfunktion auftreten. Eine entsprechende Glättung der Führungsgröße ist deshalb notwendig (s. Kap. 3.1.2).

Ein anderer Weg ist die Verwendung einer Reglerbeschaltung, bei der die Verzögerungszeit der Rückführung in den Vorwärtszweig verlegt und somit für die Führungs- als auch für die Regelgröße wirksam wird.

Zur Definition der Anregelzeit t_{an} , der Ausregelzeit t_{aus} und des maximalen Überschwingens x_{max} siehe Abb. 3.21. Dort sind die Verhältnisse bei sprungförmiger Änderung der Führungsgröße w in der linken Spalte, bei sprungförmiger Änderung der Störgröße z in der rechten Spalte dargestellt. Für den Fall stationärer Genauigkeit, d.h. $x_\infty/w_0 = 1$ bzw. $x_\infty/z_0 = 0$, entnehme man die Definitionen der An- und Ausregelzeit sowie des maximalen Überschwingens den beiden mittleren Diagrammen. Ist stationäre Genauigkeit nicht gegeben, d.h. $x_\infty/w_0 \neq 1$ bzw. $x_\infty/z_0 \neq 0$, sind die beiden unteren Diagramme maßgeblich.

Abbildung 3.22 zeigt die Übergangsfunktionen für das Betragsoptimum (BO) und dessen Ersatzfunktion (BOe), für das Symmetrische Optimum (SO), für das Symmetrische Optimum mit Sollwertglättung (SO+Gl) sowie dessen Ersatzfunktion ((SO+Gl)e).

In der Tabelle auf Seite 81 sind die bisherigen Ergebnisse übersichtlich zusammengefaßt. Für die Streckentypen PT_1 , PT_2 , PT_3 , IT_1 und IT_2 sind die nach Betragsoptimum oder Symmetrischen Optimum möglichen Reglerstrukturen mit ihren Gültigkeitsbereichen und der erzielbaren Regelgüte angegeben.

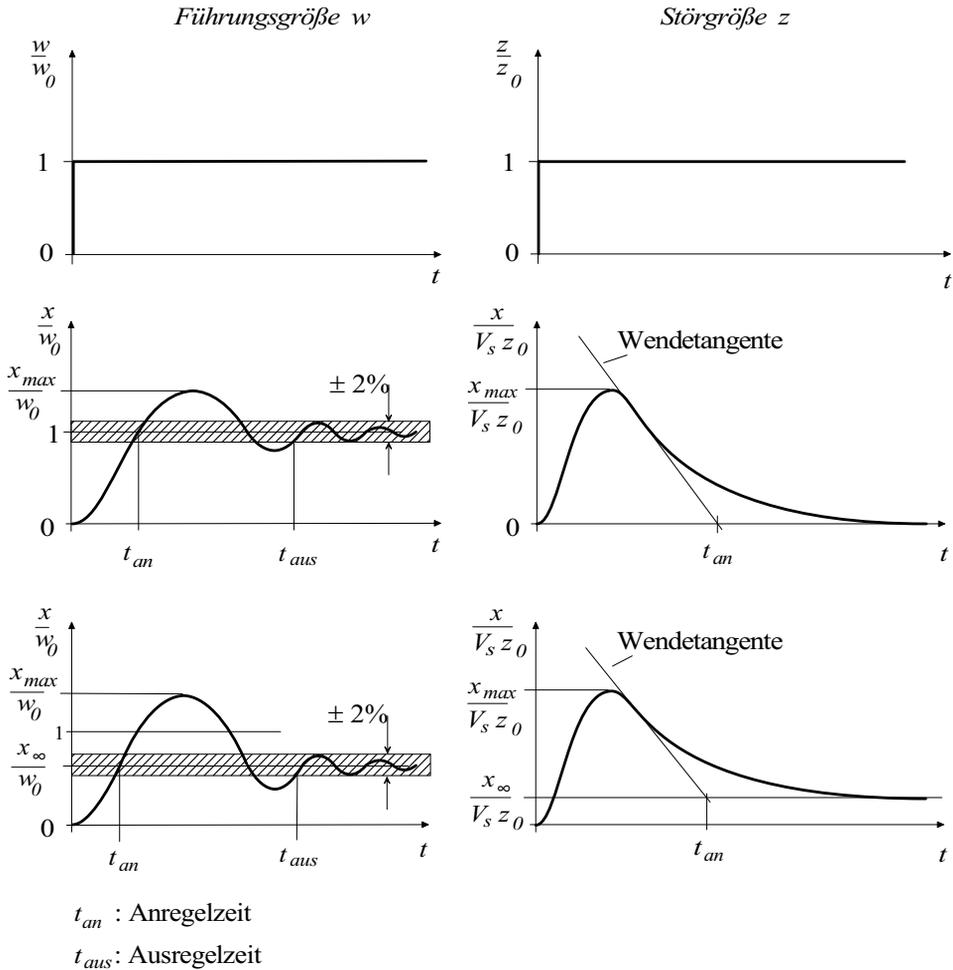
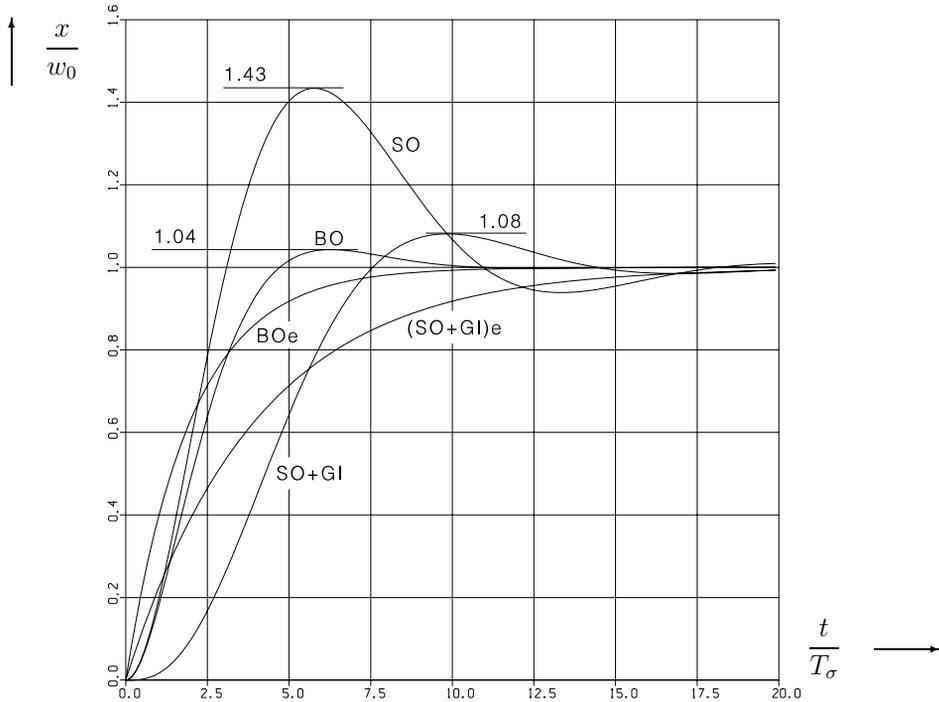


Abb. 3.21: Sprungantworten bei Regelkreisen mit stationärer Genauigkeit (mitte) und ohne stationäre Genauigkeit (unten)

Eine Analyse des Störverhaltens ergibt die Kurven in Abb. 3.23, die die maximale Regelgrößenabweichung bei Sprung der Störgröße in Abhängigkeit des Zeitkonstantenverhältnisses T_1/T_σ zeigen. Man erkennt, daß für PT_2 -Strecken mit $T_1/T_\sigma > 4$ das Symmetrische Optimum ein geringeres Überschwingen aufweist als das Betragsoptimum und damit besser ist, während für $T_1/T_\sigma \leq 4$ das Betragsoptimum besser ist.

Aus diesem Grund wird, falls ein gutes Störverhalten gefordert wird und $T_1/T_\sigma > 4$ ist, auch für PT_2 - und PT_3 -Strecken das Symmetrische Optimum angewendet (vgl. Tabelle Seite 81). Die in diesem Fall nötige Glättungszeitkonstante T_G ist Abb. 3.24 zu entnehmen (T_G/T_σ als Funktion von T_1/T_σ). Die Anregel- und Ausregelzeiten sowie das maximale Überschwingen mit und ohne



- BO : Betragsoptimum
 BOe : Ersatzfunktion des BO, vgl. Gl. (3.12)
 SO : Symmetrisches Optimum
 SO+Gl : Symmetrisches Optimum mit Sollwertglättung
 (SO+Gl)e : Ersatzfunktion des SO+Gl., vgl. Gl. (3.68)

Abb. 3.22: Übergangsfunktionen bei Betragsoptimum und Symmetrischem Optimum

Führungsglättung sind für das Symmetrische Optimum bei PT_n -Strecken in Abb. 3.25 angegeben. Zum Vergleich zeigt die gleiche Grafik auch die mit dem Betragsoptimum erzielbaren Anregel- und Ausregelzeiten; in diesem Fall sind t_{an} und t_{aus} unabhängig von T_1/T_σ und deshalb konstant.

In Abb. 3.24 ist ferner das maximale Überschwingen x_{max}/w bei PT_n -Strecken und einem Sprung der Führungsgröße für das Betragsoptimum sowie für das Symmetrische Optimum mit und ohne Führungsglättung aufgetragen. Zusätzlich ist die bei Verwendung der Führungsglättung resultierende Ersatzzeitkonstante T_{ers} beim Symmetrischen Optimum dargestellt.

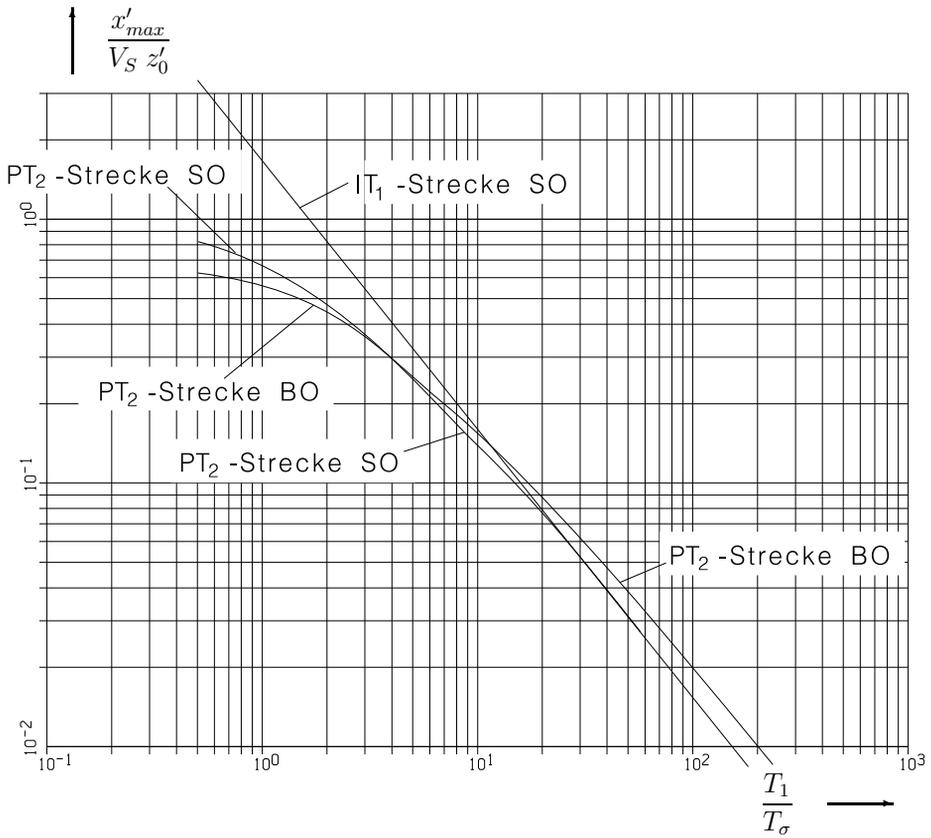


Abb. 3.23: Maximale Regelgrößenabweichung bei Sprung der Störgröße für Betrags- und Symmetrische Optimierung von Strecken mit IT₁-Verhalten und PT₂-Verhalten

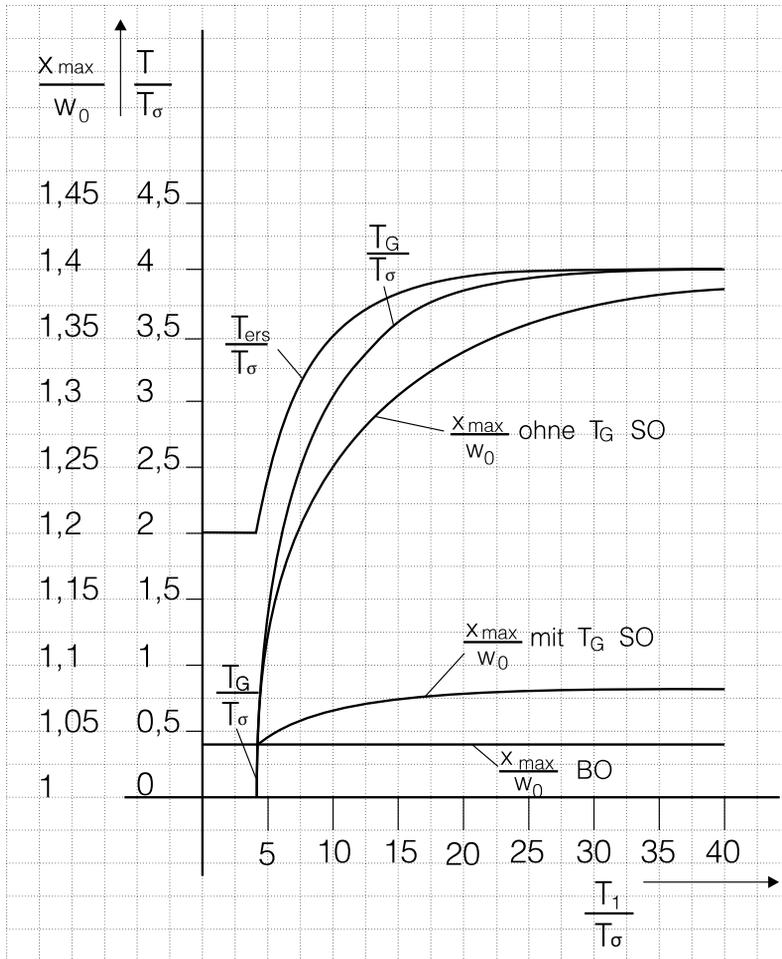


Abb. 3.24: Sollwertglättung, Ersatzzeitkonstante und maximales Überschwingen bei Sprung der Führungsgröße für Betrags- und Symmetrische Optimierung von Strecken mit PT-Verhalten

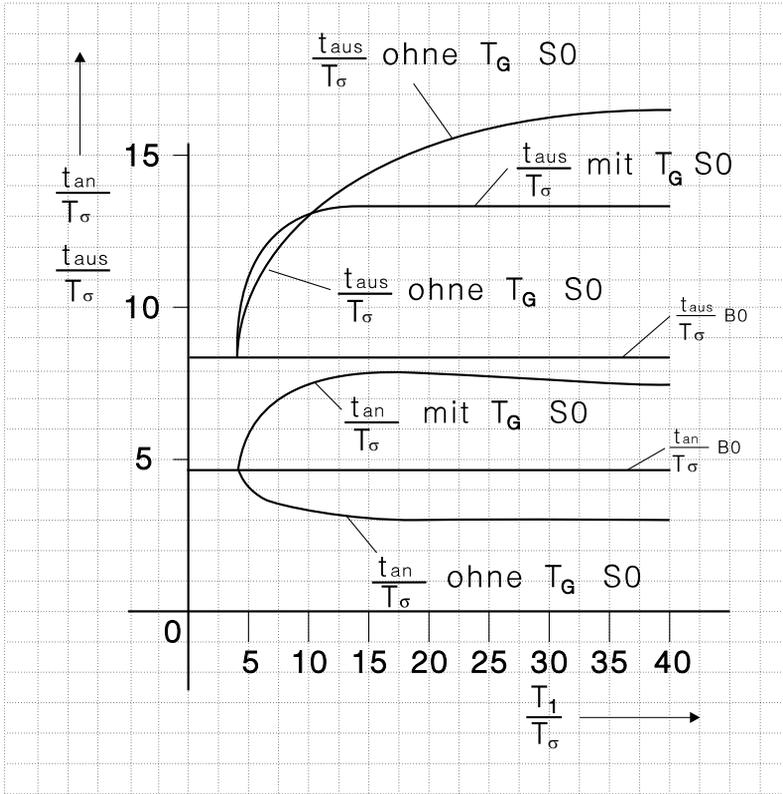
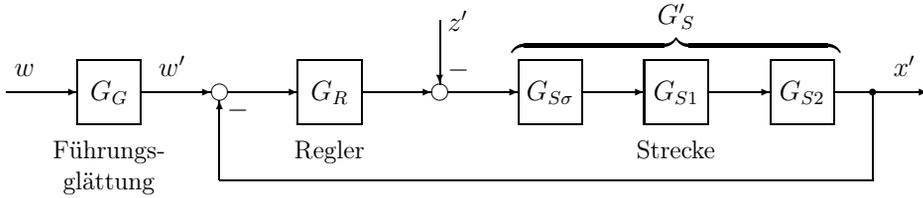
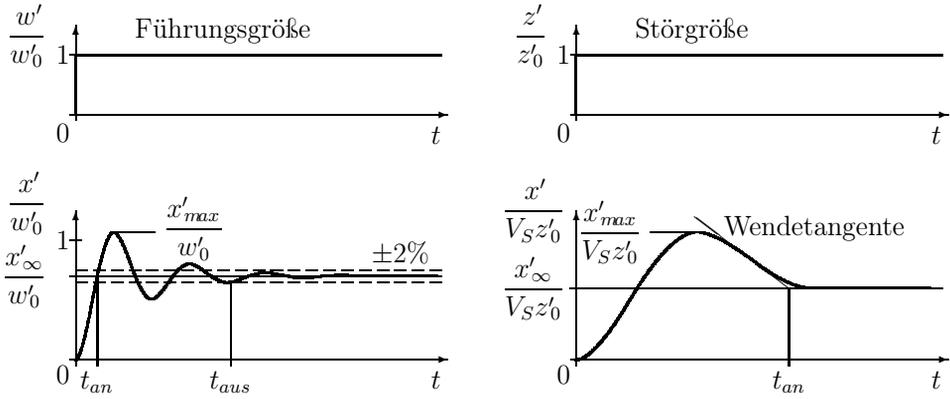


Abb. 3.25: Betrags- und Symmetrisches Optimum: Strecken mit PT-Verhalten bei Sprung der Führungsgröße, An- und Ausregelzeit

3.4 Optimierungstabelle



Nr.	Strecke			Regler						
	Typ	G'_S	Günstiger Bereich	Typ	G_R	Opt. Krit.	Einstellung			
							T_n	V_R	T_v	T_G
1	PT ₁	$\frac{V_S}{1+sT_\sigma}$	beliebig	I	$V_R \frac{1}{s}$	BO	—	$\frac{1}{2T_\sigma V_S}$	—	—
2	PT ₂	$\frac{V_S}{(1+sT_1)(1+sT_\sigma)}$	$\frac{T_1}{T_\sigma} \gg 1$	P	V_R	BO	—	$\frac{T_1}{2T_\sigma V_S}$	—	—
3			$\frac{T_1}{T_\sigma} > 1$	PI	$V_R \frac{1+sT_n}{sT_n}$	BO	T_1	$\frac{T_1}{2T_\sigma V_S}$	—	—
4			$\frac{T_1}{T_\sigma} \geq 4$	PI	$V_R \frac{1+sT_n}{sT_n}$	SO	$4T_\sigma$	$\frac{T_1}{2T_\sigma V_S}$	—	$\frac{—}{0.4T_\sigma}$
5	PT ₃	$\frac{V_S}{(1+sT_1)(1+sT_2)(1+sT_\sigma)}$	$\frac{T_1}{T_\sigma} \gg 1$	PD	$V_R(1+sT_v)$	BO	—	$\frac{T_1}{2T_\sigma V_S}$	T_2	—
6			$\frac{T_1}{T_\sigma} > 1$	PID	$V_R \frac{(1+sT_n)(1+sT_v)}{sT_n}$	BO	T_1	$\frac{T_1}{2T_\sigma V_S}$	T_2	—
7			$T_2 > T_\sigma$	PID	$V_R \frac{(1+sT_n)(1+sT_v)}{sT_n}$	SO	$4T_\sigma$	$\frac{T_1}{2T_\sigma V_S}$	T_2	$\frac{—}{0.4T_\sigma}$
8	IT ₁	$\frac{V_S}{sT_1(1+sT_\sigma)}$	$\frac{T_1}{V_S T_\sigma} \gg 1$	P	V_R	BO	—	$\frac{T_1}{2T_\sigma V_S}$	—	—
9			beliebig	PI	$V_R \frac{1+sT_n}{sT_n}$	SO	$4T_\sigma$	$\frac{T_1}{2T_\sigma V_S}$	—	$\frac{—}{4T_\sigma}$
10	IT ₂	$\frac{V_S}{sT_1(1+sT_2)(1+sT_\sigma)}$	$\frac{T_1}{V_S T_\sigma} \gg 1$	PD	$V_R(1+sT_v)$	BO	—	$\frac{T_1}{2T_\sigma V_S}$	T_2	—
11			beliebig	PID	$V_R \frac{(1+sT_n)(1+sT_v)}{sT_n}$	SO	$4T_\sigma$	$\frac{T_1}{2T_\sigma V_S}$	T_2	$\frac{—}{4T_\sigma}$



Verhalten bei Sprung der								Nr.
Führungsgröße w				Störgröße z				
$\frac{t_{an}}{T_\sigma}$	$\frac{t_{aus}(\pm 2\%) }{T_\sigma}$	$\frac{x'_{max}}{w'_0}$	$\frac{x'_{\infty}}{w'_0}$	$\frac{T_{ers}}{T_\sigma}$	$\frac{t_{an}}{T_\sigma}$	$\frac{1}{V_S} \frac{x'_{max}}{z'_0}$	$\frac{1}{V_S} \frac{x'_{\infty}}{z'_0}$	
4,7	8,4	1,04	1	2	6,3	0,64	0	1
(4,7)	(8,4)	$\left(1,04 \frac{x'_{\infty}}{w'_0}\right)$	$\frac{V_R V_S}{1 + V_R V_S}$	2	(4,7)	$\approx \frac{1}{1 + V_R V_S}$	$\frac{1}{1 + V_R V_S}$	2
4,7	8,4	1,04	1	2	$5,5 \sqrt{\frac{T_1}{T_\sigma}}$	$\frac{0,5 \dots 1,2}{T_1/T_\sigma}$	0	3
3,1 ... 4,7	8,4 ... 16,5	1,04 ... 1,43	1	—	≈ 10	$\frac{1,2 \dots 1,6}{T_1/T_\sigma}$	0	4
4,7 ... 7,6	8,4 ... 13,3	1,04 ... 1,08	1	2 ... 4				
(4,7)	(8,4)	$\left(1,04 \frac{x'_{\infty}}{w'_0}\right)$	$\frac{V_R V_S}{1 + V_R V_S}$	2	$4 + \frac{T_2}{T_\sigma}$	$\approx \frac{1}{1 + V_R V_S}$	$\frac{1}{1 + V_R V_S}$	5
4,7	8,4	1,04	1	2	$4,4 \sqrt{\frac{T_1 T_2}{T_\sigma^2}}$	$\frac{0,5 \dots 0,75}{\sqrt{T_1/T_\sigma} \sqrt{T_2/T_\sigma}}$	0	6
3,1 ... 4,7	8,4 ... 16,5	1,04 ... 1,43	1	—	$\approx 10 \sqrt{\frac{T_2}{T_\sigma}}$	$\frac{1,4 \dots 1,8}{T_1/T_\sigma \sqrt{T_2/T_\sigma}}$	0	7
4,7 ... 7,6	8,4 ... 13,3	1,04 ... 1,08	1	2 ... 4				
4,7	8,4	1,04	1	2	(4,7)	$\approx \frac{1}{V_R V_S}$	$\frac{1}{V_R V_S}$	8
3,1	16,5	1,43	1	—	10	$\frac{1,6}{T_1/T_\sigma}$	0	9
7,6	13,3	1,08	1	4				
4,7	8,4	1,04	1	2	$4 + \frac{T_2}{T_\sigma}$	$\approx \frac{1}{V_R V_S}$	$\frac{1}{V_R V_S}$	10
3,1	16,5	1,43	1	—	$\approx 10 \sqrt{\frac{T_2}{T_\sigma}}$	$\frac{1,8}{T_1/T_\sigma \sqrt{T_2/T_\sigma}}$	0	11
7,6	13,3	1,08	1	4				

3.5 Führungsverhalten bei rampenförmiger Anregung

Bei allen bisherigen Überlegungen war als typischer Führungsgrößenverlauf ein Sollwertsprung angenommen worden.

$$w(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t \leq 0 \\ 1 & \text{für } t > 0 \end{cases} \quad \text{bzw.} \quad w(s) = \frac{1}{s} \quad (3.96)$$

Für eine allgemeine Führungsübertragungsfunktion $G_w(s)$ gilt bei einem Sollwertsprung der Grenzwertsatz:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \left[s \cdot \underbrace{G_w(s) \cdot \frac{1}{s}}_{x(s)} \right] \quad (3.97)$$

Wird statt des Sollwertsprungs als Führungsgröße eine Rampenfunktion

$$w(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t \leq 0 \\ t/T_{AN} & \text{für } t > 0 \end{cases} \quad \text{bzw.} \quad w(s) = \frac{1}{s^2 T_{AN}} \quad (3.98)$$

vorgegeben, dann gilt der Grenzwertsatz:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \left[s \cdot G_w(s) \cdot \frac{1}{s^2 T_{AN}} \right] \quad (3.99)$$

Für einen Standard-Regelkreis mit Einheitsrückführung und der Übertragungsfunktion $-G_0(s)$ des offenen Kreises bzw. der Führungsübertragungsfunktion $G_w(s)$ des geschlossenen Regelkreises gilt allgemein für den Führungsfehler $E(s) = 1 - G_w(s)$. Dabei entspricht 1 der idealen und $G_w(s)$ der realen Übertragungsfunktion.

Für einen nach dem Symmetrischen Optimum ausgelegten Regelkreis mit Sollwertglättung ergibt sich die Führungsübertragungsfunktion:

$$G_w(s) \Big|_{\text{SO}} = \frac{1}{1 + s4T_\sigma + s^2 8T_\sigma^2 + s^3 8T_\sigma^3} \quad (3.100)$$

Damit folgt für den Führungsfehler:

$$E(s) = 1 - G_w(s) = \frac{s4T_\sigma + s^2 8T_\sigma^2 + s^3 8T_\sigma^3}{1 + s4T_\sigma + s^2 8T_\sigma^2 + s^3 8T_\sigma^3} \quad (3.101)$$

Der Grenzübergang $t \rightarrow \infty$ ergibt für den Führungsfehler $e(t)$:

$$\text{bei } w(s) = \frac{1}{s} \quad \Rightarrow \quad \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \left[s \cdot E(s) \cdot \frac{1}{s} \right] = 0$$

$$\text{und bei } w(s) = \frac{1}{s^2 T_{AN}} \quad \Rightarrow \quad \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \left[s \cdot E(s) \cdot \frac{1}{s^2 T_{AN}} \right] = \frac{4T_\sigma}{T_{AN}}$$

Dies bedeutet, daß bei einem Sprung der Führungsgröße kein stationärer Regelfehler verbleibt, bei einer rampenförmigen Anregung dagegen ein stationärer Regelfehler auftritt.

Eine mögliche Abhilfe bei ausschließlich rampenförmiger Anregung besteht in der Einführung eines differenzierenden (PD-) Anteils, was im vorliegenden Beispiel durch den Wegfall der Führungsglättung (wie sie bei Sprunganregung eingeführt wurde) erreicht werden kann. Damit gilt für die Führungsübertragungsfunktion:

$$G'_w(s) \Big|_{\text{SO}} = \frac{1 + s4T_\sigma}{1 + s4T_\sigma + s^2 8T_\sigma^2 + s^3 8T_\sigma^3} \quad (3.102)$$

Für den Führungsfehler

$$E'(s) = 1 - G'_w(s) = \frac{s^2 8T_\sigma^2 + s^3 8T_\sigma^3}{1 + s4T_\sigma + s^2 8T_\sigma^2 + s^3 8T_\sigma^3} \quad (3.103)$$

ergibt der Grenzübergang $t \rightarrow \infty$ nun:

$$\text{bei } w(s) = \frac{1}{s} \quad \Rightarrow \quad \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \left[s \cdot E'(s) \cdot \frac{1}{s} \right] = 0$$

$$\text{und bei } w(s) = \frac{1}{s^2 T_{AN}} \quad \Rightarrow \quad \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \left[s \cdot E'(s) \cdot \frac{1}{s^2 T_{AN}} \right] = 0$$

Bei der Führungsübertragungsfunktion Gl. (3.102) ist allerdings zu beachten, daß aufgrund des Zählerpolynoms $1 + s4T_\sigma$ bei sprungförmiger Änderung der Führungsgröße ein erhebliches Überschwingen auftritt. Somit ist der Verzicht auf eine Sollwertglättung nur dann sinnvoll, wenn sichergestellt ist, daß sich der Sollwert nicht sprungförmig sondern stets nur rampenförmig ändert, d.h. seine Steigung einen bestimmten Gradienten nicht übersteigt, siehe auch Kap. 5.4.

3.6 Resonanter P-Regler

Bei den Optimierungen des Stromregelkreises und des Drehzahlregelkreises für die Gleichstrommaschine wurden jeweils PI-Regler eingesetzt und die Überprüfung der Optimierungen erfolgte anhand der Übergangsfunktionen bei einer sprungförmigen Anregung des Sollwerts. Das dynamische Verhalten der Übergangsfunktionen wird bei den Gleichstromantrieben durch den P-Anteil und die Genauigkeit im stationären Betrieb vom I-Anteil des Reglers bestimmt. Wie aus den Ableitungen des Kapitels 3.5 zu entnehmen ist, gelten die Optimierungen aber nicht mehr, wenn der Sollwertverlauf nicht mehr sprungförmig ist. Die Gleichung (3.101) zeigt den Führungsfehler $E(s)$ des Drehzahl-Istwerts bei einem rampenförmigen Sollwertverlauf. Wenn angenommen wird, die proportionale Verstärkung V_R des Reglers könne beliebig erhöht werden, dann ist aus Gl. (3.62) zu entnehmen, dass bei V_R gegen unendlich die Führungs-Übertragungsfunktion

$G_w(s) = 1$ ist. Wird dieses Ergebnis in Gl. (3.101) eingesetzt, dann ergibt sich $E(s) = 0$.

Bei einem back-to-back-Umrichter eines Drehstromantriebs sind die Netzströme sinusförmig mit der festen Frequenz f_N , der Netzfrequenz, und variabler Amplitude. Wenn die Ist-Netzströme dem Sollwert ohne Phasenfehler folgen sollen, dann muss der Netzstromregler bei der Netzfrequenz f_N eine hohe Verstärkung bereitstellen. Da der Netzstromregler bei der festen Netzfrequenz f_N arbeitet, ist einerseits keine zunehmend hohe Verstärkung bei abnehmender Frequenz wie beim BO mit einem PI-Regler für Gleichstromantriebe notwendig, um die stationäre Genauigkeit zu erreichen. Bei Frequenzen höher als f_N wird andererseits u. a. das dynamische Verhalten des netzseitigen Stellglieds mit zunehmender Frequenz einen Verstärkungsabfall wie beim BO erfordern, um die Stabilität des Regelkreises zu gewährleisten.

Um eine Anhebung der proportionalen Verstärkung bei der Netzfrequenz zu realisieren, wird der PI-Regler mit V_R der proportionalen Verstärkung und T_n der Nachstellzeit ersetzt durch den resonanten P-Regler $G_{R1}(s)$. Dieser resonante P-Regler hat nur bei der Netzkreisfrequenz $f_N = f_0$ bzw. $\omega_N = \omega_0$ — siehe Abbildung 3.26 — eine theoretisch unendliche Verstärkung und nähert sich bei höheren Frequenzen den Verläufen von Amplitude und Phase den Verläufen des BOs — Gl. (3.104) — an. Die Übertragungsfunktion $G_R(s)$ des PI-Reglers

$$G_R(s) = V_R \cdot \frac{(1 + sT_n)}{sT_n} \quad (3.104)$$

wird durch die Übertragungsfunktion $G_{R1}(s)$ des resonanten P-Reglers — PR-Reglers — ersetzt.

[482] Zmood, D.; Holmes, D.

Stationary frame current regulation of PWM inverters with zero steady-state error. (2003)

$$G_{R1}(s) = V_R \cdot \left(1 + \frac{s}{T_n(s^2 + \omega_0^2)} \right) \quad (3.105)$$

Die Realisierung von $G_{R1}(s)$ kann Schwierigkeiten bereiten, eine anwendungsfreundlichere Version ist $G_{R2}(s)$

$$G_{R2}(s) = V_R \cdot \left(1 + \frac{s}{T_n(s^2 + \omega_r s + \omega_0^2)} \right) \quad (3.106)$$

Die Abbildung 3.26 zeigt vergleichend die Bode-Diagramme der Anordnungen PI-Regler — Totzeit — PT_1 einerseits sowie PR-Regler — Totzeit — PT_1 andererseits. Die Parameter sind: $T_t = 0,15\text{ms}$, $T_1 = 1,72\text{ms}$, $V_R = 0,58$ und $f_r = 0,1\text{Hz}$. Der Vergleich zeigt im Verlauf der Amplitude beim resonanten P-Regler das gewünschte resonante Verhalten des PR-Reglers mit der Spitze der Verstärkung bei $\omega_N = \omega_0$, die um ω_0/ω_r höher — 20 bis 60 dB — eingestellt werden kann als beim PI-Regler mit BO-Optimierung. Die Verläufe des Amplitudengangs sowie des Phasengangs und die Phasenreserve bei f_c , dem Nulldurchgangs

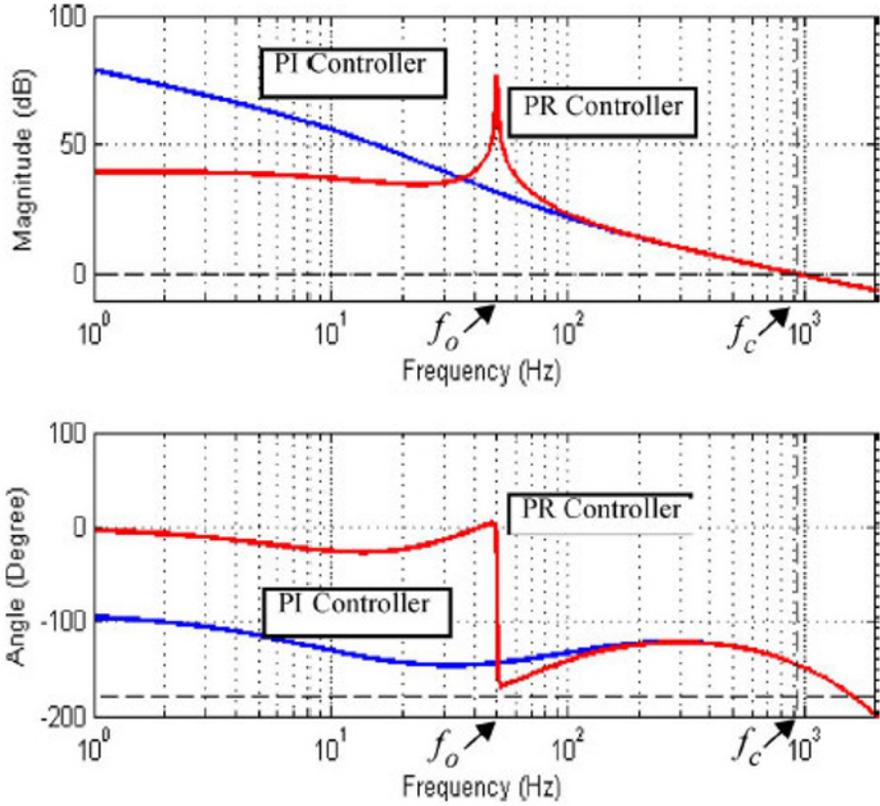


Abb. 3.26: Vergleich Bode-Diagramme PI-Regelung und PR-Regelung

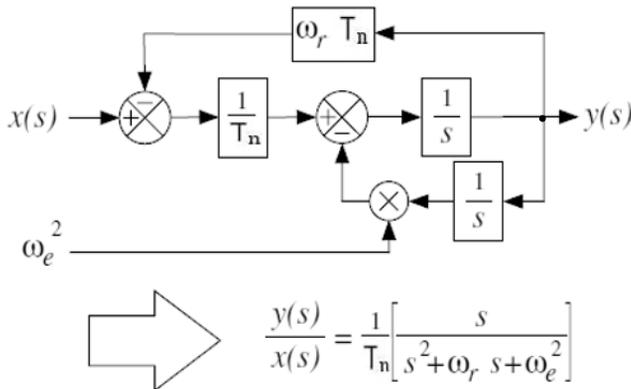


Abb. 3.27: Realisierung der variablen Resonanzkreisfrequenz ω_e

des Amplitudengangs, entsprechen den Verläufen beim BO mit PI-Regler bei höheren Frequenzen, dies gilt auch für den Sicherheitsabstand der Phase beim 0 db-Durchgang des offenen Regelkreises bei f_c .

Die Spannungen und Ströme des maschinenseitigen Wechselrichters müssen aufgrund der geforderten variablen Drehzahl bei Antrieben variabel in der Frequenz sein. Dies führt zu Signalen im S-System, die die Statorfrequenz Ω_1 enthalten, die Spannungen und Ströme sind daher außerdem im stationären Betrieb wiederum sinusförmig. Es wird somit eine Signalverarbeitung gesucht, bei der die Kreisfrequenz ω_e verstellbar ist, diese Schaltung ist in der Abbildung 3.27 zu sehen. Weitere Informationen zur Realisierung der beiden Systemstrukturen der PR-Regler sind in [448, 449, 471, 482] sowie Hinweise zur praktischen Realisierung in [471, 478–481] zu finden, wobei in [449] das System in Abbildung 3.27 vorgestellt wird. In [471] wird u.a. die Vermeidung des wind-ups bei Übersteuerung durch den PR-Regler besprochen. Der PR-Regler ist somit vorteilhaft sowohl bei der Regelung zeitinvarianter als auch zeitvarianter Größen einsetzbar, siehe Kapitel 14.

4 Verallgemeinerte Optimierungsverfahren

Die bisher vorgestellten Optimierungsverfahren des Betrags- und des Symmetrischen Optimums berücksichtigen speziell die Belange der Antriebstechnik, denn das Betragsoptimum ist für Strom- und Drehmomentregelkreise und das Symmetrische Optimum für Drehzahlregelkreise geeignet. Beide Verfahren erlauben in der Originalform nur die Behandlung von Strecken mit reellen Polen bis maximal 3. Ordnung. Strecken höherer Ordnung müssen vereinfacht werden (z. B. durch Zusammenfassung kleiner Zeitkonstanten) oder können gar nicht behandelt werden (wie schwingungsfähige Strecken).

Aufgrund dieser Einschränkungen wurden unterschiedliche Verfahren zur Optimierung von Regelkreisen entwickelt. Als Beispiel sei der Ansatz des Butterworth-Filters genannt [52, 80]. Wie bereits dargestellt, soll die Regelung stationäre Genauigkeit sowie ein gutes dynamisches Führungsverhalten aufweisen. Weiterhin kann gefordert werden, daß oberhalb der Grenzkreisfrequenz der Führungsfrequenzgang mit mindestens 20 dB/Dekade abfällt, um Störsignale zu dämpfen.

Wenn somit das Führungsverhalten festgelegt ist, dann kann aufgrund der Kenntnis der Strecke und des gewünschten Frequenzverhaltens der Regler entwickelt werden [24, 45, 47, 78, 79].

Ein vergleichbarer Ansatz zur Regleroptimierung ist das Dämpfungsoptimum, welches im folgenden Kapitel dargestellt ist. Andere Ansätze sind Verfahren, die ein Gütefunktional nützen.

4.1 Dämpfungsoptimum (DO)

Beim Dämpfungsoptimum [90] wird das Übertragungsverhalten des geschlossenen Regelkreises vorgegeben, um daraus die Reglerparameter zu berechnen. Dazu wird ein Nennerpolynom beliebiger Ordnung für die Führungsübertragungsfunktion G_w vorgegeben, das optimale Dämpfung und somit das gewünschte Einschwingverhalten aufweist. Das Verfahren baut dabei auf der Einstellung der Doppelverhältnisse auf.

Es werden zunächst die Grundlagen der Doppelverhältnisse und die Bestimmung der Wunschpolynome, anschließend die Reglerauslegung mit Einstellregeln behandelt. Beispiele runden die Darstellung ab.

Die im folgenden dargestellten Ansätze und Gedankengänge wurden am Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme der Technischen Universität München entwickelt [30, 50, 90].

4.1.1 Herleitung der Doppelverhältnisse

Zur Herleitung des Dämpfungsoptimums werden zunächst die verwendeten Doppelverhältnisse definiert. Dazu wird die Führungsübertragungsfunktion eines linearen Regelkreises betrachtet. Die Variable m bezeichnet den höchsten Zählergrad, n den höchsten Nennergrad.

$$G_w(s) = \frac{x(s)}{w(s)} = \frac{e_0 + e_1s + e_2s^2 + \dots + e_ms^m}{a_0 + a_1s + a_2s^2 + \dots + a_ns^n} \quad (4.1)$$

Der Zählerterm entsteht durch den inhomogenen Teil der Differentialgleichung, die durch die Ankopplung der Eingangsgröße bestimmt ist. Der Nennerterm stellt den homogenen Teil der Differentialgleichung dar, also die rückgekoppelten Zustände des Systems. Der Nennerterm ist deshalb allein für die hier betrachtete Dämpfung des Systems verantwortlich.

Als Vorstufe der Doppelverhältnisse werden nun Koeffizientenverhältnisse aus je zwei benachbarten Koeffizienten des Nenners gebildet; diese Koeffizientenverhältnisse besitzen die Dimension Zeit.

$$V_i = \frac{a_i}{a_{i-1}} \quad \text{mit} \quad i = 1 \dots n \quad (4.2)$$

Das erste und letzte Koeffizientenverhältnis V_1 und V_n haben dabei besondere Bedeutung. Das erste Verhältnis $V_1 = a_1/a_0$ beschreibt für $t \rightarrow \infty$ (und damit für $s \rightarrow 0$) das langsame Verhalten des Systems

$$\lim_{s \rightarrow 0} G_w(s) = G_{w,ers}(s) = \frac{\frac{e_0 + s e_1}{a_0} \frac{a_0}{a_0}}{1 + s \frac{a_1}{a_0}} = \frac{\frac{e_0}{a_0} + s \frac{e_1}{a_0}}{1 + s T_{ers}} \quad (4.3)$$

und wird deshalb als *Erstzeitkonstante* T_{ers} bezeichnet. Umgekehrt beschreibt das letzte Verhältnis $V_n = a_n/a_{n-1}$ das schnellste Verhalten des Systems und heißt daher *Systemzeit* T_{sys} .

Aus den Koeffizientenverhältnissen V_i werden nun die dimensionslosen Doppelverhältnisse D_i des Systems gebildet. Durch Einsetzen der Koeffizientenverhältnisse V_i lassen sich die Doppelverhältnisse auf die Koeffizienten des Nennerpolynoms von $G_w(s)$ zurückführen.

$$D_i = \frac{V_i}{V_{i-1}} = \frac{\frac{a_i}{a_{i-1}}}{\frac{a_{i-1}}{a_{i-2}}} = \frac{a_i a_{i-2}}{a_{i-1}^2} \quad \text{mit} \quad i = 2 \dots n \quad (4.4)$$

Durch Umformen von Gl. (4.4) zu $V_{i-1} = V_i/D_i$ läßt sich das erste Koeffizientenverhältnis V_1 und damit die Ersatzzeitkonstante $T_{ers} = V_1$ durch die Systemzeit $T_{sys} = V_n$ ausdrücken.

$$T_{ers} = V_1 = \frac{V_2}{D_2} = \frac{V_3}{D_2 D_3} = \dots = \frac{V_n}{D_2 D_3 \dots D_n} = \frac{T_{sys}}{\prod_{i=2}^n D_i} \quad (4.5)$$

4.1.2 Standardfunktionen des Dämpfungsoptimums

Die Grundlage für die Reglerauslegung nach dem Dämpfungsoptimum bilden Standardfunktionen, die auf ihr Dämpfungsverhalten durch Wahl der Doppelverhältnisse zu $\mathbf{D_1=0,5}$ optimiert sind.

Im folgenden werden typische Standardfunktionen angegeben. Die Analyse der Polverteilung wird an der nachstehenden Standardfunktion 2. Ordnung exemplarisch durchgeführt.

$$G_w(s)_{n=2} = \frac{1}{1 + s 2T_{sys} + s^2 2T_{sys}^2} \quad (4.6)$$

$$= \frac{\frac{1}{2T_{sys}^2}}{\left(s + \underbrace{\frac{1}{2T_{sys}} + j \frac{1}{2T_{sys}}}_{s_1} \right) \left(s + \underbrace{\frac{1}{2T_{sys}} - j \frac{1}{2T_{sys}}}_{s_2} \right)} \quad (4.7)$$

Diese Übertragungsfunktion besitzt ein konjugiert komplexes Polpaar:

$$s_{1,2} = -\frac{1}{2T_{sys}} \pm j \cdot \frac{1}{2T_{sys}} = \sigma \pm j\omega \quad (4.8)$$

Da die Realkomponente σ und die Imaginärkomponente ω betragsmäßig gleich groß sind, liegen die Pole auf der Winkelhalbierenden des 2. und 3. Quadranten (siehe Abb. 4.1 links). Alle Pole mit dieser Eigenschaft besitzen den Dämpfungsgrad:

$$d = \cos(45^\circ) = \sqrt{\frac{1}{2}} = 0,707 \quad (4.9)$$

Für die Ordnungen 2...4 lauten die Standardfunktionen folgendermaßen:

$$G_w(s)_{n=2} = \frac{1}{1 + s 2T_{sys} + s^2 2T_{sys}^2} \quad (4.10)$$

$$G_w(s)_{n=3} = \frac{1}{1 + s 4T_{sys} + s^2 8T_{sys}^2 + s^3 8T_{sys}^3} \quad (4.11)$$

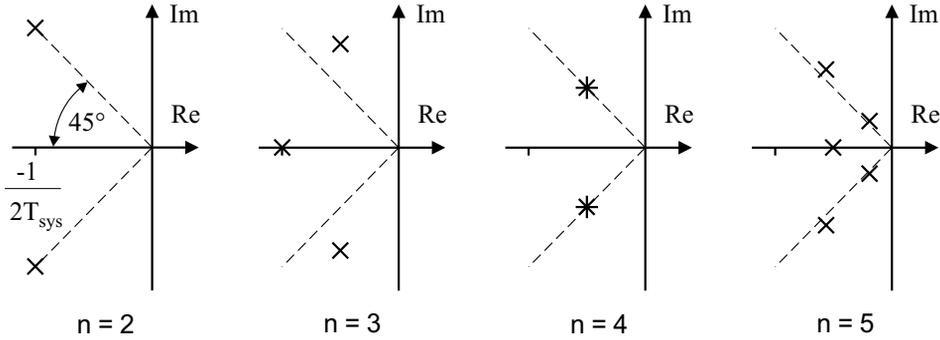


Abb. 4.1: Polverteilung der Standardfunktionen mit Ordnung 2...5 (man beachte das doppelte konjugiert komplexe Polpaar bei n = 4)

$$G_w(s)_{n=4} = \frac{1}{1 + s 8T_{sys} + s^2 32T_{sys}^2 + s^3 64T_{sys}^3 + s^4 64T_{sys}^4} \quad (4.12)$$

Allgemein lässt sich die Standardfunktion einer beliebigen Ordnung $n > 1$ nach folgender Formel ermitteln. Der Index i läuft dabei im Bereich $1 \dots n$.

$$G_w(s) = \frac{1}{1 + \dots + 2 \frac{i(2n-i-1)}{2} T_{sys}^i s^i + \dots + 2 \frac{n(n-1)}{2} T_{sys}^n s^n} \quad (4.13)$$

Die Anregelzeit t_{an} , die Ausregelzeit t_{aus} und das maximale Überschwingen x_{max} einiger Standardfunktionen sind in nachstehender Tabelle zusammengefasst. Dabei wird von einer Kompensation der auftretenden Zählerterme mit einer entsprechender Führungsglättung ausgegangen.

Ordnung n	$\frac{t_{an}}{T_{sys}}$	$\frac{t_{aus}}{T_{sys}}$	$\frac{x_{max}}{x_0}$
2 (= BO)	4,64	8,64	1,05
3 (= SO)	7,52	13,28	1,08
4	14,40	24,00	1,06
5	29,00	49,50	1,06
6	60,00	99,00	1,05
7	117,00	209,00	1,06

Abbildung 4.2 zeigt das Übergangsverhalten bei Standardfunktionen der Ordnung 2...6, Abb. 4.3 die zugehörigen Frequenzkennlinien. Dabei werden die Kurven in Amplituden- und Phasengang für ansteigende Ordnung n qualitativ immer ähnlicher. Daraus folgt auch ein vergleichbares Dämpfungsverhalten. Praktisch lässt sich also das Verhalten dieser Übertragungsfunktionen durch je einen Frequenzgang für $n = 2$, $n = 3$ und durch eine mittlere Charakteristik für $n > 3$ beschreiben.

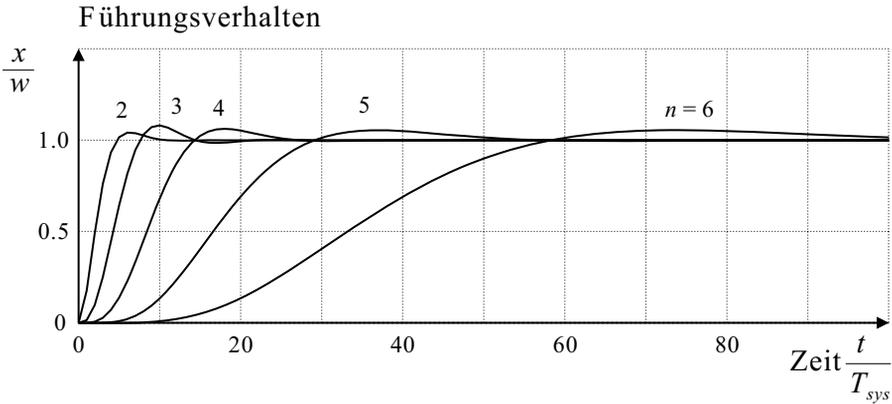


Abb. 4.2: Übergangverhalten bei Standardfunktionen des Dämpfungsoptimums

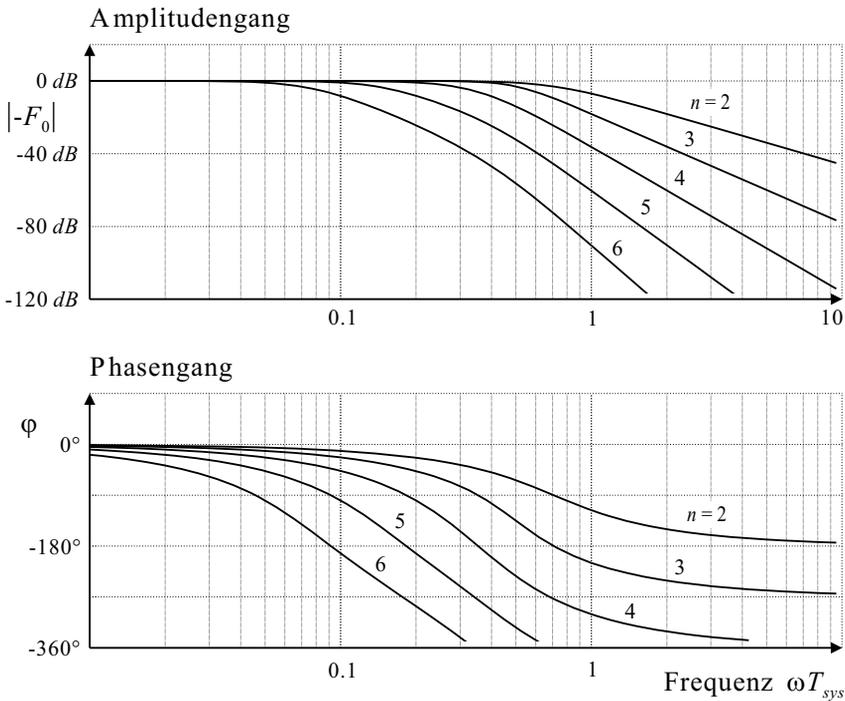


Abb. 4.3: Frequenzgänge bei Standardfunktionen des Dämpfungsoptimums

4.1.3 Reglerauslegung nach dem Dämpfungsoptimum

Nachdem die gewünschte Führungsübertragungsfunktion G_w wie oben gezeigt festgelegt ist, besteht die Aufgabe des Reglerentwurfs nun darin, die Übertragungsfunktion $G_R(s)$ des Reglers zu bestimmen (siehe Regelkreisstruktur in Abb. 4.4).

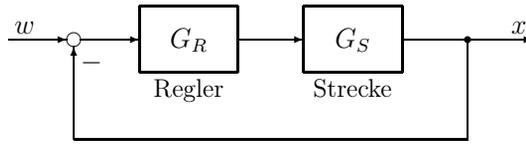


Abb. 4.4: Regelkreis mit Einheitsrückführung

Für die Optimierung wird im folgenden eine Regelstrecke mit der Übertragungsfunktion der folgenden Form betrachtet. Die Variablen σ und τ geben die niedrigste und höchste s -Potenz des Nenners an. Insbesondere σ kann dabei auch negativ sein, was auf das Vorhandensein eines differenzierenden Streckenanteils hinweist.

$$G_S(s) = \frac{1}{c_\sigma s^\sigma + c_{\sigma+1} s^{\sigma+1} + \dots + c_\tau s^\tau} = \frac{1}{\sum_{i=\sigma}^{\tau} c_i s^i} \quad (4.14)$$

Die Berücksichtigung möglicher Zählerpolynome in der Übertragungsfunktion ist aufwendig und wird in einem späteren Abschnitt behandelt.

Die Struktur des zugehörigen Reglers lautet allgemein wie folgt. Die Variablen ρ und ν geben die niedrigste und höchste s -Potenz der Reglerübertragungsfunktion an.

$$G_R(s) = b_\rho s^\rho + b_{\rho+1} s^{\rho+1} + \dots + b_\nu s^\nu = \sum_{i=\rho}^{\nu} b_i s^i \quad (4.15)$$

Es sind sowohl positive wie auch negative s -Potenzen erlaubt, was einem Aufbau des Reglers aus parallelgeschalteten Integral-, Proportional- und Differentialanteilen entspricht.

$$\begin{aligned} i < 0 & : \text{Integralanteile} && (s^{-1}, s^{-2}, \dots) \\ i = 0 & : \text{Proportionalanteil} && (s^0) \\ i > 0 & : \text{Differentialanteile} && (s^1, s^2, \dots) \end{aligned}$$

Damit läßt sich die Führungsübertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises aufstellen. Die Koeffizienten gleicher Potenzen von s im Nenner können dabei zu Summenkoeffizienten $a_i = b_i + c_i$ zusammengefaßt werden. Die Faktoren c_i stellen die vorgegeben Koeffizienten der Strecke und b_i die noch zu bestimmenden Reglerkoeffizienten dar. Einzelne Koeffizienten können dabei den Wert 0 annehmen.

$$G_w(s) = \frac{G_R(s) G_S(s)}{1 + G_R(s) G_S(s)} = \frac{G_R(s)}{G_R(s) + \frac{1}{G_S(s)}} = \frac{\sum_{i=\rho}^{\nu} b_i s^i}{\sum_{i=\rho}^{\nu} b_i s^i + \sum_{i=\sigma}^{\tau} c_i s^i} \quad (4.16)$$

$$= \frac{b_\rho s^\rho + b_{\rho+1} s^{\rho+1} + \dots + b_\nu s^\nu}{b_\rho s^\rho + b_{\rho+1} s^{\rho+1} + \dots + b_\nu s^\nu + c_\sigma s^\sigma + c_{\sigma+1} s^{\sigma+1} + \dots + c_\tau s^\tau} \quad (4.17)$$

Bei der Wahl der Reglerkoeffizienten b_i sind nun zwei Bedingungen zu erfüllen: Die Einstellung aller Doppelverhältnisse auf den Wert 0,5 muß ermöglicht werden, und gleichzeitig soll die stationäre Genauigkeit der Regelung sichergestellt sein.

Stationäre Genauigkeit

Aus Gl. (4.17) ist zu erkennen, daß ρ die niedrigste s -Potenz im Zähler ist. Im Nenner dagegen könnte die niedrigste s -Potenz auch durch σ festgelegt sein, falls $\sigma < \rho$ ist. Wenn stationäre Genauigkeit gefordert wird, muß $\lim_{s \rightarrow 0} G_w(s) = 1$ gelten, d.h. die Terme der niedrigsten s -Potenz in Zähler und Nenner müssen gleich sein. Damit ist für die niedrigste s -Potenz ρ des Reglers zu fordern:

$$\rho \leq \sigma - 1 \quad (4.18)$$

Um keinen rein differenzierenden Regler zu bekommen, muß aus Realisierbarkeitsgründen gleichzeitig $\rho \leq 0$ gelten. Um die Ordnung der Führungsübertragungsfunktion G_w nicht unnötig zu erhöhen, wählt man ρ aber möglichst groß. Damit gilt:

$$\rho = \begin{cases} 0 & \text{für } \sigma > 1 \\ \sigma - 1 & \text{für } \sigma \leq 1 \end{cases} \quad (4.19)$$

Einstellbarkeit der Doppelverhältnisse

Die obere Grenze ν der s -Potenzen im Reglerpolynom ergibt sich aus der Anzahl notwendiger Freiheitsgrade, um die gewünschte Anzahl von Doppelverhältnissen einstellen zu können.

Für die folgende Herleitung werden Strecken mit $\sigma \leq 1$ betrachtet, d.h. es gilt $\rho = \sigma - 1$. Das Nennerpolynom der Führungsübertragungsfunktion besitzt dann $n = \tau - \rho + 1 = \tau - \sigma + 2$ Koeffizienten. Da jedes Doppelverhältnis durch drei Nennerkoeffizienten bestimmt ist, können damit $n - 2 = \tau - \sigma$ Doppelverhältnisse gebildet werden. Für jedes einzustellende Doppelverhältnis ist ein Reglerparameter notwendig. Damit ergeben sich für die Anzahl $\nu - \rho + 1 = \tau - \sigma$ der Reglerkoeffizienten die folgenden drei Möglichkeiten. Diese gelten auch für den Fall $\rho = 0$.

1. Unterbestimmtes System: $\nu < \tau - 2$

Die Anzahl der Reglerparameter reicht zum Einstellen aller Doppelverhältnisse nicht aus (z.B. I-Regler bei PT₂-Strecke).

2. Einfach bestimmtes System: $\nu = \tau - 2$

Die Zahl der Reglerparameter entspricht der Anzahl aller Doppelverhältnisse (z.B. PI-Regler bei PT₂-Strecke).

3. Überbestimmtes System: $\nu > \tau - 2$

Es stehen mehr Reglerparameter zur Verfügung als zum Einstellen aller Doppelverhältnisse notwendig (z.B. PID-Regler bei PT₂-Strecke).

Im weiteren wird nur der Fall einfach bestimmter Systeme behandelt.

Dämpfungsoptimum (DO) — Reglerauswahl

Übertragungsfunktion der Strecke (s -Potenzen $\sigma \dots \tau$):

$$G_S = \frac{1}{c_\sigma s^\sigma + c_{\sigma+1} s^{\sigma+1} + \dots + c_\tau s^\tau}$$

Übertragungsfunktion des Reglers (s -Potenzen $\rho \dots \nu$):

$$G_R = b_\rho s^\rho + b_{\rho+1} s^{\rho+1} + \dots + b_\nu s^\nu$$

mit dem Koeffizientenbereich des Reglers für einfach bestimmte Systeme:

$$\rho = \begin{cases} 0 & \text{für } \sigma > 1 \\ \sigma - 1 & \text{für } \sigma \leq 1 \end{cases}$$

$$\nu = \tau - 2$$

Reglerauslegung

Zur Herleitung der Einstellregeln wird zunächst die Führungsübertragungsfunktion des Regelkreises umgeformt, indem durch den ersten Nennerkoeffizienten gekürzt wird (mit $\nu = \tau - 2$).

$$G_w = \frac{b_\rho s^\rho + \dots + b_\nu s^\nu}{b_\rho s^\rho + (b_{\rho+1} + c_{\rho+1}) s^{\rho+1} + \dots + (b_{\tau-2} + c_{\tau-2}) s^{\tau-2} + c_{\tau-1} s^{\tau-1} + c_\tau s^\tau}$$

$$= \frac{1 + \frac{b_{\rho+1}}{b_\rho} s + \dots + \frac{b_\nu}{b_\rho} s^{\nu-\rho}}{1 + \frac{b_{\rho+1} + c_{\rho+1}}{b_\rho} s + \dots + \frac{b_{\tau-2} + c_{\tau-2}}{b_\rho} s^{\tau-\rho-2} + \frac{c_{\tau-1}}{b_\rho} s^{\tau-\rho-1} + \frac{c_\tau}{b_\rho} s^{\tau-\rho}} \quad (4.20)$$

Die Forderung, alle Doppelverhältnisse auf den Wert 0,5 einzustellen, ergibt für diese umgestellte Form das folgende Wunschkpolynom der Ordnung $n = \tau - \rho$ für den Nenner der Führungsübertragungsfunktion aus Gl. (4.13):

$$1 + 2^{n-1} T_{sys} s + \dots + 2 \frac{i(2n-i-1)}{2} T_{sys}^i s^i + \dots + 2 \frac{n(n-1)}{2} T_{sys}^n s^n \quad (4.21)$$

Durch Koeffizientenvergleich mit dem Nenner aus Gl. (4.20) ergibt sich die Einstellbedingung wie folgt. Die Systemzeit T_{sys} und die Ersatzzeitkonstante T_{ers} sind dabei:

$$T_{sys} = \frac{c_\tau}{c_{\tau-1}} \tag{4.22}$$

$$T_{ers} = 2^{n-1} \cdot T_{sys} \tag{4.23}$$

Ein in Gl. (4.20) auftretender Zählerterm der Führungsübertragungsfunktion muß durch eine Führungsglättung G_G kompensiert werden. Ebenso ist auch eine äquivalente Sollwertglättung nach Kap. 4.3 möglich.

Dämpfungsoptimum (DO) — Einstellregeln

Reglerkoeffizienten:

$$b_i = 2^{-\frac{(\tau-i)(\tau-i-1)}{2}} \cdot c_\tau \cdot \left(\frac{c_{\tau-1}}{c_\tau}\right)^{\tau-i} - c_i$$

mit dem Laufindex i :

$$\rho \leq i \leq \nu$$

Führungsglättung:

$$G_G(s) = \frac{1}{1 + \frac{b_{\rho+1}}{b_\rho}s + \dots + \frac{b_\nu}{b_\rho}s^{\nu-\rho}}$$

4.2 Beispiele zum Dämpfungsoptimum

Anhand von Beispielen für verschiedene Streckenordnungen soll deutlich gemacht werden, daß die bisherigen Optimierungskriterien (Betrags- und Symmetrisches Optimum) nur Spezialfälle des Dämpfungsoptimums darstellen.

PT₁-Strecke mit I-Regler

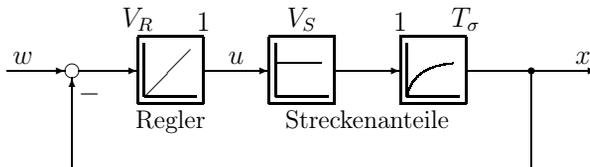


Abb. 4.5: Regelkreis: PT₁-Strecke mit I-Regler

Die Übertragungsfunktion der Strecke in Abb. 4.5 mit dem Koeffizientenbereich von $\sigma = 0$ bis $\tau = 1$ lautet:

$$G_S(s) = \frac{V_S}{1 + sT_\sigma} = \frac{1}{\frac{1}{V_S} + s \frac{T_\sigma}{V_S}} \quad (4.24)$$

Daraus ergeben sich die Nennerkoeffizienten

$$c_0 = c_{\tau-1} = \frac{1}{V_S} \quad \text{und} \quad c_1 = c_\tau = \frac{T_\sigma}{V_S} \quad (4.25)$$

und die Systemzeit

$$T_{sys} = \frac{c_\tau}{c_{\tau-1}} = T_\sigma \quad (4.26)$$

Da $\sigma \leq 1$ ist, wird der Koeffizientenbereich des Reglers festgelegt zu:

$$\rho = \sigma - 1 = -1 \quad \text{bis} \quad \nu = \tau - 2 = -1 \quad (4.27)$$

Der Regler enthält damit nur einen I-Anteil und besitzt die Übertragungsfunktion $G_R = b_{-1}s^{-1}$. Um den Koeffizienten b_{-1} zu bestimmen, muß die Gleichung der Einstellregeln (Seite 96) für $i = -1$ ausgewertet werden. Da die Strecke keine negative s -Potenz besitzt, ist $c_{-1} = 0$ und man erhält:

$$b_{-1} = 2^{-1} \cdot \frac{T_\sigma}{V_S} \cdot \frac{1}{T_\sigma^2} - c_{-1} = \frac{1}{2T_\sigma V_S} \quad (4.28)$$

Damit ist die Reglerübertragungsfunktion:

$$G_R(s) = b_{-1} s^{-1} = \frac{1}{s 2T_\sigma V_S} = \frac{V_R}{s} \quad (4.29)$$

Mit $T_{sys} = T_\sigma$ wird die Führungsübertragungsfunktion des Regelkreises

$$G_w(s) = \frac{1}{1 + s 2T_{sys} + s^2 2T_{sys}^2} = \frac{1}{\underbrace{1}_{a_0} + s \underbrace{2T_\sigma}_{a_1} + s^2 \underbrace{2T_\sigma^2}_{a_2}} \quad (4.30)$$

Das zugehörige Doppelverhältnis ist dann:

$$D_2 = \frac{2T_\sigma^2 \cdot 1}{(2T_\sigma)^2} = \frac{a_2 a_0}{a_1^2} = 0,5 \quad (4.31)$$

Für diesen Fall ist das erhaltene Ergebnis identisch dem Betragsoptimum, welches damit einen Spezialfall des Dämpfungsoptimums darstellt.

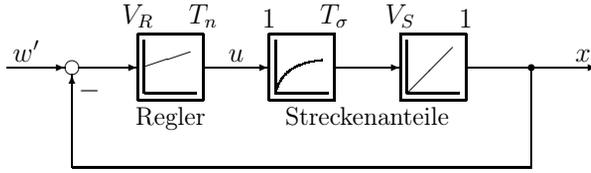


Abb. 4.6: Regelkreis: IT₁-Strecke mit PI-Regler

IT₁-Strecke mit PI-Regler

Die Übertragungsfunktion der Strecke in Abb. 4.6 mit dem Koeffizientenbereich von $\sigma = 1$ bis $\tau = 2$ lautet:

$$G_S(s) = \frac{V_S}{s(1 + sT_\sigma)} = \frac{1}{s \frac{1}{V_S} + s^2 \frac{T_\sigma}{V_S}} \tag{4.32}$$

Daraus ergeben sich die Nennerkoeffizienten:

$$c_1 = c_{\tau-1} = \frac{1}{V_S} \quad \text{und} \quad c_2 = c_\tau = \frac{T_\sigma}{V_S} \tag{4.33}$$

Da $\sigma \leq 1$ ist, wird der Koeffizientenbereich des Reglers festgelegt zu:

$$\rho = \sigma - 1 = 0 \quad \text{bis} \quad \nu = \tau - 2 = 0 \tag{4.34}$$

Der Regler würde damit nur einen P-Anteil enthalten und die Übertragungsfunktion $G_R = b_0$ besitzen. Dies würde ausreichen, damit keine stationäre Regelabweichung bei einem Sprung der Führungsgröße auftritt.

In diesem Fall soll jedoch der Regler auf eine PI-Struktur erweitert werden, um auch die vollständige Ausregelung von Störungen zu ermöglichen. Der Regler erhält damit die Übertragungsfunktion $G_R = b_{-1}s^{-1} + b_0$, was einer neuen unteren Grenze der Koeffizienten von

$$\rho = -1$$

entspricht. Damit wird auch die Führungsübertragungsfunktion des Regelkreises um eine Ordnung vergrößert. Um die Koeffizienten b_{-1} und b_0 zu bestimmen, muß die Gleichung der Einstellregeln (Seite 96) für $i = -1$ und $i = 0$ ausgewertet werden. Da die Strecke keinen Durchgriff und keine negative s -Potenz besitzt, sind $c_{-1} = 0$ bzw. $c_0 = 0$ und man erhält:

$$b_{-1} = 2^{-3} \cdot \frac{T_\sigma}{V_S} \cdot \frac{1}{T_\sigma^3} - 0 = \frac{1}{8T_\sigma^2 V_S} \tag{4.35}$$

$$b_0 = 2^{-1} \cdot \frac{T_\sigma}{V_S} \cdot \frac{1}{T_\sigma^2} - 0 = \frac{1}{2T_\sigma V_S} \tag{4.36}$$

Damit ist die Reglerübertragungsfunktion in Summen- und Produktform:

$$\begin{aligned}
 G_R(s) &= b_{-1} s^{-1} + b_0 = \frac{1}{s 8T_\sigma^2 V_S} + \frac{1}{2T_\sigma V_S} \\
 &= \frac{1}{2T_\sigma V_S} \cdot \frac{1 + s 4T_\sigma}{s 4T_\sigma} = V_R \cdot \frac{1 + s T_n}{s T_n}
 \end{aligned}
 \tag{4.37}$$

mit $V_R = 1/(2T_\sigma V_S)$ und $T_n = 4T_\sigma$ darstellbar.

Mit $T_{sys} = T_\sigma$ wird die Führungsübertragungsfunktion des Regelkreises:

$$G'_w(s) = \frac{1 + s 4T_\sigma}{\underbrace{1}_{a_0} + s \underbrace{4T_\sigma}_{a_1} + s^2 \underbrace{8T_\sigma^2}_{a_2} + s^3 \underbrace{8T_\sigma^3}_{a_3}}
 \tag{4.38}$$

Das Zählerpolynom der Führungsübertragungsfunktion muß mit einem Vorfilter (Führungsglättung G_G) kompensiert werden.

$$G_G(s) = \frac{1}{1 + \frac{b_0}{b_{-1}} s} = \frac{1}{1 + s 4T_\sigma}
 \tag{4.39}$$

Die zugehörigen Doppelverhältnisse sind dann:

$$D_2 = \frac{a_2 a_0}{a_1^2} = 0,5 \quad \text{und} \quad D_3 = \frac{a_3 a_1}{a_2^2} = 0,5
 \tag{4.40}$$

Für diesen Fall ist das erhaltene Ergebnis identisch mit dem Symmetrischen Optimum. Damit kann auch das Symmetrische Optimum als Spezialfall des Dämpfungsoptimums gesehen werden.

Zweifache PT₁-Strecke mit PI-Regler

Die Übertragungsfunktion der Strecke in Abb. 4.7 mit dem Koeffizientenbereich von $\sigma = 0$ bis $\tau = 2$ lautet:

$$G_S(s) = \frac{V_S}{1 + sT_1} \cdot \frac{1}{1 + sT_\sigma} = \frac{1}{\frac{1}{V_S} + s \frac{T_1 + T_\sigma}{V_S} + s^2 \frac{T_1 T_\sigma}{V_S}}
 \tag{4.41}$$

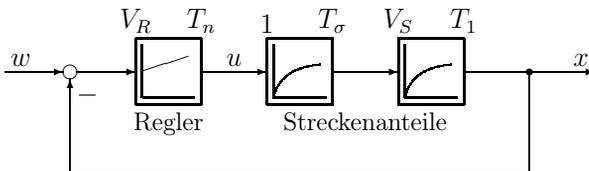


Abb. 4.7: Regelkreis: Zweifache PT₁-Strecke mit I-Regler

Daraus ergeben sich die Nennerkoeffizienten

$$c_0 = c_{\tau-2} = \frac{1}{V_S} \quad , \quad c_1 = c_{\tau-1} = \frac{T_1 + T_\sigma}{V_S} \quad , \quad c_2 = c_\tau = \frac{T_1 T_\sigma}{V_S} \quad (4.42)$$

und die Systemzeit

$$T_{sys} = \frac{c_\tau}{c_{\tau-1}} = \frac{T_1 T_\sigma}{T_1 + T_\sigma} \quad (4.43)$$

Da $\sigma \leq 1$ ist, wird der Koeffizientenbereich des Reglers festgelegt zu:

$$\rho = \sigma - 1 = -1 \quad \text{bis} \quad \nu = \tau - 2 = 0 \quad (4.44)$$

Der Regler besitzt damit eine PI-Struktur mit der Übertragungsfunktion $G_R = b_{-1}s^{-1} + b_0$. Die Koeffizienten b_{-1} und b_0 ergeben sich mit $c_{-1} = 0$ zu:

$$b_{-1} = 2^{-3} \cdot \frac{T_1 T_\sigma}{V_S} \cdot \left(\frac{T_1 + T_\sigma}{T_1 T_\sigma} \right)^3 - 0 = \frac{(T_1 + T_\sigma)^3}{8T_1^2 T_\sigma^2 V_S} \quad (4.45)$$

$$b_0 = 2^{-1} \cdot \frac{T_1 T_\sigma}{V_S} \cdot \left(\frac{T_1 + T_\sigma}{T_1 T_\sigma} \right)^2 - \frac{1}{V_S} = \frac{T_1^2 + T_\sigma^2}{2T_1 T_\sigma V_S} \quad (4.46)$$

Damit ist die Reglerübertragungsfunktion:

$$G_R(s) = b_{-1}s^{-1} + b_0 = \frac{(T_1 + T_\sigma)^3}{s 8T_1^2 T_\sigma^2 V_S} + \frac{T_1^2 + T_\sigma^2}{2T_1 T_\sigma V_S} \quad (4.47)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{T_1}{2T_\sigma V_S} \cdot \left(1 + \frac{T_\sigma^2}{T_1^2} \right) \cdot \frac{1 + s 4T_\sigma \frac{1 + \left(\frac{T_\sigma}{T_1}\right)^2}{\left(1 + \frac{T_\sigma}{T_1}\right)^3}}{s 4T_\sigma \frac{1 + \left(\frac{T_\sigma}{T_1}\right)^2}{\left(1 + \frac{T_\sigma}{T_1}\right)^3}} = \frac{T_1}{2T_\sigma V_S} \cdot k_2 \cdot \frac{1 + s 4T_\sigma k_1}{s 4T_\sigma k_1} \end{aligned}$$

Dies entspricht der Form des erweiterten Symmetrischen Optimums mit den Korrekturfaktoren k_1 und k_2 nach Gl. (3.82) und (3.83). Für den Fall $T_\sigma \ll T_1$ (und damit $k_1 \rightarrow 1$ bzw. $k_2 \rightarrow 1$) vereinfacht sich die Reglerübertragungsfunktion näherungsweise zur Standardform bei der Optimierung nach dem Symmetrischen Optimum:

$$G_R(s) \approx \frac{T_1}{2T_\sigma V_S} \cdot \frac{1 + s 4T_\sigma}{s 4T_\sigma} \quad (4.48)$$

Die Führungsübertragungsfunktion G'_w , das Glättungsfilter G_G und die sich ergebenden Doppelverhältnisse D_2 und D_3 entsprechen denen des vorangehenden Beispiels.

4.3 Zählerpolynom und äquivalente Sollwertglättung

Beim Dämpfungs- wie auch beim Symmetrischen Optimum tritt häufig ein Zählerpolynom in der Führungsübertragungsfunktion auf. Dieses ist in der Regel nicht erwünscht und kann durch eine entsprechende Führungsglättung kompensiert werden (siehe Abb. 4.8). Dazu wird der Sollwert durch ein Filter mit der inversen Übertragungsfunktion des Zählerpolynoms geglättet. Mit der Übertragungsfunktion G_G der Führungsglättung ergibt sich für die Führungsübertragungsfunktion G_w des Regelkreises:

$$G_w = G_G \cdot \frac{G_R G_S}{1 + G_R G_S} \tag{4.49}$$

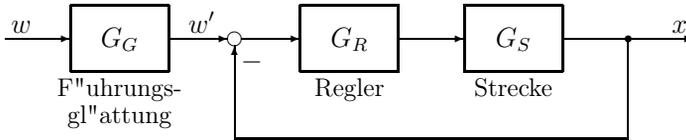


Abb. 4.8: Regelkreis mit Führungsglättung

Alternativ dazu bietet sich eine Zerlegung des Reglers in zwei Teilübertragungsfunktionen G_{R1} und G_{R2} in Verbindung mit einer Reglerstruktur nach Abb. 4.9 an, so daß weiterhin die gleiche Führungsübertragungsfunktion G_w wie in Gl. (4.49) erzielt wird. Dadurch kann die explizite Führungsglättung eingespart und so der Implementierungsaufwand verringert werden. Die Übertragungsfunktion G_R des Reglers wird dazu wie folgt zerlegt:

$$G_R = G_{R1} + G_{R2} = \underbrace{G_G G_R}_{G_{R1}} + \underbrace{(1 - G_G) \cdot G_R}_{G_{R2}} \tag{4.50}$$

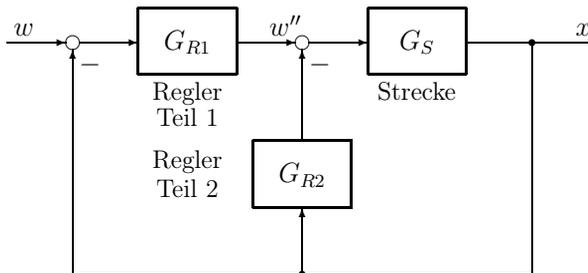


Abb. 4.9: Regelkreis mit äquivalenter Sollwertglättung

Für diese Regelkreisstruktur verändert sich das Nennerpolynom nicht gegenüber dem ursprünglichen Ansatz, und es ergibt sich:

$$\begin{aligned} G_w''(s) &= \frac{x(s)}{w''(s)} = \frac{G_S}{1 + G_{R2}G_S} \\ G_w(s) &= \frac{x(s)}{w(s)} = \frac{G_{R1}G_w''}{1 + G_{R1}G_w''} = \frac{G_{R1}G_S}{1 + G_{R1}G_S + G_{R2}G_S} \end{aligned} \quad (4.51)$$

Damit ergibt sich dieselbe Übertragungsfunktion wie in Gl. (4.49).

Beispiel: PI-Regler bei IT₁-Strecke

Am Beispiel einer IT₁-Strecke mit PI-Regler kann die oben hergeleitete Reglerzerlegung veranschaulicht werden. Es sind die Übertragungsfunktionen G_S und G_R der Strecke bzw. des Reglers eines Regelkreises nach Abb. 4.8 sowie die daraus resultierende Führungsübertragungsfunktion G_w' ohne Führungsglättung gegeben.

$$G_S = \frac{V_S}{sT_1} \cdot \frac{1}{1 + sT_\sigma} \quad (4.52)$$

$$G_R = V_R \cdot \frac{1 + sT_n}{sT_n} \quad (4.53)$$

$$G_w' = \frac{1 + sT_n}{1 + sT_n + s^2 \frac{T_n T_1}{V_R V_S} + s^3 \frac{T_n T_1 T_\sigma}{V_R V_S}} \quad (4.54)$$

Um den auftretenden Zählerterm in G_w' zu kompensieren, erfolgt eine Führungsglättung mit der Übertragungsfunktion:

$$G_G = \frac{1}{1 + sT_n} \quad (4.55)$$

Um diese explizite Führungsglättung durch eine Reglerstruktur nach Abb. 4.9 einzusparen, wird nun der Regler nach Gl. (4.50) in zwei Teilübertragungsfunktionen zerlegt:

$$G_{R1} = G_G G_R = \frac{1}{1 + sT_n} \cdot V_R \cdot \frac{1 + sT_n}{sT_n} = \frac{V_R}{sT_n} \quad (4.56)$$

$$G_{R2} = (1 - G_G) \cdot G_R = \left(1 - \frac{1}{1 + sT_n}\right) \cdot V_R \cdot \frac{1 + sT_n}{sT_n} = V_R \quad (4.57)$$

Damit läßt sich die äquivalente Sollwertglättung nach Abb. 4.9 darstellen. Diese ist mathematisch identisch mit der Struktur in Abb. 4.8.

4.4 Erweitertes Dämpfungsoptimum

In seiner erweiterten Form kann das Dämpfungsoptimum auch auf Strecken angewendet werden, die ein Zählerpolynom und damit einen differenzierenden Anteil enthalten. Grundsätzlich gibt es dafür verschiedene Vorgehensweisen. Neben den Sonderfällen, die eine Kompensation oder die Anwendung der Divisionsmethode zulassen, wird die allgemeine Herleitung über die Betragsanschmiegunge behandelt.

Im folgenden wird die Übertragungsfunktion G_S der Strecke durch die Übertragungsfunktionen Z_S und N_S des Zählers bzw. des Nenners dargestellt.

$$G_S(s) = \frac{Z_S(s)}{N_S(s)} \quad (4.58)$$

4.4.1 Kompensation des Zählerpolynoms

In bestimmten Fällen kann das Zählerpolynom der Strecke durch ein Glättungsfilter, das zwischen Reglerausgang und Streckeneingang eingefügt wird, kompensiert werden. Dieses Glättungsfilter G_G besitzt die inverse Übertragungsfunktion des Zählers:

$$G_G(s) = \frac{1}{Z_S(s)} \quad (4.59)$$

Damit ergibt sich für die Reglerauslegung die geglättete Streckenübertragungsfunktion G'_S , für die der Regler in bekannter Weise ermittelt werden kann.

$$G'_S(s) = G_G(s) \cdot G_S(s) = \frac{1}{N_S(s)} \quad (4.60)$$

Zu beachten ist allerdings, daß Nullstellen des Zählers Z_S , die in der rechten s -Halbebene liegen, nicht kompensierbar sind.

4.4.2 Divisionsmethode

Ist eine direkte Kompensation nicht möglich oder erwünscht, kann zur Reglerauslegung eine Ersatzfunktion gebildet werden. Dazu wird die Streckenübertragungsfunktion durch Polynomdivision von Nenner durch Zählerpolynom angenähert.

$$G_S(s) = \frac{Z_S(s)}{N_S(s)} = \frac{1}{\frac{N_S(s)}{Z_S(s)}} \approx \frac{1}{N'_S(s)} \quad (4.61)$$

Im allgemeinen wird dabei ein Restglied übrig bleiben. Falls dieses vernachlässigbar klein gegenüber der neuen Funktion ist, sind durch diese Methode einfache Ersatzfunktionen für die Reglerauslegung zu erhalten.

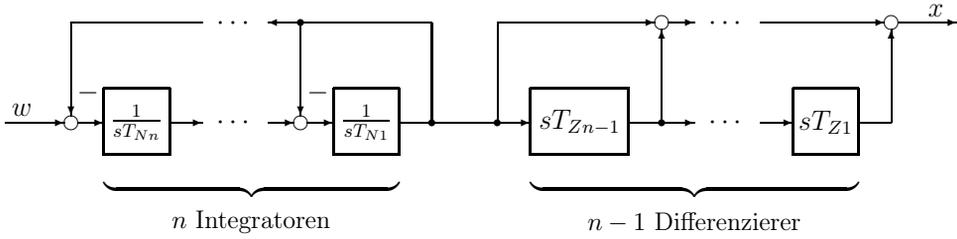


Abb. 4.10: Signalflußplan eines Systems n -ter Ordnung

Durch schrittweise Anwendung der obigen Optimierungsbedingungen auf Gl. (4.66) ergibt sich nach längerer Rechnung ein Gleichungssystem $(n - 1)$ -ter Ordnung:

$$\begin{aligned}
 T_{N2}^2 - 2T_{N1}T_{N2} &= T_{Z1}^2 \\
 T_{N3}^2 - 2T_{N2}T_{N3} &= T_{Z2}^2 - 2T_{Z1}T_{Z2} \\
 T_{N4}^2 - 2T_{N3}T_{N4} &= T_{Z3}^2 - 2T_{Z2}T_{Z3} \\
 &\vdots \\
 T_{Nn}^2 - 2T_{Nn-1}T_{Nn} &= T_{Zn-1}^2 - 2T_{Zn-2}T_{Zn-1}
 \end{aligned}
 \tag{4.67}$$

Bei diesem Vorgehen wird der Nenner der Führungsübertragungsfunktion so festgelegt, daß das Zählerpolynom berücksichtigt und ein dämpfungsoptimales Führungsverhalten erzwungen wird.

Die Integrationskonstanten $T_{N2} \dots T_{Nn}$ können durch Auflösung direkt berechnet werden zu:

$$\begin{aligned}
 T_{N2} &= T_{N1} \pm \sqrt{T_{N1}^2 + T_{Z1}^2} \\
 T_{N3} &= T_{N2} \pm \sqrt{T_{N2}^2 + T_{Z2}^2 - 2T_{Z1}T_{Z2}} \\
 T_{N4} &= T_{N3} \pm \sqrt{T_{N3}^2 + T_{Z3}^2 - 2T_{Z2}T_{Z3}} \\
 &\vdots \\
 T_{Nn} &= T_{Nn-1} \pm \sqrt{T_{Nn-1}^2 + T_{Zn-1}^2 - 2T_{Zn-2}T_{Zn-1}}
 \end{aligned}
 \tag{4.68}$$

Die Bestimmungsgleichungen für T_{Ni} (mit $i = 2 \dots n$) können zu nicht realisierbaren Reglerkoeffizienten führen, wenn eine ungünstige Reglerordnung gewählt wird. In der Tabelle auf Seite 107 sind die bevorzugten Strecken und Reglerkonfigurationen sowie die jeweiligen Beschränkungen angegeben.

Die Einschränkungen bei den Realisierungen des Dämpfungsoptimums, die durch konventionelle Reglerstrukturen bedingt sind, können durch Zustandsregelungskonzepte vermieden werden.

Abschließend soll festgehalten werden:

- Das Dämpfungsoptimum enthält das Betragsoptimum, das Symmetrische Optimum und das erweiterte Symmetrische Optimum als Spezialfälle.
- Das Betrag- und das Symmetrische Optimum sind auf nicht-schwingungsfähige Regelstrecken beschränkt und bei Strecken höherer Ordnung nur bedingt einsetzbar. Wesentlich günstiger ist das Verfahren des Dämpfungsoptimums, da hier Strecken hoher Ordnung und Strecken mit konjugiert komplexen Polpaaren zugelassen sind.
- Im Gegensatz zum Betrag- und Symmetrischen Optimum kann das Dämpfungsoptimum auf Strecken mit Zählerpolynom und auf Führungsübertragungsfunktionen mit Zählerterm erweitert werden.

Siehe auch [9, 18, 37, 38, 76] im Literaturverzeichnis.

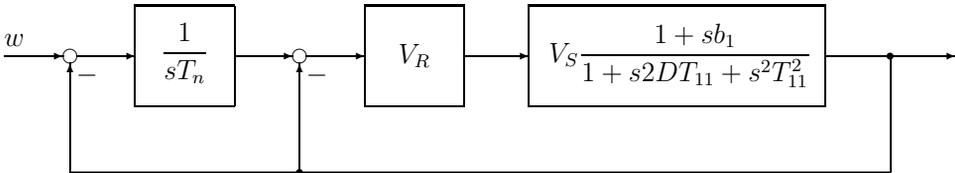


Abb. 4.11: *Besondere Reglerstruktur*

Strecke	Regler	Einstellregel	Bedingung
$V_S \frac{1 + sb_1}{(1 + sT_1)(1 + sT_\sigma)}$	V_R	$V_R = \frac{1}{2V_S} \cdot \frac{T_1^2 + T_\sigma^2 - b_1^2}{(b_1 - T_1)(b_1 - T_\sigma)}$	$V_R V_S \gg 1$ $b_1 < T_\sigma$
$V_S \frac{1 + sb_1}{sT_1(1 + sT_\sigma)}$	V_R	$V_R = \frac{1}{2V_S} \cdot \frac{T_1}{T_\sigma - b_1}$	$V_R \gg 1$ $b_1 < T_\sigma$
$V_S \frac{1}{(1 + sT_1)(1 + sT_\sigma)}$	$V_R \frac{1 + sT_n}{sT_n}$	$V_R = \frac{1}{2V_S} \cdot \left(\frac{T_1}{T_\sigma} + \frac{T_\sigma}{T_1} \right)$ $T_n = \frac{(T_1 + T_\sigma) \cdot (T_1^2 + T_\sigma^2)}{T_1^2 + T_1 T_\sigma + T_\sigma^2}$	—
$V_S \frac{1}{1 + s2DT_{11} + s^2T_{11}^2}$	$V_R \frac{1 + sT_n}{sT_n}$	$V_R = \frac{1}{V_S} (2D^2 - 1)$ $T_n = \frac{DT_{11} \cdot (2D^2 - 1)}{D^2 - 0,25}$	$D > 0.5$
$V_S \frac{1 + sb_1}{(1 + sT_1)(1 + sT_\sigma)}$	siehe Abb. 4.11	$T_n = \frac{2a_2 V_R V_S b_1}{(a_1 + V_R V_S b_1)^2 - 2a_2(1 + V_R V_S)}$ $V_R = \frac{1}{V_S} \cdot \frac{K_1 + \sqrt{K_2}}{K_3}$ $K_1 = a_1 (a_1 b_1 - a_2 - b_1^2)$ $K_2 = a_2 (a_1^2 a_2 - b_1 (a_1^3 + 2a_1 a_2) + b_1^2 (3a_1^2 + a_2) - b_1^3 3a_1 + b_1^4)$ $K_3 = b_1 (a_2 + b_1 (b_1 - a_1))$ $a_1 = T_1 + T_\sigma$ $a_2 = T_1 T_\sigma$	$b_1 < T_\sigma$
$V_S \frac{1 + sb_1}{1 + s2DT_{11} + s^2T_{11}^2}$	siehe Abb. 4.11	$T_n = \frac{2a_2 V_R V_S b_1}{(a_1 + V_R V_S b_1)^2 - 2a_2(1 + V_R V_S)}$ $V_R = \frac{1}{V_S} \cdot \frac{K_1 + \sqrt{K_2}}{K_3}$ $K_1 = a_1 (a_1 b_1 - a_2 - b_1^2)$ $K_2 = a_2 (a_1^2 a_2 - b_1 (a_1^3 + 2a_1 a_2) + b_1^2 (3a_1^2 + a_2) - b_1^3 3a_1 + b_1^4)$ $K_3 = b_1 (a_2 + b_1 (b_1 - a_1))$ $a_1 = 2DT_{11}$ $a_2 = T_{11}^2$	$D > 0.5$ $b_1 < T_{11}$

4.5 Reglerentwurf durch Gütefunktionale

In den vorigen Kapiteln wurde der Regler aufgrund der Streckenstruktur und der Streckendaten sowie des gewünschten Führungs- bzw. Störverhaltens direkt ermittelt.

Ein anderes Vorgehen beim Reglerentwurf verwendet als Ausgangspunkt ein Gütekriterium. Dieses Gütekriterium bewertet z.B. den zeitlichen Verlauf des Regelfehlers $x_d(t)$. Es können aber auch andere Größen wie die Stellgröße $y(t)$, die Stellenergie oder weitere relevante Größen im Gütekriterium berücksichtigt werden. Das Ziel des Vorgehens ist, entweder das Gütekriterium zu maximieren oder als gegensätzliches Kriterium das „Kostenkriterium“ zu minimieren.

Prinzipiell gibt es unterschiedliche Güte- bzw. Kosten-Kriterien; die einfachsten Kostenkriterien sind in Tabelle 4.1 zusammengestellt.

Tabelle 4.1: *Kostenindizes für die Parameteroptimierung*

Abkürzung	Bezeichnung	Kostenindex (Regelfläche)
IAE	Betragslineare Regelfläche	$\int_0^{\infty} x_d(t) dt$
ISE	Quadratische Regelfläche	$\int_0^{\infty} x_d^2(t) dt$
ITAE	Zeitgewichtete betragslineare Regelfläche	$\int_0^{\infty} t x_d(t) dt$
ITSE	Zeitgewichtete quadratische Regelfläche	$\int_0^{\infty} t x_d^2(t) dt$

Abkürzungen: I: Integral; A: Absolute; E: Error; S: Square; T: Time

Bei diesem Vorgehen mit einem Kostenkriterium wird als Eingangsgröße des geschlossenen Regelkreises eine Sprungfunktion $\sigma(t)$ angenommen. Die Strecke sei linear und zeitinvariant, der Regler sei in der Struktur bekannt und die Parameter des Reglers sind so zu wählen, daß der Regelkreis stabil, der Regelfehler $x_d(t \rightarrow \infty) = 0$ und das Kostenkriterium minimiert wird.

Die Kostenkriterien aus Tabelle 4.1 bewerten somit den zeitlichen Verlauf von $x_d(t)$ insgesamt, entweder alleine mit der Betrags- (Absolute) oder der Parabelfunktion (Square) oder in Kombination mit einer zeitlichen (Time) Zusatzbewertung.

Bei den beiden ersten Kriterien wird die „anfängliche“ Regeldifferenz hoch bewertet, so daß eine möglichst schnelle Reaktion auf den Sollwertsprung erfolgen wird, dies wird aber ein Überschwingen des Istwerts zur Folge haben. Demgegenüber wird bei den beiden letzten Kriterien die „spätere“ Regeldifferenz hoch bewertet, so daß eine „weichere“ Anfangsreaktion und damit ein geringeres

Überschwingen die Folge dieser Optimierung ist. Andere Kostenfunktionen sind selbstverständlich entsprechend den Erfordernissen der Anwendung möglich.

Als Beispiel wird für den Fall der Minimierung der quadratischen Regelfläche (ISE-Kostenkriterium) die optimale Parameterkombination zusammengestellt [17] (siehe auch Rechenbeispiel in Kap. 16.7.1). Es gelte

$$x_d(s) = \omega(s) \cdot \frac{1}{1 + G_0(s)} \Big|_{G_r(s) = -1} = \frac{b_0 + b_1 s + \dots + b_{n-1} s^{n-1}}{a_0 + a_1 s + \dots + a_n s^n} \quad (4.69)$$

und für $n = 1$ bis 4 ergeben sich aus der Berechnung des ISE-Kostenkriteriums die Ergebnisse in Tabelle 4.2.

Tabelle 4.2: Quadratische Regelflächen (ISE) für $n = 1$ bis 4

n	ISE-Kostenindex $J = \int_0^\infty x_d^2(t) dt$
1	$\frac{b_0^2}{2a_1 a_0}$
2	$\frac{a_0 b_1^2 + a_2 b_0^2}{2a_2 a_1 a_0}$
3	$\frac{a_0 a_1 b_2^2 + a_0 a_3 (b_1^2 - 2b_0 b_2) + a_2 a_3 b_0^2}{2a_3 a_0 (a_1 a_2 - a_0 a_3)}$
4	$\frac{a_0 (a_1 a_2 - a_0 a_3) b_3^2 + a_0 a_1 a_4 (b_2^2 - 2b_1 b_3) + a_0 a_3 a_4 (b_1^2 - 2b_0 b_2) + a_4 (a_2 a_3 - a_1 a_4) b_0^2}{2a_4 a_0 (a_1 (a_2 a_3 - a_1 a_4) - a_0 a_3^2)}$

Diese Kostenkriterien müssen zur Bestimmung der optimalen Reglerparameter minimiert werden. Dies kann bei niedriger Systemordnung analytisch erfolgen, bei hoher Ordnung kann auf numerische Verfahren jedoch nicht verzichtet werden, da die zu minimierenden Kostenfunktionen sehr kompliziert werden.

Faßt man alle Reglerparameter im Vektor \underline{p} zusammen so stellt sich das zu lösende Problem wie folgt dar: Löse das, im allgemeinen nichtlineare, Gleichungssystem

$$\frac{\partial J}{\partial \underline{p}} = \underline{0} \quad (4.70)$$

nach den gesuchten Reglerparametern \underline{p} auf. Diese Bedingung ist jedoch nicht hinreichend, und es müssen somit noch zweite Ableitungen herangezogen werden, ob es sich tatsächlich um ein Minimum handelt.

Das gezeigte Verfahren ist prinzipiell für alle linearen Regelkreise anwendbar. Es ist jedoch nicht gesichert, daß es bei jeder Strecken- Reglerkombination auch tatsächlich ein Minimum geben muß. Das Gütekriterium J kann auch eine monoton steigende oder fallende Funktion ohne Extremwerte sein. Das Verfahren

der Kostenminimierung stellt somit nur ein Hilfsmittel, aber keine systematische Vorgehensweise zur Reglereinstellung dar. Diese Problematik soll an den folgenden zwei Beispielen gezeigt werden.

Beispiel 1

Gegeben sei die Regler- und Streckenkonfiguration nach dem Betragsoptimum.

$$G_S(s) = \frac{K_S}{(1 + T_1s)(1 + T_2s)} \quad (T_1 > T_2) \quad (4.71)$$

$$G_R(s) = \frac{K_R \cdot (1 + T_Rs)}{s} \quad (4.72)$$

Wird die große Zeitkonstante T_1 mit der Reglerzeitkonstanten T_R kompensiert ($T_R = T_1$), so ergibt sich der Regelfehler $x_d(s)$ bei sprungförmiger Anregung zu

$$x_d(s) = \frac{1 + T_2s}{K_S K_R + s + T_2s^2} \quad (4.73)$$

Gemäß Tabelle 4.2 ergibt sich die quadratische Kostenfunktion J (ISE) zu:

$$J = \frac{1}{2} \cdot \frac{K_S K_R T_2^2 + T_2}{K_S K_R T_2} \quad (4.74)$$

Die Differentiation von J nach K_R liefert keine Lösung. Der Verlauf von $J(K_R)$ ist in Abb. 4.12 dargestellt. Die physikalische Interpretation von Abb. 4.12 be-

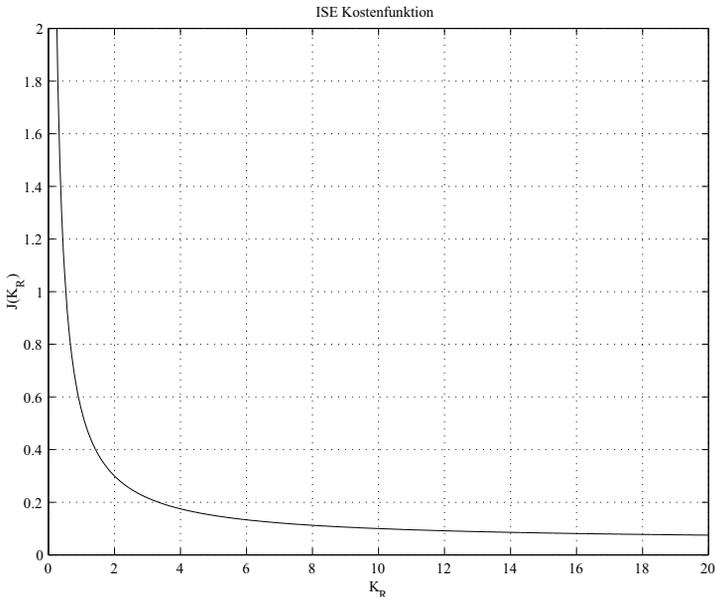


Abb. 4.12: Verlauf des Kostenindex ISE für einen BO-Regelkreis bei Kompensation der großen Zeitkonstanten T_1

sagt, daß das Kostenkriterium J für $K_R \rightarrow \infty$ am kleinsten wird. Dies kann in Anwendungen jedoch nicht realisiert werden. Das ISE-Kostenfunktional liefert für die gewählte Systemkonfiguration damit keinen optimalen Wert für die Reglerverstärkung K_R .

An dieser Stelle sei daran erinnert, daß die Regler- und Streckenkonfiguration nach Gl. (4.71) und (4.72) der Optimierungsaufgabe nach dem Betragsoptimum (BO) entspricht. Die erste Optimierungsbedingung beim BO ist $T_R = T_1$ (s.o.) und die zweite Bedingung lautet $K_R = 1/K_S \cdot 1/2T_2$.

Beispiel 2

Betrachtet man nun eine Regelstrecke mit einer zusätzlichen Summenzeitkonstanten T_σ , und verwendet man ebenfalls einen PI-Regler, so ergibt sich die Systemkonfiguration gemäß Gl. (4.75) und (4.76).

$$G_S(s) = \frac{K_S}{(1 + T_1s)(1 + T_2s)(1 + T_\sigma s)} \quad (T_1 > T_2) \quad (4.75)$$

$$G_R(s) = \frac{K_R \cdot (1 + T_R s)}{s} \quad (4.76)$$

Der Regelfehler $x_d(s)$ ergibt sich bei sprunghörmiger Anregung und Kompensation der großen Zeitkonstante T_1 ($T_R = T_1$) nun zu:

$$x_d(s) = \frac{1 + (T_\sigma + T_2)s + T_2 T_\sigma s^2}{K_S K_R + s + (T_2 + T_\sigma)s^2 + T_2 s^3} \quad (4.77)$$

Die Kostenfunktion kann ebenfalls noch analytisch angegeben werden. Aus Tabelle 4.2 liest man ab:

$$J = \frac{1}{2} \cdot \frac{(K_S K_R T_2^2 T_\sigma^2 + K_S K_R T_2 T_\sigma ((T_\sigma + T_2)^2 - 2T_2 T_\sigma) + (T_\sigma + T_2) T_2 T_\sigma)}{T_2 T_\sigma K_S K_R (T_\sigma + T_2 - K_S K_R T_2 T_\sigma)} \quad (4.78)$$

Die Differentiation und anschließende Lösung der beiden Gleichungen liefert zwei Lösungen. Ein Extremwert ergibt sich für $K_R > 0$ ein weiterer für $K_R < 0$. Die Diskussion soll wieder anhand des Verlaufes von $J(K_R)$ erfolgen (siehe Abb. 4.13). Der negative Extremwert scheidet für regelungstechnische Betrachtungen aus, da der Regelkreis sonst instabil werden würde. Für positive K_R ist deutlich genau ein Minimum zu erkennen. Die Stabilitätsgrenze des Regelkreises ist erreicht, sobald das Gütefunktional zum erstenmal gegen ∞ strebt. Es ergibt sich also genau eine Lösung bei dem hier angewandten ISE-Kriterium. Die Sprungantwort des Regelkreises zeigt wie erwartet starkes Überschwingen, da der Faktor *Zeit* im Gütekriterium nicht berücksichtigt wurde (siehe Abb. 4.14).

Generell soll angemerkt werden, daß dieser Weg der Parameteroptimierung sehr schnell schwierig wird. Aufgrund der heute verfügbaren Simulationsprogramme und der zugehörigen numerischen Auslegungs- und Optimierungsverfahren ist die Festlegung der Reglerparameter mittels Gütefunktional oder Kostenfunktion aber ein interessantes Werkzeug, welches insbesondere bei komplexen Regelstrecken sehr hilfreich sein kann.

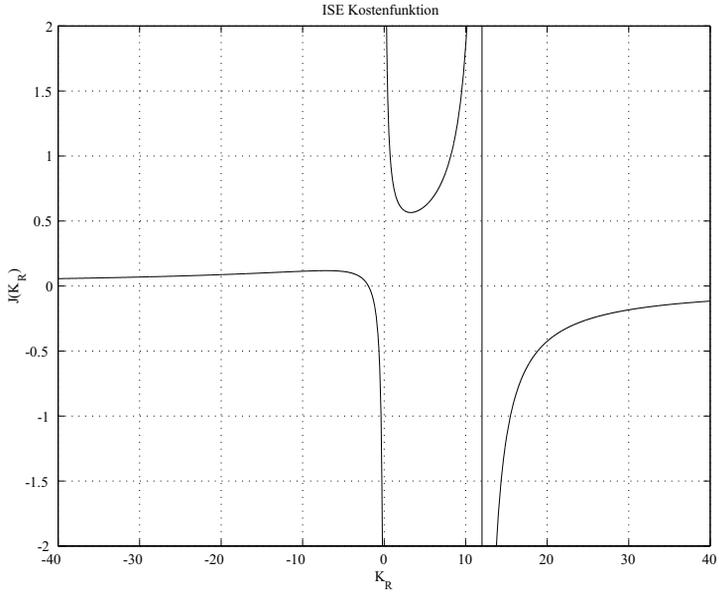


Abb. 4.13: Verlauf des Kostenindex ISE für eine PT_3 -Strecke mit PI-Regler und Kompensation der großen Zeitkonstanten T_1

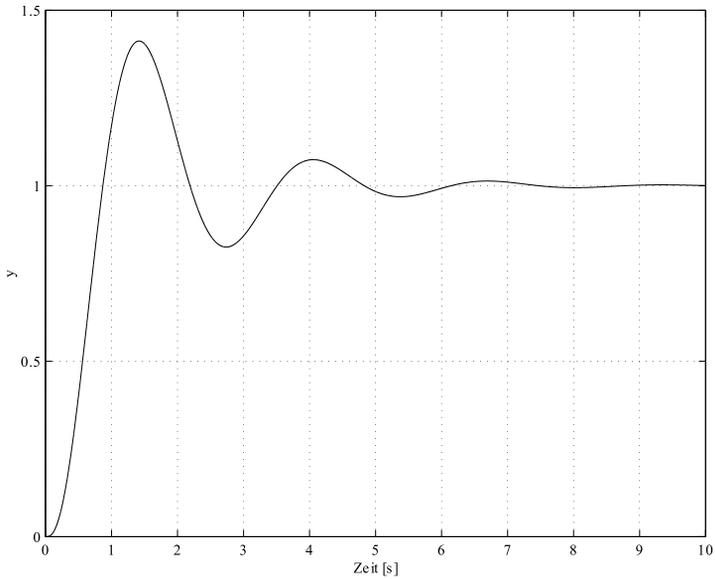


Abb. 4.14: Sprungantwort des nach ISE optimierten Regelkreises

4.6 Reglerauslegung mit MATLAB

In diesem Abschnitt wird die Reglerauslegung mit Hilfe des Simulationsprogrammes MATLAB¹⁾ beschrieben. Voraussetzung hierfür ist das Vorhandensein der MATLAB *Control System Toolbox*. Das Vorgehen wird am Beispiel eines Zweimassenschwingers verdeutlicht [6].

Der Zweimassenschwinger wird ausführlich in Kap. 19.3.1 beschrieben. Die benötigte Zustandsdarstellung lautet mit $\underline{x} = [N_1 \ \Delta\varphi \ N_2]^T$:

$$\dot{\underline{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} -d/\Theta_1 & -c/\Theta_1 & d/\Theta_1 \\ 1 & 0 & -1 \\ d/\Theta_2 & c/\Theta_2 & -d/\Theta_2 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \cdot \underline{x} + \underbrace{\begin{bmatrix} 1/\Theta_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\underline{b}} \cdot u \quad (4.79)$$

$$y = [0 \ 0 \ 1]^T \cdot \underline{x} \quad (4.80)$$

Werden für den Zweimassenschwinger folgende Werte vorgegeben

$$\begin{aligned} \Theta_1 &= 0,166 \text{ kg m}^2 \\ \Theta_2 &= 0,33 \text{ kg m}^2 \\ c &= 400 \text{ Nm/rad} \\ d &= 0,0106 \text{ Nm s/rad} \end{aligned}$$

so ergibt sich die folgende Zustandsdarstellung. Hierbei wurde zwecks besserer Lesbarkeit auf die Einheiten verzichtet.

$$\dot{\underline{x}} = \begin{bmatrix} -0,0639 & -2409,6 & 0,0639 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0,0321 & 1212,1 & -0,0321 \end{bmatrix} \cdot \underline{x} + \begin{bmatrix} 6,0241 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u \quad (4.81)$$

$$y = [0 \ 0 \ 1]^T \cdot \underline{x} \quad (4.82)$$

Um die gesuchten Reglerparameter \underline{r}^T zu berechnen, werden als erstes die Systemmatrix \mathbf{A} , der Eingangsvektor \underline{b} und der Ausgangsvektor \underline{c} eingegeben. Im MATLAB *Command Window* werden die Systemmatrix und die Vektoren folgendermaßen eingegeben:

```
>> A=[-0.0639,-2409.6,0.0639;
      1,0,-1;
      0.0321,1212.1,-0.0321]
>> B=[6.0241;0;0]
>> C=[0,0,1]
```

Die Pole des geregelten Systems legt man mit Hilfe der charakteristischen Gleichung 3. Ordnung fest. Wählt man ein DO-Polynom 3. Ordnung (Kap. 4.1.2)

¹⁾ registered trademarks of The MathWorks, Inc.

und legt man die Ersatzzeit zu $T = 0,1$ s fest, so wird folgendes eingegeben:

```
>> T=0.1
>> polynom=[1,4/T,8/T^2,8/T^3]
```

Die Nullstellen dieses Polynoms werden nun mit der MATLAB-Funktion `roots` berechnet.

```
>> roots(polynom)
```

Mit Hilfe der MATLAB-Funktion `place` können nun die Reglerkoeffizienten berechnet werden.

```
>> R=place(A,B,roots(polynom))
```

R entspricht r^T und enthält nun die gesuchten Reglerparameter. Berechnet man sich die Eigenwerte der Systemmatrix \mathbf{A}_{ZR} des geregelten Systems, so erhält man die vorgegeben Pole.

```
>> AZR=A-B*R
>> eig(AZR)
```

In Abb. 4.15 ist dies anhand eines Bildschirmausdruckes noch einmal zu sehen.

Um stationäre Genauigkeit zu erreichen, muß nun noch der Vorfaktor K_V berechnet werden (siehe Kap. 5.5.5).

```
>> KV=1/(C'*(B*R-A)^(-1)*B)
```

Wird das Zweimassensystem mit den so ermittelten Reglerparametern geregelt, erhält man z.B die in Abb. 4.16 dargestellte Sprungantwort, bei einem Sprung der Drehzahl von $N_2 = 0$ rad/s auf $N_2 = 33,33$ rad/s.

Soll entsprechend Kap. 19.3.2 ein Zustandsregler mit I-Anteil eingesetzt werden, so erfolgt die Vorgehensweise analog zum obigen Beispiel. In diesem Fall muß die Matrix \mathbf{A} um den Zustand des Integrators erweitert werden; die charakteristische Gleichung wird außerdem ein Polynom 4. Ordnung:

```
>> A=[-0.0639, -2409.6, 0.0639, 0;
      1, 0, -1, 0;
      0.0321, 1212.1, -0.0321, 0;
      0, 0, 1, 0]
>> B=[6.0241; 0; 0; 0]
>> polynom=[1, 8/T, 32/T^2, 64/T^3, 64/T^4]
```

```

MATLAB Command Window
File Edit Window Help
[Icons]

> A=[-0.0039, -2400.6, 0.0039;
    1, 0, 1;
    0.0321, 1.212, 1, -0.0321]

A =

1.0e+003 *

   -0.0001   -2.4096    0.0001
    0.0010     0   -0.0010
    0.0000    1.2121   -0.0000

> B=[6.0241, 0, 0]

B =

    6.0241
         0
         0

> T=0.1

T =

    0.1000

> polynom=[1.4/T, 8/T^2, 8/T^3]

polynom =

1.0e+003 *

    0.0010    0.0400    0.8000    8.0000

> roots(polynom)

ans =

-20.0000
-10.0000 +17.3205i
-10.0000 -17.3205i

> R=place(A,B,roots(polynom))
place: ndigits= 15

R =

    6.6241  468.4371   5.5284

> AZR=A-B*R

AZR =

1.0e+003 *

   -0.0400    0.4123    0.0334
    0.0010     0   -0.0010
    0.0000    1.2121   -0.0000

> eig(AZR)

ans =

-20.0000
-10.0000 +17.3205i
-10.0000 -17.3205i

```

Abb. 4.15: Reglerauslegung mit MATLAB

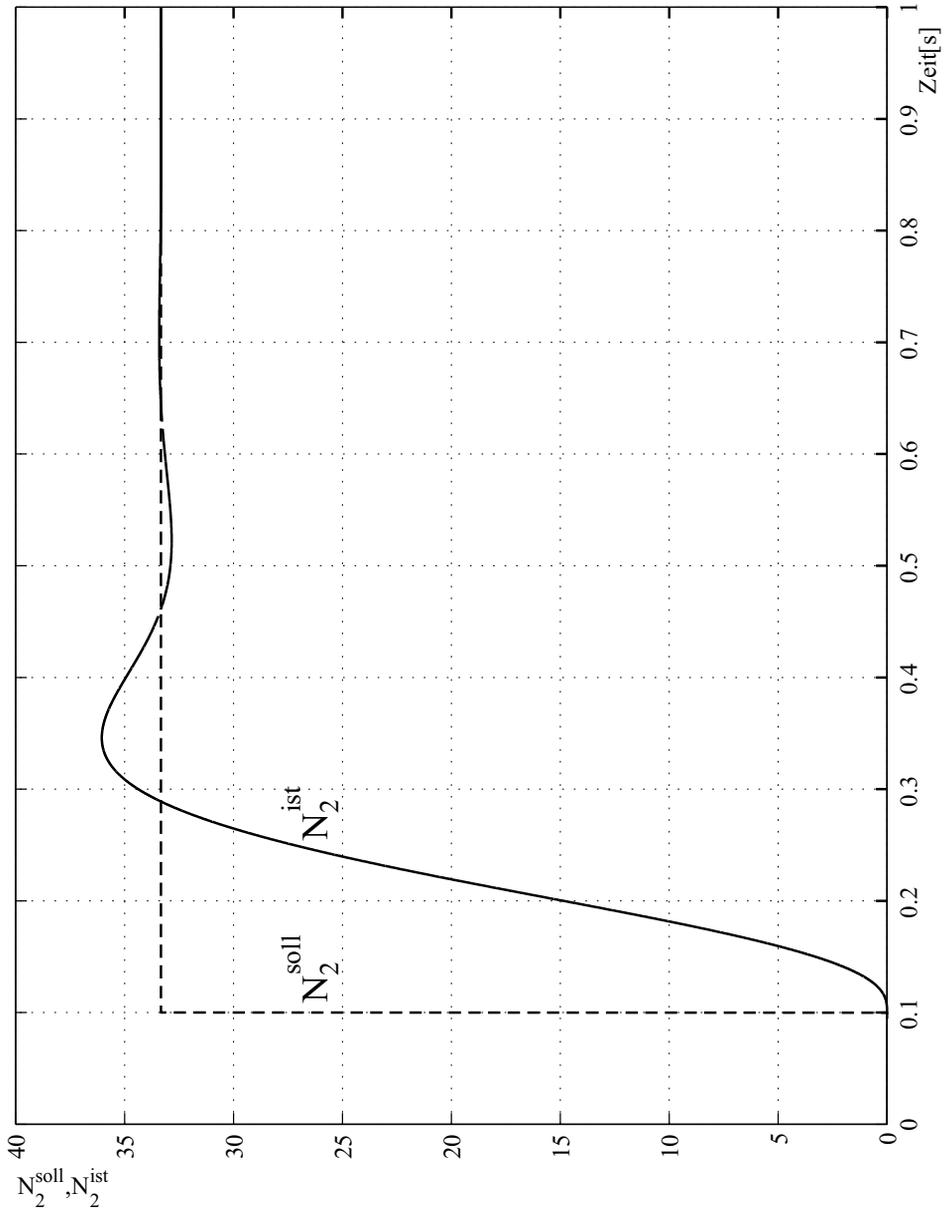


Abb. 4.16: Sprungantwort des Zweimassensystems

5 Regelkreisstrukturen

In vielen Fällen können die Forderungen wie Anregelzeit oder Überschwingweite sowie die Führungs- und die Stör-Ausregelzeitfläche nicht durch die Optimierung des Reglers allein erfüllt werden. Um dies dennoch zu erreichen, kommen erweiterte Regelkreisstrukturen zum Einsatz, die in diesem Kapitel näher beschrieben werden. Im einzelnen sind dies

- allgemein vermaschte Regelkreise,
- Kaskadenregelungen,
- Conditional Feedback,
- Zustandsregelungen.

Ein weiterer Grund für den Aufbau von erweiterten Regelkreisen ergibt sich aus der Möglichkeit, das Störungsverhalten und die Inbetriebnahme von Regelkreisen unter bestimmten Voraussetzungen durch Aufbau dezentraler Reglerstrukturen, wie der Kaskadenregelung, erheblich zu verbessern.

5.1 Allgemein vermaschter Regelkreis

Die im folgenden behandelten vermaschten Regelkreisstrukturen zeichnen sich durch die Verwendung mehrerer paralleler Regler aus. Als Möglichkeiten für allgemein vermaschte Regelkreise kommen u.a. Begrenzungsregelungen, Störgrößenaufschaltungen und die Einführung von Hilfsstellgrößen in Betracht.

5.1.1 Begrenzungsregelung

Bei vielen Anwendungen bestehen Restriktionen für Zwischengrößen x_i , die bestimmte Grenzwerte nicht über- oder unterschreiten dürfen. Diese Aufgabe stellt sich z.B. bei der Drehzahlregelung eines Gleichstrommotors. Der Ankerstrom darf einen Maximalwert nicht überschreiten. Dies kann bei Kaskadenregelung (Kap. 5.2) durch einen Drehzahlregler mit Begrenzung der Ausgangsgröße (also dem Ankerstromsollwert) realisiert werden. Eine andere Lösung sind Begrenzungsregelungen.

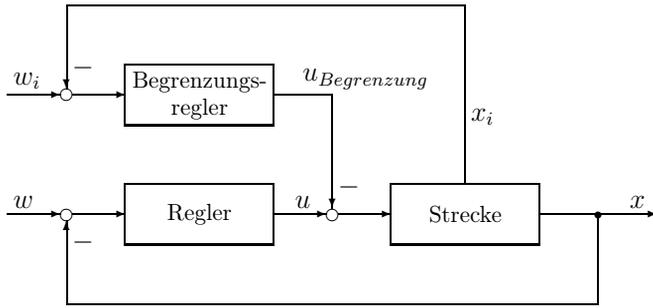


Abb. 5.1: Regelkreis mit Begrenzungsregelung

Die Begrenzungsaufgaben werden durch Aufbau von parallel zum Regler bei Grenzwertüberschreitung eingreifenden Begrenzungsreglern gelöst. Den prinzipiellen Aufbau eines solchen Regelkreises zeigt Abb. 5.1.

Da der Begrenzungsregler nur bei Überschreitung des Grenzwertes für die Hilfsregelgröße x_i eingreift, wird dabei scheinbar keine allgemeine Verbesserung des Führungs- bzw. Störverhaltens erzielt. Durch den Einbau des Begrenzungsreglers wird aber die Möglichkeit beim Kleinsignalverhalten geschaffen, die Verstärkung des Reglers für den äußeren Kreis zu erhöhen und damit die Regelgenauigkeit und die Dynamik zu erhöhen. Dabei werden große Änderungen der Führungsgröße und somit auch der Stellgröße dennoch von der Regelstrecke ferngehalten.

Ein weiterer Vorteil dieses Verfahrens liegt darin, daß die Erfassung der Hilfsregelgröße hinsichtlich der Genauigkeits- und Oberschwingungsforderungen nur geringeren Anforderungen genügen muß. Da die Begrenzungsaufgabe im allgemeinen nur zum Schutz der Einrichtungen gestellt wird, kann man sich meist schon mit einer bleibenden bzw. vorübergehenden Regeldifferenz von 10 % des Grenzwertes zufrieden geben. Dieses Regelverfahren wird in Kap. 7.1.2.3 zur direkten Drehzahlregelung der Gleichstrommaschine verwendet.

5.1.2 Störgrößenaufschaltung

Bei einschleifigen Regelkreisen können Störgrößen z erst am Streckenausgang erkannt und vom Regler ausgeregelt werden. Damit diese Störgrößen, besonders wenn sie auf den Eingang der Regelstrecke wirken, schneller ausgeregelt werden können, wird häufig eine Störgrößenaufschaltung vorgesehen. Die „Vermaschung“ des Regelkreises erfolgt dabei derart, daß die Störgröße erfaßt und über eine entsprechende Übertragungsfunktion aufgeschaltet wird. Dabei kann diese Störgrößenaufschaltung je nach Anwendung auf den Ausgang des Reglers oder auch auch innerhalb des Reglers erfolgen (siehe Abb. 5.2).

Beispiele dafür sind die e_A -Aufschaltung bei der Gleichstrommaschine, die in Kap. 7 behandelt wird.

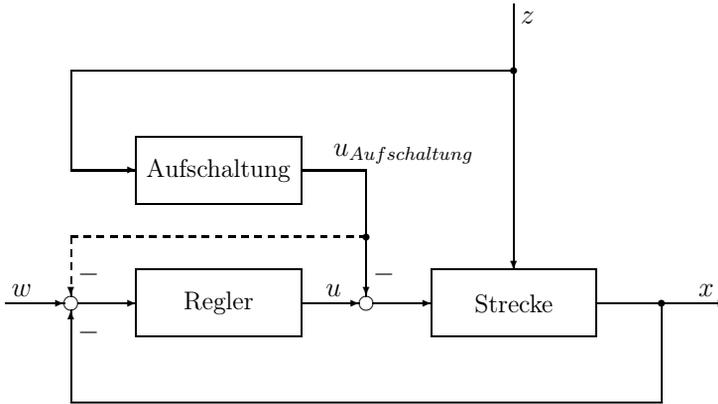


Abb. 5.2: Regelkreis mit Störgrößenaufschaltung

5.1.3 Hilfsstellgrößen

Das dynamische Verhalten eines Regelkreises kann zum Teil auch dadurch verbessert werden, daß mit einer oder mehreren Hilfsstellgrößen in die Regelstrecke eingegriffen wird. Dies geschieht an Stellen, die dem Streckenausgang näher sind als der Eingriffspunkt für die reguläre Stellgröße u .

Mit der Einführung von Hilfsstellgrößen soll in erster Linie ein Teil der Verzögerungen in der Regelstrecke ausgeschaltet werden, um ein möglichst günstiges Führungsverhalten zu erzielen. Man verwendet deshalb im allgemeinen als Hilfsregler reine P-Regler.

Da der Eingriff der Hilfsstellgrößen von der Regeldifferenz gesteuert wird, kann man mit diesem Verfahren zwar das Führungsverhalten verbessern, aber im allgemeinen keine wesentliche Verbesserung des Störverhaltens erzielen.

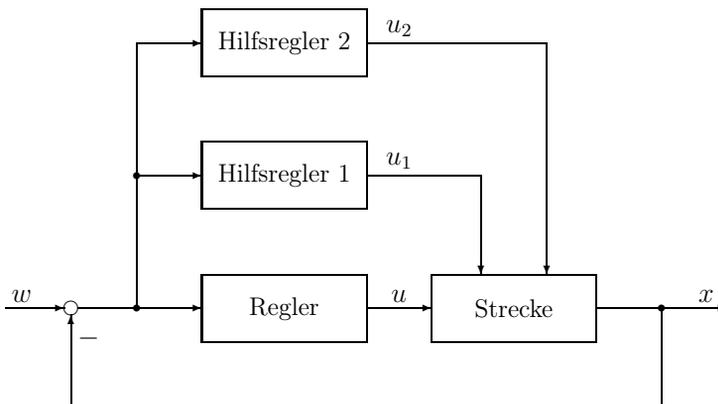


Abb. 5.3: Regelkreis mit Hilfsstellgröße

Den prinzipiellen Aufbau eines vermaschten Regelkreises mit zwei Hilfsstellgrößen u_1 und u_2 zeigt der Signalfußplan nach Abb. 5.3.

5.2 Kaskadenregelung

Die bisherigen Ableitungen zur Optimierung von Regelkreisen wurden am Beispiel des einschleifigen Regelkreises durchgeführt. Eine wesentliche Vereinfachung des Entwurfs von Regelkreisen ist im allgemeinen durch eine Kaskadenregelung zu erreichen.

Darunter versteht man den Aufbau geschachtelter bzw. unterlagerter Regelkreise. Dabei werden Zwischengrößen der Regelstrecke als Hilfsregelgrößen verwendet. Dieses Verfahren, das auch die oben geschilderten Vorteile des Aufbaus vermaschter Regelkreise bietet, soll am Beispiel einer Regelstrecke 4. Ordnung näher erläutert werden (siehe Abb. 5.4).

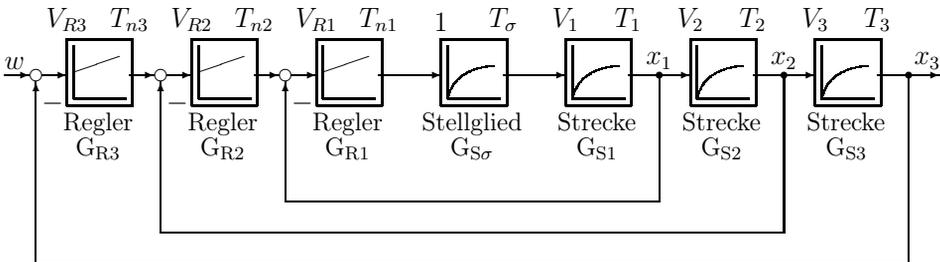


Abb. 5.4: Struktur einer Kaskadenregelung

Dazu wird die Regelstrecke beispielsweise in vier Teilstrecken 1. Ordnung aufgesplattet. Die Zwischengrößen x_1 und x_2 stellen die Hilfsregelgrößen dar. Die innerste Teilstrecke mit der Übertragungsfunktion $G_{S\sigma} G_{S1}$ wird mit dem Regler G_{R1} geregelt. Die Führungs-Übertragungsfunktion des innersten Regelkreises $G_{w1} = x_1^*/x_1$ wird somit hinsichtlich des statischen und dynamischen Verhaltens optimiert.

Der geschlossene innerste Regelkreis G_{w1} bildet zusammen mit der zweiten Teilstrecke G_{S2} die Regelstrecke des zweiten Regelkreises, der mit dem Regler G_{R2} gebildet wird. Dies setzt sich fort, bis zum äußersten Regelkreis.

Dabei können folgende Zwischengrößen begrenzt werden: Die Stellgrenzen von G_{R2} bestimmt die Aussteuerung des Ausgangs von G_{S1} , die Stellgrenzen von G_{R3} bestimmt die Aussteuerung des Ausgangs von G_{S2} . Zudem wird durch diesen Aufbau erreicht, daß der Störgrößeneinfluß z.B. auf die innerste Teilstrecke G_{S1} bereits durch den innersten Regelkreis mit G_{R1} ausgeregelt wird, ehe er sich auf die äußeren Regelkreise auswirken kann.

Ein typisches Beispiel einer Kaskadenregelung ist die Regelung von fremd-erregten Gleichstrom-Nebenschlußmaschinen. Der innere Regelkreis regelt den

Ankerstrom, der zweite die Drehzahl. Weitere unter- oder überlagerte Regelkreise sind möglich (z.B. Lageregelung).

Mathematische Analyse

Im folgenden soll die Kaskadenregelung nach Abb. 5.4 mathematisch untersucht werden. Die Regler sind als PI-Regler gewählt, um die stationäre Genauigkeit einzuhalten. Zuerst wird der innere Kreis optimiert. Mit $T_1 > T_\sigma$ und der Übertragungsfunktion

$$G_{S1}(s) \cdot G_{S\sigma}(s) = V_1 \frac{1}{1 + sT_1} \cdot \frac{1}{1 + sT_\sigma} \tag{5.1}$$

der innersten Teilstrecke einschließlich Stellglied ergibt sich bei einer Optimierung nach dem Betragsoptimum für die Übertragungsfunktion G_{R1} des innersten Reglers:

$$G_{R1}(s) = V_{R1} \frac{1 + sT_{n1}}{sT_{n1}} = \frac{T_1}{2T_\sigma V_1} \cdot \frac{1 + sT_1}{sT_1} \tag{5.2}$$

Die Übertragungsfunktion G_{w1} des inneren Regelkreises ergibt sich damit zu:

$$G_{w1}(s) = \frac{1}{1 + s2T_\sigma + s^22T_\sigma^2} \approx \frac{1}{1 + s2T_\sigma} \tag{5.3}$$

Der innerste Regelkreis kann somit durch ein Verzögerungsglied 1. Ordnung mit einer Ersatzzeitkonstante $T_{ers1} = 2T_\sigma$ approximiert werden. Die verbleibenden Regelkreise werden ebenso optimiert. Die Regelkreisstruktur nach Abb. 5.4 kann damit in eine Struktur nach Abb. 5.5 umgeformt werden.

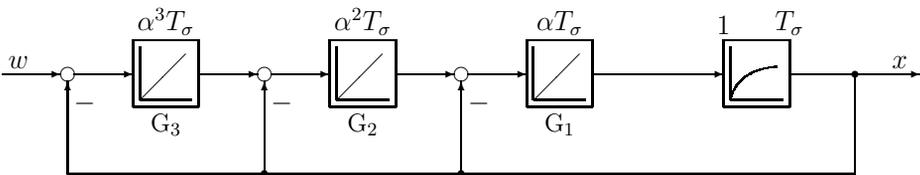


Abb. 5.5: Umgeformte Struktur einer Kaskadenregelung ($n = 3$)

In den resultierenden Übertragungsfunktionen G_ν seien der jeweilige Regler und die neu hinzukommende Teilstrecke zusammengefaßt, die durch den Vorhalt des Reglers kompensiert wird, so daß für G_ν jeweils nur ein Integralterm übrigbleibt.

$$G_\nu = G_{R\nu} \cdot G_{S\nu} = \frac{1}{sT_\nu} \tag{5.4}$$

Die Übertragungsfunktion eines Regelkreises nach Abb. 5.5 lautet bei einer Erweiterung auf n Regelschleifen bei einer Auslegung nach dem Betragsoptimum:

$$\begin{aligned}
 G_{w1} &= \frac{1}{1 + \frac{1 + T_\sigma s}{G_1}} \\
 G_{w2} &= \frac{1}{1 + \frac{1}{G_{w1} G_2}} \\
 G_{w3} &= \frac{1}{1 + \frac{1}{G_{w2} G_3}} \\
 &\vdots \\
 G_{wn} &= \frac{1}{1 + \frac{1}{G_{wn-1} G_n}}
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

Für das Nennerpolynom $N(s)$ der Führungs-Übertragungsfunktion G_w gilt mit $\alpha = 4D^2$ und $T_1 = T_{ers} = \alpha^{n-1} T_{sys}$ sowie $T_{sys} = T_\sigma$ die Gleichung:

$$N(s) = 1 + sT_1 + \frac{(sT_1)^2}{\alpha} + \frac{(sT_1)^3}{\alpha \cdot \alpha^2} + \dots + \frac{(sT_1)^{n+1}}{\alpha \cdot \alpha^2 \cdot \dots \cdot \alpha^n} \tag{5.6}$$

Bei einem Dämpfungsgrad $D \geq 1/\sqrt{2}$ sind beliebig viele Schleifen zulässig. Die Führungsübertragungsfunktionen bauen sich für $n = 1 \dots 3$ Schleifen wie folgt auf (man beachte dabei die Analogie zu den Standardfunktionen des Dämpfungsoptimums in Kap. 4.1.2):

$$\begin{aligned}
 G_w(s)_{n=1} &= \frac{1}{1 + s 2T_{sys} + s^2 2T_{sys}^2} && \text{mit } T_1 = 2T_\sigma \\
 G_w(s)_{n=2} &= \frac{1}{1 + s 4T_{sys} + s^2 8T_{sys}^2 + s^3 8T_{sys}^3} && \text{mit } T_1 = 4T_\sigma \\
 G_w(s)_{n=3} &= \frac{1}{1 + s 8T_{sys} + s^2 32T_{sys}^2 + s^3 64T_{sys}^3 + s^4 64T_{sys}^4} && \text{mit } T_1 = 8T_\sigma
 \end{aligned}$$

Die Erweiterung auf eine beliebige Zahl von Schleifen erfolgt analog. Zu beachten ist, daß die Ersatzzeitkonstante des Gesamtsystems mit jeder neuen Regelschleife um den Faktor zwei zunimmt (bei einer Auslegung der Regler nach dem Betragsoptimum). Die Ersatzzeitkonstante des innersten Kreises bestimmt somit die Regelgeschwindigkeit des gesamten Regelkreises. Es ist deshalb wichtig, die Verzögerung des innersten Regelkreises möglichst klein zu halten.

Die obigen Überlegungen gelten ebenso, wenn die Strecke außer Verzögerungsgliedern auch I-Anteile enthält. Die Optimierung erfolgt dann nach dem Symmetrischen Optimum. Hier nimmt die Ersatzzeitkonstante mit jeder neuen Regelschleife um den Faktor vier zu. Es ist außerdem zulässig, durch einen PID-Regler zwei Zeitkonstanten gleichzeitig zu kompensieren und eine Regelschleife einzusparen.

Die Vor- und Nachteile der Kaskadenregelung sowie die notwendigen Voraussetzungen sollen abschließend kurz zusammengefaßt werden.

Vorteile der Kaskadenregelung

- Bei komplizierten Regelstrecken kann der Entwurf des Reglers für einen einschleifigen Regelkreis schwierig oder sogar unmöglich sein. Die Kaskadenregelung bietet die Möglichkeit, die Strecke zu unterteilen und einfache Regelkreise zu entwerfen.
- Die in einer Teilstrecke eingreifenden Störgrößen werden bei der nächsten inneren Regelgröße erfaßt und müssen nicht den gesamten Regelkreis durchlaufen. Störungen werden daher schneller ausgegletzt.
- Jede in der Regelstrecke erfaßte Größe kann, falls dieser Größe ein Regelkreis zugeordnet ist, über den Sollwert begrenzt werden. Außerdem sind sehr leicht Vorsteuerungen und Störgrößenaufschaltungen möglich.
- Die Regelung kann in mehreren Schritten — ausgehend vom innersten Regelkreis — in Betrieb genommen werden.
- Die Auswirkung nichtlinearer Übertragungsglieder wird eingegrenzt.

Nachteile der Kaskadenregelung

- Für jeden Regelkreis ist eine Meßwerterfassung und ein eigener Regler notwendig.
- Die Ersatzzeitkonstanten der Regelkreise nimmt von innen nach außen zu. Eine Kaskadenregelung kann evtl. langsamer als eine einschleifige Regelung auf Änderungen der Führungsgröße reagieren. Dies gilt nicht für Störgrößen innerhalb der Regelstrecke; dort ist die Kaskadenregelung stets überlegen.

Voraussetzungen zum Aufbau einer Kaskadenregelung

- Die Regelstrecke muß in eine Kettenschaltung rückwirkungsfreier Übertragungselemente aufspaltbar sein.
- Der Aufwand für mehrere Regler und Meßglieder muß vertretbar sein.

5.3 Modellbasierte Regelungen

5.3.1 Conditional Feedback

Wie bereits in Kap. 1.5 dargestellt, besitzen Führungs- und Störübertragungsfunktion bei einschleifigen Regelkreisstrukturen dasselbe Nennerpolynom und damit dieselbe charakteristische Gleichung. Führungs- und Störverhalten unterscheiden sich daher nur durch das zugehörige Zählerpolynom der Übertragungsfunktionen.

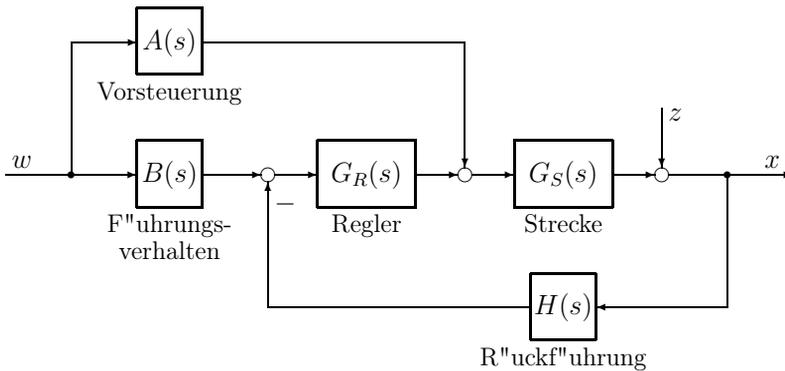


Abb. 5.6: Regelkreisstruktur bei *Conditional Feedback*

Ein Lösungsansatz, um diese Festlegung und die damit verbundene Beschränkung aufzuheben, ist das *Conditional Feedback* [40]. In Abb. 5.6 ist die zugrundeliegende Struktur dargestellt. Dabei sind $G_S(s)$ und $G_R(s)$ die Übertragungsfunktionen der Strecke bzw. des Reglers. Zusätzlich werden drei weitere Übertragungsfunktionen $A(s)$, $B(s)$ und $H(s)$ verwendet, wobei $H(s)$ das Verhalten der Meßwerterfassung beschreibt.

Die frei wählbare Vorsteuerung $A(s)$ wird im ersten Entwurfsschritt so gewählt, daß sich ein gewünschtes Führungsübertragungsverhalten G_w^* ergibt.

$$G_w^*(s) = A(s) \cdot G_S(s) \quad (5.7)$$

Im zweiten Entwurfsschritt wird nun die Übertragungsfunktion B zu

$$B(s) = A(s) \cdot G_S(s) \cdot H(s) \quad (5.8)$$

gewählt. Unter der Annahme vollständiger Linearität und exakter Streckenkenntnis wird damit das Eingangssignal des Reglers G_R gleich Null sein, soweit keine Störung an der Strecke angreift. Es kann also mit $A(s)$ und $B(s)$ ein gewünschtes Führungsverhalten realisiert werden. Für den Spezialfall $H(s) = 1$ bedeutet dies, daß $B(s)$ das gewünschte Führungsverhalten beschreibt bzw. ein Modell des gewünschten Systems ist.

Die Störübertragungsfunktion G_z lautet dagegen:

$$G_z(s) = \frac{1}{1 + G_R(s) \cdot G_S(s) \cdot H(s)} \quad (5.9)$$

Daraus folgt, daß der Regler G_R bei obiger Auslegung lediglich die Störung z ausregeln und Einflüsse von Parameterschwankungen und Nichtlinearitäten unterdrücken muß.

Zu beachten ist allerdings auch, daß bei Fehlanpassung der Funktion $B(s)$, z.B. durch Parameteränderungen bei Temperaturschwankungen ein unerwünschter Regelvorgang mit der Dynamik der Störübertragungsfunktion auftritt. Wesentliche Merkmale bei der Struktur mit Conditional Feedback sind somit:

- eine Vorsteuerung mit der Übertragungsfunktion $A(s)$ zum Einstellen des Führungsverhaltens,
- ein Modellansatz des Führungsverhaltens, der in die Übertragungsfunktion $B(s)$ eingeht,
- und eine Störunterdrückung durch den Regler $G_R(s)$.

Diese Struktur ist auch dann vorteilhaft anwendbar, wenn die Strecke Nichtlinearitäten enthält. Falls Struktur und Parameter der Nichtlinearitäten bekannt sind, können diese auch direkt in der Funktion $B(s)$ berücksichtigt werden.

5.3.2 Internal Model Control (IMC)

Wie im vorherigen Kapitel 5.3.1 und Abb. 5.6 dargestellt, kann durch eine Vorsteuerung $A(s)$ das Führungsverhalten $G_w^*(s)$ (siehe Gl. (5.7)) vorgegeben werden. Indem die Übertragungsfunktion $B(s) = G_w^*(s)$ gewählt wird, ist bei fehlerfreier Anpassung von $B(s)$ (Gl. (5.8)) und bei $z = 0$ der Regler $G_R(s)$ nur bei $G_w^*(s) \neq B(s)$ und $z \neq 0$ wirksam.

Ein ähnlicher Ansatz wird beim IMC-Verfahren gewählt (Abb. 5.7). Bei diesem Ansatz wird — wie in Abb. 5.7 — der realen Regelstrecke $G_S(s)$ ein Streckenmodell $\hat{G}_S(s)$ parallelgeschaltet und die Differenz der Streckenausgänge $y - \hat{y}$ dem Regler $G_{IMC}(s)$ zurückgeführt. Wenn $G_S(s) = \hat{G}_S(s)$ ist, dann ist das Rückführsignal $y - \hat{y} = 0$ und $G_{IMC}(s)$ wirkt als Vorsteuerübertragungsfunktion (entsprechend $A(s)$ in Abb. 5.6). Damit ist — bei $y - \hat{y} = 0$ — kein Regelkreis geschlossen, es besteht nur eine Vorsteuerung, und somit gibt es keine Stabilitätsprobleme wie in einem geschlossenen Regelkreis. Dieser Gedankenansatz wird später bei totzeitbehafteten Strecken und HIL-Regelkreisen vorteilhaft genutzt. Wenn $\hat{G}_S(s) \neq G_S(s)$ und/oder $z \neq 0$ ist, dann gilt:

$$y(s) = G_S(s)u(s) + z(s) \quad (5.10)$$

$$\hat{y}(s) = \hat{G}_S(s)u(s) \quad (5.11)$$

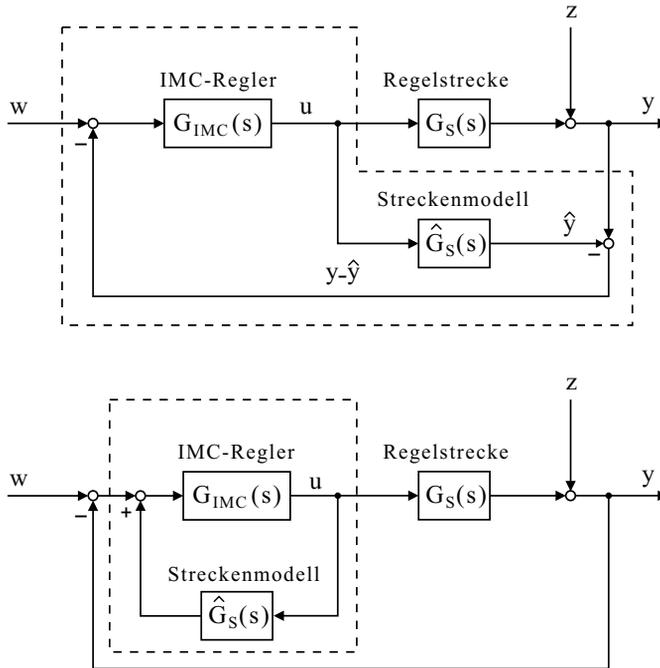


Abb. 5.7: Struktur des IMC-Regelkreises

und man erhält das Rückführsignal

$$y(s) - \hat{y}(s) = (G_S(s) - \hat{G}_S(s))u(s) + z(s) \quad (5.12)$$

Der Regelkreis in Abb. 5.7 wird somit geschlossen, wenn $\hat{G}_S(s) \neq G_S(s)$ und/oder $z \neq 0$ ist. Da das Streifenmodell $\hat{G}_S(s)$ beim Entwurf des Reglers $G_{IMC}(s)$ zu berücksichtigen ist, wird in Abb. 5.7 unten das Streifenmodell dem Regler zugeschlagen. Es gilt:

$$G_R(s) = \frac{G_{IMC}(s)}{1 - G_{IMC}\hat{G}_S(s)} \quad (5.13)$$

Eine kurze Rechnung zeigt, daß die Übertragungsfunktion des Regelkreises bei $G_S(s) = \hat{G}_S(s)$ gleich $G(s) = G_{IMC}(s)G_S(s)$ ist, d.h. die Vorsteuerfunktion bestätigt sich. Der Entwurf des IMC-Reglers bei $G_S(s) \neq \hat{G}_S(s)$ und/oder $z \neq 0$ ist ein Optimierungsproblem, welches häufig durch eine H_2 -Optimierung unter Festlegung des quadratischen Gütefunktionalis

$$J = \int_0^{\infty} e^2(t) dt \quad (5.14)$$

gelöst wird. Als Anregungssignal für Eingangsgröße und Störung werden zweckmäßigerweise Sprung- und Dirac-Funktionen verwendet. Bei der Optimierung wird nicht nur nach möglichst optimalen Reglerparametern, sondern auch nach einer möglichst optimalen Struktur von $G_{IMC}(s)$ gesucht.

5.3.3 Smith-Prädiktor

Eine spezielle Art von modellbasierter Regelung einer Regelstrecke stellt der sogenannte *Smith-Prädiktor* dar. Dieses regelungstechnische Verfahren ist besonders für Regelstrecken geeignet, deren dynamisches Verhalten sehr von den darin enthaltenen Totzeiten geprägt ist. Typische Beispiele sind Regelstrecken von Heizungs- oder Kühlkreisläufen, *Hardware-in-the-Loop* (HIL)-Prüfständen mit langen Übertragungszeiten oder die Walzspaltregelung in Walzwerken.

Beim Streckenmodell geht man prinzipiell von einem totzeitfreien Anteil $\tilde{G}_S(s)$ und einem verbleibenden Totzeitglied e^{-sT_t} aus.

$$G_S(s) = \tilde{G}_S(s)e^{-sT_t} \quad (5.15)$$

Wegen des Einflusses der Totzeit kann ein Stelleingriff frühestens zur Zeit $t + T_t$ am Ausgang der Regelstrecke erkannt werden. Ähnlich wie bei der IMC-Regelung kann auf die durch einen Stelleingriff in der Regelung hervorgerufene Wirkung schneller reagiert werden, wenn man die Wirkung mit einem Modell der Regelstrecke $\tilde{G}_S(s)$ vorhersagt (Abb. 5.8).

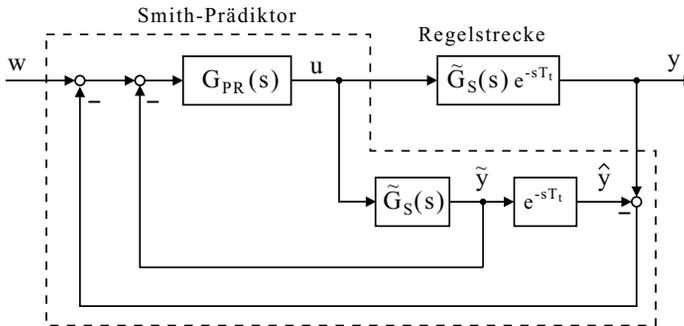


Abb. 5.8: Grundidee des Smith-Prädiktors

Auch bei dieser Regelstruktur wird an den Regler nur die Differenz zwischen Streckenmodell und Regelstrecke zurückgeführt, wobei jedoch in diesem Falle auch die Ausgangsgröße der totzeitfreien Strecke berücksichtigt wird. Aus diesem Grund wird diese Regelstruktur auch nach seinem Erfinder Smith-Prädiktor bezeichnet, da die Wirkung der Stellgröße auf die Regelstrecke vorhergesagt wird.

Bei der Auslegung der Übertragungsfunktion $G_{PR}(s)$ des Reglers kann so vorgegangen werden, als ob die Totzeit in der Regelstrecke gar nicht vorhanden wäre. Der Smith-Prädiktor ist auch geeignet, wenn in der Regelstrecke Störgrößen vorhanden sind, da diese dann, wie bei der im vorhergehenden Absatz angeführten modellbasierten Regelung schon gezeigt, als Regelabweichung erkannt und ausgeregelt werden können.

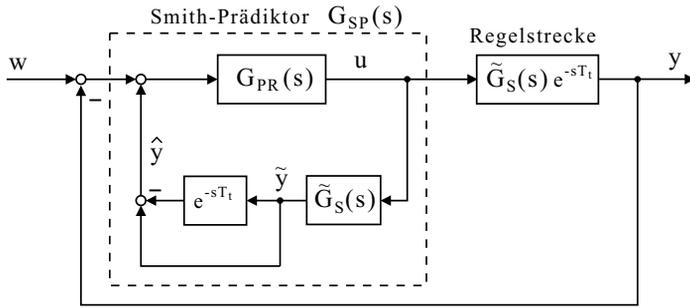


Abb. 5.9: *Smith-Prädiktor*

Die Übertragungsfunktion $G_{SP}(s)$ des Smith-Prädiktors kann aus dem Blockschaltbild in Abb. 5.9 abgeleitet werden und ergibt sich zu:

$$G_{SP}(s) = \frac{G_{PR}(s)}{1 + G_{PR}(s)\tilde{G}_S(s)(1 - e^{-sT_t})} \quad (5.16)$$

Bei der Bewertung der Regelgüte ist zu berücksichtigen, daß die Ausgangsgröße $y(t)$ noch um die Totzeit T_t zu verschieben ist.

5.4 Vorsteuerung

Um bei einer Regelung das Führungsverhalten zu verbessern, kann der Sollwert w über eine Vorsteuerfunktion $A(s)$ direkt auf den Streckeneingang geführt werden. Dies ist vor allem sinnvoll bei Folgeregelungen, bei denen der Streckenausgang x einem sich änderndem Sollwert w folgen soll. Abbildung 5.10 zeigt die grundsätzliche Regelkreisstruktur der Vorsteuerung, die aus der Conditional Feedback-Struktur (Abb. 5.6) durch Setzen der Übertragungsfunktion $B(s)$ zu eins hervorgeht. Die Regelung mit Vorsteuerung stellt somit einen Spezialfall der Regelung nach Conditional Feedback dar.

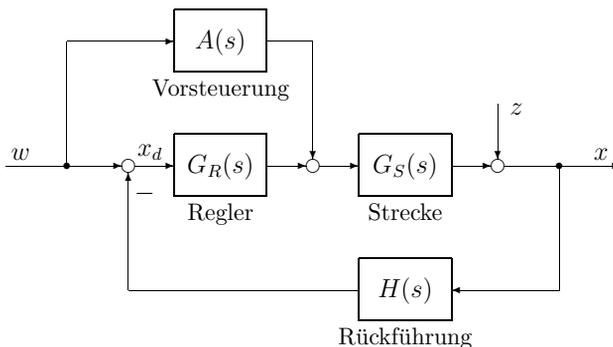


Abb. 5.10: *Regelkreisstruktur bei Vorsteuerung*

5.4.1 Übertragungsfunktionen

Zur Beurteilung des Streckenverhaltens werden die Übertragungsfunktionen für Führung $G_w(s)$, Regelabweichung $G_{xd}(s)$ und Störung $G_z(s)$ aufgestellt.

Führungsübertragungsfunktion:

$$G_w(s) = \frac{x(s)}{w(s)} = \frac{G_R G_S + A G_S}{1 + G_R G_S H} = \frac{(G_R + A) G_S}{1 + G_R G_S H} \quad (5.17)$$

Fehlerübertragungsfunktion:

$$G_{xd}(s) = \frac{x_d(s)}{w(s)} = \frac{1 - A G_S H}{1 + G_R G_S H} \quad (5.18)$$

Störungsübertragungsfunktion:

$$G_z(s) = \frac{z(s)}{z(s)} = \frac{1}{1 + G_R G_S H} \quad (5.19)$$

Die einzelnen Übertragungsfunktionen lassen sich darstellen als

$$G_S(s) = \frac{P_S}{Q_S}; \quad G_R(s) = \frac{P_R}{Q_R}; \quad A(s) = \frac{P_A}{Q_A}; \quad H(s) = \frac{P_H}{Q_H}$$

mit den Zählerpolynomen $P_i(s)$ und den Nennerpolynomen $Q_i(s)$.

Die Übertragungsfunktionen Gl. (5.17) und (5.18) lauten dann

$$G_w(s) = \frac{P_S Q_H}{Q_A} \cdot \frac{P_R Q_A + Q_R P_A}{Q_R Q_S Q_H + P_R P_S P_H} \quad (5.20)$$

$$G_{xd}(s) = \frac{Q_R}{Q_A} \cdot \frac{Q_A Q_S Q_H - P_A P_S P_H}{Q_R Q_S Q_H + P_R P_S P_H} \quad (5.21)$$

mit dem charakteristischen Polynom

$$Q_w(s) = Q_{xd}(s) = Q_A \cdot \left(Q_R Q_S Q_H + P_R P_S P_H \right) \quad (5.22)$$

5.4.2 Auslegung der Vorsteuerübertragungsfunktion $A(s)$

Damit die Regelabweichung x_d stationär verschwindet, muß der Zähler der Fehlerübertragungsfunktion G_{xd} zu Null werden, es muß also folgende Bedingung erfüllt werden:

$$0 \stackrel{!}{=} 1 - A(s) G_S(s) H(s) \Rightarrow A(s) = \frac{1}{G_S(s) H(s)} = \frac{Q_S Q_H}{P_S P_H} \quad (5.23)$$

Die Übertragungsfunktion $A(s)$ der Vorsteuerung hat folglich das inverse Verhalten der Übertragungsfunktionen $G_S(s)$ und $H(s)$ aufzuweisen. Setzt man nun $A(s)$ aus Gl. (5.23) mit $P_A = Q_S Q_H$ und $Q_A = P_S P_H$ in Gl. (5.20) ein, so ergibt sich für die Führungsübertragungsfunktion:

$$G_w(s) = \frac{P_S Q_H}{P_S P_H} \cdot \frac{P_R P_S P_H + Q_R Q_S Q_H}{Q_R Q_S Q_H + P_R P_S P_H} = \frac{Q_H}{P_H} \quad (5.24)$$

Nimmt die Übertragungsfunktion $H(s)$ stationär einen Wert $\lim_{s \rightarrow 0} H(s)$ ungleich 1 an, so erreicht x nie den Sollwert w , sondern verharrt auf $x = w / \lim_{s \rightarrow 0} H(s)$. Um diesen stationären Fehler auszugleichen, kann eine Sollwertanpassung mit $w' = w \cdot \lim_{s \rightarrow 0} H(s)$ erfolgen, oder der Sollwert w wird zusätzlich über ein Vorfilter auf die Summationstelle der Regelabweichung x_d geführt, wie in Kap. 5.3.1 (Conditional Feedback) gezeigt (Abb. 5.6).

Im weiteren wird nun von $H(s) = 1$ ausgegangen, so daß die Vorsteuerung gewählt wird zu

$$A(s) = \frac{1}{G_S(s)} \implies G_w(s) \equiv 1 \quad (5.25)$$

Dieser ideale Fall erfährt in der Realität jedoch einige Einschränkungen:

1. Besitzt $G_S(s)$ Nullstellen in der rechten Halbebene, so resultieren daraus Polstellen von $A(s)$ mit einem positiven Realteil, so daß das Teilsystem $A(s)$ instabil und damit auch das Gesamtsystem instabil ist.
2. Da die Streckenübertragungsfunktion in der Regel verzögerndes Verhalten aufweist, der Nennergrad also größer ist als der Zählergrad, ergibt sich für $A(s)$ differenzierbares Verhalten. Dies erfordert Differentiations-Glieder, die meist unerwünscht sind und deren Realisierung schwierig ist.
3. Weitere Probleme sind die oft nicht exakte Modellierung der Strecke, nicht genau bekannte Streckenparameter oder zeitabhängige Schwankungen der Parameter.

5.4.3 Beispiel: Nachlaufregelung mit I-T₁-Strecke

Als Beispiel soll nun eine I-T₁-Strecke mit rampenförmigem Sollwertverlauf betrachtet werden. Als Regler dient ein nach dem Betragsoptimum eingestellter P-Regler, die Rückführung wird zu 1 gesetzt. Die weiteren Parameter sind:

Strecke: $G_S(s) = \frac{1}{s T_1} \cdot \frac{V_S}{1 + s T_S} = \frac{1}{s 1} \cdot \frac{10}{1 + s 0,2}$; $K_S = \frac{V_S}{T_1}$

Regler: $G_R(s) = V_R = \frac{T_1}{2 V_S T_S} = 0,25$ (BO)

Vorsteuerung: $A(s) = \frac{s K_V}{1 + s T_V}$

Die folgenden drei Fälle wurden simulativ untersucht; die Ergebnisse für die Regelgröße x und die Regelabweichung x_d sind in Abb. 5.11 dargestellt.

- a. Keine Vorsteuerung: $K_V = 0$
- b. Ideale Vorsteuerung: $K_V = \frac{1}{K_S} \quad T_V = 0,9 \quad (\text{langsam})$
- c. Ideale Vorsteuerung: $K_V = \frac{1}{K_S} \quad T_V = 0,1 \quad (\text{schnell})$

Im idealen Fall von $A(s) = 1/G_S(s)$ wäre die Übertragungsfunktion der Vorsteuerung eine Serienschaltung eines D- und eines PD-Gliedes; dies ist aus oben genannten Gründen unerwünscht. Es wird für $A(s)$ also DT₁-Verhalten gewählt. Die Fehlerübertragungsfunktion nach Gl. (5.21) lautet in diesem Fall:

$$G_{x_d}(s) = \frac{s \cdot [T_1 - K_V V_S + s T_1 (T_V + T_S) + s^2 T_1 T_V T_S]}{(V_R V_S + s T_1 + s^2 T_1 T_S) \cdot (1 + s T_V)} \quad (5.26)$$

Mit dem Grenzwertsatz nach Gl. (3.99) folgt für den stationären Endwert der Regelabweichung bei Rampenanregung:

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} x_d(t) &= \lim_{s \rightarrow 0} \left(s \cdot \frac{s \cdot [T_1 - K_V V_S + s T_1 (T_V + T_S) + s^2 T_1 T_V T_S]}{(V_R V_S + s T_1 + s^2 T_1 T_S) \cdot (1 + s T_V)} \cdot \frac{1}{s^2} \right) \\ &= \frac{T_1 - K_V V_S}{V_R V_S} \end{aligned} \quad (5.27)$$

Die stationäre Regelabweichung im Fall a ohne Vorsteuerung ergibt sich also zu:

$$x_{d\infty} = \frac{T_1}{V_R V_S} = \frac{T_1}{\frac{T_1}{2V_S T_S} V_S} = 2 \cdot T_S = 0,4 \quad (5.28)$$

Wie aus Abb. 5.11 abzulesen, kann über die Zeitkonstante T_V der Vorsteuerung die Geschwindigkeit bestimmt werden, mit der sich x an w angleicht.

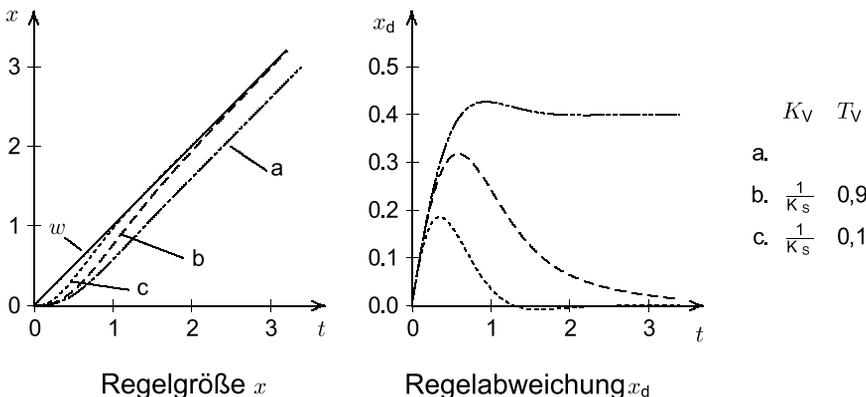


Abb. 5.11: Regelgröße x und Regelabweichung x_d für verschiedene Parameter

5.4.4 Beispiel: Nachlaufregelung mit zwei P-T₁-Strecken und PI-Regler

Als zweites Beispiel sollen nun zwei in Reihe geschaltete P-T₁-Strecken mit rampenförmigem Sollwertverlauf betrachtet werden. Als Regler dient ein nach dem Betragsoptimum eingestellter PI-Regler, die Rückführung wird zu $H(s) = 1$ gesetzt. Die weiteren Parameter sind:

$$\text{Strecke: } G_S(s) = \frac{V_S}{1 + sT_1} \cdot \frac{1}{1 + sT_\sigma}; \quad V_S = 1; \quad T_1 = 0,1; \quad T_\sigma = 0,05$$

$$\text{Regler: } G_R(s) = \frac{T_1}{2V_S T_\sigma} \cdot \frac{1 + sT_1}{sT_1} \quad (BO)$$

$$\text{Vorsteuerung: } A(s) = \frac{1}{K_V} \cdot \frac{(1 + sT_1) \cdot (1 + sT_\sigma)}{(1 + sT_a)^2}$$

Auch hier wird für die Übertragungsfunktion $A(s)$ nicht die ideale inverse Streckenfunktion verwendet, da diese doppelt differenzierendes Verhalten aufweisen würde, sondern eine Funktion mit D₂T₂-Verhalten. Für die Fehlerübertragungsfunktion folgt:

Fehlerübertragungsfunktion ohne Vorsteuerung:

$$G_{xd}(s) = \frac{2T_\sigma s \cdot (1 + sT_\sigma)}{1 + 2T_\sigma s + 2T_\sigma^2 s^2} \quad (5.29)$$

Fehlerübertragungsfunktion mit Vorsteuerung:

$$G_{xd}(s) = \frac{2T_\sigma s \cdot (1 + sT_\sigma)}{1 + 2T_\sigma s + 2T_\sigma^2 s^2} \cdot \frac{K_V(1 + sT_a)^2 - V_S}{K_V(1 + sT_a)^2} \quad (5.30)$$

Der stationäre Endwert der Regelabweichung bei Rampenanregung ergibt sich mit dem Grenzwertsatz Gl. (3.99) zu:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x_d(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(s \cdot G_{xd} \cdot \frac{1}{s^2} \right) = \frac{2T_\sigma(K_V - V_S)}{K_V} \quad (5.31)$$

Wie in Kap. 5.4.3 hängt auch hier das Erreichen des Sollwertes w nur vom Verhältnis der beiden Verstärkungen K_V und V_S ab, T_a bestimmt nur die Geschwindigkeit des Einschwingvorgangs. Abbildung 5.12 zeigt wieder die Regelgröße x und die Regelabweichung x_d für drei simulativ untersuchte Fälle: Keine Vorsteuerung (Fall a), ideale Vorsteuerung mit $T_a = 0,1$ (Fall b) und $T_a = 0,01$ (Fall c).

Die stationäre Regelabweichung im Fall a ohne Vorsteuerung ergibt sich also nach Gl. (3.99) und Gl. (5.29) zu:

$$x_{d\infty} = 2T_\sigma = 2 \cdot 0,05 = 0,1 \quad (5.32)$$

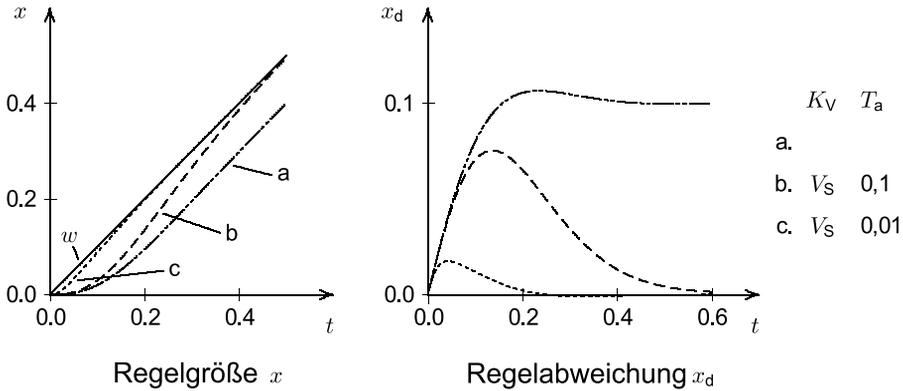


Abb. 5.12: Regelgröße x und Regelabweichung x_d für verschiedene Parameter

5.5 Zustandsregelung

Die bisher behandelten Regelkreisstrukturen sind aus verteilten Reglern aufgebaut, die getrennt ausgelegt werden können. Demgegenüber ermöglicht eine Zustandsregelung den geschlossenen Reglerentwurf für die gesamte Regelstrecke. Als Voraussetzung dafür werden zunächst verschiedene Zustandsdarstellungen einer Regelstrecke erläutert. Anschließend wird der Entwurf von Zustandsregelungen und die Verwendung von Beobachteransätzen zur Zustandsregelung behandelt.

5.5.1 Zustandsdarstellung

Allgemein lässt sich eine lineare Regelstrecke durch eine Differentialgleichung höherer Ordnung beschreiben. Für die Zustandsdarstellung wird diese jedoch in einen Satz von Differentialgleichungen 1. Ordnung aufgespalten. Die Anzahl der Gleichungen entspricht dabei der Anzahl der unabhängigen Energiespeicher in der Regelstrecke und ist damit gleich der Streckenordnung (Nennerpolynom).

Jeder Energiespeicher wird mittels eines Integrators erfasst, dessen Ausgang eine Zustandsgröße darstellt. Durch die eindeutige Zuordnung der Zustandsgrößen zu den physikalischen Energiespeichern ist ein klarer Bezug der mathematischen Größen zu den realen Systemgrößen gegeben. Vorteilhaft ist weiterhin, dass in übersichtlicher Art lineare und auch nichtlineare Begrenzungen der Zustandsgrößen eingegeben werden können.

Damit lässt sich dieses Gleichungssystem gut in Matrixschreibweise darstellen; n sei die Anzahl der Zustände im Zustandsvektor \underline{x} und m die der Elemente im Eingangsvektor \underline{u} . Die Systemmatrix wird mit \mathbf{A} bezeichnet, die Steuermatrix mit \mathbf{B} .

Der Ausgangsvektor \underline{y} mit der Dimension k wird über die Ausgangsmatrix \mathbf{C} aus den Zuständen gebildet. Eine Durchschaltmatrix \mathbf{D} tritt auf, wenn der Ausgangsvektor zusätzlich direkt von Streckeneingängen abhängt.

Für die weitere Behandlung der Zustandsregelung wird eine lineare und zeitinvariante Regelstrecke vorausgesetzt, d.h. alle Elemente der oben eingeführten Matrizen (und damit alle Koeffizienten des Differentialgleichungssystems) sind zeitlich konstant.

Es wird der MIMO-Fall (Multiple Input Multiple Output, d.h. mehrere Ein- und Ausgangsgrößen) sowie der SISO-Fall (Single Input Single Output, d.h. jeweils eine Ein- und Ausgangsgröße) betrachtet. Für Mischformen (MISO bzw. SIMO) gelten die Gleichungen entsprechend.

Zustandsdarstellung	
Multiple Input Multiple Output (MIMO):	
$\underline{\dot{x}} = \mathbf{A}\underline{x} + \mathbf{B}\underline{u}$	
$\underline{y} = \mathbf{C}\underline{x} + \mathbf{D}\underline{u}$	
Single Input Single Output (SISO):	
$\dot{x} = \mathbf{A}x + bu$	
$y = \underline{c}^T x + du$	

In der nachfolgenden Tabelle sind die hier verwendeten Bezeichnungen sowie die Dimensionen (Zeilen \times Spalten) der Vektoren und Matrizen angegeben. Im SISO-Fall werden die Steuermatrix und die Ausgangsmatrix zu Vektoren (man beachte, dass alle Vektoren Spaltenvektoren sind, folglich ist \underline{c}^T ein Zeilenvektor). Ebenso werden der Eingangsvektor und der Ausgangsvektor im SISO-Fall zu skalaren Größen.

	MIMO		SISO	
	Symbol	Dimension	Symbol	Dimension
Zustandsvektor	\underline{x}	$n \times 1$	\underline{x}	$n \times 1$
Eingangsvektor / Eingang	\underline{u}	$m \times 1$	u	1
Ausgangsvektor / Ausgang	\underline{y}	$k \times 1$	y	1
Zustandsmatrix	\mathbf{A}	$n \times n$	\mathbf{A}	$n \times n$
Steuermatrix / -vektor	\mathbf{B}	$n \times m$	\underline{b}	$n \times 1$
Ausgangsmatrix / -vektor	\mathbf{C}	$k \times n$	\underline{c}^T	$1 \times n$
Durchschaltmatrix / Durchgriff	\mathbf{D}	$k \times m$	d	1

Anhand der obigen Gleichungen lässt sich der Signalflußplan einer MIMO-Strecke in Zustandsdarstellung ableiten (siehe Abb. 5.13). Die verstärkten Pfeile kennzeichnen dabei vektorielle Größen.

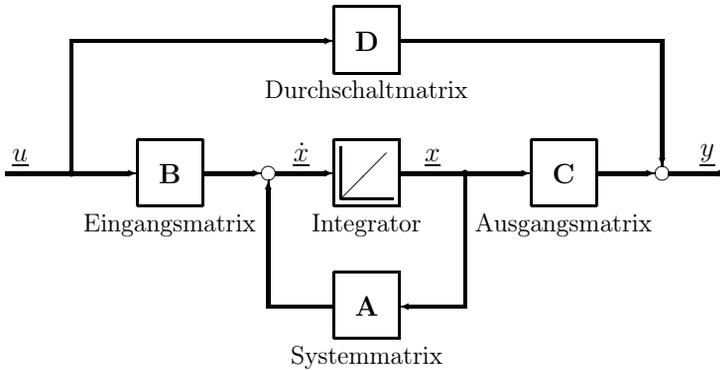


Abb. 5.13: Zustandsdarstellung einer Regelstrecke

Die Übertragungsfunktion des i -ten Eingangs zum k -ten Ausgang eines Systems in Zustandsdarstellung ergibt sich im Laplacebereich wie folgt:

$$\frac{y_k(s)}{u_i(s)} = \underline{c}_k^T (s\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} \underline{b}_i + d_{k,i}$$

Mit \mathbf{E} wird dabei die $(n \times n)$ -Einheitsmatrix bezeichnet, \underline{b}_i ist die i -te Spalte der Steuermatrix \mathbf{B} und \underline{c}_k^T die k -te Zeile der Ausgangsmatrix \mathbf{C} . $d_{k,i}$ ist das entsprechende Element der Durchschaltmatrix \mathbf{D} . Für den SISO-Fall vereinfacht sich die Darstellung wie folgt:

Übertragungsfunktion bei Zustandsdarstellung (SISO)

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \underline{c}^T (s\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} \underline{b} + d$$

Die notwendige Matrixinvertierung kann auch durch Adjungierte und Determinante ausgedrückt werden:

$$(s\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1} = \frac{1}{\det(s\mathbf{E} - \mathbf{A})} \cdot \text{adj}(s\mathbf{E} - \mathbf{A})$$

Für die praktische Berechnung der inversen Matrix ist die obige Gleichung bedeutungslos, da sie sehr ineffizient ist; verwendet wird im allgemeinen der

Gaußsche Algorithmus. Für Systeme der Ordnung $n \geq 3$ sind nur noch numerische Verfahren praktikabel.

5.5.2 Normalformen

In der Praxis entfällt häufig der Durchschaltanteil \mathbf{D} , da die meisten Strecken ein Tiefpaßverhalten aufweisen. Deshalb soll für die weiteren Betrachtungen $\mathbf{D} = \mathbf{0}$ sein.

Prinzipiell werden für Systembeschreibungen im Zustandsraum vier Darstellungsformen, die physikalische, die Regelungs- und Beobachter-Normalform sowie die Jordansche Normalform, unterschieden. Zur Vereinfachung werden in den folgenden Ausführungen lediglich SISO-Systeme betrachtet.

Physikalische Zustandsdarstellung

Diese Darstellung besitzt direkten physikalischen Bezug, da die Zustandsvariablen den Energiespeichern in der Strecke entsprechen, siehe Kapitel 5.5.1.

Regelungs-Normalform

Die Regelungs-Normalform (oder auch Phasenvariablenform) gestattet es, auf einfache Weise die Zustandsdarstellung in die skalare Differentialgleichung bzw. in die Übertragungsfunktion umzurechnen und umgekehrt. Ausgangspunkt ist die Übertragungsfunktion

$$G(s) = \frac{c_0 + c_1s + \dots + c_ms^m}{a_0 + a_1s + \dots + s^n} \tag{5.33}$$

Daraus erhält man die Zustandsgleichungen

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_R} \underline{x} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{\underline{b}_R} u \\ y &= \underbrace{\begin{bmatrix} c_0 & c_1 & c_2 & \dots & c_m & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}}_{\underline{c}_R^T} \underline{x} \end{aligned} \tag{5.34}$$

Abbildung 5.14 zeigt den zugehörigen Signalflußplan.

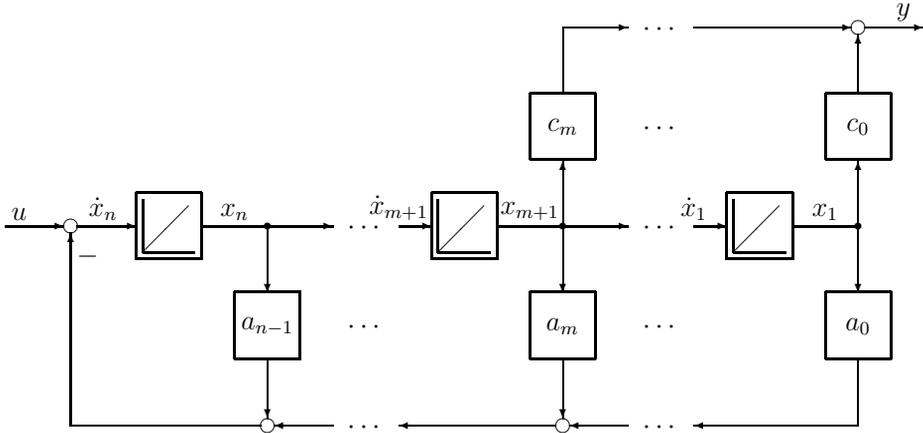


Abb. 5.14: Signalflußplan der Regelungs-Normalform

Beobachtungs-Normalform

Zur Regelungs-Normalform existiert eine duale Darstellung, die Beobachtungs-Normalform (siehe Abb. 5.15). Die Systemmatrix der Beobachtungs-Normalform (Index B) ergibt sich durch Spiegelung an der Hauptdiagonalen aus der Systemmatrix der Regelungs-Normalform (Index R). Ebenso lassen sich der Eingangs- und Ausgangsvektor umrechnen.

$$\mathbf{A}_B = \mathbf{A}_R^T, \quad \underline{b}_B = \underline{c}_R, \quad \underline{c}_B^T = \underline{b}_R^T \tag{5.35}$$

Die Zustandsgleichungen bei Beobachtungs-Normalform ergeben sich zu:

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & -a_0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & -a_1 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & -a_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & -a_{n-1} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_B} \underline{x} + \underbrace{\begin{bmatrix} c_0 \\ \vdots \\ c_m \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}}_{\underline{b}_B} u \\ y &= \underbrace{[0 \ \cdots \ 0 \ 1]}_{\underline{c}_B^T} \underline{x} \end{aligned} \tag{5.36}$$

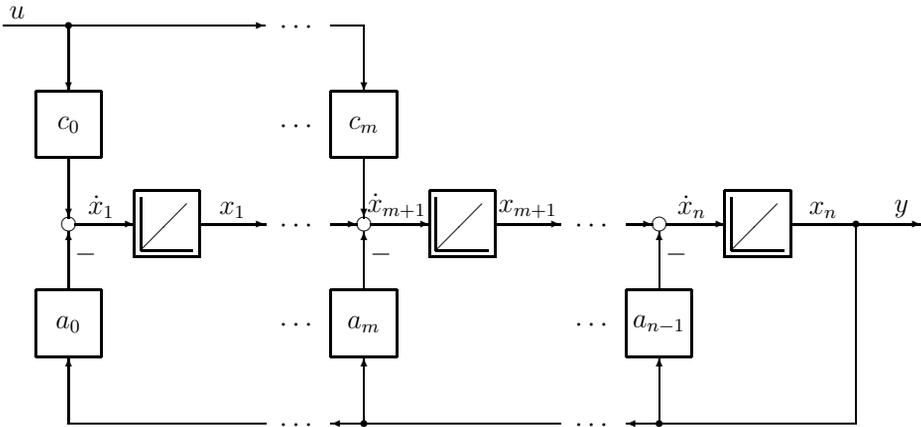


Abb. 5.15: Signalflußplan der Beobachtungs-Normalform

Jordansche Normalform

Die Jordansche Normalform ist dadurch gekennzeichnet, dass die Systemmatrix (Index J) Diagonalform aufweist. Diese wird über eine Modaltransformation mit der invertierbaren Transformationsmatrix \mathbf{M} aus der physikalischen Zustandsdarstellung erhalten.

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_J &= \mathbf{M}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{M}, & \tilde{\mathbf{x}} &= \mathbf{M}\mathbf{x} \\ \underline{\mathbf{b}}_J &= \mathbf{M}^{-1}\underline{\mathbf{b}}, & \underline{\mathbf{c}}_J^T &= \mathbf{M}^T\underline{\mathbf{c}}^T \end{aligned} \tag{5.37}$$

Die Systemmatrix bei der Jordanschen Normalform enthält die als einfach vorausgesetzten Eigenwerte λ_i der Strecke in der Diagonalen.

Die Zustandsgleichungen bei Jordanscher Normalform ergeben sich damit zu:

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\mathbf{x}}} &= \underbrace{\begin{bmatrix} \lambda_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \lambda_n \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_J} \tilde{\mathbf{x}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \tilde{b}_0 \\ \vdots \\ \tilde{b}_n \end{bmatrix}}_{\underline{\mathbf{b}}_J} u \\ y &= \underbrace{[\tilde{c}_1 \ \cdots \ \tilde{c}_n]}_{\underline{\mathbf{c}}_J^T} \tilde{\mathbf{x}} \end{aligned} \tag{5.38}$$

Abbildung 5.16 zeigt den Signalflußplan bei Darstellung in Jordanscher Normalform bei als einfach vorausgesetzten Eigenwerten der Strecke.

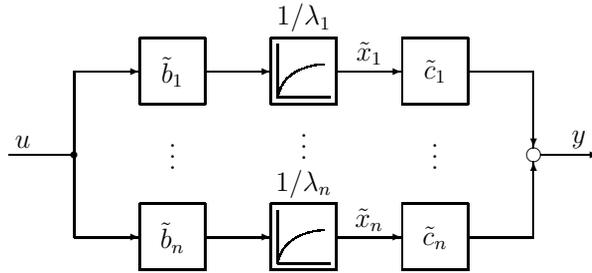


Abb. 5.16: Signalflußplan einer Strecke in Jordanscher Normalform

5.5.3 Lösung der Zustandsdifferentialgleichung im Zeitbereich

Um das Anfangswertproblem

$$\dot{\underline{x}} = \mathbf{A}\underline{x} + \underline{b}u \quad \text{mit} \quad \underline{x}(t_0) = \underline{x}_0 \tag{5.39}$$

im Zeitbereich zu lösen, bedient man sich der sog. $n \times n$ -*Transitionsmatrix* $\Phi(t)$. Diese berechnet sich mit der inversen Laplacetransformation \mathcal{L}^{-1} und der Matrixexponentialfunktion $e^{\mathbf{A}t}$ ¹⁾ aus der Systemmatrix \mathbf{A} zu:

$$\Phi(t) = e^{\mathbf{A}t} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{t^k}{k!} \cdot \mathbf{A}^k = \mathcal{L}^{-1}\{(s\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1}\} \tag{5.40}$$

Die Gesamtlösung setzt sich dann aus einem homogenen Teil $\underline{x}_h(t)$ und einem partikulären Teil $\underline{x}_p(t)$ zusammen:

$$\underline{x}(t) = \underline{x}_h(t) + \underline{x}_p(t) \tag{5.41}$$

$$= e^{\mathbf{A}(t-t_0)} \cdot \underline{x}_0 + \int_{t_0}^t e^{\mathbf{A}(t-\tau)} \mathbf{B}\underline{u}(\tau) d\tau \tag{5.42}$$

Der homogene Anteil $\underline{x}_h(t)$ gibt den Einfluss der Anfangswerte der Zustandsvariablen, der unhomogene Anteil $\underline{x}_p(t)$ den der Eingangsgrößen wieder.

5.5.4 Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit

Das dynamische Verhalten eines linearen Systems wird durch die internen Zustände vollständig beschrieben. Diese Zustände sind aber im allgemeinen nicht alle bekannt (z.B. nicht meßbar). Es sind lediglich die Eingangsgrößen und die Ausgangsgrößen des Systems vollständig erfaßbar. Für den Entwurf von

¹⁾ Falls die Matrix \mathbf{A} Diagonalgestalt aufweist, kann die Matrixexponentialfunktion $e^{\mathbf{A}t}$ durch elementweise Anwendung der skalaren Exponentialfunktion gebildet werden.

Regelkreisen im Zustandsraum sind daher die Begriffe der *Steuerbarkeit* und der *Beobachtbarkeit*, die von R. E. Kalman eingeführt wurden, von grundlegender Bedeutung.

Beobachtbarkeit

Die Beobachtbarkeitsbedingung gibt Auskunft darüber, ob alle inneren Zustände über die Messung der Ausgangsgrößen in endlicher Zeit rekonstruiert (d.h. beobachtet) werden können. Dies ist der Fall, wenn die Beobachtbarkeitsmatrix \mathbf{Q}_B vollen Rang besitzt, d.h. wenn ihre Determinante nicht Null wird. Die Strecke wird dann als *vollständig beobachtbar* bezeichnet.

Anschaulich gesagt bedeutet die Beobachtbarkeit eines Systems, daß der Ausgangsvektor von allen Eigenbewegungen des Systems beeinflusst wird. Eine vollständige Beobachtbarkeit ist z.B. für eine vollständige Zustandsregelung oder für Überwachungsaufgaben notwendig. Die zwei wichtigsten Beobachertypen sind der *Luenberger-Beobachter* (siehe Kap. 5.5.6.2) und das *Kalman-Filter* (siehe Kap. 5.5.6.4).

Steuerbarkeit

Die Steuerbarkeitsbedingung gibt Auskunft darüber, ob alle inneren Zustände von jedem beliebigen Anfangszustand \underline{x}_0 in endlicher Zeit durch eine Steuerfunktion $\underline{u}(t)$ in einen vorgegebenen Endzustand \underline{x}^* überführt werden können. Dies ist der Fall, wenn die Steuerbarkeitsmatrix \mathbf{Q}_S vollen Rang besitzt. Die Strecke wird dann als *vollständig steuerbar* bezeichnet.

Anschaulich gesagt bedeutet dies, daß der Streckeneingang \underline{u} alle Eigenbewegungen des Systems beeinflusst. Bei einem System, bei dem dies nicht möglich ist, kann die obige Aussage nicht uneingeschränkt aufrecht erhalten werden, denn es gibt auch abklingende Eigenbewegung, die zu einem stabilen Teilsystem gehören und die sich nicht nach außen störend auswirken.

Die Definitionen der Beobachtbarkeit und der Steuerbarkeit können sinngemäß auch auf einzelne Zustände angewandt werden. Bei linearen Systemen kann der Zusatz *vollständig* auch entfallen.

Zur Verdeutlichung der beiden Begriffe Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit dient Abb. 5.17. Dort ist für jedes Teilsystem die Steuerbarkeit bzw. Beobachtbarkeit angegeben und aus der Struktur ersichtlich. Für das Gesamtsystem in Abb. 5.17 gilt jedoch, dass es weder vollständig steuerbar noch vollständig beobachtbar ist.

Im folgenden werden die Bedingungen für die (vollständige) Beobachtbarkeit und Steuerbarkeit eines SISO-Systems zusammengefasst.

Beobachtbarkeit und Steuerbarkeit

SISO-System:

$$\dot{\underline{x}} = \mathbf{A}\underline{x} + \underline{b}u$$

$$y = \underline{c}^T \underline{x} + du$$

Beobachtbarkeitsbedingung:

$$\det \mathbf{Q}_B = \det \begin{bmatrix} \underline{c}^T \\ \underline{c}^T \mathbf{A} \\ \underline{c}^T \mathbf{A}^2 \\ \vdots \\ \underline{c}^T \mathbf{A}^{n-1} \end{bmatrix} \neq 0$$

Steuerbarkeitsbedingung:

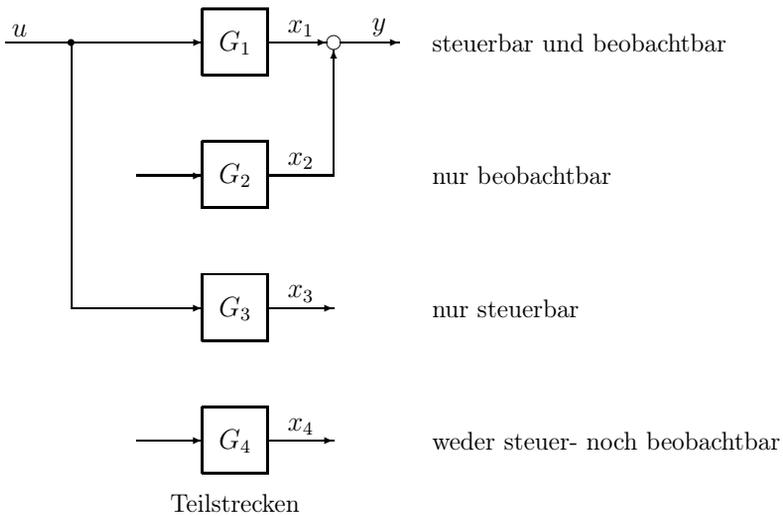
$$\det \mathbf{Q}_S = \det [\underline{b} \quad \mathbf{A}\underline{b} \quad \mathbf{A}^2\underline{b} \quad \dots \quad \mathbf{A}^{n-1}\underline{b}] \neq 0$$


Abb. 5.17: Zur Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit linearer Systeme

5.5.5 Entwurf einer Zustandsregelung

Für den Entwurf von Zustandsreglern soll zunächst nur der Wunsch nach einem schnellen Führungsverhalten stehen. Bei dieser Forderung ist aber unbedingt zu beachten, dass durch zu hohe Anforderungen an das dynamische Verhalten innere Systemgrößen in die Begrenzung gehen können. Ein Beispiel ist in Kapitel 19.3.3, Abb. 19.19 zu finden. Bei diesem Beispiel wird bereits bei einer Sollwertänderung von 1% das zulässige Nenn-Drehmoment überschritten. Weiterhin ist zu bedenken, dass bei zu großer Bandbreite der Signale das Rauschverhalten ungünstig ist. Außerdem werden beispielsweise durch zu hohe dynamische Transienten bei elastischen Mehrmassensystemen - insbesondere bei Systemen mit der unstetigen Nichtlinearität Lose - Schäden bei den mechanischen Komponenten nicht zu vermeiden sein (siehe Beispiel Kapitel 19.2.3 b). Die Regelung sollte daher so ausgelegt werden, dass die oben genannten unerwünschten Effekte vermieden und die von der Anwendung vorgegebenen Anforderungen erfüllt werden. Das Verhalten bei Störgrößen soll zunächst vernachlässigt werden (siehe Kapitel 19.3.2 für lineare und Kapitel 19.5 für nichtlineare Systeme). Um die Ordnung des Systems nicht unnötig zu erhöhen, liegt der Gedanke nahe, jede Zustandsgröße der Strecke über einen proportionalen Rückführkoeffizienten an den Stelleingang zurückzuführen. Abbildung 5.18 zeigt die Struktur der betrachteten SISO-Regelstrecke mit Zustandsregler. Es ist sofort zu erkennen, dass die Struktur in Abbildung 5.18 keine Regelkreisstruktur aufweist, denn im stationären Betriebszustand wird mittels dem Korrekturfaktor K_V nur die stationäre Verstärkung von w nach y auf „eins“ gesetzt, es findet somit keine Bestimmung der Regelabweichung statt.

Die Rückführung der Zustände mittels des Regelvektors \underline{r}^T bewirken nur eine Änderung des dynamischen Verhaltens der Strecke, da der Signalpfad mit der Systemmatrix \mathbf{A} parallel zum Signalpfad mit dem Regelvektor angeordnet ist. Die Struktur in Abbildung 5.18 ist somit eine Steuerung, bei der die Dynamik verstellbar ist. Änderungen der Streckenparameter oder Störungen wirken sich aber voll aus. Diese unerwünschten Einschränkungen können vermieden werden, wenn der Block mit der Verstärkung K_V ersetzt wird durch die Berechnung der Regelabweichung und nachfolgendem Regler mit integralem Verhalten — siehe Kapitel 19.3.4, Abbildung 19.25. Eine neue Variante der Zustandsregelung, die diesen Nachteil vermeidet, wird in Kapitel 5.5.8 vorgestellt.

Reglerentwurf durch Polvorgabe

Wie aus der linearen Regelungstheorie bekannt ist, können durch eine Rückkopplung die Eigenwerte bzw. Pole des zu regelnden Systems verändert werden. Dies wird durch Einführung der Reglermatrix \mathbf{R} bzw. (im Fall einer skalaren Stellgröße) des Reglervektors \underline{r}^T (Zeilenvektor) erreicht. Dadurch kann dem rückgeführten System (zumindest theoretisch) ein frei wählbares Zeitverhalten vorgegeben werden.

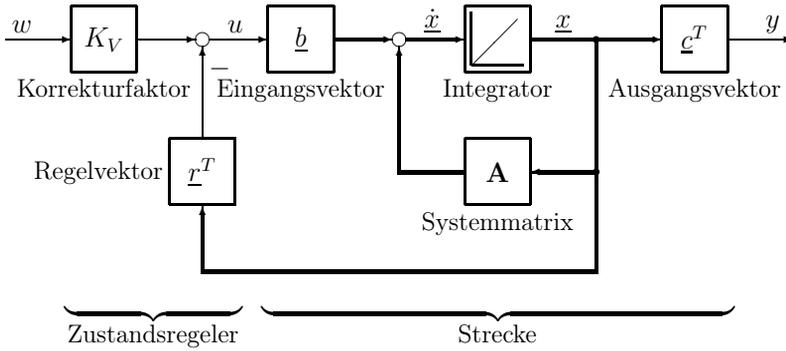


Abb. 5.18: Regelstrecke und Zustandsregler

Um gleichzeitig die stationäre Genauigkeit des Führungsverhaltens zu erzielen, wird außerdem ein Vorfilterfaktor K_V eingeführt. Somit besteht der Entwurf einer Zustandsregelung aus zwei Schritten:

1. Reglervektor \underline{r}^T berechnen (Polvorgabe),
2. Vorfilterfaktor K_V bestimmen (stationäre Genauigkeit).

Aus Abb. 5.18 läßt sich das durch die Rückführung modifizierte Steuergesetz ableiten:

$$u = K_V w - \underline{r}^T \underline{x} \tag{5.43}$$

Dieses Steuergesetz, abhängig vom Sollwert und den Zustandsgrößen, wird nun in die Zustandsdarstellung der Strecke eingesetzt.

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= \mathbf{A}\underline{x} + \underline{b}u \\ &= \mathbf{A}\underline{x} - \underline{b}\underline{r}^T \underline{x} + \underline{b}K_V w \\ &= (\mathbf{A} - \underline{b}\underline{r}^T) \underline{x} + \underline{b}K_V w \end{aligned} \tag{5.44}$$

Die homogene Zustandsdifferentialgleichung des geregelten Systems wird nun durch die neue Systemmatrix $(\mathbf{A} - \underline{b}\underline{r}^T)$ beschrieben. Das Eigenverhalten des *geregelten* Systems kann durch Lösung der homogenen Zustandsdifferentialgleichung (für $w = 0$) bestimmt werden. Diese wird im Laplacebereich durchgeführt und dazu der homogene Teil der Systemgleichung (5.44) transformiert:

$$s\underline{X}(s) - \underline{x}_0 = (\mathbf{A} - \underline{b}\underline{r}^T) \underline{X}(s) \tag{5.45}$$

Mit Verwendung der Einheitsmatrix \mathbf{E} erhält man durch Umformung:

$$(s\mathbf{E} - (\mathbf{A} - \underline{b}\underline{r}^T)) \underline{X}(s) = \underline{x}_0 \tag{5.46}$$

Auflösen nach dem Zustandsvektor $\underline{X}(s)$ ergibt:

$$\underline{X}(s) = (s\mathbf{E} - \mathbf{A} + \underline{b}r^T)^{-1} \underline{x}_0 \quad (5.47)$$

$$= \frac{1}{\det(s\mathbf{E} - \mathbf{A} + \underline{b}r^T)} \cdot \text{adj}(s\mathbf{E} - \mathbf{A} + \underline{b}r^T) \underline{x}_0 \quad (5.48)$$

Auf die Anmerkungen zu obiger Gleichung in Kapitel 5.5.1 sei hingewiesen.

Die Pole bzw. Eigenwerte des geschlossenen Systems mit Zustandsrückführung können nun aus der Determinante im Nenner ermittelt werden.

Bei der Auswertung der Determinante ergibt sich das charakteristische Polynom n -ter Ordnung, da der proportionale Zustandsregler die Ordnung der Strecke nicht erhöht. Dieses Polynom ist von den gewählten Koeffizienten des Regelvektors abhängig. Bei der Berechnung des Reglervektors r^T wird Polynom n -ter Ordnung vorgegeben, welches sowohl die von der Anwendung gestellten Anforderungen erfüllt als auch die oben genannten Einschränkungen beachtet. Die Reglerkoeffizienten werden durch Lösen eines linearen Gleichungssystems n -ter Ordnung ermittelt (Koeffizientenvergleich zwischen charakteristischem und gewünschtem Polynom). Dieses Verfahren wird als *Polvorgabe* bezeichnet.

Im zweiten Entwurfsschritt muss der Vorfilterfaktor K_V für das stationäre Verhalten ($t \rightarrow \infty$) bestimmt werden. Da im stationären Zustand $\dot{\underline{x}}_\infty = \underline{0}$ ist, wird zunächst der Wert von \underline{x}_∞ aus der stationären Zustandsgleichung bestimmt.

$$\underline{0} = \dot{\underline{x}}_\infty = (\mathbf{A} - \underline{b}r^T) \underline{x}_\infty + \underline{b}K_V w \quad (5.49)$$

$$\underline{x}_\infty = (\underline{b}r^T - \mathbf{A})^{-1} \underline{b}K_V w \quad (5.50)$$

Eingesetzt in die Ausgangsgleichung ergibt sich mit der Bedingung $y_\infty = w$ für das gewünschte stationäre Verhalten die Bestimmungsgleichung für den Vorfilterfaktor.

$$y_\infty = \underline{c}^T \underline{x}_\infty = \underbrace{\underline{c}^T (\underline{b}r^T - \mathbf{A})^{-1} \underline{b}K_V}_{=1} w = w \quad (5.51)$$

Aufgelöst nach K_V erhält man schließlich

$$K_V = \frac{1}{\underline{c}^T (\underline{b}r^T - \mathbf{A})^{-1} \underline{b}} \quad (5.52)$$

Die Gleichungen zur Auslegung eines Zustandsreglers sind im folgenden zusammengefasst.

Zustandsregelung

SISO-System:

$$\dot{\underline{x}} = (\mathbf{A} - \underline{b}\underline{r}^T) \underline{x} + \underline{b}K_V w$$

$$y = \underline{c}^T \underline{x}$$

Polvorgabe (Nullstellen der Determinante):

$$\det(s\mathbf{E} - \mathbf{A} + \underline{b}\underline{r}^T) = 0$$

Vorfilterfaktor (stationäre Genauigkeit):

$$K_V = \frac{1}{\underline{c}^T (\underline{b}\underline{r}^T - \mathbf{A})^{-1} \underline{b}}$$

Reglerentwurf auf endliche Einstellzeit

Allgemein werden an einen Regelkreis die drei Grundforderungen *Stabilität*, gutes *Störverhalten* und gutes *Führungsverhalten* gestellt, wobei Letzteres im Vordergrund steht. Ein für den Reglerentwurf oft verwendeter Güteindex ist die Einstellzeit, d.h. das Zeitintervall zwischen dem Beginn des Regelvorgangs und dem Erreichen des Endzustands. Die Minimierung dieses Zeitintervalls führt im allgemeinen zu einem nichtlinearen Regler, der in Abhängigkeit vom Systemzustand jeweils die größte positive oder negative Stellgröße aufschaltet.

Bei Abtastsystemen geht die zeitoptimale Regelung im kontinuierlichen Fall über in eine schrittopoptimale Regelung, wobei hier nicht mehr die Umschaltzeitpunkte, sondern die Stellamplituden zu bestimmen sind (siehe Dead-Beat-Regler in Kap. 6.2). Der schrittopoptimale Entwurf liefert im Gegensatz zum zeitoptimalen Entwurf einen linearen Regler, der sich durch große Einfachheit auszeichnet.

Modale Zustandsregelung

Der Reglerentwurf in Zustandsdarstellung lässt sich wesentlich vereinfachen, wenn jeder Streckenzustand getrennt regelbar ist. Kann die Systemmatrix durch eine (Modal-) Transformation diagonalisiert werden, lässt sich eine Zustandsdarstellung gewinnen, in der sämtliche Zustandsvariablen voneinander entkoppelt und deshalb auch getrennt voneinander regelbar sind. Zur Ansteuerung der realen Strecke ist ein entsprechendes Entkopplungsnetzwerk vorzuschalten, wie es auch in Kap. 13 bei der Asynchronmaschine eingesetzt wird.

Das genaue Vorgehen bei der Modaltransformation ist in der Literatur ausreichend beschrieben und soll daher hier nicht weiter aufgeführt werden (z.B. [24, 25, 27, 44, 47, 78, 79]).

5.5.6 Zustandsbeobachter

Eine wesentliche Voraussetzung bei der Anwendung von Zustandsreglern ist die Kenntnis aller Streckenzustände. Da wegen des hohen Aufwands oft nicht alle Zustände als Meßgrößen vorliegen, müssen die unbekannt Zustände aus den gemessenen rekonstruiert, „beobachtet“ werden.

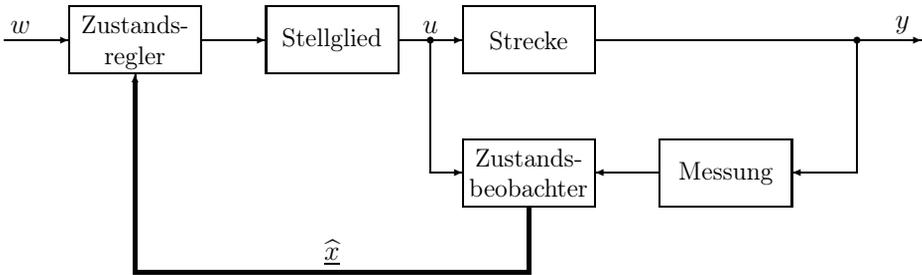


Abb. 5.19: Gesamtsystem mit Beobachter und Zustandsregler

Für diesen Zweck wurden Beobachter entwickelt, diese haben die Aufgabe, die Zustandsgrößen eines Systems dynamisch genau zu rekonstruieren. Im folgenden wird nun näher auf die Struktur eines Zustandsbeobachters eingegangen. Eine mögliche Gesamtstruktur mit Zustandsbeobachter und Zustandsregler zeigt Abb. 5.19.

5.5.6.1 Beobachtung mit Differentiation und Parallelmodell

Das Ziel jeder Beobachterstruktur ist, alle Systemzustände möglichst genau und verzögerungsfrei nachzubilden. Im folgenden soll von zwei Beobachter-Grundformen ausgegangen werden. Diese bauen auf der Verwendung von *Differenzierern* bzw. eines *Parallelmodells* auf.

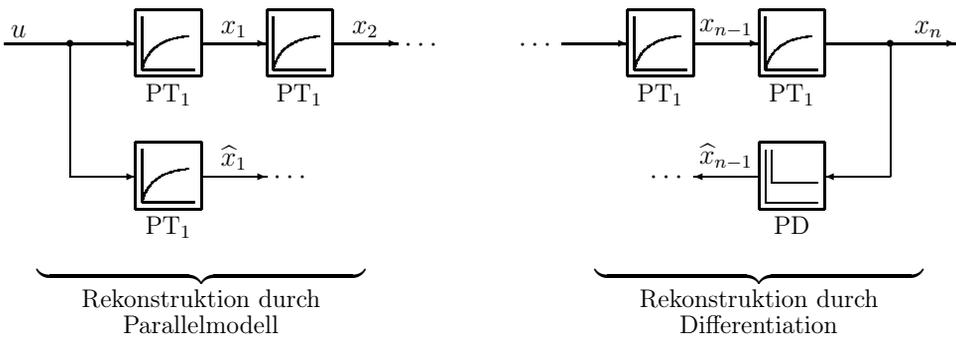


Abb. 5.20: Beobachter mit Differentiation und Parallelmodell

Die einfachste Möglichkeit, nicht messbare Zustände eines Systems zu rekonstruieren, ist die Realisierung eines Parallelmodells nach Abb. 5.20 (links). In diesem Fall wird nicht mehr die Ausgangsgröße eines Systems, sondern die Eingangsgröße zur Rekonstruktion herangezogen. Dieses Modell arbeitet aber nur dann optimal im Sinne einer genauen Nachbildung der Zustände x_1, x_2 usw., wenn sowohl die Struktur als auch die Parameter der Strecke genau bekannt sind. Die Anfangszustände im Beobachter sind aber im allgemeinen verschieden von den Anfangszuständen im realen System. Eine weitere wesentliche Forderung ist, dass auf das reale System keine Störgrößen einwirken dürfen, welche im Parallelmodell nach Abbildung 5.20 nicht berücksichtigt sind.

Abbildung 5.20 (rechts) zeigt die Rekonstruktion eines Zustandes durch Differentiation. Ziel ist es hierbei, auf der Basis des gemessenen Zustandes x_n , welcher in diesem Fall gleichzeitig Ausgangsgröße ist, sämtliche „davorliegende“ Zustände zu rekonstruieren. Dies setzt aber die Invertierung des PT_1 -Gliedes voraus. Unter der (idealen) Annahme, dass ein dazu nötiges PD-Glied realisierbar wäre, könnte der Zustand x_{n-1} optimal und ohne direkte Messung nachgebildet werden. Man hätte dadurch einen sogenannten **Identitätsbeobachter** geschaffen. Zum einen kann aber in der Realität ein solches Übertragungsglied nicht realisiert werden und zum anderen werden mögliche Rauschanteile im Meßsignal x_n verstärkt. Bei der Rekonstruktion der weiteren Zustände, d.h. x_{n-2}, x_{n-3} usw., würde dieser Nachteil noch stärker zum Tragen kommen.

Beide hier beschriebenen Modelle zeigen also erhebliche Schwächen. *Luenberger* gelang es schließlich, einen Beobachter zu entwickeln, der die Vorteile der hier erläuterten Strukturen vereint.

5.5.6.2 Luenberger-Beobachter

Dieser Entwurf benützt sowohl die Eingangsgrößen als auch die Ausgangsgrößen eines Systems zur Rekonstruktion der Zustände. Abbildung 5.21 zeigt die allgemeine Struktur des Beobachters nach Luenberger.

Der Beobachter besteht aus einem vollständigen Parallelmodell der Strecke, welches mit der gleichen Stellgröße u wie die Strecke angesteuert wird. Sind die Struktur und die Parameter im Parallelmodell mit denen der realen Strecke identisch und bestehen keine Differenzen in den Anfangszuständen zwischen dem realen System und dem Beobachter, ist der rekonstruierte Zustandsvektor \hat{x} mit dem realen Zustandsvektor x gleich.

Durch unvermeidliche Differenzen zwischen den Anfangszuständen des realen Systems und des Beobachters, ergibt sich aber ein Fehler zwischen den Zuständen \hat{x} des Beobachters und den Zuständen x der Strecke. Zur Korrektur dieser Differenzen wird der Fehler Δy durch Vergleich des Strecken- und Beobachteraustgangs y bzw. \hat{y} gebildet. Mit diesem Fehlersignal werden nun alle Beobachterzustände laufend in Richtung der realen Streckenzustände korrigiert.

Durch diese Rückkopplung wird der Beobachter selbst ein dynamisches System. Das Einschwingverhalten (d.h. von \hat{x} auf x) des Beobachters und seine Stabilität können durch die sogenannten Luenberger-Koeffizienten im Vek-

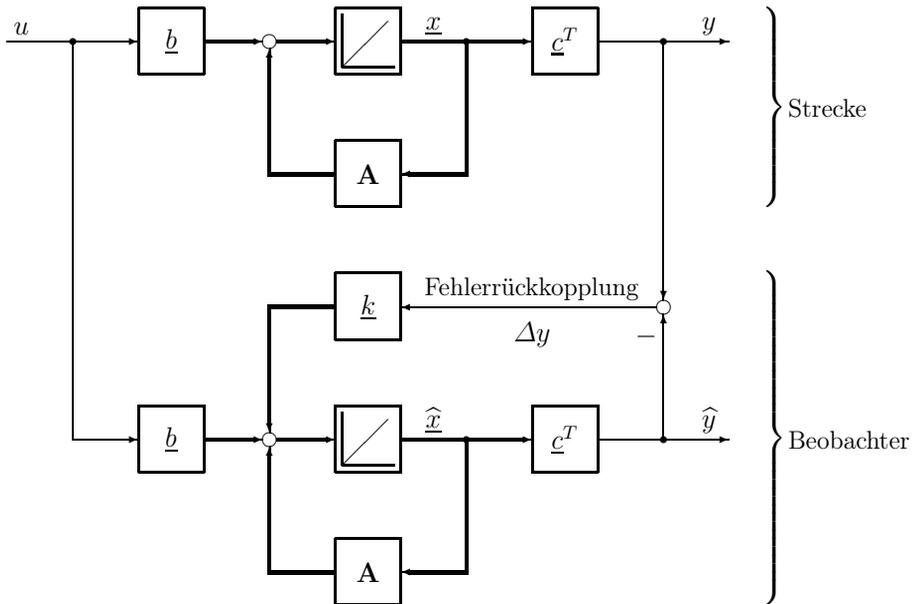


Abb. 5.21: Beobachter nach Luenberger

tor \underline{k} vorgegeben werden. Für den Beobachter eines SISO-Systems gelten nach Abb. 5.21 die Gleichungen:

$$\dot{\hat{\underline{x}}} = \mathbf{A}\hat{\underline{x}} + \underline{b}u + \underline{k}\Delta y \tag{5.53}$$

$$\Delta y = y - \hat{y} = \underline{c}^T \underline{x} - \underline{c}^T \hat{\underline{x}} \tag{5.54}$$

Durch Zusammenfassen der Matrix \mathbf{A} und des rückgeführten Anteils ergibt sich die Zustandsdarstellung des Beobachters zu:

$$\dot{\hat{\underline{x}}} = \mathbf{A}\hat{\underline{x}} + \underline{b}u + \underline{k}\underline{c}^T \underline{x} - \underline{k}\underline{c}^T \hat{\underline{x}} \tag{5.55}$$

$$= (\mathbf{A} - \underline{k}\underline{c}^T) \hat{\underline{x}} + \underline{b}u + \underline{k}\underline{c}^T \underline{x} \tag{5.56}$$

Die Eigenwerte des Beobachters ergeben sich aus den Nullstellen der Determinante:

$$\det (s\mathbf{E} - \mathbf{A} + \underline{k}\underline{c}^T) = 0 \tag{5.57}$$

Die Eigenwerte des Beobachters sollten so gewählt werden, dass ein schnelles Einschwingverhalten in der Relation zum realen System erreicht wird. Als genereller Ansatz gilt, die (negativen) Eigenwerte des Beobachters betragsmäßig größer zu wählen als die der Strecke (Matrix \mathbf{A}), damit der Beobachter schneller einschwingt als das beobachtete System.

Luenberger-Beobachter

Zustandsdarstellung SISO-Beobachter:

$$\hat{\underline{x}} = (\mathbf{A} - \underline{k} \underline{c}^T) \hat{\underline{x}} + \underline{b}u + \underline{k} \underline{c}^T \underline{x}$$

Beobachterpole (Nullstellen der Determinante):

$$\det (s\mathbf{E} - \mathbf{A} + \underline{k} \underline{c}^T) = 0$$

Luenberger-Koeffizienten:

$$\underline{k} = \begin{bmatrix} k_1 \\ \vdots \\ k_n \end{bmatrix}$$

In der bisherigen Betrachtung hatte der Beobachter die gleiche Ordnung wie die Regelstrecke; man spricht daher in diesem Fall von einem *vollständigen Beobachter*. Der damit verbundene Aufwand ist in vielen Anwendungen beträchtlich. Sind Zwischenzustände in der Strecke meßbar, können diese direkt als Eingangsgrößen für den Beobachter verwendet werden. Die Ordnung des Beobachters kann dann reduziert werden, in diesem Fall spricht man von einem *reduzierten* Beobachter. Ein allgemeiner Nachteil der Luenberger-Beobachter [687–689] ist, dass — aufgrund des Entwurfs — die Einschwingzeit des Luenberger-Beobachters theoretisch bis $t \rightarrow \infty$ dauert. Es ist daher eine wichtige Erweiterung Beobachter mit vorgebbbarer Einschwingzeit zu entwickeln. Eine Übersicht über dieses Gebiet wird in [715] gegeben [88, 581, 605, 619, 648, 654, 689, 693–696, 716].

5.5.6.3 Zustandsregelung mit Beobachter

Abschließend sollen die Kombination von Zustandsregler und Beobachter betrachtet werden. Beim Entwurf des Zustandsreglers durch Polvorgabe wird zunächst die etwaige Verwendung eines Beobachters nicht berücksichtigt. Vielmehr wird so verfahren, als ob ein direkt gemessener Zustandsvektor zur Verfügung stände.

Bei Verwendung eines Beobachters wird nun aber ein zusätzliches dynamisches System in den Regelkreis eingeführt. Dabei stellt sich die Frage, wie sich dies auf das dynamische Verhalten und auf die Stabilität des gesamten Regelsystems auswirkt.

Betrachtet wird im folgenden ein SISO-System, welches beobachtbar und steuerbar sei, ein Luenberger-Beobachter mit obiger Struktur, sowie eine Zustandsregelung mit dem geänderten Regelgesetz (man beachte die Abhängigkeit vom Beobachterzustandsvektor $\hat{\underline{x}}$).

$$u = K_V w - \underline{r}^T \hat{\underline{x}} \tag{5.58}$$

Damit ergeben sich die Zustandsgleichungen der Strecke mit Zustandsregler bzw. des Beobachters zu:

$$\dot{\underline{x}} = \mathbf{A}\underline{x} + \underline{b}K_V w - \underline{b}r^T \hat{\underline{x}} \quad (5.59)$$

$$\dot{\hat{\underline{x}}} = \mathbf{A}\hat{\underline{x}} + \underline{b}K_V w - \underline{b}r^T \hat{\underline{x}} + \underline{k}c^T \underline{x} - \underline{k}c^T \hat{\underline{x}} \quad (5.60)$$

Faßt man die zustandsgeregelte Strecke und den Beobachter zu einem System zusammen, ergibt sich

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{x}} \\ \dot{\hat{\underline{x}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & -\underline{b}r^T \\ \underline{k}c^T & \mathbf{A} - \underline{k}c^T - \underline{b}r^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x} \\ \hat{\underline{x}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{b} \\ \underline{b} \end{bmatrix} K_V w \quad (5.61)$$

Die Eigenwerte des Gesamtsystems ergeben sich aus den Nullstellen der Determinante, die vor der Auswertung in eine einfachere Form gebracht werden soll. Dabei wird die Eigenschaft genutzt, dass zu einer Zeile Linearkombinationen anderer Zeilen addiert werden können, ohne den Wert der Determinante zu ändern. Gleiches gilt auch für Spalten.

Damit erhält man:

$$\begin{aligned} 0 &= \det \begin{bmatrix} s\mathbf{E} - \mathbf{A} & \underline{b}r^T \\ -\underline{k}c^T & s\mathbf{E} - \mathbf{A} + \underline{k}c^T + \underline{b}r^T \end{bmatrix} \\ &= \det \begin{bmatrix} s\mathbf{E} - \mathbf{A} + \underline{b}r^T & \underline{b}r^T \\ s\mathbf{E} - \mathbf{A} + \underline{b}r^T & s\mathbf{E} - \mathbf{A} + \underline{k}c^T + \underline{b}r^T \end{bmatrix} \\ &= \det \begin{bmatrix} s\mathbf{E} - \mathbf{A} + \underline{b}r^T & \underline{b}r^T \\ \mathbf{0} & s\mathbf{E} - \mathbf{A} + \underline{k}c^T \end{bmatrix} \\ &= \det [s\mathbf{E} - \mathbf{A} + \underline{b}r^T] \cdot \det [s\mathbf{E} - \mathbf{A} + \underline{k}c^T] \end{aligned} \quad (5.62)$$

Hierbei zeigt sich, dass die Eigenwerte der geregelten Strecke durch die Rückführkoeffizienten r^T des Zustandsreglers eingestellt werden, die Eigenwerte des Beobachters dagegen durch die Luenberger-Koeffizienten \underline{k} . Diese Erläuterungen führen zum sogenannten Separationstheorem.

Separationstheorem

Sofern eine Strecke vollständig steuerbar und beobachtbar ist, können die Eigenwerte des geschlossenen Regelkreis und die Eigenwerte des Beobachters unabhängig voneinander festgelegt werden. Dies bedeutet, dass durch Hinzufügen eines (stabilen) Zustandsbeobachters die Stabilität des Gesamtsystems mit Zustandsregler nicht beeinflusst wird.

Das Separationstheorem wurde für ideale Strecken aufgestellt. Dagegen muss bei realen Strecken darauf hingewiesen werden, dass die Polstellen des Beobachters durchaus Einfluss auf das dynamische Verhalten des Zustandsreglers haben. Wie bereits mehrfach hingewiesen, müssen deshalb die Beobachtereigenwerte im Vergleich zu den Eigenwerten des realen zustandsgeregelten Systems

so gewählt werden, dass die Eigenwerte des Beobachters in der komplexen Ebene Stabilität und in Relation zum realen System ein schnelleres Einschwingen gewährleisten, um eine gute Regeldynamik zu erzielen. Wenn dies berücksichtigt wird, dann wird der getrennt vom Beobachter entworfene Zustandsregler nur wenig in der Auslegung beeinflusst.

Doch auch hier sind dem Entwurf Grenzen gesetzt: Werden die Eigenwerte des Beobachters zu schnell eingestellt, so wächst auch seine Rauschempfindlichkeit (differenzierendes Verhalten). Es muss an dieser Stelle also beim Beobachterentwurf ein Kompromiss zwischen schnellem Einschwingen und geringer Rauschverstärkung getroffen werden.

Abbildung 5.22 zeigt die Struktur einer Zustandsregelung mit Luenberger-Beobachter für eine Strecke 2. Ordnung.

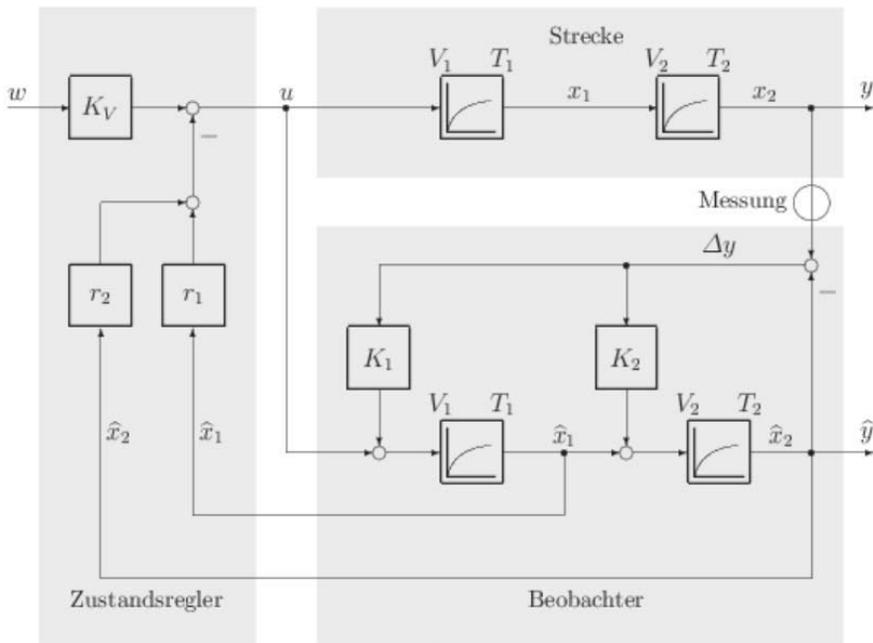


Abb. 5.22: Zustandsregelung mit Beobachter

5.5.6.4 Kalman-Filter

Das sogenannte *Kalman-Optimal-Filter* hat dieselbe Struktur wie der oben beschriebene Luenberger-Beobachter. Der Unterschied zwischen diesen beiden Systemen besteht in der Berechnung der Fehlerrückkopplung. Neben der Struktur und den Parametern des Gesamtsystems wird beim Entwurf des Filters zusätzlich weißes Prozess- und Messrauschen berücksichtigt.

Beide Störgrößen seien gaußverteilt. Diese Annahme ist auf viele technische Prozesse übertragbar. Man spricht deshalb auch von einem „stochastischen Fil-

ter“. Geht man von derartigen Störungen in einem System aus, so liefert das Kalman-Filter eine optimale Zustandsschätzung hinsichtlich eines definierten Gütefunktional (Optimales Filter). Trifft die Annahme einer gaußverteilten Störgröße nicht zu, so liefert das Filter nur eine suboptimale Lösung. In Bezug auf das Gütefunktional ist dieses Ergebnis dennoch besser als die Zustandsschätzung anderer linearer Beobachter.

Diese Tatsache deutet schon darauf hin, dass der Luenberger-Beobachter eine Untermenge des Kalman-Filters darstellt, zumal dieses auch eine Berechnungsgrundlage für zeitinvariante Systeme liefert. Zudem ist es möglich, die Zustandsbeobachtung um eine Parameterschätzung zu erweitern. Auf die mathematische Herleitung der Berechnung der Rückführmatrix des Filters sei an dieser Stelle verzichtet und auf [10, 51, 79] verwiesen.

5.5.7 Zusammenfassung

Abschließend sollen einige Hinweise zum Einsatz und Entwurf einer Zustandsregelung zusammengefasst werden.

- Wird ein sehr schnelles Regelverhalten des Zustandsreglers durch Polvorgabe eingestellt, können sehr hohe, nicht realisierbare Stellamplituden auftreten. Hohe Stellamplituden auf der Eingangsseite der Strecke oder in der Strecke selbst können zur Sättigung dieser Signale führen, dies sollte beim Entwurf vermieden werden. Ein weiteres mögliches Problem ist die Parameterempfindlichkeit. Anders als bei der in Kap. 5.2 behandelten Kaskadenregelung kann sich bei der Zustandsregelung eine größere Parameterempfindlichkeit einstellen, die gesondert zu untersuchen ist. Dies gilt insbesondere bei großen Rückführkoeffizienten sowie bei Unsicherheit der Streckenparameter, die eine Reglerfehlpassung zur Folge hat.
- In der bisherigen Konzeption ist die Zustandsregelung nach Abbildung 5.18 als „Proportionalregler“ ausgeführt, wobei aber keine Regelabweichung berechnet wird. Diese Struktur ist daher keine Regelung, sondern nur eine Steuerung — siehe Kapitel 5.5.5. Dies bedeutet, Parameterabweichungen zwischen Entwurf und Nutzung sowie Störungen führen zu unerwünschten Abweichungen. Die stationäre Genauigkeit kann durch ein Regler mit integralem Verhalten im Vorwärtszweig verbessert werden, dessen Eingangssignal die Regelabweichung ist. Für die Einbeziehung eines I-Anteils in die Zustandsregelung gibt es verschiedene Ansätze, wovon einer als Beispiel in Kap. 19.3.4 gezeigt wird.
- Die Inbetriebnahme der Regelung erfolgt in einem Schritt.

Die Ausführungen in diesem Kapitel sollten zunächst ein prinzipielles Verständnis des Vorgehens ermöglichen. Mit diesen Kenntnissen können aber bereits

die Darstellungen für Gleich- und Drehstromantriebe in die Zustandsform überführt werden. Die regelungstechnischen Grundlagen werden in [23, 24, 27, 45, 47, 79] und in [71] ausführlich behandelt.

5.5.8 Alternative Strukturen

Die Zustandsregelung hat sich in der industriellen Praxis bisher nicht durchsetzen können. Es gibt dafür die oben genannten drei Gründe:

Bei der Zustandsregelung nach Abbildung 5.18 wird das Gesamtsystem nur mittels des Korrekturfaktors K_V angesteuert, damit ist nur eine Steuerung realisiert — siehe Kapitel 5.5.5 —, so dass weder Abweichungen von den Streckenparametern wie sie beim Entwurf von K_V angenommen wurden, noch Störeinflüsse „ausgeregelt“ werden können. Die Abhilfe ist ein I-Glied im Vorwärtskanal, das von der Regeldifferenz angesteuert wird. Allerdings erhöht sich die Ordnung des Systems und damit verschlechtert sich das dynamische Verhalten.

Da im allgemeinen hohe Anforderungen an das dynamische Verhalten von zustandsgeregelten Systemen gestellt werden, ist es nicht zu vermeiden, dass beispielsweise das Stellglied an die Stellgrenze kommt. Aufgrund des Erreichens der Stellgrenze wird der Regelkreis nichtlinear und im Sättigungsbereich geöffnet. Die Zustandsregelung setzt aber ein lineares System voraus. Zu beachten ist auch die Sättigung.

Die Inbetriebnahme des Gesamtsystems erfolgt in nur einem „Schritt“ und ist damit wesentlich kritischer verglichen mit der aufgeteilten Inbetriebnahme bei der Kaskadenregelung.

Es gibt Lösungsvorschläge:

Um sowohl die Dynamik als auch die stationäre Genauigkeit zu erreichen, wird das Prinzip des „Conditional Feedback“ angewendet und in Kap. 5.3.1 „Conditional Feedback“ — Abb. 5.6 — auf die Zustandsregelung übertragen. Es erfolgt eine Vorsteuerung der Strecke mit $A(s)$, so dass das gewünschte Führungsverhalten erreicht wird. Wenn allerdings die Parameter der Strecke unterschiedlich zu den beim Entwurf von $A(s)$ angenommenen Parametern und/oder unbekannte Störungen wirksam sind, dann bildet sich ein Regelkreis bestehend aus der Übertragungsfunktion $B(s)$ im Sollwertkanal, $H(s)$ im Istwertkanal sowie dem Regler mit der Übertragungsfunktion $G_R(s)$. Die ausführlichen Erläuterungen sind Kap. 5.3.1 zu entnehmen.

In [54] erfolgt als Einführung eine kritische Beurteilung der Zustandsregelung, welche die drei oben genannten allgemein bekannten Kritikpunkte wiederholt. Aus Abb. 5.6 und Abb. 5.23 ist die Übereinstimmung in den Strukturen offensichtlich und soll daher nicht nochmals diskutiert werden. Eine Erweiterung erfolgt durch die Störgrößen-Aufschaltung.

In der Veröffentlichung folgt eine ausführliche Darstellung von vier Strukturen, wobei erstens die Zustandsregelung mit statischer Vorsteuerung, zweitens mit dynamischer, modellgestützter Vorsteuerung, drittens mittels Beobachter

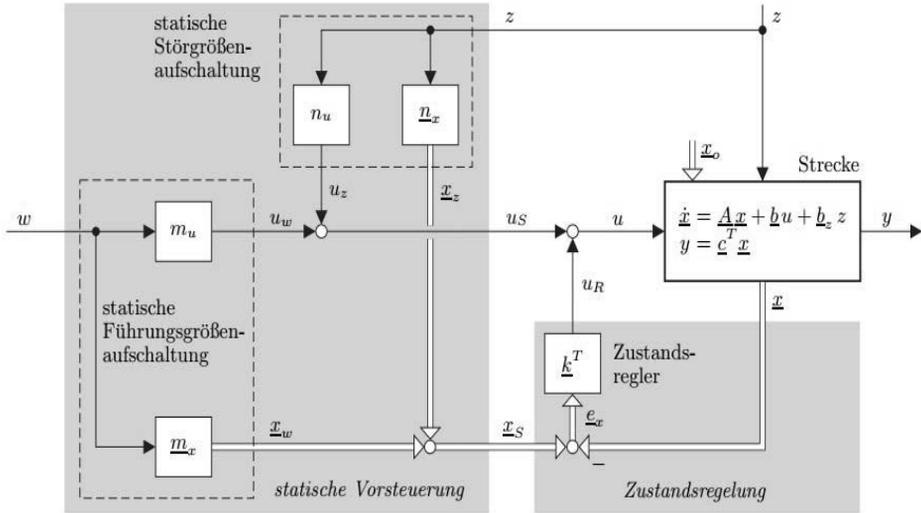


Abb. 5.23: Alternativ-Struktur zur Zustandsregelung

und viertens mittels Beobachter und modellgestützter Vorsteuerung untersucht und anhand mathematischen Ableitungen erläutert werden. Es verbleiben aber die Probleme: Begrenzung der Amplitude des Statorstroms und Inbetriebnahme. Diese Aufgabenstellungen werden — einschließlich des I-Kanals im Vorwärtspfad — in den Kapiteln 14.7 und 14.8 mit dem Ansatz der kaskadierten Zustandsregelung gelöst.

In den Beiträgen 14.7 und 14.8 wird von Herrn Professor Nuß, Offenburg, vorgeschlagen, getrennte Zustandsregelungen sowohl für die Statorstrom-Regelung als auch für die Drehzahlregelung einzusetzen. Dies ist ein interessanter Vorschlag, denn die klassische Zustandsregelung wird in der Antriebsregelung praktisch nicht eingesetzt, da dort die beiden Regelkreise nicht getrennt, sondern nur gemeinsam, d. h. in einem Schritt, in Betrieb genommen werden können. Außerdem ist die Begrenzungsfunktion nicht zu realisieren. Eine getrennte Zustandsregelung erscheint zunächst unerfüllbar zu sein, da die beiden Zustandsregler alle Zustände des Systems gemeinsam berücksichtigen müssen. In dem Beitrag wird die „kaskadierte Zustandsregelung“ vorgestellt, es gibt somit eine „Stromzustandsregelung“ und getrennt davon eine „Drehzahl-Zustandsregelung“. Damit können, wie bei der Kaskadenregelung, beide Regelkreise getrennt in Betrieb genommen werden. Da weiterhin nun die Raumzeiger von Soll- und Istwert verfügbar sind, ist damit auch die Funktion der Begrenzung realisierbar.

Im folgenden Beispiel soll der Drehzahlregelung angenommen werden. Dies bedeutet, dass der Drehzahlregler den Strom-Sollwert für das benötigte Drehmoment berechnet und der unterlagerte Stromregler errechnet die Steuerspannung, die ihrerseits mittels der Pulsweitenmodulation die gewünschte Spannung bereitstellt, siehe Abbildung 14.38.

Wenn wir annehmen, die „kaskadierte Zustandsregelung“ sei verfügbar, dann sind der Statorstrom-Zustandsregler und der Drehzahl-Zustandsregler getrennt zugänglich. Das Ausgangssignal des Drehzahl-Zustandsreglers ist die Sollwert-Komponente I_{1B}^* (Querstromkomponente, in den Kapiteln 14.7 und 14.8 $I_{1B,w}$ genannt) des Statorstrom-Raumzeigers, die das gewünschte Drehmoment vorgibt. Der unterlagerte Statorstrom-Regler erhält als Eingangssignale die Raumzeiger des Statorstrom-Soll- und -Istwertes und erzeugt daraus den Raumzeiger der Steuerspannung, siehe die Abbildungen 14.6 bzw. 14.7. Wie die Abbildung 14.10 zeigt, werden die Steuerbefehle für die Leistungshalbleiter des Stellglieds bestimmt, in dem die Schnittpunkte des Raumzeigers der Steuerspannung mit dem höherfrequenten, dreieckförmigen Trägersignal ermittelt werden. Dies ist die Pulsweitenmodulation PWM, mit der die Steuerbefehle für die steuerbaren Leistungshalbleiter erzeugt werden. Somit wird die gewünschte Spannung des Stellglieds, die Statorspannung, verfügbar.

Um das bestmögliche dynamische Verhalten des geregelten Systems zu erreichen, sollte der Regler möglichst viele Freiheitsgrade haben. Der zeitdiskrete Zustandsregler erfüllt diese Anforderung. Zur Optimierung wird die Pol- bzw. Eigenwertvorgabe verwendet, die Nennerpolynome des Dämpfungsoptimums sind eine Option, siehe Kapitel 4.1.1. Der Regler soll ein Zustandsregler sein. Mit diesen Festlegungen kann die Auslegung des Statorstrom-Zustandsreglers erfolgen.

Das physikalische System ist im vorliegenden Fall ein lineares, starres Einmassensystem mit den zwei Zuständen zeitkontinuierliche Drehzahl und den zwei oder den drei zeitkontinuierlichen Statorstrom-Istwerten, die zum zeitdiskreten Raumzeiger des Statorstrom-Istwertes entsprechend Abbildung 13.9 umgerechnet werden.

Für die Auslegung des Statorstrom-Zustandsreglers werden damit der berechnete Raumzeiger des Statorstrom-Istwertes und — statt der Drehzahl als reellen Zustand — nun den von der Kreisfrequenz Ω_K abhängigen zeitdiskreten Raumzeiger der Gegenspannung verwendet (s. Kap. 13.3.1, Stator-Gegenspannungen $\Omega_K \Psi_{1A}$ und $\Omega_K \Psi_{1B}$, Überkreuzkopplungen). Zusätzlich wird — wenn vorhanden — das Ausgangssignal des I-Anteils im Vorwärtszweig des Statorstrom-Zustandsreglers genutzt, siehe beispielsweise die Abbildungen 19.18 „Zustandsregelung ohne I-Anteil“ (Steuerung, Kapitel 5.5.5), Abbildung 19.25 „Zustandsregelung mit I-Anteil“ sowie Abbildung 14.116 „Zustandsregler ohne Rechentotzeit“.

Die drei genannten „Zustände“ werden über den Regelvektor zurückgeführt. Der Statorstromregler erhält als Eingangssignale die Statorstrom-Soll- und Istwert-Raumzeiger und errechnet den Raumzeiger der Steuerspannung. Wenn bei der Modellbildung eine Rechentotzeit zu berücksichtigen ist, dann wird bei der Auslegung der Zustandsregelung die Rechentotzeit als zusätzlicher Zustand berücksichtigt, ein Vorteil gegenüber dem zeitdiskreten Entkopplungsregler, siehe Abbildung 14.117, Zustandsregler mit Rechentotzeit.

Die Berücksichtigung des Raumzeigers der Gegenspannungen durch Entkopplung ist notwendig, da die Gegenspannungen andernfalls als Störungen bei der

Statorstromregelung wirksam sind. In Kapitel 14.6 und in vielen Veröffentlichungen werden die Auswirkung der im Statorkreis induzierten Gegenspannungen $\Omega_K \Psi_{1A}$ und $\Omega_K \Psi_{1B}$ diskutiert. Die von Ω_K abhängigen Gegenspannungen führen beim klassischen Entwurf zu unerwünschten Polverschiebungen beim geschlossenen Regelkreis, siehe Kapitel 14.6. Durch das Konzept der kaskadierten Zustandsregelung erfolgt dagegen automatisch eine Berücksichtigung der Gegenspannungen. Die Anpassung der Kompensations-Koeffizienten für die Störgrößen-Aufschaltung der Gegenspannungen muss bei zeitvarianter Drehzahl aufgrund der Änderung der Verstärkung mit Ω_K realisiert werden, unterbleibt aber bei Netzbetrieb. Die praktischen Erfahrungen mit dem Statorstrom-Zustandsregler haben ergeben, dass mit der Maßnahme „Rückkopplung der mit Ω_K variabel induzierten Gegenspannungen auf den Statorstrom-Zustandsregler“ aus regelungstechnischer Sicht die Rückkopplung der Gegenspannungen erfolgreich unterbunden wird. Die Polverschiebung ist damit vermieden. Hinsichtlich der zeitdiskreten Gegenspannungs-Kompensation gibt es unterschiedliche Verfahren zur Elimination, die unterschiedlich erfolgreich sind, siehe Kapitel 14.6 und weitere diesbezügliche Veröffentlichungen.

Dem Statorstrom-Zustandsregler ist der Drehzahlregler überlagert. Wenn man ein lineares, starres mechanisches System annimmt und damit die Eigenschaften von elastischen oder sogar nichtlinearen, elastischen mechanischen Systemen nicht berücksichtigen muss, siehe Kap. 19.5, dann kann nun die Zustandsregelung auch für die Drehzahlregelung eingesetzt werden, um hohe Dynamik zu erreichen. Der Entwurf des Drehzahl-Zustandsreglers erfolgt prinzipiell wie beim Statorstrom-Zustandsregler. Es werden die folgenden bewerteten Zustände des physikalischen Systems zurück geführt: Die Drehzahl, die drehmomentbildende Komponente I_{1B} des Statorstrom-Raumzeigers und das Ausgangssignal des Integralanteils des Drehzahl-Zustandsreglers im Vorwärtszweig. Neben diesen drei klassischen Rückführungen erfolgt eine bewertete Übertragung des Sollwerts der drehmomenbildenden Komponente I_{1B}^* des Statorstrom-Raumzeigers zum Drehzahl-Zustandsregler. Dies ermöglicht es, die Dynamik des Drehzahl-Zustandsreglers unabhängig von der Dynamik des unterlagerten Statorstromreglers einzustellen.

Die kaskadierte Zustandsregelung ist somit verfügbar. Die Vorteile der Kaskadenregelung ergänzen nun die Vorteile der Zustandsregelung. Dies gilt für Systeme bei denen keine Rechentotzeit berücksichtigt werden muss, bei Systemen mit einer Rechentotzeit gilt die obige Aussage eingeschränkt.

In den Kapiteln 14.7 und 14.8 werden sowohl die mathematische Theorie als auch experimentelle Überprüfungen und Vergleiche mit den klassischen Verfahren ausführlich dargestellt. Damit ist die kaskadierte Zustandsregelung eine weitere Option für Aufgabenstellungen, die hohe dynamische Anforderungen stellen.

Es soll nun die Realisierung der Begrenzung erläutert werden. Wie in Kapitel 19.3.3, Abbildung 19.19 gezeigt wird, werden mit einer Konfiguration des Zustandsreglers als proportionale Steuerung (s. Kap. 5.5.5) nach Abbildung 19.18 bei hochdynamischen Anforderungen bereits bei sehr kleinen Änderungen des

Drehzahl-Sollwerts, hier nur 1% Drehzahländerung, Drehmomente angefordert, die das Nenn-Drehmoment überschreiten, damit wird der Raumzeiger des Statorstrom-Istwerts ebenso den zulässigen Bereich überschreiten. Die Änderung des Statorstroms erfordert aber aufgrund der ohmsch-induktiven Last des realen Lastkreises eine den Lastkreisdaten entsprechende Änderung der Statorspannung. Es zeigt sich, dass die Ausgangsspannung des Stellglieds lange vor dem Statorstrom in die Begrenzung geht, dies ist bei der Realisierung der Begrenzung zu beachten. Wenn der Raumzeiger der Steuerspannung — das Ausgangssignal des Statorstrom-Reglers — den Maximalwert der Ausgangsspannung des Stellglieds erreicht, dann wird die Begrenzung wirksam. Das Differenzsignal gebildet aus den Raumzeigern des Ausgangssignals des Reglers und dem Begrenzungswert wird negativ und bewertet auf den Raumzeiger des Sollwertsignals des Statorstroms zurückgeführt, damit wird die Amplitude des Raumzeigers für den korrigierten Stromsollwert reduziert, so dass der Regelkreis nicht geöffnet wird, siehe Abbildung 14.116.

5.6 Stellbegrenzungen in Regelkreisen

Dr. P. Hippe, Prof. C. Wurmthaler, Erlangen

5.6.1 Allgemeine Vorbemerkungen

Die meisten Reglertypen im industriellen Einsatz sind durch lineare Differentialgleichungen beschreibbar, und auch die zum Reglerentwurf herangezogenen Streckenmodelle sind in der Regel linear. Obwohl es im strengen Sinne keine (praktisch realisierten) linearen Strecken gibt, ist die lineare Modellbeschreibung solange ausreichend, wie sich der Regelkreis im Arbeitspunkt befindet, für den die Regelung ausgelegt wurde. Durch die Einwirkung größerer Störungen oder bei sogenannten Weitbereichsübergängen, wie sie z.B. bei Anfahrvorgängen stattfinden, können erhebliche Regelabweichungen auftreten. Dies führt zu großen Stellsignalen, die von den vorhandenen Stellgliedern entweder aus gerätetechnischen Gründen nicht umsetzbar sind, oder die aus Sicherheitsgründen vermieden werden müssen. Es existiert also eine Stellbegrenzung, welche die wohl am häufigsten auftretende Nichtlinearität in Regelkreisen darstellt.

In linearen Regelkreisen ist die Ausregelzeit, z.B. nach Führungssprüngen, unabhängig von der Eingangsamplitude. Sobald die Stellbegrenzung anspricht, ist die auf die Strecke einwirkende Stellgröße kleiner als das vom linearen Regler generierte Ausgangssignal, so dass sich die Annäherung an den Endwert gegenüber dem unbegrenzten Fall verlangsamt. Diese verzögernde Wirkung von Stellbegrenzungen ist nicht vermeidbar, und man würde vermuten, dass sie auch zu besser gedämpften Übergangsvorgängen führt. Sobald der Regler jedoch einen Integralanteil besitzt, kann es beim Ansprechen der Stellsignalbegrenzung zu erheblichen Überschwingern z.B. in den Führungssprungantworten kommen, die sehr störend sind. Die Ursache für diese unerwünschten Phänomene ist eine Überreaktion des Integrierers („Volllaufen“ des Integrierers), die im internationalen Schrifttum mit „Integral Windup“, „Reset Windup“ oder kurz „Windup“ bezeichnet wird.

Im folgenden Abschnitt soll dieser Windup näher untersucht, und Methoden für seine Beseitigung in klassischen Reglern mit I-Anteil vorgestellt werden.

Bei genauerer Untersuchung von Regelkreisen mit begrenzenden Stellgliedern zeigt sich jedoch, dass der sogenannte „Integral Windup“ nicht die einzige unerwünschte Auswirkung dieser Nichtlinearität darstellt. Auch ohne integrierenden Regleranteil kann es, wie z.B. im Falle konstanter, und damit völlig dynamikloser, Zustandsregelung zu Schwingneigung oder sogar Grenzyklen im Regelkreis kommen, wenn das Reglerausgangssignal die Begrenzungsamplitude überschreitet. Dieses Phänomen hängt folglich nicht mit der Reglerdynamik (I-Anteil), sondern mit der Dynamik des geschlossenen Regelkreises zusammen, so dass es nahe liegt, die beiden unterschiedlichen Windup-Phänomene begrifflich zu unterscheiden, und sie in Regler- und Strecken-Windup zu unterteilen. Dies geschieht in Kap. 5.6.3, das auch die Vermeidungsmaßnahmen für beide Formen des Windup enthält.

Aber nicht nur die Amplitude der vom Stellglied linear umsetzbaren Amplituden ist endlich. Auch die Geschwindigkeit mit der sich das Stellglied maximal bewegen kann ist begrenzt und es zeigt sich, dass diese Stellgeschwindigkeitsbegrenzung ebenfalls einen destabilisierenden Einfluss auf den Regelkreis ausüben kann. In Kap. 5.6.4 wird eine einfache Lösung für die Windup-Probleme vorgeschlagen die durch Stellglieder mit begrenzter Stellgeschwindigkeit entstehen können.

Die auf den Regelkreis einwirkenden Signale sind zum einen die vom Betreiber vorgegebenen Führungsgrößen und zum anderen die externen Störgrößen. In seltenen Fällen sind die angreifenden Störungen ebenfalls bekannt. Dies wird im Rahmen der sogenannten Störgrößenaufschaltung ausgenutzt, deren Darstellung den Rahmen der hier diskutierten Maßnahmen zur Vermeidung von Windup sprengen würde. In aller Regel greifen Störungen zu unbekanntem Zeitpunkt und mit unbekannter Amplitude an. Die Hauptaufgabe des Reglers ist es, den Regelkreis zu stabilisieren und die Auswirkung solcher Störungen auf die Regelgröße zu verringern. Eine Aufschaltung der Führungsgrößen lässt sich nämlich immer so durchführen, dass der Regler überhaupt nicht aktiv wird. Dies ist mit Hilfe einer modellgestützten Trajektorienplanung oder durch den Einsatz modellbasierter Führungsgrößenfilter in einer Regelkreisstruktur mit zwei Freiheitsgraden möglich. Wenn die dabei generierten Stellsignale kleiner als die vorhandene Stellbegrenzung sind, tritt im Führungsverhalten keinerlei Windup-Problem auf.

Im Abschnitt 5.6.5 wird die Vermeidung von Windup in einer Regelkreisstruktur mit zwei Freiheitsgraden betrachtet, und der Entwurf eines einfachen nichtlinearen Führungsfilters diskutiert. Dieses Filter liefert bei beliebiger Vorgabe der Führungsgröße eine realisierbare Solltrajektorie und die dazugehörige Eingangsgröße der Strecke so, dass diese Eingangsgröße einen vorgebbaren Amplitudenwert nicht überschreitet.

Eine ausführliche Behandlung der durch Stellbegrenzung ausgelösten Phänomene und ihrer Beseitigung findet man in [92] sowie in einer ungewohnten Version der Darstellung in [28].

5.6.2 Regler-Windup bei PI- und PID-Reglern

5.6.2.1 Beschreibung des Phänomens

Bei erheblichen Sollwertänderungen oder auch bei Störungen mit großer Amplitude erzeugt der Regler Stellsignale, welche die maximal umsetzbaren (oder erlaubten) Amplituden überschreiten. Die Strecke wird dann mit einem reduzierten Stelleingriff beaufschlagt, wodurch sich eine größere Regelabweichung einstellt als im unbegrenzten Fall. Diese vergrößerte Regelabweichung bewirkt ihrerseits ein überhöhtes Reglerausgangssignal, was zu einem deutlichen Überschwingen der Regelgröße im Vergleich zum linearen Verhalten führt.

An einem Beispiel sei demonstriert, dass der I-Anteil im Regler den wesentlichen Beitrag zu diesem unerwünschten Effekt liefert. Abbildung 5.24 zeigt einen Drehzahlregelkreis, bei dem der stromgeregelter Antrieb als IT_1 -

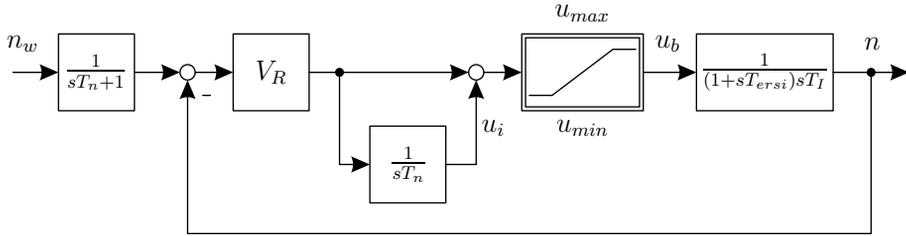


Abb. 5.24: Drehzahlregelkreis mit PI-Regler und Stellbegrenzung

System modelliert ist (Zeitkonstanten $T_{ersi} = 0,01s$, $T_I = 1s$). Der Stromsollwert sei auf die zulässigen Extremwerte beschränkt. Als Drehzahlregler kommt ein PI-Regler mit PT_1 -Sollwertglättung ($T_G = T_n$) zum Einsatz, der nach dem symmetrischen Optimum dimensioniert ist ($V_R = 50$, $T_n = 0,04s$). In Abb. 5.25 sind die Drehzahl n und der auf die maximal zulässige Größe begrenzte Stromsollwert u_b für einen Drehzahl-Sollwertsprung $n_w(t) = 1(t)$ und unterschiedliche Begrenzungswerte $u_{max} = i_{max}$, $u_{min} = i_{min}$ gezeigt, die im betrachteten Arbeitspunkt symmetrisch um den Mittelwert Null liegen mögen. Man erkennt, dass die

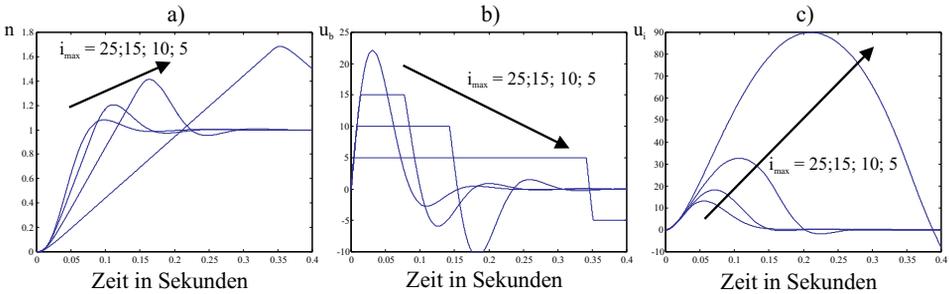


Abb. 5.25: Führungsübergänge des Regelkreises bei verschiedenen Begrenzungswerten i_{max} , i_{min}

Strombegrenzung wie erwartet den Drehzahlanstieg verlangsamt. Je kleiner der Begrenzungswert jedoch ist, desto größer fällt das Überschwingen über den Sollwert aus, obwohl die Annäherung an diesen Endwert immer langsamer erfolgt. Die Ursache für dieses Verhalten macht Abb. 5.25c deutlich, wo der Anteil u_i des Stellsignals aufgetragen ist, der vom Integrierer geliefert wird. Aufgrund der für kleinere Begrenzungswerte länger andauernden und größer werdenden Regelabweichung kommt es zu einer unnötig hohen Stellsignalamplitude im Integralanteil („Volllaufen“ des Integrierers), die erst durch Umkehr des Vorzeichens in der Regelabweichung, also durch Überschwingen, abgebaut werden kann. Diesen auch *Integral Windup* genannten Effekt kann man eindeutig der Reglerdynamik zuordnen, und deshalb wurde für ihn die Bezeichnung *Regler-Windup* eingeführt [97].

5.6.2.2 Maßnahmen zur Vermeidung des Regler-Windup bei PI- und PID-Reglern

Es gibt eine Reihe unterschiedlicher Maßnahmen, den oben beschriebenen Effekt zu bekämpfen. Abbildung 5.26a zeigt eine Anordnung, die den Eingang des Integrierers auf Null setzt, sobald das Stellsignal bestimmte Grenzen überschreitet. Dadurch kann der Integrierer während der Begrenzungsphase nicht mehr „volllaufen“. Er tritt nur in Aktion, wenn das Stellsignal unterhalb der eingestellten Grenze ist. Eine andere Möglichkeit zur Reduzierung des Regler-Windup

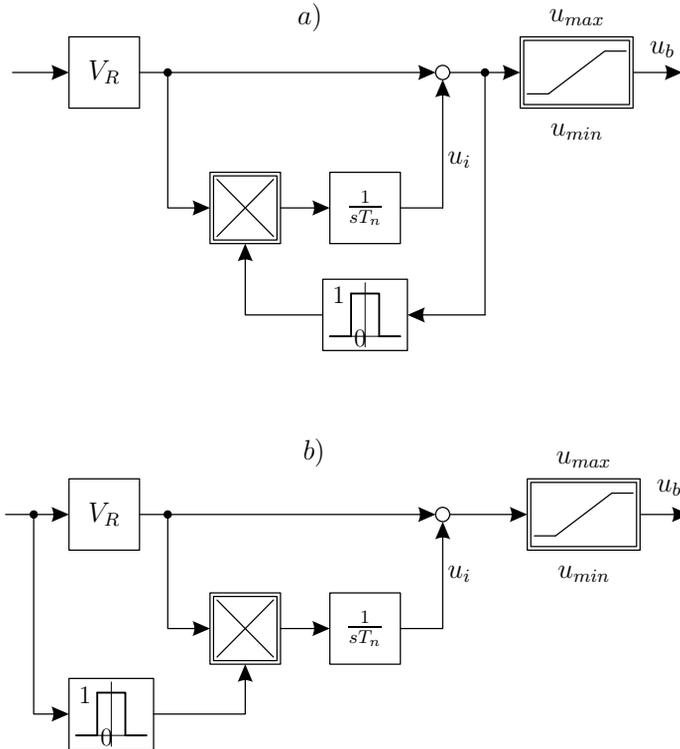


Abb. 5.26: PI-Regler mit Integralabschaltung bei:
 a) Überschreiten von Grenzen für das Stellsignal,
 b) Überschreiten von Grenzen für die Regelabweichung

besteht darin, den Integrationsvorgang nur für kleine Regelabweichungen zuzulassen (vgl. Abb. 5.26b).

In Abb. 5.27a sind Ablöseregler (Begrenzungsregler) eingesetzt, die dafür sorgen, dass das Reglerausgangssignal die einstellbaren Begrenzungswerte u_{min} und u_{max} nicht überschreitet. Ähnlich wirkt die in Abb. 5.27b gezeigte Anordnung. Abbildung 5.28 zeigt Führungsübergänge des Regelkreises von Abb. 5.24 sowie die Verläufe des entsprechenden Integrierer-Ausgangssignals u_i und des be-

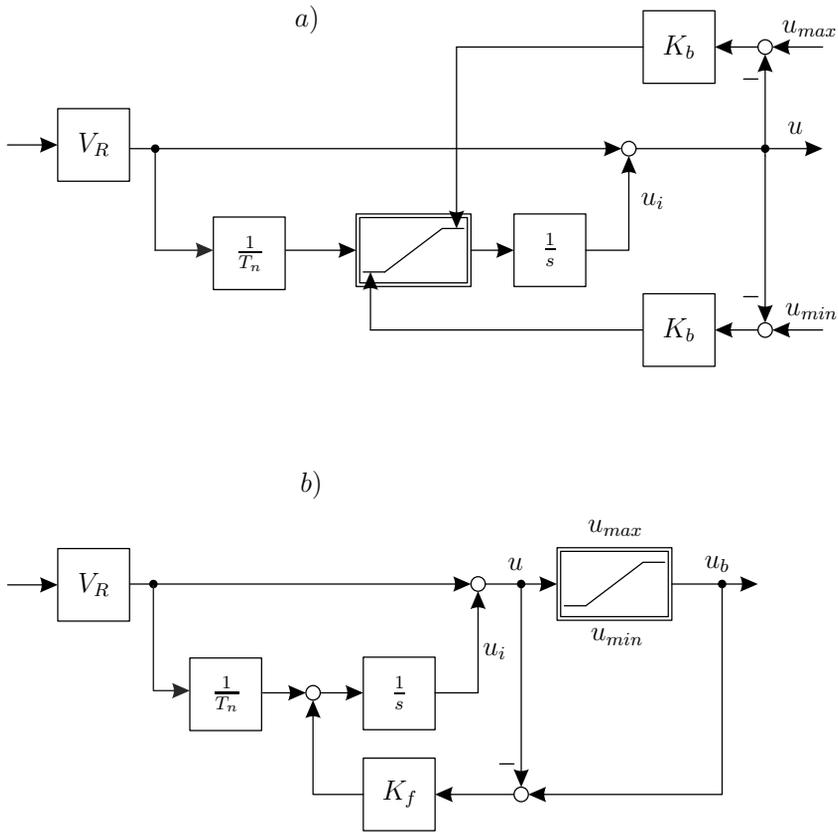


Abb. 5.27: PI-Regler mit Nachführen des Integralanteils über:
 a) Begrenzungsregler mit einstellbaren Grenzen,
 b) Regelung der Differenz zwischen Reglerausgang und Begrenzungswert

grenzten Stellsignals u_b für verschiedene Werte des Rückföhrfaktors K_f in einer Windup-Vermeidungsstruktur nach Abb. 5.27b.

Es zeigt sich, dass man den Rückföhrfaktor K_f in weiten Bereichen variieren kann, und dass er einen deutlichen Einfluss auf das resultierende Überschwingen der Führungssprungantworten hat.

5.6.3 Systematisches Vorgehen zur Beseitigung von Regler- und Strecken-Windup

Die in den vorangehenden Abschnitten beschriebenen Methoden zur Vermeidung von Windup wurden im Laufe der Zeit für klassische Regler mit I-Anteil entwickelt, nachdem man festgestellt hatte, dass die unerwünscht großen und zum Teil

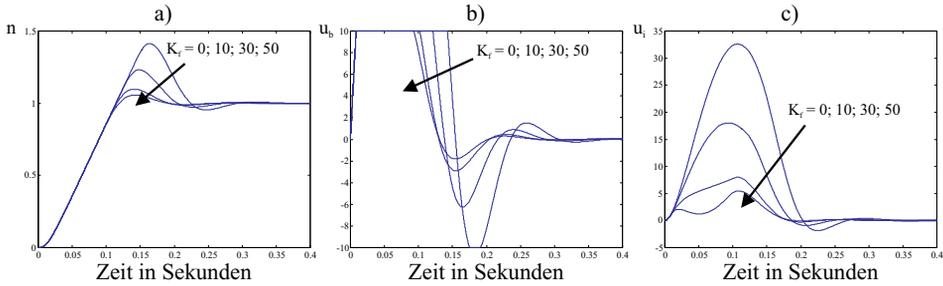


Abb. 5.28: Verlauf der Führungssprungantworten, des Stellsignals und der Integriereramplituden in Abhängigkeit von K_f

schlecht gedämpften Überschwinger beim Ansprechen einer Stellbegrenzung von der Tatsache herrühren, dass der Integralanteil im offenen Regelkreis unkontrolliert aufklingen kann. Deshalb ersann man Maßnahmen, diesem Weglaufen entgegen zu wirken, sei es durch eine Unterbrechung der Integration während der Begrenzungsphase oder aber durch eine Stabilisierung des Integrierers während dieser Zeit. Abgesehen davon, dass es sich dabei lediglich um *ad hoc*-Ansätze handelt zeigt sich, dass sich die unerwünschten Auswirkungen begrenzender Stellglieder nicht nur auf dieses „Volllaufen“ des Integrierers beschränken, sondern auch beim Einsatz von Reglern auftreten können, die weder einen I-Anteil noch sonstige dynamische Elemente enthalten. Ferner zeigt sich, dass man eine systematische Unterteilung der unerwünschten Effekte sättigender Stellglieder durchführen kann, und zwar in den sogenannten „Regler-Windup“, der sich den dynamischen Elementen des Reglers zuordnen lässt und in den sogenannten „Strecken-Windup“, der durch eine zu schnelle Dynamik der geregelten Strecke ausgelöst wird. Im Folgenden werden diese beiden Phänomene demonstriert und systematische Methoden zu ihrer Vermeidung vorgestellt.

5.6.3.1 Vermeidung von Regler-Windup

Im Folgenden ist angenommen, dass die betrachteten Strecken bis auf die Stellbegrenzung linear sind. Diese Strecken seien zeitinvariant und stabil (wobei einfache Eigenwerte auf der imaginären Achse zulässig sind). Sie haben die Ordnung n und besitzen einen Stelleingang $u_b(t)$ und $p \geq 1$ Messgrößen $y_i(t)$. Da nur ein Stelleingang vorliegt, gibt es auch nur eine Regelgröße, welche die Komponente $y_1(t)$ im Ausgangsvektor $\underline{y}(t)$ ist. Im Frequenzbereich sind diese Strecken durch ihr Übertragungsverhalten

$$\underline{y}(s) = \underline{Z}(s) \frac{1}{N(s)} u_b(s) \tag{5.63}$$

charakterisiert, wobei angenommen ist, dass die p Zählerpolynome $Z_i(s)$ und das Nennerpolynom $N(s)$ nicht gleichzeitig einen gemeinsamen Teiler aufweisen.

Ferner sei angenommen, dass der Koeffizient vor der Potenz s^n im Polynom $N(s)$ auf eins normiert ist. Im Hinblick auf die Aufschaltung konstanter, oder sich sprungförmig ändernder Führungsgrößen ist ferner gefordert, dass $Z_1(0) \neq 0$ gilt.

Der lineare Regler der Ordnung n_R besitzt als Eingänge die p Messgrößen $y_i(t)$ und den Führungseingang $w(t)$ und sein Ausgang sei $u(t)$. Sein Übertragungsverhalten ist charakterisiert durch

$$u(s) = -\frac{1}{N_R(s)} \underline{Z}_R^T(s) \underline{y}(s) + \frac{Z_{RW}(s)}{N_R(s)} w(s) \quad (5.64)$$

Er besitze einen I-Anteil zur robusten Unterdrückung sprungförmig sich ändernder Störgrößen, so dass sowohl das Nennerpolynom $N_R(s)$ als auch die Zählerpolynome $Z_{Ri}(s)$, $i = 2, 3, \dots, p$ eine Nullstelle bei $s = 0$ besitzen. Das Polynom $Z_{RW}(s)$ stellt sicher, dass für konstante Führungseingriffe keine bleibende Regelabweichung auftritt, dass also gilt

$$\frac{Z_{RW}(0)Z_1(0)}{\underline{Z}_R^T(s)\underline{Z}(0) + N_R(0)N(0)} = 1 \quad (5.65)$$

Der Regler sei so ausgelegt, dass der lineare Regelkreis (für $u_b(t) = u(t)$) stabil ist. Das charakteristische Polynom $C_P(s)$ des linearen Regelkreises sei unterteilt gemäß

$$C_P(s) = \underline{Z}_R^T(s)\underline{Z}(s) + N_R(s)N(s) = \Delta(s)\tilde{N}(s) \quad (5.66)$$

wobei $\tilde{N}(s)$ ein Hurwitz-Polynom n -ten Grades und $\Delta(s)$ ein Hurwitz-Polynom n_R -ten Grades ist. Außer im Sonderfall, dass sowohl die Strecken- als auch die Regler-Ordnung ungerade, die Nullstellen von $C_P(s)$ aber alle konjugiert komplex sind, lässt sich eine solche Aufteilung immer durchführen. Wie man im angesprochenen Sonderfall vorgehen kann, ist in [92] beschrieben.

Die Aufteilung (5.66) ist in der Regel nicht eindeutig, und sie hat einen Einfluss auf die Effekte im nichtlinearen Regelkreis (siehe Beispiel 5.1). Bei Regelungen auf der Basis von beobachterbasierten Zustandsreglern ist $\tilde{N}(s)$ das durch Zustandsrückführung festgelegte charakteristische Polynom der geregelten Strecke und $\Delta(s)$ das charakteristische Polynom des Zustands- (plus Stör-) Beobachters.

Die eingeführten Beschreibungen für Strecke und Regler gelten sowohl für die klassischen Regelungen mit PI- oder PID-Reglern wie auch für Zustandsregler bei Strecken mit einer oder mehreren Messgrößen. Das Vorgehen bei Strecken mit mehreren Eingängen ist in [92] und [95] dargestellt.

Die Nichtlinearität am Streckeneingang sei so geartet, dass Stellsignale $u(t)$ bis zu einer Amplitude u_0 mit Verstärkung 1 übertragen werden, und für $|u(t)| > u_0$ am Ausgang der Wert $u_0 \text{sign}(u(t))$ anliegt. Ein Ansprechen dieser Nichtlinearität im Stellorgan kann vermieden werden, wenn man ein Modell $u_b(t) = \text{sat}_{u_0}(u(t))$ dieser Nichtlinearität vor die Strecke schaltet, wobei gilt

$$\text{sat}_{u_0}(u) = \begin{cases} u_0 & \text{wenn } u > u_0 > 0 \\ u & \text{wenn } -u_0 \leq u \leq u_0 \\ -u_0 & \text{wenn } u < -u_0 \end{cases} \quad (5.67)$$

Für die weiteren Überlegungen ist daher nur diese Modell-Nichtlinearität am Streckeneingang zu berücksichtigen während man die eigentliche Stellglied-Nichtlinearität vernachlässigen kann.

Abbildung 5.29 zeigt den betrachteten Regelkreis mit der nichtlinearen Strecke und dem linearen Regler.

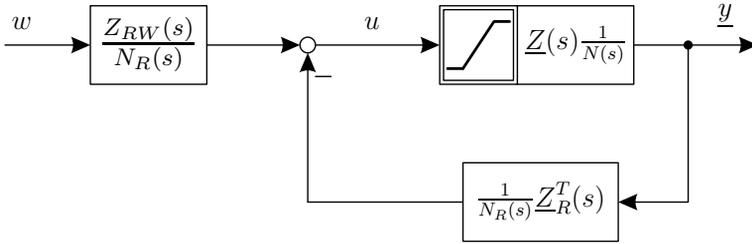


Abb. 5.29: Sonst linearer Regelkreis mit Stellbegrenzung

Sobald die Stellbegrenzung anspricht, ist der Regelkreis offen. Wenn der Regler nun grenz- oder instabile Pole besitzt (wie z.B. bei Reglern mit I-Anteil), kommt es im offenen Regelkreis zu einem unkontrollierten Weglaufen der entsprechenden Reglerzustände, was die Ursache für das im vorhergehenden Abschnitt diskutierte unerwünschte Überschwingen der Regelgröße ist. Dieses Phänomen bezeichnet man als *Regler-Windup*, da es durch die Reglerdynamik hervorgerufen wird.

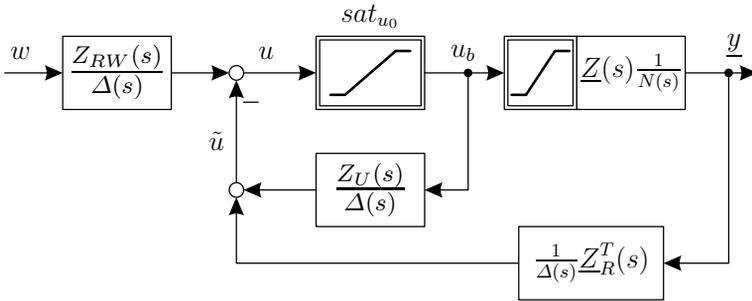


Abb. 5.30: Beobachterstruktur zur Vermeidung des Regler-Windup

Sorgt man durch geeignete Maßnahmen dafür, dass der Regler beim Ansprechen der Stellbegrenzung ein stabiles Nennerpolynom erhält, tritt dieser Effekt nicht mehr auf. Abbildung 5.30 zeigt die sogenannte Beobachterstruktur zur Vermeidung des Regler-Windup, die ein Modell der in der Strecke vorhandenen Stellbegrenzung beinhaltet.

Damit die beiden Regelkreise in Abb. 5.29 und 5.30 im linearen Falle ($u_b = u$) identisches Verhalten zeigen, muss das Polynom $Z_U(s)$ die Form

$$Z_U(s) = N_R(s) - \Delta(s) \tag{5.68}$$

besitzen. Da das Polynom $\Delta(s)$ ein Hurwitz-Polynom ist, es also nur Nullstellen in der linken s-Halbebene besitzt, kommt es beim Ansprechen der Stellbegrenzung auch bei einem grenz- oder instabilen Regler zu keinem unkontrollierten Weglaufen der entsprechenden Zustände. Damit tritt der sogenannte Regler-Windup nicht mehr auf.

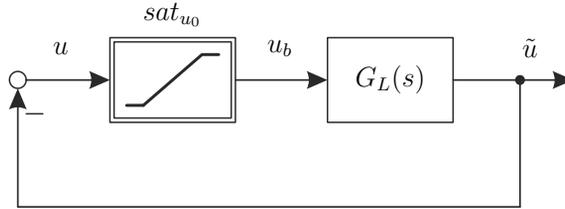


Abb. 5.31: Regelkreis mit isolierter Nichtlinearität

In Abb. 5.31 ist der Regelkreis nach Abb. 5.30 unter Vernachlässigung des Sollwerteingangs so umgezeichnet, dass er die Standardstruktur eines Regelkreises mit einer isolierten Sektor-Nichtlinearität besitzt. Die durch Gleichung (5.67) definierte nichtlineare Stellbegrenzung liegt nämlich vollständig in einem Sektor, der durch Nullpunkt-Geraden mit den Steigungen null und eins begrenzt ist. Erfüllt der Linearteil des Regelkreises, gekennzeichnet durch sein Übertragungsverhalten $u(s) = -G_L(s)u_b(s)$ eines der Stabilitätskriterien für solche Regelkreise, ist der nichtlineare Regelkreis in Abb. 5.30 auch beim Ansprechen der Stellbegrenzung stabil.

Die Übertragungsfunktion $G_L(s)$ hat hier die Form

$$G_L(s) = \frac{\tilde{N}(s) - N(s)}{N(s)} \tag{5.69}$$

wobei die Beziehungen (5.68) und (5.66) benutzt wurden. Das Stabilitätsverhalten des Regelkreises wird nun also lediglich durch dynamische Kenngrößen der Strecke bestimmt, und es ist nach Anwendung der Beobachertechnik nicht mehr von der Dynamik des Reglers (vor allem aber nicht mehr von seinem I-Anteil) abhängig.

Deshalb stellt die Beobachertechnik ein *systematisches* Verfahren zur Vermeidung von Regler-Windup dar.

Nach Anwendung der Beobachertechnik zur Vermeidung des Regler-Windup sind eventuell verbleibende unerwünschte Auswirkungen der Stellbegrenzung exakt dieselben, als wenn man einen dynamiklosen proportionalen Zustandsregler zur Festlegung des Polynoms $\tilde{N}(s)$ verwendet hätte, und dies ist auch der Fall, wenn lediglich ein klassischer PI-Regler vorliegt [97], [92].

5.6.3.2 Vermeidung von Strecken-Windup

Nach Beseitigung des Regler-Windup oder sogar bei Einsatz einer dynamiklosen Rückführung aller Streckenzustände kann im nichtlinearen Regelkreis eine unerwünschte Schwingneigung bis hin zu nichtlinearen Grenzzyklen auftreten.

Ob eine solche Gefahr besteht zeigt die Form des Frequenzgangs des Linear- teils im Regelkreis in Abb. 5.30 oder Abb. 5.31 an.

Liegt die Ortskurve

$$F_{PH}(j\omega) = G_L(s = j\omega) + 1 = \frac{\tilde{N}(j\omega)}{N(j\omega)} \quad (5.70)$$

vollständig im rechten Teil der komplexen Ebene, lässt sich die Stabilität des nichtlinearen Regelkreises nach Abb. 5.31 (und damit auch nach Abb. 5.30) z.B. mit Hilfe des Kreiskriteriums streng nachweisen.

Langjährige praktische Erfahrungen haben jedoch gezeigt, dass diese Forderung an den Frequenzgang $F_{PH}(j\omega)$ (was bedeutet, dass die Phase von $F_{PH}(j\omega)$ im Bereich

$$-90^\circ < \arg(F_{PH}(j\omega)) < 90^\circ$$

verläuft) zu scharf ist. Die Stellbegrenzung regt auch dann keine Schwingneigung im Regelkreis an, wenn die Phase $\arg(F_{PH}(j\omega))$ den Bereich

$$-130^\circ < \arg(F_{PH}(j\omega)) < 130^\circ$$

nicht verlässt [97].

Wenn also für ein gegebenes Polynom $\tilde{N}(s)$ die Phase von $F_{PH}(j\omega)$ in den in Abb. 5.32 grau eingezeichneten verbotenen Bereich eintritt, besteht die Gefahr des Auftretens unerwünschter Schwingneigung durch die Stellbegrenzung. Wenn diese Phase betragsmäßig größer als 180° wird, besteht sogar die Gefahr von Grenzzyklen.

Dies lässt sich nun auf zwei verschiedene Arten vermeiden:

1. Man kann versuchen, durch geeignete Faktorisierung von $C_P(s)$ in die Polynome $\tilde{N}(s)$ und $\Delta(s)$ die Phase von $F_{PH}(j\omega)$ in den erlaubten Bereich zu bringen, oder, wenn dies nicht gelingt,
2. den gewünschten Phasenverlauf des Linearteils durch Einsatz eines Zusatznetzwerkes sicherstellen. Die Struktur eines solchen Zusatznetzwerkes zeigt Abb. 5.33.

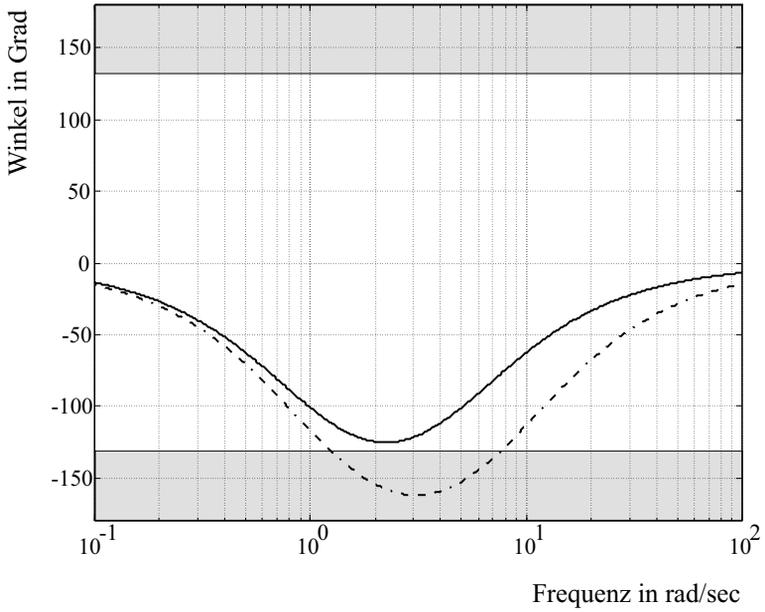


Abb. 5.32: Erlaubter und verbotener Bereich für die Phase von $F_{PH}(j\omega)$

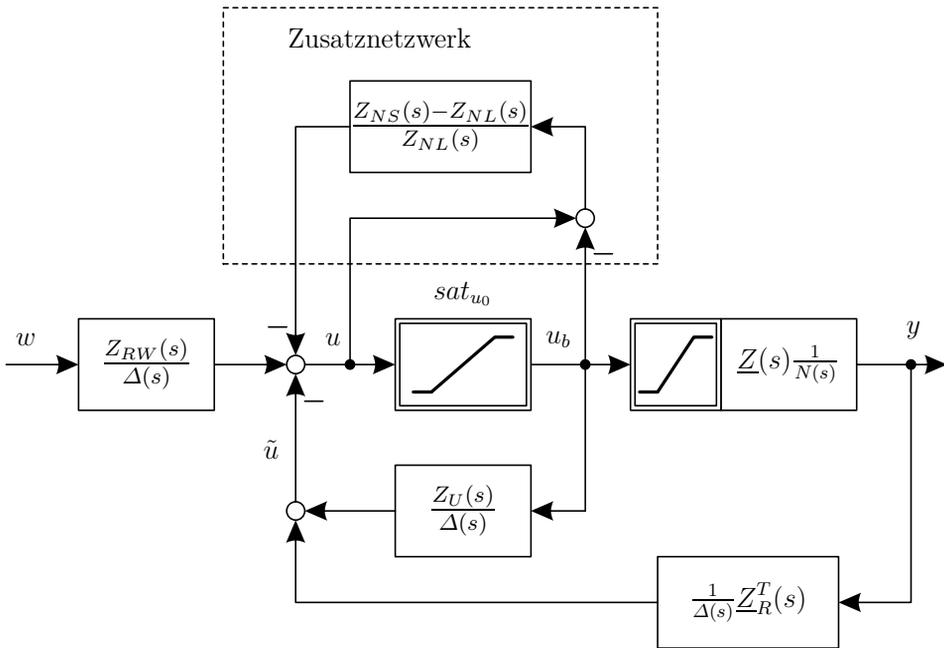


Abb. 5.33: Zusatznetzwerk zur Vermeidung von Strecken-Windup

Durch dieses Zusatznetzwerk verändert sich der Linearteil der Rückkopplungsschleife und die Übertragungsfunktion des Linearteils $-u(s) = G_{LM}(s)u_b(s)$ erhält nun die Form

$$G_{LM}(s) = \frac{\tilde{N}(s)Z_{NL}(s)}{N(s)Z_{NS}(s)} - 1 \quad (5.71)$$

so dass man $Z_{NL}(s)$ und $Z_{NS}(s)$ als Hurwitz-Polynome (gleichen Grades mit dem Koeffizienten eins vor der höchsten Potenz) so zu wählen hat, dass die Phase von

$$F_{PHM}(j\omega) = \frac{\tilde{N}(j\omega)Z_{NL}(j\omega)}{N(j\omega)Z_{NS}(j\omega)} \quad (5.72)$$

den in Abb. 5.32 dargestellten erlaubten Bereich nicht mehr verlässt. Der Grad der Polynome $Z_{NL}(s)$ und $Z_{NS}(s)$ kann beliebig sein; meist reichen jedoch Polynome ersten Grades, um die erwünschte Phasen-Anhebung (-Absenkung) zu erzielen. Polynome niedrigen Grades führen jedoch u.U. zu relativ langsamem Einschwingen, was durch Polynome höheren Grades verbessert werden kann (siehe das folgende Beispiel).

Beispiel 5.1 Für das demonstrierende Beispiel liegt eine einfache Strecke, bestehend aus drei Verzögerungsgliedern mit der Zeitkonstante 1 s zugrunde. Ihre Übertragungsfunktion lautet

$$G(s) = \frac{Z(s)}{N(s)} = \frac{1}{s^3 + 3s^2 + 3s + 1}$$

Mit einem einfachen PI-Regler gelingt es nicht, einen Strecken-Windup zu erzeugen, weil dafür eine schnelle Regelkreisdynamik erforderlich ist. Daher sei hier ein Regler 3. Ordnung mit I-Anteil betrachtet, der ein charakteristisches Polynom

$$C_P(s) = (s + 10)^3(s + 6)^3$$

für den Regelkreis erzeugt. Die Polynome dieses Reglers haben die Form

$$\begin{aligned} Z_R(s) &= 7290s^3 + 54405s^2 + 171990s + 216000 \\ N_R(s) &= s^3 + 45s^2 + 810s \\ Z_{RW}(s) &= 1000s^3 + 18000s^2 + 108000s + 216000 \end{aligned}$$

womit sich die Führungsübertragungsfunktion des Regelkreises

$$\frac{y(s)}{w(s)} = \frac{1000}{(s + 10)^3}$$

ergibt, welche überschwingungsfreie Führungsübergänge erwarten lässt.

Die Stellbegrenzung werde bei $|u| = 1$ aktiv, so dass die über das Streckeneingangssignal maximal erreichbare Ausgangsamplitude gerade $y = 1$

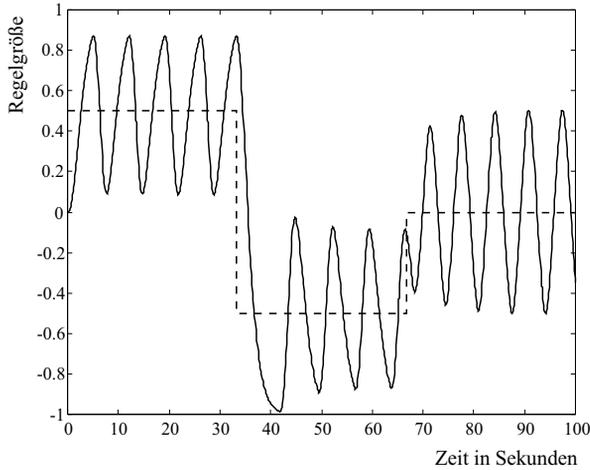


Abb. 5.34: Führungssprungantworten des nichtlinearen Beispiel-Regelkreises

beträgt. Bringt man im Regelkreis von Abb. 5.29 Führungssprünge der Amplitude 0,5 auf, ergeben sich die in Abb. 5.34 gezeigten Führungssprungantworten, welche Grenzzyklen ausführen. Diese Grenzzyklen sind offensichtlich eine Folge der Stellbegrenzung.

Als erste Maßnahme sollte man auf jeden Fall den Regler-Windup vermeiden, was durch die in Abb. 5.30 gezeigte Struktur möglich ist. Wählt man für das Polynom $\Delta(s)$ die drei Nullstellen des charakteristischen Polynoms der geregelten Strecke bei $s = -6$, und für $\tilde{N}(s)$ die drei Nullstellen bei $s = -10$ ergibt sich mit

$$\Delta(s) = \Delta^a(s) = s^3 + 18s^2 + 108s + 216$$

und

$$\tilde{N}(s) = \tilde{N}^a(s) = s^3 + 30s^2 + 300s + 1000$$

das Polynom $Z_U(s)$ über Gl. (5.68) zu

$$Z_U(s) = Z_U^a(s) = 27s^2 + 702s - 216$$

Mit der Reglerrealisierung in der in Abb. 5.30 gezeigten Struktur ergeben sich die in Abb. 5.35 dargestellten Führungssprungantworten, die erheblich besser gedämpft verlaufen, aber immer noch deutlich oszillieren.

Trotz der Beseitigung des Regler-Windup bewirkt die Stellbegrenzung also eine Schwingneigung des Regelkreises; es tritt ein Strecken-Windup auf. Dies wird deutlich, wenn man die Phase des Frequenzgangs $F_{PH}^a(j\omega)$ von

$$F_{PH}^a(j\omega) = \frac{\tilde{N}(j\omega)}{N(j\omega)} = \frac{(j\omega + 10)^3}{(j\omega + 1)^3}$$

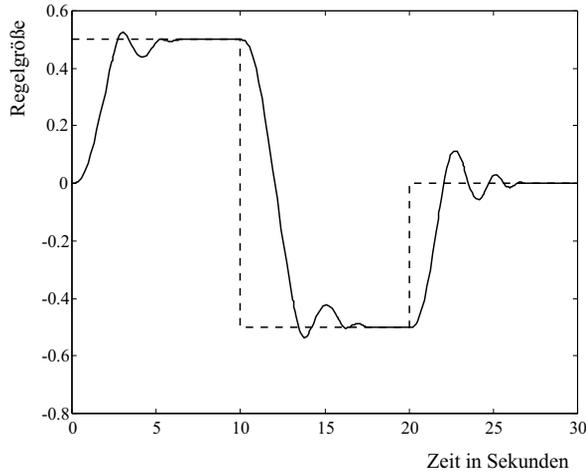


Abb. 5.35: Führungssprungantworten des nichtlinearen Beispiel-Regelkreises nach Vermeidung des Regler-Windup mit $\Delta^a(s)$

betrachtet (vgl. Gl. (5.70)), die in Abb. 5.36 gestrichelt eingetragen ist. Sie tritt deutlich in den verbotenen Bereich (vgl. Abb. 5.32) ein, was auf die Gefahr eines Strecken-Windup hinweist.

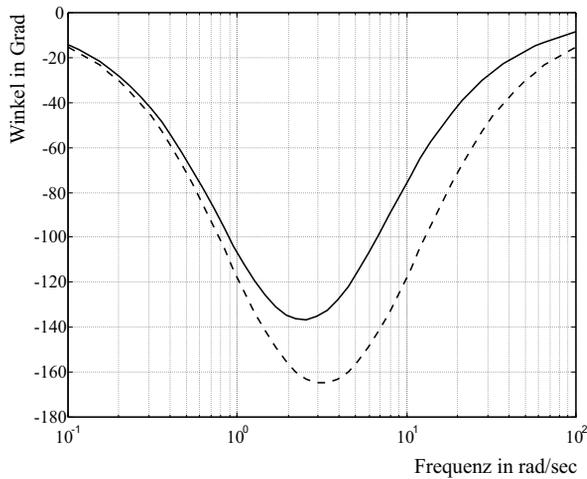


Abb. 5.36: Phasenkurven für $F_{PH}(j\omega)$ bei Vermeidung des Regler-Windup mit $\Delta^a(s)$ (gestrichelt) und $\Delta^b(s)$ (durchgezogen)

Verwendet man zur Bildung von $\Delta(s)$ stattdessen die drei Nullstellen von $C_P(s)$ bei $s = -10$, also

$$\Delta(s) = \Delta^b(s) = s^3 + 30s^2 + 300s + 1000$$

und

$$\tilde{N}(s) = \tilde{N}^b(s) = s^3 + 18s^2 + 108s + 216$$

dann ergibt sich ein Phasenverlauf des Frequenzgangs $F_{PH}^b(j\omega)$ von

$$F_{PH}^b(j\omega) = \frac{\tilde{N}(j\omega)}{N(j\omega)} = \frac{(j\omega + 6)^3}{(j\omega + 1)^3}$$

der in Abb. 5.36 durchgezogen eingetragen ist. Er tritt nur noch wenig in den verbotenen Bereich ein, und folglich zeigt der Regelkreis mit $\Delta(s) = \Delta^b(s)$ und

$$Z_U(s) = Z_U^b(s) = 15s^2 + 510s - 1000$$

keine Schwingneigung mehr, was die Führungssprungantworten in Abb. 5.37 demonstrieren.

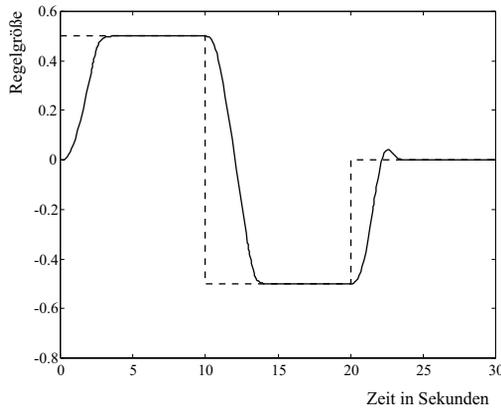


Abb. 5.37: Führungssprungantworten des nichtlinearen Beispiel-Regelkreises nach Vermeidung des Regler-Windup mit $\Delta^b(s)$

Um die Wirkung des Zusatznetzwerks aus Abb. 5.33 zu demonstrieren, ist für das Folgende wiederum angenommen, dass der Regler-Windup mit dem Polynom $\Delta(s) = \Delta^a(s)$ beseitigt wurde, so dass der in Abb. 5.35 gezeigte Strecken-Windup auftritt. Abbildung 5.36 zeigt, dass die Phase von $F_{PH}^a(j\omega)$ bei der Frequenz $3,16 \text{ rad/s}$ um 35° angehoben werden muss, damit sie im erlaubten Bereich bleibt und folglich kein Strecken-Windup mehr auftritt. Dies lässt sich mit einem einfachen Zusatznetzwerk bewerkstelligen, dessen Polynome $Z_{NL}(s)$ und $Z_{NS}(s)$ die Übertragungsfunktion

$$\frac{Z_{NL}(s)}{Z_{NS}(s)} = \frac{s + \frac{3,16}{2}}{s + 3,16 \cdot 2}$$

bilden. Mit diesen Polynomen meidet die Phase des Frequenzgangs Gl. (5.72) den grau unterlegten Bereich in Abb. 5.32. Simulationen mit diesem Zusatznetzwerk (und $\Delta(s) = \Delta^a(s)$) zeigt Abb. 5.38 gestrichelt.

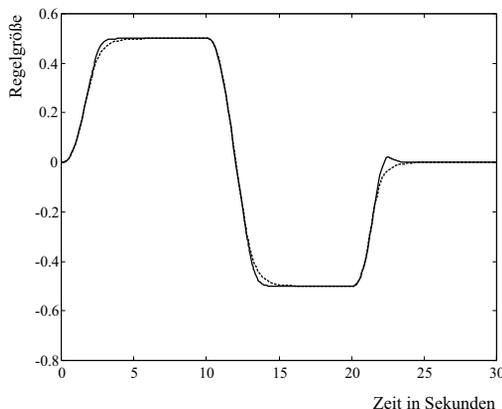


Abb. 5.38: Führungssprungantworten des nichtlinearen Beispiel-Regelkreises (für $\Delta(s) = \Delta^a(s)$) mit Zusatznetzwerk 1. Ordnung (gestrichelt) und 3. Ordnung (durchgezogen)

Man erkennt, dass das Einlaufen in den Endwert verzögert geschieht. Ein günstigeres Verhalten kann man mit einem Zusatznetzwerk 3. Ordnung erzielen. Ein Zusatznetzwerk, dessen Polynome die Übertragungsfunktion

$$\frac{Z_{NL}(s)}{Z_{NS}(s)} = \frac{(s + 5)^3}{(s + 9)^3}$$

bilden, liefert bei der Frequenz 3,16 rad/s ebenfalls eine Phasenhebung von 35° . Die durchgezogene Kurve in Abb. 5.38 zeigt das deutlich schnellere Einschwingen mit diesem Zusatznetzwerk.

5.6.4 Struktur zur Berücksichtigung von Begrenzungen der Stellgeschwindigkeit und der Stellamplitude

Aufgrund technologischer Begrenzungen kann es vorkommen, dass nicht nur die umsetzbare Stellamplitude, sondern auch die erzielbare Änderungsgeschwindigkeit des Stelleingriffs begrenzt ist. Dies ist z.B. der Fall, wenn das Stellorgan Hydraulikzylinder oder einen Antrieb über Gewindestangen enthält. Sowohl der Zufluss in den Hydraulik-Zylinder als auch die Geschwindigkeit des die Spindel antreibenden Motors sind endlich. Dadurch kommt es zu einer Begrenzung der Stellgeschwindigkeit, die ebenfalls eine destabilisierende Wirkung auf den Regelkreis ausüben kann, wenn man sie nicht geeignet berücksichtigt.

Das übliche Vorgehen zur Vermeidung von Problemen, die durch eine Amplitudenbegrenzung im Stellglied hervorgerufen werden besteht darin, dass man ein Modell (5.67) dieser Begrenzung am Reglerausgang anfügt, so dass die auf die Strecke einwirkenden Signale die Nichtlinearität im Stellorgan nicht aktivieren. Der Modellausgang lässt sich dann zur Vermeidung negativer Folgen der Stellbegrenzung nutzen.

Dies lässt sich auch mit einem Modell für eine gleichzeitige Amplituden- und Geschwindigkeitsbegrenzung gemäß $|u(t)| \leq u_0$ und $|\dot{u}(t)| \leq u_V$ erreichen.

Abbildung 5.39 zeigt ein Simulationsmodell eines Stellglieds mit gleichzeitiger Amplituden- und Stellbegrenzung. Der Verstärkungsfaktor V sollte so groß gewählt werden, dass die resultierende Zeitkonstante des (linearen) PT_1 -Gliedes gegenüber der Regelstrecke vernachlässigbar ist. Für $V \rightarrow \infty$ liefert dieses Modell eine exakte Nachbildung eines Stellgliedes mit gleichzeitiger Beschränkung der Stellamplitude u_b und der Stellgeschwindigkeit \dot{u}_b .

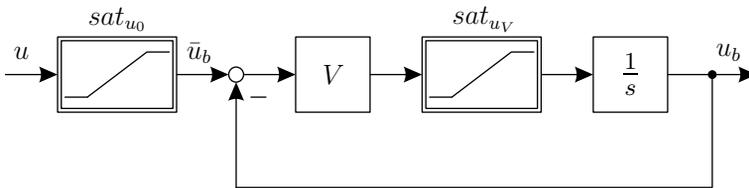


Abb. 5.39: Simulationsmodell welches das Verhalten eines amplituden- und geschwindigkeitsbegrenzten Stellgliedes bei hinreichend großem V nachbildet

Im Folgenden wird die Kurzbezeichnung

$$u_b(t) = sat_{u_0}^{u_V}(u(t)) \tag{5.73}$$

für diese Nichtlinearität verwendet. Im Blockschaltbild geschieht die Kennzeichnung eines amplituden- und geschwindigkeitsbegrenzten Stellgliedes durch das in Abb. 5.40 gezeigte Symbol.

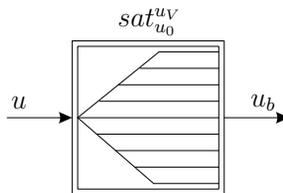


Abb. 5.40: Blockschaltbild-Symbol für ein Stellglied mit Amplituden- und Geschwindigkeitsbegrenzung

Wenn man das Modell $u_b(t) = sat_{u_0}^{u_V}(u(t))$ am Eingang der Strecke einfügt, tritt zwar keine der Begrenzungen im eigentlichen Stellglied in Aktion, die Untersuchungen des Regelkreises, der aus der linearen Strecke und der Modell-Nichtlinearität am Eingang besteht, gestalten sich dennoch relativ aufwendig.

Der Hintergrund hierfür ist die Tatsache, dass die üblichen Kriterien zur Untersuchung der Regelkreisstabilität (Kreiskriterium, Popov-Kriterium, Phasenkriterium,...) voraussetzen, dass nur eine isolierte Nichtlinearität vom Sektor-Typ vorhanden ist. Die oben betrachteten Modelle für geschwindigkeitsbegrenzte Stellglieder enthalten jedoch zwei nichtlineare Elemente.

Eine einfache Lösung des Problems wird möglich, wenn man das in Abb. 5.41 gezeigte Ersatz-Modell für ein Stellglied mit gleichzeitiger Amplituden- und Geschwindigkeitsbegrenzung verwendet.

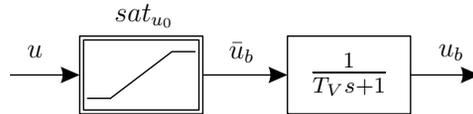


Abb. 5.41: Ersatz-Modell für ein begrenzendes Stellglied mit maximal umsetzbarer Amplitude u_0 und maximal umsetzbarer Stellgeschwindigkeit u_V

Durch Verzögerung des begrenzten Stellsignals $\bar{u}_b(t)$ in einem PT_1 -Glied mit der Zeitkonstante

$$T_V = \frac{2u_0}{u_V} \tag{5.74}$$

erhält man ein auf die Maximalamplitude u_0 begrenztes Ausgangssignal $u_b(t)$, dessen Änderungsgeschwindigkeit im ungünstigsten Falle, nämlich bei einem Umschlagen des Signals $\bar{u}_b(t)$ von einem Stellanschlag zum gegenüberliegenden, die vom Stellglied maximal umsetzbare Geschwindigkeit u_V nicht überschreitet.

Setzt man dieses Ersatz-Modell an den Strecken-Eingang, spricht weder die Amplituden- noch die Geschwindigkeitsbegrenzung im eigentlichen Stellglied an. Dieses Modell enthält nur eine Begrenzung am Eingang, wodurch das Problem der Windup-Vermeidung für Stellglieder mit gleichzeitiger Amplituden- und Geschwindigkeitsbegrenzung zurückgeführt ist auf das bekannte Windup-Vermeidungsproblem mit Amplitudenbegrenzung $\bar{u}_b(t) = sat_{u_0}(u(t))$. Allerdings ist im linearen Streckenmodell das hinzugefügte PT_1 -Glied zu berücksichtigen.

Man entwirft also den linearen Regler für die erweiterte Strecke, wendet die bekannten Verfahren für die Vermeidung des Regler-Windup an und überprüft dann, ob im resultierenden Regelkreis die Gefahr eines Strecken-Windup besteht. Wenn dies der Fall ist, wobei die Intensität des Strecken-Windup durch die Erweiterung der ursprünglichen Strecke um ein PT_1 -System in der Regel erhöht wird, kann man ihn durch ein geeignet dimensioniertes Zusatz-Netzwerk (siehe Abschnitt 5.6.3.2) vermeiden.

Der Ausgang $u_b(t)$ des PT_1 -Gliedes ist messbar, so dass er bei einem Entwurf beobachterbasierter Regler als zusätzlicher Messausgang zur Verfügung steht. Dies hat zur Folge, dass der Regler für eine beliebige Eigenwertzuweisung der erweiterten Strecke dieselbe Ordnung hat wie der Polzuweisungsregler für die ursprüngliche Strecke.

Anhand des Regelkreises aus Beispiel 5.1 seien die auftretenden Phänomene demonstriert.

Beispiel 5.2 Betrachtet wird die Strecke aus Beispiel 5.1, für die dort ein Regler mit I-Anteil so entworfen wurde, dass neben dem Regler-Windup (aufgrund des I-Anteils) auch ein erheblicher Strecken-Windup auftritt, wenn man das Polynom $\Delta^a(s)$ zur Vermeidung des Regler-Windup verwendet (siehe Sprungantworten in Abb. 5.35). Vermeidet man diesen Strecken-Windup mit dem dort dimensionierten Zusatznetzwerk dritter Ordnung, erhält man die in Abb. 5.38 durchgezogen eingezeichneten Übergänge, die trotz Stellbegrenzung gut gedämpft verlaufen.

Ist nun zusätzlich die Stellgeschwindigkeit $\dot{u}_b(t)$ auf $u_V = 4$ begrenzt (Im Simulationsmodell Abb. 5.40 wird $V = 200$ verwendet), liefern Führungsprünge mit einer Amplitude 0,1 in dieser Regelanordnung die durchgezogen in Abb. 5.42a eingetragenen Führungsübergänge und Abb. 5.42b zeigt die auf u_V begrenzte Geschwindigkeit der auf die Strecke wirkenden Stellgröße. Es existiert eine starke Schwingneigung, die durch die nicht berücksichtigte Begrenzung der Stellgeschwindigkeit auf $|\dot{u}(t)| \leq 4$ bedingt ist.

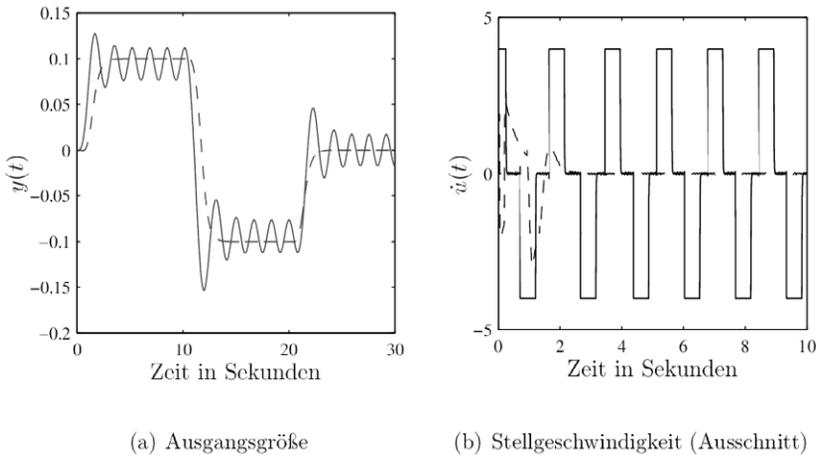


Abb. 5.42: Führungsübergänge des Regelkreises ohne und mit Berücksichtigung der Stellgeschwindigkeitsbegrenzung

Mit $u_0 = 1$ und $u_V = 4$ hat die Zeitkonstante des Ersatzmodells in Abb. 5.41 den Wert $T_V = 0,5s$. Erweitert man die Strecken-Beschreibung

$$\frac{y(s)}{u_b(s)} = \frac{Z(s)}{N(s)} \tag{5.75}$$

(siehe Beispiel 5.1) um dieses PT₁-System mit der Übertragungsfunktion

$$\frac{u_b(s)}{\bar{u}_b(s)} = \frac{2}{s + 2} \tag{5.76}$$

so erhält man formal das Übertragungsverhalten

$$\underline{\bar{y}}(s) = \underline{\bar{Z}}(s) \frac{1}{\underline{\bar{N}}(s)} \bar{u}_b(s) \quad (5.77)$$

der erweiterten Strecke mit

$$\bar{N}(s) = N(s)(s+2) = s^4 + 5s^3 + 9s^2 + 7s + 2 \quad (5.78)$$

und dem Vektor

$$\underline{\bar{Z}}(s) = \begin{bmatrix} \bar{Z}_1(s) \\ \bar{Z}_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2s^3 + 6s^2 + 6s + 2 \end{bmatrix} \quad (5.79)$$

wobei $\bar{Z}_1(s)$ den Zähler der Übertragungsfunktion vom neuen Eingang \bar{u}_b zum Streckenausgang y und $\bar{Z}_2(s)$ den Zähler der Übertragungsfunktion vom neuen Eingang \bar{u}_b zum Ausgang u_b des PT₁-Systems charakterisiert.

Die erweiterte Strecke besitzt also die Ordnung 4. Verschiebt man den durch das Modell der Geschwindigkeitsbegrenzung hinzugekommenen Pol ebenfalls nach $s = -10$, ergibt sich das charakteristische Polynom der geregelten Strecke zu $\bar{\bar{N}}(s) = (s+10)^4$. Ein Zustandsregler minimaler Ordnung mit I-Anteil für diese Strecke besitzt die Ordnung drei, und das charakteristische Polynom des zugehörigen Beobachters sei wiederum $\Delta(s) = (s+6)^3$.

Der Übertragungsvektor

$$\underline{G}_R^T(s) = \frac{1}{N_R(s)} \underline{Z}_R^T(s) \quad \text{mit} \quad \underline{Z}_R^T(s) = [Z_{R1}(s) \quad Z_{R2}(s)] \quad (5.80)$$

des Reglers, der das charakteristische Polynom $C_P(s) = \Delta(s)\bar{\bar{N}}(s)$ des Regelkreises sicherstellt, besitzt die Polynome

$$Z_{R1}(s) = 52717,5s^3 + 347085s^2 + 964305s + 1080000 \quad (5.81)$$

$$Z_{R2}(s) = 17,5s^3 + 314,5s^2 + 7100s \quad (5.82)$$

$$N_R(s) = s^3 + 18s^2 + 595s \quad \text{und} \quad (5.83)$$

$$Z_{RW}(s) = 5000s^3 + 90000s^2 + 540000s + 1080000 \quad (5.84)$$

Vermeidet man den Regler-Windup in einer Regelkreis-Struktur nach Abb. 5.30, wozu das Polynom $Z_U(s) = N_R(s) - \Delta(s) = 487s - 216$ bestimmt werden muss, zeigt sich, dass die Phasenkurve des Frequenzgangs von

$$F_{PH}(j\omega) = \frac{\bar{\bar{N}}(j\omega)}{\bar{N}(j\omega)} = \frac{(j\omega + 10)^4}{(j\omega + 1)^4} \quad (5.85)$$

bis auf -205° abfällt, so dass ein Ansprechen der Stellbegrenzung zu Grenzyklen im Regelkreis führen kann (d.h. bei entsprechender Anregung besteht die Gefahr eines sehr intensiven Strecken-Windup).

Dieser Strecken-Windup lässt sich durch ein Zusatz-Netzwerk mit den Polynomen $Z_{NL}(s) = s^2 + 6s + 9$ und $Z_{NS}(s) = s^2 + 60s + 900$ beseitigen, weil dann die Phase des Frequenzgangs (5.72) den verbotenen Bereich in Abb. 5.32 meidet. Abbildung 5.43 zeigt den betrachteten Regelkreis, bestehend aus der Regelstrecke aus Beispiel 5.1, einem Stellglied mit gleichzeitiger Amplituden- und Geschwindigkeitsbegrenzung, einem Ersatz-Modell für dieses Stellglied, den Regler mit I-Anteil für die erweiterte Strecke, die Maßnahme zur Beseitigung des Regler-Windup (Rückführung des begrenzten Stellsignals über $Z_U(s)/\Delta(s)$) und das Zusatz-Netzwerk zur Vermeidung des Strecken-Windup.

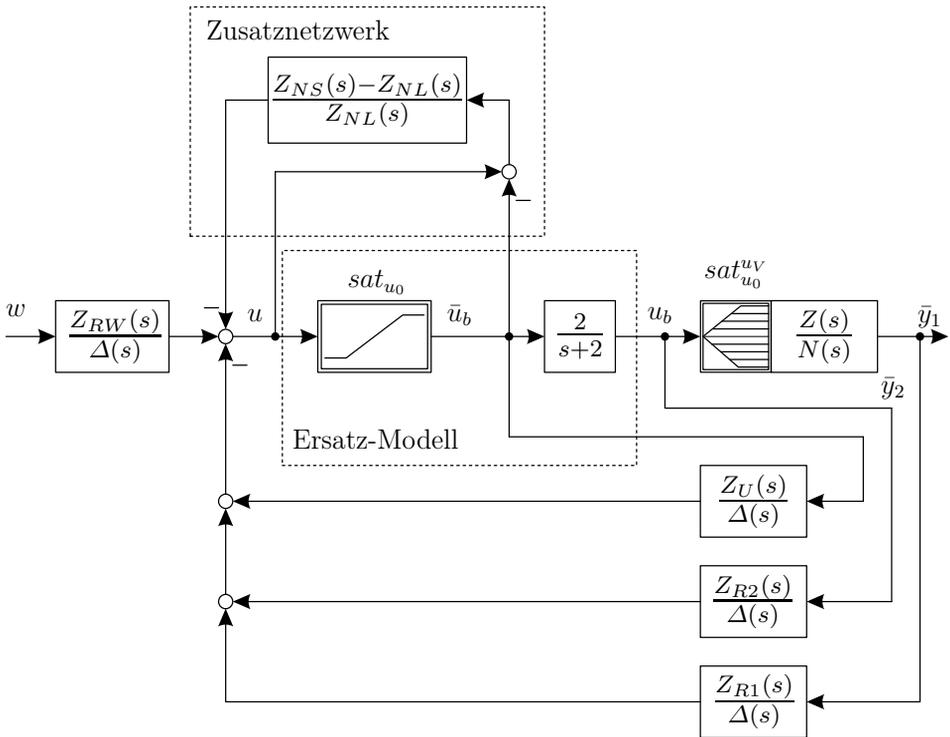


Abb. 5.43: Regelkreis mit amplituden- und geschwindigkeitsbegrenztem Stellglied und Maßnahmen zur Vermeidung von Regler- und Strecken-Windup

Abbildung 5.42 zeigt gestrichelt die resultierenden Führungsübergänge des Regelkreises aus Abb. 5.43, die nun trotz eines amplituden- und geschwindigkeitsbegrenzten Stellglieds keinerlei Schwingneigung mehr aufweisen.

Durch das vorgeschaltete Ersatzmodell für ein solches Stellglied wird sichergestellt, dass weder die Amplituden- noch die Geschwindigkeitsbegrenzung im Stellglied anspricht. Da dieses Ersatzmodell nur eine amplitudenbegrenzende

Nichtlinearität enthält, lassen sich die auftretenden Windup-Probleme (Regler- und Strecken-Windup) in der in Abschnitt 5.6.3 behandelten Weise vermeiden.

5.6.5 Regelkreisstruktur mit zwei Freiheitsgraden

Es ist möglich, Sollwertverläufe so vorzugeben, dass die Stellsignalbegrenzung nicht anspricht, so dass die Windup-Vermeidungsstrategien nur für Störeinflüsse erforderlich sind. Im Folgenden wird hierzu eine einfache modellbasierte Methode dargestellt, die sich auch bei dem in Abschnitt 5.7 behandelten Fall der Sensorsättigung vorteilhaft einsetzen lässt.

Betrachtet werden lineare, zeitinvariante, durchgriffsfreie Strecken n -ter Ordnung mit einem Stelleingang $u(t)$, p Ausgängen $y_i(t)$ und einem Störeingriff $z(t)$, wobei $y_1(t)$ die Regelgröße sei. Das Übertragungsverhalten der linearen Strecke hat die Form

$$\underline{y}(s) = \underline{Z}(s) \frac{1}{N(s)} u_b(s) + \underline{Z}_Z(s) \frac{1}{N(s)} z(s) \quad (5.86)$$

wobei wiederum angenommen ist, dass nicht alle p Zählerpolynome $Z_i(s)$ und das Nennerpolynom $N(s)$ denselben Teiler aufweisen, dass der Koeffizient vor der Potenz s^n im Polynom $N(s)$ auf eins normiert ist und dass gilt $Z_1(0) \neq 0$. Am Eingang der Strecke befindet sich eine Stellbegrenzung $u_b(t) = \text{sat}_{u_0}(u(t))$, wie sie in Gleichung (5.67) definiert ist.

Der lineare Regler habe die Ordnung n_R und sei durch sein Übertragungsverhalten

$$u_R(s) = \frac{1}{N_R(s)} \underline{Z}_R^T(s) \underline{y}(s) \quad (5.87)$$

beschrieben. Der Regler sei so ausgelegt, dass der Regelkreis für $u(t) = -u_R(t)$ und $u_b(t) = u(t)$ stabil ist und das charakteristische Polynom dieses linearen Regelkreises gemäß

$$C_P(s) = \underline{Z}_R^T(s) \underline{Z}(s) + N_R(s) N(s) = \Delta(s) \tilde{N}(s) \quad (5.88)$$

aufgeteilt ist, wobei $\Delta(s)$ ein Polynom vom Grad n_R und $\tilde{N}(s)$ ein Polynom vom Grad n ist (siehe hierzu Kap. 5.6.3).

Während die Störgrößen in der Regel unbekannt und nicht messbar sind, gibt der Betreiber die Führungsgrößen vor. Es erscheint sinnvoll, den Verlauf der Führungstrajektorien so zu wählen, dass der Streckenausgang ihnen ohne Regelabweichung folgen kann. Hierzu verwendet man in der Regelungstechnik z.B. eine modellbasierte Trajektorienplanung, deren Ergebnis ein Eingang $u_M(t)$ und ein Ausgang $\underline{y}_M(t)$ ist, so dass sich bei einer Beaufschlagung des Streckeneingangs mit $u_b(t) = u_M(t)$ am Ausgang eine Reaktion $\underline{y}(t) = \underline{y}_M(t)$ einstellt.

In [92] wurde ein nichtlineares Führungsgrößenfilter vorgestellt, das bei Vorgabe beliebiger Führungsgrößenverläufe ein Paar $(u_M(t), \underline{y}_M(t))$ mit den obigen Eigenschaften liefert, wobei ein Maximalwert $w_0 > 0$ für die generierte Eingangsgröße $u_M(t)$ vorgebar ist.

Dieses Führungsfilter hat eine sehr einfache Struktur. Gegeben sei ein Modell

$$\dot{\underline{x}}_M(t) = \mathbf{A}_M \underline{x}(t) + \underline{b}_M u_M(t) \tag{5.89}$$

$$\underline{y}_M(t) = \mathbf{C}_M \underline{x}(t) \tag{5.90}$$

der Regelstrecke (5.86). Dann hat das nichtlineare Führungsgrößenfilter die in Abb. 5.44 gezeigte Struktur. Über das Sättigungselement $u_M(t) = \text{sat}_{w_0}(u_a(t))$

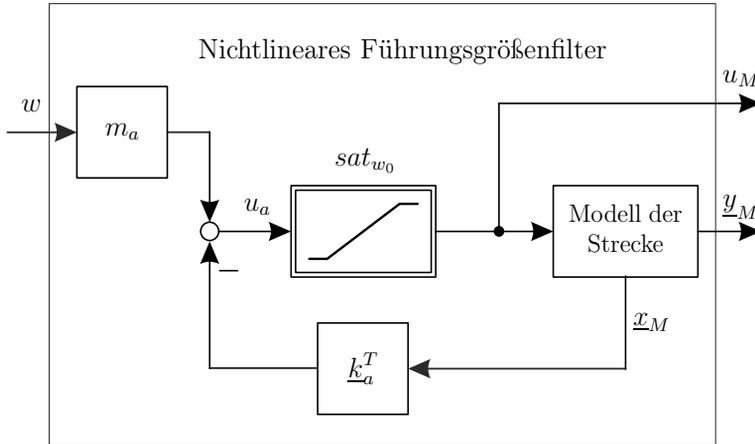


Abb. 5.44: Modelbasierter Trajektoriengenerator

lässt sich die gelieferte Stellgröße $u_M(t)$ auf einen gewünschten Maximalwert w_0 begrenzen. Damit diese Begrenzung keinen Strecken-Windup im Filter anregt, sollte der Rückführvektor k_a^T so gewählt werden, dass die Phase Φ_f des Frequenzgangs

$$F_f(j\omega) = \frac{\det(j\omega \mathbf{I} - \mathbf{A}_M + \underline{b}_M \underline{k}_a^T)}{N(j\omega)} \tag{5.91}$$

den Bereich

$$-90^\circ < \Phi_f < 90^\circ \tag{5.92}$$

nicht verlässt.

Der Koeffizient

$$m_a = \frac{1}{\underline{c}_{M1}^T (-\mathbf{A}_M + \underline{b}_M \underline{k}_a^T)^{-1} \underline{b}_M} \tag{5.93}$$

stellt sicher, dass im eingeschwungenen Zustand $y_{1M}(\infty) = w(\infty)$ gilt (Hier ist \underline{c}_{M1}^T die erste Zeile von \mathbf{C}_M). Um schnellere Führungsübergänge oder gut gedämpfte Sprungantworten bei elastischen Systemen zu erzielen kann man Führungsfilter mit weiteren Kaskaden verwenden. Details hierzu findet man in [92].

Wenn man nun am Eingang der Strecke dieses $u_M(t)$ anlegt, w_0 kleiner als den Begrenzungswert u_0 des Stellgliedes vorgibt, und am Eingang des Reglers die Messgröße $\underline{y}(t)$ durch die Regeldifferenz $\underline{\varepsilon}(t) = \underline{y}(t) - \underline{y}_M(t)$ ersetzt, bleibt der

Regler für beliebige Führungsgrößen-Vorgaben inaktiv und die Stellbegrenzung am Streckeneingang spricht nicht an. Damit regen Führungsgrößen im Regelkreis nach Abb. 5.45 keinen Windup-Effekt an.

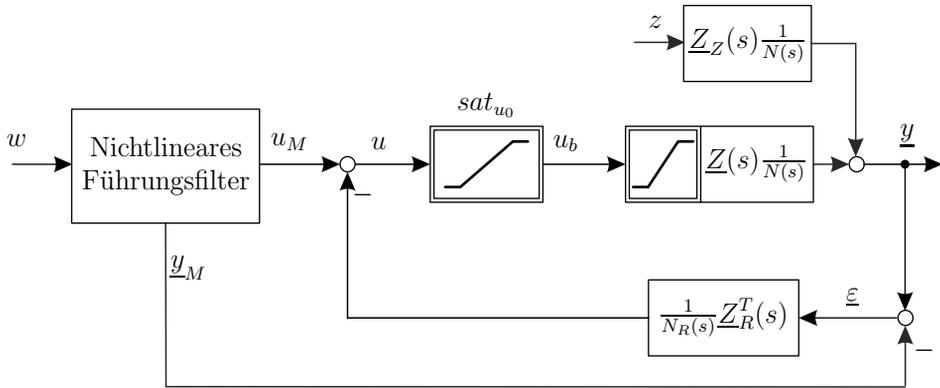


Abb. 5.45: Regelkreis mit zwei Freiheitsgraden

Dies gilt natürlich nur, wenn das Modell (5.89), (5.90) das Verhalten der Strecke exakt nachbildet und wenn keine Störungen vorhanden sind. Modellierungsfehler (die in der Praxis kaum vermeidbar sind) und Störungen können dazu führen, dass die Stellbegrenzung trotzdem anspricht und somit ein Windup auftritt. Deshalb muss der Regelkreis mit den Maßnahmen für die Vermeidung von Regler- und Strecken-Windup versehen sein. Abbildung 5.46 zeigt den Regelkreis mit zwei Freiheitsgraden, bei dem das Führungsverhalten so verläuft, dass der Regler inaktiv bleibt, und bei dem die im Abschnitt 5.6.3 besprochenen Maßnahmen für die Vermeidung von Regler- und Strecken-Windup vorhanden sind.

Das Zusatznetzwerk ist natürlich nur dann erforderlich, wenn sonst die Gefahr eines Strecken-Windup bestünde. Wenn man die Begrenzung der Stellgeschwindigkeit im Führungsfilter berücksichtigt, können solche Systeme natürlich ebenfalls einbezogen werden.

Beispiel 5.3 Als Beispiel sei eine Strecke dritter Ordnung mit einem Eingang und zwei Ausgängen betrachtet, welche das Übertragungsverhalten

$$y(s) = \begin{bmatrix} 1 \\ s + 3 \end{bmatrix} \frac{1}{(s + 1)^3} u_s(s) + \begin{bmatrix} s^2 + 2s + 1 \\ 2s^2 + 4s + 2 \end{bmatrix} \frac{1}{(s + 1)^3} z(s)$$

besitzt. Die Stellbegrenzung am Eingang habe die Amplitude $u_0 = 2$. Mit den Vorgaben

$$\tilde{N}(s) = (s + 15)^3 \text{ und } \Delta(s) = (s + 10)^2$$

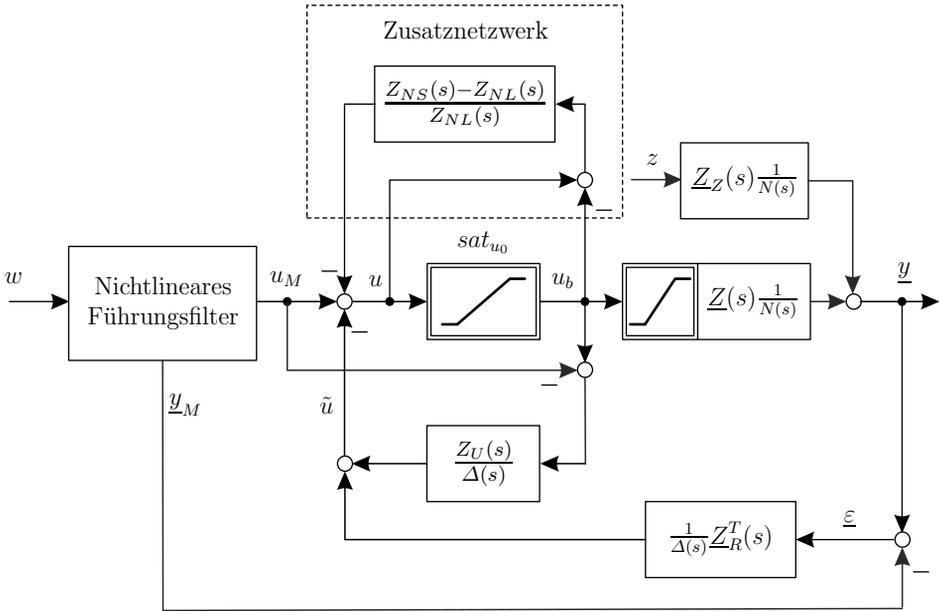


Abb. 5.46: Regelkreis mit zwei Freiheitsgraden und Maßnahmen zur Vermeidung von Regler- und Strecken-WindupindexRegelkreis!zwei Freiheitsgrade

wurde ein beobachterbasierter Regler entworfen, der das Übertragungsverhalten

$$\frac{1}{N_R(s)} Z_R^T(s) = \frac{1}{s^2 + 62s} \begin{bmatrix} 5000s^2 + 99748s + 337500 & 1486s^2 + 11730s \end{bmatrix}$$

besitzt. Er kompensiert die Auswirkung sprungförmiger Störgrößen in der Regelgröße y_1 . Wählt man für das Modell der Strecke eine Zustandsdarstellung mit

$$A_M = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -3 & -3 \end{bmatrix}, \quad B_M = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C_M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

dann erfüllt ein Führungsfilter nach Abb. 5.44 mit

$$\underline{k}_a^T = [26 \quad 24 \quad 6], \quad m_a = 27 \quad \text{und} \quad w_0 = 1,5$$

alle oben diskutierten Anforderungen. Realisiert man den Regelkreis in der Form von Abb. 5.45, in der keine Windup-Vermeidungsmaßnahmen getroffen sind, folgt der Ausgang y_1 der Strecke einer von der Eingangsfolge

$$w(t) = \alpha_1 1(t) - \alpha_2 1(t - 20)$$

mit $\alpha_1 = 0.5$ und $\alpha_1 = 0.25$ generierten Solltrajektorie ohne Regelabweichung und ohne dass die Eingangsbegrenzung anspricht. Folglich tritt kein Windup auf,

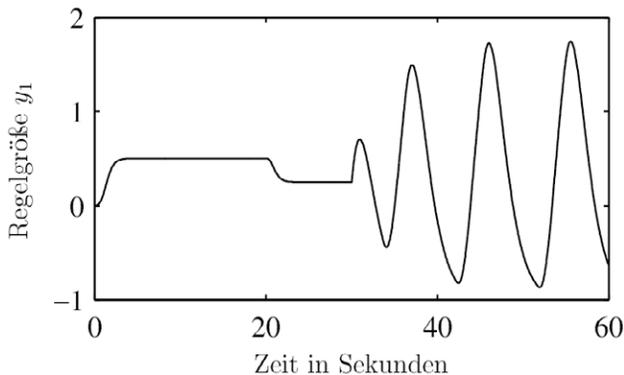


Abb. 5.47: Reaktion des Regelkreises in Abb. 5.45 auf Führungs- und Störsignale

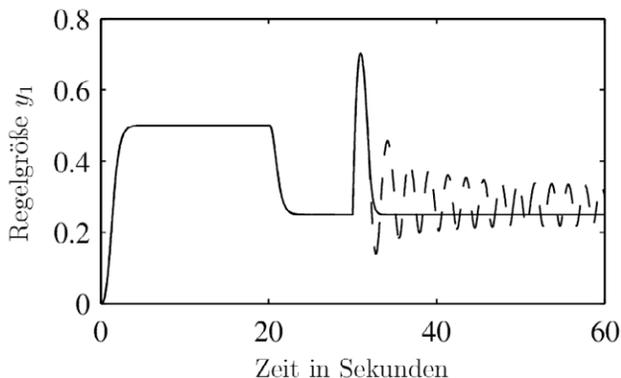


Abb. 5.48: Reaktion des Regelkreises in Abb. 5.46 auf Führungs- und Störsignale ohne (---) und mit (—) Zusatznetzwerk

wie der Verlauf von $y_1(t)$ für $t < 30$ Sekunden in Abb. 5.47 zeigt. Eine nach 30 Sekunden einsetzende Störung

$$z(t) = 1(t - 30)$$

regt jedoch Grenzyklen an. Abbildung 5.47 zeigt die Reaktion des nichtlinearen Regelkreises auf die obigen Führungs- und Störeingriffe.

Realisiert man den Regler in der Beobachterstruktur nach Abb. 5.46, aber ohne Zusatznetzwerk, mit

$$Z_U(s) = N_R(s) - \Delta(s) = 42s - 100$$

ist zwar der Regler-Windup beseitigt. Da die Phase von $F_{PH}(j\omega)$ (siehe (5.70)) aber bis auf -183° absinkt, besteht die Gefahr, dass ein Ansprechen der Stellbegrenzung Grenzyklen (aufgrund von Strecken-Windup) auslöst. Tatsächlich ist

dies der Fall, wie die gestrichelte Kurve in Abb. 5.48 zeigt, die sich als Reaktion des Regelkreises in Abb. 5.46 (ohne Zusatznetzwerk) auf die obigen Führungs- und Störeingriffe ergibt.

Setzt man ein Zusatznetzwerk mit $Z_{NS}(s) = \tilde{N}(s)$ und $Z_{NL}(s) = (s + 5)^3$ ein, welches ein Minimum der Phase von $F_{PH}(j\omega)$ (siehe (5.72)) oberhalb von -130° bewirkt, ist der Streckenwindup vermieden. Die durchgezogene Kurve in Abb. 5.48 zeigt die Reaktion des Regelkreises in Abb. 5.46 wenn die obigen Stör- und Führungssignale einwirken und die dort gezeigten Maßnahmen zur Vermeidung von Strecken- und Regler-Windup vorhanden sind. Es ist erkennbar, dass keine Windup-Effekte mehr auftreten.

5.7 Sensor-Begrenzung in Regelkreisen

Dr. P. Hippe, Erlangen

5.7.1 Allgemeine Vorbemerkungen

Die in industriellen Anwendungen eingesetzten Sensoren haben grundsätzlich einen begrenzten Messbereich, der üblicherweise so angepasst ist, dass auch selten auftretende extreme Ausgangsamplituden erfasst werden. Es gibt aber Anwendungen, bei denen aus unterschiedlichen Gründen Situationen auftreten, bei denen extreme Amplituden der Regelgröße außerhalb des vom Sensor erfassten Bereiches liegen, so dass eine Sensor-Sättigung auftritt. Besitzt der eingesetzte Regler einen I-Anteil, kann es wie bei begrenzenden Stellgliedern zu unerwünschten Windup-Effekten kommen.

Auf den ersten Blick besteht kein großer Unterschied zwischen einer Stellbegrenzung am Eingang oder einer Sensorsättigung am Ausgang der Strecke. Wenn die Sättigung anspricht ist der Regelkreis offen und ein im Regler vorhandener I-Anteil kann dabei unkontrolliert aufklingen, was zu unerwünschten Auswirkungen bis hin zu einem instabilen Verhalten des nichtlinearen Regelkreises führt. Stabilisiert man den Regler während der Begrenzungsphase, ergibt sich kein „Aufwickeln“ des Integralanteils, und der Regler-Windup ist somit vermieden.

Aus diesem Grunde versuchte man bei nahezu allen bisher bekannten Ansätzen zur Windup-Vermeidung im Falle einer Ausgangsbegrenzung die mehr oder weniger erfolgreichen Methoden bei Eingangssättigung anzuwenden. Leider ergaben diese Arbeiten bisher keine allgemein anwendbare Lösung des Problems, vor allem nicht im Hinblick auf die Unterdrückung ständig einwirkender Störungen, die den Hauptgrund für den Einsatz von Reglern mit I-Anteil bilden.

Die scheinbar sehr ähnlich gelagerten Probleme bei Ein- und Ausgangssättigung unterscheiden sich bei genauerer Untersuchung in zwei entscheidenden Punkten. Zum einen ist bei Stellbegrenzung das unbegrenzte Ausgangssignal des Reglers bekannt, und die Information über den begrenzten Streckeneingang lässt sich sehr einfach über ein Modell des begrenzenden Stellglieds gewinnen. Der Einsatz dieses Modells am Eingang der Strecke hat zwei Vorteile. Zum einen

gewinnt man so die Information über die Differenz zwischen begrenztem und unbegrenztem Signal und zum anderen verhindert man dadurch, dass die Begrenzungswerte im eigentlichen Stellglied überschritten werden. Im Fall einer Sensor-Sättigung steht nur das begrenzte Ausgangssignal zur Verfügung. Auch eine modellgestützte Rekonstruktion des unbegrenzten Ausgangssignals ist nicht möglich, da die Störeinwirkung im allgemeinen unbekannt ist. Damit fehlt die für die Vermeidung von Windup so wichtige Information über die Differenz zwischen begrenztem und unbegrenztem Signal.

Diese fehlende Information ist jedoch nicht das einzige zusätzliche Problem gegenüber dem Fall eines begrenzenden Stellglieds. Die zentrale Idee zur Windup-Vermeidung war dort „Stabilisiere den Regler während der Begrenzungsphase“. Obwohl dies nicht alle durch die Begrenzung ausgelösten Probleme beseitigt, ist diese Stabilisierung Teil nahezu jedes Ansatzes zur Vermeidung von Windup bei begrenzendem Stellglied.

Bei Sensor-Sättigung ist eine Stabilisierung des Reglers während der Sättigungsphase keine gute Idee, vor allem nicht im Hinblick auf die Ausregelung konstant einwirkender Störungen. Wenn beispielsweise die Amplitude der Führungsgröße nur unwesentlich kleiner ist als der begrenzte Messbereich des Sensors, ist das Eingangssignal des Reglers bei Sensor-Sättigung relativ klein und es ist unabhängig von der Größe der angreifenden Störung. Ein stabiler Regler liefert dann auch nur ein begrenztes Stellsignal. Dadurch besteht die Gefahr, dass das vom stabilisierten Regler gelieferte Signal nicht ausreicht, den Ausgang der Strecke in den linearen Bereich des Sensors zurückzuholen. Dies würde zu einer Verklemmungssituation führen, die auf jeden Fall vermieden werden muss. Deshalb kann eine Windup-Vermeidung im Fall einer Sensor-Sättigung nicht einfach durch eine Restrukturierung der bekannten Maßnahmen bei begrenzenden Stellsignalen durchgeführt werden.

In [93] und [94] wurde ein neuer Ansatz für die Vermeidung von Windup bei begrenzendem Ausgang vorgestellt, bei dem der I-Anteil des Reglers während der Sensor-Sättigung aktiv bleibt und stattdessen der Zähler des Reglers so modifiziert wird, dass der nichtlineare Regelkreis ein stabiles Verhalten zeigt. Diese Modifikation geschieht über einen Sättigungsindikator, da die Differenz zwischen begrenztem und unbegrenztem Ausgangssignal nicht zur Verfügung steht. Der nachfolgend dargestellten Lösung liegt wieder eine Regelkreis-Struktur mit zwei Freiheitsgraden zugrunde, die sicherstellt, dass beliebige Führungssignale keinen Windup anregen.

5.7.2 Formulierung des Problems

Betrachtet werden durchgriffsfreie, asymptotisch stabile, steuerbare und beobachtbare lineare zeitinvariante Systeme n -ter Ordnung mit einem Eingang $u(t)$ und einem Ausgang $y(t)$, die durch

$$y(s) = G(s)u(s) = \frac{Z(s)}{N(s)}u(s) \quad (5.94)$$

gekennzeichnet sind. Diese Systeme seien minimalphasig und der führende Koeffizient von $N(s)$ sei eins. Ferner wirke auf sie eine konstante oder sich sprungförmig ändernde Störung $z(t)$ ein, wobei das Übertragungsverhalten von dieser unbekanntenen Störung zum Streckenausgang durch

$$y(s) = G_Z(s)z(s) = \frac{Z_Z(s)}{N(s)}z(s) \quad (5.95)$$

beschrieben ist. Damit man solchen Störungen entgegenwirken kann, darf das System Gl. (5.94) keine Nullstelle bei $s = 0$ besitzen, was wegen $Z(0) \neq 0$ sichergestellt ist.

Das Messignal y_s ist eine begrenzte Version des Ausgangs y , nämlich

$$y_s = \text{sat}_{y_0}(y) := \begin{cases} y_0 & \text{wenn } y > y_0 > 0 \\ y & \text{wenn } -y_0 \leq y \leq y_0 \\ -y_0 & \text{wenn } y < -y_0 \end{cases} \quad (5.96)$$

Der Ausgang $y(t)$ kann sowohl durch Führungseingriffe $w(t)$ als auch durch Störeingriffe $z(t)$ aus dem linearen Messbereich des Sensors getrieben werden. Der lineare Regler n_R -ter Ordnung habe das Übertragungsverhalten

$$u_R(s) = G_R(s)\varepsilon(s) = \frac{Z_R(s)}{N_R(s)}\varepsilon(s) \quad (5.97)$$

wobei $\varepsilon(t)$ die Regeldifferenz $y_s(t) - w(t)$ ist.

Der Regler sei so entworfen, dass der lineare Regelkreis, gekennzeichnet durch $u = -u_R$ und $y_s = y$, asymptotisch stabil ist und dass konstante Störungen zu keiner bleibenden Regelabweichung führen, d.h. der Regler hat einen I-Anteil und somit gilt

$$N_R(s) = sN_R^*(s) \quad (5.98)$$

Für das Folgende ist vorausgesetzt, dass der Regler (5.97) ebenfalls minimalphasig ist, d.h. dass $Z_R(s)$ und $N_R^*(s)$ Hurwitz-Polynome sind. Für eine minimalphasige Strecke kann ein solcher Regler immer entworfen werden [91].

5.7.3 Vermeidung von Windup durch Führungsgrößen

Die Realisierung des Führungsverhaltens geschieht wie in Abschnitt 5.6.5 mit Hilfe des dort eingeführten modellbasierten Führungsfilters, das bei beliebigen

Führungseingriffen $w(t)$ ein Strecken-Eingangssignal $u_M(t)$ und eine zugehörige realisierbare Führungstrajektorie $y_M(t)$ so liefert, dass bei Beaufschlagung des Streckeneingangs mit $u(t) = u_M(t)$ der Ausgang $y(t) = y_M(t)$ resultiert und die Amplitude von $u_M(t)$ gleichzeitig unterhalb einer vorgebbaren Schranke w_0 bleibt.

Eine Vorgabe von Führungsgrößen $|w| > y_0$ ist eigentlich nicht sinnvoll. Sollte dies aus bestimmten Gründen dennoch erforderlich sein, muss sie auf endliche Zeitintervalle beschränkt bleiben, da eine stationäre Führungsgröße jenseits des linearen Sensorbereiches zu einem ständig geöffneten Regelkreis führen würde. Windup-Probleme, die durch kurzfristig auftretende Signale $|w| > y_0$ ausgelöst werden, lassen sich durch das in Abb. 5.49 gezeigte Modell $y_{Ms} = \text{sat}_{y_0}(y_M)$ des begrenzenden Sensors vermeiden.

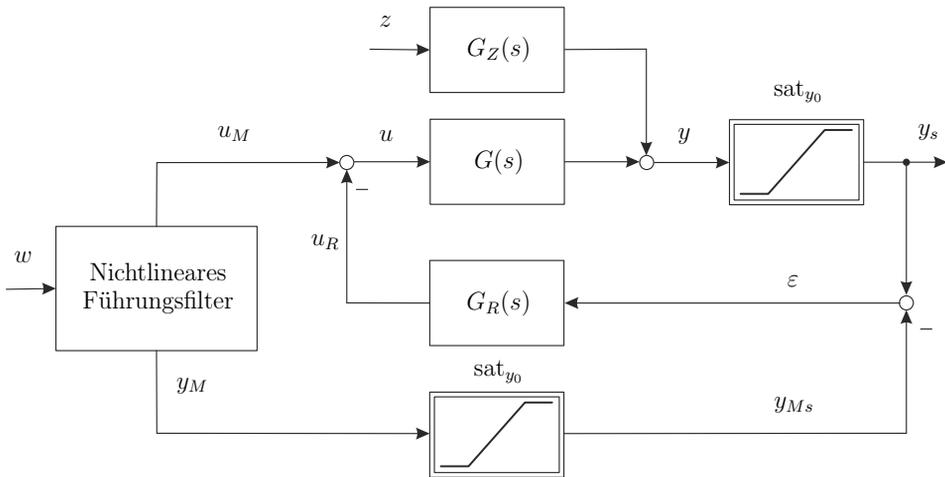


Abb. 5.49: Regelkreis mit zwei Freiheitsgraden und Ausgangsbegrenzung

In der Regelkreisstruktur von Abb. 5.49 regen beliebige Führungseingriffe kein Signal $\epsilon \neq 0$ an, so dass kein Windup auftritt, wenn der Regler den nichtlinearen Regelkreis stabilisiert. Dies wird in Abschnitt 5.7.5 diskutiert.

Das Rückführsignal $\epsilon(t)$ verschwindet aber nur dann, wenn das im Führungsfilter verwendete Modell der Strecke exakt ist und wenn keine Störungen auf die Strecke wirken. Im anderen Fall kann es zu einer Überschreitung der linearen Sensorbereiches kommen und folglich besteht die Gefahr von Windup.

5.7.4 Störverhalten des nichtlinearen Regelkreises

Für die folgenden Überlegungen zur Störunterdrückung ist zunächst angenommen, dass die Führungsgröße konstant und null ist. Das gemeinsame Einwirken von Stör- und Führungssignalen wird in Abschnitt 5.7.6 diskutiert.

Die Begrenzung des Sensors stellt eine Sektor-Nichtlinearität dar, und die Sektorgrenzen haben die Steigung null und eins. Wenn im nichtlinearen Regelkreis das Übertragungsverhalten $y(s) = -G_L(s)y_s(s)$ des Linearteils mit

$$G_L(s) = \frac{Z_R(s)Z(s)}{N_R(s)N(s)} \quad (5.99)$$

das Kreiskriterium erfüllt, zeigt der Regelkreis in Abb. 5.49 auch dann ein stabiles Verhalten, wenn Störungen einen Ausgang $|y| > y_0$ anregen [19].

Das Kreiskriterium ist dann erfüllt, wenn der Frequenzgang $F_L(j\omega)$ in der komplexen Ebene für alle $\omega \in \mathbb{R}$ rechts von der senkrechten Linie durch den Punkt -1 bleibt, und $G_L(s)$ ein asymptotisch stabiles System ist. Da $N_R(s)$ eine Nullstelle bei $s = 0$ besitzt, beschreibt

$$G_L(s) = \frac{Z_L(s)}{N_L(s)} \quad (5.100)$$

in Gl. (5.99) kein asymptotisch stabiles System. Man umgeht dieses Problem üblicherweise dadurch, dass man die begrenzende Nichtlinearität (hier die Sensorsättigung) durch die Differenz eines linearen Systems mit $V = 1$ und einer Toten Zone der Breite y_0 ersetzt (siehe z.B. Kapitel 3 in [99]). Damit erhält man einen modifizierten Linearteil des nichtlinearen Regelkreises der Form

$$G_L^{mod}(s) = \frac{-Z_L(s)}{Z_L(s) + N_L(s)} \quad (5.101)$$

mit einer modifizierten Sektor-Nichtlinearität in Form einer Toten Zone, die ebenfalls von zwei Geraden mit der Steigung null und eins begrenzt ist. Der Nenner $Z_L(s) + N_L(s)$ von $G_L^{mod}(s)$ ist nun das charakteristische Polynom

$$C_P(s) = Z_R(s)Z(s) + N_R(s)N(s) \quad (5.102)$$

des linearen Regelkreises, das ein Hurwitz-Polynom ist. In diesem Fall bleibt die Ortskurve von $F_L^{mod}(j\omega)$ genau dann rechts von der Linie durch -1 , wenn die Ortskurve von $F_L(j\omega)$ rechts bleibt, und umgekehrt. Im Hinblick auf die Auslegung der weiter unten diskutierten Windup-Vermeidungsmaßnahmen erweist es sich als günstiger, die Ortskurve von $F_L(j\omega)$ zu betrachten, vorausgesetzt dass $Z_L(s) + N_L(s)$ ein Hurwitz-Polynom ist.

Unglücklicherweise erfüllt der Linearteil (5.99) meist nur für sehr „langsame“ Regelungen das Kreiskriterium, d.h. für Regelungen mit sehr schlechtem Störverhalten, was das nachfolgende Beispiel demonstriert.

Beispiel 5.4 Betrachtet sei die Regelstrecke dritter Ordnung mit dem Übertragungsverhalten

$$y(s) = \frac{1}{(s+1)^3} u(s) + \frac{s^2 + 10s + 40}{(s+1)^3} z(s)$$

Es kommt ein beobachterbasierter Zustandsregler minimaler Ordnung mit I-Anteil zum Einsatz, der ebenfalls die Ordnung drei besitzt. Entwirft man eine langsame Regelung so, dass alle Eigenwerte des Regelkreises bei $s = -1,7$ liegen, erhält man die Reglerübertragungsfunktion

$$\frac{Z_R(s)}{N_R(s)} = \frac{19,41s^3 + 61,8315s^2 + 66,44142s + 24,137569}{s^3 + 7,2s^2 + 18,75s}$$

und mit diesem Regler erfüllt $F_L(j\omega)$ das Kreiskriterium. Eine Störung $z(t) = 1(t)$ wird zwar asymptotisch kompensiert, der Störübergang besitzt jedoch eine maximale Amplitude von 9,4.

Die Maximalamplitude der Störsprungantwort lässt sich erheblich reduzieren, wenn man die Eigenwerte des Regelkreises weiter links vorgibt, beispielsweise bei $s = -7$. Die Übertragungsfunktion des Reglers hat dann die Form

$$\frac{Z_R(s)}{N_R(s)} = \frac{4897s^3 + 34131s^2 + 100227s + 117649}{s^3 + 39s^2 + 615s}$$

und die resultierende Störsprungantwort des Regelkreises bleibt nun für alle Zeiten unterhalb von 0,3. Abbildung 5.50 zeigt gestrichelt die Störsprungantwort mit der langsamen, und durchgezogen die mit der schnellen Regelung.

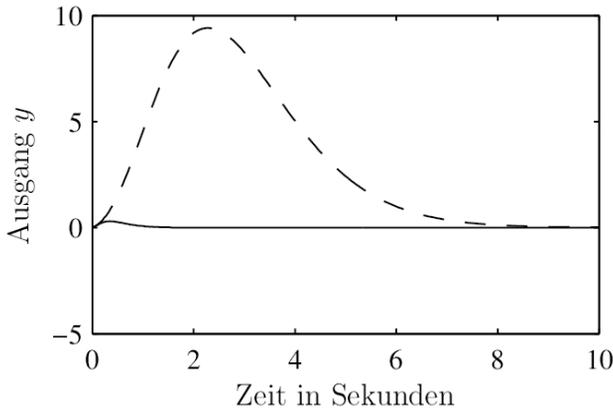


Abb. 5.50: *Störsprungantworten des linearen Regelkreises bei langsamer (---) und schneller (—) Regelung*

Der Frequenzgang $F_L(j\omega)$ des Kreises mit der schnellen Regelung schneidet jetzt die negativ reelle Achse links von -1 , was die Möglichkeit von Grenzyklen andeutet. Tatsächlich entwickeln sich mit der schnellen Regelung für Begrenzungswerte $y_0 \leq 0,17$ Grenzyklen in der Störsprungantwort. In Abb. 5.51 zeigt die Reaktion des Regelkreises auf den Störsprung $z(t) = 1(t)$ wenn der Ausgang auf $y_0 = 0,17$ begrenzt ist.

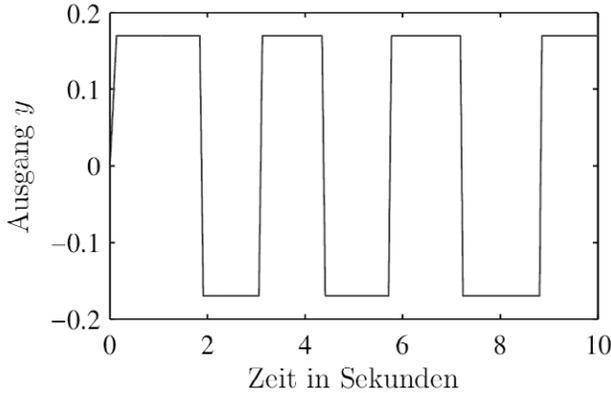


Abb. 5.51: Störsprungantwort des nichtlinearen Regelkreises mit schneller Regelung bei Ausgangsbegrenzung $y_0 = 0,17$

5.7.5 Der neue Ansatz zur Windup-Vermeidung bei Sensor-Sättigung

Man könnte den Windup aufgrund von Sensorbegrenzung theoretisch dadurch beseitigen, dass man die Übertragungsfunktion des linearen Regelkreisteils durch Rückführung der Differenz $y(t) - y_s(t)$ so modifiziert, dass sie das Kreiskriterium erfüllt (ähnlich wie beim Zusatznetzwerk in Abschnitt 5.6.3). Damit wäre der Regelkreis auch bei Ausgangsbegrenzung gesichert stabil. Zusätzlich sichert die Verwendung dieser Differenz die sogenannte „Linear Performance Recovery“ (LPR), weil das Signal $y(t) - y_s(t)$ im unbegrenzten Falle verschwindet. Leider ist dieses Vorgehen so nicht anwendbar, weil keinerlei Kenntnis über den Verlauf des unbegrenzten Ausgangs vorliegt. Die zugrunde liegende Idee kommt jedoch zur Anwendung.

Abbildung 5.52 zeigt eine Regelkreisstruktur, die das Verhalten des nominellen Reglers im unbegrenzten Fall nicht beeinflusst, jedoch den durch die Sensor-Sättigung bedingten Windup vermeidet. Dabei kommt das nichtlineare Element

$$\eta = \text{swit}_{y_0}(y_s) := \begin{cases} 1 & \text{wenn } y_s \geq y_0 > 0 \\ 0 & \text{wenn } -y_0 < y_s < y_0 \\ 1 & \text{wenn } y_s \leq -y_0 \end{cases} \quad (5.103)$$

zum Einsatz, das einen Sättigungsindikator darstellt und bei Sensor-Sättigung eine Strukturumschaltung bewirkt.

Bemerkung. Weil der Regler-Nenner einen Integrator enthält sollte man die beiden Reglerkanäle $Z_R(s)/N_R(s)$ und $Z_{Rd}(s)/N_R(s)$ minimal (d.h. in einem Netzwerk n_R -ter Ordnung) realisieren.

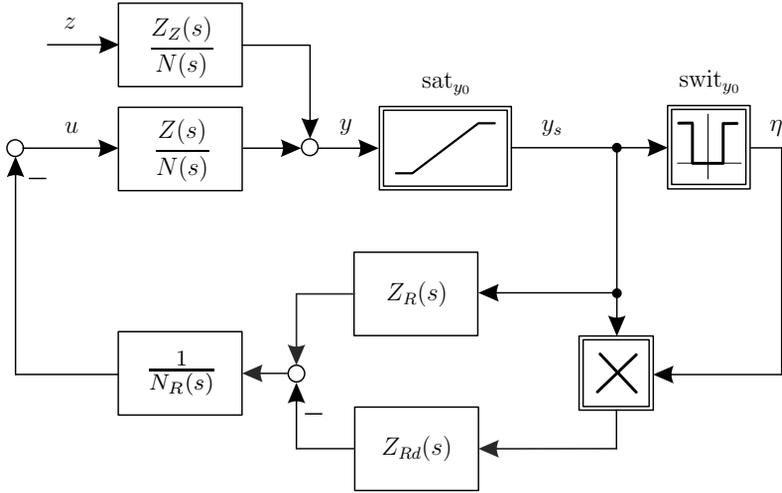


Abb. 5.52: Neue Regelkreisstruktur zur Vermeidung von Windup durch Ausgangsbegrenzung

Bemerkung. Wenn die Sensorbegrenzung, aus welchen Gründen auch immer, nicht scharf definiert ist, funktioniert der Sättigungsindikator möglicherweise nicht zuverlässig. In einem solchen Fall sollte man ein Modell des Sensors mit hinreichend reduzierter Amplitude hinter dem Sensor einfügen und dann den Ausgang dieses Modells anstelle von y_s verwenden.

Solange y nicht begrenzt ist, liefert der Ausgang des Sättigungsindikators das Signal $\eta = 0$, und folglich ist nur der nominelle Regler $Z_R(s)/N_R(s)$ aktiv. Sobald der Ausgang y den Begrenzungswert erreicht, liefert der Sättigungsindikator das Signal $\eta = 1$, wodurch das Übertragungsverhalten $y(s) = -G_{Lm}(s)y_s(s)$ des linearen Teils des Kreises die Übertragungsfunktion

$$G_{Lm}(s) = \frac{Z_{Rm}(s)Z(s)}{N_R(s)N(s)} \tag{5.104}$$

erhält mit

$$Z_{Rm}(s) = Z_R(s) - Z_{Rd}(s) \tag{5.105}$$

Für die folgenden Diskussionen zur Dimensionierung von $Z_{Rd}(s)$ ist angenommen, dass der Regler ein beobachterbasierter Zustandsregler mit I-Anteil ist, der dieselbe Ordnung wie die Strecke, also $n_R = n$ besitzt. Das angegebene Vorgehen lässt sich auch auf Regler beliebiger Ordnung sinngemäß anwenden. Es zeigt sich aber, dass die Ergebnisse für Regler kleiner Ordnung (z.B. PI-Regler) sehr konservativ sind, was daran liegen dürfte, dass ein beobachterbasierter Regler ein

Modell der Strecke enthält, während dies bei einem PI-Regler nicht der Fall ist, und folglich die Stabilität des nichtlinearen Regelkreises nur bei sehr vorsichtigem Eingreifen des PI-Reglers gesichert ist.

5.7.6 Dimensionierung der Windup-Vermeidung

Um beim Einsetzen der Sättigung durch den Schaltvorgang keine zusätzliche sprungförmige Anregung in den Regelkreis einzubringen muss $Z_{Rm}(s)$ die Form

$$Z_{Rm}(s) = Z_R^n N_\alpha(s) \quad (5.106)$$

besitzen, wobei Z_R^n der Koeffizient vor s^n im Polynom $Z_R(s)$ ist. Das Polynom $N_\alpha(s)$ ist ein Hurwitz-Polynom vom Grad des Reglers (also hier n), dessen Koeffizient vor s^n eins ist.

Der nichtlineare Regelkreis in Abb. 5.52 hat ein stabiles Verhalten für alle Begrenzungswerte y_0 , wenn $N_\alpha(s)$ so gewählt wird, dass das Polynom

$$C_{Pm}(s) = Z_{Rm}(s)Z(s) + N_R(s)N(s) \quad (5.107)$$

ein Hurwitz-Polynom ist und die Ortskurve von

$$F_{Lm}(j\omega) = \frac{Z_{Rm}(j\omega)Z(j\omega)}{N_R(j\omega)N(j\omega)} \quad (5.108)$$

rechts vom Punkt -1 in der komplexen Ebene verläuft, was bedeutet, dass die Phase des Frequenzgangs

$$F_{Lm}^{PH}(j\omega) = F_{Lm}(j\omega) + 1 = \frac{C_{Pm}(j\omega)}{N_R(j\omega)N(j\omega)} \quad (5.109)$$

im Bereich

$$-90^\circ < \arg(F_{Lm}^{PH}(j\omega)) < 90^\circ \quad (5.110)$$

verläuft.

Bemerkung. Die obige Auslegevorschrift bedeutet, dass man den Linearteil des nichtlinearen Regelkreises im Falle der Sensor-Sättigung so modifiziert, dass seine Übertragungsfunktion das Kreiskriterium für die Sektor-Grenzen null und eins erfüllt. Es ist daher plausibel, dass auch bei der vorgestellten Architektur mit den zusätzlichen Nichtlinearitäten ein stabiles Regelkreisverhalten beobachtet wird. Würde der modifizierte Linearteil $G_{Lm}(s)$ durch eine geeignete Rückführung von $y(t) - y_s(t)$ erzeugt, wäre die Stabilität des nichtlinearen Regelkreises streng beweisbar. Hier geschieht die Veränderung des Reglers über einen Schalter, so dass das Kreiskriterium eigentlich nicht anwendbar ist. Alle bisherigen Ergebnisse zeigen jedoch, dass die vorgeschlagene Dimensionierung in der Tat die Stabilität sichert. Dass dies nicht beispielabhängig ist, kann man sehr einfach anhand extremer Beispiele plausibilisieren. So liefert das vorgeschlagene Schema z.B. bei der Strecke aus Beispiel 5.4 auch dann noch eine stabile Windup-Vermeidung wenn man einen Regler verwendet, der alle Eigenwerte des Regelkreises nach $s = -50$ legt.

5.7.7 Vermeidung von Windup bei gleichzeitigem Einwirken von Stör- und Führungssignalen

Im störungsfreien Fall und bei exakter Übereinstimmung von Strecke und dem für die Trajektorienplanung verwendeten Modell sichert das Regelschema aus Abb. 5.49 ein stabiles Regelkreisverhalten auch bei Sensor-Sättigung. Das Schema aus Abb. 5.52 liefert eine robuste Unterdrückung ständig einwirkender Störsignale und eine Vermeidung von Windup durch einen begrenzenden Sensor.

Fügt man beide Ansätze zusammen erhält man das Windup-Vermeidungs-Schema in Abb. 5.53. Es ermöglicht ein robustes Führungs- und Störverhalten auch im Falle einer Sensor-Sättigung und es hat keinen Einfluss auf das Verhalten des Regelkreises bei unbegrenztem Ausgang, so dass LPR erzielt wird.

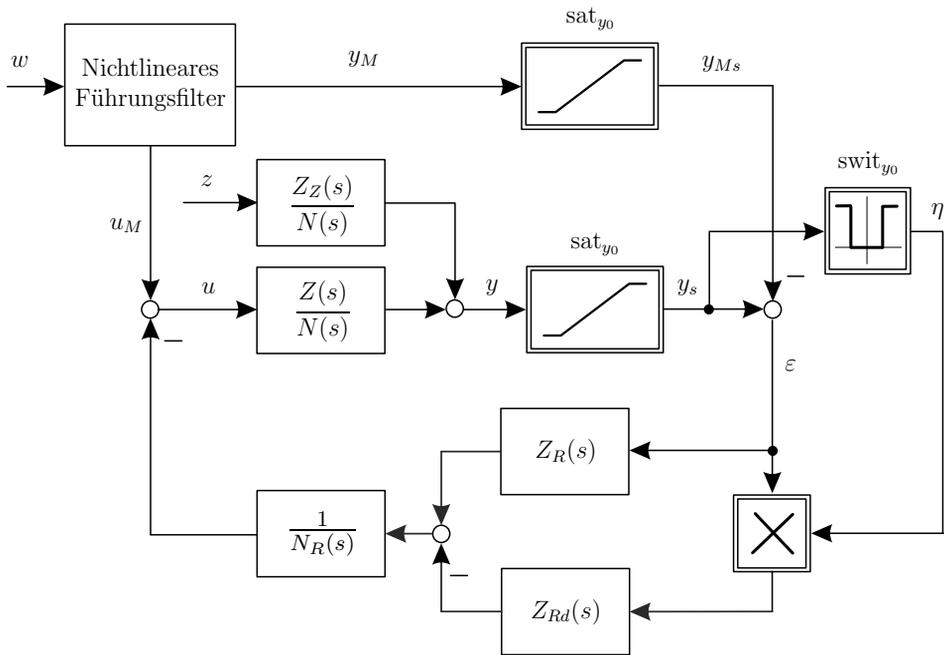


Abb. 5.53: Windup-Vermeidung beim Einwirken von Stör- und Führungssignalen

Beispiel 5.5 Betrachtet wird die Strecke mit der schnellen Regelung aus Beispiel 5.4, bei der die Gefahr von Grenzzyklen besteht, wenn die Sensor-Sättigung anspricht. Wählt man

$$N_\alpha(s) = (s + 1,0185)^3$$

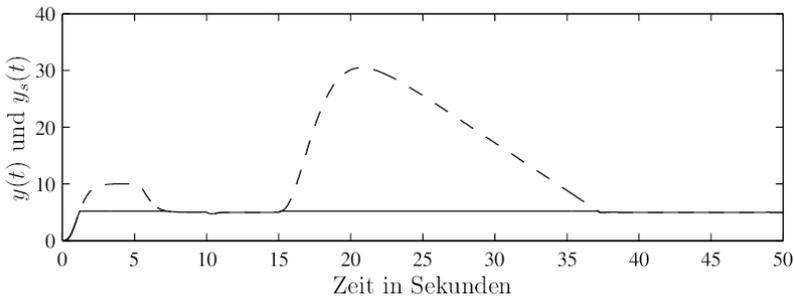
ist (5.107) ein Hurwitz-Polynom und die Phase von $F_{Lm}^{PH}(j\omega)$ bleibt im Bereich (5.110). Die durchgezogene Kurve in Abb. 5.54a zeigt die Übergänge des Regelkreises nach Abb. 5.53 bei einer Ausgangsbegrenzung mit der Amplitude $y_0 = 5,2$, einem Führungseingang

$$w(t) = \beta_1 1(t) + \beta_2 1(t - 5)$$

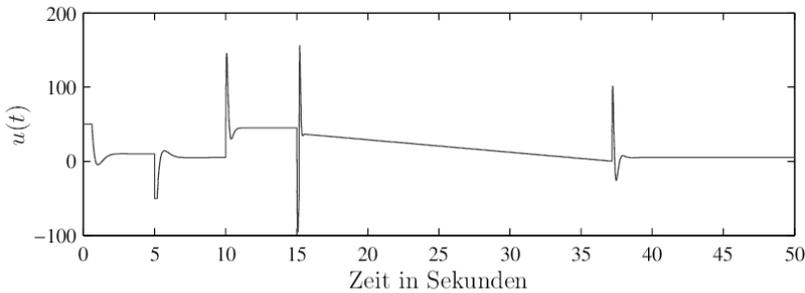
mit $\beta_1 = 10$ und $\beta_2 = -5$ und einem Störeingang

$$z(t) = \gamma_1 1(t - 10) + \gamma_2 1(t - 15)$$

mit $\gamma_1 = -1$ und $\gamma_2 = 1$. Das Führungsfilter besitzt die Dynamik aus Beispiel 5.3 mit $w_0 = 50$. In Abb. 5.54b sind die zugehörigen Stellsignale aufgetragen.



(a) Ausgangsgröße unbegrenzt (--) und begrenzt (—)



(b) Stellgröße

Abb. 5.54: Führungs- und Störübergänge des Regelkreises in Abb. 5.53

Abbildung 5.54a zeigt gestrichelt auch den Verlauf des tatsächlichen, unbegrenzten Streckenausgangs $y(t)$. Das enorme Überschwingen des tatsächlichen Streckenausgangs ist eine Folge der Tatsache, dass der Regelkreis während der

Sensor-Sättigung offen ist und der Regler lediglich eine Steuergröße generiert, die zu einem Abbau der Störauswirkungen führt. Dieser Stelleingriff muss natürlich relativ zurückhaltend ausfallen, weil der Reglereingang $\varepsilon(t)$ keinerlei Information über die Amplitude der angreifenden Störung und der aktuellen Amplitude des Streckenausgangs enthält. Ein stärkeres Gegensteuern bei derart großem Überschwingen der Regelgröße wäre zwar wünschenswert, dies würde aber möglicherweise zu einer destabilisierenden Überreaktion führen, wenn die Störgröße z.B. nur eine halb so große Amplitude aufwiese. Die Dimensionierung von $Z_{Rm}(s)$ (und damit natürlich auch von $Z_{Rd}(s)$) anhand des Kreiskriteriums stellt hingegen sicher, dass es bei beliebigen Störampplituden und beliebigen Sensor-Bereichen zu keinem instabilen Verhalten des nichtlinearen Regelkreises kommt.

Dennoch erscheint es sinnvoll, die nominelle Regelung relativ schnell auszulegen, weil dadurch bei gegebenen Störeingriffen die vorhandenen Ausgangsbegrenzungen erheblich seltener ansprechen und damit die ungünstige Situation einer Störeinwirkung im offenen Regelkreis deutlich seltener auftritt.

Allerdings führt eine schnellere Auslegung der linearen Regelung auch zu größeren Stelleingriffen, wie der Verlauf der zugehörigen Stellgröße in Abb. 5.54b zeigt. Diese Stellsignale dürften in einer praktischen Anwendung die immer vorhandenen Begrenzungen im Stellglied deutlich übersteigen, so dass man eine Auslegung des Regelkreises im Hinblick auf Begrenzungen am Eingang und am Ausgang der Strecke untersuchen müsste. Dieses Problem ist allerdings bis jetzt ungelöst.

6 Abtastsysteme

In diesem Kapitel werden die Grundlagen abgetasteter Systeme dargestellt, um auch Regelkreise mit digitaler Signalverarbeitung und Abtastung der analogen Signale behandeln zu können. Da für dieses Gebiet eine umfangreiche Literatur vorliegt, sollen sich die folgenden Ausführungen auf das notwendigste beschränken (weiterführende Literatur [2, 3, 7, 20, 24, 26, 32, 45, 84, 89]).

6.1 Grundlagen der z -Transformation

Im folgenden werden Systeme wie in Abb. 6.1 gezeigt betrachtet. Wie die folgenden Ableitungen zeigen werden, müssen die Eingangssignale x_{e0} bei einem Abtastvorgang bandbegrenzt sein. Um das sicherzustellen, muß am Eingang ein Anti-Aliasing-Filter vorgesehen werden; das so bandbegrenzte Signal wird mit $x_e(t)$ bezeichnet.

Bei einer nachfolgenden digitalen Signalverarbeitung folgt eine Abtastung mittels eines A/D-Wandlers, der aus einem Abtaster mit der Abtastperiode T (Signal x_e^*), einem Halteglied H_0 (Signal x_h) sowie einer Quantisierung besteht. Wird am Ausgang wieder ein Analogsignal benötigt, erfolgt nach der digitalen Signalverarbeitung (DSP) eine D/A-Wandlung. Im folgenden sollen nun einige der wesentlichen Komponenten und ihre Funktion beschrieben werden.

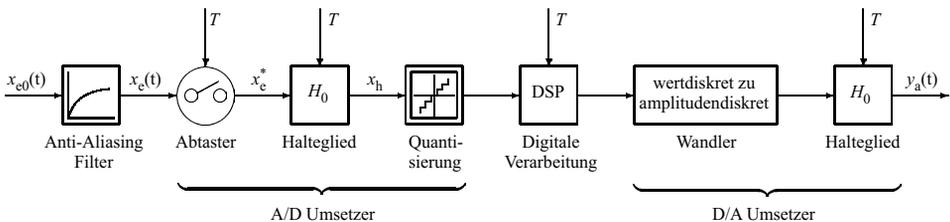


Abb. 6.1: System mit digitaler Signalverarbeitung und analogen Ein- und Ausgangssignalen

6.1.1 Abtastvorgang

Es wird zunächst ein Abtastsystem mit einem Halteglied nullter Ordnung (H_0) betrachtet. (**Hinweis:** Es muß unterschieden werden zwischen T beim Abtastsystem und $T = 1/(f_N p)$ beim Stromrichter-Stellglied.)

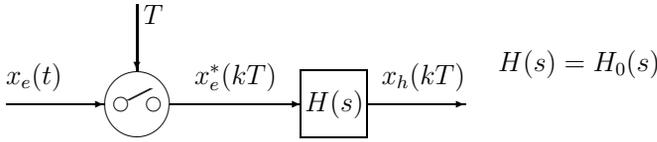


Abb. 6.2: Halteglied nullter Ordnung

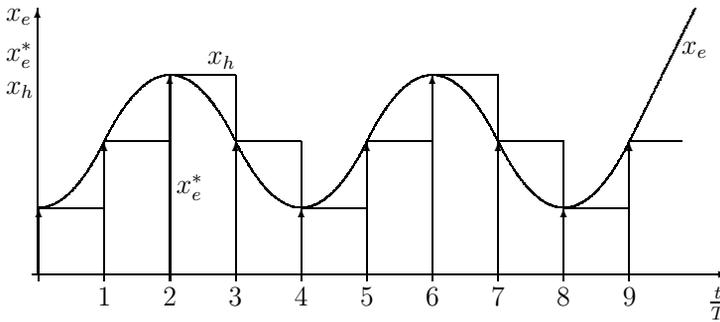


Abb. 6.3: Abtastsystem und Abtastvorgang (Abtastperiode = T)

Dabei sei angenommen, daß das Signal x_e bandbegrenzt ist. Tritt zum Abtastzeitpunkt bei nichtstetigen Funktionen eine Unstetigkeit auf, so wird der rechtsseitige Grenzwert der Funktion verwendet:

$$x_e(kT) = x_e(kT + 0) \quad \text{für} \quad 0 \leq k \leq \infty \quad (6.1)$$

Der Abtastvorgang läßt sich mathematisch durch eine Multiplikation der abzutastenden Funktion $x_e(t)$ mit einer Impulsfolge δ_T beschreiben. Das abgetastete Signal $x_e^*(kT)$ wird somit berechnet gemäß

$$x_e^*(kT) = x_e(t) \sum_{k=0}^{\infty} \delta(t - kT) = \sum_{k=0}^{\infty} (x_e(kT) \cdot \delta(t - kT)) = x_e(t) \cdot \delta_T(t) \quad (6.2)$$

wobei $\delta_T(t)$ eine unendliche Impulsfolge von Einheits-Dirac-Impulsen mit der Periodendauer T darstellt. Die Laplace-Transformierte des abgetasteten Eingangssignals wird zu:

$$x_e^*(s) = \mathcal{L}\{x_e^*(t)\} = \sum_{k=0}^{\infty} x_e(kT) \cdot e^{-kTs} = x_e(s) * \delta_T(s) \quad (6.3)$$

Aus der Multiplikation im Zeitbereich mit der Dirac-Impulsfolge wird im Laplace-Bereich eine Faltung (Symbol $*$) mit der zugehörigen Transformierten $\delta_T(s)$. Dabei gilt:

$$\delta_T(s) = 1 + e^{-Ts} + e^{-2Ts} + \dots = \frac{1}{1 - e^{-Ts}} \quad (6.4)$$

Die Abtastung im Zeitbereich bewirkt eine periodische Fortsetzung des Originalspektrums im Frequenzbereich. Daher darf das Eingangssignal x_{e0} nur Frequenzanteile kleiner als $\omega_A/2 = \pi/T$ enthalten, damit keine Frequenzanteile aus den Seitenbändern $n\omega_A$ in das Grundfrequenzband $\pm\omega_A/2$ gespiegelt werden. Andernfalls ist das ursprüngliche Signal nicht mehr zu rekonstruieren. Umgekehrt bedeutet dies, daß Signale nur bis zur halben Abtastfrequenz rekonstruiert werden können (Shannon-Theorem).

Das Halteglied nullter Ordnung hält den letzten Abtastwert bis zur nächsten Abtastung fest. Dies kann mathematisch durch zwei Sprungfunktionen, die um eine Abtastperiode verschoben sind, dargestellt werden. Mit dem Einheitssprung $\sigma(t)$ besitzt das Halteglied damit die Impulsantwort $g_H(t)$ und mit dem Rechtsverschiebungssatz (s.u.) die zugehörige Laplace-Transformierte $H_0(s)$ wie folgt:

$$g_H(t) = \sigma(t) - \sigma(t - T) \quad (6.5)$$

$$H_0(s) = \mathcal{L}\{g_H(t)\} = \frac{1}{s} - \frac{1}{s} e^{-sT} = \frac{1 - e^{-sT}}{s} \quad (6.6)$$

Damit wird die Laplace-Transformierte der Treppenfunktion $x_h(t)$ zu:

$$x_h(s) = \mathcal{L}\{x_h(t)\} = x_e^*(s) \cdot H_0(s) = \underbrace{\frac{1 - e^{-sT}}{s}}_{\text{Halten}} \underbrace{\sum_{k=0}^{\infty} x_e(kT) \cdot e^{-kTs}}_{\text{Abtasten}} \quad (6.7)$$

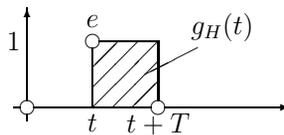


Abb. 6.4: Impulsantwort des Halteglieds nullter Ordnung

6.1.2 z-Transformation

Wird eine beliebige Zeitfunktion $f(t)$ abgetastet, erhält man die abgetastete Zeitfunktion $f^*(t)$. Von dieser kann ebenfalls eine Laplace-Transformierte $F^*(s)$ gebildet werden. Aus $F^*(s)$ kann durch Einführung der Abkürzung $z = e^{sT}$ direkt die z-Transformierte $f(z)$ der abgetasteten Zeitfunktion angegeben werden.

Definition: $z = e^{Ts}$

Zeitfunktion	Transformierte	
$f(t)$	$F(s)$	
$f^*(kT)$	$F^*(s)$	
$F^*(s) = \mathcal{L}\{f^*(kT)\}$	$= \sum_{k=0}^{\infty} f(kT) \cdot e^{-kTs}$	(6.8)

$$f(z) = \mathcal{Z}\{f^*(kT)\} = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT) \cdot z^{-k} \tag{6.9}$$

Anhand zweier Beispiele (abgetasteter Einheitssprung und abgetastete Rampe) soll die analytische Berechnung einer z -Transformierten aus der Definitionsformel gezeigt werden. Für kompliziertere Zeitfunktionen muß auf die untenstehende Transformationstabelle verwiesen werden.

Beispiel 1:

$$f(t) = \sigma(t) \quad \circ \rightarrow \bullet \quad f(s) = \frac{1}{s} \tag{6.10}$$

$$f^*(s) = \sum_{k=0}^{\infty} 1 \cdot e^{-sTk} = 1 + e^{-sT} + e^{-2Ts} + \dots \tag{6.11}$$

$$f(z) = 1 + z^{-1} + z^{-2} + \dots \tag{6.12}$$

Die Umformung mit der Binomischen Reihe $(1 - x)^{-1} = 1 + x + x^2 + x^3 + \dots$ ergibt:

$$f(z) = \frac{1}{1 - \frac{1}{z}} = \frac{z}{z - 1} = \frac{1}{1 - z^{-1}} \tag{6.13}$$

Beispiel 2:

$$f(t) = t \cdot \sigma(t) \quad \circ \rightarrow \bullet \quad f(s) = \frac{1}{s^2} \tag{6.14}$$

$$f^*(s) = 0 + T \cdot e^{-Ts} + 2T \cdot e^{-2Ts} + 3T \cdot e^{-3Ts} + \dots \tag{6.15}$$

$$= T \cdot e^{-Ts} \cdot (1 + 2e^{-Ts} + 3e^{-2Ts} + \dots) \tag{6.16}$$

Die Umformung mit der Reihe $(1 - x)^{-m} = 1 + mx + m(m + 1)x^2/2! + \dots$ ergibt mit $m = 2$:

$$f(z) = \frac{Tz^{-1}}{\left(1 - \frac{1}{z}\right)^2} = \frac{Tz}{(z - 1)^2} \tag{6.17}$$

6.1.3 Gesetze und Rechenmethoden der z -Transformation

Im folgenden sollen einige Rechenregeln der z -Transformation aufgeführt werden. Sie sind sehr ähnlich zu denen der Laplace-Transformation.

1. Linearität

$$\mathcal{Z}\{af(kT) + bg(kT)\} = a \cdot \mathcal{Z}\{f(kT)\} + b \cdot \mathcal{Z}\{g(kT)\} \quad (6.18)$$

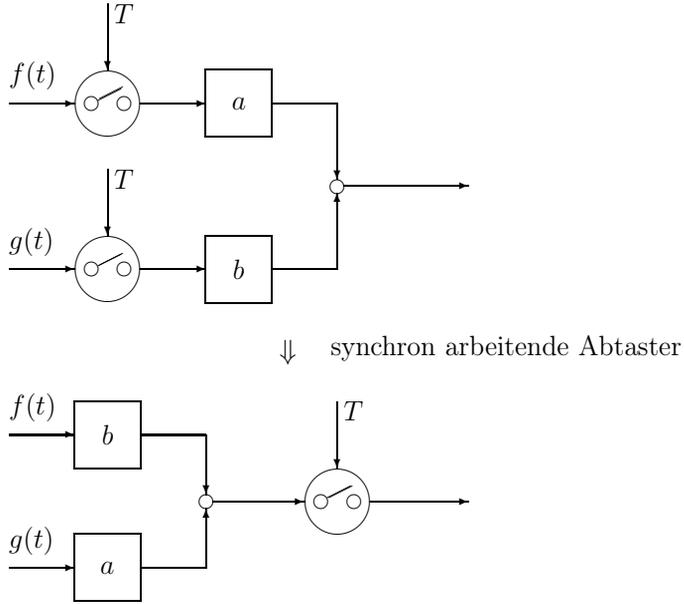


Abb. 6.5: Linearität

2. Rechtsverschiebung einer Folge: $n \geq 0$

Verschiebt man eine Folge $x(kT)$ auf der Zeitachse um n Abtastintervalle nach rechts (das entspricht einer Verzögerung des Signals x), so wird dies durch eine Multiplikation der z -Transformierten mit z^{-n} ausgedrückt.

$$\mathcal{Z}\{x(kT - nT)\} = z^{-n} \cdot \mathcal{Z}\{x(kT)\} \quad (6.19)$$

3. Linksverschiebung einer Folge: $n > 0$

Bei einer Linksverschiebung werden die Glieder der Folge, die nach der Verschiebung links vom Nullpunkt sind, unterdrückt.

$$\mathcal{Z}\{x(kT + nT)\} = z^n \cdot \left[\mathcal{Z}\{x(kT)\} - \sum_{m=0}^{n-1} x(mT)z^{-m} \right] \quad (6.20)$$

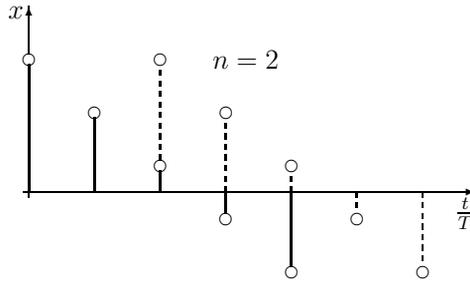


Abb. 6.6: Rechtsverschiebung

4. Dämpfungssatz:

$$\mathcal{Z}\{x(kT) \cdot e^{-akT}\} = x(ze^{aT}) \tag{6.21}$$

5. Erste Differenz einer Folge:

$$\Delta x(kT) = x((k+1)T) - x(kT) \tag{6.22}$$

$$\mathcal{Z}\{\Delta x(kT)\} = (z-1) \cdot \mathcal{Z}\{x(kT)\} - x(+0) \cdot z \tag{6.23}$$

6. Anfangswert und Endwert einer Folge:

$$x(+0) = \lim_{z \rightarrow \infty} x(z) \tag{6.24}$$

$$x(\infty) = \lim_{k \rightarrow \infty} x(kT) = \lim_{z \rightarrow 1} ((z-1)x(z)) \tag{6.25}$$

7. Differentiation einer Folge nach einem Parameter:

$$\mathcal{Z}\left\{\frac{\partial}{\partial a} x(t, a)\right\} = \frac{\partial}{\partial a} \mathcal{Z}\{x(t, a)\} \tag{6.26}$$

8. Inverse z -Transformation:

Es gilt:

$$x(z) = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT)z^{-k} \tag{6.27}$$

Die Koeffizienten dieser Laurent-Reihe ergeben sich zu:

$$x(kT) = \mathcal{Z}^{-1}\{x(z)\} = \frac{1}{2\pi j} \oint x(z)z^{k-1} dz \tag{6.28}$$

Das Integral kann mit dem Cauchyschen Residuensatz berechnet werden, wenn $x(z)$ rational ist.

$$x(kT) = \sum_i \operatorname{Res} [x(z)z^{k-1}] \Big|_{z=z_i} = \mathcal{Z}^{-1}\{x(z)\} \tag{6.29}$$

Zur Veranschaulichung der verschiedenen möglichen Vorgehensweisen sollen einige Beispiele dienen.

Wir der Anfangswertsatz $x(+0) = \lim_{z \rightarrow \infty} x(z)$ auf Gl. (6.27) angewendet

$$x(z) = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT)z^{-k} = x(0) + x(1)z^{-1} + \dots + x(n)z^{-n} + \dots \quad (6.30)$$

so ist $x(0)$ bestimmbar. Wenn nun der Linksverschiebungssatz (Abschn. 3) angewandt wird, dann können die Terme $x(k)$ nacheinander bestimmt werden.

Generell müssen die Koeffizienten der Potenzreihe durch die Anwendung des Cauchyschen Residuensatzes entwickelt werden. Voraussetzung ist allerdings, daß die Pole $z_{\infty r}$ der im allgemeinen gebrochen rationalen Funktion $x(z) = y(z)/u(z)$ bekannt sind. Andernfalls kann die Funktion z.B. durch Partialbruchzerlegung oder Potenzreihen in eine Summe einfacher Partialbrüche zerlegt werden.

Wenn nun die Pole $z_{\infty r}$ bekannt sind, müssen verschiedene Fälle unterschieden werden.

(a) n einfache Pole $z_{\infty r}$:

$$x(z) = \frac{y(z)}{u(z)} = \frac{y(z)}{\prod_{r=1}^n (z - z_{\infty r})} = x(0) + \sum_{r=1}^n \frac{\operatorname{Res} \left[\frac{y(z)}{u(z)} \right]_{z=z_{\infty r}}}{z - z_{\infty r}} \quad (6.31)$$

n Polstellen $z_{\infty r}$

$$x(0) = \lim_{z \rightarrow \infty} x(z) \quad (6.32)$$

$$\operatorname{Res} \left[\frac{y(z)}{u(z)} \right]_{z=z_{\infty r}} = \frac{y(z_{\infty r})}{u'(z_{\infty r})} \quad (6.33)$$

(b) m -facher Pol $z_{\infty r}$:

$$\operatorname{Res} [x(z)]_{z=z_{\infty r}} = \frac{1}{(m-1)!} \cdot \frac{d^{m-1}}{dz^{m-1}} [x(z)(z - z_{\infty r})^m]_{z=z_{\infty r}} \quad (6.34)$$

Im vorliegenden Fall der inversen z -Transformation ist allerdings statt $x(z)$ der Ausdruck $x(z)z^{k-1}$ zu integrieren. Analog gilt dann:

für (a):

$$R_r = \operatorname{Res} [x(z)z^{k-1}]_{z=z_{\infty r}} = \lim_{z \rightarrow z_{\infty r}} [(z - z_{\infty r}) \cdot x(z)z^{k-1}]$$

für (b):

$$R_r = \operatorname{Res} [x(z)z^{k-1}]_{z=z_{\infty r}} = \frac{1}{(m-1)!} \lim_{z \rightarrow z_{\infty r}} \frac{d^{m-1}}{dz^{m-1}} [(z - z_{\infty r})x(z)z^{k-1}]$$

Generell gilt dann für die gesuchte Potenzreihe mit den Residuen R_r :

$$x(z) = \sum_{k=0}^{\infty} R_r z^{-k} \tag{6.35}$$

Bei konjugiert komplexen Polen sei auf die Spezialliteratur verwiesen.

9. Faltungssatz:

$$y(nT) = \sum_{k=0}^{\infty} u(kT) \cdot h[(n - k)T] \tag{6.36}$$

$$\mathcal{Z}\{y(nT)\} = \mathcal{Z}\{u(kT)\} * \mathcal{Z}\{h(kT)\} \tag{6.37}$$

10. Modifizierte z -Transformation:

Bisher wurden bei der z -Transformation eines Signals $x(t)$ nur die Amplituden im rechtsseitigen Grenzwert $x(kT+0)$ berücksichtigt. Für bestimmte Anwendungsfälle, muß auch die Amplitudenwerte zwischen den Abtastzeitpunkten bekannt sein. Typische Anwendungen sind die Erkennung von „hidden oscillations“ bei der Stabilitätsanalyse oder spezielle Anwendungsfälle in der Leistungselektronik.

Immer dann, wenn zum Zeitpunkt

$$t = (k + \gamma)T \quad \text{mit} \quad 0 \leq \gamma < 1 \tag{6.38}$$

die Signalwerte des Signals $x(t)$ ermittelt werden sollen, muß die modifizierte z -Transformation verwendet werden. Prinzipiell kann die Modifikation wie folgt veranschaulicht werden: Das Signal $x(t)$ wird um $(1 - \gamma)T$ zeitlich verschoben und dann erst abgetastet, was einem Laufzeitglied $e^{-(1-\gamma)Ts}$ vor dem Abtaster entspricht.

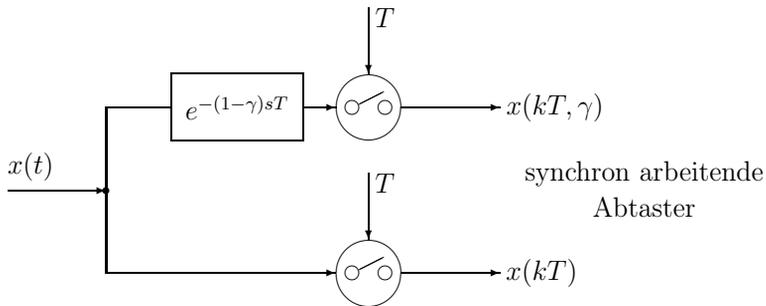


Abb. 6.7: Modifizierte z -Transformation

Die Berechnung von $x^*(s, \gamma)$ erfolgt mit der komplexen Faltung (Parseval-Gleichung). In Sonderfällen wird zur Konvergenz des Integrals $\gamma = 1 - m$ gesetzt.

$$x^*(s, \gamma) = \mathcal{L}\{x(t + \gamma T) \cdot \delta_T(t)\} \tag{6.39}$$

$$= \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} x(\varepsilon) e^{\gamma\varepsilon T} \frac{1}{1 - e^{-T(s-\varepsilon)}} d\varepsilon \tag{6.40}$$

Anschließend läßt sich daraus die z -Transformierte $x(z, \gamma)$ bestimmen.

11. Zusammenschaltung einfacher Abtastsysteme

Im folgenden sollen einige Rechenregeln für die z -Transformation von Systemen mit Abtastern angegeben werden. Insbesondere ist dabei zu beachten, ob die Teilsysteme durch Abtaster voneinander „isoliert“ sind oder nicht. Zur Vereinfachung der Schreibweise wird die folgende Abkürzung eingeführt, die es in der Praxis vielfach erlaubt, in der untenstehenden Korrespondenztabelle direkt von der Laplace-Spalte in die z -Spalte zu gehen.

$$\mathcal{Z}\mathcal{L}^{-1}\{G(s)\} = \mathcal{Z} [\mathcal{L}^{-1}\{G(s)\}|_{t=kT}] \tag{6.41}$$

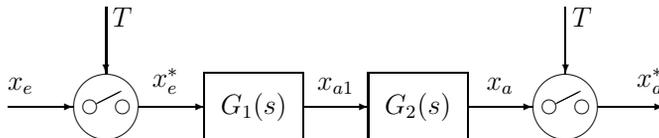
In den folgenden Abbildungen wird angenommen, daß alle Abtaster synchron arbeiten, so lange nicht explizit eine andere Arbeitsweise angegeben wird.

Bei der Anordnung nach Abb. 6.8 ist das Ausgangssignal x_{a1} ein kontinuierliches Signal, das als Eingangssignal für den Übertragungsblock mit der Übertragungsfunktion $G_2(s)$ wirkt. Aufgrund des kontinuierlichen Eingangssignals x_{a1} müssen $G_1(s) \cdot G_2(s)$ gemeinsam in den z -Bereich transformiert werden.

Im Gegensatz dazu sind bei der Struktur nach Abb. 6.9 die Eingangssignale jeweils abgetastet. Daher müssen die Übertragungsfunktionen getrennt in den z -Bereich transformiert werden.

Die Struktur von Abb. 6.12 entspricht der Struktur von kontinuierlichen Regelkreisen mit einem leistungselektronischen Stellglied. Die Anordnung Abb. 6.13 entspricht einer möglichen digitalen Regelkreisstruktur.

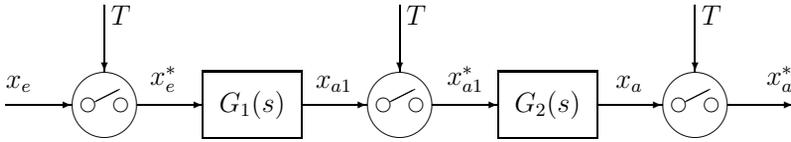
Weitere Anordnungen können aufgrund dieser Vorkenntnisse leicht selbst erarbeitet werden.



$$G_0(z) = \mathcal{Z}\mathcal{L}^{-1}\{G_1(s) \cdot G_2(s)\}$$

$$x_a(z) = G_0(z) \cdot x_e(z)$$

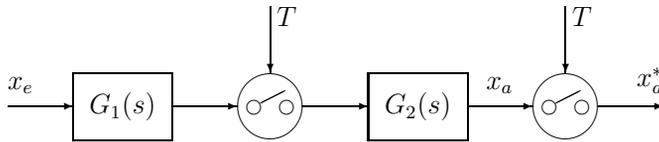
Abb. 6.8: Abtastsystem zur gemeinsamen z -Transformation von G_1 und G_2



$$G_0(z) = G_1(z) \cdot G_2(z) = \mathcal{ZL}^{-1}\{G_1(s)\} \cdot \mathcal{ZL}^{-1}\{G_2(s)\}$$

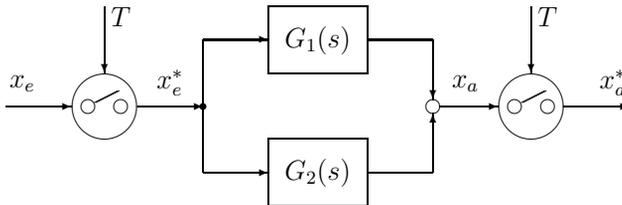
$$x_a(z) = G_1(z) \cdot G_2(z) \cdot x_e(z)$$

Abb. 6.9: Abtastsystem zur **getrennten** z -Transformation von G_1 und G_2



$$x_a(z) = [\mathcal{ZL}^{-1}\{x_e(s) \cdot G_1(s)\}] \cdot G_2(z)$$

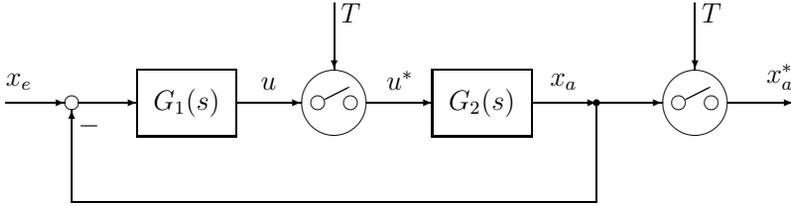
Abb. 6.10: Abtastsystem zur **gemischten** z -Transformation von G_1 und G_2



$$G(z) = \mathcal{ZL}^{-1}\{G_1(s) + G_2(s)\}$$

$$x_a(z) = G(z) \cdot x_e(z)$$

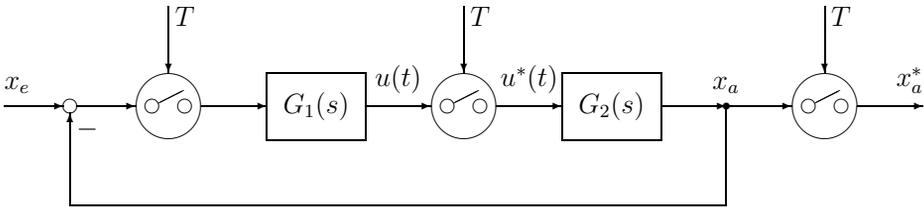
Abb. 6.11: Abtastsystem mit **parallelen** Signalpfaden



$$u(z) = \mathcal{ZL}^{-1}\{x_e(s) \cdot G_1(s)\} - \mathcal{ZL}^{-1}\{G_1(s) \cdot G_2(s)\} \cdot u(z)$$

$$x_a(z) = \mathcal{ZL}^{-1}\{G_2(s)\} \cdot u(z) = G_2(z) \cdot u(z) = \frac{G_2(z) \cdot \mathcal{ZL}^{-1}\{x_e(s) \cdot G_1(s)\}}{1 + \mathcal{ZL}^{-1}\{G_1(s) \cdot G_2(s)\}}$$

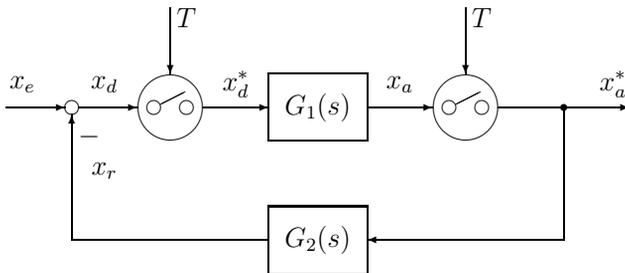
Abb. 6.12: Regelkreis Anordnung 1



$$u(z) = G_1(z) \cdot x_e(z) - G_1(z) \cdot G_2(z) \cdot u(z)$$

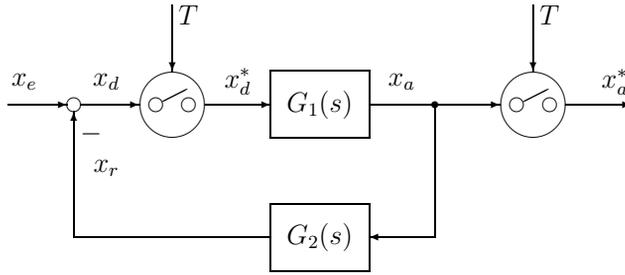
$$x_a(z) = G_2(z) \cdot u(z) = \frac{G_1(z) \cdot G_2(z)}{1 + G_1(z) \cdot G_2(z)} \cdot x_e(z)$$

Abb. 6.13: Regelkreis Anordnung 2



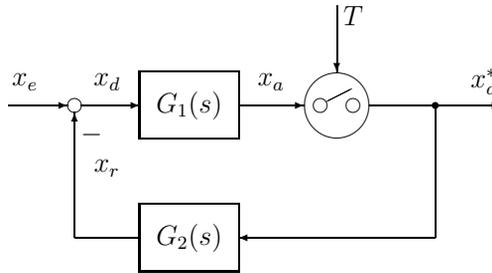
$$x_a(z) = \frac{G_1(z) \cdot x_e(z)}{1 + G_1(z) \cdot G_2(z)}$$

Abb. 6.14: Regelkreis Anordnung 3



$$\begin{aligned}
 x_r(z) &= x_d(z) \cdot \mathcal{ZL}^{-1} \{G_1(s) \cdot G_2(s)\} \\
 x_e(z) &= x_d(z) \{1 + \mathcal{ZL}^{-1} (G_1(s) \cdot G_2(s))\} \\
 x_a(z) &= x_d(z) \cdot G_1(z) = \frac{G_1(z) \cdot x_e(z)}{1 + \mathcal{ZL}^{-1} \{G_1(s) \cdot G_2(s)\}}
 \end{aligned}$$

Abb. 6.15: Regelkreis Anordnung 4



$$x_a(z) = \frac{\mathcal{ZL}^{-1} \{G_1(s) \cdot x_e(s)\}}{1 + \mathcal{ZL}^{-1} \{G_1(s) \cdot G_2(s)\}}$$

Abb. 6.16: Regelkreis Anordnung 5

6.1.4 Transformationstabelle

$f(t)$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$	$f(z) = \mathcal{Z}\{f(kT)\}$
1	$\frac{1}{s}$	$\frac{z}{z-1}$
t	$\frac{1}{s^2}$	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$
t^2	$\frac{2}{s^3}$	$\frac{T^2z(z+1)}{(z-1)^3}$
t^3	$\frac{6}{s^4}$	$\frac{T^3z(z^2+4z+1)}{(z-1)^4}$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	$\lim_{a \rightarrow 0} \frac{\partial^n}{\partial a^n} \left\{ \frac{z}{z - e^{aT}} \right\}$
e^{-at}	$\frac{1}{s+a}$	$\frac{z}{z - e^{-aT}}$
te^{-at}	$\frac{1}{(s+a)^2}$	$\frac{Tze^{-aT}}{(z - e^{-aT})^2}$
t^2e^{-at}	$\frac{2}{(s+a)^3}$	$\frac{T^2ze^{-aT}(z + e^{-aT})}{(z - e^{-aT})^3}$
t^ne^{at}	$\frac{n!}{(s-a)^{n+1}}$	$\frac{\partial^n}{\partial a^n} \left\{ \frac{z}{z - e^{aT}} \right\}$
$1 - e^{-at}$	$\frac{a}{s(s+a)}$	$\frac{(1 - e^{-aT})z}{(z-1)(z - e^{-aT})}$
$at - 1 + e^{-at}$	$\frac{a^2}{s^2 \cdot (s+a)}$	$\frac{(aT - 1 + e^{-aT})z^2 + (1 - aTe^{-aT} - e^{-aT})z}{(z-1)^2(z - e^{-aT})}$

$f(z, \gamma) = \mathcal{Z}\{f(kT + \gamma T)\}$ mit $0 \leq \gamma < 1$	$f(t)$
$\frac{z}{z-1}$	1
$\frac{Tz[\gamma z + (1-\gamma)]}{(z-1)^2}$	t
$\frac{T^2z[\gamma^2z^2 + (1+2\gamma-2\gamma^2)z + (1-\gamma)^2]}{(z-1)^3}$	t^2
$\frac{T^3z[\gamma^3z^3 + (1+3\gamma+3\gamma^2-3\gamma^3)z^2 + (4-6\gamma^2+3\gamma^3)z + (1-\gamma)^3]}{(z-1)^4}$	t^3
$\lim_{a \rightarrow 0} \frac{\partial^n}{\partial a^n} \left\{ \frac{ze^{a\gamma T}}{z - e^{aT}} \right\}$	t^n
$\frac{ze^{-a\gamma T}}{z - e^{-aT}}$	e^{-at}
$\frac{Tze^{-a\gamma T} [\gamma z + (1-\gamma)e^{-aT}]}{(z - e^{-aT})^2}$	te^{-at}
$\frac{T^2ze^{-a\gamma T}}{(z - e^{-aT})^3} [\gamma^2z^2 + (1+2\gamma-2\gamma^2)e^{-aT}z + (1-\gamma)^2e^{-2aT}]$	t^2e^{-at}
$\frac{\partial^n}{\partial a^n} \left\{ \frac{ze^{a\gamma T}}{z - e^{aT}} \right\}$	$t^n e^{at}$
$\frac{(1 - e^{-a\gamma T})z^2 + (e^{-a\gamma T} - e^{-aT})z}{(z-1)(z - e^{-aT})}$	$1 - e^{-at}$
$\frac{z}{(z-1)^2(z - e^{-aT})} \left\{ (a\gamma T - 1 + e^{-a\gamma T})z^2 \right.$ $+ [aT(1 - \gamma - \gamma e^{-aT}) + 1 - 2e^{-a\gamma T} + e^{-aT}]z$ $\left. + [e^{-a\gamma T} - aTe^{-aT}(1 - \gamma) - e^{-aT}] \right\}$	$at - 1 + e^{-at}$

$f(t)$	$F(s) = \mathcal{L}\{f(t)\}$	$f(z) = \mathcal{Z}\{f(kT)\}$
$e^{-at} - e^{-bt}$	$\frac{b-a}{(s+a)(s+b)}$	$\frac{z(e^{-aT} - e^{-bT})}{(z - e^{-aT})(z - e^{-bT})}$
$(a-b) + be^{-at} - ae^{-bt}$	$\frac{ab(a-b)}{s(s+a)(s+b)}$	$\frac{(a-b)z}{z-1} + \frac{bz}{z - e^{-aT}} - \frac{az}{z - e^{-bT}}$
$ab(a-b)t + (b^2 - a^2) - b^2e^{-at} + a^2e^{-bt}$	$\frac{a^2b^2(a-b)}{s^2(s+a)(s+b)}$	$\frac{ab(a-b)Tz}{(z-1)^2} + \frac{(b^2 - a^2)z}{z-1} - \frac{b^2z}{z - e^{-aT}} + \frac{a^2z}{z - e^{-bT}}$
$\sin \omega_0 t$	$\frac{\omega_0}{s^2 + \omega_0^2}$	$\frac{z \sin \omega_0 T}{z^2 - 2z \cos \omega_0 T + 1}$
$\cos \omega_0 t$	$\frac{s}{s^2 + \omega_0^2}$	$\frac{z(z - \cos \omega_0 T)}{z^2 - 2z \cos \omega_0 T + 1}$ Spezialfall: $\omega_0 T = \pi : \mathcal{Z}\{(-1)^k\} = \frac{z}{z+1}$
$e^{-at} \sin \omega_0 t$	$\frac{\omega_0}{(s+a)^2 + \omega_0^2}$	$\frac{ze^{-aT} \sin \omega_0 T}{z^2 - 2ze^{-aT} \cos \omega_0 T + e^{-2aT}}$
$e^{-at} \cos \omega_0 t$	$\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega_0^2}$	$\frac{z^2 - ze^{-aT} \cos \omega_0 T}{z^2 - 2ze^{-aT} \cos \omega_0 T + e^{-2aT}}$ Spezialfall: $\omega_0 T = \pi : \mathcal{Z}\{(-e^{-aT})^k\} = \frac{z}{z + e^{-aT}}$

$f(z, \gamma) = \mathcal{Z}\{f(kT + \gamma T)\}$ mit $0 \leq \gamma < 1$	$f(t)$
$\frac{(e^{-a\gamma T} - e^{-b\gamma T})z^2 + (e^{-T(a+b\gamma)} - e^{-T(b+a\gamma)})}{(z - e^{-aT})(z - e^{-bT})}$	$e^{-at} - e^{-bt}$
$\frac{(a-b)z}{z-1} + \frac{bze^{-a\gamma T}}{z - e^{-aT}} - \frac{aze^{-b\gamma T}}{z - e^{-bT}}$	$(a-b) + be^{-at} - ae^{-bt}$
$\frac{ab(a-b)Tz}{(z-1)^2} + \frac{[ab(a-b)\gamma T + b^2 - a^2]z}{z-1}$ $- \frac{b^2ze^{-a\gamma T}}{z - e^{-aT}} + \frac{a^2ze^{-b\gamma T}}{z - e^{-bT}}$	$ab(a-b)t + (b^2 - a^2) - b^2e^{-at} + a^2e^{-bt}$
$\frac{z^2 \sin \gamma \omega_0 T + z \sin(1-\gamma)\omega_0 T}{z^2 - 2z \cos \omega_0 T + 1}$	$\sin \omega_0 t$
$\frac{z^2 \cos \gamma \omega_0 T - z \cos(1-\gamma)\omega_0 T}{z^2 - 2z \cos \omega_0 T + 1}$	$\cos \omega_0 t$
$\frac{[z \sin \gamma \omega_0 T + e^{-aT} \sin(1-\gamma)\omega_0 T] ze^{-a\gamma T}}{z^2 - 2ze^{-aT} \cos \omega_0 T + e^{-2aT}}$	$e^{-at} \sin \omega_0 t$
$\frac{[z \cos \gamma \omega_0 T - e^{-aT} \cos(1-\gamma)\omega_0 T] ze^{-a\gamma T}}{z^2 - 2ze^{-aT} \cos \omega_0 T + e^{-2aT}}$	$e^{-at} \cos \omega_0 t$

6.2 Übertragungsfunktionen von Abtastsystemen

Im Kap. 6.1.3 waren Rechenregeln für zeitdiskrete Systeme angegeben worden. Grundsätzlich kann ein Signal $x(z)$, das eine gebrochene rationale z -Übertragungsfunktion hat, auch durch eine Regelkreisordnung mit einem oder mehreren Abtastsystemen hervorgerufen werden (siehe Abb. 6.17).

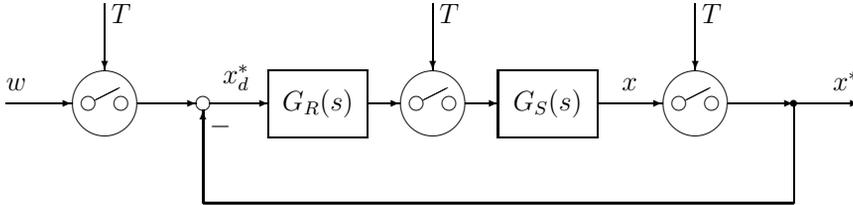


Abb. 6.17: Standardregelkreis

Mit $m \leq n$ gilt:

$$x(z) = \frac{G_R(z) \cdot G_S(z)}{1 + G_R(z) \cdot G_S(z)} \cdot w(z) = \frac{d_0 + d_1 z^{-1} + \dots + d_m z^{-m}}{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}} \cdot w(z)$$

bzw.

$$x(z) \left(1 + G_R(z) \cdot G_S(z) \right) = G_R(z) \cdot G_S(z) \cdot w(z)$$

$$x(z) \left(a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n} \right) = \left(d_0 + d_1 z^{-1} + \dots + d_m z^{-m} \right) w(z)$$

Dabei beschreiben die Terme mit d_r Vorsteuergrößen und diejenigen mit a_r Rückkopplungsgrößen. Es ergeben sich somit entsprechende Bezeichnungen wie bei kontinuierlichen Systemen. Damit können alle Verfahren der Analyse und Synthese von kontinuierlichen Systemen auf Abtastsysteme übertragen werden.

6.2.1 Stabilität und Pollagen

Aufgrund der obigen Überlegungen bleiben die Verfahren der Stabilitätsanalyse, Wurzelortskurve, Nyquist-Ortskurve und Nichols-Diagramm somit weiter – in entsprechender Übertragung in den z -Bereich – anwendbar.

Als erstes Beispiel soll eine Übertragung der Bedingungen für die Stabilitätsanalyse erfolgen. Generell gilt für die notwendige und hinreichende Stabilität im s -Bereich, daß keine Pole des geschlossenen Regelkreises in der rechten Halbebene vorhanden sind. Die Stabilitätsgrenze ist somit die imaginäre Achse der s -Ebene. Diese Aussage muß nun in den z -Bereich übertragen werden.

Mit $s = \sigma + j\omega$ gilt:

$$z = e^{sT} = e^{(\sigma+j\omega)T} = e^{\sigma T} \cdot e^{j\omega T} \tag{6.42}$$

$$|z| = e^{\sigma T} = f(\sigma) \tag{6.43}$$

Ein Pol in der s -Ebene mit σ wird somit in den z -Bereich in die Koordinaten mit dem Betrag $e^{\sigma T}$ und den Winkel $e^{j\omega T}$ übertragen. Wenn nun die imaginäre Achse als Pollage angenommen wird, dann ist $\sigma = 0$ und es ergibt sich als Stabilitätsgrenze im z -Bereich $z = e^{j\omega T}$, d.h. ein Kreis mit dem Betrag Eins. Die imaginäre Achse im s -Bereich wird somit auf den Einheitskreis abgebildet (siehe Abb. 6.18).

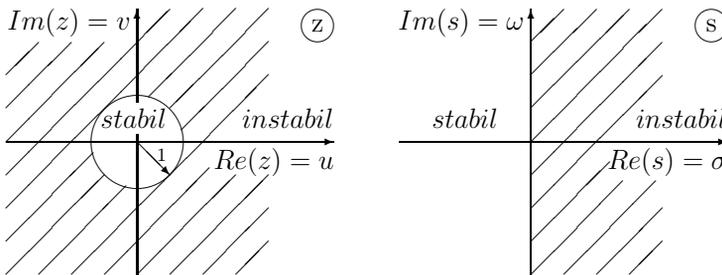


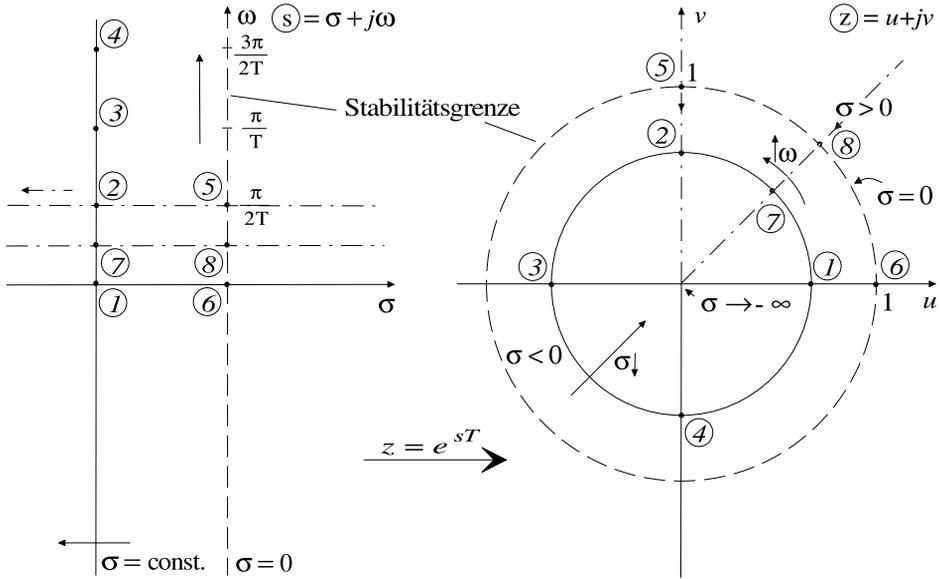
Abb. 6.18: Analogie zur Stabilitätsbedingung in der s -Ebene: $\sigma < 0$

Alle Pole in der linken s -Halbebene werden somit in Pole innerhalb des Einheitskreises in der z -Ebene abgebildet. Ein Regelkreis mit Abtastsystemen ist somit stabil, wenn die z -Pole des geschlossenen Regelkreises innerhalb des Einheitskreises liegen; liegen Pole auf dem Kreis, dann befindet sich der Regelkreis an der Stabilitätsgrenze; liegen die Pole außerhalb des Kreises in der z -Ebene, dann ist der Regelkreis instabil.

Wesentlich ist, daß entsprechend Gl. (6.42) die Abtastperiode T gleichzeitig den Winkel und den Betrag der Pole im z -Bereich bestimmt, andererseits σ nur auf den Betrag und ω nur auf die Phasenlage wirkt. Folglich hängt die Stabilität eines Regelkreises im z -Bereich maßgeblich von der Abtastperiode T ab.

In diesem Sinne können nun verschiedene Pollagen der s -Ebene in die z -Ebene abgebildet werden (Abb. 6.19). Geraden in der linken Halbebene, parallel zur imaginären Achse in der s -Ebene, werden somit zu Kreisen mit $r < 1$ in der z -Ebene abgebildet. Analog werden Geraden, parallel zur reellen Achse in der s -Ebene, zu Geraden mit dem Winkel $e^{j\omega T}$ in der z -Ebene abgebildet. In gleicher Weise können die Pollagen dem Zeitverhalten zugeordnet werden (Abb. 6.20 und 6.21).

Abbildung 6.21 zeigt Linien konstanten Dämpfungsgrads für $D = 1/\sqrt{2}$, $D = 0,5$ und $D = 0,35$, sowie Kreise für Werte der natürlichen Frequenz ω_n . Sie sind hier mit der Abtastperiode T normiert und für $0 \leq \omega_n T \leq 90^\circ$ dargestellt. Der größte Kreis mit $\omega_n = 90^\circ$ entspricht einem Viertel der Abtastkreisfrequenz ω_A , da für $\omega_A/4 = 2\pi/(4T) = \omega_n$ auch $\omega_n T = \pi/2$ gilt.



Geraden mit $\sigma = \text{const.}$ \rightarrow Kreise
 $\omega = \text{const.}$ \rightarrow Geraden

Abb. 6.19: z -Transformation, Stabilität, Pollagen

Zur weiteren Vertiefung soll noch der einfache Fall eines Systems 2. Ordnung mit konstantem Dämpfungsgrad $D = \text{const.}$ angenommen werden. Im s -Bereich gilt für dieses System:

$$D = \left| \frac{\sigma}{\omega_0} \right| = \frac{\sigma}{\sqrt{\sigma^2 + \omega_e^2}} = \cos(\alpha) = \text{const} \quad (6.44)$$

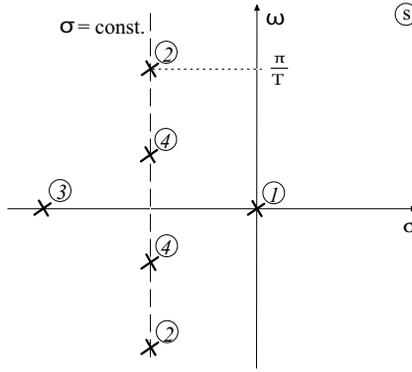
Beim Betragsoptimum gilt z.B. $|\sigma| = |\omega_e|$ und damit $D = \cos(\alpha) = 1/\sqrt{2}$. Dies ergibt im z -Bereich mit $\sigma < 0$

$$z = e^{sT} = e^{\sigma T} \cdot e^{j\omega_e T} \quad (6.45)$$

eine logarithmische Spirale mit dem Betrag $e^{\sigma T}$ und dem Winkel $\omega_e T$. Die Gerade mit $D = \text{const.}$ wird somit im z -Bereich in eine logarithmische Spirale abgebildet.

Wenn nun die Wurzelortskurve (WOK) des offenen Regelkreises bekannt ist, dann kann das dynamische Verhalten des geschlossenen Regelkreises festgelegt werden.

Beispiele:



Sprungantwort:

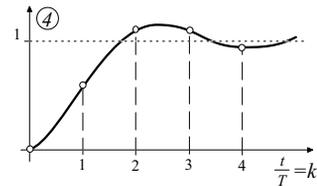
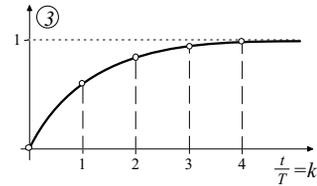
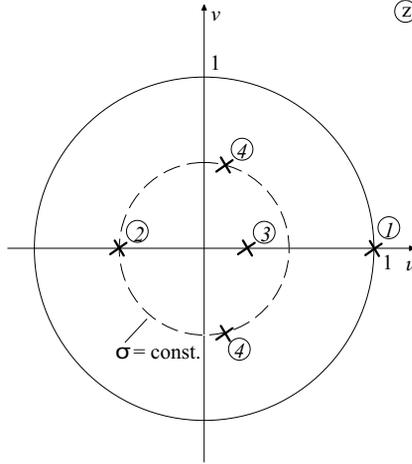
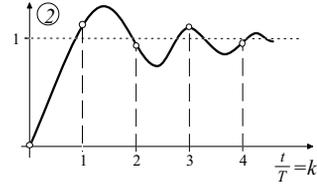
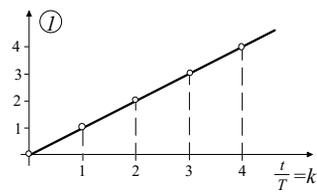


Abb. 6.20: z-Pollagen und Zeitverhalten

Allgemein gilt:

$$G_0(z) = K \cdot \frac{Z(z)}{N(z)} = K \cdot \frac{(z - z_{01})(z - z_{02}) \dots}{(z - z_{\infty 1})(z - z_{\infty 2})(z - z_{\infty 3}) \dots} \quad (6.46)$$

Das WOK-Verfahren fordert:

$$1 + G_R(z) \cdot G_S(z) \stackrel{!}{=} 0 \Rightarrow G_0(z) = -1 \quad (6.47)$$

$$\text{bzw.} \quad N(z) + K \cdot Z(z) = 0 \quad (6.48)$$

Die Wurzelortskurve ist somit der geometrische Ort, für den Gl. (6.48) erfüllt ist. Damit kann wie folgt formuliert werden:

$$G_0(z) = K \cdot \frac{|z - z_{01}| e^{j\beta_1} \dots |z - z_{0m}| e^{j\beta_m}}{|z - z_{\infty 1}| e^{j\alpha_1} \dots |z - z_{\infty n}| e^{j\alpha_n}} \quad (6.49)$$

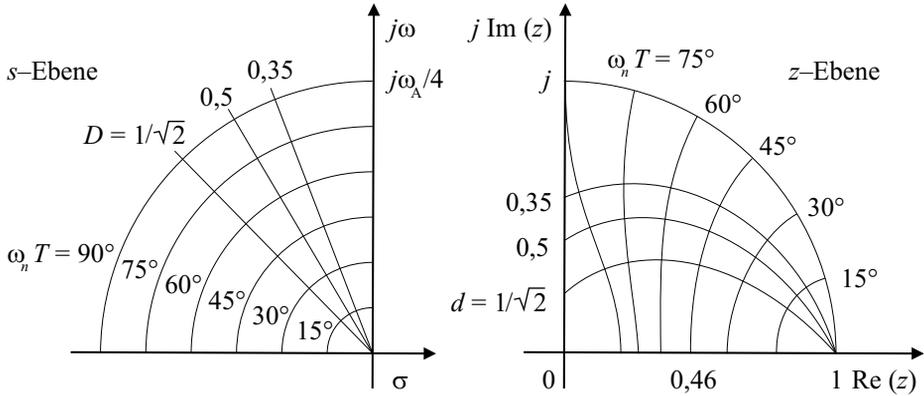


Abb. 6.21: Linien konstanter Dämpfung und konstanter natürlicher Frequenz

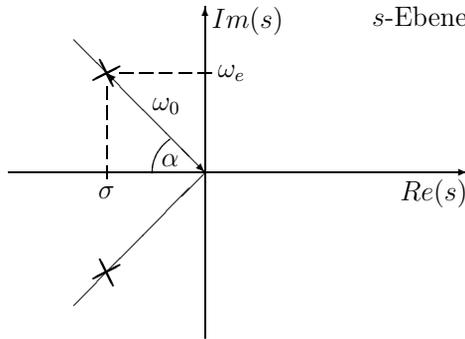


Abb. 6.22: Pollage und Dämpfung

Wenn $G_0(z) = -1$ sein soll, dann muß mit $c = \pm 1, \pm 2, \dots$ somit gelten:

$$G_0(z) = -1 = e^{jc\pi} \tag{6.50}$$

$$\beta_1 + \dots + \beta_m - \alpha_1 - \dots - \alpha_n = c\pi \quad \text{mit } c = \pm 1, \pm 2, \dots \tag{6.51}$$

und

$$K \cdot \frac{|z - z_{01}| \cdots |z - z_{0m}|}{|z - z_{\infty 1}| \cdots |z - z_{\infty n}|} = 1 \tag{6.52}$$

wobei z_{0i} und $z_{\infty i}$ bzw. K entsprechend dem oben gewünschten Verhalten gewählt werden können. Entsprechende Konstruktionsverfahren sind in allen Lehrbüchern der Regelungs- bzw. Automatisierungstechnik beschrieben [2, 3, 7, 20, 24, 26, 32, 45, 89]. In entsprechender Weise können die Methoden der Polvorgabe etc. angewandt werden.

Eine Besonderheit bei Abtastsystemen ist die Pollage bei $z = 0$. In diesem Fall spricht man von *Dead-Beat*-Verhalten. Dabei läßt sich bei Abtastsystemen

ein Übergangsvorgang mit definierter Einstellzeit erreichen. Dies ist ein Idealfall gegenüber dem kontinuierlichen System, bei denen die Ausregelzeit prinzipiell unendlich ist. Ein System im z -Bereich mit *Dead-Beat*-Verhalten besitzt daher ein charakteristisches Polynom endlicher Ordnung.

Allerdings muß bei der *Dead-Beat*-Regelung beachtet werden, daß die benötigten Stellgliedersignale sehr groß werden können. Dies kann dazu führen, daß — insbesondere bei schwingungsfähigen Systemen, bei denen die Eigenfrequenzen oder deren Harmonische im Bereich der Abtastfrequenzen liegen — der *Dead-Beat*-Reglerentwurf nicht genützt werden kann. Der *Dead-Beat*-Entwurf ist somit insbesondere vorteilhaft, wenn Systeme mit reellen Eigenwerten oder mit Totzeiten vorliegen.

Ein weiterer wichtiger Punkt bei Abtastsystemen ist die Wahl der Abtastperiode T . Je höher die Abtastfrequenz bzw. je kürzer die Abtastperiode T gewählt wird, desto mehr nähert sich das Abtastsystem dem kontinuierlichen System an.

Allerdings ist eine sehr hohe Abtastfrequenz aus verschiedenen Gründen nicht immer erwünscht. Eine hohe Abtastfrequenz erhöht nicht nur die Bandbreite der zu verarbeitenden Signale (Shannon-Theorem), sondern auch die Kosten bei der Realisierung des Systems. Weiterhin nehmen im allgemeinen die Stellamplituden mit der Erhöhung der Abtastfrequenz bzw. der Bandbreite zu. Die Wahl der Abtastperiode ist somit immer ein Kompromiß.

6.2.2 Übertragungsverhalten von zeitdiskreten Systemen

In diesem Kapitel soll das Übertragungsverhalten von zeitdiskreten Systemen dargestellt werden. Grundsätzlich muß nun unterschieden werden, ob hinter dem Abtaster ein Halteglied angeordnet ist oder nicht. Im folgenden wird ein einfaches Abtastsystem mit einem Halteglied nullter Ordnung $H_0(s)$ nach Abb. 6.23 betrachtet.

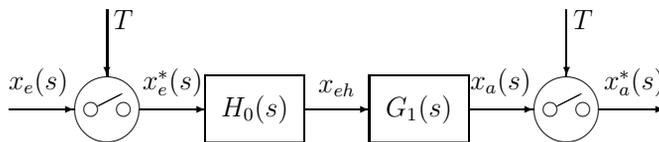


Abb. 6.23: Diskretes System mit Halteglied H_0

Wie schon im Kap. 6.1.1 dargestellt, hat das Halteglied nullter Ordnung die Übertragungsfunktion

$$H_0(s) = \frac{1 - e^{-sT}}{s} \tag{6.53}$$

Die Übertragungsfunktion des Systems in Abb. 6.23 im z -Bereich ergibt sich nach den Rechenregeln wie folgt, wobei der Ausdruck für $G_1(s)/s$ der Korrespondenztabelle entnommen werden kann. Man beachte insbesondere, daß hierbei die Übertragungsfunktion des Halteglieds nullter Ordnung mit der Äquivalenz

$z = e^{sT}$ in einen Teil $1/s$ im s -Bereich und einen Teil $(z - 1)/z$ im z -Bereich aufgespalten wird.

$$\frac{x_a(z)}{x_e(z)} = H_0 G_1(z) = \mathcal{Z} \left[\mathcal{L}^{-1} \left\{ G_1(s) \cdot \frac{1 - e^{-sT}}{s} \right\} \Big|_{t=kT} \right] \quad (6.54)$$

$$= \frac{z - 1}{z} \mathcal{Z} \left[\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{G_1(s)}{s} \right\} \Big|_{t=kT} \right] \quad (6.55)$$

Ein weiterer zu betrachtender Fall ist eine zusätzlich vorhandene Totzeit, wobei die Totzeit ein Vielfaches der Abtastperiode T sei.

$$G(s) = G_1(s) \cdot e^{-sT_t} \quad \text{mit} \quad T_t = d \cdot T \quad (6.56)$$

Da für die Totzeit $e^{-sT_t} = e^{-sdT} = z^{-d}$ gilt, erhält man mit obigem Ansatz:

$$H_0 G(z) = \mathcal{Z} \left[\mathcal{L}^{-1} \{ H_0 \cdot e^{-sT_t} \cdot G_1(s) \} \Big|_{t=kT} \right] \quad (6.57)$$

$$= \frac{z - 1}{z} \cdot z^{-d} \cdot \mathcal{Z} \left[\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{G_1(s)}{s} \right\} \Big|_{t=kT} \right] \quad (6.58)$$

Der vorliegende Fall ist insbesondere bei digitalen Systemen von Bedeutung, bei denen das informationsverarbeitende System (Abb. 6.1) d Abtastperioden zur Berechnung des Ausgangssignals benötigt und unter der Bedingung, daß Berechnung und Abtastung synchronisiert sind. Aus Gl. (6.58) ist zu erkennen, daß durch die Totzeit z^{-d} insgesamt d zusätzliche Pole bei $z = 0$ zu beachten sind.

Ein anderer Fall liegt vor, wenn die Totzeit T_t nicht ein Vielfaches der Abtastperiode T ist, wie z.B. bei gleichzeitiger Verwendung mehrerer unabhängiger digitaler Signalverarbeitungssysteme. In diesem Fall muß mit der modifizierten z -Transformation gearbeitet werden. Allgemein wird nun die Totzeit durch

$$T_t = mT - \gamma T \quad (6.59)$$

dargestellt, mit ganzzahligem m und $0 \leq \gamma < 1$, d.h. $mT > T_t$.

Analog erhält man dann $H_0 G_\gamma(z)$ bzw. mit der Schreibweise in der Transformationstabelle (Kap. 6.1.4) $H_0 G_\gamma(z, \gamma)$:

$$H_0 G_\gamma(z) = \frac{z - 1}{z^{m+1}} \mathcal{Z} \left[\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{G_1(s)}{s} \right\} \Big|_{t=kT+\gamma T} \right] \quad (6.60)$$

$$\text{bzw.} \quad H_0 G(z, \gamma) = \frac{z - 1}{z^{m+1}} \cdot \mathcal{Z}_\gamma \cdot \left\{ \frac{G_1(s)}{s} \right\} \quad (6.61)$$

6.2.3 Frequenzkennlinien-Darstellung von Abtastsystemen

In Kap. 2.1.2 waren die Vorzüge der Frequenzkennlinien-Darstellung (Bode-Diagramm) im Laplace-Bereich bei der Kettenschaltung von Übertragungsfunktionen dargestellt worden. Vorteilhaft war insbesondere die approximierte Darstellung im logarithmischen Bereich, da überschlüssig grundsätzliche Fragestellungen wie Stabilität, Stabilitätsgrenze sowie Phasenreserve abgeschätzt werden können.

In Kap. 6.2.1 waren die Pollagen im Laplace- und in Relation dazu im z -Bereich diskutiert worden. Eines der Ergebnisse war, daß außer der Pollage im s -Bereich auch die Abtastzeit T im z -Bereich von Bedeutung ist, d.h. die Abtastzeit T und die Pollage im s -Bereich beeinflussen die resultierende Pollage im z -Bereich.

Um diesen Zusammenhang aus dem mathematischen Gesichtspunkt zu kommentieren, sei erinnert, daß die lineare Übertragungsfunktion $G(s)$ als ein Quotient zweier Polynome in s — rationale Übertragungsfunktion vorausgesetzt — dargestellt werden kann; derartige rationale Übertragungsfunktionen erlauben eine einfache Darstellung durch ihre Frequenzkennlinie für $s = j\omega$.

Wenn wir stattdessen eine rationale Übertragungsfunktion $G(z)$ betrachten, dann ist diese Übertragungsfunktion einerseits rational in z aber andererseits — aufgrund von $z = e^{Ts}$ und $s = j\omega$ — eine transzendente Funktion in ω . Es besteht somit der Wunsch, die rationale Funktion im s -Bereich — mit speziellem Ansatz $s = j\omega$ nach [15] — in eine rationale Funktion von \mathbf{w} im Abtastbereich zu transformieren. Wenn dies gelingt, dann könnten die Vorteile der Frequenzkennlinien-Darstellung in den Abtastbereich übertragen werden. Die Transformationsgleichung ist

$$z = e^{Ts} = \frac{1 + \frac{T}{2} \cdot \mathbf{w}}{1 - \frac{T}{2} \cdot \mathbf{w}} \quad (6.62)$$

mit der komplexen Größe \mathbf{w}

$$\mathbf{w} = \xi + j\Omega \quad (6.63)$$

Die obige Transformationsgleichung orientiert sich an der Padé-Approximation 1. Ordnung für eine Totzeit.

Für die Frequenzkennlinien-Darstellung ist insbesondere die Abbildung der $j\omega$ -Achse in der s -Ebene auf die imaginäre Achse in der \mathbf{w} -Ebene interessant. Durch Einsetzen von $s = j\omega$ einerseits und $\mathbf{w} = j\Omega$ andererseits und Einsetzung in die umgeformte Gleichung (6.62) ergibt sich die Gleichung:

$$\frac{T}{2} \mathbf{w} = \frac{e^{Ts} - 1}{e^{Ts} + 1} \quad (6.64)$$

Nach dem Einsetzen von $s = j\omega$ und $w = j\Omega$

$$\frac{T}{2} j\Omega = \frac{e^{Tj\omega} - 1}{e^{Tj\omega} + 1} \tag{6.65}$$

und mit $\tanh(x/2) = (1 - e^{-x})/(1 + e^{-x})$ sowie $j \tan(x) = \tanh(jx)$ ergibt sich endgültig:

$$\frac{T}{2} \Omega = \tan\left(\frac{T}{2} \omega\right) \tag{6.66}$$

Der realen Kreisfrequenz ω wird somit eine transformierte Kreisfrequenz Ω zugeordnet. Wesentlich ist, daß die halbe Abtastzeit $T/2$ als Parameter besteht, der die quantitative Beziehung zwischen ω und Ω bestimmt.

Eine Verallgemeinerung der obigen Überlegungen führt zu Abb. 6.24, in der die s -, z - und w -Ebenen sowie die wesentlichen Übergänge und Beziehungen dargestellt sind. Wesentlich bei dem Ergebnis der Transformation in Gl. (6.66)

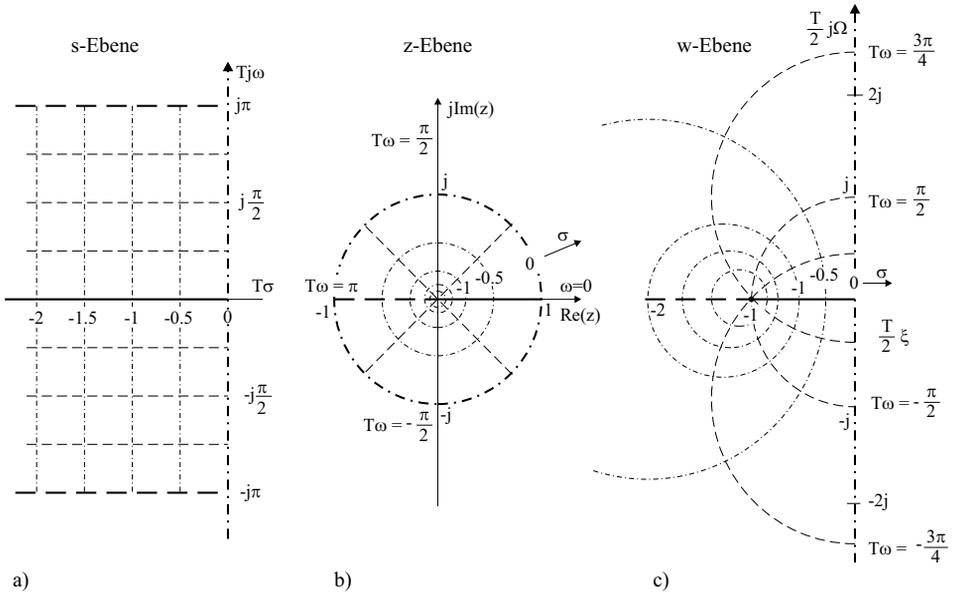


Abb. 6.24: Abbildung des Grundstreifens der s -Ebene (a) in den Einheitskreis der z -Ebene (b) und die linke Hälfte der w -Ebene (c)

ist, daß gilt:

$$\Omega \approx \omega \quad \text{für} \quad \frac{T}{2} \Omega \ll 1 \quad \text{und} \quad \frac{T}{2} \omega \ll 1$$

Mit zunehmendem $T\omega/2$ gegen $T\omega/2 \Rightarrow \pi/2$ wird allerdings $T\Omega/2 \Rightarrow \infty$ gehen.

Dies bedeutet letztendlich, bei **sehr hohen Abtastfrequenzen** bzw. **sehr kleinen Abtastzeiten** T kann in einem **unteren Kreisfrequenzbereich** die

Abtastung vernachlässigt werden bzw. **der Abtastregelkreis wie ein kontinuierlich arbeitender Regelkreis** behandelt werden.

Zur Veranschaulichung dieser Abschätzung soll die Übertragungsfunktion im s -Bereich

$$G(s) = \frac{1}{1 + T_1 s}$$

mit der Verzögerungszeit T_1 und mit einer zusätzlichen Abtast-Halteglied H_0 -Kombination im w -Bereich dargestellt werden.

Entsprechend Gl. (6.58) und Abb. 6.23 gilt für die Serienschaltung „Abtastung-Halteglied H_0 - $G_1(s)$ “

$$\frac{x_a(z)}{x_e(z)} = H_0 G_1(z) = \frac{z-1}{z} \mathcal{Z} \left[\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{G_1(s)}{s} \right\} \right] \quad (6.67)$$

Für den Anteil $G_1(s)/s$ ergibt sich nach der Partialbruchzerlegung

$$\frac{G_1(s)}{s} = \frac{1}{s(1 + sT_1)} = \frac{1}{s} - \frac{1}{s + \frac{1}{T_1}} \quad (6.68)$$

und somit für $G_1(s)/s$

$$\mathcal{Z} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{G_1(s)}{s} \right\} = \frac{z}{z-1} - \frac{z}{z - e^{-T/T_1}} \quad (6.69)$$

insgesamt mit Halteglied H_0

$$H_0 G_1(z) = \frac{z-1}{z} \mathcal{Z} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{G_1(s)}{s} \right\} = \frac{1 - e^{-T/T_1}}{z - e^{-T/T_1}} \quad (6.70)$$

Die Transformation in den w -Bereich erfolgt, indem Gl. (6.62) in Gl. (6.70) eingesetzt wird; das Ergebnis ist:

$$H_0 G_1(w) = \frac{1 - \frac{T}{2} w}{1 + \frac{1 + e^{-T/T_1}}{1 - e^{-T/T_1}} \cdot \frac{T}{2} w} \quad (6.71)$$

Durch Verwendung der transformierten Verzögerungszeit τ_1 in Gl. (6.71) erhält man:

$$\tau_1 = \frac{T}{2} \cdot \frac{1 + e^{-T/T_1}}{1 - e^{-T/T_1}} \quad (6.72)$$

$$H_0 G_1(w) = \frac{1 - \frac{T}{2} w}{1 + \tau_1 w} \quad (6.73)$$

Wird nun $w = j\Omega$ gesetzt, ergibt sich der Abtast-Frequenzgang:

$$H_0 G_1(j\Omega) = \frac{1 - \frac{T}{2}j\Omega}{1 + \tau_1 j\Omega} \tag{6.74}$$

Entsprechend dem Vorgehen beim Bode-Diagramm im Frequenzbereich (kontinuierliches System) wird nun beim Abtast-Frequenzgang (Abtastsystem) vorgegangen. Es ist offensichtlich, daß es einen Pol, d.h. Nullstelle des Nennerpolynoms und damit einen Knick in der asymptotischen Darstellung bei $\Omega_1 = -1/\tau_1$ in der linken w -Halbebene gibt — entsprechend $s = -1/T_1$ im Frequenzbereich des $G_1(s)$ -Tiefpasses.

Weiterhin wird es eine Nullstelle des Zählerpolynoms bei $\Omega = 2/\pi$ in der rechten w -Halbebene geben, diese Nullstelle des Zählerpolynoms hat — wie auch im Frequenzbereich der kontinuierlichen Systeme — eine Amplitudenanhebung mit 20 dB/Dekade und einen — allerdings — weiter verzögernden drehenden Phasenwinkel zur Folge, d.h. der resultierende Phasenwinkel dreht von 0° auf $-90^\circ(\tau_1)$ auf $-180^\circ(T/2)$; dies berücksichtigt die zusätzliche Phasendrehung durch den Abtastvorgang (Abb. 6.25)

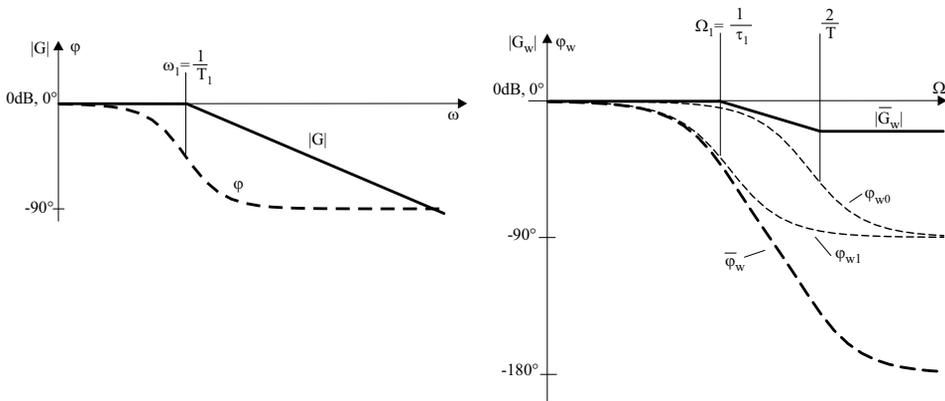


Abb. 6.25: Frequenzkennlinien zum Frequenzgang $G(j\omega)$ (a) und Abtast-Frequenzgang $\overline{G}_w(j\Omega)$ (b) eines Verzögerungsgliedes 1. Ordnung (φ_{w0} , φ_{w1} : Phasengänge zu den einzelnen Eckfrequenzen im transformierten Bereich)

Wesentlich ist somit, daß sich bei tiefen Kreisfrequenzen ω im Frequenzbereich und bei tiefen Kreisfrequenzen Ω im Abtast-Frequenzbereich ähnliche Verläufe bei der approximierten Darstellung ergeben, d.h. bei sehr hohen Abtastfrequenzen bzw. sehr kleinen Abtastzeiten T nähert sich das Verhalten des Systems „Abtastung-Halteglied H_0 -Tiefpaß 1. Ordnung“ einem Tiefpaßverhalten alleine mit der transformierten Verzögerungszeit τ_1 in der Abtast-Frequenzdarstellung statt der Zeitkonstante T_1 im Frequenzbereich an. Bei kleinen Abtastfrequenzen bzw. großen Abtastzeiten T nähert sich τ_1 an $T/2$ an, und es dominiert das Ab-

tastverhalten, d.h. es wird der mittlere Wartezeitwert bzw. der Erwartungswert $\bar{T}_w = T_E = T/2$ als resultierende Zeitkonstante relevant.

Die hier nur grundsätzlich dargestellten Überlegungen können auf alle rationalen Übertragungsfunktionen im s -Bereich und auf Systeme mit zusätzlichen Totzeiten übertragen werden. In [15, 26, 36] ist dies exemplarisch ausgeführt.

In [39, 55] wird statt der Transformationsgleichung (6.62) die Transformationsgleichung

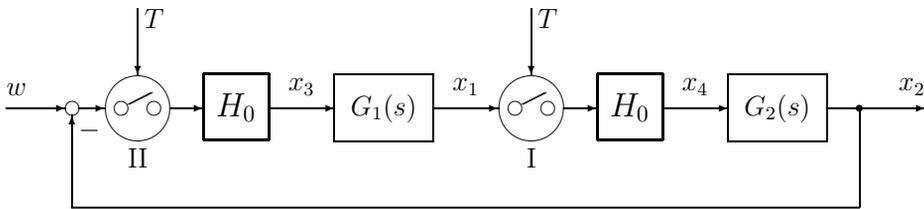
$$z = \frac{1 + w}{1 - w} \tag{6.75}$$

vorgeschlagen; allerdings muß dabei beachtet werden, daß bei dieser zweiten Transformationsgleichung der Übergang vom abgetasteten System zu einem kontinuierlichen System bei der Abtastzeit $T \rightarrow 0$ verloren geht.

Die vorgestellte Darstellung in der w -Ebene ist somit recht anschaulich und hat prinzipiell die gleichen Vorteile wie die Darstellung mit dem Bode-Diagramm. Allerdings muß beachtet werden, daß inzwischen Simulations- und Optimierungsprogramme wie beispielsweise MATLAB/SIMULINK verfügbar sind und diese Programme einen problemlosen Übergang von kontinuierlich arbeitenden zu Abtastsystemen ermöglichen, so daß für die Darstellung im w -Bereich im wesentlichen die Anschaulichkeit verbleibt.

6.2.4 Systeme mit mehreren nichtsynchrone Abtastern

Bisher wurde angenommen, daß im Regelkreis nur ein Abtastglied oder mehrere synchron arbeitende Abtastglieder sind. Generell können nun aber Systeme auch mehrere Abtastglieder besitzen, die nicht synchron arbeiten. Der allereinfachste Fall betrifft ein System mit mehreren Abtastgliedern mit der gleichen Abtastperiode aber unterschiedlichen Abtastzeitpunkten (Abb. 6.26).



Abtaster I tastet bei $t = kT$
 Abtaster II tastet bei $t = kT + \gamma$

Abb. 6.26: Regelkreis mit zwei nicht synchronen Abtastern

Die erste Transition findet bei

$$x_4(kT^+) = x_1(kT^-) \quad (6.76)$$

statt. Auf dieses Signal können die bekannten Gleichungen aus der Transformationstabelle (Kap. 6.1.4) angewandt werden, um das System $H_0 \cdot G_2(s)$ im z -Bereich zu beschreiben. Die zweite Transition findet zum Zeitpunkt $t = kT + \gamma$ statt:

$$x_3(kT + \tau^+) = -x_2(kT + \tau^-) + w(kT + \tau) \quad (6.77)$$

Durch Anwendung der gleichen Gleichung für das System mit $H_0G_1(s)$ erhält man die z -Transformierte $H_0G_1(z, \gamma)$ (Kap. 6.1.3). Durch Zusammenfassung der Gleichungen für die Intervalle ergibt sich die Gesamt-Differenzgleichung zum Zeitpunkt kT^+ bzw. die z -Transformierte des Systems. Eine ausführliche Ableitung ist in [1] zu finden. Ähnlich ist der Fall bei einem Abtastsystem mit mehreren Eingängen, die zyklisch nacheinander abgefragt werden.

Häufig ist der Fall, daß im Regelkreis Abtastsysteme mit unterschiedlichen Abtastperioden auftreten. Beispielsweise wird bei einer Kaskadenregelung der innere Stromregelkreis mit einer kleineren Abtastperiode als der äußere Drehzahlregelkreis betrieben. Vorausgesetzt wird dabei, daß die unterschiedlichen Abtastperioden ein ganzzahliges Vielfaches zueinander sind. Ist dies nicht der Fall, führt dies zu Schwebungen im System und sollte nicht realisiert werden. Es wird somit vorausgesetzt, daß die äußere Abtastperiode $T_N = NT$ ist, wobei T die Abtastperiode des inneren Abtastregelkreises ist.

Das Problem kann für das Gesamtsystem wie folgt gelöst werden: Das innere System wird mit der Abtastperiode T betrachtet und die Differenzgleichung zu den Zeitpunkten kT aufgestellt.

$$\underline{x}^*(kT + T) = \mathbf{A}^* \underline{x}^*(kT) + \underline{b}^* w(kT) \quad (6.78)$$

Die Signale dieses inneren Systems werden aber nur zu den Zeitpunkten (iT_N) mit der Abtastperiode $T_N = NT$ übernommen. Mit $m = iN$ und $i = 1, 2, \dots$ gilt z.B. für den Sollwert:

$$w(mT) = w(mT + T) = \dots = w(mT + NT - T) \quad (6.79)$$

Somit gilt:

$$\begin{aligned} \underline{x}^*(iNT + T) &= \mathbf{A}^* \underline{x}^*(iNT) + \underline{b}^* w(iNT) \\ \underline{x}^*(iNT + 2T) &= (\mathbf{A}^*)^2 \underline{x}^*(iNT) + (\mathbf{A}^* \underline{b}^* + \underline{b}^*) w(iNT) \\ &\vdots \\ \underline{x}^*(iNT + NT) &= (\mathbf{A}^*)^N \underline{x}^*(iNT) + ((\mathbf{A}^*)^{N-1} \underline{b}^* + (\mathbf{A}^*)^{N-2} \underline{b}^* + \dots + \underline{b}^*) w(iNT) \end{aligned}$$

Mit $T_N = NT$ gilt dann:

$$\underline{x}^*(iT_N + T_N) = \mathbf{A}_N \underline{x}^*(iT_N) + \underline{b}_N w(iT_N) \quad (6.80)$$

Diese Differenzgleichung kann in das übergeordnete System mit der Abtastperiode T eingeordnet werden.

6.3 Einschleifige Abtastregelkreise

In diesem Abschnitt soll ein kurzer Abriss über den Aufbau und das Verhalten digitaler Regelkreise gegeben werden.

6.3.1 Aufbau von digitalen Abtastregelkreisen

Die typische Struktur eines Abtastregelkreises ist in Abb. 6.27 dargestellt. A/D- bzw. D/A-Wandler werden als synchron arbeitende Abtastsysteme angesehen.

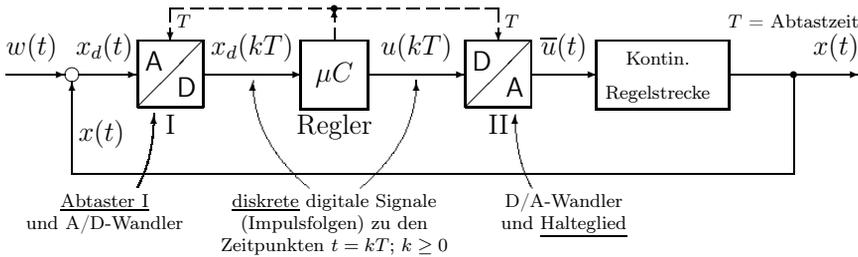


Abb. 6.27: Abtastregelkreis

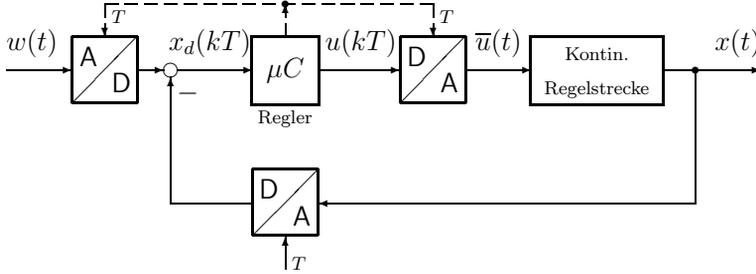
Beim Abtaster I ist somit der analoge kontinuierliche Regelfehler $x_d(t)$ mittels eines Antialiasing-Filters bandzubegrenzen. Dieses analoge und kontinuierliche Signal wird mit der Abtastperiode T abgetastet und ergibt das analoge Signal $x_d^*(kT)$. Dieses wird mit einem A/D-Wandler in das diskrete digitale Signal $x_d(kT)$ gewandelt. Der Mikrorechner μC bzw. ein Digitaler Signalprozessor (DSP) verarbeitet als Regler dieses diskrete digitale Signal. Das Eingangssignal $x_d(kT)$ und das Ausgangssignal $u(kT)$ sind beides digitale Zahlenfolgen. Anschließend wird im D/A-Wandler die digitale Zahlenfolge $u(kT)$ in eine analoge, zeitdiskrete Amplitudenfolge gewandelt und in einem Halteglied gehalten. Das endgültige Ausgangssignal ist das analoge Signal $\bar{u}(t)$. Charakteristisch sind somit zwei Effekte:

1. **Zeitdiskretisierung:** linearer Effekt:
(Abtastung) $t = kT; k = 0, 1, 2, \dots$
2. **Amplitudendiskretisierung:** nichtlinearer Effekt, bedingt durch
(A/D- bzw. D/A-Wandlung) die begrenzte Genauigkeit der Zahlendarstellung

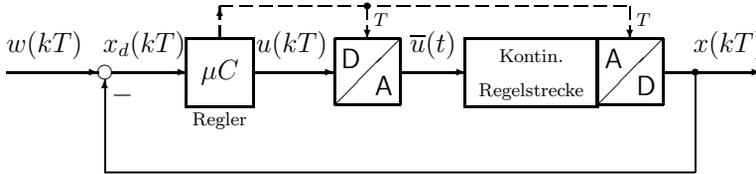
Der in Abb. 6.27 dargestellte digitale Regelkreis kann in verschiedenen Anordnungen realisiert werden. Die Version in Abb. 6.27 ist beispielsweise unüblich, da die Regelabweichung $x_d(t)$ analog gebildet wird. Günstiger verhält sich in dieser Hinsicht die Lösung in Abb. 6.28.a, bei der Soll- und Istwert bereits als digitale Zahlenfolge vorliegen. Falls der Regelkreis in einen überlagerten digitalen Regelkreis integriert ist, ergibt sich Abb. 6.28.b.

Zur Vereinfachung der Zeichnung soll nun angenommen werden, daß die Ein- und Ausgangssignale des Reglers digital, das Eingangssignal der Regelstrecke analog und kontinuierlich, das Ausgangssignal der Strecke aber diskret und digital sei (Abb. 6.28c).

a)



b)



c)

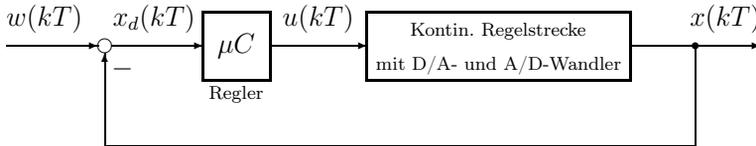


Abb. 6.28: Äquivalente digitale Regelkreise

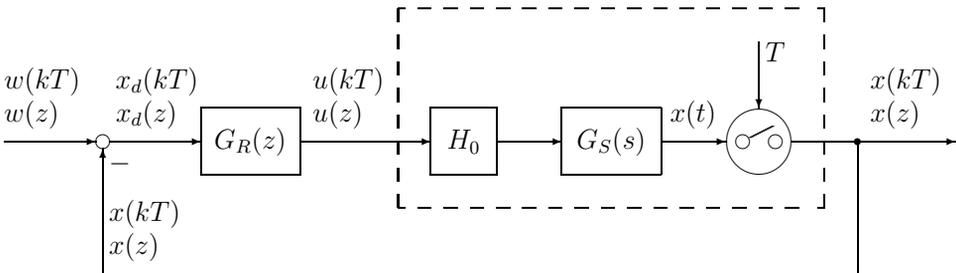


Abb. 6.29: Standard-Abtastregelkreis

Diese äquivalenten Regelkreise in Abb. 6.27 und 6.28 können in den Standard-Regelkreis nach Abb. 6.29 überführt werden; dabei soll jetzt die Amplitudendiskretisierung vernachlässigt werden. Bei dem Standard-Regelkreis können

die bekannten Regeln der z -Transformation aus Kap. 6.1.3 angewandt werden. Insbesondere ist dabei zu beachten, daß im Fall mehrerer Teilübertragungsfunktionen in $G_S(s)$, die nicht durch Abtaster getrennt sind, die z -Transformation auf das gesamte $G_S(s)$ mit Halteglied angewandt werden muß. Es gilt somit:

$$\begin{aligned} x(z) &= x_d(z) \cdot G_R(z) \cdot H_0 G_S(z) \\ &= (w(z) - x(z)) \cdot G_R(z) \cdot H_0 G_S(z) \end{aligned} \quad (6.81)$$

$$G_w(z) = \frac{x(z)}{w(z)} = \frac{G_R(z) \cdot H_0 G_S(z)}{1 + G_R(z) \cdot H_0 G_S(z)} \quad (6.82)$$

Die Pole z_ν von $G_w(z)$ ergeben sich als Lösung der folgenden Gleichung:

$$1 + G_R(z) \cdot H_0 G_S(z) = 0 \quad (6.83)$$

Bei der Anregung des geschlossenen Regelkreises durch einen abgetasteten Einheitssprung

$$w(kT) = 1 \quad \text{für } k = 0, 1, 2, \dots \quad (6.84)$$

$$w(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}} = \frac{z}{z - 1} \quad (6.85)$$

ergeben sich Anfangs- und Endwert zu:

$$x(k = 0) = \lim_{z \rightarrow \infty} x(z) = \lim_{z \rightarrow \infty} G_w(z) \quad (6.86)$$

$$x(k \rightarrow \infty) = \lim_{z \rightarrow 1} (z - 1)x(z) = \lim_{z \rightarrow 1} G_w(z) \quad (6.87)$$

6.3.2 Elementare zeitdiskrete Regler

Abtastregelungen treten überwiegend in Verbindung mit digitaler Signalverarbeitung auf. Die dabei verwendeten digitalen Regler verarbeiten die Zahlenfolge von $x_d(kT)$ am Eingang und erzeugen das Reglerausgangssignal $u(kT)$ ebenfalls als Zahlenfolge. Dadurch wird die Übertragungsfunktion des Reglers im z -Bereich bestimmt.

$$G_R(z) = \frac{u(z)}{x_d(z)} \quad (6.88)$$

Im folgenden werden einige einfache digitale Regler beschrieben. Das Eingangssignal $x_d(z)$ soll ein Einheitssprung sein.

$$x_d(z) = \frac{z}{z - 1} = \frac{1}{1 - z^{-1}} \quad (6.89)$$

Wie bereits im vorigen Kapitel wird nur die Zeitdiskretisierung, nicht aber die Amplitudendiskretisierung berücksichtigt.

Regler	$G_R(z)$	Sprungantwort
P	b_0	
I	$\frac{b_1 z^{-1}}{1 - z^{-1}} = \frac{b_1}{z - 1}$	
PI	$\frac{b_0 + b_1 z^{-1}}{1 - z^{-1}}$	
PD	$b_0 - b_1 z^{-1}$	
D	$b_1(1 - z^{-1})$	wie PD mit $b_0 = b_1$
PID	$\frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 - z^{-1}}$	

6.3.3 Quasikontinuierlicher Reglerentwurf

In Kap. 6.2.3 wurde die Darstellung von Abtastsystemen in der w -Ebene vorgestellt. Eine der wesentlichen Erkenntnisse war, daß bei kleinen Abtastzeiten T gegenüber den Zeitkonstanten der rationalen kontinuierlichen Übertragungsfunktionen im s -Bereich die Abtastfrequenzkennlinien-Darstellung und die Frequenzkennlinien-Darstellung sehr ähnlich sind.

Aufgrund dieser Erkenntnis wird häufig vereinfachend statt der Analyse, Synthese und Optimierung von Regelkreisen mit diskreter Signalverarbeitung im z - oder w -Bereich eine „quasikontinuierliche“ Bearbeitung vorgezogen. Dieser quasikontinuierlicher Ansatz geht von der Überlegung aus, die Differentialgleichung für kontinuierliche Systeme durch Diskretisierungen in eine für die zeitdiskrete Signale geeignete Form zu überführen und somit die Verfahren der kontinuierlichen Signalverarbeitung z.B. beim Reglerentwurf zu nützen. Beispielsweise gilt für einen PID-Regler beim **Stellungsalgorithmus**

$$u(t) = V_R \left[x_d(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t x_d(\tau) d\tau + T_D \frac{dx_d(t)}{dt} \right] \quad (6.90)$$

Bei kleinen Abtastzeiten T kann die Differenzierung durch die Differenzbildung ersetzt werden:

$$\frac{dx_d(t)}{dt} \approx \frac{1}{T} \left[x_d(kT) - x_d((k-1)T) \right] \quad (6.91)$$

Die Integration wird mit der **Rechteckregel** angenähert:

$$\int_{(k-1)T}^{kT} x_d(\tau) d\tau \approx T x_d((k-1)T) \quad (6.92)$$

Somit ergibt sich bei Anwendung der **Rechteckregel** für die Integration:

$$u(kT) = V_R \left[x_d(kT) + \frac{T}{T_I} \sum_{i=0}^{k-1} x_d(iT) + \frac{T_D}{T} \left[x_d(kT) - x_d((k-1)T) \right] \right] \quad (6.93)$$

In gleicher Weise kann der **Geschwindigkeitsalgorithmus** verwendet werden; dies ist immer dann von Vorteil, wenn in der Strecke ein Übertragungsglied mit integrierendem Verhalten enthalten ist. Beim Geschwindigkeitsalgorithmus wird der letzte Wert aus Gl. (6.93) gespeichert

$$u((k-1)T) = V_R \left[x_d((k-1)T) + \frac{T}{T_I} \sum_{i=0}^{k-2} x_d(iT) + \frac{T_D}{T} \left[x_d((k-1)T) - x_d((k-2)T) \right] \right] \quad (6.94)$$

und der neue Zusatzwert $\Delta u(kT)$ entsprechend Gl. (6.93) und (6.94) definiert.

$$\Delta u(kT) = u(kT) - u((k-1)T) \quad (6.95)$$

Dies bedeutet, es wird beim Geschwindigkeitsalgorithmus nur der Zusatzwert $\Delta u(kT)$

$$\begin{aligned} \Delta u(kT) = V_R \left[x_d(kT) - x_d((k-1)T) + \frac{T}{T_I} x_d((k-1)T) + \right. \\ \left. + \frac{T_D}{T} \left[x_d(kT) - 2x_d((k-1)T) + x_d((k-2)T) \right] \right] \quad (6.96) \end{aligned}$$

zum vorhergehenden Wert $u((k-1)T)$ addiert. Diese Art der Berechnung hat den Vorteil des geringeren Aufwands und der Logik bei der zeitdiskreten Signalverarbeitung. Die Gleichungen (6.95) und (6.96) können wie folgt umgeschrieben werden:

$$\begin{aligned} u(kT) = V_R \left[\left(1 + \frac{T_D}{T} \right) x_d(kT) + \left(-1 - \frac{2T_D}{T} + \frac{T}{T_I} \right) x_d((k-1)T) + \right. \\ \left. + \frac{T_D}{T} x_d((k-2)T) \right] + u((k-1)T) \quad (6.97) \end{aligned}$$

Die Faktoren dieses Reglers können zusammengefaßt werden:

$$d_0 = V_R \left(1 + \frac{T_D}{T} \right) \quad d_1 = V_R \left(-1 - \frac{2T_D}{T} + \frac{T}{T_I} \right) \quad d_2 = V_R \frac{T_D}{T} \quad (6.98)$$

bei einer Reglerform

$$u(kT) = d_0 x_d(kT) + d_1 x_d((k-1)T) + d_2 x_d((k-2)T) + u((k-1)T) \quad (6.99)$$

Wenn nun ein kontinuierlicher PID-Regler mit

$$G_R(s) = \frac{u(s)}{x_d(s)} = V_R \left(1 + \frac{1}{sT_I} + T_D s \right) = \frac{V_R}{T_I s} (1 + T_I s + T_I T_D s^2) \quad (6.100)$$

angesetzt wird und die Strecke durch drei Verzögerungsgliedern 1. Ordnung mit V_S , T_1 , T_2 und T_3 beschrieben werden kann, können mit den Vorhalten des PID-Reglers die beiden größten Zeitkonstanten kompensiert werden, d.h.

$$\begin{aligned} 1 + T_I s + T_I T_D s^2 &= (1 + T_1 s)(1 + T_2 s) \\ &= 1 + s(T_1 + T_2) + s^2 T_1 T_2 \quad (6.101) \end{aligned}$$

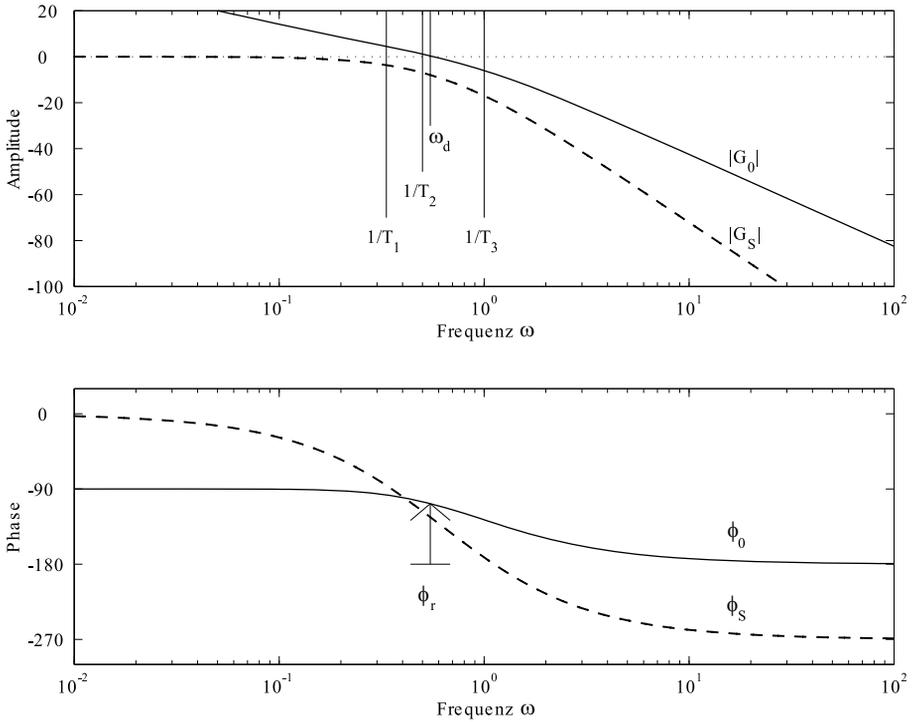


Abb. 6.30: Frequenzkennlinien zu $G_S(j\omega)$ und $G_0(j\omega)$ für eine PT_3 -Strecke mit den Verzögerungszeiten $T_1 = 3\text{ s}$, $T_2 = 2\text{ s}$, $T_3 = 1\text{ s}$ und der Streckenverstärkung $V_S = 1$ mit PID-Regelalgorithmus

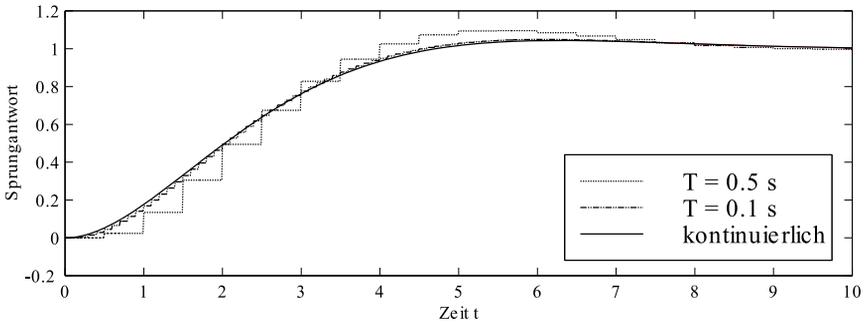


Abb. 6.31: Sprungantwort zu Abb. 6.30 mit PID-Regelalgorithmus nach der Rechteckregel

Damit ergibt sich für den resultierenden offenen Regelkreis nach der Kompensation von T_1 und T_2 :

$$-G_0(s) = \frac{V_R}{T_I s} \cdot \frac{V_S}{1 + T_3 s} \quad (6.102)$$

Dieser offene Regelkreis entspricht dem offenen Regelkreis beim Betragsoptimum. Die Regleroptimierung für V_R , T_I und T_D lautet somit

$$V_R = \frac{T_I}{2T_3 V_S} \quad T_I = T_1 + T_2 \quad T_D = \frac{T_1 T_2}{T_I} \quad (6.103)$$

Mit dieser Festlegung können nun die Werte in Gl. (6.98) des quasikontinuierlich arbeitenden Reglers, der nach dem Geschwindigkeitsalgorithmus arbeitet (Gl. (6.97)), berechnet werden.

Wichtig ist bei dieser Art von Entwurf, daß die Abtastzeit T deutlich kleiner ist als beispielsweise die Summe der Zeitkonstante der Strecke, ein typischer Wert ist $T \leq 0,1 \sum_{i=1}^n T_i$. Es gibt in der Literatur weitere Verfeinerungen beispielsweise wie das Halteglied H_0 bei dieser Art von Reglerbetrachtung besser berücksichtigt werden kann oder statt der Rechteckregel bei der Integration die Trapezregel verwendet werden kann oder daß das Abtastsystem bestehend aus Abtaster mit der Abtastzeit T und dem Halteglied H_0 zusätzlich durch ein Totzeitglied mit $T_t = 0,5 T$ ($T_E = \bar{T}_w = 0,5 T$!) berücksichtigt werden kann.

Alle diese Verfeinerungen sollen hier nicht mehr weiter betrachtet werden, da es inzwischen Programmsysteme gibt, mit denen die Analyse, Synthese und Optimierung von diskontinuierlich arbeitenden Regelkreisen möglich ist. Für Integrationsverfahren höherer Ordnung sei auf [8] verwiesen.

6.4 Optimierung des Reglers bei Abtastregelkreisen

6.4.1 Realisierungsverfahren von Abtastreglern

Wie schon im vorigen Kapitel hingewiesen wurde, ist der Entwurf eines Abtastreglers prinzipiell mit den bekannten Methoden im Zeit- und Laplace-Bereich ebenso möglich, wenn diese Verfahren in den z -Bereich übertragen werden.

Im folgenden sind die Gleichungen eines PID-Reglers bei kontinuierlichen Systemen und bei zeitdiskreten Systemen gegenübergestellt

$$u(t) = V_R \left[x_d(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t x_d(\tau) d\tau + T_D \frac{dx_d(t)}{dt} \right]$$

$$u(kT) = V_R \left[x_d(kT) + \frac{T}{T_I} \sum_{i=0}^{k-1} x_d(iT) + \frac{T_D}{T} \left(x_d(kT) - x_d((k-1)T) \right) \right]$$

mit:

V_R	Verstärkungsfaktor
T_I	Integrator-Zeitkonstante
T_D	Differenzierer-Zeitkonstante
T	Abtastzeit

Diese Gleichung stellt dabei die nichtrekursive Form des Regelalgorithmus dar, bei dem alle Regelabweichungen x_d gespeichert werden müssen (**Stellungsalgorithmus**). Bei der rekursiven Variante des Algorithmus (**Geschwindigkeitsalgorithmus**) dagegen wird $u(kT)$ aus dem letzten Stellwert und einigen wenigen der letzten Regelabweichungen berechnet. Mit

$$u((k-1)T) = V_R \left[x_d((k-1)T) + \frac{T}{T_I} \sum_{i=0}^{k-2} x_d(iT) + \frac{T_D}{T} \left(x_d((k-1)T) - x_d((k-2)T) \right) \right]$$

und $\Delta u(kT) = u(kT) - u((k-1)T)$ ergibt sich

$$\Delta u(kT) = d_0 x_d(kT) + d_1 x_d((k-1)T) + d_2 x_d((k-2)T) \quad (6.104)$$

mit den Koeffizienten

$$d_0 = V_R \left(1 + \frac{T_D}{T} \right) \quad d_1 = V_R \left(-1 - \frac{2T_D}{T} + \frac{T}{T_I} \right) \quad d_2 = V_R \frac{T_D}{T} \quad (6.105)$$

Da nur die Änderung der Stellgröße $\Delta u(kT)$ berechnet wird, wird dieser Algorithmus auch **Geschwindigkeitsalgorithmus** genannt. Sein Vorteil ist, daß stoßfrei zwischen P-, PI- und PID-Algorithmen umgeschaltet werden kann.

Falls die Abtastfrequenz sehr hoch ist, wird sich der Abtastregelkreis ähnlich wie ein kontinuierliches System verhalten. Der Regler kann dann wie bei kontinuierlichen Systemen optimiert werden (siehe auch Kap. 6.2.3 und 6.3.3).

Wenn allerdings die Abtastfrequenz nicht hoch ist gegenüber den Eigenfrequenzen der Strecke, dann kann diese Annahme nicht genutzt werden. Der Regler muß dann im z -Bereich entworfen werden. Grundsätzlich gibt es zwei Wege: die Parameteroptimierung des Reglers nach einem Gütekriterium oder Entwurf des Reglers durch Kompensation der Pole und Nullstellen der Strecke.

6.4.2 Parameteroptimierung des Reglers nach einem Gütekriterium

Gegeben sei die allgemeine Strecke nach Abb. 6.23

$$H_0 G_S(z) = G_{S0}(z) = \frac{x(z)}{u(z)} = \frac{B(z)}{A(z)} \cdot z^{-d} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-n}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}} \cdot z^{-d} \quad (6.106)$$

und die Übertragungsfunktion des Reglers mit $c_0 \neq 0$

$$G_R(z) = \frac{u(z)}{x_d(z)} = \frac{D(z)}{C(z)} = \frac{d_0 + d_1 z^{-1} + \dots + d_r z^{-r}}{c_0 + c_1 z^{-1} + \dots + c_\mu z^{-\mu}} \quad (6.107)$$

Im allgemeinen wird außerdem $d_0 \neq 0$ (schneller Eingriff) und $c_0 = 1$ angesetzt.

Gewünscht wird häufig, daß keine bleibende Regelabweichung auftritt. Daraus folgt, daß der Regler einen Pol bei $z = 1$ (Integration) haben muß. Zur Optimierung der Parameter des Reglers werden mit $x_d(kT) = w(kT) - x(kT)$ und $\Delta u(kT) = u(kT) - u(\infty)|_{w=\sigma(t)}$ im allgemeinen mittlere quadratische Regelgütekriterien

$$J_e^2 = \overline{x_d^2(kT)} = \frac{1}{M+1} \sum_{k=0}^M x_d^2(kT)$$

und

$$J_u^2 = \overline{\Delta u^2(kT)} = \frac{1}{M+1} \sum_{k=0}^M \Delta u^2(kT)$$

oder ein quadratisches Kombinations-Gütekriterium verwendet.

Andere Kriterien sind z.B. Betragsbildung oder zeitgewichtete Betragsbildung. Bei diesem Vorgehen können auch Stellgrößenbeschränkungen berücksichtigt werden (siehe auch Kap. 4.5).

Diese Optimierungsverfahren sind sehr allgemein anwendbar, wenn ein eindeutiges Minimum des Regelgütekriteriums existiert. Allerdings kann der Aufwand bei komplexen Strecken hoher Ordnung und mit Totzeit erheblich werden. Man ist deshalb bestrebt, direkt aus dem Streckenmodell und dem Zielmodell der Übertragungsfunktion des Gesamtsystems den Reglertyp und seine Parameter festzulegen.

6.4.3 Entwurf als Kompensationsregler

Mit der Übertragungsfunktion der Strecke nach Gl. (6.106) und des Reglers nach Gl. (6.107) ergibt sich für die Führungsübertragungsfunktion $G_w(z)$ und die Störübertragungsfunktion $G_z(z)$ des Regelkreises nach Abb. 6.29 (wobei die Störung z vor der Strecke angreift) (Gl. (6.108)).

$$G_w(z) = \frac{x(z)}{w(z)} = \frac{G_R(z) \cdot G_{S0}(z)}{1 + G_R(z) \cdot G_{S0}(z)} = \frac{D(z) \cdot B(z) \cdot z^{-d}}{C(z) \cdot A(z) + D(z) \cdot B(z) \cdot z^{-d}} \quad (6.108)$$

$$G_z(z) = \frac{x(z)}{z(z)} = \frac{G_{S0}(z)}{1 + G_R(z) \cdot G_{S0}(z)} = \frac{C(z) \cdot B(z) \cdot z^{-d}}{C(z) \cdot A(z) + D(z) \cdot B(z) \cdot z^{-d}}$$

Daraus ist zu erkennen, daß die Nennerpolynome — wie zu erwarten — gleich, die Zählerpolynome aber unterschiedlich sind.

Es können nun für das Nennerpolynom die gewünschten Pole $z_{\alpha i}$ (siehe Kap. 6.2.1) festgelegt werden; damit ergibt sich das Wunsch-Nennerpolynom $A^*(z)$:

$$A^*(z) = (z - z_{\alpha 1})(z - z_{\alpha 2}) \dots (z - z_{\alpha l}) \quad (6.109)$$

bzw. die charakteristische Gleichung:

$$1 + \alpha_1 z^{-1} + \alpha_2 z^{-2} + \dots + \alpha_l z^{-l} = 0 \quad (6.110)$$

Durch Koeffizientenvergleich mit dem gemeinsamen Nennerpolynom $C(z) \cdot A(z) + D(z) \cdot B(z) \cdot z^{-d}$ können somit die Koeffizienten des Reglers in Abhängigkeit von den Wunschknoten bestimmt werden. Beim Entwurf muß beachtet werden, daß keine bleibende Regelabweichung vorhanden sein soll ($x(\infty) = w(\infty)$). Mit dem Endwertsatz ergibt sich die Forderung:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{x(t)}{w(t)} = \lim_{z \rightarrow 1} \frac{x(z)}{w(z)} = \lim_{z \rightarrow 1} G_w(z) = G_w(1) = 1 \quad (6.111)$$

Aus Gl. (6.108) oben ist zu erkennen, daß diese Forderung mit $C(1)A(1) = 0$ zu erfüllen ist. Somit stehen $l + 1 = \mu + r + 1$ unabhängige Gleichungen zur Verfügung. Zwei Fälle sind zu unterscheiden:

1. Aus

$$\mu \geq r + d \quad \Longrightarrow \quad l = n + \mu \quad (6.112)$$

folgen die Bedingungen

$$r = n \quad \text{und} \quad \mu \geq n + d \quad (6.113)$$

2. Aus

$$\mu < r + d \quad \Longrightarrow \quad l = n + d + r \quad (6.114)$$

folgen die Bedingungen

$$\mu = n + d \quad \text{und} \quad r \geq n \quad (6.115)$$

Zur eindeutigen Bestimmung der Reglerparameter werden jeweils die kleinstmöglichen Ordnungszahlen gewählt, um damit das Gleichungssystem zu lösen.

$$r = n \quad \text{und} \quad \mu = n + d \quad (6.116)$$

Im allgemeinen ist die Vorgabe der Pole willkürlich; dies gilt insbesondere im Hinblick auf das noch vorhandene Zählerpolynom. Zur Auslegung sei auf das Vorgehen beim erweiterten Dämpfungsoptimum (Kap. 4.4) verwiesen.

Ähnlich wie bei der Optimierung von kontinuierlichen Systemen nach dem Betrags- und Symmetrischen Optimum können mit der Übertragungsfunktion des Reglers Pole oder Nullstellen der Strecke kompensiert werden. Dies ist ein weiterer Weg, solange die Pole und Nullstellen im stabilen Bereich liegen. Höherwertige Entwurfsverfahren, die das Zähler- und Nennerpolynom berücksichtigen, wie das Wurzelortskurvenverfahren, sind ebenso analog anzuwenden.

Kritisch ist der Entwurf, wenn Pole oder Nullstellen der Strecke außerhalb des Einheitskreises im z -Bereich sind. Da im allgemeinen das Streckenmodell nicht ganz genau bekannt ist, bestehen zwischen der realen Strecke und dem Modell der Strecke Unterschiede. Damit werden aber die Pole und die Nullstellen der

Strecke nicht mehr exakt im Regler gekürzt. Dies ist solange nicht allzu kritisch, solange die Pole und Nullstellen im Einheitskreis liegen und die Abweichungen von Strecke und Modell gering sind. Falls aber die Pole und Nullstellen außerhalb des Einheitskreises liegen und Abweichungen zwischen Strecke und Modell vorhanden sind, dann bilden sich Dipole (Pol-Nullstellenkombinationen), die instabil sind.

Zu beachten ist weiterhin, daß Systeme in den Abtastzeitpunkten stabiles Verhalten aufweisen können, daß aber zwischen den Abtastzeitpunkten Schwingungen vorhanden sein können (*hidden oscillation*). Um dies zu erkennen, muß die modifizierte z -Transformation $G(z, \gamma)$ genützt werden.

6.5 Entwurf zeitdiskreter Regelkreise auf endliche Einstellzeit

Der Entwurf eines zeitdiskreten Reglers kann wie im vorigen Kapitel dargestellt, ähnlich wie der eines zeitkontinuierlichen Reglers erfolgen, also z.B. im Frequenzbereich oder nach dem Betrags- oder Symmetrischen Optimum. Der sich ergebende Regler wäre samt Abtaster und Halteglied in den z -Bereich zu transformieren. Diese Vorgehensweise setzt aber voraus, daß die Abtastfrequenz weit über dem Nutzfrequenzbereich liegt. Dies würde bei digitalen Reglern unnötig hohe Rechenleistung im DSP und den A/D- und D/A-Wandlern erfordern. Das Verhalten des geschlossenen Regelkreises wäre aber bestenfalls gleich gut wie die entsprechende Analoglösung, wodurch sich der erhöhte Aufwand nicht rechtfertigen läßt.

Der Entwurf des zeitdiskreten Reglers kann jedoch auch im z -Bereich erfolgen. Die zeitkontinuierliche Strecke wird wie in Kap. 6.1.2 beschrieben transformiert. Zusammen mit einem vorgegebenen Wunschverhalten des geschlossenen Kreises wird dann der Regler bestimmt. Das Vorgehen entspricht etwa der Methode beim Entwurf des Dämpfungsoptimum, jedoch existiert keine so elegante Rechenvorschrift für die Konstruktion des Zielpolynoms im z -Bereich.

Der z -Bereich bietet aber eine andere, sehr vorteilhafte, Möglichkeit für den Reglerentwurf. erinnert man sich an die ursprüngliche Aufgabenstellung für einen Regler, so besteht diese darin, eine Regelgröße in möglichst kurzer Zeit auf eine definierte Weise (z.B. Überschwingen) in einen Zielzustand zu bringen und dort zu halten. Ideal wäre also ein Regler, der diese Aufgabe nach einer endlichen Zeit vollständig erledigt. Für einen zeitkontinuierlichen Regler ist dieses jedoch prinzipiell unmöglich. Die Impulsantwort eines beliebigen zeitkontinuierlichen Systems besteht aus einer Summe von Zeitfunktionen, die einen Exponentialterm beinhalten. Somit besitzt die Impulsantwort eine unendliche Länge. Die Ausregelzeit für einen derartigen Regelkreis kann deshalb nur zusammen mit der entsprechenden Toleranzbreite (üblicherweise $\pm 2\%$) definiert sein.

Für Abtastsysteme ist eine endliche Impulsantwort jedoch möglich. Die Voraussetzung ist, daß alle Pole der Übertragungsfunktion bei $z = 0$ liegen. Anders

ausgedrückt, muß die z -Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises ein endliches Polynom in z^{-1} sein. Legt man ein solches Polynom für das Wunschverhalten des geschlossenen Regelkreises zugrunde, so kann man im z -Bereich Regler entwerfen, die tatsächlich eine endliche Ausregelzeit aufweisen. Die Entwurfsmethode wird im folgenden beschrieben.

Die gewünschte *endliche* Einstellzeit t_e bedeutet, daß nach Ablauf dieser Einstellzeit die Regelgröße und der Sollwert *identisch* sein müssen

$$x(t) = w(t) \quad \text{für } t \geq t_e \tag{6.117}$$

wobei t_e ein Vielfaches von T ist.

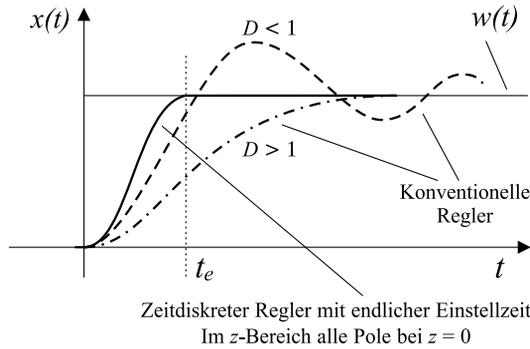


Abb. 6.32: Ansatz mit konventionellem und zeitdiskretem Regler

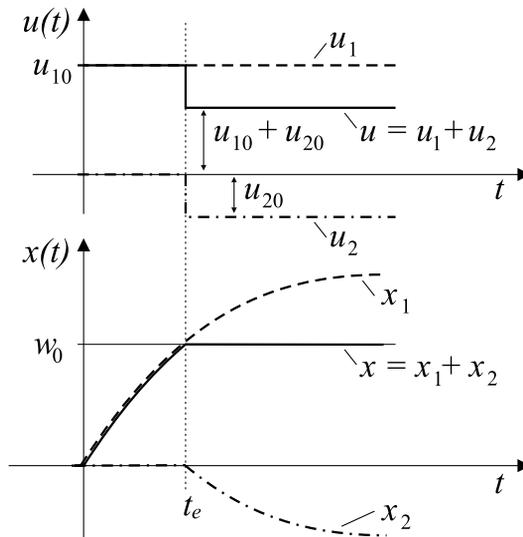


Abb. 6.33: PT_1 -Strecke mit treppenförmigem Stellsignal

Als Beispiel diene Abb. 6.33; die Strecke sei ein PT_1 -Glieder. Die Reaktion eines PT_1 -Gliedes $G(s) = 1/(1 + sT_1)$ auf ein treppenförmiges Eingangssignal (z.B.

das Ausgangssignal des Haltegliedes nach dem zeitdiskreten Regler) kann aus einzelnen zeitverschobenen Sprungantworten zusammengesetzt werden.

Im vorliegenden Fall ergibt sich für Abb. 6.33 mit $t_e = kT$ und $k \in \{1, 2, \dots\}$:

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t) = u_{10} \sigma(t) + u_{20} \sigma(t - t_e) \quad (6.118)$$

$$x_1(t) = u_{10} \cdot (1 - e^{-t/T_1}) \quad (6.119)$$

$$x_2(t) = u_{20} \cdot (1 - e^{-(t-t_e)/T_1}) \quad \text{für } t > t_e, \quad \text{sonst } 0 \quad (6.120)$$

Für den Zeitraum $t > t_e$ gilt dann:

$$x(t) = u_{10} + u_{20} - (u_{10} + u_{20} e^{t_e/T_1}) \cdot e^{-t/T_1} \quad (6.121)$$

Wählt man nun u_{10} und u_{20} so, daß $u_{10} + u_{20} = w_0$ und der Klammerausdruck mit der Exponentialfunktion Null wird, so wird $x(t) = w_0$ für alle $t > t_e$. Dieses Ausgangssignal wird durch das treppenförmige Stellsignal möglich.

6.5.1 Reglerentwurf ohne Stellgrößenvorgabe

Im folgenden soll dieser Reglerentwurf für ein System mit endlicher Einstellzeit prinzipiell erläutert werden. Vorausgesetzt wird ein Regelkreis nach Abb. 6.29. Vorausgesetzt werden die bereits bekannten Strecken- und Reglerübertragungsfunktionen nach Gl. (6.106) und (6.107) für die Strecken- bzw. Reglerübertragungsfunktion.

$$H_0 G_S(z) = G_{S0}(z) = \frac{x(z)}{u(z)} = \frac{B(z)}{A(z)} \cdot z^{-d} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_n z^{-n}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}} \cdot z^{-d}$$

$$G_R(z) = \frac{u(z)}{x_d(z)} = \frac{D(z)}{C(z)} = \frac{d_0 + d_1 z^{-1} + \dots + d_r z^{-r}}{c_0 + c_1 z^{-1} + \dots + c_\mu z^{-\mu}}$$

Der Sollwert $w(kT)$ wird zum Zeitpunkt $k = 0$ sprungförmig verstellt.

$$w(kT) = \begin{cases} 1 & \text{für } k > 0 \\ 0 & \text{für } k \leq 0 \end{cases} \quad (6.122)$$

$$w(z) = \frac{z}{z-1} = \frac{1}{1-z^{-1}} \quad (6.123)$$

Es wird weiter eine nicht sprungfähige Strecke angenommen ($b_0 = 0$). In der Strecke sei generell am Eingang ein Halteglied H_0 vorhanden, so daß ab hier statt $G_{S0}(z)$ vereinfacht $G_S(z)$ geschrieben wird. Damit lautet die Forderung einer minimalen Einstellzeit:

$$x(kT) = w(kT) = 1 \quad \text{für } k \geq n \quad (6.124)$$

$$u(kT) = u(nT) \quad \text{für } k \geq n \quad (6.125)$$

d.h. nach n Abtastschritten ist der Regelvorgang beendet, wobei n die Ordnung des Nennerpolynoms der Strecke angibt. Die Führungsübertragungsfunktion ergibt sich zu:

$$G_w(z) = \frac{x(z)}{w(z)} = \frac{G_R(z) \cdot G_S(z)}{1 + G_R(z) \cdot G_S(z)} \tag{6.126}$$

Wenn nun gefordert wird, daß der Regelvorgang nach einer endlichen Zahl von Abtastschritten beendet ist, dann gilt für $x(z)$ bzw. für die Stellgröße $u(z)$

$$\begin{aligned} x(z) &= G_w(z) \cdot w(z) = x(1)z^{-1} + x(2)z^{-2} + \dots + x(n) [z^{-n} + z^{-n-1} + \dots] \\ u(z) &= u(1)z^{-1} + u(2)z^{-2} + \dots + u(n) [z^{-n} + z^{-n-1} + \dots] \end{aligned}$$

d.h. die Polynome $x(z)$ und $u(z)$ haben ab dem n -ten Abtastschritt jeweils konstante Koeffizienten. Bei einer Division von $x(z)/w(z)$ ergibt sich beispielsweise für den ersten Term

$$\frac{x(1)z^{-1}}{w(z)} = x(1)z^{-1} \cdot (1 - z^{-1}) = x(1) \cdot z^{-1} - x(1) \cdot z^{-2} \tag{6.127}$$

ein endliches Polynom in z für $G_w(z)$

$$G_w(z) = p_1z^{-1} + p_2z^{-2} + \dots + p_nz^{-n} = P(z) \tag{6.128}$$

mit $p_1 = x(1)$, $p_2 = x(2) - x(1)$, \dots , $p_n = 1 - x(n - 1)$, $p_{n+1} \dots = 0$ bzw. für

$$G_u(z) = q_0 + q_1z^{-1} + \dots + q_nz^{-n} = Q(z) \tag{6.129}$$

mit $q_0 = u(0)$, $q_1 = u(1) - u(0)$, \dots , $q_n = u(n) - u(n - 1)$, $q_{n+1} \dots = 0$.
Zu beachten ist, daß gelten muß:

$$p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1 \tag{6.130}$$

$$q_0 + q_1 + \dots + q_n = u(nT) = \frac{1}{G_S(1)} \quad \text{bei} \quad x(nT) = 1 \tag{6.131}$$

Nachdem gezeigt ist, daß bei einem *Dead-Beat*-Verhalten die Führungs- und die Störübertragungsfunktion endliche Polynome in z sind, muß nun die Übertragungsfunktion des Reglers $G_R(z)$ bestimmt werden.

Durch Einsetzen von $P(z)$ in die allgemeine Führungsübertragungsfunktion und nach Auflösen von Gl. (6.126) nach $G_R(z)$ ergibt sich:

$$G_R(z) = \frac{1}{G_S(z)} \cdot \frac{G_w(z)}{1 - G_w(z)} = \frac{1}{G_S(z)} \cdot \frac{P(z)}{1 - P(z)} \tag{6.132}$$

$$= \begin{cases} \frac{A(z)}{B(z)} \cdot \frac{P(z)}{1 - P(z)} & \text{für } d = 0 \\ \frac{A(z)}{B(z)z^{-d}} \cdot \frac{P'(z)}{1 - P'(z)} & \text{für } d \neq 0 \end{cases} \tag{6.133}$$

In der unteren Gleichung (6.133) wird durch z^{-d} im Nenner des Reglers ein Prädiktionsverhalten verlangt. Um Prädiktionsterme zu vermeiden, müssen im Zählerpolynom $P'(z)$ entsprechende Terme zur Kompensation vorhanden sein. Dieser Fall wird später behandelt. Analog gilt für $G_u(z)$:

$$G_u(z) = \frac{u(z)}{w(z)} = \frac{G_R(z)}{1 + G_R(z) \cdot G_S(z)} = Q(z) \quad (6.134)$$

und außerdem für den Fall $d = 0$ aus $G_w(z)$ und $G_u(z)$:

$$G_S(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{P(z)}{Q(z)} \quad (6.135)$$

Damit sind nun die Parameter des Reglers aus Gl. (6.133) und (6.135) zu bestimmen:

$$G_R(z) = \frac{Q(z)}{1 - P(z)} = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + \dots + q_n z^{-n}}{1 - p_1 z^{-1} - \dots - p_n z^{-n}} \quad (6.136)$$

Die unbekanntenen Koeffizienten p_i und q_i lassen sich aber durch Koeffizientenvergleich mit Gl. (6.135) bestimmen:

$$\frac{p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2} + \dots + p_n z^{-n}}{q_0 + q_1 z^{-1} + \dots + q_n z^{-n}} = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_n z^{-n}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}} \quad (6.137)$$

Es gilt somit:

$$\begin{aligned} q_1 &= a_1 q_0 & \text{und} & & p_1 &= b_1 q_0 \\ q_2 &= a_2 q_0 & \text{und} & & p_2 &= b_2 q_0 \\ & & & & \vdots & \\ q_n &= a_n q_0 & \text{und} & & p_n &= b_n q_0 \end{aligned} \quad (6.138)$$

und aus $p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$ folgt

$$q_0 = \frac{1}{b_1 + b_2 + \dots + b_n} = \frac{1}{\sum b_i} \quad (6.139)$$

Damit sind die Parameter des Reglers endgültig bestimmt. Zu beachten ist, daß $q_0 = u(0)$ ist, d.h. die erste Stellamplitude wird durch Gl. (6.139) bestimmt. Je größer also die Summe der b_i , desto kleiner ist die Stellamplitude $u(0)$. Je höher also die Ordnung des Zählerpolynoms von $G_{S0}(z)$ ist, desto kleiner wird — bei günstigen Koeffizienten — die erste Stellamplitude. Wenn folglich ein *Dead-Beat*-Verhalten mit einer Ausregelzeit größer als nT akzeptiert wird, kann die maximale Stellamplitude reduziert werden. Außerdem wird die Stellamplitude $u(0)$ umso größer, je kleiner die Abtastzeit T ist.

Werden die Gleichungen (6.138) bis (6.139) in Gl. (6.136) eingesetzt, wird ersichtlich, daß der Regler das Nennerpolynom $A(z)$ der Streckenübertragungsfunktion kompensiert.

$$G_R(z) = \frac{u(z)}{x_d(z)} = \frac{q_0 \cdot A(z)}{1 - q_0 \cdot B(z)} \tag{6.140}$$

Werden die Gleichungen (6.140) und (6.106) in Gl. (6.126) eingesetzt, dann kann für den Fall $d = 0$ gezeigt werden, daß bei einem *Dead-Beat*-Entwurf alle n Pole bei $z = 0$ liegen.

$$G_w(z) = q_0 \cdot B(z) = q_0[b_1z^{-1} + \dots + b_nz^{-n}] = q_0[b_1z^{n-1} + \dots + b_n] \cdot \frac{1}{z^n}$$

Im allgemeinen Ansatz war nach Gl. (6.106) eine Strecke mit Totzeit ($d \neq 0$), (z.B. bedingt durch ein Stromrichter-Stellglied) angenommen worden, die wie folgt beschrieben werden kann:

$$G_S(z) = \frac{\overline{b_1}z^{-1} + \dots + \overline{b_r}z^{-r}}{1 + a_1z^{-1} + \dots + a_rz^{-r}} \quad \text{mit} \quad r = n + d \tag{6.141}$$

Aus dem Ansatz folgt:

$$\begin{aligned} \overline{b_1} &= \overline{b_2} = \dots = \overline{b_d} = 0 \\ \overline{b_{d+1}} &= b_1 \\ &\vdots \\ \overline{b_r} &= b_n \\ a_{n+1} &= \dots = a_{n+d} = 0 \end{aligned}$$

In diesem Fall kann für das Führungsverhalten nur gefordert werden:

$$x(kT) = w(kT) = 1 \quad \text{für} \quad k \geq r = n + d \tag{6.142}$$

$$u(kT) = u(nT) \quad \text{für} \quad k \geq n \tag{6.143}$$

Die Berechnung von $G_R(z)$ verläuft analog wie oben mit dem Ergebnis:

$$\begin{aligned} q_1 = a_1q_0 \quad \text{und} \quad p_1 = \overline{b_1}q_0 = 0 \\ &\vdots \end{aligned} \tag{6.144}$$

$$\begin{aligned} q_n = a_nq_0 \quad \text{und} \quad p_d = \overline{b_d}q_0 = 0 \\ q_{n+1} = a_{n+1}q_0 = 0 \quad \text{und} \quad p_{d+1} = \overline{b_{d+1}}q_0 = b_1q_0 \\ &\vdots \\ q_r = a_rq_0 = 0 \quad \text{und} \quad p_r = \overline{b_r}q_0 = b_nq_0 \end{aligned} \tag{6.145}$$

Somit gilt:

$$G_R(z) = \frac{u(z)}{w(z)} = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + \dots + q_n z^{-n}}{1 - p_{d+1} z^{-(d+1)} - \dots - p_{n+d} z^{-(n+d)}} \quad (6.146)$$

$$G_w(z) = \frac{q_0 B(z^{-1})}{z^{n+d}} \quad (6.147)$$

Aus den obigen Gleichungen ist zu erkennen, daß gilt:

$$G_w(z) = \begin{cases} P(z) = q_0 \cdot B(z) & \text{für } d = 0 \\ P'(z) = q_0 \cdot B(z) z^{-d} & \text{für } d \neq 0 \end{cases} \quad (6.148)$$

$$G_R(z) = \begin{cases} \frac{A(z)}{B(z)} \cdot \frac{P(z)}{1 - P(z)} & \text{für } d = 0 \\ \frac{A(z)}{B(z) z^{-d}} \cdot \frac{P'(z)}{1 - P'(z)} & \text{für } d \neq 0 \end{cases} \quad (6.149)$$

Da der Regler die Pole der Strecke kompensiert, ist der *Dead-Beat*-Entwurf nur auf asymptotisch stabile Strecken anwendbar. Bei Strecken mit Polen in der Nähe des Einheitskreises, auf oder sogar außerhalb des Einheitskreises im z -Bereich, ist dieses Entwurfsverfahren nicht anzuwenden.

Zu bedenken ist außerdem, daß der *Dead-Beat*-Entwurf nur dann endliche Einstellzeiten garantiert, wenn die reale Strecke und die im Ansatz angenommene Strecke identisch sind.

6.5.2 Reglerentwurf mit Stellgrößenvorgabe

Bisher war bezüglich der Stellgröße keine Beschränkung vorgegeben. Es war nur festgestellt worden, daß $q_0 = u(0)$ ist und damit sehr groß werden kann, wenn schnelle Ausgleichsvorgänge mit endlicher Einstellzeit gefordert werden. Wenn die Stellgröße begrenzt ist, dann soll im folgenden nur der Stellwert $u(0)$ betrachtet werden. Die Anwendung auf die nachfolgenden Stellamplituden erfolgt analog. Um diese Begrenzung zu berücksichtigen, müssen mehr als n Abtastschritte zugelassen werden. Es wird deshalb mit $d = 0$ und $b_0 = 0$ angesetzt:

$$P(z) = p_1 z^{-1} + p_2 z^{-2} + \dots + p_n z^{-n} + p_{n+1} z^{-(n+1)} \quad (6.150)$$

$$Q(z) = q_0 + q_1 z^{-1} + \dots + q_n z^{-n} + q_{n+1} z^{-(n+1)} \quad (6.151)$$

Der Rechengang verläuft nun wie oben mit den neuen $P(z)$ und $Q(z)$.

$$G_R(z) = \frac{Q(z)}{1 - P(z)} \quad \text{und} \quad (6.152)$$

$$G_S(z) = \frac{P(z)}{Q(z)} = \frac{B(z)}{A(z)} \quad (6.153)$$

Beim Koeffizientenvergleich in Gl. (6.153) ist nun zu beachten, daß $P(z)$ und $Q(z)$ eine höhere Ordnung haben als $B(z)$ und $A(z)$. Gleichung (6.153) kann nur dann gelöst werden, wenn in $P(z)/Q(z)$ eine gleiche Wurzel im Zähler- und Nennerpolynom vorhanden ist.

$$\frac{P(z)}{Q(z)} = \frac{(p'_1 z^{-1} + \dots + p'_n z^{-n})(\alpha - z^{-1})}{(q'_0 + \dots + q'_n z^{-n})(\alpha - z^{-1})} \tag{6.154}$$

Unter dieser Voraussetzung ergibt sich beim Koeffizientenvergleich

$$\begin{aligned} q'_1 &= a_1 q'_0 & \text{und} & & p'_1 &= b_1 q'_0 \\ & & & & \vdots & \\ q'_n &= a_n q'_0 & \text{und} & & p'_n &= b_n q'_0 \end{aligned} \tag{6.155}$$

beziehungsweise durch Ausmultiplizieren von Gl. (6.153) und Gl. (6.154)

$$\begin{aligned} q_0 &= \alpha q'_0 & \text{und} & & p_1 &= \alpha p'_1 \\ q_1 &= \alpha q'_1 - q'_0 & \text{und} & & p_2 &= \alpha p'_2 - p'_1 \\ & & & & \vdots & \\ q_n &= \alpha q'_n - q'_{n-1} & \text{und} & & p_n &= \alpha p'_n - p'_{n-1} \\ q_{n+1} &= -q'_n & \text{und} & & p_{n+1} &= -p'_n \end{aligned} \tag{6.156}$$

mit

$$q_0 = \alpha q'_0 = u(0) \quad \text{und} \quad p_1 + \dots + p_{n+1} = 1 \tag{6.157}$$

$$\text{bzw.} \quad q'_0 = q_0 - \frac{1}{b_1 + b_2 + \dots + b_n} = q_0 - \frac{1}{\sum b_i} \tag{6.158}$$

Damit ergeben sich die Parameter des Reglers mit der Übertragungsfunktion nach Gl. (6.152) zu:

$$\begin{aligned} q_0 &= u(0) \\ q_1 &= q_0(a_1 - 1) + \frac{1}{\sum b_i} & \text{und} & & p_1 &= q_0 b_1 \\ q_2 &= q_0(a_2 - a_1) + \frac{a_1}{\sum b_i} & \text{und} & & p_2 &= q_0(b_2 - b_1) + \frac{b_1}{\sum b_i} \\ & & & & \vdots & \\ q_n &= q_0(a_n - a_{n-1}) = \frac{a_{n-1}}{\sum b_i} & \text{und} & & p_n &= q_0(b_n - b_{n-1}) = \frac{b_{n-1}}{\sum b_i} \end{aligned} \tag{6.159}$$

$$q_{n+1} = a_n \left(-q_0 + \frac{1}{\sum b_i} \right) \quad \text{und} \quad p_{n+1} = -b_n \left(q_0 - \frac{1}{\sum b_i} \right)$$

Damit kann allgemein angesetzt werden:

$$G_w(z) = \underbrace{q_0 \cdot B(z) \cdot z^{-d}}_{\text{geg. durch Strecke}} \cdot \underbrace{B_k(z)}_{\text{bei Stellgrößenbeschränkung}} \quad (6.160)$$

$$B_k(z) = \begin{cases} 1 & \text{ohne Stellgrößenbeschränkung} \\ 1 - 1/\alpha \cdot z^{-1} & \text{mit Begrenzung auf } u(0) \end{cases} \quad (6.161)$$

mit

$$\alpha = \frac{q_0}{q_0 - 1/\sum b_i} \quad \text{und} \quad q_0 = u(0) \quad (6.162)$$

Im Gegensatz zu den beiden Beispielen im vorigen Kapitel wird nun die Stellgröße zum ersten Abtastzeitpunkt auf $u(0)$ begrenzt. Die Stellgröße im zweiten Abtastzeitpunkt ergibt sich zu:

$$u(1) = q_1 + q_0 = a_1 u(0) + \frac{1}{\sum b_i} \quad (6.163)$$

Wenn $u(0)$ zu klein gewählt wird, dann kann $u(1)$ unter Umständen größer als $u(0)$ sein, d.h. $u(0)$ sollte groß genug gewählt werden. Damit $u(1) < u(0)$ ist, muß gefordert werden:

$$u(0) = q_0 \geq \frac{1}{(1 - a_1) \sum b_i} \quad (6.164)$$

Durch $u(1) < u(0)$ gilt aber nicht notwendigerweise, daß $u(2) \leq u(1) \leq u(0)$ ist. Dies kann nur durch iterative Rechnung sichergestellt werden.

6.5.3 Wahl der Abtastzeit bei Dead-Beat-Reglern

Aus den grundsätzlichen Überlegungen der Pol- und Nullstellenlagen im s - und im z -Bereich ist bekannt, daß die Pole des s -Bereichs in Pole des z -Bereichs abgebildet werden. Es ist weiterhin bekannt, daß die Pole im z -Bereich aber auch von der Abtastzeit T bestimmt werden.

Wenn also eine Übertragungsfunktion im s -Bereich mit Polen vorgegeben ist, dann kann somit die endgültige Pollage im z -Bereich auch noch durch die Abtastzeit T beeinflusst werden. Dies bedeutet aber, daß die Pole im z -Bereich sowohl durch die Koeffizienten des Nennerpolynoms im s -Bereich als auch durch die Abtastzeit bestimmt werden. Da aber andererseits nach Gl. (6.139) $q_0 = 1/\sum b_i = u(0)$ ist, kann somit $u(0)$ auch durch die Abtastzeit T verändert werden.

Im allgemeinen wird deshalb durch Vergrößern der Abtastzeit (und damit der Zeitdauer des Ausgleichsvorgangs) die Stellamplitude kleiner. Im allgemeinen wird die Abtastzeit in Relation zur Systemzeit T_σ bzw. zur gewünschten Ausregelzeit T_{aus} angesetzt:

$$\frac{T}{T_\sigma} \geq 0,2 \quad \frac{T}{T_{aus}} \geq 0,1 \tag{6.165}$$

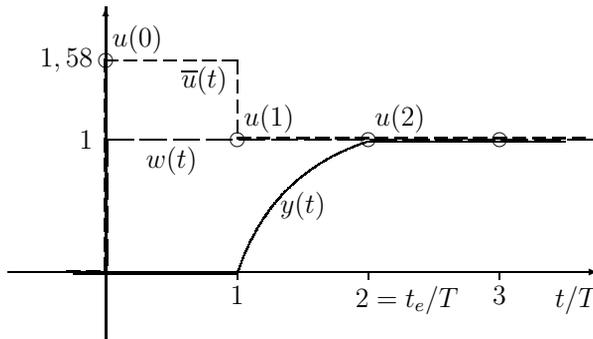
Wenn dagegen $k \geq n + 1$ gewählt wird, dann ist die Abtastzeit bei einem parameteroptimierten Regleransatz und dem „ $k \geq n + 1$ “-Ansatz in etwa gleich. Gegenüber dem „ $k \geq n$ “-Ansatz ist die Abtastzeit doppelt so groß zu wählen.

6.5.4 Beispiel zum Dead-Beat-Regler

Gegebene Strecke:

$$G_S(s) = \frac{1}{1 + sT_1} \cdot e^{-sT_t} \quad \text{mit} \quad T_t = 1 \cdot T \tag{6.166}$$

Berechnung der z -Transformierten der Serienschaltung von $G_S(s)$ mit einem



$$T = T_t = T_1; \quad c = e^{-1} = 0,37; \quad 1/(1 - c) = 1,58;$$

Abb. 6.34: Signalverläufe zum Beispiel

Halteglied nullter Ordnung:

$$H_0 G_S(z) = \left(\frac{z-1}{z} \cdot \mathcal{Z} \left\{ \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{1+sT_1} \right\} \Big|_{t=kT} \right\} \right) \cdot z^{-1} \tag{6.167}$$

Setzt man aus der Transformationstabelle in Kap. 6.1.4 die Korrespondenz

$$\frac{1}{s(1+sT_1)} \iff \frac{(1-c) \cdot z}{(z-1)(z-c)} \quad \text{mit} \quad c = e^{-T/T_1} \tag{6.168}$$

in Gl. (6.167) ein, so ergibt sich die z -Transformierte zu:

$$H_0 G_S(z) = \frac{1-c}{z-c} \cdot z^{-1} = \frac{1-c}{1-cz^{-1}} \cdot z^{-2} = \frac{B(z)}{A(z)} \cdot z^{-d} \tag{6.169}$$

Für $d \neq 0$ gilt nach Gl. (6.142):

$$\overline{b_{d+1}} = b_1 = (1 - c) \quad \text{und} \quad a_1 = -c \quad (6.170)$$

Aus Gl. (6.138), (6.139) und (6.145) berechnen sich die Koeffizienten q_0 , q_1 und p_{d+1} zu:

$$q_0 = \frac{1}{1 - c} \quad q_1 = a_1 q_0 = \frac{-c}{1 - c} \quad p_{d+1} = \overline{b_{d+1}} q_0 = 1$$

Über Gl. (6.146) ergibt sich dann die Reglerübertragungsfunktion zu:

$$G_R(z) = \frac{1 - cz^{-1}}{(1 - c)(1 - z^{-2})} \quad (6.171)$$

Aus Gl. (6.134) läßt sich $G_u(z)$ bestimmen zu:

$$G_u(z) = \frac{1 - cz^{-1}}{1 - c} = Q(z) \quad (6.172)$$

Mit Gl. (6.172) und dem Eingangssignal $w(z) = z/(z - 1)$ (Einheitssprung) läßt sich nun $u(k)$ berechnen:

$$\begin{aligned} u(z) &= w(z) \cdot \frac{1 - cz^{-1}}{1 - c} = \frac{1 - cz^{-1}}{(1 - c)(1 - z^{-1})} \\ &= \underbrace{\frac{1}{(1 - c)}}_{u(0)} + 1 \cdot z^{-1} + 1 \cdot z^{-2} + \dots \\ u_k &= 1 \quad \text{für} \quad k \geq 1 \end{aligned}$$

In der folgenden Tabelle sind die Entwurfsregeln für *Dead-Beat*-Regler zusammengefaßt. Wird eine Strecke ohne Totzeit verwendet, ist $d = 0$, also $z^{-d} = 1$, zu setzen. Der Kompensationsterm $B_k(z)$ dient der Reduzierung der Stellamplituden durch geeignete Wahl der Parameter b_{k1} , b_{k2} , etc.; für minimale Einstellzeit entfällt der Kompensationsterm, bzw. es ist $B_k(z) = 1$ einzusetzen.

Weiterführende Literatur:

siehe Literaturverzeichnis [2, 3, 7, 20, 24, 26, 32, 45, 84, 89]

Dead-Beat-Reglerentwurf

Bestimmung der z -Übertragungsfunktion einer kont. Strecke $G(s)$ mit Totzeit $T_t = d \cdot T$ und Halteglied H_0 bei einer Abtastzeit T (siehe Transformationstabelle Kap. 6.1.4):

$$G_S(s) = H_0(s) \cdot G(s) \cdot e^{-sT_t}$$

$$G_S(z) = \frac{z-1}{z} \cdot \mathcal{ZL}^{-1} \left\{ \frac{G(s)}{s} \right\} \Bigg|_{t=kT} \cdot z^{-d}$$

Zeitdiskrete Strecke $G(z)$:

$$G_S(z) = \frac{B(z)}{A(z)} \cdot z^{-d} = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \dots + b_n z^{-n}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_m z^{-m}} \cdot z^{-d}$$

Wunschpolynom der Führungsübertragungsfunktion G_w mit Kompensationsterm $B_k(z) = 1 + b_{k1} z^{-1} + b_{k2} z^{-2} + \dots$:

$$G_w(z) = q_0 \cdot B(z) \cdot B_k(z) \cdot z^{-d}$$

$$q_0 = \frac{1}{B(1) \cdot B_k(1)} = \frac{1}{b_1 + b_2 + \dots} \cdot \frac{1}{1 + b_{k1} + b_{k2} + \dots}$$

Dead-Beat-Regler:

$$G_R(z) = \frac{A(z) \cdot B_k(z)}{B(1) \cdot B_k(1) - B(z) \cdot B_k(z) \cdot z^{-d}}$$

Stellamplituden bei Einheitssprung des Sollwertes:

$$u(0) = \frac{1}{B(1) \cdot B_k(1)}$$

$$u(1) = \frac{1 + a_1 + b_{k1}}{B(1) \cdot B_k(1)}$$

Stellamplituden allgemein bei Einheitssprung des Sollwertes:

$$G_u(z) = \frac{G_R(z)}{1 + G_R(z) \cdot G_S(z)} = \frac{A(z) \cdot B_k(z)}{B(1) \cdot B_k(1)}$$

$$u(k) = G_u(z) \Bigg|_{\substack{z^{-1} = 1 & z^{-k-1} = 0 \\ \vdots & \vdots \\ z^{-k} = 1 & \vdots}}$$

6.6 Diskretisierungs-Nullstelle — Digitale Signalverarbeitung

Die bisher erarbeiteten Darstellungen der Regelverfahren setzten eine analoge Signalverarbeitung voraus, d. h. eine parallele Signalverarbeitung, die zeitkontinuierlich ist. Inzwischen wird die Signalverarbeitung aber überwiegend mittels Rechner digital realisiert, d. h. die zeitkontinuierlichen Signale werden mit Abtaster und ZOH-System zu zeitdiskreten Signalen transformiert. Mathematisch bedeutet dies einen Wechsel von der s -Darstellung zur z -Darstellung, wobei vor der z -Transformation das zeitkontinuierliche System um das Halteglied nullter Ordnung mit $H_0(s) = (1 - e^{-sT})/s$ erweitert werden muss (siehe Kapitel 6.2.2). Das Systemverhalten in der z -Darstellung entspricht nur dann exakt dem in der s -Darstellung (keine Näherung an den Abtastzeitpunkten), wenn die Abtastung mit Halteglied für die z -Transformation berücksichtigt wird. Es ergibt sich die Transformationsformel

$$z = e^{sT} = e^{\sigma T} [\cos(\omega T) + j \sin(\omega T)], \quad s = \sigma + j\omega, \quad z = r e^{j\varphi} \quad (6.173)$$

für die Systempole, wobei T die Abtastzeit bzw. $f_A = 1/T$ die Abtastfrequenz bezeichnet (siehe Kapitel 6.1). Die Stabilität im s -System ist sicher gestellt, wenn die Nullstellen des Nennerpolynoms, die Pole, in der linken s -Halbebene angeordnet sind. Die linke s -Halbebene wird in den Einheitskreis der z -Ebene transformiert (siehe Kapitel 6.2.1).

Die Abbildung des stabilen Bereiches der s -Ebene zeigt Abbildung 6.35. Hierbei ist zu beachten, dass das zeitdiskrete Modell das zeitkontinuierliche Sys-

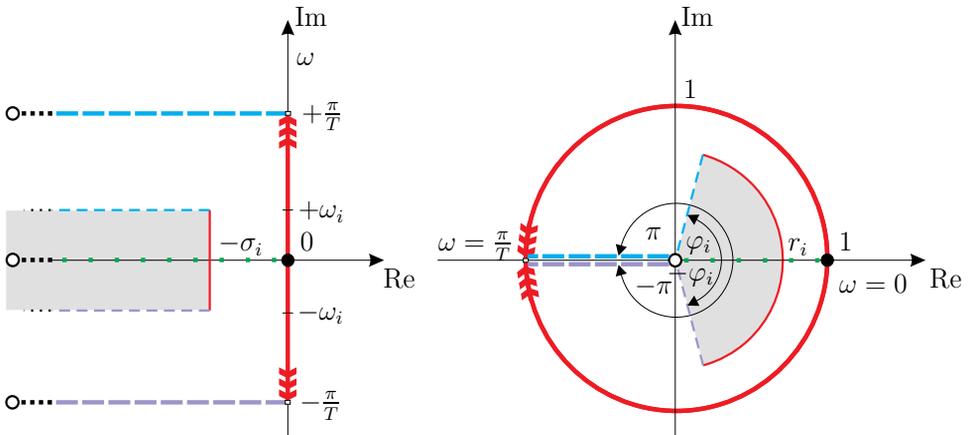


Abb. 6.35: Abbildung des Stabilitätsbereiches der s -Ebene (*links*) in die z -Ebene (*rechts*) [87]

tem nur bei Einhaltung des Abtasttheorems nach Shannon eindeutig repräsentiert. Um eine eindeutige Rekonstruktion des zeitkontinuierlichen Signals nach

vollzogener Zeitdiskretisierung zu ermöglichen, d. h. eine Unterabtastung zu vermeiden, muss die Abtastfrequenz $f_A = 1/T$ bzw. Abtastkreisfrequenz $\omega_A = 2\pi/T$ mindestens der doppelten der im System vorkommenden Frequenzen (Kennkreisfrequenzen $\omega_{D,i}$, Eckkreisfrequenzen $\omega_{E,i}$) entsprechen. Für die Abbildung in den z -Bereich bedeutet dies, dass nur Frequenzen bis zur halben Abtastfrequenz betrachtet werden dürfen:

$$\omega_{max} = 2\pi f_{max} = 2\pi \frac{f_A}{2} = \frac{\pi}{T} \quad (6.174)$$

Folglich führt nur die Abbildung der imaginären Achse zwischen $[-\pi/T, \pi/T]$ zu einer sinnvollen physikalischen Repräsentation des realen Systems durch das zeitdiskrete Modell. Die Abbildungsvorschrift (6.173) bestätigt dies, nachdem bereits für Frequenzen $-\pi/T \leq \omega \leq \pi/T$ ein Winkel von $\varphi = -180^\circ$ bis $\varphi = 180^\circ$ durchfahren wird und sich damit der Einheitskreis für diese Auswahl an Frequenzen schließt. Die höchsten mit einer gewählten Abtastzeit T zu repräsentierenden Systemfrequenzen liegen somit im s -Bereich auf zwei parallelen Geraden mit einem Abstand $|\pi/T|$ zur x -Achse. Im z -Bereich kommen die höchsten darstellbaren Frequenzen gemäß der Abbildungsvorschrift (6.173) bzw. Abbildung 6.35 auf der negativen reellen Achse zu liegen.

Für die Transformation von der s - zur z -Darstellung wird das betrachtete System, wie oben dargestellt, um ein Halteglied erweitert. Bei einer Abtastzeit von T ist die Reaktionszeit eines Reglers auf Signaländerungen im Durchschnitt $T/2$, d. h. es zeigt sich das Verhalten eines Totzeitglieds. Hiermit wird ersichtlich, dass die Abtastzeit T bei der Untersuchung der Stabilität zwingend berücksichtigt werden muss. Nun ist es naheliegend, die Abtastfrequenz hoch zu wählen, um den Einfluss der Abtastung so weit wie möglich zu begrenzen. Eine Erhöhung der Abtastfrequenz erfordert aber auch die Erhöhung der Übertragungsbandbreite aller anderen Baugruppen der Signalverarbeitung und hier insbesondere der Sensoren. Dies ist aus Kostengründen nicht immer gewünscht. Wenn stattdessen die Abtastfrequenz deutlich verringert wird, dann kann bei sehr tiefen Abtastfrequenzen das Shannon-Theorem verletzt werden und somit eine Unterabtastung vorliegen. Bei einer an die Streckendynamik angepassten Erhöhung der Abtastfrequenz, so dass die Dynamik der Strecke erfasst wird, können aufgrund der Abtastung die unerwünschten, instabilen Diskretisierungsnullstellen entstehen, welche bei inversen Reglern zu Problemen führen. Am Beispiel eines adaptiv geregelten Zweimassensystems wird im Folgenden ein grundsätzliches Verständnis hinsichtlich der Nullstellen bei der Zeitdiskretisierung sowie der Gegenmaßnahmen vermittelt [86, 87].

Wir wollen nun an einem schwingungsfähigen Beispielsystem zweiter Ordnung untersuchen, wie sich eine Transformation vom s - in den z -Bereich auswirkt. Angenommen die Übertragungsfunktion sei

$$G(s) = \frac{2}{(2s^2 + s + 1)} \quad (6.175)$$

dann gelten die Transformationen $z = e^{sT}$ bzw. $s = (\ln z)/T$ mit T als Abtastperiode. Auf Grund der Nichtlinearität der Transformation werden oftmals Näherungen für die zeitdiskrete System-Modellierung herangezogen, mit denen beispielhaft bereits Auswirkungen der Zeitdiskretisierung auf das Nullstellenverhalten deutlich werden. Im Folgenden findet die bilineare Transformation Anwendung:

$$s = \frac{2(z-1)}{T(z+1)} \quad (6.176)$$

Eine weitere Näherung ist die „Matched z -Transformation“. Durch Einsetzen der bilinearen Transformationsgleichung erhalten wir $G(z)$:

$$G(z) = \frac{(2z^2 + 4z + 2T^2)}{(z^2 + 2z + 1)T^2 + (2z^2 - 2)T + 8z^2 - 16z + 8} \quad (6.177)$$

Dies bedeutet, obwohl die Übertragungsfunktion (6.175) im s -Bereich keine Nullstelle hat, ergibt sich im z -Bereich ein Zählerpolynom zweiter Ordnung, d. h. der Relativgrad verringert sich durch die Zeitdiskretisierung von $r = 2$ auf $r = 0$. Die Näherung für die zeitdiskrete System-Modellierung mit bilinearen Transformation verdeutlicht somit bereits, dass durch die Zeitdiskretisierung Diskretisierungsnullstellen entstehen. Dass diese kein Resultat der Näherung sondern der Zeitdiskretisierung sind, wird in [87] mit Hilfe der exakten Transformationsvorschrift gezeigt. Es stellt sich nun die Frage nach der Stabilität der Diskretisierungsnullstellen. Wenn das Zählerpolynom zweiter Ordnung in Gleichung (6.177) allgemein angesetzt und die Nullstellen $x_{1,2}$ bestimmt werden, dann gilt:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (6.178)$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (6.179)$$

Gemäß der Koeffizienten des Nullstellenpolynoms in Gleichung (6.177) ergibt sich somit mit $a = 1$, $b = 2$ und $c = 1$ für die beiden Nullstellen:

$$x_{1,2} = -1 \quad (6.180)$$

Aus dieser Gleichung ist zu erkennen, dass unabhängig von der Wahl der Abtastzeit T zwei Diskretisierungsnullstellen entstehen und diese auf der Stabilitätsgrenze liegen. Das bedeutet, die Diskretisierungsnullstellen können durch einen Kompensationsregler nur unrobust eliminiert werden. Vor allem mit der Tatsache, eine Näherung für das zeitdiskrete Modell verwendet zu haben, besteht die Gefahr der Instabilität, sobald die grenzstabilen Diskretisierungsnullstellen durch den Regler eliminiert werden. Mit diesem Beispiel wird deutlich, dass ein reales zeitkontinuierliches System mit stabilen Nullstellen (minimalphasiges System) in der zeitdiskreten Modellierung instabile Diskretisierungsnullstellen erhalten kann. Während mit einem zeitkontinuierlichen Regler das Nullstellenpolynom ohne Gefahr der Instabilität eliminiert werden kann, besteht bei einem

zeitdiskreten Regler die Gefahr der Instabilität, sobald das Nullstellenpolynom des zeitdiskreten Modells eliminiert wird. Obwohl das zeitkontinuierliche als auch das zeitdiskrete Modell dasselbe Systemverhalten beschreiben, ist bei einem zeitdiskreten inversen Regler bei gleicher Systembeeinflussung wie im zeitkontinuierlichen Fall instabiles Verhalten möglich.

Es stellt sich die Frage, welchen Einfluss die Diskretisierungsnullstellen auf das zu repräsentierende Systemverhalten haben. Die Transformationsvorschrift (6.173) gilt zwar nur für Polstellen, es kann jedoch gezeigt werden [87], dass bei einer „robusten Abtastung“, d. h. einer schnellen Abtastung mit mindestens dem zwanzigfachen der höchsten zu repräsentierenden Systemfrequenz, die Transformationsvorschrift näherungsweise auch für Nullstellen angewandt werden kann. Somit kann die oben mit Hilfe der Abbildung 6.35 getroffene Aussage auch auf die Nullstellen übertragen werden:

$$\begin{array}{ll}
 \mathbf{z\text{-Ebene:}} & \mathbf{s\text{-Ebene:}} \\
 q_j \in] - \infty, 0 [\iff & \begin{array}{l} \operatorname{Re}\{q_j\} \in \mathbb{R} \\ \operatorname{Im}\{q_j\} = \pm \omega_{max} = \pm \frac{\pi}{h} \end{array}, \quad \text{für } T \rightarrow 0 \text{ s}
 \end{array} \tag{6.181}$$

Nullstellen auf der negativ reellen Achse repräsentieren die höchsten mit dem gewählten zeitdiskreten Modell, d. h. der gewählten Abtastzeit, darstellbaren Frequenzen, womit Nullstellen auf der negativ reellen Achse bzgl. der Systemnullstellen vernachlässigt werden können. Selbst mit der oben auf das System zweiter Ordnung angewandten Näherung für die zeitdiskrete System-Modellierung, der bilinearen Transformation, wird dies bereits bestätigt — die Diskretisierungsnullstellen gemäß Gleichung (6.180) liegen auf der negativ reellen Achse und beschreiben daher kein Systemverhalten.

Auch für eine Übertragungsfunktion dritter Ordnung lässt sich der dargestellte Zusammenhang zeigen. Zur Lösung der kubischen Gleichungen werden die Cardanischen Formeln [1222, 1232, 1269] verwendet, die Berechnung der Lösung ist bereits aufwändig. Wir nehmen ein Zählerpolynom dritter Ordnung an:

$$Ax^3 + Bx^2 + Cx + Z = 0 \tag{6.182}$$

Wir dividieren durch A und erhalten die kubische Normalform

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0 \tag{6.183}$$

mit $a = B/A$, $b = C/A$ und $c = Z/A$.

Die Normalform der kubischen Gleichung kann mit der Substitution

$$x = z - \frac{a}{3} \tag{6.184}$$

in die reduzierte Form gewandelt werden, so dass der quadratische Term entfällt:

$$z^3 + pz + q = 0 \tag{6.185}$$

mit

$$q = \frac{2a^3}{27} - \frac{ab}{3} + c = \frac{2B^3 - 9ABC + 27ZA^2}{27A^3} \quad (6.186)$$

$$p = b - \frac{a^2}{3} = \frac{9AC - 3B^2}{9A^2} \quad (6.187)$$

Mit der Diskriminanten D der reduzierten Form

$$D = \frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27} \quad (6.188)$$

können vorab die folgenden Aussagen für die reduzierte Gleichung erarbeitet werden:

- $D > 0$: eine reelle Nullstelle und ein komplexes Nullstellenpaar
- $D < 0$: drei verschiedene reelle Nullstellen
- $D = 0$: entweder bei $D = p = q = 0$ eine dreifache reelle Nullstelle
oder zwei gleiche reelle Nullstellen
mit einer weiteren verschiedenen reellen Nullstelle

Um die Lösung der reduzierten Form in Gleichung (6.185) zu erhalten, wird die Substitution $z = u + v$ sowie $-p = 3uv$ und $-q = u^3 + v^3$ verwendet und man erhält die folgenden Ergebnisse:

$$u = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{D}} \quad (6.189)$$

$$v = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{D}} \quad (6.190)$$

$$(6.191)$$

und das komplexe Wurzelpaar ist:

$$\epsilon_{1,2} = \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2} \quad (6.192)$$

und die drei Lösungen:

$$z_1 = u + v \quad (6.193)$$

$$z_2 = \epsilon_1 u + \epsilon_2 v \quad (6.194)$$

$$z_3 = \epsilon_2 u + \epsilon_1 v \quad (6.195)$$

Bei $D > 0$ ergeben sich eine reelle Wurzel und ein komplexes Paar zu:

$$z_1 = u + v \quad (6.196)$$

$$z_{2,3} = -\frac{u + v \pm (u - v)i\sqrt{3}}{2} \quad (6.197)$$

und damit:

$$x_1 = u + v - \frac{B}{3A} \quad (6.198)$$

$$x_{2,3} = -\frac{u+v}{2} - \frac{B}{3A} \pm \frac{(u-v)i\sqrt{3}}{2} \quad (6.199)$$

Für $D = 0$ ergibt sich:

$$x_1 = \frac{B^3 - 4ABC + 9A^2Z}{3A^2C - AB^2} \quad (6.200)$$

und

$$x_{2,3} = \frac{ABC - 9A^2Z}{6A^2C - 2AB^2} \quad (6.201)$$

Bei $D = p = q = 0$ ergeben sich hier drei reelle Wurzeln zu:

$$x_{1,2,3} = -\frac{B}{3A} \quad (6.202)$$

Bei $D < 0$ ergeben sich — mit Hilfe des Satzes von Moivre, um die dritte Wurzel zu berechnen oder mittels trigonometrischer Funktionen — recht komplexe Ergebnisse, von denen nur ein Beispiel gezeigt werden soll:

$$x_1 = \sqrt{-\frac{4p}{3}} \cos\left(\frac{1}{3} \arccos\left(-\frac{q}{2}\right) \sqrt{\frac{-27}{p^3}}\right) - \frac{B}{3A} \quad (6.203)$$

Weitere Ansätze, wie z.B. folgende Näherungen, sind der Literatur zu entnehmen:

$$x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{B}{A} \quad (6.204)$$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = -\frac{C}{Z} \quad (6.205)$$

$$x_1 x_2 x_3 = -\frac{Z}{A} \quad (6.206)$$

Die Bestimmung der Nullstellen ist somit trotz der Näherungen bereits ab der dritten Ordnung der Gleichung des Zählerpolynoms aufwändig und nimmt mit weiter zunehmender Ordnung der Gleichung deutlich zu. Wesentlich ist, dass ab der dritten Ordnung der Zählergleichung instabile Diskretisierungs-Nullstellen entstehen können, die nicht durch entsprechende Polstellen zu kompensieren sind, da durch die Kompensation der instabilen Nullstellen das System instabil wird. Wenn man daher vom zeitkontinuierlichen s-Bereich in den zeitdiskreten z-Bereich wechselt, dann muss beispielsweise durch Änderung der Abtastfrequenz vermieden werden, dass das Zählerpolynom im z-Bereich instabile Diskretisierungsnullstellen hat. Die obigen Näherungen sollen zur Abschätzung der Positionen der Diskretisierungsnullstellen dienen.

Im Folgenden werden die Ergebnisse der exakten Transformation (6.173) ohne Verwendung einer Näherung für ein elastisch gekoppeltes Zweimassensystem gezeigt. Wir wollen für das elastisch gekoppelte Zweimassensystem (siehe Kapitel 19.1.1 und 19.2.1) zuerst eine zeitkontinuierliche Signalverarbeitung annehmen. Die Gleichung (19.11) beschreibt die Übertragungsfunktion bei der Erfassung der Arbeitsmaschinendrehzahl, d. h. der Drehzahl der zweiten Masse. Die Übertragungsfunktion hat erstens einen integrierenden Anteil erster Ordnung, der eine starre Verbindung beim Zweimassensystems voraussetzt. Zweitens gibt es ein stabiles Nennerpolynom zweiter Ordnung, welches den schwingungsfähigen Teil des Systems beschreibt und ein stabiles Zählerpolynom erster Ordnung mit einer stabilen Nullstelle. Die Übertragungsfunktion für die Erfassung der Drehzahl der Arbeitsmaschine hat somit ein Nennerpolynom der Ordnung $n = 3$ sowie den Relativgrad $r = 2$. Gleichung (19.18) erfasst das Systemverhalten bei einer Regelung der Antriebsmaschinendrehzahl, d. h. Drehzahl der ersten Masse. Diese Übertragungsfunktion hat den gleichen integralen Anteil und das gleiche Nennerpolynom zweiter Ordnung, das Zählerpolynom ist aber nun zweiter Ordnung und stabil. Wie zu erwarten war, muss das Nennerpolynom bei der Regelung der Drehzahl der Antriebsmaschinen identisch mit dem Nennerpolynom bei der Regelung der Arbeitsmaschine der Ordnung $n = 3$ sein, der Relativgrad ist somit $r = 1$. Da die Zählerpolynome in beiden Fällen stabil sind, können diese mit einem inversen Regler, beispielsweise einem Zustandsregler, welcher eine freie Polverschiebbarkeit ermöglicht, problemlos durch stabile Nennerpolynome kompensiert werden. Wie in den Kapiteln 19.3 bis 19.3.4 erarbeitet wird, ist die Regelung der Drehzahl der Arbeitsmaschine mit der Zustandsregelung mit I-Anteil im Vorwärtskanal bzw. mit der neuen Struktur [54] vorteilhaft gegenüber der Kaskadenregelung. Es besteht in den physikalischen Grenzen — beispielsweise Sättigung der Spannung oder des Stroms des Stellglieds — völlige Freiheit bei der Auslegung des dynamischen Verhaltens und Dämpfung der Schwingungen.

Die Analyse von Übertragungsfunktionen im s -Bereich mit der Ordnung r ergibt in Abhängigkeit der gewählten Transformationsvorschrift eine unterschiedliche Änderung des Relativgrades durch die Zeitdiskretisierung. Während bei Verwendung der bilinearen Transformation als Näherung unabhängig vom Relativgrad des Systems im s -Bereich nach der Transformation in den z -Bereich ein Relativgrad $r = 0$ resultiert (vgl. Gleichung (6.177)), entsteht mit der exakten Transformationsvorschrift (6.173), welche die ZOH-Abtastung vollständig ohne Näherung repräsentiert, stets ein Relativgrad $r = 1$. Zum Verständnis: im z -Bereich entspricht der Relativgrad r einer Totzeit um rT . Im s -Bereich repräsentiert hingegen ein Relativgrad r einem Nennerpolynom der Ordnung r . Nachdem das Originalsystem keine Totzeit sowie keinen Durchgriff besitzt, ist die schnellstmögliche Reaktion des zeitdiskreten Modells nach der Abtastzeit T , was einem Relativgrad $r = 1$ des zeitdiskreten Modells entspricht. Jedes mit der ZOH-Methode zeitdiskretisierte System besitzt unabhängig vom Relativgrad des zeitkontinuierlichen Systems einen Relativgrad $r = 1$.

Weil das zeitdiskrete System, wie dargestellt, stets einen Relativgrad $r = 1$ besitzt, entstehen neben den m zeitdiskreten Systemnullstellen auch $m_{DNS} = r - 1$ Diskretisierungsnullstellen nach der Transformation in den z -Bereich. In Abhängigkeit des Relativgrades r des zeitkontinuierlichen Systems sowie der gewählten Abtastzeit T können instabile Diskretisierungsnullstellen entstehen. Nur bei einem zeitkontinuierlichen System mit einem Relativgrad $r = 1$ entstehen keine Diskretisierungsnullstellen, daher können auch keine instabilen Nullstellen in der zeitdiskreten Systembeschreibung entstehen. Die Wahl der Abtastzeit wird u. a. vom dynamischen Verhalten der Strecke bestimmt. Untersuchungen zeigen, dass die Diskretisierungsnullstellen meist stabil bleiben, wenn große Abtastzeiten in Relation zur Dynamik der Strecke gewählt werden, die jedoch unerwünschte Unterabtastung bedingen. Mit abnehmender Abtastzeit wird die Dynamik der Strecke erfasst, allerdings sind dann meist instabilen Nullstellen zu beachten. Untersuchungen in [87] zeigen, dass für minimalphasige zeitkontinuierliche Systeme, d. h. zeitkontinuierliche Systeme ohne instabile Nullstellen, für Relativgrade $r > 2$ keine robuste Abtastzeit gefunden werden kann, so dass das mit der ZOH-Methode erzeugte zeitdiskrete Modell ebenfalls minimalphasig ist. Mit weiter abnehmender Abtastzeit wird die Dynamik der Diskretisierungsnullstellen bezogen auf die mit dem zeitdiskreten Modell repräsentierten Systemdynamik immer weniger wichtig; bei der Abtastzeit gegen Null verhält sich das System im z -Bereich wie das System im s -Bereich. Dies bedeutet jedoch nicht, dass keine Diskretisierungsnullstellen mehr vorliegen, sondern dass deren Dynamik im Vergleich zur Systemdynamik vernachlässigbar wird. Somit muss unabhängig von der Abtastzeit stets das Vorhandensein instabiler Diskretisierungsnullstellen untersucht werden, bevor ein Regler zur Anwendung kommt, der die Elimination des vollständigen Nullstellenpolynom des zeitdiskreten Modells, d. h. die Elimination der Nullstellen-Dynamik zum Ziel hat. Es ist verständlich, dass instabile Nullstellen — und somit auch instabile Diskretisierungsnullstellen — in der Strecken-Übertragungsfunktion nicht durch instabile Pole kompensiert werden können, ohne die Stabilität des Systems zu gefährden.

Zur Veranschaulichung soll im Folgenden der Nullstellenverlauf in Abhängigkeit der Abtastzeit T am Beispiel des Zweimassensystems bei Erfassung der Arbeitsmaschinendrehzahl dienen. Es wird neben der oben dargestellten schwingungsfähigen Mechanik (Zweimassensystem) auch der Momenten- bzw. Stromregelkreis (Umrichter) berücksichtigt, womit sich die Ordnung auf $n = 4$ und der Relativgrad auf $r = 3$ erhöht. Folglich entstehen neben der einen Systemnullstelle $q_3 = q_{ZMS}$ zwei weitere Diskretisierungsnullstellen $q_j = q_{j,DNS}$ mit $j \in \{1, 2\}$. Zur Vermeidung einer Unterabtastung sind folgende Systemfrequenzen zu berücksichtigen: die Eigenfrequenz $f_{0,ZMS}$ bzw. Kennkreisfrequenz $\omega_{0,ZMS}$ des schwingungsfähigen Nennerpolynoms, die Eckfrequenz $f_{E,ZMS}$ bzw. Eckkreisfrequenz $\omega_{E,ZMS}$ des Zählerpolynoms sowie die Eckfrequenz $f_{E,ers}$ bzw. Eckkreisfrequenz $\omega_{E,ers}$ des Nennerpolynoms mit der Ersatzzeitkonstante des Umrichters. Den Verlauf der Nullstellen des Zweimassensystems für Abtastzeiten $T \leq 0,06 \text{ s}$ zeigt Abbildung 6.36. Nachdem die kleinste systemtypi-

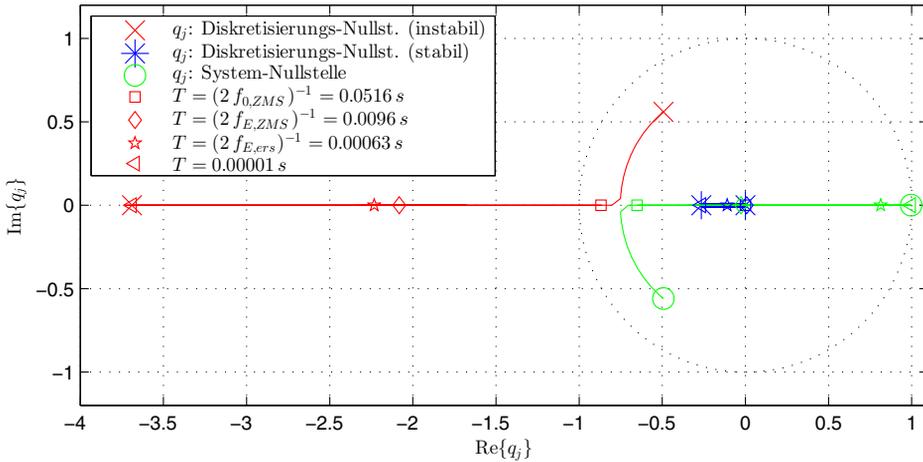


Abb. 6.36: Verlauf der Diskretisierungsnullstellen und Systemnullstelle des Zweimassensystems ($n_{ZMS} = 4$) in Abhängigkeit der Abtastzeit T mit dem Wertebereich $0 \text{ s} < T \leq 0,06 \text{ s}$ [87]

sche Frequenz, die Eigenfrequenz $f_{0,ZMS}$ des Zweimassensystems, nur für Abtastzeiten $T \leq (2 f_{0,ZMS})^{-1} = 0,0516 \text{ s}$ detektiert werden kann, führt eine Abtastzeit $T = 0,06 \text{ s}$ zur Unterabtastung. Dementsprechend liegt keine Modellierung des physikalischen Verhaltens vor, was in der Position der Nullstellen erkennbar ist – System- und Diskretisierungsnullstelle bilden ein konjugiert komplexes Polpaar, womit beide Nullstellen denselben Beitrag zur Systemmodellierung leisten. Sobald mit $T = 0,0516 \text{ s}$ die Eigenfrequenz $f_{0,ZMS}$ modelliert wird, beginnt die Trennung zwischen System- und Diskretisierungsnullstellen. Die Diskretisierungsnullstellen liegen gemäß Gleichung (6.181) beide bereits auf der negativen reellen Achse, d. h. bezogen auf die gewählte zeitdiskrete Beschreibung besitzen sie die höchste darstellbare Dynamik.

Nachdem die Eckfrequenz $\omega_{E,ZMS}$ durch die Wahl der Abtastzeit $T = 0,0516 \text{ s}$ noch nicht modelliert werden kann, liegt die Systemnullstelle ebenfalls auf der negativen reellen Achse, um die bzgl. der Abtastzeit größtmögliche Dynamik zu erhalten, mit dem Ziel, noch keinen Beitrag zur Systemdynamik zu liefern (siehe Transformation der Stabilitätsbereiche in Abbildung 6.35). Nachdem jedoch mit der gewählten unrobusten Abtastzeit laut zeitdiskretem Modell $\omega_{max} = \omega_{0,ZMS} = \omega_{E,ZMS}$ gilt (alle Nullstellen in Abbildung 6.36 liegen auf der negativen stabilen reellen Achse), trägt jede Nullstelle noch gleichermaßen ihren Beitrag zum Systemverhalten bei, d. h. die Modellierung ist unzureichend. Dementsprechend ist es auch möglich, dass trotz eines höheren Relativgrads als $r = 2$ noch keine instabilen Diskretisierungsnullstellen entstehen und alle Nullstellen innerhalb der Stabilitätsgrenze (Einheitskreis) liegen.

Sobald jedoch mit der Abtastzeit $T \leq (f_{E,ZMS})^{-1} = 0,0096 \text{ s}$ ebenfalls die Eckfrequenz $f_{E,ZMS}$ der Systemnullstelle modelliert wird, führt die

Diskretisierung zu einer instabilen Nullstelle. Mit dieser Abtastzeit erreicht zudem die Systemnullstelle den Übergang von der negativen zur positiven reellen Achse, d. h. es kann ein nicht-schwingungsfähiges Zählerpolynom, ein inverses PT_1 -System (D -Glied) modelliert werden. Nachdem mit $\omega_{max} \approx \omega_{E,ZMS}$ die Abtastgrenze noch der Eckfrequenz entspricht, muss das D -Glied bzgl. der Abtastzeit eine hohe Dynamik aufzeigen, was einer Systemnullstelle $q_{ZMS} \approx 0$ entspricht. Beide Diskretisierungsnullstellen verbleiben auf der negativen reellen Achse.

Sobald die Systemnullstelle auf der positiven reellen Achse und nur die Diskretisierungsnullstellen auf der negativen reellen Achse liegen und sich alle vom Nullpunkt entfernen, können die Diskretisierungsnullstellen auf Grund ihrer hohen Dynamik von der Systemnullstelle getrennt und vernachlässigt werden. Dies tritt ein, sobald bzgl. der Systemnullstelle keine Unterabtastung, sondern eine robuste Abtastung mit $\omega_A > 2(\omega_{E,ZMS} + 1 \text{ Dekade}) = 20\omega_{E,ZMS}$ vorliegt und folglich $q_{ZMS} > 0$ sein muss. Wie mit Abbildung 6.36 deutlich wird, tritt eine robuste Abtastung hinsichtlich der Nullstelle und somit eine eindeutige Trennung zwischen den System- und Diskretisierungsnullstellen bei der Abtastung mit $T \leq (2f_{E,ers})^{-1} = 0,00063 \text{ s}$ zur Modellierung des Momentenregelkreises auf. Eine robuste Abtastzeit $T = 0,00001 \text{ s}$ bzgl. der Eckfrequenz $f_{E,ers}$ des Momentenreglers entspricht bereits einer Abtastzeit $T \rightarrow 0 \text{ s}$, mit der die Diskretisierungsnullstellen als auch die Systemnullstelle annähernd ihre Grenzwerte erreicht haben. Diese lauten für die Diskretisierungsnullstellen gemäß des Euler-Frobenius-Polynoms [87] mit $r = 3$ und für die Systemnullstelle:

$$q_{1,DNS} = -0,268 \quad , \quad q_{2,DNS} = -3,732 \quad , \quad q_{ZMS} = 1, \quad \text{für } T \rightarrow 0 \text{ s} \quad (6.207)$$

Wie erwartet liegen bei einer robusten Abtastung alle Diskretisierungsnullstellen auf der negativ reellen Achse. Nachdem gemäß Gleichung (6.181) für eine gewählte robuste Abtastzeit T die Kreisfrequenz $\omega_{max} = \pi/T$ die größte detektierbare Frequenz ist, besitzen die Diskretisierungsnullstellen mit $\text{Im}\{q_{j,DNS}\} = \pm\omega_{max} = \pm\pi/T$ die bzgl. einer Abtastzeit T höchste Dynamik (Abtastgrenze ω_{max}). Die Diskretisierungsnullstellen unterscheiden sich lediglich im Realteil und somit im Dämpfungsanteil. Wegen der im Grenzübergang $T \rightarrow 0 \text{ s}$ unendlich hohen Dynamik der Diskretisierungsnullstellen können diese bzgl. des physikalisch relevanten Verhaltens vernachlässigt werden. Trotz einer reduzierten Ordnung $m_{red} = m - m_{DNS}$ des zeitdiskreten Nullstellenpolynoms ist eine ausreichende Modellierung für kleine Abtastzeiten gewährleistet.

Mit dieser Erkenntnis ist es nun möglich, einen modellbasierten adaptiven zeitdiskreten inversen Regler trotz möglicher instabiler Diskretisierungsnullstellen bei einer minimalphasigen realen Strecke umzusetzen, ohne die Stabilität des Reglers wie auch die Konvergenz der integrierten Parameteridentifikation des adaptiven Referenzmodellreglers zu gefährden und zudem perfektes Folgeverhalten wie auch stationäre Genauigkeit zu gewährleisten [86, 87].

Ein adaptiver Referenzmodellregler, wie er in [86] vorgestellt wird, besteht aus einer stabilen Kombination von Regler und Parameteridentifikation. Da

der Regelfehler zum Identifikationsfehler konvergiert, wird ein Regler mit integrierter Parameteridentifikation einen konstanten Parametersatz identifizieren, und es resultiert ein stabiler Regler mit gutem Folgeverhalten. Wählen wir nun beim Zweimassensystem eine Abtastfrequenz $f_A < \omega_{0,ZMS}/\pi$, die das Shannon-Theorem nicht berücksichtigt (mindestens zweimalige Abtastung der mechanischen Resonanzkreisfrequenz ω_0), dann liegt Unterabtastung vor. Bei Unterabtastung kann die mechanische Resonanzfrequenz ω_0 nicht identifiziert werden, das abgetastete Fehlersignal variiert von Periode zu Periode und somit auch das Ausgangssignal. Die bei einer Identifikation errechnete Parameterkombination weicht daher von der realen Parameterkombination immer ab — die Parameter können nicht konvergieren, womit auch keine Stabilität des adaptiven Reglers gewährleistet werden kann. Mit Hilfe einer toten Zone kann jedoch die Parameterkonvergenz erzwungen werden, so dass das Fehlersignal trotz Untermodellierung zu Null wird und ein stabiler Regler resultieren kann. Allerdings ist zu beachten, dass die Einstellung der toten Zone sehr unrobust ist und der Regler bei diesen Abtastfrequenzen die Schwingung der beiden Massen gegeneinander nicht dämpfen kann. Wenn wir nun annehmen, dass $f_A = \omega_{0,ZMS}/\pi$ ist, dann kann die mechanische Resonanzfrequenz identifiziert werden. Jedoch sind nun gemäß obiger Darstellung zwei Diskretisierungsnullstellen im Zähler der Strecke zu berücksichtigen, eine stabile und eine instabile Nullstelle. Wie bereits diskutiert, kann die instabile Diskretisierungsnullstelle nicht mit einem inversen Regler durch eine ebenso instabile Polstelle kompensiert werden, da das System instabil wird. Ein Verhalten wie bei der zeitkontinuierlichen Zustandsregelung scheint somit unerreichbar zu sein, wenn die zeitdiskrete Signalverarbeitung eingesetzt wird.

In [87] wurde eine Lösung erarbeitet, dessen Grundgedanke in diesem Kapitel dargestellt wurde: bei einer „robusten“ Abtastkreisfrequenz $\omega_A > 20\omega_{E,ZMS}$ mit der Eckkreisfrequenz $\omega_{E,ZMS} = \omega_{0,ZMS}/(2D)$ mit dem Dämpfungsgrad D haben die instabilen Diskretisierungsnullstellen nur noch einen vernachlässigbaren physikalischen Einfluss. Mit dieser Erkenntnis ist zur Lösung des Problems im Regler ein Algorithmus notwendig, mit dem instabile Diskretisierungsnullstellen (instabile Nullstellen auf der negativ reellen Achse der z -Ebene) detektiert werden, um nicht durch entsprechende Polstellen gekürzt zu werden. Folglich verbleiben nur die instabilen Nullstellen im System mit vernachlässigbarem physikalischen Verhalten und nur die stabilen Nullstellen werden durch zugehörige Polstellen im Regler gekürzt. Somit liegt prinzipiell eine Situation wie bei der zeitkontinuierlichen Signalverarbeitung vor.

Es verbleiben die bekannten Aufgaben der Identifikation der Streckenparameter und die stabile Adaption der Reglerparameter. Um diese Aufgaben zu lösen, wird das MRAC-Verfahren (Model Reference Adaptive Control) eingesetzt. Nachdem in einem bestimmten Betriebszustand meist nicht alle Systemfrequenzen angeregt werden, ist eine vollständige Systemidentifikation auch nicht notwendig, um erfolgreich regeln zu können. Es ist nur so viel Wissen über das System notwendig, wie zum Regeln des aktuellen Betriebszustandes nötig ist.

Dies bedeutet wiederum, dass für die einzelnen Betriebszustände eine Übermodellierung vorliegen und dadurch das reale Systemverhalten durch unterschiedliche Parametersätze nachgebildet werden kann. Zum Regeln des Systems ist daher der wahre Parametersatz nicht zwingend notwendig, wenn nur unterschiedliche Betriebszustände eingenommen werden. Bei dem gewählten adaptiven Verfahren werden deshalb nur insoweit die Parameter verstellt, damit die Solltrajektorie bzw. das Regelziel bei dem gegebenen Betriebszustand erreicht wird. Mit jedem Wechsel des Betriebszustandes wird Systemwissen akkumuliert, sodass der Parametersatz in Richtung des wahren Parametersatzes konvergiert. Würden alle möglichen Betriebszustände durchfahren, dies entspricht einer beständigen Anregung, dann würde sich ein vollständig identifiziertes System mit dem wahren Parametersatz ergeben.

Damit während und zwischen den Adaptionsvorgängen bei unzureichender Anregung keine das Systemverhalten beschreibenden instabile Nullstellen entstehen, findet eine Parameterbeschränkung auf physikalisch sinnvolle Werte statt. Die Beschränkung nützt die Erkenntnis, dass Diskretisierungsnullstellen, die auf der negativ reellen Achse der z -Ebene liegen, keinen Einfluss auf das Systemverhalten haben. Die Parameter der Identifikation werden daher so beschränkt, dass nur sowohl stabile Nullstellen im Einheitskreis als auch stabile Nullstellen auf der negativen z -Achse entstehen können. Somit ist gewährleistet, dass zum einen die Parameteridentifikation konvergieren kann und zum anderen bei nicht beständiger Systemanregung keine instabilen Nullstellen das Systemverhalten negativ beeinflussen können. Mit der erarbeiteten Struktur der Regelung wird sicher gestellt, dass zu keiner Zeit Instabilität des Regelkreises entstehen kann, auch nicht in den transienten Phasen des adaptiven Reglers. Aufgrund des adaptiven Referenzmodellreglers ist damit hochdynamisches Führungsverhalten und stationäre Genauigkeit gewährleistet.

In Abbildung 6.37 wird in einem Vergleich exemplarisch das wesentlich verbesserte Verhalten der von [87] vorgeschlagenen Vorgehensweise verdeutlicht. Die Messung 6.37 links zeigt die bisherige Situation, wenn die vollständige Nulldynamik einschließlich instabiler Diskretisierungsnullstellen eliminiert wird. Es entsteht ein nicht vertretbares unzulässiges Verhalten des Stellsignals $M_M[\cdot]$, welches zwischen maximaler negativer und positiver Stellgröße oszilliert und die Mechanik mittelfristig zerstören würde; ohne Stellgrößenbegrenzung wäre das geregelte System instabil. Sobald die Detektion instabiler Diskretisierungsnullstellen aktiviert wird, um diese von der Nulldynamikkompensation auszuschließen, ergibt sich erneut ein perfektes Verhalten des adaptiven Referenzmodellreglers, wie dies die Messung in Abbildung 6.37 rechts zeigt.

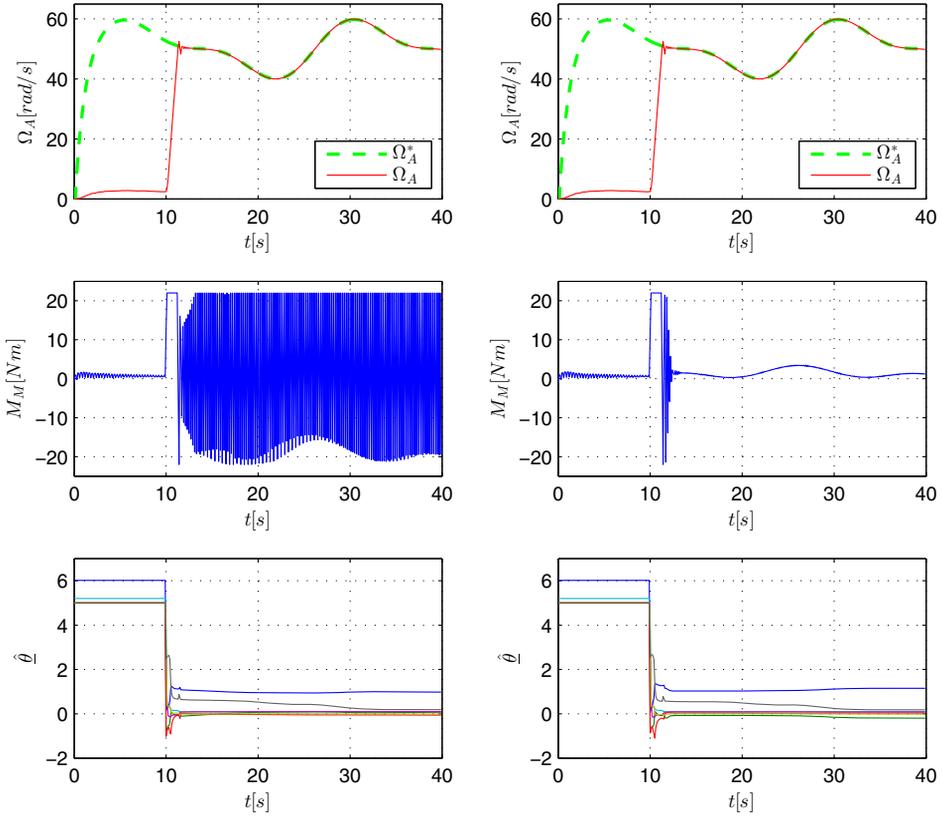


Abb. 6.37: Reales Zweimassensystem mit adaptivem Referenzmodellregler (RLS-Algorithmus); es wird die Drehzahl $\Omega_A[\cdot]$ der Arbeitsmaschine geregelt; der geschätzte Parametervektor wird mit falschen Parametern initialisiert; Beginn der Adaption bei $t = 10$ s [87]

links: instabile Diskretisierungsnullstellen werden eliminiert

rechts: instabile Diskretisierungsnullstellen bleiben erhalten

7 Regelung der Gleichstrommaschine

In diesem Kapitel soll die praktische Anwendung der bisher vorgestellten Optimierungsverfahren (BO, SO, DO) auf Ankerstrom-, Erregerstrom- und Drehzahlregelkreis der Gleichstrommaschine behandelt werden. Alle Betrachtungen beziehen sich dabei auf die heute vorwiegend zum Einsatz kommenden Nebenschlußmotoren mit Fremderregung. Analog zu den Ausführungen im Buch „Elektrische Antriebe — Grundlagen“ [57–61], wird für das mathematische Modell ein ideales Maschinenverhalten angenommen, d.h. Einflüsse wie Sättigungen u.a. sollen vernachlässigt werden.

In Kap. 7.1 wird die Maschine zunächst im Ankerstellbereich betrachtet, d.h. bei konstantem Erregerfeld. Für diesen Fall wird eine Regelung für Ankerstrom und Drehzahl entworfen und unter Anwendung der vorgestellten Standardoptimierungsverfahren optimiert. Darüberhinaus wird eine Alternative zur Drehzahlregelung in Kaskadenstruktur vorgestellt. Eine kurze Diskussion der Probleme bei Lageregelkreisen rundet Kap. 7.1 ab. In Kap. 7.2 werden anschließend die Überlegungen um die Problematik bei Schwächung des Erregerfeldes erweitert. Analog zum Ankerstellbereich wird eine Regelung für den Erregerstrom entworfen und optimiert, und verschiedene Schaltungsvarianten zur bereichsübergreifenden optimalen Regelung vorgestellt.

In [57–61] werden sowohl Gleichspannungswandler als auch netzgeführte Stromrichterstellglieder zur Ansteuerung der Gleichstromnebenschlußmaschine (GNM) behandelt. In diesem Kapitel wollen wir als Beispiel nur netzgeführte Stromrichterstellglieder für die GNM zulassen. Dadurch wird zusätzlich ein direkter Vergleich mit den experimentellen Ergebnissen aus Kap. 9 ermöglicht. Bei Einsatz von Gleichspannungswandlern ist das Vorgehen jedoch prinzipiell ähnlich, da durch geeignete Steuerverfahren (z.B. Pulsweitensteuerung, Hysterese-Regelung) eine Modellierung wie bei netzgeführten Stromrichterstellgliedern vorgenommen werden kann. Bei Verwendung einer Strom-Hysterese-Regelung muß jedoch beachtet werden, daß die Pulsdauer t_e und die Periodendauer T variabel sind.

7.1 Geregelte Gleichstromnebenschlußmaschine im Ankerstellbereich

Abbildung 7.1 zeigt die Drehzahl-Strom-Regelung der GNM in Kaskadenstruktur bei Verwendung eines netzgeführten Stromrichters als Stellglied. Die Vorteile der Kaskadenregelung sind bereits in Kap. 5.2 erarbeitet worden. Da die Maschine konstant mit Nennerregung betrieben wird, ist der Einfluß des Erregerflusses ψ auf das Motormoment und die induzierte Gegenspannung nur proportional. Die Erfassungen des Ankerstroms i_A und der Drehzahl n sind als Einheitsrückführungen dargestellt und werden damit als verzögerungsfrei angenommen. In der Praxis müssen jedoch häufig Verzögerungen bei der Ankerstrom- und Drehzahlerfassung in den Rückführzweigen beachtet werden. Auf die sich dadurch ergebende Problematik wird in den Abschnitten 7.1.1.5 und 7.1.2.1 eingegangen; für die folgenden Betrachtungen werden Einheitsrückführungen angenommen.

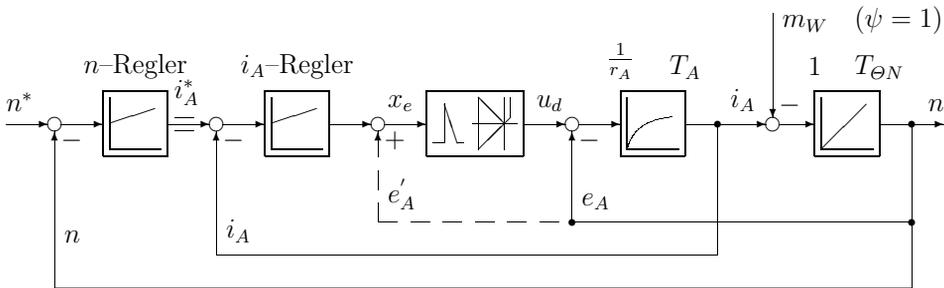


Abb. 7.1: Drehzahl-Strom-Regelung in Kaskadenstruktur (Ankerstellbereich)

Eine Ableitung des Signalflußplans der Gleichstromnebenschlußmaschine erfolgte im Buch „Elektrische Antriebe — Grundlagen“ [57–61], so daß der Signalflußplan an dieser Stelle bereits als bekannte Arbeitsgrundlage vorausgesetzt werden soll. In [57–61] wurde auch die einfachste regelungstechnische Approximation des Stellglieds behandelt. Diese vereinfachte Approximation wird in Kap. 9 dieses Bandes noch einmal ausführlich abgeleitet. Weitere Näherungsmöglichkeiten des Stellgliedverhaltens werden in den Kapiteln 10 bis 12 vorgestellt und diskutiert.

7.1.1 Stromregelkreis

Als innerster Kreis der Kaskade wird der Stromregelkreis zuerst optimiert. Zunächst wollen wir die Stromregelstrecke betrachten, für die anschließend der Stromregler entworfen und optimiert werden soll. Abbildung 7.2 zeigt den Signalflußplan der Stromregelstrecke mit Stellglied. Im Prinzip würde mit

$$G_1(s) = \frac{1}{r_A} \cdot \frac{1}{1 + sT_A} \tag{7.1}$$

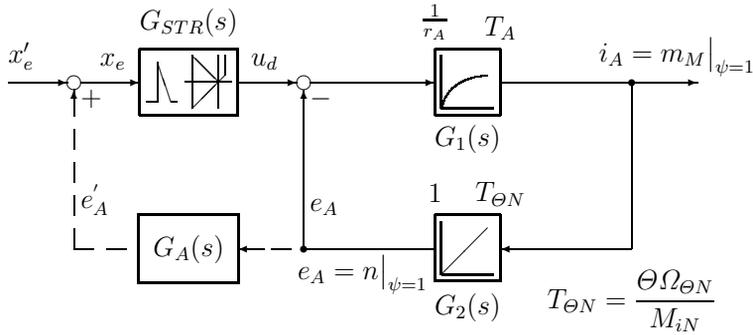


Abb. 7.2: Stromregelstrecke mit Stellglied

eine PT_1 -Strecke vorliegen, wenn die Rückkopplungsschleife über die induzierte Gegenspannung e_A

$$e_A = G_2(s) \cdot i_A = \frac{1}{sT_{\theta N}} \cdot i_A \quad (\psi = 1) \quad (7.2)$$

vernachlässigt werden könnte.

Diese Vernachlässigung ist jedoch nur für große Massenträgheitsmomente $T_{\theta N} \gg T_A$ zulässig. In diesem Fall kann davon ausgegangen werden, daß der Stromregelvorgang bereits beendet ist, wenn sich die Drehzahl ändert.

Für die allgemein gültige Übertragungsfunktion zwischen Ankerspannung und Ankerstrom mit Rückkopplung der Gegenspannung e_A ergibt sich mit $G_1(s) = G_v(s)$, $G_2(s) = -G_r(s)$:

$$G_{S3}(s) = \frac{i_A(s)}{u_d(s)} = \frac{1}{\frac{1}{G_v(s)} - G_r(s)} = \frac{sT_{\theta N}}{1 + sr_A T_{\theta N} + s^2 T_A T_{\theta N} r_A} \quad (7.3)$$

Für den Fall, daß die Annahme $T_{\theta N} \gg T_A$ nicht mehr zulässig ist, entsteht im Nennerpolynom von $G_{S3}(s)$ aufgrund der verringerten Dämpfung ein konjugiert komplexes Polpaar. Ein Reglerentwurf nach den Verfahren BO und SO wird somit unmöglich.

7.1.1.1 EMK-Kompensation

Die störende Rückwirkung der induzierten Gegenspannung kann jedoch durch eine positive Aufschaltung von e_A , gewichtet mit der Übertragungsfunktion $G_A(s)$, auf das Eingangssignal x_e des Stellgliedes kompensiert werden (siehe Abb. 7.2). Dieses Vorgehen wird als EMK-Aufschaltung bezeichnet. EMK steht dabei für elektromotorische Kraft. Mit EMK-Aufschaltung ergibt sich für die Stromregelstrecke mit Stellglied der Signalflußplan nach Abb. 7.3. Voraussetzung für diese Vereinfachung ist, daß die Verzögerungszeit bzw. die Laufzeit des Stromrichterstellgliedes klein gegenüber allen anderen Zeitkonstanten ist (Kap. 7.1.1.3).

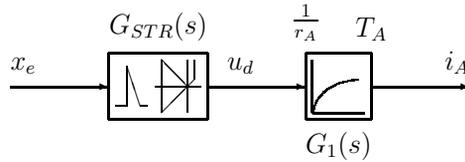


Abb. 7.3: Stromregelstrecke mit EMK-Aufschaltung

Wenn die Aufschaltung von e'_A mittels $G_A(s)$ realisiert werden soll, dann muß aus Stabilitätsgründen eine Mitkopplung über diese Aufschaltung vermieden werden.

Es gilt:

$$u_d(s) = G_{STR}(s) \cdot [x'_e(s) + G_A(s) \cdot e_A(s)] \quad (7.4)$$

$$i_A(s) = G_1(s) \cdot [G_{STR}(s) \cdot x'_e(s) + G_{STR}(s) \cdot G_A(s) \cdot e_A(s) - e_A(s)] \quad (7.5)$$

Somit ist ersichtlich, daß bei $G_{STR}(s) \cdot G_A(s) = 1$ sich die beiden letzten Terme in Gl.(7.5) gegenseitig aufheben; es ergibt sich die Stromregelstrecke nach Abb. 7.3:

$$u_d(s) = G_{STR}(s) \cdot x_e(s) \quad (7.6)$$

$$i_A(s) = G_1(s) \cdot G_{STR}(s) \cdot x_e(s) \quad (7.7)$$

Um eine Überkompensation von e'_A zu vermeiden, wird allgemein $G_{STR}(s) \cdot G_A(s) \leq 1$ gewählt.

Die praktische Realisierung der EMK-Aufschaltung wird in Abschnitt 7.1.1.3 besprochen.

7.1.1.2 EMK-Bestimmung

Ein Problem bei der Realisierung der EMK-Aufschaltung stellt die Ermittlung der nicht meßbaren Gegenspannung e_A dar. Bei der Ermittlung von e_A gibt es, abgesehen von Identifikationsverfahren, zwei einfache Möglichkeiten:

1. über Drehzahl und Fluß, nach Maßgabe der Gleichung

$$E_A = C_E \cdot N \cdot \Psi \quad (7.8)$$

$$\text{mit } \Psi = \text{konst. im Ankerstellbereich wird } E_A \sim N. \quad (7.9)$$

Sollen Feldschwächung und eventuelle Sättigungserscheinungen mitberücksichtigt werden, könnte der Fluß über den Erregerstrom (leicht meßbar) und die nichtlineare Magnetisierungskennlinie ermittelt werden.

2. über eine elektronische Nachbildung der Ankerspannungsdifferentialgleichung:

$$E_A(t) = U_d(t) - I_A(t) \cdot R_A - L_A \cdot \frac{dI_A(t)}{dt} \tag{7.10}$$

Diese Gleichung kann auf zwei verschiedene Arten ausgewertet werden.

- (a) Durch Filtermethoden werden die Gleichanteile von $I_A(t)$ bzw. $U_d(t)$ ermittelt (dadurch entfällt der Anteil $L_A \cdot dI_A(t)/dt$).

Die durch den Stromrichter hervorgerufenen Oberschwingungen in $U_d(t)$ und $I_A(t)$ könnten z.B. durch Notch-Filter (Bandsperr-Filter mit sehr großer Flankensteilheit und geringer Phasendrehung, siehe Abb. 7.4) eliminiert werden.

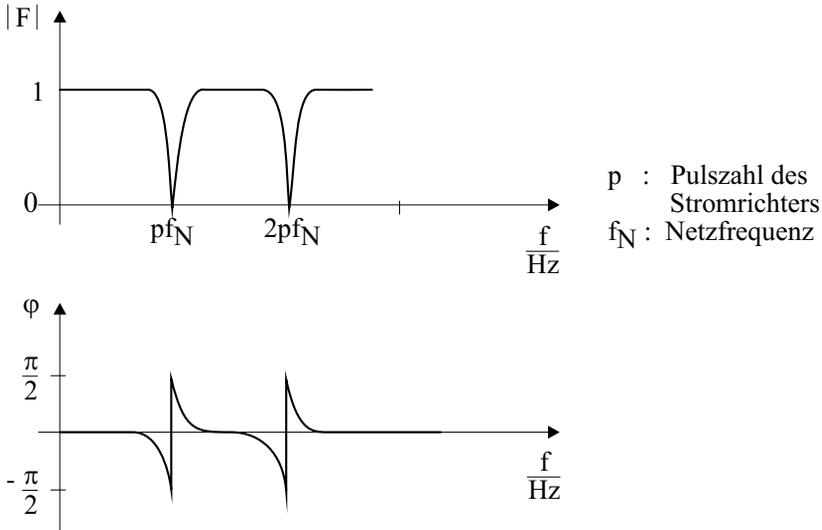


Abb. 7.4: Notch-Filter zur Ermittlung der Gleichanteile in $U_d(t)$ und $I_A(t)$

Mit Hilfe der so gebildeten Mittelwerte U_d und I_A läßt sich über die Mittelwertgleichung

$$E_A = U_d - I_A \cdot R_A \tag{7.11}$$

die Gegenspannung ermitteln (Abb. 7.5).

- (b) bei der Auswertung der Augenblickswerte könnte der Term $L_A \cdot dI_A/dt$ mit Hilfe eines Gytrators nachgebildet werden (siehe Abb. 7.6). Der Gytrator stellt eine Transformationsschaltung dar, um beliebige Impedanzen dual umzuwandeln.

Grundsätzlich könnte der Spannungsabfall über L_A auch über eine Differentiation (analog oder digital) je nach Ausmaß der Meßstörungen erfolgen.

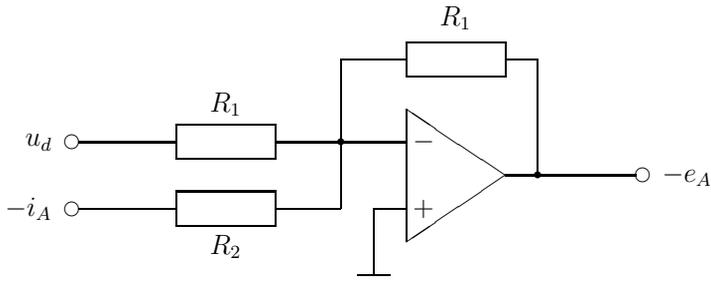


Abb. 7.5: Analoge Nachbildung von E_A durch $U_d - I_A \cdot R_A$

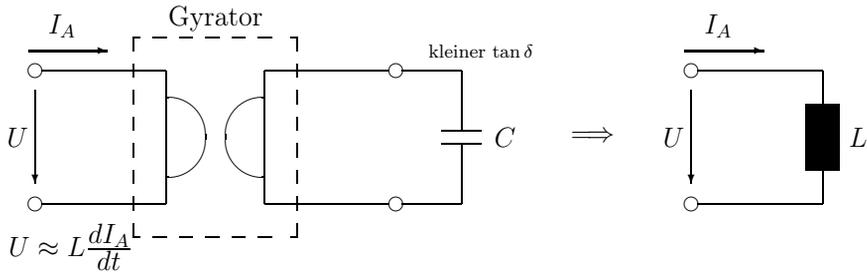


Abb. 7.6: Nachbildung von Induktivitäten

7.1.1.3 Ausführung der EMK-Aufschaltung

In Abschnitt 7.1.1.1 war als Voraussetzung für eine EMK-Aufschaltung gefordert worden:

$$G_{STR}(s) \cdot G_A(s) \leq 1 \quad (7.12)$$

bzw.

$$G_A(s) \leq \frac{1}{G_{STR}(s)} \quad (7.13)$$

Um eine EMK-Aufschaltung realisieren zu können, muß somit die Übertragungsfunktion des Stromrichterstellgliedes bekannt sein. Wie eingangs bereits erwähnt, wollen wir in diesem Kapitel nur netzgeführte Stromrichterstellglieder zu Ansteuerung der GNM zulassen. Als Näherung für das Verhalten dieser Stellglieder wird in Kap. 9.2 eine vereinfachte Approximation durch ein Totzeitglied mit $T_i = T_N/(2p)$ vorgestellt. Diese Näherung kann auch bei Einsatz von Gleichstromstellern mit geeigneten Steuerverfahren verwendet werden.

Die Approximation des Stellgliedverhaltens durch ein Ersatztotzeitsystem stellt in der Regelungstechnik eine gängige Lösung bei der Modellierung von Antriebssystemen dar. Dennoch soll hier betont werden, daß diese Näherung das reale Stellgliedverhalten nur ansatzweise wiedergibt.

Für die genaue Ableitung der Totzeitnäherung sei auf Kap. 9.2 verwiesen; hier wollen wir die dort erarbeitete Ersatzübertragungsfunktion

$$G_{STR}(s) = V_{STR} \cdot e^{-sT_t} \tag{7.14}$$

$$\text{mit } T_t = T_E = \frac{T_N}{2p}$$

bereits als bekannt voraussetzen. Mit Gl. (7.14) würde die Bedingung für $G_A(s)$ lauten

$$G_A(s) \leq \frac{1}{V_{STR}} \cdot e^{+sT_t} \tag{7.15}$$

Eine derartige Kompensationsschaltung ist aufgrund des Terms e^{+sT_t} , der eine Prädiktion beinhaltet, nicht realisierbar. Da aber im allgemeinen $T_t \ll T_A$ ist, wird in der Praxis $G_A(s)$ zu

$$G_A(s) \leq \frac{1}{V_{STR}} \tag{7.16}$$

gewählt.

Für die Optimierung des Ankerstromreglers soll im weiteren jedoch eine vollständige EMK-Kompensation angenommen werden. Unter dieser Voraussetzung ergibt sich der in Abb. 7.7 dargestellte Stromregelkreis. Im Prinzip liegt eine Strecke vor, die mit einem PI-Regler geregelt werden kann.

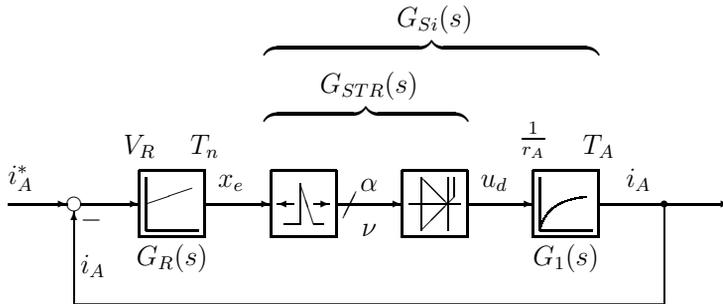


Abb. 7.7: Stromregelkreis mit vollständiger EMK-Aufschaltung

7.1.1.4 Optimierung des Stromregelkreises

Unter der Annahme, daß für den Ankerstromregler ein PI-Regler gewählt wird und eine Strecke nach Abb. 7.7 vorliegt, ergeben sich folgende Übertragungsfunktionen:

$$\text{PI-Regler: } G_R(s) = V_R \cdot \frac{1 + sT_n}{sT_n} \tag{7.17}$$

$$\text{Strecke: } G_{Si}(s) = G_{STR}(s) \cdot G_1(s) = V_{STR} \cdot e^{-sT_t} \cdot \frac{1}{r_A} \cdot \frac{1}{1 + sT_A} \tag{7.18}$$

Je nach Anforderungen an den Regelkreis können verschiedene Optimierungsverfahren (siehe Kap. 3 und 4) angewendet werden:

1. bei gutem Führungsverhalten: BO
2. bei gutem Störverhalten: erweitertes SO für Strecken ohne I-Anteil (siehe Kap. 3.2.2)
3. generell Doppelverhältnisse: DO

Um den überlagerten Drehzahlregelkreis nicht unnötig zu verlangsamen, wird der Stromregelkreis im allgemeinen auf gutes Führungsverhalten (BO) optimiert. Darüberhinaus greifen auf die Stromregelstrecke keine nennenswerten Störgrößen ein.

Optimierung nach dem Betragsoptimum (BO)

Mit der ersten Optimierungsbedingung des BO (Kap. 3.1, Kasten auf Seite 50)

$$T_n = T_A \quad (7.19)$$

ergibt sich die Übertragungsfunktion den offenen Stromregelkreises zu

$$-G_0(s) = G_R(s) \cdot G_{Si}(s) = \frac{V_R}{sT_A} \cdot \frac{1}{r_A} \cdot V_{STR} \cdot e^{-sT_t} = \frac{K_I}{s} \cdot e^{-sT_t} \quad (7.20)$$

mit K_I als dem Verstärkungsfaktor des offenen Stromregelkreises. Bei vorgegebener Phasenreserve φ_{Rd} bzw. vorgegebenem Phasenwinkel φ_0 (φ_0^* bei approximierter Darstellung des Amplitudengangs) des offenen Kreises läßt sich bei bekannter Totzeit T_t die sich daraus ergebende Amplitudendurchtrittsfrequenz ω_d berechnen (vgl. Gl. (3.27)).

$$\varphi_{Rd} \Big|_{\text{BO}} = 63,5^\circ \quad (7.21)$$

bzw.

$$\varphi_0^* \Big|_{\text{BO}} = \underbrace{-\frac{\pi}{2}}_{\text{I-Anteil}} - \underbrace{T_t \cdot \omega_d}_{\text{Totzeit}} \hat{=} -90^\circ - 26,5^\circ = -116,5^\circ \quad (7.22)$$

Durch Vergleich der Koeffizienten kann die Amplitudendurchtrittsfrequenz abhängig von der Totzeit des Stromrichterstellgliedes bestimmt werden:

$$\omega_d = 26,5^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \cdot \frac{1}{T_t} = \frac{0,4625}{T_t} \quad \text{mit} \quad T_t = \frac{T_N}{2p} \quad (7.23)$$

Für einen sechspulsigen Stromrichter am 50 Hz-Drehstromnetz ergibt sich folgendes ω_d :

$$p = 6; \quad f_N = 50 \text{ Hz}; \quad T_t = \frac{1}{2 \cdot 50 \text{ Hz} \cdot 6} = 1,67 \text{ ms}; \quad (7.24)$$

$$\omega_d = 278 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (7.25)$$

Mit der Bedingung $|F_0(\omega_d)| = 1$ läßt sich mit Hilfe von Gl. (7.20) die notwendige Reglerverstärkung V_R berechnen:

$$V_R = \frac{T_A \cdot r_A \cdot \omega_d}{V_{STR}} \quad (7.26)$$

$$\text{bzw. } K_{I, \text{opt}} = \omega_d \quad (7.27)$$

Mit ω_d nach Gl. (7.23) ist leicht erkennbar, daß

$$V_R = \frac{T_A \cdot r_A}{V_{STR}} \cdot \frac{26,5^\circ}{T_t} \frac{\pi}{180^\circ} \approx \frac{T_A \cdot r_A}{2T_t \cdot V_{STR}} \quad (7.28)$$

Die zweite Optimierungsbedingung des BO (Kasten auf Seite 50) gilt demnach auch für Systeme mit Totzeit, wenn die kleine Zeitkonstante des Systems $T_\sigma = T_t$ gewählt wird.

Somit gilt für das Führungsverhalten des offenen Ankerstromregelkreises:

$$-G_0(s) = \frac{\omega_d}{s} \cdot e^{-sT_t} \approx \frac{\omega_d}{s} \cdot \frac{1}{1 + sT_t} \quad (7.29)$$

Für den geschlossenen Ankerstromregelkreis gilt:

$$G_{wi}(s) = \frac{-G_0(s)}{1 - G_0(s)} \approx \frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_d} + \frac{s^2}{\omega_d} T_t} \quad (7.30)$$

Mit $1/\omega_d = 3,6 \text{ ms}$ und $2T_t = 3,34 \text{ ms}$ kann angenähert werden (siehe auch Gl. (7.28))

$$\frac{1}{\omega_d} \approx 2T_t \quad (7.31)$$

und

$$G_{wi}(s) \approx \frac{1}{1 + s2T_t + s^22T_t^2} \quad (7.32)$$

Mit Einführung der allgemeinen (Summen-) Zeitkonstante $T_{\sigma i}$ ergibt sich für die Übertragungsfunktion $G_{wi}(s)$ des nach BO optimierten geschlossenen Stromregelkreises endgültig (vergl. auch Gl. (7.51))

$$G_{wi}(s) = \frac{i_A(s)}{i_A^*(s)} = \frac{1}{1 + s2T_{\sigma i} + s^22T_{\sigma i}^2} \quad \text{mit } T_{\sigma i} = T_t \quad (7.33)$$

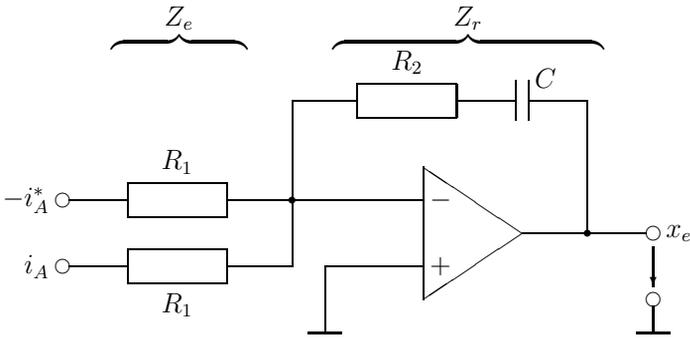


Abb. 7.8: Analoger PI-Regler

Da die Übertragungsfunktion nach Gl. (7.33) bzw. (7.32) bei SO-Auslegung des überlagerten Drehzahlregelkreises schlecht zu handhaben ist, wird statt der betragsoptimierten Übertragungsfunktion für den geschlossenen Ankerstromregelkreis häufig eine Ersatzübertragungsfunktion 1. Ordnung (Ersatzzeitkonstante T_{ersi}) verwendet.

$$G_{w,ersi}(s) = \frac{1}{1 + sT_{ersi}} \quad \text{mit} \quad T_{ersi} = 2T_{\sigma i} = 2T_t \quad (7.34)$$

Die Näherung ist aufgrund $2T_t^2 \ll 1$ möglich. Da das angenäherte Regelkreisverhalten jedoch vom realen Verhalten abweicht, sollte bedacht werden, daß die Verwendung der Ersatzfunktion immer nur begrenzt zulässig ist.

An der Stabilitätsgrenze $\varphi_{Rd} = 0^\circ$ bzw. $\varphi_0 = -180^\circ$ gilt für die Amplitudendurchtrittsfrequenz ω_d nach Gl. (7.23)

$$\omega_{d,krit} = 90^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ} \cdot \frac{1}{T_t} = 942 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (7.35)$$

Unter Verwendung dieser Reglerparameter wurden an einem Testregelkreis nach Abb. 7.7 verschiedene Sprungantworten untersucht. Dabei wurde die Verstärkung des offenen Regelkreises $K_I = V_R V_{STR} / (T_A r_A)$ variiert. Abbildung 7.9 zeigt die aufgezeichneten Sprungantworten. Es ist erkennbar, daß sogar bei sehr großem K_I (mit $\omega_d > \omega_{d,krit}$) noch Stabilität vorliegt. Außerdem ist ein Unterschied im dynamischen Verhalten bei Aussteuerung in Richtung abnehmendem Steuerwinkel bzw. zunehmendem Steuerwinkel feststellbar. Bemerkenswert ist, daß bei Stromabbau keine Überschwinger bzw. Unterschwinger im Gegensatz zum Stromaufbau auftreten. Dieses unsymmetrische Verhalten ist im Stromrichter begründet und wird im Kap. 9 noch näher untersucht.

Generell muß somit festgestellt werden, daß mit obiger Approximation des dynamischen Stellgliedverhaltens eine sehr konservative Reglereinstellung realisiert wird.

Eine mögliche analoge Realisierung des PI-Reglers zeigt Abb. 7.8. Für die Übertragungsfunktion des Reglers ergibt sich:

$$G_R(s) = \frac{x_e(s)}{i_A^*(s) - i_A(s)} = \frac{Z_r}{Z_e} = \frac{R_2 + \frac{1}{sC}}{R_1} = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{1 + sR_2C}{sR_2C} = V_R \cdot \frac{1 + sT_n}{sT_n} \quad (7.36)$$

Mit vorgegebenem R_1 lassen sich C und R_2 bestimmen.

7.1.1.5 Optimierung des Stromregelkreises mit Meßwertglättung

Bei der praktischen Realisierung einer Ankerstromregelung wird der Meßwert häufig geglättet, um Oberschwingungen im Stromsignal zu eliminieren. Dies ist unter Voraussetzung einer richtigen Schirmung bei der Signalerfassung im Grunde nicht notwendig und sogar eher nachteilig. Durch die zusätzliche Verzögerung ergibt sich ein langsamerer Regelkreis. Dennoch soll der Fall einer Meßwertglättung bei der Optimierung des Stromregelkreises betrachtet werden (siehe auch Kap. 3.1).

Mit Meßwertglättung im Rückführzweig ergibt sich die in Abb. 7.10 dargestellte Regelkreisconfiguration.

Die Übertragungsfunktion des offenen Kreises ergibt sich zu:

$$\begin{aligned} -G_0(s) &= G_R(s) \cdot G_{STR}(s) \cdot G_1(s) \cdot G_{gi}(s) \\ &= V_R \frac{1 + sT_n}{sT_n} \cdot V_{STR} \cdot e^{-sT_t} \cdot \frac{1}{r_A} \cdot \frac{1}{(1 + sT_A)} \cdot \frac{1}{1 + sT_{gi}} \end{aligned} \quad (7.37)$$

Die Zeitkonstanten T_t und T_{gi} bilden die kleine Zeitkonstante $T_{\sigma i}$, während T_A die große Zeitkonstante darstellt. Bei Anwendung der BO-Optimierung ergeben sich folgende Einstellvorschriften:

1.
$$T_n = T_A \quad (7.38)$$

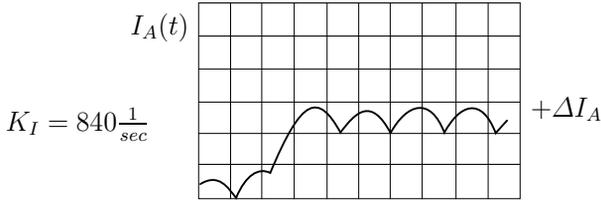
Damit ergibt sich:

$$-G_0(s) = \frac{V_R}{sT_A} \cdot \frac{1}{r_A} \cdot V_{STR} \cdot e^{-sT_t} \cdot \frac{1}{1 + sT_{gi}} \quad (7.39)$$

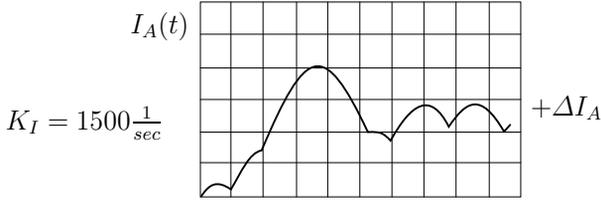
mit den Approximationen

$$e^{-sT_t} \cdot \frac{1}{1 + sT_{gi}} \approx \frac{1}{1 + sT_t} \cdot \frac{1}{1 + sT_{gi}} \approx \frac{1}{1 + s \underbrace{(T_t + T_{gi})}_{T_{\sigma i}}} \quad (7.40)$$

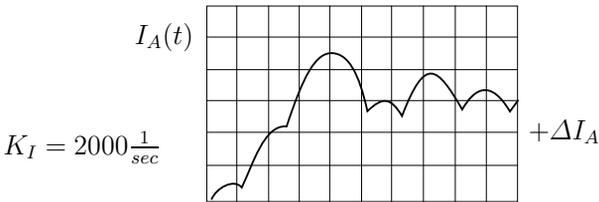
2.
$$V_R = \frac{T_A \cdot r_A}{2T_{\sigma i} \cdot V_{STR}} \quad (7.41)$$



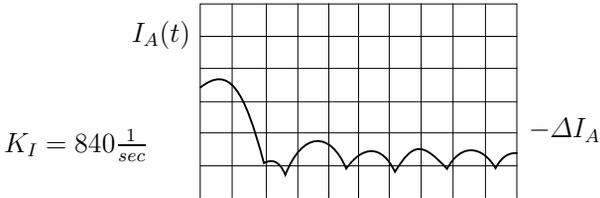
Primäre Aussteuerung in Richtung *abnehmendem Steuerwinkel*



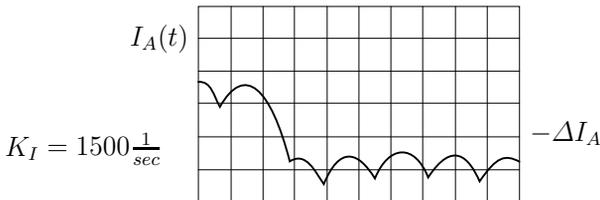
Primäre Aussteuerung in Richtung *abnehmendem Steuerwinkel*



Primäre Aussteuerung in Richtung *abnehmendem Steuerwinkel*



Primäre Aussteuerung in Richtung *zunehmendem Steuerwinkel*



Primäre Aussteuerung in Richtung *zunehmendem Steuerwinkel*

Abb. 7.9: Sprungantworten der Stromregelung ohne Istwertglättung $\alpha_0 = 90^\circ$, $\Delta I_A = 60A$, $\Delta t = 2 ms/div$

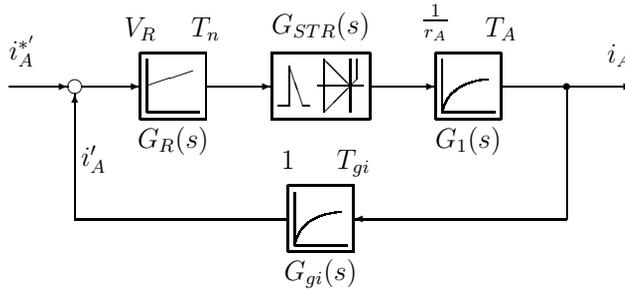


Abb. 7.10: Stromregelkreis mit PT_1 -Meßwertglättung

Mit dieser Parametrierung des PI-Reglers erhält die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises die bekannte IT_1 -Form:

$$-G_0(s) = \frac{1}{s^2 T_{\sigma i} (1 + s T_{\sigma i})} \quad (7.42)$$

Mit der kleinen Summenzeitkonstante $T_{\sigma i} = T_t + T_{gi}$ kann auf die Amplitudendurchtrittsfrequenz ω_d zurückgerechnet werden.

Für den approximierten Phasenwinkel des BO-optimierten Regelkreises beim Amplitudendurchtritt gilt (siehe auch Gl. (3.27))

$$\varphi_0^* \Big|_{|F_0(j\omega_d)|=1} = \underbrace{-90^\circ}_{\text{I-Anteil}} - \underbrace{26,5^\circ}_{\varphi_{PT_1}|_{|F_0(j\omega_d)|=1}} = -116,5^\circ \quad (7.43)$$

mit dem Phasenwinkel des PT_1

$$\varphi_{PT_1} = \arctan(-\omega T_{\sigma i}) \quad (7.44)$$

$$\varphi_{PT_1} \Big|_{|F_0(j\omega_d)|=1} = \arctan(-\omega_d T_{\sigma i}) \quad (7.45)$$

Aus Gl. (7.43) und (7.45) ergibt sich ω_d zu:

$$\omega_d = -\frac{\tan(-26,5^\circ)}{T_{\sigma i}} = \frac{0,4986}{T_{\sigma i}} \approx \frac{1}{2 T_{\sigma i}} \quad (7.46)$$

Mit T_t nach Gl. (7.24) und beispielsweise $T_{gi} = 1/300 \text{ Hz}$ (Elimination der 300 Hz-Oberschwingung) berechnet sich $T_{\sigma i}$ zu:

$$T_{\sigma i} = T_t + T_{gi} = 1,67 \text{ ms} + 3,33 \text{ ms} = 5 \text{ ms} \quad (7.47)$$

Damit ergibt sich für ω_d :

$$\omega_d \Big|_{T_{\sigma i}=5\text{ms}} = 99,7 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (7.48)$$

Wie in Kap. 7.1.1.4 gezeigt wurde, ist die Ersatzzeit T_{ersi} des geschlossenen Regelkreises in etwa umgekehrt proportional der Amplitudendurchtrittsfrequenz ω_d (Gl. (7.34) und (7.31)). Durch die Regelung mit Meßwertglättung wird die Ersatzzeit um ca. 180 % größer ($\omega_d = 99,7 \text{ rad/sec}$ im Vergleich zu $\omega_d = 278 \text{ rad/sec}$). Dies stellt den Hauptnachteil der eingefügten Meßwertglättung dar.

Außerdem entsteht als weitere Konsequenz ein Vorhalt (Zählerpolynom) in der Übertragungsfunktion zwischen dem nicht geglätteten Istwert i_A und dem Sollwert i_A^* , da auf den geglätteten Istwert i'_A optimiert wurde.

Führungsübertragungsfunktion für den zurückgeführten (geglätteten) Istwert:

$$G'_{wi}(s) = \frac{i'_A(s)}{i_A^*(s)} = \frac{-G_0(s)}{1 - G_0(s)} = \frac{1}{1 + s2T_{\sigma i} + s^2 2T_{\sigma i}^2} \quad (7.49)$$

Führungsübertragungsfunktion für den realen (ungeglätteten) Istwert:

$$G''_{wi}(s) = \frac{i_A(s)}{i_A^*(s)} = \frac{i_A(s)}{i'_A(s)} \cdot G'_{wi}(s) = \frac{1 + sT_{gi}}{1 + s2T_{\sigma i} + s^2 2T_{\sigma i}^2} \quad (7.50)$$

Der Vorhalt kann durch eine Glättung der Führungsgröße mit derselben Zeitkonstante wieder kompensiert werden.

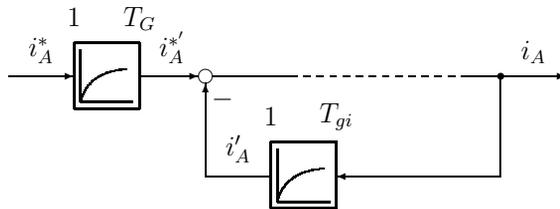


Abb. 7.11: Regelkreis mit Führungsglättung

Unter Einsatz einer wie in Abb. 7.11 dargestellten Glättung der Führungsgröße mit $T_G = T_{gi}$ ergibt sich für $G_{wi}(s)$ die BO-Standard-Führungsübertragungsfunktion 2. Ordnung:

$$G_{wi}(s) = \frac{i_A(s)}{i_A^*(s)} = \frac{1}{1 + sT_G} \cdot G''_{wi}(s) = \frac{1}{1 + s2T_{\sigma i} + s^2 2T_{\sigma i}^2} \quad (7.51)$$

mit $T_{\sigma i} = T_t + T_{gi}$

und $T_G = T_{gi}$

Die Bildung einer Ersatzübertragungsfunktion 1. Ordnung für den geschlossenen Stromregelkreis erfolgt wie im vorangegangenen Abschnitt. Mit $s^2 2T_{\sigma i}^2 \ll 1$ wird $G_{wi}(s)$ wiederum angenähert zu:

$$G_{w,ersi}(s) = \frac{1}{1 + sT_{ersi}} \quad (7.52)$$

mit $T_{ersi} = 2T_{\sigma i}$

Eine Glättung der Führungsgröße kann durch eine einfache Beschaltung des PI-Reglers wie in Abb. 7.12 realisiert werden.

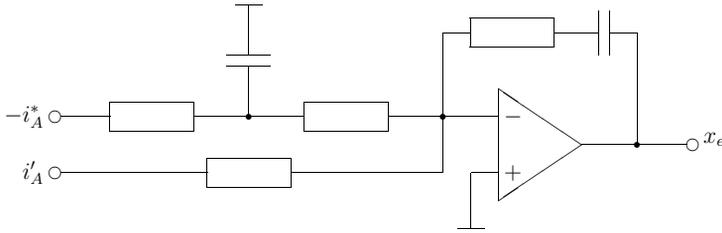


Abb. 7.12: Analoger PI-Regler mit (passiver) Führungsglättung (vergl. Abb. 7.15)

7.1.2 Drehzahlregelkreis

Für den Entwurf des überlagerten Drehzahlregelkreises wollen wir die Ersatzfunktion des Stromregelkreises (Gl. (7.34) bzw. (7.52)) verwenden. Durch diese Ordnungsreduktion des inneren Regelkreises vereinfacht sich der Reglerentwurf für die äußere Drehzahlschleife. Damit ergibt sich für den Drehzahlregelkreis die in Abb. 7.13 dargestellte Struktur.

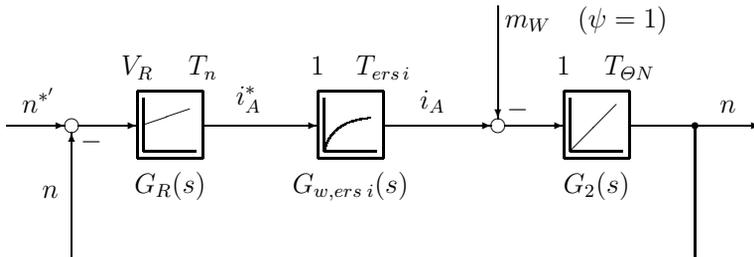


Abb. 7.13: Drehzahlregelkreis mit Ersatzübertragungsfunktion für den Stromregelkreis

Die Übertragungsfunktion der Drehzahlregelstrecke lautet:

$$G_{Sn}(s) = \frac{n(s)}{i_A^*(s)} = G_{w,ersi}(s) \cdot G_2(s) = \frac{1}{1 + sT_{ersi}} \cdot \frac{1}{sT_{\theta N}} \quad (7.53)$$

Damit liegt eine IT₁-Strecke vor, die mit einem PI-Regler mit

$$G_R(s) = V_R \cdot \frac{1 + sT_n}{sT_n} \quad (7.54)$$

der nach SO ausgelegt ist, geregelt werden kann.

Wie bereits in Abschnitt 7.1.1.4 angesprochen, ist die Verwendung einer Ersatzübertragungsfunktion für den inneren Regelkreis beim Entwurf des überlagerten Regelkreises immer nur begrenzt zulässig. Zur Erzielung optimalen Verhaltens der Drehzahlregelung sollte die tatsächlich vorhandene Übertragungsfunktion 2. Ordnung des Stromregelkreises nach Gl. (7.32) bzw. Gl. (7.51) berücksichtigt werden. Ein Drehzahlregler für die sich damit ergebende Strecke 3. Ordnung kann dann z.B. nach dem Dämpfungsoptimum (DO, Kap. 4) entworfen werden.

Optimierung nach dem Symmetrischen Optimum (SO)

Mit den Standard-Einstellregeln des SO (Kap. 3.2, Kasten auf Seite 62) werden die Reglerparameter des Drehzahlregelkreises eingestellt zu:

$$1. \quad T_n = 4T_{ersi} \quad (7.55)$$

$$2. \quad V_R = \frac{T_{\Theta N}}{2 \cdot T_{ersi}} \quad (7.56)$$

Nach Einsetzen der Reglerparameter ergibt sich für das Führungsverhalten des offenen Drehzahlregelkreises:

$$-G_0(s) = G_R(s) \cdot G_{Sn}(s) = \frac{1}{2T_{ersi}} \frac{1 + s4T_{ersi}}{s4T_{ersi}} \frac{1}{1 + sT_{ersi}} \frac{1}{s} \quad (7.57)$$

Für den geschlossenen Drehzahlregelkreis ergibt sich eine Führungsübertragungsfunktion 3. Ordnung:

$$G'_{wn}(s) = \frac{n(s)}{n^*(s)} = \frac{-G_0(s)}{1 - G_0(s)} = \frac{1 + s4T_{ersi}}{1 + s4T_{ersi} + s^28T_{ersi}^2 + s^38T_{ersi}^3} \quad (7.58)$$

Durch den Vorhalt $(1 + s4T_{ersi})$ im Zähler von $G'_{wn}(s)$ treten in der Übergangsfunktion des Drehzahlregelkreises hohes Überschwingen und eine große Ausregelzeit auf. Durch Einfügen einer Führungsglättung (Abb. 7.14) in Form eines Verzögerungsglieds 1. Ordnung mit der Zeitkonstanten $T_G = 4T_{ersi}$

$$G_G(s) = \frac{n^*(s)}{n^*(s)} = \frac{1}{1 + sT_G} = \frac{1}{1 + s4T_{ersi}} \quad (7.59)$$

kann der Vorhalt in $G'_{wn}(s)$ kompensiert werden. Das Übergangsverhalten wird damit dem gewünschten Verlauf angenähert (siehe auch Gl. (3.65)).

$$G_{wn}(s) = \frac{n(s)}{n^*(s)} = G_G(s) \cdot G'_{wn}(s) = \frac{1}{1 + s4T_{ersi} + s^28T_{ersi}^2 + s^38T_{ersi}^3} \quad (7.60)$$

Mit Einführung der allgemeinen (Summen-) Zeitkonstante $T_{\sigma n}$ ergibt sich für die Übertragungsfunktion $G_{wn}(s)$ des nach SO optimierten geschlossenen Drehzahlregelkreises endgültig:

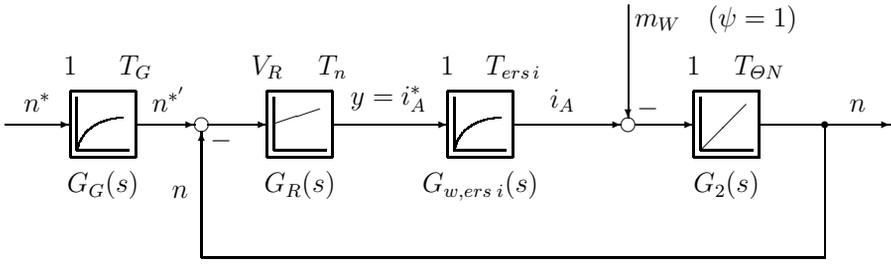


Abb. 7.14: Drehzahlregelkreis mit Führungsglättung bei SO-Optimierung

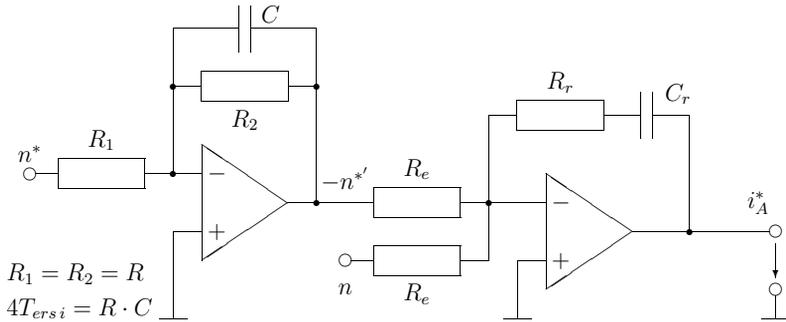


Abb. 7.15: Analoger PI-Regler mit (aktiver) Führungsglättung (vergl. Abb. 7.12)

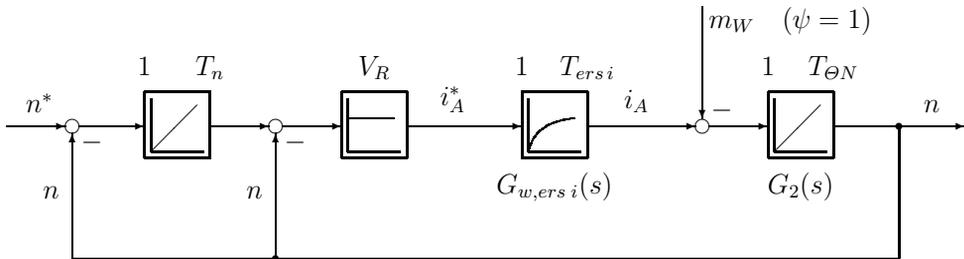


Abb. 7.16: Integration der Führungsglättung in den PI-Regler

$$G_{wn}(s) = \frac{n(s)}{n^*(s)} = \frac{1}{1 + s4T_{\sigma n} + s^28T_{\sigma n}^2 + s^38T_{\sigma n}^3} \quad \text{mit } T_{\sigma n} = T_{ersi} \quad (7.61)$$

Die Struktur des Drehzahlregelkreises mit Führungsglättung zeigt Abb. 7.14, eine analoge Realisierung Abb. 7.15.

Eine andere Ausführung eines Drehzahlregelkreises mit Führungsglättung zeigt Abb. 7.16. Dabei wird die PT₁-Führungsglättung in den PI-Regler integriert.

Der Istwert n durchläuft den gesamten PI-Regler, während der Sollwert nur über den Integrator läuft. Dieses Prinzip beruht auf der Kompensation des Reglerverhaltens mit der Führungsglättung. Somit ist diese Möglichkeit nur anwendbar, wenn die Zeitkonstante der Führungsglättung identisch mit der Nachstellzeit des PI-Reglers ist ($T_G = T_n = 4T_{ersi}$). Anhand Abb. 7.16 kann leicht nachvollzogen werden, daß für den Sollwert des Ankerstroms gilt:

$$i_A^*(s) = V_R \cdot \left(\frac{1}{sT_n} (n^*(s) - n(s)) - n(s) \right) \tag{7.62}$$

$$= \frac{V_R}{sT_n} \cdot n^*(s) - V_R \cdot \frac{1 + sT_n}{sT_n} \cdot n(s) \tag{7.63}$$

Dieses Ergebnis wird auch bei der ursprünglichen Struktur nach Abb. 7.14 erhalten, wenn $T_G = T_n = 4T_{ersi}$ gilt.

7.1.2.1 Optimierung des Drehzahlregelkreises mit Meßwertglättung

Wie beim Stromregelkreis (Kap. 7.1.1.5) wird auch häufig im Rückführkanal des Drehzahlregelkreises ein Verzögerungsglied 1. Ordnung (z.B. mit der Zeitkonstante T_{gn}) zur Glättung des erfassten Drehzahlwertes eingefügt. Entsprechend den Ableitungen in Kap. 7.1.1.5 bedeutet dies, daß die Ersatzzeitkonstante des Stromregelkreises T_{ersi} und die Zeitkonstante T_{gn} des PT₁-Gliedes im Rückführzweig zu einer neuen kleinen Summenzeitkonstante $T_{\sigma n} = T_{ersi} + T_{gn}$ zusammengefaßt werden können. Für die Parameter des Drehzahlreglers folgt damit:

$$1. \quad T_n = 4T_{\sigma n} \tag{7.64}$$

$$2. \quad V_R = \frac{T_{\Theta N}}{2 \cdot T_{\sigma n}} \quad \text{mit} \quad T_{\sigma n} = T_{ersi} + T_{gn} = 2T_{\sigma i} + T_{gn} \tag{7.65}$$

Die Zeitkonstante der Meßwertglättung muß ebenso bei der Berechnung der Führungsglättung berücksichtigt werden. Es ergibt sich (siehe Abb. 7.14 und Gl. (7.59)):

$$T_G = 4T_{\sigma n} \tag{7.66}$$

Für die Übertragungsfunktion des nach SO optimierten Drehzahlregelkreises ergibt sich wieder die aus Gl. (7.61) bekannte Standard-SO-Funktion:

$$G_{wn}(s) = \frac{1}{1 + s4T_{\sigma n} + s^2 8T_{\sigma n}^2 + s^3 8T_{\sigma n}^3} \quad \text{mit} \quad T_{\sigma n} = T_{ersi} + T_{gn} \tag{7.67}$$

Durch die Meßwertglättung zeigt sich die schon bekannte unerwünschte Absenkung in der Dynamik des Regelkreises. Ein Lösungsansatz muß also darin bestehen, einen Drehzahlsensor zu verwenden, der auf Änderungen des

Drehzahlsignals ohne Zeitverzögerung reagiert (z.B. hochauflösender Inkrementalgeber bei digitalen Regelungen), und Störeinflüsse durch entsprechende Schirmung so gering zu halten, daß anschließend keine Glättung des Drehzahlwertes mehr erforderlich ist.

7.1.2.2 Regelkreise mit Stromsollwertbegrenzung

Bei der praktischen Implementierung einer Drehzahl-Strom-Kaskadenregelung wird der Stromsollwert begrenzt, um den Stromrichter und die Maschine vor Überströmen zu schützen. Abbildung 7.17 zeigt die Regelkreisstruktur bei Einsatz einer Begrenzerschaltung. Eine mögliche analoge Realisierung der Begrenzungsfunktion zeigt Abb. 7.18.

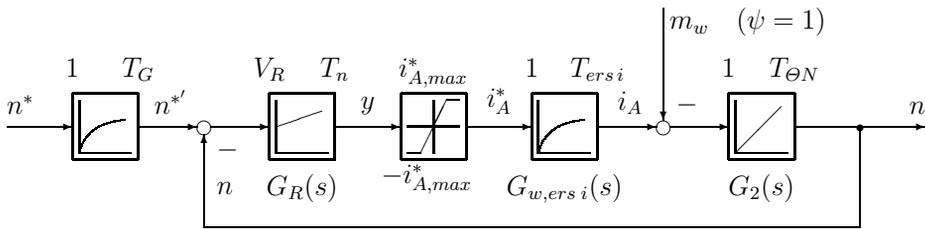


Abb. 7.17: Drehzahlregelkreis mit Begrenzung des Stromsollwerts

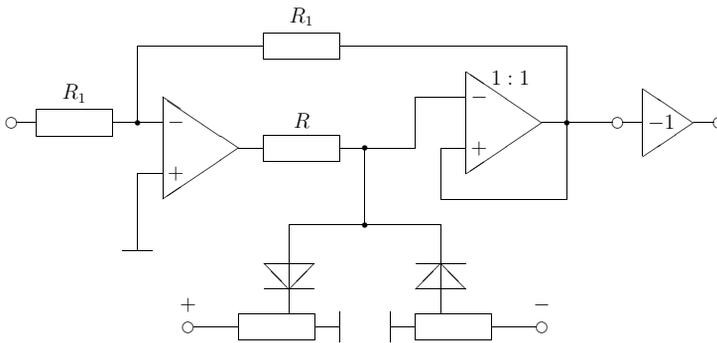


Abb. 7.18: Analoge Realisierung einer Begrenzerfunktion

Bei dieser analogen Realisierung sind die Eingangsspannung und die Ausgangsspannung der Begrenzerschaltung so lange gleich, wie die Ausgangsspannung des ersten Operationsverstärkers nicht eine der Schwellen überschreitet. Wenn eine dieser Schwellen überschritten wird, dann wird die Eingangsspannung des zweiten Operationsverstärkers und somit die Ausgangsspannung der Begrenzerschaltung auf dem betreffenden Schwellenwert gehalten. Die Spannungsdifferenz zwischen der unbegrenzten Ausgangsspannung des ersten Verstärkers und der begrenzten Eingangsspannung des zweiten Verstärkers fällt an R ab.

Wenn der Drehzahl-Sollwertsprung so groß ist, daß die Strombegrenzung anspricht, verändert sich das Einschwingverhalten des geschlossenen Drehzahlregelkreises wesentlich. Diesen Einfluß sollen Abb. 7.19 und 7.20 verdeutlichen. In Abb. 7.19 ist der Verlauf der wichtigsten Größen in einem Regelkreis nach Abb. 7.17 als Reaktion auf einen Sprung der Höhe $\Delta n^* = 0,15$ des normierten Drehzahl-sollwerts n^* gezeigt. Dabei ist die Strombegrenzung so hoch eingestellt (im Beispiel $i_{A,max}^* > 2$), daß die Sättigung während des Übergangs nicht erreicht wird. Der Übergangsvorgang bleibt damit linear.

Man erkennt das typische Übergangsverhalten bei SO-optimiertem Drehzahlregler mit Führungsglättung an dem etwa 8%-igen Überschwingen der Drehzahl n in Abb. 7.19, oben. Die von $n^{*'}$ und n eingeschlossenen Regelflächen (schraffiert in Abb. 7.19) müssen sich aufheben, da der Integralanteil im Regler nach Beendigung des Regelvorganges wieder in dem selben Zustand wie vorher sein muß. Da die $i_{A,max}^* > 2$ gewählt wurde, steigen der Stromsollwert i_A^* und der Stromwert i_A auf die zur Ausregelung des Drehzahlsprungs nötigen Werte an.

In Abb. 7.20 wurde der Regelkreis nach Abb. 7.17 erneut mit einem normierten Drehzahl-sollsprung der Höhe $\Delta n^* = 0,15$ beaufschlagt. In diesem Fall wurde der Sollwert des Ankerstroms jedoch auf $i_{A,max}^* = 1,0$ begrenzt, um die Maschine nicht zu überlasten. Wie in Abb. 7.19 entsteht am Ausgang des Drehzahlreglers ein rasch ansteigender Ankerstromsollwert, mit dem die Drehzahldifferenz rasch ausgeregelt werden soll. Dadurch wird die durch den Begrenzerbaustein erzwungene Strombegrenzung nach kurzer Zeit erreicht ($i_A^* = i_{A,max}^* = 1,0$) und der Drehzahlregler hat keinen Einfluß mehr auf die Strecke. Während der Zeit, in der $i_A^* = i_{A,max}^*$ gilt, ist der Drehzahlregelkreis praktisch aufgetrennt. Die

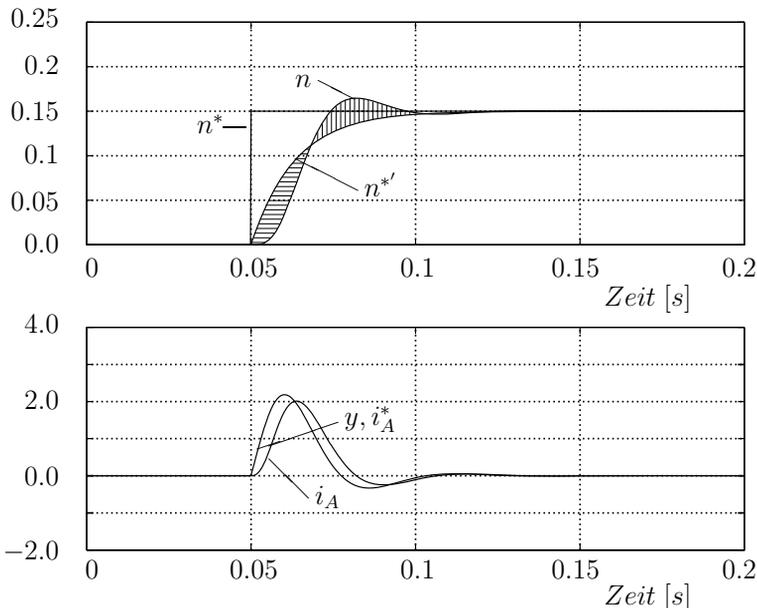


Abb. 7.19: Drehzahlsprung ohne Begrenzung

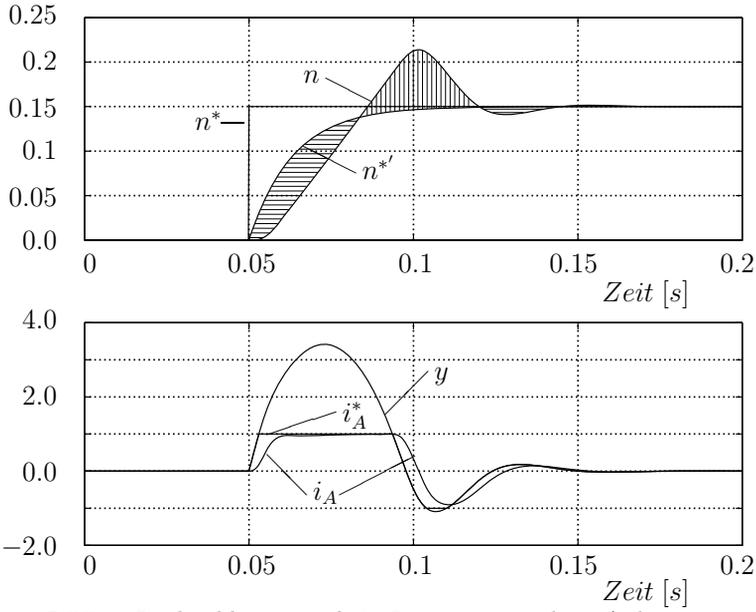


Abb. 7.20: Drehzahl sprung bei Begrenzung des Ankerstromsollwerts auf $i_{A,max}^* = 1,0$

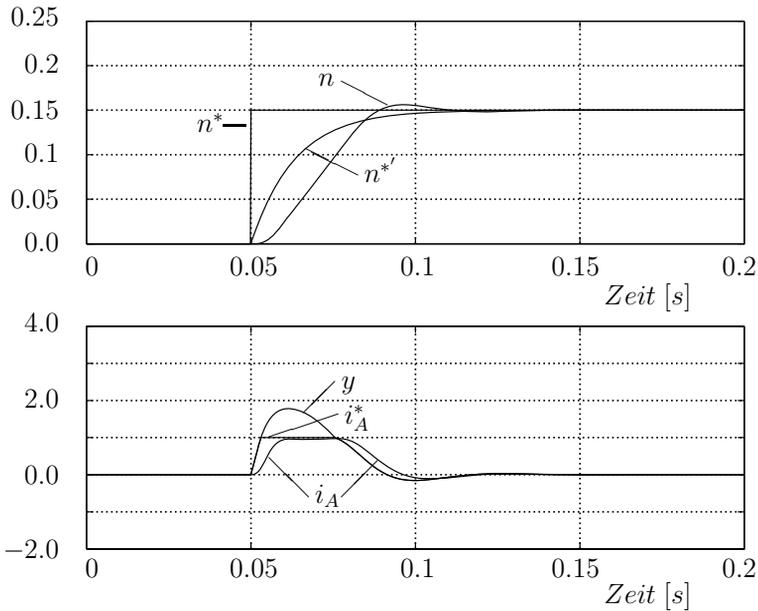


Abb. 7.21: Drehzahl sprung mit Antiwindup-Drehzahlregler und Begrenzung des Ankerstromsollwerts auf $i_{A,max}^* = 1,0$

Maschine wird nun auf konstanten Strom geregelt und mit dem entsprechenden konstanten Moment beschleunigt.

Während der Zeit, in der die Begrenzung des Ankerstromsollwerts aktiv ist, liegt jedoch weiterhin eine positive Regeldifferenz $n^{*'} - n > 0$ am Eingang des Drehzahlreglers an und wird vom Integralanteil des Reglers bis auf Werte von $y > 3,0$ aufintegriert. Um den Ankerstrom aus der Begrenzung zu führen, muß daher durch eine negative Regeldifferenz $n^{*'} - n < 0$ der Reglerausgang y wieder abintegriert werden. Der oben genannte Regelflächenausgleich erzwingt somit ein übermäßiges Überschwingen der Drehzahl und eine Erhöhung der Ausregelzeit, wodurch sich ein unerwünschtes Übergangsverhalten ergibt.

Mit zunehmender Amplitude der Drehzahlsollwertsprünge bzw. mit sinkenden Stromgrenzwerten $i_{A,max}^*$ wird das Übergangsverhalten bei Begrenzung der Ankerstromsollwerts i_A^* noch unbefriedigender. Die einfache Begrenzerschaltung aus Abb. 7.18 ist also alleine in diesem Fall untauglich.

Anti-Windup-Regler

Um das in Abb. 7.20 gezeigte unerwünschte Übergangsverhalten zu verhindern muß folglich während der Begrenzungsphase $i_A^* = i_{A,max}^*$ ein Aufintegrieren der positiven Regeldifferenz durch den Integralanteil des Drehzahlreglers vermieden werden. Zusammen mit der Strombegrenzung wird diese Funktion meist in den Drehzahlregler integriert. Eine solche Reglerstruktur wird Anti-Windup-Regler genannt.

Ein Aufintegrieren der positiven Regeldifferenz während der Begrenzungszeit durch den Integrator kann auf verschiedene Arten vermieden werden.

- Eine Möglichkeit besteht darin, den Reglerausgang y kontinuierlich abzufragen und bei Überschreiten des Stromgrenzwertes $y > i_{A,max}^*$ den Eingang des Integrators von der Regeldifferenz $n^{*'} - n$ auf Null umzuschalten. Eine solche Reglerstruktur wurde bei dem Regelkreis nach Abb. 7.17 eingesetzt. Abbildung 7.21 zeigt das Übergangsverhalten bei einem Drehzahlsollsprung der Höhe $\Delta n^* = 0,15$. Durch das Anhalten des Integratorausgangs ist der Reglerausgang y während der Begrenzungsphase nur noch eine Funktion des Proportionalanteils und steigt daher nur auf einen sehr viel niedrigeren Wert als in Abb. 7.20 an. Bei einem Vergleich zu Abb. 7.19, unten, ist ersichtlich, daß durch die Begrenzung des Ankerstroms An- und Ausregelzeit ansteigen, jedoch wird das Überschwingen der Ist-drehzahl n erheblich reduziert.
- Eine weitere Möglichkeit der Realisierung eines Anti-Windup-Drehzahlreglers vermeidet die bei der obigen Realisierung benötigten Logikbausteine. Hier wird das Integral der Differenz $y - i_A^*$ vom Ausgang des Integralanteils des Reglers subtrahiert. Solange der Sollwert i_A^* des Ankerstroms nicht in die Begrenzung gelangt, gilt $y - i_A^* = 0$ und der Ausgang des des Integralanteils des Reglers bleibt unbeeinflusst. Während

der Strombegrenzung wird jedoch das Ansteigen des Integratorausgangs des Reglers verhindert. Gerade bei hohen Soll Drehzahl sprüngen wird durch diese Schaltung das Regelkreisverhalten bei Verlassen der Strombegrenzung verbessert.

Eine ausführliche Behandlung von Regelkreisen mit Stellbegrenzungen ist in Kap. 5.6 zu finden.

7.1.2.3 Direkte Drehzahlregelung

In Kap. 5.2 hatte sich bei der Diskussion der Kaskadenregelung ergeben, daß die Dynamik des jeweils überlagerten Regelkreises um den Faktor zwei abnimmt, wenn dieser Regelkreis nach BO ausgelegt (Gl. (5.6)) ist, bzw. um den Faktor vier, wenn eine Optimierung nach SO erfolgte. Es besteht daher die Frage, ob mit einer direkten Drehzahlregelung, d.h. ohne Unterlagerung eines Stromregelkreises, ein verbessertes Ergebnis gegenüber der Kaskadenregelung in Kap. 7.1.1 und 7.1.2 zu erreichen ist. Um die Maschine nicht thermisch zu überlasten, muß in diesem Fall allerdings eine Strombegrenzungsregelung (siehe Kap. 5.1.1, Abb. 5.1) vorgesehen werden.

Um einen Vergleich der direkten Drehzahlregelung mit der Kaskadenregelung vornehmen zu können, wollen wir zunächst noch einmal die mit der Kaskadenregelung erhaltenen Übertragungsfunktionen darstellen. Nach Gl. (7.33) und (7.51) ergab sich für den nach BO optimierten Stromregelkreis

$$G_{wi}(s) = \frac{1}{1 + s2T_{\sigma i} + s^2 2T_{\sigma i}^2} \tag{7.68}$$

und nach Gl. (7.61) und (7.67) für den nach SO optimierten Drehzahlregelkreis mit Führungsglättung

$$G_{wn}(s) = \frac{1}{1 + s4T_{\sigma n} + s^2 8T_{\sigma n}^2 + s^3 8T_{\sigma n}^3} \tag{7.69}$$

Der Signalflußplan bei direkter Drehzahlregelung ist in Abb. 7.22 dargestellt. Wird nun die Streckenübertragungsfunktion bei Verwendung des direkten Drehzahlreglers ermittelt, ergibt sich für $G_{Sn}(s)$ unter Annahme einer vollständigen EMK-Kompensation (siehe Kap. 7.1.1.1)

$$G_{Sn}(s) = G_{STR}(s) \cdot G_1(s) \cdot G_2(s) \tag{7.70}$$

$$= V_{STR} \cdot e^{-sT_t} \cdot \frac{1}{r_A} \cdot \frac{1}{1 + sT_A} \cdot \frac{1}{sT_{\theta N}} \tag{7.71}$$

Da $T_t \ll T_A$ ist, kann angenähert werden:

$$G_{Sn}(s) = V_{STR} \cdot \frac{1}{r_A} \cdot \frac{1}{1 + sT_A} \cdot \frac{1}{sT_{\theta N}} \tag{7.72}$$

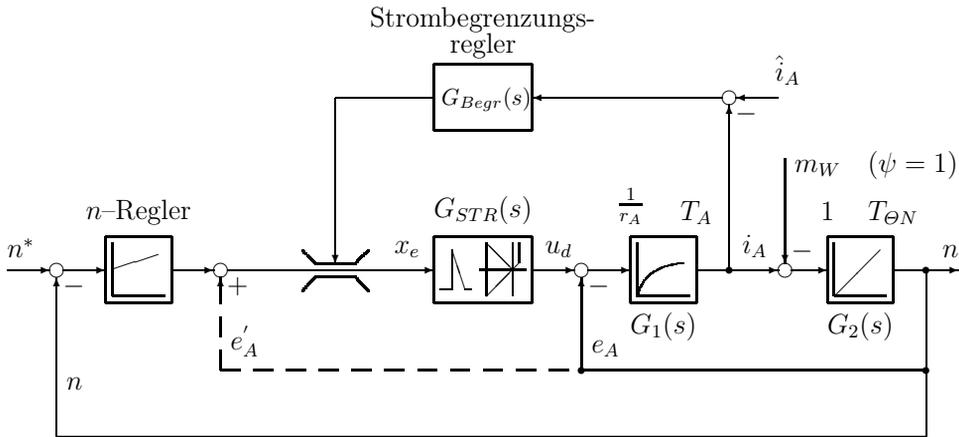


Abb. 7.22: Direkte Drehzahlregelung im Ankerstellbereich mit Strombegrenzungsregelung

Aus Gl. (7.72) ist sofort zu erkennen, daß sich für $G_{Sn}(s)$ eine Übertragungsfunktion in Form einer IT_1 -Strecke ergibt. Diese Form der Streckenübertragungsfunktion war auch bei der bisher behandelten Drehzahl-Strom-Kaskadenregelung mit BO-Optimierung des Stromregelkreises erhalten worden (siehe Gl. (7.53)).

Damit ergibt sich als Übertragungsfunktion $G_{wn}(s)$ des geschlossenen Regelkreises bei direkter Drehzahlregelung:

$$G_{wn}(s) = \frac{1}{1 + s4T_A + s^28T_A^2 + s^38T_A^3} \quad (7.73)$$

Ein Vergleich von Gl. (7.69) und Gl. (7.73) zeigt, daß die Dynamik bei der direkten Drehzahlregelung immer dann schlechter ist als bei der Kaskadenregelung, wenn $T_A > T_{\sigma n}$ ist. Dies bedeutet, die Kaskadenregelung hat trotz der Abnahme der Dynamik des überlagerten Drehzahlregelkreises einen Vorteil durch die Kompensation der Ankerzeitkonstanten T_A (BO-Optimierung) und der daraus folgenden Optimierung auf die kleine Summenzeitkonstante des Drehzahlregelkreises aus der Totzeit T_t des Stromrichterstellgliedes und eventuellen Zeitkonstanten von Meßwerterfassungen.

7.1.2.4 Strombegrenzungsregelung

Im vorigen Abschnitt wurde im Zuge der direkten Drehzahlregelung die Notwendigkeit einer Strombegrenzungsregelung [115, 116] angesprochen, welche den Schutz der Maschine vor Überströmen sicherstellen soll. Diese Begrenzungsregelung soll nur dann eingreifen, wenn der vorgegebene Stromgrenzwert überschritten wird. Einerseits muß eine Strombegrenzungsregelung also den Ankerstrom begrenzen um eine thermische Überlastung der Maschine zu vermeiden, andererseits sollen jedoch für schnelle Beschleunigungsvorgänge kurzzeitig hohe Spitzenströme zugelassen werden, die thermische Überlastbarkeit also genutzt werden. Eine weitere Forderung ist eine schnelle Reduzierung des Stroms vom Spitzenwert in den Bereich des zulässigen statischen Nennstroms nach einer vorgegebenen Zeit.

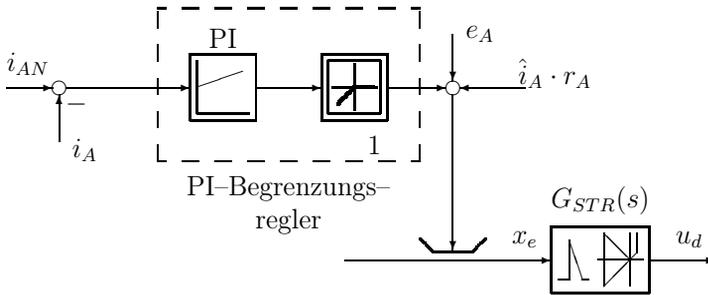


Abb. 7.23: Detail-Signalflußplan für positive Stromrichtung

Abb. 7.23 zeigt den Aufbau des bereits in Abb. 7.22 eingetragenen Begrenzungsreglers. Mit i_{AN} ist dabei der thermisch zulässige Nennstrom bezeichnet, \hat{i}_A ist der zulässige dynamische Spitzenwert des Ankerstroms. Zu Beginn eines Beschleunigungsvorgangs, wenn $i_A < i_{AN}$ ist, wird der PI-Regler die positive Regeldifferenz aufintegrieren, und der Reglerausgang wird ebenso positiv angesteuert. Aufgrund des in den Begrenzungsregler integrierten nichtlinearen Kennlinienblocks 1 kann dieses Signal an der Summationsstelle aber nicht wirksam werden. Wird jedoch $i_A > i_{AN}$, dann wird die nunmehr negative Regeldifferenz zu einem Abintegrieren des PI-Reglers führen. Sobald der Reglerausgang einen negativen Wert annimmt, wird dieser Wert am Ausgang des Kennlinienblocks 1 wirksam und reduziert — entsprechend der Dynamik des PI-Begrenzungsreglers — den Grenzwert des Drehzahlreglerausgangs auf den thermisch zulässigen Nennstrom i_{AN} .

Der Grenzwert für die Ausgangsspannung des Stromrichterstellgliedes u_d wird so eingestellt, daß

$$\hat{u}_d = e_A + r_A \cdot \hat{i}_A \tag{7.74}$$

Der Begrenzungsregler wird in diesem Fall nicht nach dem BO eingestellt, sondern so, daß der Regler erst nach der zulässigen Zeitdauer für den Spitzenstrom-

impuls der Höhe \hat{i}_A eingreift. Zu diesem Zweck kann man sich thermischer Modelle der jeweiligen Maschinen bedienen. Es soll noch angemerkt werden, daß bei Umkehrstromrichter-Stellgliedern sowohl der positive als auch der negative Spitzen- und Nennwert des Ankerstroms begrenzt werden müssen, d.h. der Signalfußplan des Strombegrenzungsreglers nach Abb. 7.23 muß sowohl für positiven — wie dargestellt — als auch für negativen Strom ausgeführt werden.

Grundsätzlich ist festzustellen, daß die Begrenzung auf den zulässigen Spitzenwert des Ankerstroms \hat{i}_A keine Regelung, sondern eine Steuerung nach Gl. (7.74) darstellt. Da aber der Ankerwiderstand r_A temperaturabhängig und im allgemeinen auch sehr klein ist, können bereits sehr kleine Änderungen von r_A zu deutlichen Fehlern in der Begrenzung des Spitzenstroms führen. Um dies zu verhindern kann statt der Steuerung in gleicher Weise eine Begrenzungsregelung für den Spitzenwert \hat{i}_A wie bei der Begrenzungsregelung für i_{AN} realisiert werden. Die Ausgangssignale der nichtlinearen Kennlinienblöcke des Spitzenwertreglers und Nennstromreglers werden wie vorher mit der Spannung e_A addiert. Die Einstellung der beiden Regler erfolgt nach den gleichen Maßregeln wie vorher. Bei Umkehrstromrichtern sind somit vier Begrenzungsregler einzuführen. Mit derartigen Regelkreiskonfigurationen (auch in Verbindung mit der Kaskadenregelung) lassen sich alle Anforderungen an hochdynamische, überlastfähige Antriebe realisieren.

7.1.3 Lageregelung

In den vorherigen Kapiteln wurde die Strom- und Drehzahlregelung eines Gleichstromantriebs im Ankerstellbereich ausführlich diskutiert. Eines der wichtigsten Ergebnisse war, daß mit zunehmender Zahl von kaskadierten Regelkreisen wie Strom- und anschließend Drehzahl- und eventuell wiederum anschließend Lageregelung die Dynamik jeweils um den Faktor 2 (bei Reglerauslegung nach BO) bzw. um den Faktor 4 (bei Reglerauslegung nach SO) bei den Ersatzregelkreisen abnimmt (siehe Kap. 5.2).

Im vorangegangenen Abschnitt war bereits eine Möglichkeit aufgezeigt worden, bei Strom-Drehzahlregelung der GNM durch direkte Drehzahlregelung eine verbesserte Dynamik zu erreichen.

Eine andere Möglichkeit ist, anstelle von netzgeführten Stromrichter-Stellgliedern Gleichspannungswandler (DC-DC-Wandler) einzusetzen. Gleichspannungswandler verwenden statt der Thyristoren je nach Leistungsklasse der Gleichstrommaschine entweder MOS-FET-Transistoren, IGBTs oder IGCTs (siehe [66, 67]). Die Schaltfrequenz dieser ein- und abschaltbaren Leistungshalbleiter ist im allgemeinen wesentlich höher (im kHz-Bereich) als bei den netzgeführten Stromrichter-Stellgliedern bei welchen sich die Periodendauer zu $T = 1/pf_N$ berechnet. Aufgrund der allgemein höheren Schaltfrequenzen von Gleichspannungswandlern können der Stromregelkreis [68–70] und damit auch alle anderen überlagerten Regelkreise mit höherer Dynamik realisiert werden. Es verbleibt aber ansonsten bei dem oben beschriebenen Vorgehen.

Weiterhin besteht die Möglichkeit keine Kaskadenregelung, sondern eine Zustandsregelung (Kap. 5) zu realisieren. Voraussetzung dafür ist, daß die Zustände Moment (Strom), Drehzahl und Lage bekannt sind und keine Nichtlinearitäten wie Reibung und Lose auftreten. Für den Fall, daß ein starres System angenommen werden kann, kann der Zustandsreglerentwurf nach Kap. 5 erfolgen. Die Zustandsregelung der Drehzahl eines elastischen Zweimassensystems ist in Kap. 19 behandelt.

Vor diesem Hintergrund sollen für die Lageregelung, die in diesem Kapitel behandelt wird, folgende Annahmen gemacht werden:

- Es ist ein Stellglied mit hoher Schaltfrequenz vorhanden, so daß die Amplitudendurchtrittsfrequenz ω_d des Stromregelkreises sehr hoch gegenüber der mechanischen Zeitkonstanten ist. Dann kann in erster Näherung die Dynamik des Stromregelkreises als ideal angesetzt werden ($G_{w,ersi} = 1$).
- Die elektrische Maschine (z.B. eine Gleichstromnebenschlußmaschine oder vorteilhafter, eine permanent erregte Synchronmaschine (siehe Kap. 16.6)) und das Stellglied sind überlastbar, so daß keine Strombegrenzung notwendig wird.
- Die Nachteile der Kaskadenregelung (Absenkung der Dynamik bei jedem überlagerten Kreis) sind bekannt.
- Es soll keine Zustandsregelung realisiert werden.

Die Ausführungen zur Lageregelung basieren auf den Überlegungen aus [41]. Dort wird für den Lageregelkreis eine Struktur nach Abb. 7.24 angesetzt. Wie aus Abb. 7.24 zu entnehmen ist, ist keine Drehzahlregelung, sondern nur eine sehr schnelle Stromregelung mit $G_{w,ersi} = 1$ und eine Lageregelung des starren mechanischen Systems ausgeführt. Der geschlossene Stromregelkreis einschließlich der Drehmoment-Umsetzung wird durch die Verstärkung K erfaßt. Da aufgrund der Stromregelkreis-Drehmoment-Umsetzung die Konstante K nicht immer genau

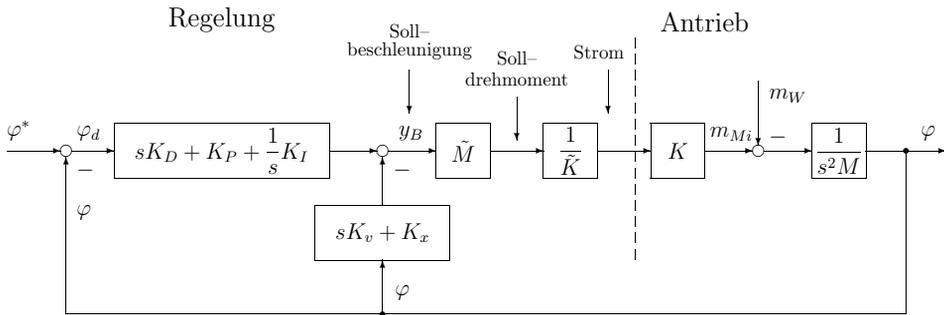


Abb. 7.24: Verallgemeinerte PID-Lageregelung

bekannt ist, wird dieser Parameter K im Regler mit dem Faktor $1/\tilde{K}$ in Kombination zu ungefähr 1 angenähert. In gleicher Weise stellt die Größe $M = T_{\Theta N} \cdot 1$ die Umsetzung vom Beschleunigungsmoment zum Winkel φ dar. Im Regler wird diese durch den Faktor \tilde{M} ebenfalls zu $\tilde{M}/M = 1$ approximiert. Es soll gelten:

$$k = \frac{K}{\tilde{K}} \cdot \frac{\tilde{M}}{M} \quad (7.75)$$

Das Kompensationselement für den Lagefehler besteht aus einem normalen PID-Regler (in Abb. 7.24 in Summenform dargestellt) und der Rückführung der Zustände Lage (Winkel) und Drehzahl, die als gewichtete Summe (Gewichtungsfaktoren K_v für die Drehzahl, K_x für die Lage) vom Reglerausgang subtrahiert werden. Eine Umrechnung von der faktorisierten Form des PID-Reglers, welche in der Optimierungstabelle auf Seite 81 verwendet ist, kann über die Zusammenhänge

$$K_D = V_R \cdot T_v \quad (7.76)$$

$$K_P = \frac{V_R \cdot (T_n + T_v)}{T_n} \quad (7.77)$$

$$K_I = \frac{V_R}{T_n} \quad (7.78)$$

erfolgen.

Ausgangsgröße des Kompensationselements ist die Sollbeschleunigung y_B . Durch diese Struktur des Kompensationselements ergibt sich insgesamt wieder ein PID-Regler bei dem jedoch die Koeffizienten der proportionalen und differenzierenden Anteile für den Soll- und Istwert unterschiedlich hoch sind:

$$y_B(s) = \varphi^*(s) \cdot \left[sK_D + K_P + \frac{1}{s}K_I \right] - \varphi(s) \cdot \left[s(K_D + K_v) + (K_P + K_x) + \frac{1}{s}K_I \right] \quad (7.79)$$

Die Führungsübertragungsfunktion des geschlossenen Lageregelkreises lautet:

$$G_{w\varphi} = \frac{\varphi(s)}{\varphi^*(s)} = \frac{K_I + sK_P + s^2K_D}{K_I + s(K_p + K_x) + s^2(K_D + K_v) + s^3\frac{1}{k}} \quad (7.80)$$

Wie schon oben angedeutet, sind die Parameterunsicherheiten im Faktor k zusammengefaßt und beeinflussen nur den Koeffizienten der höchsten Nennerpotenz.

Durch die Wahl der Parameter des Lagereglers soll erreicht werden:

- a) möglichst hohe Dynamik und
- b) möglichst kein Überschwingen des Istwerts (besonders kritisch bei Werkzeugmaschinen)

Aus diesen Forderungen läßt sich ableiten, daß eine resultierende Führungsübertragungsfunktion in Form einer PT₁-Funktion mit einer sehr kleinen Zeitkonstante am vorteilhaftesten wäre, denn dies ergäbe eine gute Dynamik und kein Überschwingen. Um diese Forderungen zu erfüllen, muß die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises 1. Ordnung sein und möglichst — aufgrund der stationären Genauigkeit — integrales Verhalten aufweisen.

Es gilt:

$$-G_0(s) = \frac{\varphi(s)}{\varphi_d(s)} = \frac{K_I + sK_P + s^2K_D}{sK_x + s^2K_v + s^3} = \frac{K_D \left[\frac{K_I}{K_D} + s\frac{K_P}{K_D} + s^2 \right]}{s [K_x + sK_v + s^2]} \quad (7.81)$$

Wenn $K_P/K_D = K_v$ und $K_I/K_D = K_x$ gewählt wird, dann sind das Zähler- und das Nennerpolynom 2. Ordnung des offenen Regelkreises gleich, und es verbleibt der gewünschte integrale Term des offenen Regelkreises:

$$-G_0(s) = \frac{K_D}{s} \quad (7.82)$$

Die Führungsübertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises ergibt sich damit zur gewünschten PT₁-Form:

$$G_{w\varphi}(s) = \frac{-G_0(s)}{1 - G_0(s)} = \frac{K_D}{s + K_D} = \frac{1}{1 + s\frac{1}{K_D}} \quad (7.83)$$

Es besteht nun die Aufgabe die Parameter K_i des Reglers zu bestimmen. In [41] wird zur Reglerauslegung der im folgenden dargestellte Ansatz vorgeschlagen. Ausgehend von der Übertragungsfunktion $-G_0(s)$ des offenen Lageregelkreises

$$-G_0(s) = \frac{K_D \left[\frac{K_I}{K_D} + s\frac{K_P}{K_D} + s^2 \right]}{s [K_x + sK_v + s^2]} \quad (7.84)$$

wird umgeformt zu:

$$-G_0(s) = \frac{\omega_c}{s} \cdot \frac{\omega_0^2 + s2D\omega_0 + s^2}{\omega_0^2 + s2D\omega_0 + s^2} \quad \text{mit } D = \text{Dämpfungsfaktor} \quad (7.85)$$

$$\omega_0 = \text{Kennkreisfrequenz}$$

Durch Koeffizientenvergleich ergibt sich:

$$K_D = \omega_c, \quad K_P = 2D\omega_c\omega_0, \quad K_I = \omega_c\omega_0^2, \quad K_v = 2D\omega_0, \quad K_x = \omega_0^2$$

Die obige Schreibweise bedeutet, daß die Zeitkonstante $T = 1/K_D = 1/\omega_c$ der resultierenden Führungsübertragungsfunktion unabhängig von D und ω_0 festgelegt werden kann. Beispielsweise ist dies eine Frage der Auslegung bzw. der eventuellen Eigenfrequenz des mechanischen/technologischen Systems.

Wie aus Gl. (7.80) abgelesen werden kann, lautet das Nennerpolynom der Führungsübertragungsfunktion $G_{w\varphi}(s)$

$$N(s) = K_I + s(K_P + K_x) + s^2(K_D + K_v) + s^3 \frac{1}{k} \quad (7.86)$$

Durch Umformung ergibt sich

$$1 + k \cdot \frac{K_I + s(K_P + K_x) + s^2(K_D + K_v)}{s^3} = 0 \quad (7.87)$$

wenn die Pole von $G_{w\varphi}(s)$ gesucht werden sollen.

Durch Einsetzen der Parameter K_i des Lagereglers in die Gleichung 2. Ordnung erhält man:

$$\omega_0 \cdot [s^2(\eta + 2D) + s\omega_0(2D\eta + 1) + \eta\omega_0^2] = 0 \quad \text{mit} \quad \eta = \frac{\omega_c}{\omega_0} \quad (7.88)$$

Diese Gleichung 2. Ordnung wird nun so dimensioniert, daß sie zwei reelle Pole in der linken s -Halbebene hat. Aus dieser Forderung folgt:

$$\text{a) } \quad \eta = \frac{1}{2(D-1)} \quad \longrightarrow \quad s_{1,2} = \frac{-\omega_0}{2D-1} \quad (7.89)$$

$$\text{b) } \quad \eta = \frac{1}{2(D+1)} \quad \longrightarrow \quad s_{1,2} = \frac{-\omega_0}{2D+1} \quad (7.90)$$

Zu beachten ist, daß in der Lösung a) bei $D \rightarrow 0,5$ die Polstellen gegen $-\infty$ rücken. Wenn $D \rightarrow 1$, dann strebt $\eta = \omega_c/\omega_0 \rightarrow +\infty$. In [41] wird angemerkt, daß aufgrund von Meßrauschen und fehlender Steifigkeit des mechanischen Systems $\eta \approx 2$ und $D \approx 1,25$ gewählt werden sollten. Außerdem ist es sinnvoll, eine Sollwerttrajektorie für den Lagesollwert vorzugeben, um Übersteuerungen oder mechanische Überlastungen zu vermeiden.

7.2 Geregelte Gleichstromnebenschlußmaschine im Feldschwächbereich

In diesem Kapitel wollen wir zur vollständig geregelten Gleichstromnebenschlußmaschine übergehen, indem der Fluß ψ bzw. der Erregerstrom i_E als weitere Zustandsgröße geregelt werden soll. Der Fluß bzw. der Erregerstrom tritt somit als weitere Stellgröße z.B. für eine Drehzahlregelung hinzu. Den normierten nicht-linearen Signalflußplan für das Großsignalverhalten bei variablem Feld ψ zeigt Abb. 7.25. Der Erregerkreis zur Bildung des Flusses ψ kann auf verschiedene Arten modelliert werden, je nachdem welche Eigenschaften des Erregerkreises berücksichtigt werden sollen.

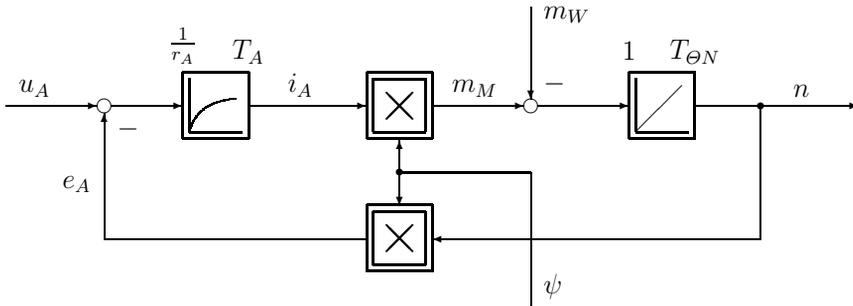


Abb. 7.25: Gleichstromnebenschlußmaschine bei variablem Feld

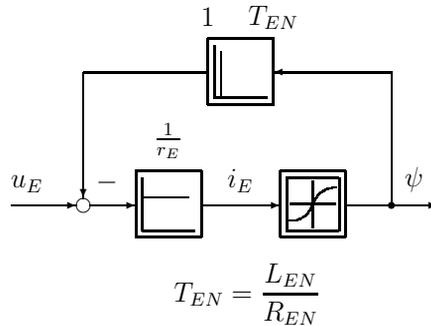


Abb. 7.26: Normierter Signalflußplan des Erregerkreises ohne Wirbelstromeinfluß

An dieser Stelle wollen wir auf die bereits in [57–61] hergeleiteten Zusammenhänge zurückgreifen. Für den Erregerkreis einer geblechten Maschine (d.h. unter der Annahme, daß keine Wirbelstromeffekte auftreten) wird dort der in Abb. 7.26 gezeigte Signalflußplan angegeben. Der nichtlineare Kennlinienblock repräsentiert dabei die mittlere Magnetisierungskennlinie $\psi = f(i_E)$ ohne Hysterese.

Aus Abb. 7.26 können die für den Erregerkreis geltenden Gleichungen abgelesen werden:

$$\psi(s) = l_E(i_E) * i_E(s) \text{ mit } l_E(i_E) = \frac{L_E}{L_{EN}}, i_E = f(t) \quad (7.91)$$

$$u_E(s) - sT_{EN} \cdot \psi(s) = r_E \cdot i_E(s) \quad (7.92)$$

Wird der stationäre Betrieb betrachtet, sind die Änderungen um den aktuellen Arbeitspunkt nur gering. Für den Erregerkreis kann dann der linearisierte Signalflußplan nach Abb. 7.27 verwendet werden.

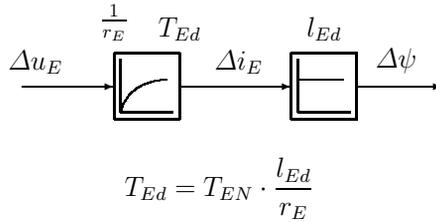


Abb. 7.27: Normierter linearisierter Signalflußplan des Erregerkreises ohne Wirbelstromeinfluß

Nach Abb. 7.27 gelten die Zusammenhänge:

$$\Delta\psi(s) = l_{Ed}(i_E) \cdot \Delta i_E(s) \quad \text{mit} \quad l_{Ed}(i_E) = \frac{L_{Ed}}{L_{EN}} \quad (7.93)$$

$$\Delta u_E(s) - sT_{EN} \cdot \Delta\psi(s) = r_E \cdot \Delta i_E(s) \quad (7.94)$$

Wie die Gleichungen (7.91) und (7.93) deutlich machen, ist die Induktivität $l_E(i_E)$ bzw. $l_{Ed}(i_E)$ durch die nichtlineare Magnetisierungskennlinie erregerstrom- und damit arbeitspunktabhängig. Dies muß beim Reglerentwurf beachtet werden.

Anhand der möglichen Betriebsbereiche des Gleichstromantriebes soll der Sinn der Feldschwächung erläutert werden. Aus Abb. 7.25 kann der Gleichungssatz der Gleichstromnebenslußmaschine abgelesen werden. Im Zeitbereich gilt:

$$\text{Ankerkreis:} \quad u_A(t) = e_A(t) + r_A \cdot i_A(t) + T_A \cdot \frac{d i_A(t)}{dt} \quad (7.95)$$

$$\text{Gegenspannung:} \quad e_A(t) = n(t) \cdot \psi(t) \quad (7.96)$$

$$\text{Drehmoment:} \quad m_M(t) = i_A(t) \cdot \psi(t) \quad (7.97)$$

$$\text{Mechanik:} \quad m_M(t) - m_W(t) = T_{\Theta N} \cdot \frac{d n(t)}{dt} \quad (7.98)$$

$$\text{Leistung:} \quad p(t) = m_M(t) \cdot n(t) \quad (7.99)$$

Abbildung 7.28 zeigt die Zusammenhänge zwischen den Signalflußplangrößen aufgetragen über der Drehzahl in den beiden Betriebsbereichen der GNM.

1. *Ankerstellbereich:* $\psi = \text{const.} = 1$

Im Ankerstellbereich erfolgt die Steuerung bzw. Regelung der Drehzahl und der Leistung über die Ankerspannung u_A bis schließlich bei Nenn-drehzahl die maximale induzierte Gegenspannung erreicht ist. In diesem Punkt gibt die Maschine ihre Nennleistung ab. Ohne eine weitere Erhöhung der Ankerspannung über die Nennspannung hinaus (Überlastung des Stell-gliedes) kann die Drehzahl in diesem Betriebsbereich nicht über ihren Nennwert ansteigen.

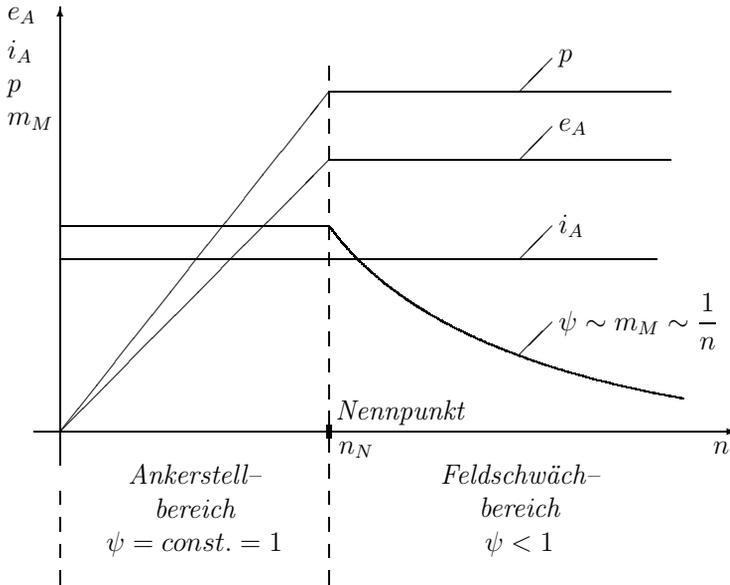


Abb. 7.28: Betriebsbereiche eines Gleichstromantriebs

Mit $\psi = const. = 1$ lassen sich aus den Gleichungen (7.95) bis (7.99) folgende Proportionalitätsbeziehungen für den Ankerstellbereich ableiten:

$$e_A \sim n \tag{7.100}$$

$$m_M \sim i_A \tag{7.101}$$

$$p \sim n \tag{7.102}$$

2. *Feldschwächbereich:* $e_A = const. = 1$

Möchte man die Drehzahl weiter steigern, muß das Feld geschwächt werden, damit die Gegenspannung nicht weiter ansteigt. Dabei muß der Fluß umgekehrt proportional zur Drehzahl gesenkt werden. Dadurch ergibt sich bei vorgegebenem maximalem Ankerstrom aufgrund von Gl. (7.97) eine Reduzierung des ausnutzbaren Drehmoments. Trotzdem kann durch die Feldschwächung ohne eine Überdimensionierung des Antriebes (konstante maximale Leistung) ein erweiterter Drehzahlbereich durchfahren werden.

Mit $e_A = const. = 1$ lassen sich aus den Gleichungen (7.95) bis (7.99) folgende Proportionalitätsbeziehungen für den Feldschwächbereich ableiten:

$$\psi \sim m_M \sim \frac{1}{n} \tag{7.103}$$

$$p \sim i_A \tag{7.104}$$

7.2.1 Erregerstromregelung

Für die weitere Behandlung der vollständig geregelten Gleichstromneben-schlußmaschine soll zunächst die Erregerstromregelung behandelt werden. Das Streckenverhalten der Erregerwicklung entspricht dem eines R - L -Kreises ohne Gegenspannung. Somit liegt im Prinzip ein PT_1 -Verhalten vor, wobei noch die nichtlineare Magnetisierungskennlinie zwischen Erregerstrom und Fluß hinzukommt. Als Erregerstromquellen werden im allgemeinen aus Aufwandsgründen zweipulsige Brückenschaltungen verwendet.

Abbildung 7.29 zeigt den Signalflußplan der Erregerstromregelung.

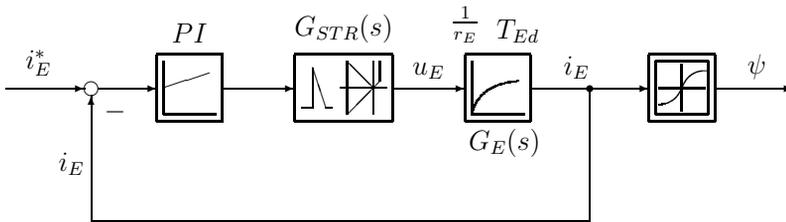


Abb. 7.29: Erregerstromregelkreis

Bei der Optimierung des Erregerstromregelkreises muß beachtet werden, daß die Zeitkonstante T_{Ed} arbeitspunktabhängig ist (aufgrund der nichtlinearen Magnetisierungskennlinie $\psi = l_{Ed}(i_E) \cdot i_E$), und daß der Erregerkreiswiderstand r_E temperaturabhängig ist. Darüberhinaus muß bei der Erregerstromregelung beachtet werden, daß die Erregerzeitkonstante T_{Ed} erheblich größer als die Ankerzeitkonstante T_A ist. Bei der Dimensionierung des Stromrichter für den Erregerkreis muß somit eine hohe Spannungsreserve des Stromrichter-Stellglieds vorgesehen werden, um den Erregerstrom ausreichend schnell verstellen zu können. Beispielsweise würde beim Übergang vom Feldschwächbereich in Richtung Ankerstellbereich der Ankerstrom zwar schnell verstellt werden können, der Erregerstrom — bei kleiner Spannungsreserve — aber nur langsam aufgebaut und damit die Drehzahländerung nur langsam erfolgen können. Als netzgeführte Stromrichter-Stellglieder können die zweipulsigen Brückenschaltungen wie beim Ankerkreis durch ein Totzeitglied mit Verstärkungsfaktor

$$G_{STR}(s) = V_{STR} \cdot e^{-sT_t} \approx \frac{V_{STR}}{1 + sT_t} \quad \text{mit} \quad T_t = \frac{1}{2pf_N} \quad (7.105)$$

modelliert werden.

Die Optimierung des i_E -Regelkreises kann unter Anwendung der Standard-Optimierungsverfahren nach Kap. 3 bzw. nach den vorangegangenen Abschnitten 7.1.1.4 bis 7.1.2.1 erfolgen. Für schnelles Führungsverhalten kann die Reglerauslegung nach BO erfolgen. Hier muß jedoch beachtet werden, daß die Nachstellzeit des PI-Reglers der sich mit l_{Ed} bzw. i_E ändernden Erregerkreis-Zeitkonstante

T_{Ed} nachgeführt werden müßte. Ist dies nicht der Fall, führt die unvollständige Kompensation von T_{Ed} zu einer Erhöhung der Ordnung des Nennerpolynoms der Führungsübertragungsfunktion $G_{wi_E}(s)$ und einem Vorhalt im Zähler von $G_{wi_E}(s)$. Dadurch wird eine Schwingungsneigung begünstigt.

Im Erregerkreis besteht jedoch ein großer Unterschied zwischen großer (T_{Ed}) und kleiner ($T_{\sigma i_E}$) (Summen-)Zeitkonstante. Im allgemeinen ist $T_{Ed} > 200\text{ ms}$, während sich $T_{\sigma i_E}$ je nachdem, ob eine Meßwertglättung (Zeitkonstante T_{gi_E}) verwendet wird, zu $T_{\sigma i_E} = T_t (+ T_{gi_E}) = 5 (\dots 10)\text{ ms}$ berechnet. Im Nutzfrequenzbereich wird sich eher ein IT_1 -Verhalten der aus zwei PT_1 -Gliedern aufgebauten Erregerstromstrecke ergeben, da die Eckfrequenz von $G_3(s)$ (siehe Abb. 7.29) bei sehr niedrigen Frequenzen liegt. Damit kommt hauptsächlich der 1:1-Abfall des Amplitudengangs von $G_3(s)$ zur Auswirkung.

Aufgrund dieser Tatsache (siehe dazu auch Kap. 3.2.2 sowie [24, 26, 78, 79]) kann die Einstellung der Reglerparameter auch nach SO erfolgen. Eine Optimierung nach SO hat darüberhinaus den Vorteil, daß die Erregerkreis-Zeitkonstante T_{Ed} nur für die Berechnung der Reglerverstärkung V_R verwendet wird. Eine Variation von T_{Ed} gegenüber des für die Berechnung von V_R verwendeten Wertes hat daher nur Auswirkung auf den Verstärkungsfaktor des offenen Regelkreises. Bei Optimierung nach SO ist eine Führungsglättung (siehe Gl. (3.64)) in die Regelkreisstruktur nach Abb. 7.29 einzufügen.

Für die weitere regelungstechnische Behandlung soll die Erregerstromregelung wieder durch eine Ersatzfunktion 1. Ordnung angenähert werden. Nach Gl. (3.85) verbleibt bei Vernachlässigung der Terme mit s^2 und s^3 für die Ersatzzeitkonstante $T_{ers\ i_E}$ des nach SO optimierten Erregerstromregelkreises

$$T_{ers\ i_E} = 4T_{\sigma i_E} + 8 \frac{T_{\sigma i_E}^2}{T_{Ed}} \tag{7.106}$$

Für die Auslegung der gesamten Regelkreisordnung (siehe Kap. 7.2.5) kann die Ersatzanordnung nach Abb. 7.30 bei Einsatz der nichtlinearen Magnetisierungskennlinie, bzw. im linearisierten Fall die Ersatzanordnung nach Abb. 7.31 verwendet werden.

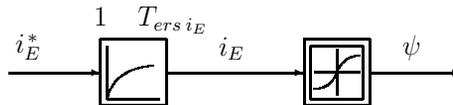


Abb. 7.30: Ersatzfunktion der Erregerstromregelung bei nichtlinearer Magnetisierungskennlinie

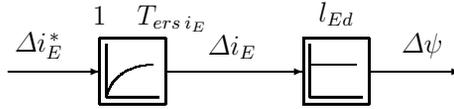


Abb. 7.31: Ersatzfunktion der Erregerstromregelung bei Linearisierung

7.2.2 Schaltungsvarianten

Für die Regelung der Drehzahl über das Feld können drei Grundvarianten unterschieden werden:

1. Sammelschienenantrieb,
2. Contiflux-Verfahren,
3. spannungsabhängige Feldschwächung.

Bei *Sammelschienenantrieben* — im allgemeinen Mehrmotorenantriebe — werden alle Motoren mit der gleichen Ankerspannung u_A an der Sammelschiene betrieben. Die individuelle Verstellung der Drehzahl erfolgt über die Verstellung der Erregerströme. Bei dieser Variante können die Motoren nur ab der durch die Sammelschienenantriebe vorgegebenen Grunddrehzahl zu höheren Drehzahlen verstellt werden; ein Ankerstellbereich ist nicht vorhanden. Das prinzipielle Blockschaltbild der Anordnung zeigt Abb. 7.32. Die zweite Variante ist das sogenannte *Contiflux-Verfahren*. Bei dieser Variante wird eine Umkehr des Drehmoments der Antriebsmaschine nicht durch eine Umkehr des Ankerstroms sondern durch eine Umkehr des Feldstroms erzwungen. Wesentlich bei dieser Variante ist, daß dem Drehzahlregelkreis zwei parallele Stromregelkreise unterlagert sind: der Ankerstromregelkreis und der Erregerstromregelkreis.

Beide Stromregelkreise werden über nichtlineare Kennlinien angesteuert, so daß einerseits bei großem geforderten Drehmoment mit konstantem Fluß und variablem Ankerstrom und andererseits bei kleinem geforderten Drehmoment mit konstantem kleinen Ankerstrom und variablem Erregerstrom gefahren wird. Wesentlich ist, daß bei konstantem kleinem Ankerstrom der Erregerstrom linear durch Null variiert wird. Dies bedeutet, daß bei dieser Lösung praktisch nur der Ankerstellbereich vorhanden ist. Die Umkehr des Erregerfeldes und damit auch die Feldschwächung wird nicht zur Erhöhung des Drehzahlbereichs, sondern zur Drehrichtungsumkehr genutzt. Abbildung 7.37 zeigt das Strukturbild dieser Regelung. Diese beiden Grundvarianten haben heute nur noch geringe praktische Bedeutung. Sie werden allerdings der Vollständigkeit halber aufgeführt, um einige grundsätzliche Probleme und Lösungswege aufzuzeigen.

Die dritte Variante *Drehzahlregelung mit spannungsabhängiger Feldschwächung* ist von grundsätzlicher Bedeutung, da bei dieser Lösung im Betriebsbereich

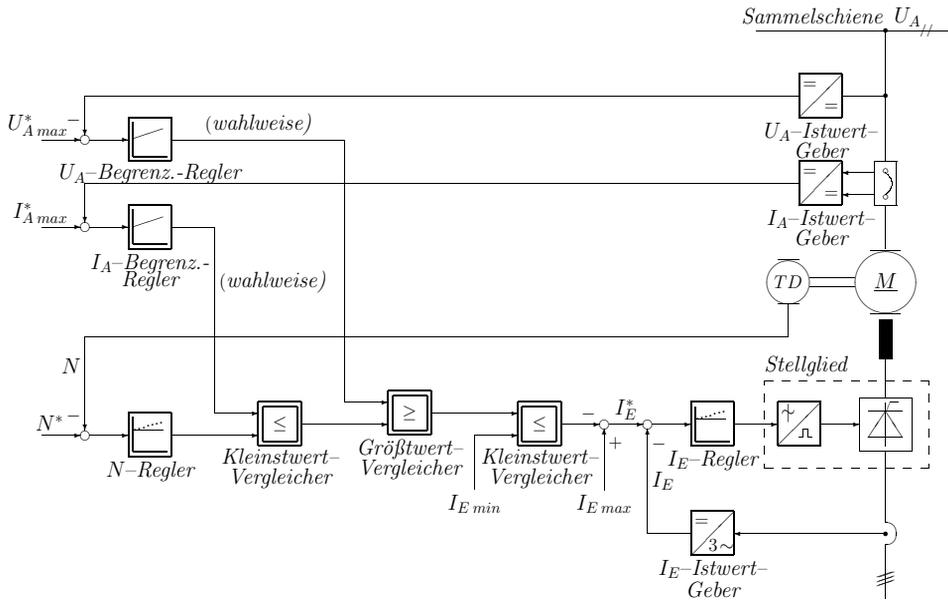


Abb. 7.32: Sammelschienenantrieb (Geräteschaltplan)

der Antriebsmaschine sowohl der Ankerstellbereich (Grunddrehzahlbereich) als auch der Feldschwächbereich enthalten sind. Die Maschine kann somit kontinuierlich vom einen in den anderen Betriebsbereich übergehend betrieben werden.

7.2.3 Sammelschienenantrieb

Abbildung 7.33 zeigt den Signalflußplan für einen Sammelschienenantrieb. Durch Umzeichnung von Abb. 7.33 erhält man Abb. 7.34, aus der die Struktur des Drehzahlregelkreises deutlicher zu erkennen ist.

Die Optimierung des Drehzahlreglers wird durch die Struktur des Detailplans 1 erschwert. Um das Streckenverhalten zwischen dem Fluß ψ und der Drehzahl n zu analysieren, wird der Detailplan 1 am Arbeitspunkt linearisiert (Abb. 7.35).

Aus Abb. 7.35 läßt sich ableiten ($\Delta u_A = 0$):

$$\Delta n(s) = \frac{1}{sT_{\Theta N}} \cdot \left[\Delta\psi(s) \cdot i_{A0} - (\Delta\psi(s) \cdot n_0 + \Delta n(s) \cdot \psi_0) \cdot \frac{\psi_0}{r_A} \cdot \frac{1}{1 + sT_A} \right] \tag{7.107}$$

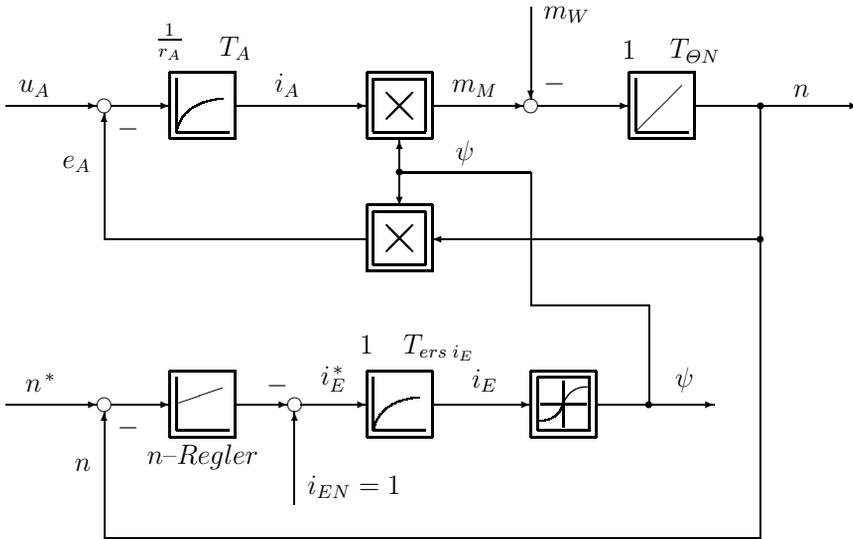


Abb. 7.33: Drehzahlregelung über den Erregerfluß bei Sammelschienenantrieb

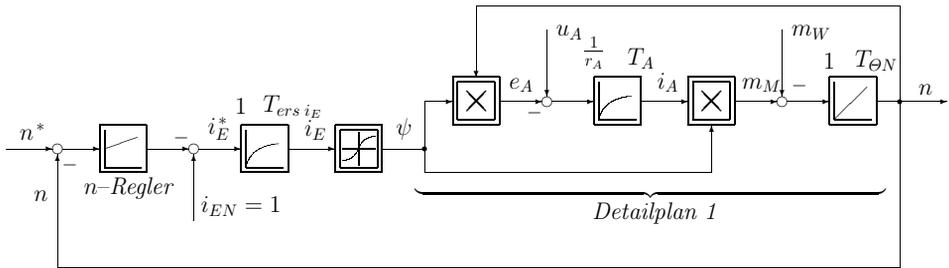


Abb. 7.34: Signalflußplan der Abb. 7.33 umgezeichnet

Durch elementare Umrechnungen ergibt sich

$$\Delta\psi(s) \cdot \left(i_{A0} - \frac{n_0\psi_0}{r_A} \cdot \frac{1}{1 + sT_A} \right) = \Delta n(s) \cdot \left(sT_{\Theta N} + \frac{\psi_0^2}{r_A} \cdot \frac{1}{1 + sT_A} \right) \quad (7.108)$$

bzw. mit

$$T_{\Theta st} = T_{\Theta N} \cdot \frac{r_A}{\psi_0^2} = f(\psi_0) \quad (7.109)$$

erhält man:

$$\frac{\Delta n(s)}{\Delta\psi(s)} = \frac{-n_0\psi_0 + r_A i_{A0} + sT_A r_A i_{A0}}{\psi_0^2 (1 + sT_{\Theta st} + s^2 T_{\Theta st} T_A)} \quad (7.110)$$

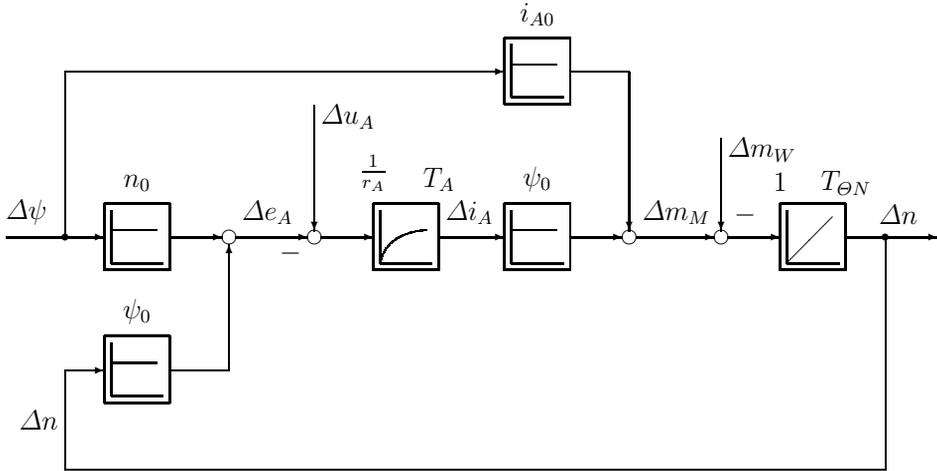


Abb. 7.35: Linearisierter Detailplan 1

$$= \frac{-n_0\psi_0 + r_A i_{A0}}{\psi_0^2 (1 + sT_{\Theta st} + s^2 T_{\Theta st} T_A)} \cdot \left(1 - \frac{sT_A}{\frac{n_0\psi_0}{r_A i_{A0}} - 1} \right) \quad (7.111)$$

$$= \left[-\frac{n_0}{\psi_0} + \frac{r_A i_{A0}}{\psi_0^2} (1 + sT_A) \right] \cdot \frac{1}{1 + sT_{\Theta st} + s^2 T_{\Theta st} T_A} \quad (7.112)$$

Aus der Übertragungsfunktion $\Delta n(s)/\Delta\psi(s)$ ist zu erkennen, daß die Vorzeichenumkehr für die Absenkung des Erregerstrom-Sollwerts i_E^* in Abb. 7.34 und die Vorzeichenumkehr des Terms n_0/ψ_0 sich gegenseitig kompensieren.

Wenn jetzt zur Vereinfachung angenommen wird, daß $T_A \ll T_{\Theta st}/4$ ist, dann vereinfacht sich die Übertragungsfunktion zu:

$$\frac{\Delta n(s)}{\Delta\psi(s)} = \left(-\frac{n_0}{\psi_0} + \frac{r_A i_{A0}}{\psi_0^2} \right) \frac{1}{1 + sT_{\Theta st}} \quad (7.113)$$

Vereinfacht wird die Übertragungsfunktion somit durch die Verstärkung

$$K = -\frac{n_0}{\psi_0} + \frac{r_A i_{A0}}{\psi_0^2} \quad (7.114)$$

und ein Verzögerungsglied 1. Ordnung angenähert. Dabei ist zu beachten, daß sowohl die Verstärkung K als auch die Zeitkonstante $T_{\Theta st}$ eine Funktion des Flusses ψ_0 sind.

Die genauere Betrachtung zeigt, daß die Übertragungsfunktion eine positive Nullstelle hat und somit ein Allpaßverhalten aufweist. Dieses Allpaßverhalten wirkt sich so aus, daß zu Beginn eines Übergangsvorgangs aufgrund der Flußänderung sofort das Motormoment geändert und damit die Drehzahl beeinflusst

wird. Verzögert um T_A erfolgt dann die Gegenreaktion über die Änderung der Spannung e_A .

Der zusammengefaßte Drehzahlregelkreis bei Sammelschienenspeisung ist in Abb. 7.36 dargestellt.

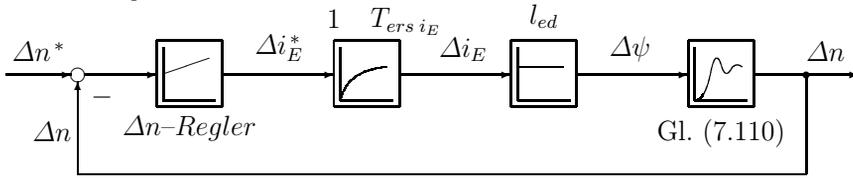


Abb. 7.36: Linearisierter Drehzahlregelkreis bei Sammelschienenspeisung

7.2.4 Contiflux-Regelung

Aus dem Signalfußplan der Contiflux-Regelung nach Abb. 7.37 ist zu erkennen, daß die Regler des Ankerstroms und des Erregerstroms, wie oben beschrieben, optimiert werden müssen. Im Flußregelkreis wird zur Kompensation der nichtlinearen Magnetisierungskennlinie $\psi = f(i_E)$ eine entsprechende inverse Kennlinie in den Sollwertkanal eingefügt; somit kann zwischen ψ^* und ψ der lineare Zusammenhang der Ersatzfunktion des Erregerstromregelkreises angenommen werden. Unter dieser Voraussetzung ergibt sich die in Abb. 7.37 zusammengefaßte Struktur des Regelkreises.

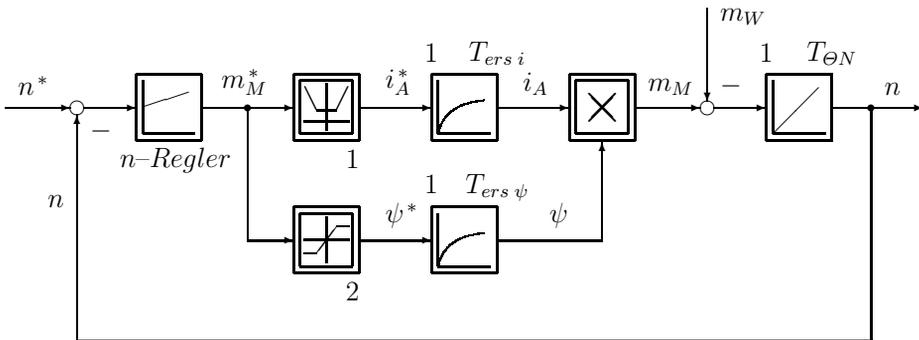


Abb. 7.37: Zusammengefaßte Struktur des Contiflux-Verfahrens

Wenn die Kennlinien der nichtlinearen Blöcke 1 und 2 in den parallelen Signalpfaden so gewählt werden, daß die Knickpunkte beim gleichen Sollwert des Drehmoments m_M^* liegen und die Verstärkungen in den beiden Betriebszuständen

- voller Erregerfluß und geregelter Ankerstrom
- kleiner Ankerstrom (Stromboden) und gesteuerter Erregerfluß

gleich sind, dann ergibt sich für den Drehzahlregler eine konstante Verstärkung in beiden Betriebszuständen. Wenn nun zusätzlich die Zeitkonstanten $T_{ers i}$ und $T_{ers \psi}$ durch angepaßte Dimensionierung und Optimierung gleich werden (d.h. Vergrößerung von $T_{ers i} = 2T_{\sigma i}$ auf $T_{ers i} = T_{ers \psi}$ und damit Verringerung der Dynamik des Ankerstromregelkreises durch Verringerung der Verstärkung V_R des i_A -Reglers), dann gilt die obige Aussage auch dynamisch, und der Drehzahlregler kann wie bei konstantem Fluß $\psi = 1$ optimiert werden.

Beim Contiflux-Verfahren bleiben somit beide Regelungen (Anker- und Erregerstrom) ständig im Eingriff.

Vom Prinzip her könnten sich mit diesem Verfahren bei positiven Drehzahl-Sollwertänderungen kleine Ausregelzeiten ergeben, da der Ankerstrom schnell erhöht werden kann. Allerdings müssen dann bei negativen Sollwertänderungen — insbesondere bei Drehmomentumkehr — große Ausregelzeiten akzeptiert werden, da dieser Regelvorgang im wesentlichen von der Dynamik im Erregerstromregelkreis bestimmt wird. Diese Ausregelzeit kann aber durch eine entsprechende Übererregung im Erregerkreis (bis zu 10-fach) verkürzt werden, so daß die Dynamik im Ankerkreis nicht allzu sehr verringert werden muß.

Contiflux-Regelungen werden in Anwendungsfällen eingesetzt, bei denen ein kontrollierter langsamer Drehmomentwechsel technologisch vorteilhaft ist. Derartige Anwendungsfälle sind Aufzüge (Schachtfördermaschinen), Fördermaschinen oder Auf- und Abwickler bei Kaltbandwalzwerken.

Zu beachten ist, daß der Leistungsbedarf für den Erregerkreis nur 1 bis 2% des Leistungsbedarfs für Ankerkreis beträgt; die Contiflux-Lösung ist somit wesentlich weniger aufwendig als Systeme mit Anker-Umkehrstromrichtern.

Zur dynamischen Einordnung des Verfahrens ist festzustellen, daß mit Umkehrstromrichtern im Ankerkreis Ausregelzeiten im Strom von 5 – 50 ms, mit mechanischen Schaltern von 0,1 – 1,5 sec und beim Contiflux-Verfahren von 0,3 – 1,5 sec erzielt werden.

7.2.5 Spannungsabhängige Feldschwächung

Den Signalflußplan für die spannungsabhängige Feldschwächung zeigt Abb. 7.38. Solange die induzierte Spannung $|e_A|$ kleiner $e_A^* = 1$ ist, entsteht am Eingang des Kennlinienblocks 1 eine positive Regeldifferenz, die durch die Funktion des Kennlinienblocks jedoch ohne Auswirkung auf das nachfolgende PI-Glied und damit auf den resultierenden Erregerstrom-Sollwert i_E^* bleibt. wird der e_A -Regler einen positiven Ausgangswert abgeben, der durch die nichtlineare Kennlinie 1

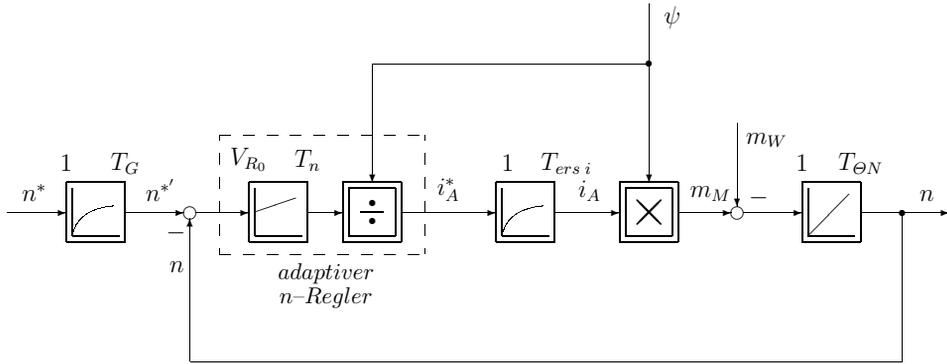


Abb. 7.39: Adaptive Drehzahlregelung bei variablem Feld

kann. Auch der Erregerstromrichter muß eine ausreichende Spannungsreserve aufweisen, um im Feldschwächbetrieb die gewünschte Dynamik zu erzielen.

Der Kennlinienblock 4 (Betragsbildung) ist notwendig, um den Feldschwächbetrieb in beiden Drehrichtungen des Antriebs zu ermöglichen.

Grundsätzlich wird also der Erregerstrom bzw. der Fluß geändert, wenn die Spannung e_A den Grenzwert e_A^* betragsmäßig überschreitet. Deshalb wird diese Schaltungsvariante „spannungsabhängige Feldschwächung“ genannt. Im folgenden sollen nun die einzelnen Regelkreise getrennt voneinander untersucht werden.

Drehzahlregelkreis

Zuerst soll der Drehzahlregelkreis betrachtet werden. Aus Abb. 7.38 ist zu erkennen, daß der Ankerstromregelkreis wie bei $\psi = 1$ optimiert werden kann, da e_A durch die EMK-Aufschaltung keinen Einfluß mehr hat. Der Ankerstromregelkreis kann damit für die Auslegung des überlagerten Drehzahlregelkreises durch die aus Gl. (7.34) bzw. Gl. (7.52) bekannte Ersatzfunktion angenähert werden. Damit ergibt sich der Drehzahlregelkreis nach Abb. 7.39.

Die Optimierung des Drehzahlreglers erfolgt nach dem symmetrischen Optimum wie bei $\psi = 1$ (Ankerstellbereich). Allerdings muß beachtet werden, dass bei Feldschwächung auch das Motormoment geschwächt wird. Damit wird regelungstechnisch gesehen die mechanische Zeitkonstante $T_{\theta N}$ eine Funktion des Flusses ψ :

$$\text{Ankerstellbereich} \quad n(s) \Big|_{\psi=1} = \frac{1}{sT_{\theta N}} \cdot i_A(s) \tag{7.115}$$

$$\text{Feldschwächbereich} \quad n(s) \Big|_{\psi<1} = \frac{1}{sT_{\theta N}} \cdot \psi(s) * i_A(s) \tag{7.116}$$

Am Arbeitspunkt ψ_0 gilt:

$$\text{Ankerstellbereich} \quad \psi_0 = 1 : T_{\theta N} \tag{7.117}$$

$$\text{Feldschwächbereich} \quad \psi_0 < 1 : T_{\Theta N}^* = \frac{T_{\Theta N}}{\psi_0} > T_{\Theta N} \quad (7.118)$$

Bei der Optimierung nach SO des Drehzahlreglers

$$G_R(s) = V_R \cdot \frac{1 + sT_n}{sT_n} \quad (7.119)$$

muß dies beachtet werden.

$$\text{Reglerparameter} \quad T_n = 4T_{ersi} \quad (7.120)$$

$$V_R = \frac{T_{\Theta N}}{\psi_0 \cdot 2T_{ersi}} = V_{R0} \cdot \frac{1}{\psi_0} \quad (7.121)$$

$$\text{Führungsglättung} \quad T_G = T_n \quad (7.122)$$

Die Verstärkung V_R des Drehzahlreglers muß dem Fluß ψ_0 nachgeführt werden; dies ist in Abb. 7.39 bereits durch die Einfügung des Dividierers erfolgt.

Sollte eine Meßwertglättung T_{gn} der Drehzahl zu berücksichtigen sein, muß analog zu Gl. (7.64), (7.65) in Gl. (7.120) und (7.121) anstelle von T_{ersi} die Zeitkonstante $T_{\sigma n} = T_{ersi} + T_{gn}$ eingesetzt werden.

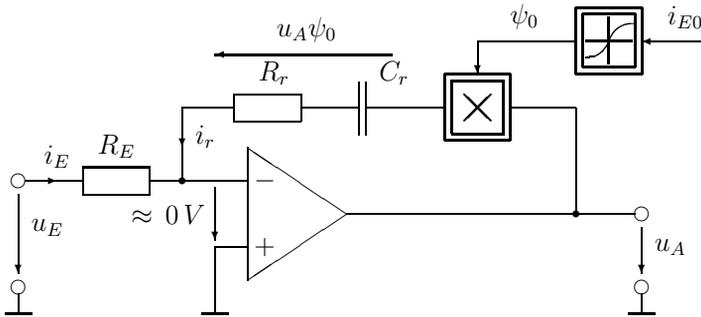


Abb. 7.40: Adaptiver Drehzahlregler in Analogtechnik

Eine praktische Realisierung des adaptiven Drehzahlreglers zeigt Abb. 7.40. Hierbei ist zu beachten, daß im allgemeinen das Ausgangssignal des Reglers begrenzt werden muß, um den Stromsollwert zu begrenzen. Diese notwendige Begrenzung ist in Abb. 7.40 noch nicht berücksichtigt. Insbesondere ist bei der Multiplikation bzw. Division der Aussteuerungsbereich zu bedenken und zu verhindern, daß bei Begrenzung der Integralanteil die Regelabweichung weiter aufintegriert (Anti-Windup-Regler, siehe Kap. 7.1.2.2).

Damit ist die Optimierung des Ankerstrom- und des Drehzahlregelkreises bekannt. Es verbleibt die Optimierung des e_A -Regelkreises.

e_A -Regelkreis

Aus Abb. 7.38 ist zu entnehmen, daß die Kennlinienblöcke 1 und 4 bei der Untersuchung entfallen können, da sie die normierte Steigung 1 aufweisen. Unter Annahme des quasi-stationären Betriebs kompensieren sich die Kennlinienblöcke 2 und 3 ebenso gegenseitig. Unter dieser Voraussetzung ergibt sich der in Abb. 7.41 zusammengefaßte Signalflußplan der e_A -Regelung.

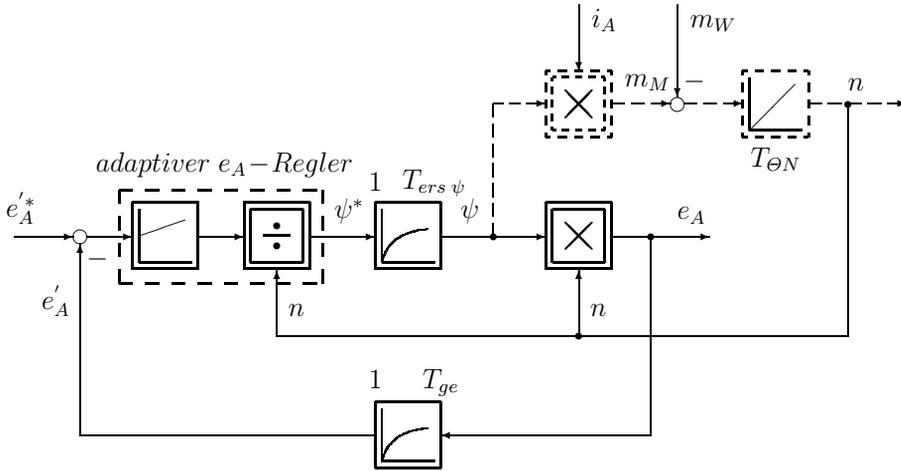


Abb. 7.41: Zusammengefaßter e_A -Regelkreis bei spannungsabhängiger Feldschwächung

Aus der Struktur dieses Regelkreises ist zu erkennen, daß der wesentliche zeitvariable Parameter bei der Optimierung des e_A -Reglers die Drehzahl n ist. Um einen Regler mit konstanten Parametern zu ermöglichen, ist es deshalb bei großem Feldschwächbereich sinnvoll, einen adaptiven e_A -Regler vorzusehen. Die Adaption erfolgt mit der Drehzahl n , wie in Abb. 7.41 bereits angedeutet.

Die Regelung der induzierten Gegenspannung e_A beinhaltet das Problem, daß diese nicht direkt gemessen werden kann, sondern aus u_A und i_A berechnet werden muß. Dieses Problem ist bereits bei der Bestimmung der EMK in Kap. 7.1.1.2 behandelt worden. Analog Gl. (7.10) ergibt sich aus der Differentialgleichung für den Ankerkreis

$$e_A(t) = u_A(t) - r_A i_A(t) - T_A \cdot \frac{d i_A(t)}{dt} \tag{7.123}$$

die Möglichkeit, e_A durch Aufschaltung von i_A über ein PD-Glied zur Kompensation der Ankerzeitkonstanten dynamisch richtig nachzubilden:

$$e_A(s) = u_A(s) - i_A(s) \cdot r_A(1 + sT_A) \tag{7.124}$$

Da die Differentiation praktisch nur näherungsweise erfolgen kann, wird damit eine zusätzliche Glättung (Zeitkonstante T_g) benötigt. Auch auf diese Weise läßt

sich jedoch e_A nur ungefähr nachbilden, da R_A und L_A nicht immer konstant sind. Eine mögliche elektronische Nachbildung ist in Abb. 7.42 dargestellt.

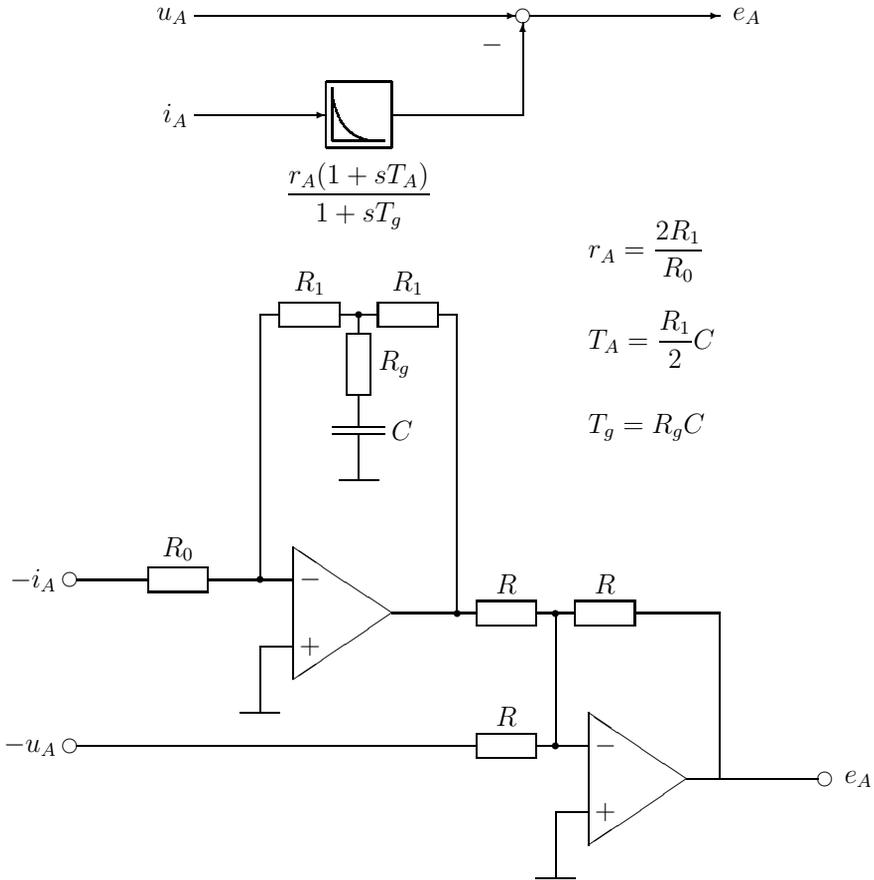


Abb. 7.42: Analoge Nachbildung der Ankerspannungs-Differentialgleichung

Durch die Nachbildung der induzierten Gegenspannung aus der im allgemeinen welligen Ankerspannung wird häufig eine Meßwertglättung (Zeitkonstante T_{ge}) notwendig. Damit verbleibt wie in Abb. 7.41 dargestellt, als zu berücksichtigendes Übertragungsverhalten die Ersatzübertragungsfunktion des Flußregelkreises und das Meßwertglättungsglied mit der Zeitkonstante T_{ge} . Da das Störverhalten des Regelkreises im Vordergrund steht und $T_{e\tau s\psi}$ als Ersatzzeitkonstante nicht kompensiert werden kann, wird der e_A -Regler nach SO optimiert.

Zum Abschluß der Optimierung soll noch einmal darauf hingewiesen werden, daß die Verstellung der Spannung e_A immer von der Ankerspannung u_A und damit dem Strom i_A ausgelöst wird. Der e_A -Regler muß somit dem

Drehzahlregelkreis folgen und wird, wenn die Dimensionierung des Erregerstromrichters nicht ausreichend ist, die Dynamik des Drehzahlregelkreises im Feldschwächbereich bestimmen.

u_A -Regelkreis

Um die Probleme bei der e_A -Nachbildung zu vermeiden, kann man auf eine u_A -Regelung übergehen. Im Feldschwächbetrieb wird jetzt die Ankerspannung u_A konstant gehalten. Unter denselben Voraussetzungen wie bei Abb. 7.41 erhält man nun den zusammengefaßten Signalflußplan nach Abb. 7.43.

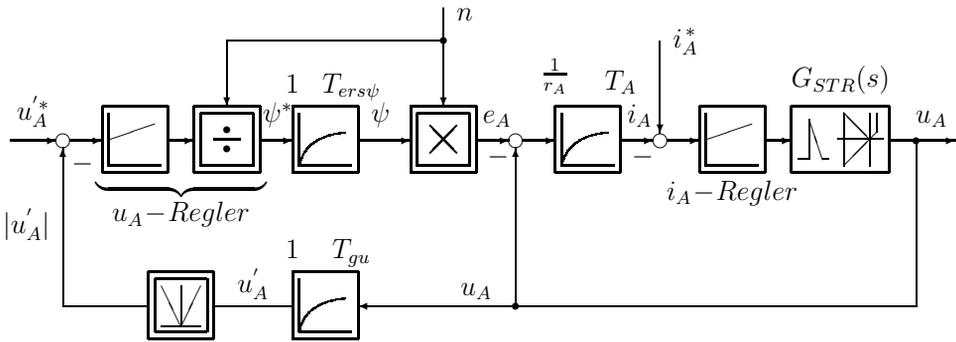


Abb. 7.43: Zusammengefaßter u_A -Regelkreis bei spannungsabhängiger Feldschwächung

Dieser Signalflußplan kann aus Abb. 7.38 abgeleitet werden, indem anstelle von e_A die Ankerspannung u_A aus der Regelstrecke des Ankerstroms abgegriffen und e_A^* durch u_A^* ersetzt wird. Der e_A -Regler wird dann zum u_A -Regler. Im Unterschied zu Abb. 7.38 entspricht das Signal am Ausgang des u_A -Reglers nun jedoch direkt dem Flußsollwert ψ^* und nicht mehr einem Differenzsignal $\Delta\psi^*$ bzw. $\Delta i_E^* < 0$, das zum Nennwert $i_{EN} = 1$ addiert wird. Ein Aufintegrieren der im Ankerstellbereich positiven Regeldifferenz $u_A^* - |u'_A| > 0$ über $\psi^* = 1$ hinaus kann in diesem Fall durch eine Begrenzung des Reglerausgangssignals auf $0, 1 \leq \psi^* \leq 1$ und eine Anti-Windup-Beschaltung des Integralanteils des PI-Reglers verhindert werden (siehe Kap. 7.1.2.2). Ausgehend vom Maximalwert $\psi^* = 1$ wird im Feldschwächbereich der Reglerausgang dann auf den benötigten Flußsollwert $\psi^* = 1/n^*$ reduziert. Beim Zurückwechseln in den Ankerstellbereich wird der Flußsollwert wieder auf $\psi^* = 1$ angehoben.

Der wesentliche Unterschied zum e_A -Regelkreis besteht darin, daß die u_A -Regelstrecke zwei geschlossene Regelkreise enthält, mit $\psi(s)/\psi^*(s) = G_{w\psi}(s)$ den unterlagerten Flußregelkreis und mit $u_A(s)/e_A(s) = G_{wi}(s)$ den Ankerstromregelkreis. Der Wirkungspfad von ψ auf u_A über die Drehzahl wurde dabei vernachlässigt, da die Trägheitszeitkonstante $T_{\Theta N}$ im allgemeinen groß ist. Ein weiterer Unterschied zur e_A -Regelung besteht in der Wahl der Zeitkonstanten T_{gu} der Meßwertglättung. Diese ist wesentlich größer zu wählen als T_{ge} , da die

Oberschwingungen der Stromrichter-Ausgangsspannung u_A nicht wie bei der e_A -Nachbildung nach Abb. 7.42 durch Differenzieren von i_A annähernd kompensiert werden. In Abb. 7.43 ist der u_A -Regler durch die Vorsteuerung mit der Drehzahl (Division des Reglerausgangs durch n) adaptiv ausgeführt. Dies führt zu verbesserten dynamischen Übergängen vor allem bei Drehzahländerungen weit in den Feldschwächbereich hinein, da für eine schnelle Flußänderung der u_A -Regler nur mehr den Abgleichfehler auszuregulieren braucht.

Die EMK-Aufschaltung aus Abb. 7.38 ist in Abb. 7.43 nicht explizit dargestellt. Bei dynamischen Übergängen im Feldschwächbereich hat sie jedoch wegen der Begrenzung von u_A auf meist $u_{Amax} = 1,2$ kaum Auswirkung und kann daher im Signalflußplan vernachlässigt werden.

Verwendet man für die in der u_A -Regelstrecke enthaltenen geschlossenen Regelkreise, den Flußregelkreis $G_{w\psi}(s)$ und den Ankerstromregelkreis $G_{wi}(s)$, anstelle der üblichen Ersatzfunktionen 1. Ordnung Übertragungsfunktionen 2. Ordnung, ergibt sich der vereinfachte Signalflußplan nach Abb. 7.44. Für $G_{w\psi}(s)$ kann Gl. (3.85) mit Vernachlässigung des Terms mit s^3 verwendet werden; $G_{wi}(s)$ ergibt sich, je nachdem, ob eine Meßwertglättung von i_A berücksichtigt werden muß, nach Gl. (7.33) bzw. Gl. (7.51). Durch die Verwendung dieser realitätsnäheren Form der Streckenbeschreibung lassen sich die Phasenverhältnisse im Kreis genauer darstellen. Bei einer Regleroptimierung z.B. mit Hilfe des Bode-Diagramms kann so die Stabilität des Regelkreises sichergestellt werden.

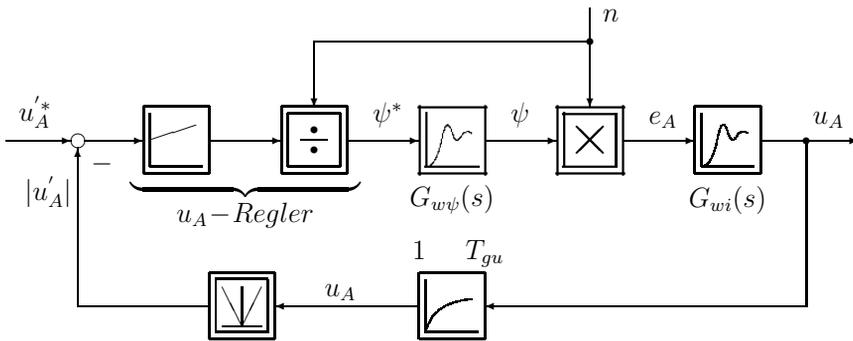


Abb. 7.44: Vereinfachter u_A -Regelkreis bei Feldschwächung

Direkte e_A -Regelung mit ablösender Erregerstromregelung

Eine weitere Variante der spannungsabhängigen Feldschwächung ist die direkte e_A -Regelung mit ablösender i_E -Regelung. Anstelle der Struktur nach Abb. 7.38 ergibt sich dann der Signalflußplan nach Abb. 7.45.

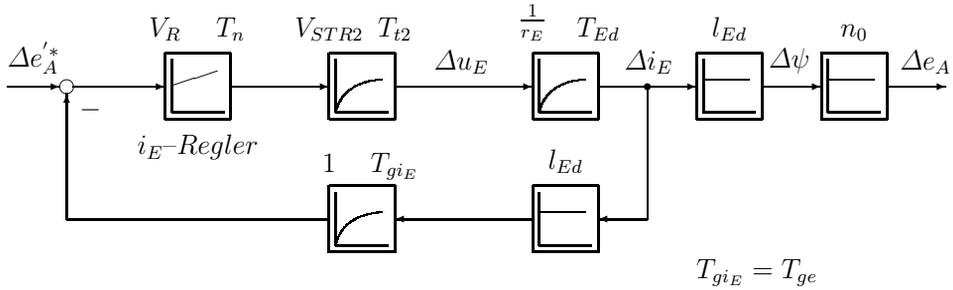


Abb. 7.46: Linearisierter i_E -Regelkreis (Grunddrehzahlbereich)

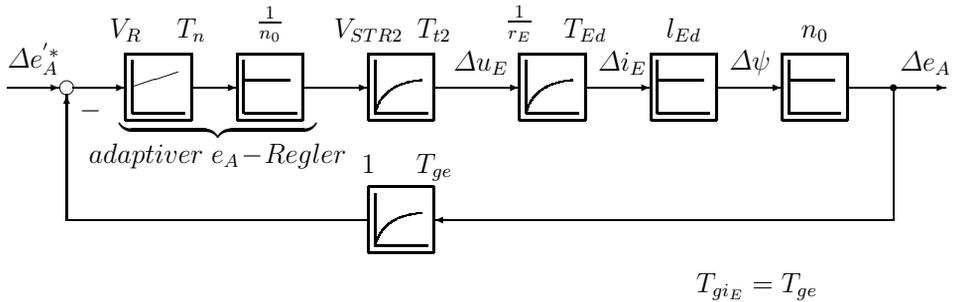


Abb. 7.47: Linearisierter e_A -Regelkreis (Feldschwächbereich)

Wird der i_E/e_A -Regler nach SO optimiert, so erhält man folgende Einstellungen:

$$\text{PI-Regler: } G_R(s) = V_R \cdot \frac{1 + sT_n}{sT_n} \tag{7.125}$$

$$T_n = 4 \cdot T_\sigma \tag{7.126}$$

$$= 4 \cdot (T_{t2} + T_{gi_E}) = 4 \cdot (T_{t2} + T_{ge}) \tag{7.127}$$

$$V_R = \frac{T_{Ed}}{2T_\sigma V_S} \tag{7.128}$$

$$= \frac{T_{EN}}{2(T_{t2} + T_{gi_E})V_{STR2}} = \frac{T_{EN}}{2(T_{t2} + T_{ge})V_{STR2}} \tag{7.129}$$

Damit ergibt sich für beide Regelkreise die gleiche Reglereinstellung und in allen Arbeitspunkten das gleiche dynamische Verhalten.

Abschließend soll das dynamische Verhalten der Regelung anhand von Simulationsergebnissen gezeigt werden. Der zugehörige Signalfußplan ist in Abb. 7.48 dargestellt. Abbildung 7.49 zeigt das Führungsverhalten beim Übergang vom Ankerstellbereich in den Feldschwächbereich, Abb. 7.50a zeigt das Führungsverhalten im Feldschwächbereich, Abb. 7.50b zeigt das Störverhalten im Feldschwächbereich.

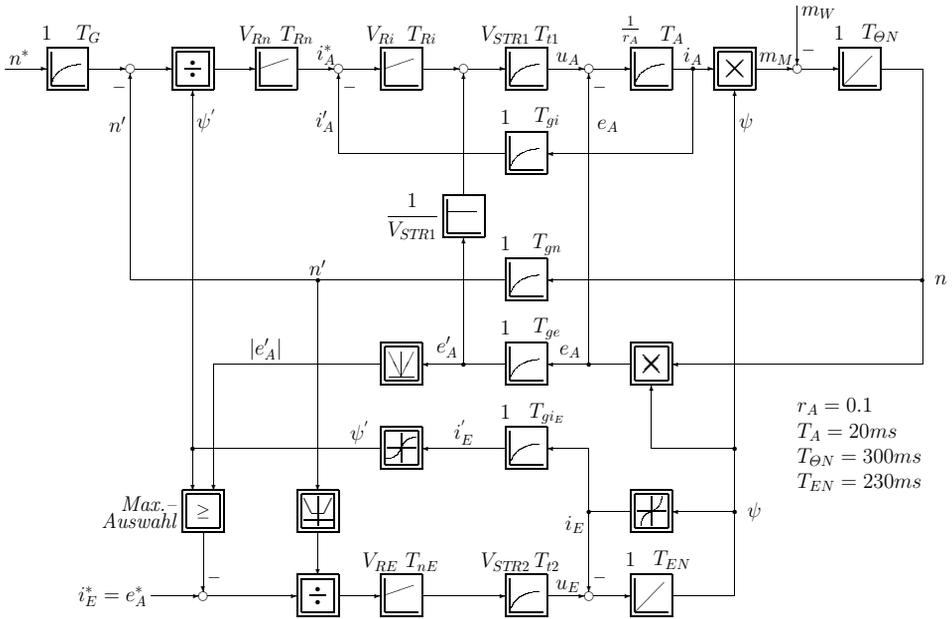


Abb. 7.48: Signalflußplan für die Simulation (e_A -Regelung mit ablösender i_E -Regelung)

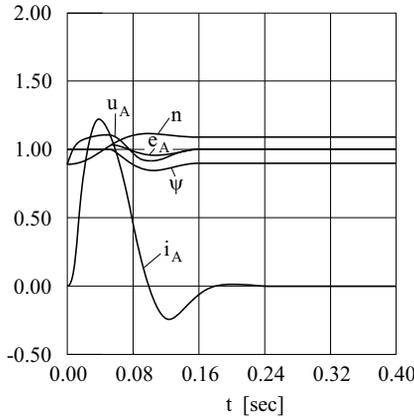
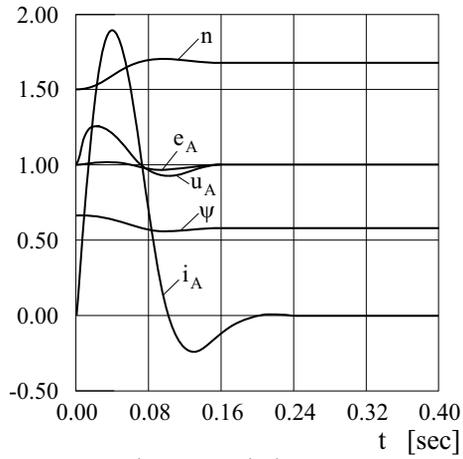
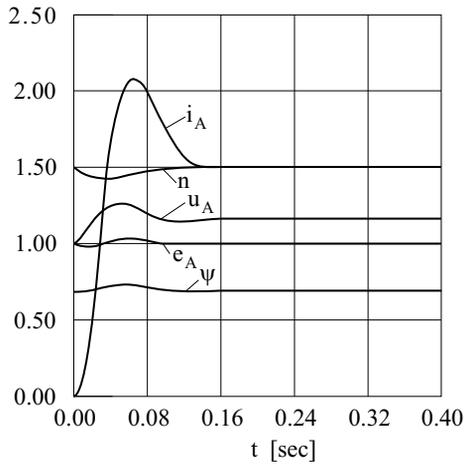


Abb. 7.49: Führungsverhalten beim Übergang Ankerstellbereich \rightarrow Feldschwächbereich ($n_0 = 0,9$; $\Delta n^* = 0,2$)



a) Führungsverhalten
 $(n_0 = 1.5; \Delta n^* = 0.2)$



b) Störverhalten
 $(n_0 = 1.5; \Delta m_w = 1.0)$

Abb. 7.50: Führungs- und Störverhalten im Feldschwächbereich

8 Fehlereinflüsse und Genauigkeit bei geregelten Systemen

Die Genauigkeit einer Regelung ist unter anderem durch äußere Einwirkungen von Störgrößen z , ungenauer Kenntnis der Struktur oder der Parameter der Strecke oder durch Fehler in den Sensoren bzw. in der Signalverarbeitung begrenzt. Im Unterschied zur Steuerung können jedoch durch die Regelung einige dieser Einflüsse ausgeregelt werden. Einflüsse, die im allgemeinen zu bleibenden, nicht ausregelbaren Abweichungen führen, werden in erster Linie über die Sensoren und die Signalverarbeitung verursacht.

8.1 Ausregelbare Fehler

Alle äußeren Einwirkungen, wie die Störgrößen z , die zwischen Eingang und Ausgang der Regelstrecke auftreten, ändern unerwünscht die Regelgröße x . Diese Änderung wird aber über die Regelabweichung x_d registriert und führt entsprechend der Reglerstruktur und Reglerdimensionierung zu einer entsprechenden Änderung der Stellgröße u . Unter der Voraussetzung einer richtigen Reglerstruktur und Reglerdimensionierung — siehe Kap. 3 bis 6 — wird am Ende des Regelvorgangs im stationären Betrieb

- die Regelgröße x wieder ihren vorgegebenen Wert erreichen,
- die Regelabweichung x_d wieder gleich Null sein und
- lediglich die Stellgröße u einen neuen, die äußere Einwirkung korrigierenden Wert angenommen haben.

Alle diese äußeren Störgrößen, die zwischen Eingang und Ausgang der Regelstrecke auftreten, werden also durch die Regelung ausgeregelt. Dazu gehören alle technologischen Störgrößen wie bei elektrischen Antrieben das Widerstandsdrehmoment oder Änderungen der versorgenden Netzspannung. Außerdem werden aber durch die Regelung auch ungenaue Kenntnisse der Strecke sowohl in der Struktur als auch insbesondere der Parameter und weiterhin Nichtlinearitäten (innere Einflüsse) in ihren Auswirkungen vermindert bzw. völlig vermieden. Dies ist der entscheidende Vorteil einer Regelung gegenüber der Steuerung.

Im Gegensatz zu den ausregelbaren äußeren und inneren Einflüssen müssen im Regelkreis aber auch nicht ausregelbare Einflüsse bzw. Fehler beachtet werden. Der Unterschied soll an dem folgenden Beispiel (Abb. 8.1 und 8.2) erläutert werden.

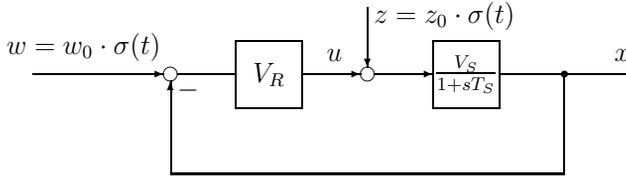


Abb. 8.1: Regelkreis mit P-Regler

In Abb. 8.1 wird angenommen, die Strecke sei ein Verzögerungsglied 1. Ordnung, wobei sowohl die Verstärkung V_S als auch die Zeitkonstante T_S ungenau bekannt seien; der Regler sei ein P-Regler mit der Verstärkung V_R . Es ergeben sich die Führungsübertragungsfunktion zu:

$$G_w(s) = \frac{x(s)}{w(s)} = \frac{V_R V_S}{1 + V_R V_S} \cdot \frac{1}{1 + \frac{sT_S}{1 + V_R V_S}} \tag{8.1}$$

und die Störübertragungsfunktion zu:

$$G_z(s) = \frac{x(s)}{z(s)} = \frac{V_S}{1 + V_R V_S} \cdot \frac{1}{1 + \frac{sT_S}{1 + V_R V_S}} \tag{8.2}$$

Aus Gl. 8.1 ist zu entnehmen, daß im stationären Betrieb ($s \rightarrow 0$)

$$x(t \rightarrow \infty) = w_0 \cdot \frac{V_R V_S}{1 + V_R V_S} \tag{8.3}$$

d.h. $x(t \rightarrow \infty) \neq w_0$ sein wird, da — wie aus Kap. 1 bis 4 bekannt — ein strukturell ungünstiger Regler, nämlich ein P-Regler verwendet wurde.

Um $x(t) = w(t)$ im stationären Betrieb sicherzustellen, muß ein Regler mit integralem Anteil eingesetzt werden. Dynamisch vorteilhafter wäre ein PI-Regler,

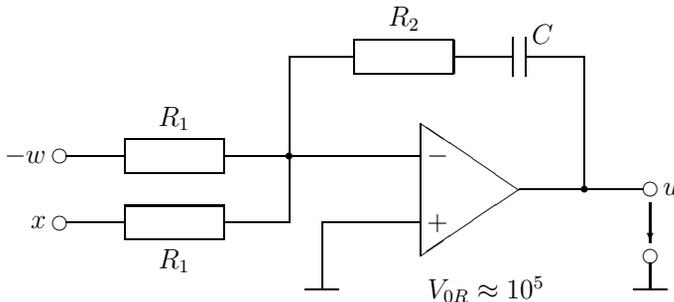


Abb. 8.2: PI-Regler, aufgebaut mit einem realem Operationsverstärker

bei dem zusätzlich die Kompensation der Streckenzeitkonstante T_S möglich ist (siehe später). Aus Gl. (8.2) ist zu erkennen, daß im stationären Betrieb

$$x(t \rightarrow \infty) = z_0 \frac{V_S}{1 + V_R V_S} \quad (8.4)$$

sein wird, d.h. die Störgröße z wird einen unerwünschten Einfluß auf die Regelgröße x haben. Auch in diesem Fall wäre ein Regler mit integralem Anteil oder ein PI-Regler vorteilhafter.

Aus den Ergebnissen von Gl. (8.1) bzw. (8.3) ist zu erkennen, daß mit zunehmender Reglerverstärkung V_R die stationäre Regelabweichung

$$x_d(t \rightarrow \infty) = (w - x)(t \rightarrow \infty) = w_0 \cdot \frac{1}{1 + V_R V_S} \quad (8.5)$$

immer geringer wird und die ungenaue Kenntnis von V_S einen immer geringeren Einfluß haben wird. Aus Gl. (8.1) ist weiterhin zu erkennen, daß die resultierende Zeitkonstante T_{res}

$$T_{res} = \frac{T_S}{1 + V_R V_S} \quad (8.6)$$

mit steigender Verstärkung V_R gegenüber T_S immer kleiner wird und die ungenaue Kenntnis der Streckenverstärkung V_S ebenso einen immer geringeren Einfluß haben wird. In entsprechender Weise wird der unerwünschte Einfluß der Störgröße z mit steigender Reglerverstärkung V_R abnehmen (Gl. (8.4)).

Wenn statt eines P-Reglers jedoch ein PI-Regler — z.B. ein analoger PI-Regler wie in Abb. 8.2 dargestellt — verwendet würde und der Vorhalt T_n des Reglers die Streckenzeitkonstante T_S kompensieren würde, dann gilt allgemein mit $V_{0R} \rightarrow \infty$:

$$G_R(s) = V_R \frac{1 + sT_n}{sT_n} = - \frac{1 + sR_2C}{sR_1C} \quad (8.7)$$

Kompensation:

$$T_S = T_n = R_2C \quad (8.8)$$

resultierend:

$$-G_0(s) = \frac{V_R V_S}{sT_n} = \frac{K_I}{s} \quad (8.9)$$

sowie

$$G_w(s) = \frac{1}{1 + \frac{s}{K_I}} \quad (8.10)$$

und

$$G_z(s) = \frac{1}{1 + sT_S} \cdot \frac{s \frac{T_S}{V_R}}{1 + s \frac{T_S}{V_R V_S}} \quad (8.11)$$

Aus Gl. (8.10) und (8.11) ist mit dem Grenzwertsatz ($s \rightarrow 0$) bei $t \rightarrow \infty$ zu errechnen, daß im stationären Betrieb $x(t \rightarrow \infty) = w_0$ und somit $z(t)$ keinen Einfluß auf $x(t \rightarrow \infty)$ hat.

Diese Aussage für den stationären Betrieb gilt auch, wenn V_S und T_S nur ungenau bekannt sind. Ungenaue Kenntnisse von V_S und insbesondere T_S haben allerdings Einfluß auf das dynamische Verhalten des Regelkreises, da insbesondere im Falle T_S die Kompensation des Regler-Zähler- zu Strecken-Nenner-Polynoms nicht mehr exakt erfolgt. Damit sind die obengenannten Vorteile des geschlossenen Regelkreises nochmals erläutert. Zur vertiefenden Diskussion sei auf Kap. 1 bis 5 dieses Buches verwiesen.

Bei einem idealen PI-Regler werden somit alle auf die Strecke selbst einwirkenden Störgrößen oder auch ungenau bekannte Parameter in ihrer Auswirkung vermindert bzw. völlig unterdrückt. Ein idealer PI-Regler ist streng genommen jedoch nicht realisierbar, da er für Gleichgrößen eine unendlich hohe Verstärkung erfordert (für $t \rightarrow \infty$). Ein realisierbarer PI-Regler könnte wie in Abb. 8.2 aufgebaut sein, wenn die innere Differenzverstärkung $V_{0R} \approx 10^5$ ist. Wenn wir eine derartige innere Differenzverstärkung annehmen, ergibt sich die Übertragungsfunktion:

$$\frac{u}{w-x} = \frac{-\left(\frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{s \cdot R_1 C}\right)}{1 + \frac{1}{V_{0R}} \left(\frac{1}{2} + \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{s \cdot R_1 C}\right)} \quad (8.12)$$

Die Verstärkung für Gleichgrößen ergibt sich aus Gl. (8.12) als Grenzwert für $s \rightarrow 0$ zu:

$$\left. \frac{u}{w-x} \right|_{s \rightarrow 0} = -V_{0R} \quad (8.13)$$

Im Gegensatz zum idealen PI-Regler also ein endlicher Wert, der zusätzlich noch durch die Sättigungsspannung des realen Operationsverstärkers begrenzt wird. Wenn wir annehmen, daß $V_{0R} \rightarrow \infty$ geht, dann erhalten wir die bereits in Gl. (8.7) benutzte Übertragungsfunktion des idealen PI-Reglers.

Gleichung (8.12) bedeutet, eine endliche innere Differenzverstärkung V_{0R} führt zu einer Änderung der Übertragungsfunktion des Reglers, die sich somit auch auf das Reglerergebnis auswirkt, denn eine Störgröße z_0 wird sich aufgrund von Gl. (8.2) sowie (8.12) und Abb. 8.1 auf die Regelgröße x auswirken zu:

$$x(t \rightarrow \infty) \approx \frac{1}{V_{0R}} \cdot z_0 \quad (8.14)$$

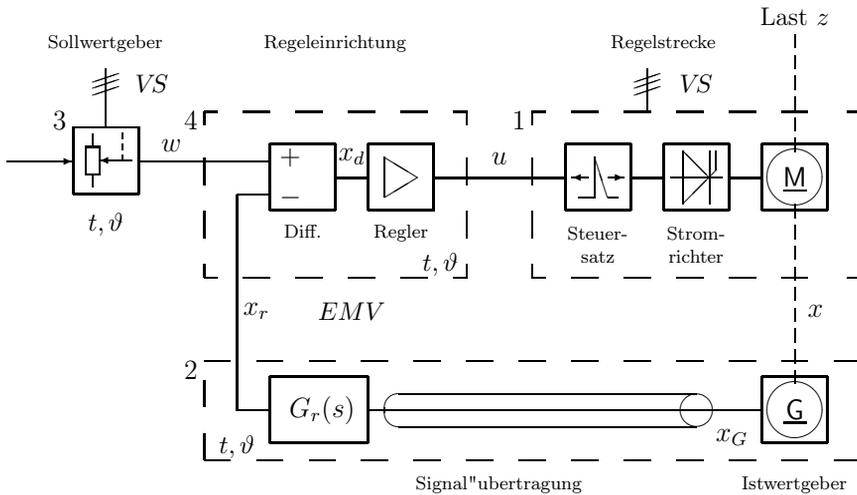
Damit wird klar, daß innere Parameter der signalverarbeitenden Komponente Regler Auswirkungen auf die Genauigkeit der Regelung haben. In entsprechender Weise werden sich Offset-Spannungen am Differenzeingang oder Offset-Ausgangsspannungen des Reglers als Grund für Abweichungen vom Idealverhalten der Komponente an sich und damit als Ursache für Abweichungen der Gesamtregelung vom Idealverhalten ergeben. Im vorliegenden Fall ist die innere

Differenzverstärkung zu $V_{0R} \approx 10^5$ gewählt, so daß in der Realität die Abweichungen vom Idealverhalten gering sind. Im folgenden Kapitel werden die Fehlereinflüsse genauer besprochen.

8.2 Nicht ausregelbare Fehler

Wie im vorigen Kapitel abgeleitet, hat der innere Parameter V_{0R} der signalverarbeitenden Komponente Regler Auswirkungen auf die stationäre Genauigkeit des Regelkreises. In Abb. 8.3 ist ein Regelkreis mit den möglichen äußeren Einwirkungen wie den Störgrößen z , mit den inneren Parametern, aber auch mit den Einflüssen von Temperatur (ϑ), Alterung (t), Versorgungsspannung (VS) und EMV dargestellt.

Diese Einflüsse können sehr unterschiedlich sein und sollen nur ausschnittsweise hier besprochen werden. In Abb. 8.3 wird die Regelgröße x (Drehzahl) vom Sensor G (Tachogenerator) erfasst.



w	Führungsgröße	VS	Versorgungsspannung
x	Regelgröße	ϑ	Temperatur
x_d	Regelabweichung	EMV	Elektromagnetische Einströmungen
u	Stellgröße	t	Alterungs- und Umgebungseinflüsse
z	Störgröße	x_r	rückgeführte Regelgröße
x_G	Mekwert am Geberausgang		

Abb. 8.3: Fehlereinflüsse bei einer Regelung

Bereits hier gibt es eine Vielzahl von möglichen Fehlerquellen, denn:

- die Tachomaschine kann nichtfluchtend mit dem Motor verbunden sein; die Folge ist, daß bei konstanter Drehzahl x dem an sich konstanten Drehzahlsignal ein unerwünschtes harmonisches Signal überlagert ist;
- dieses harmonische Signal muß durch ein Filter im Rückführkanal vermindert werden und verringert somit die erreichbare Dynamik des Regelkreises (siehe Kap. 3.1.2);
- die Tachomaschine kann fluchtend, aber mit Lose an den Motor gekuppelt sein, dies ist bei Drehzahlumkehr unerwünscht;
- das Drehzahlsignal x_G der Tachomaschine kann nichtlinear die Drehzahl x abbilden;
- das unbelastete Drehzahlsignal x_G kann temperatur- und alterungsabhängig sein;
- bei Belastung des Drehzahlsignals x_G mit der Signalübertragung und dem Rückführblock mit der Übertragungsfunktionen $G_r(s)$ wird ein drehzahlabhängiger Spannungsabfall am Innenwiderstand des Tachogenerators G und der Signalleitung entstehen, der das Signal x_r in Abhängigkeit des Spannungsabfalls verfälscht. Dieser Spannungsabfall ist außerdem temperatur- (Umgebungstemperatur und Verluste) sowie alterungsabhängig;
- im Rückführblock mit der Übertragungsfunktion $G_r(s)$ wird im allgemeinen eine Pegelanpassung zwischen dem Tachogenerator G und dem Regler sowie eine eventuelle Filterung erfolgen. Die Pegelanpassung erfolgt durch einen Spannungsteiler, wobei die Widerstandswerte Toleranzen haben, sowie temperaturabhängig (Umgebungstemperatur und Verluste) und alterungsabhängig sind. Falls die Kondensatoren des eventuellen zusätzlichen Filters im Rückführblock relevante Leckströme aufweisen, erfolgt zusätzlich eine Verfälschung des Spannungsteilerverhältnisses im Rückführblock $G_r(s)$, welche außerdem temperatur- und alterungsabhängig ist;
- sowohl das Signal x_G als auch das Signal x_r werden gegen Massepunkt gemessen. Wenn zwischen diesen Massepunkten oder auch den Massepunkten der Sollwertquelle und des Reglers Potentialunterschiede durch falsche Verkabelungen und parasitäre Stromschleifen bestehen, entstehen weitere Verfälschungen der rückgeführten Regelgröße x_r ;
- zusätzlich zu den Potentialunterschieden können elektromagnetische Störungen (EMV) in die Leiterschleife Tachogenerator, Signalübertragung, Rückführblock, Regler, Sollwertquelle eingekoppelt werden;

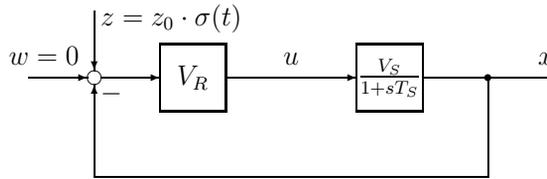
- im Block 3 Sollwertquelle können die gleichen Fehlereinflüsse wie im Rückführblock wirksam werden. Zusätzlich kann bei Änderungen der Versorgungsspannung VS der Sollwert w geändert werden, wenn die Versorgungsspannung VS den Spannungsteiler direkt versorgt;
- weiterhin sind wie beim Teilsystem „Tachogenerator, Geber-Signalübertragung und Rückführblock“ die gleichen Fehlerquellen beim Teilsystem „Sollwertquelle, Signalübertragung, Regler“ zu beachten;
- wie schon im vorigen Kapitel diskutiert, werden durch die inneren Parameter der Komponente Regler wie innere Differenzverstärkung, Offset-Spannungen, Versorgungsspannungseinfluß weitere Verfälschungen der Signalverarbeitung wirksam. Außerdem werden die beiden Widerstände R_1 in Abb. 8.2 Toleranzen aufweisen, die temperaturabhängig (Umgebungstemperatur und Verluste) und alterungsabhängig sind und somit die Regeldifferenzbildung x_d beeinflussen.

Diese Aufzählung der möglichen Fehlerquellen bei der analogen Signalverarbeitung ist nur ein Ausschnitt aus den möglichen unerwünschten Einflüssen, die zumindestens die stationäre Genauigkeit der Regelung aber auch das Reglerergebnis allgemein unerwünscht beeinflussen können. Bei der digitalen Signalverarbeitung treten gleiche und vergleichbare Fehlerquellen auf. Typische, systembedingte Fehlerquellen bei digitaler Signalverarbeitung sind:

- Amplitudendiskretisierung durch die begrenzte Bitzahl der AD-Wandler,
- zusätzliche Totzeiten durch die gewählte Abtastzeit,
- Aliasing Effekte (Spiegelfrequenzen) durch falsch ausgelegte Vorfilter,
- nicht zeitsynchrone Einlesen der Analogwerte bei der Verwendung *eines* AD-Wandlers für mehrere Signale (Einsatz von Multiplexern),
- Einbringen zusätzlicher Fehlerquellen durch ungenaue AD- und DA-Wandler,
- Verletzung von Echtzeitbedingungen durch die Verwendung eines ungünstigen Scheduling-Algorithmus im Prozeßrechner.

Die nicht ausregelbaren Fehler beschränken sich somit auf mögliche Ungenauigkeiten und Störgrößen bei *Soll- und Istwertgebern, der Signalübertragung* (Leitungsführung) und der *Regeleinrichtung* (Soll-Ist-Vergleich, Regelverstärker) selbst (gestrichelte Blöcke 2, 3 und 4 in Abb. 8.3).

Treten derartige Fehler oder Störungen bei der Meßwernerfassung der Regelgröße wie Temperaturschwankungen am Tacho, im Rückführkanal oder bei der Sollwertvorgabe (Führungsgrößenvorgabe, Temperatur-, Spannungsschwankung) auf, ist eine Regelkreisstruktur entsprechend Abb. 8.4 zugrunde zu legen.



$$\text{stationärer Fehler: } \Delta x = x - w = \frac{V_R V_S}{1 + V_R V_S} z_0 \approx z_0 \quad (\text{mit } V_R V_S \gg 1)$$

Abb. 8.4: Stationärer Regelkreis mit nicht ausregelbaren Störgrößen

Die Störgröße z , die jetzt direkt an der Soll-Istwert-Vergleichsstelle eingreift, kann entweder als Verfälschung der Regelgröße x oder des Sollwerts w interpretiert werden und ist daher nicht mehr ausregelbar. Bei einem P-Regler wird die Regelgröße x im stationären Betrieb um die Größe $\Delta x \approx z_0$ verfälscht, bei einem Regler mit integralem Anteil wird im stationären Betrieb $\Delta x = z_0$ sein.

Störungen, die unmittelbar die Regelabweichung verfälschen, können also nicht ausgeregelt werden und treten voll als Fehler der Regelgröße in Erscheinung. Damit bestimmen die nichtausregelbaren Störgrößen (Fehler) die Genauigkeit und Konstanz der Regelung. Die Ursachen dieser Fehler liegen daher entweder in Ungenauigkeiten der verwendeten Geräte selbst (geräteinterne Abbildungsfehler) oder werden durch externe Störgrößen eingekoppelt.

Externe Störgrößen:

- Elektromagnetische Störungen
- Änderung der Versorgungsspannung (incl. Masse-Potential M)
- technologisch-bedingte Störgrößen (Belastungsänderungen)
- Temperaturänderungen
- Änderung durch Alterung

Geräteinterne Ungenauigkeiten (*ohne* externe Störgrößen):

- Abbildungsfehler der Sollwertgeber
- Meßungenauigkeit der Istwertgeber
- Übertragungsfehler der Signalübertragung
- Ungenauigkeiten der Regeleinrichtung
- Systembedingte Ungenauigkeiten
- Amplitudendiskretisierung bei digitaler Signalverarbeitung

Zur genaueren Untersuchung der Fehlergrößen werden diese in statische (bleibende) und dynamische (vorübergehende) Fehler unterteilt.

Statische Fehler:

Die statischen Fehler werden je nach ihrer Bedeutung in der Praxis nochmals unterschieden nach

- Abweichungen der Regelgröße gegenüber dem am Sollwertgeber eingestellten Wert (Genauigkeit) und den
- Änderungen der Regelgröße infolge Änderungen von Störgrößen (Konstanz).

Diese Unterschiede sind in der VDI/VDE-Richtlinie 2185 festgelegt:

Genauigkeit: Die Genauigkeit einer Antriebsregelung wird angegeben durch die maximale bleibende Abweichung der Regelgröße gegenüber dem am Sollwertesteller ablesbar eingestellten Betrag unter der Einwirkung der ungünstigsten Kombination der Störgrößen.

Konstanz: Die Konstanz einer Antriebsregelung wird angegeben durch die maximale bleibende Abweichung der Regelgröße gegenüber einem einmal eingestellten Istwert unter der Wirkung der ungünstigsten Kombination der Störgrößen.

Anforderungen an die *Genauigkeit* der Regelung sind in der Mehrzahl der Fälle Anforderungen an ihre *Konstanz*. Im folgenden sollen deshalb nur noch solche Fehler betrachtet werden, die in die Konstanz der Regelung eingehen.

Dynamische Abweichungen:

Dynamische (d.h. vorübergehend auftretende) Abweichungen der Regelgröße von der Führungsgröße entstehen dadurch, daß die Regelgröße x der Führungsgröße w niemals sofort, sondern erst zeitlich verzögert folgen kann.

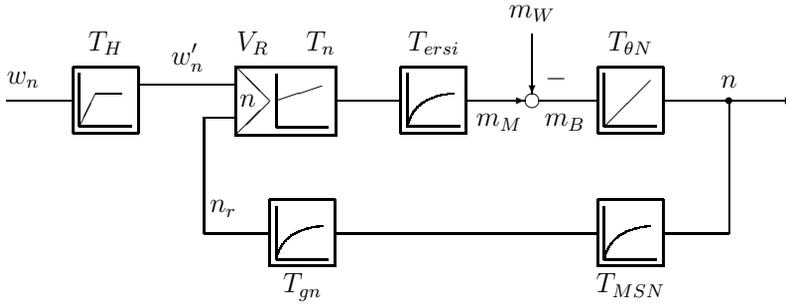
Maßgebend für diese Abweichungen ist also das Zeitverhalten bzw. die Struktur von Regelstrecke, Istwertgeber und Signalübertragung (Abb. 8.5).

Das Zeitverhalten und die Struktur der Regelstrecke sind durch die Technologie vorgegeben. Im Rahmen der Möglichkeiten des Stellgliedes wird dies durch die Regeleinrichtung jedoch weitgehend kompensiert. Entscheidend für die dynamischen Abweichungen bleibt dann das Zeitverhalten (Verzögerungszeit T_σ) von Istwertgeber und Signalübertragung (siehe auch Kap. 3 bis 5).

Für die Führungs-Ausregelzeit t_{aus} gilt (im vorliegenden Fall mit SO-Optimierung):

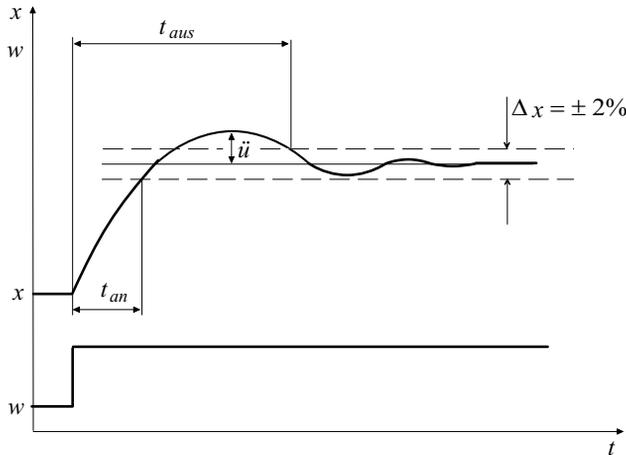
$$t_{aus} = (8 \dots 15) \cdot T_\sigma \quad (8.15)$$

Dabei sind Regelabweichungen bis zu $\pm 2\%$ noch zugelassen (siehe Abb. 8.6). Die Verzögerungszeit T_σ ist dabei die Summe aller kleinen, von der Regeleinrichtung nicht kompensierten Zeitkonstanten.



T_H Hochlaufzeit; T_{ersi} Ersatzzeitkonstante des Stromregelkreises
 T_{gn} Glättungszeitkonstante; T_{MSN} Verzögerungszeit des Istwertgebers
 m_W, m_M, m_B Last-, Motor-, Beschleunigungsmoment

Abb. 8.5: Struktur einer Drehzahlregelung (bei konstantem Feld)



t_{an} Anregelzeit \ddot{u} Überschwingweite
 t_{aus} Ausregelzeit Δx vereinbartes Toleranzband

Abb. 8.6: Übergangverhalten bei Führungssprung (Zeitverhalten)

Bei der Verwendung von Analog-Digital-Wandlern, die mit Zählverfahren arbeiten, ist die Verzögerungszeit T_σ von der Verarbeitungsfrequenz f_a und der Zahl der maximal zu verarbeitenden Schritte l_{\max} abhängig (siehe auch Kap. 6):

Wenn Δx der kleinste digital meßbare Wert der Regelgröße ist (entspricht 1 Bit) und x_{\max} der maximale Wert der Regelgröße, dann gilt für die maximale Verzögerungszeit T_σ des Gerätes:

$$T_\sigma \approx l_{\max} \cdot \frac{1}{f_a} = \frac{x_{\max}}{\Delta x} \cdot \frac{1}{f_a} \quad (8.16)$$

Allerdings sind heute Analog-Digital-Wandler mit solch kurzen Wandlungszeiten verfügbar, daß die Zeit für die Umwandlung meist nur einen kleinen Bruchteil der Abtastzeit digitaler Regelungen ausmacht.

Zu beachten sind bei digitaler Signalverarbeitung insbesondere die Signallaufzeit zwischen den einzelnen Komponenten (von Schnittstelle zu Schnittstelle) und die internen Berechnungszeiten in den Komponenten.

8.3 Abschätzung der Auswirkung der Fehler

Um die Bedeutung der verschiedenen Fehler beurteilen zu können, sollen die Auswirkungen der Fehler abgeschätzt und miteinander verglichen werden. Maßgebend ist die durch die genannten Fehler hervorgerufene Änderung der Regelgröße.

8.3.1 Statische Fehler

Fehler, die nur in die Genauigkeit der Regelung eingehen, nicht aber in die Konstanz, werden dabei nicht berücksichtigt, da sie in der Praxis im allgemeinen nicht von Bedeutung sind. Dazu gehören alle geräteinternen Ungenauigkeiten (siehe Kap. 8.2), die deshalb hier nicht weiter betrachtet werden.

Von den externen Störgrößen (siehe Kap. 8.2) werden die *elektromagnetischen Störungen* (Einstreuungen) zunächst ausgenommen, weil sie schwer abzuschätzen sind. Bei der Beachtung entsprechender Verdrahtungs- und Beschaltungsvorschriften, können diese Fehler jedoch vergleichsweise gering gehalten werden. Entsprechendes gilt für *Signalverfälschungen auf dem Bezugspotential M* (siehe Kap. 8.7.2 und 8.7.3).

Ausgeklammert werden außerdem:

- Frequenzänderungen der Netzspannung z.B. $\pm 3\%$ (VS),
- die Eigenerwärmung der elektrischen Maschinen und Umgebungstemperatur (ϑ),
- die Alterung von Bauelementen (t).

Die Einflüsse dieser Änderungen sind ebenfalls minimal. Aufgrund der Betrachtung in Kap. 8.2 verbleiben also:

als Fehlerursache: Änderung der Versorgungsspannung, Belastung und Temperatur,

als Fehlerorte: Sollwertgeber, Soll-Ist-Vergleich, Regelverstärker, Istwertgeber.

Um zu einem realistischen Vergleich zu gelangen, werden in der Praxis übliche Änderungen zugrunde gelegt:

Änderung der Versorgungsspannung	um	5 %	bzw.	±10 %
Belastungsänderung	um	50 %	bzw.	±20 % ... ± 80 %
Temperaturänderung	um	10 °C	bzw.	±10 %

Der Einfluß der Differenzbildung x_d des Reglers soll exemplarisch am Beispiel einer Drehzahlregelung mit analogem Operationsverstärker dargestellt werden.

8.3.1.1 Fehler des Operationsverstärkers

Der Drehzahlregler kann ein integrierter Operationsverstärker sein, der als Differenzverstärker geschaltet ist. Gegenüber dem als ideal definierten Operationsverstärker besitzt der reale Operationsverstärker eine Reihe von Fehlern. Für die üblichen Anwendungsfälle können die Auswirkungen dieser Fehler vernachlässigt werden. Die bei höheren Anforderungen zu berücksichtigenden wichtigsten Fehler werden im folgenden betrachtet.

In Tabelle 8.1 sind die wichtigsten Daten eines üblichen Operationsverstärkers angegeben.

Tabelle 8.1: *Daten eines integrierten Operationsverstärkers (LM 301 A)*

Versorgungsspannung	±15	V	
Stromaufnahme	3	mA	max
Nennausgangsspannung	±10	V	
Nennausgangsstrom	5	mA	
Eingangswiderstand	0,5	MΩ	min
Offsetspannung	7,5	mV	max
Offsetstrom	50	μA	max
Temperaturdrift Offsetspannung	30	$\frac{\mu V}{^\circ C}$	max
Spannungsverstärkung	15000		min
Gleichtaktunterdrückung	70	dB	min

Offset und Drift sind statische Fehler, die durch Ungleichmäßigkeiten der Eingangstransistoren bedingt sind. Die Werte sind auf den Eingang des Verstärkers bezogen. Infolge ihrer Abhängigkeit vom Abschlußwiderstand der Eingänge gegen Null wird nach Spannungs- und Strom-Offset bzw. -Drift unterschieden.

Die Ausgangsspannungen von realen unbeschalteten Verstärkern sind bei 0 V Eingangsspannung nicht Null. Man nennt die Eingangsspannung, die notwendig ist, um die Ausgangsspannung zu Null zu machen, *Offset-Spannung*.

Auch bei einem Eingangssignal Null fließen die *Eingangs-Ruheströme* in die Eingänge des Verstärkers. Sind die Ersatzquellenwiderstände der beiden Eingänge unterschiedlich, kann durch die Ruheströme bereits eine Fehlspannung am Eingang entstehen.

Der Unterschied zwischen den Ruheströmen selbst wird *Offset-Strom* genannt. Er ruft durch einen Spannungsabfall über dem Bewertungswiderstand R_1 (Abb. 8.7) einen Fehler hervor, der sich zu der Offset-Spannung addiert. Dieser Fehler steigt proportional mit dem Bewertungswiderstand. Für hochohmige Schaltungen müssen daher Verstärker mit niedrigem Offset-Strom eingesetzt werden. Offset-Fehler können als konstante Fehler in die Schaltung mit eingeeicht werden oder durch auf den Eingang geschaltete Zusatzwerte kompensiert werden (Offsetkompensation). Nicht kompensiert werden können die durch Änderung der Offsets infolge Temperatur- und Versorgungsspannungsschwankungen bzw. Alterung hervorgerufenen Fehler. Diese Fehler werden als Driftfehler bezeichnet.

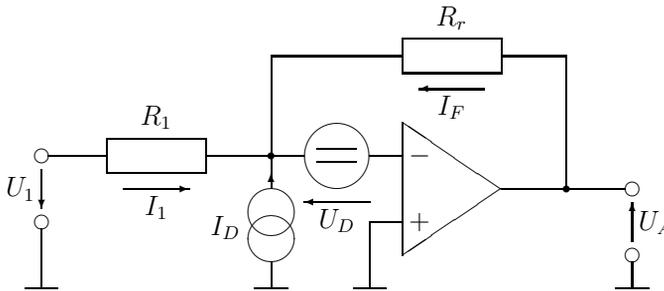


Abb. 8.7: Ersatzschaltbild eines driftbehafteten Verstärkers

Für einen realen driftbehafteten Verstärker läßt sich das in Abb. 8.7 dargestellte Ersatzschaltbild angeben [73]. Der Driftstrom wird im Summierungspunkt eingespeist, die Driftspannung addiert sich zur Differenzeingangsspannung. Die Eingangsspannung U_1 wird damit um die Fehlerspannung U_F verfälscht:

$$U_F = U_D \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_r} + I_D \cdot R_1 \quad (8.17)$$

Der durch die Stromdrift hervorgerufene Fehleranteil steigt proportional mit dem Eingangswiderstand. Damit ist bei vorgegebenem zulässigem Fehler der maximale Eingangswiderstand begrenzt. Der minimal mögliche Eingangswiderstand wird durch die Leistungsfähigkeit der Eingangsspannungsquelle bzw. des Verstärkerausganges und bei Integratorschaltungen durch die Kondensatorgröße vorgegeben. Einen guten Kompromiß stellt der Wert von R_1 dar, bei dem U_D und $I_D \cdot R_1$ etwa gleich sind. Bei einem Signalpegel von $10V$ und den üblichen integrierten Verstärkern liegt dieser Wert zwischen $10k\Omega$ und $100k\Omega$, womit sich für die zu wählenden Vergleichsströme in Summier- und Reglerschaltungen der Bereich von $i_1 = 1mA \dots 0,1mA$ ergibt. Bezogen auf das Sollwertniveau $U_{soll} = 10V$ beträgt der durch den Temperatureinfluß ($\pm 10^\circ C$) des Operationsverstärkers hervorgerufene Fehler auf die Nenndrehzahl bezogen rund $0,02\%$.

Die ebenfalls temperaturabhängigen Eingangswiderstände mit einem Temperaturkoeffizienten $T_K = 25 \cdot 10^{-6} 1/^\circ C$ bei Metallschichtwiderständen (Soll-

Istwert-Vergleichsstelle) bringen einen weiteren Fehler der Größenordnung $(0,02 \dots 0,1\%) n_N$.

Die bei Netzspannungsänderungen von $\pm 10\% U_N$ im Verstärker entstehenden Fehler sind auf die Nenndrehzahl bezogen vernachlässigbar gering.

8.3.1.2 Laständerungen

Der Einfluß der Laständerung auf die Drehzahl soll am Beispiel von Abb. 8.8 erläutert werden.

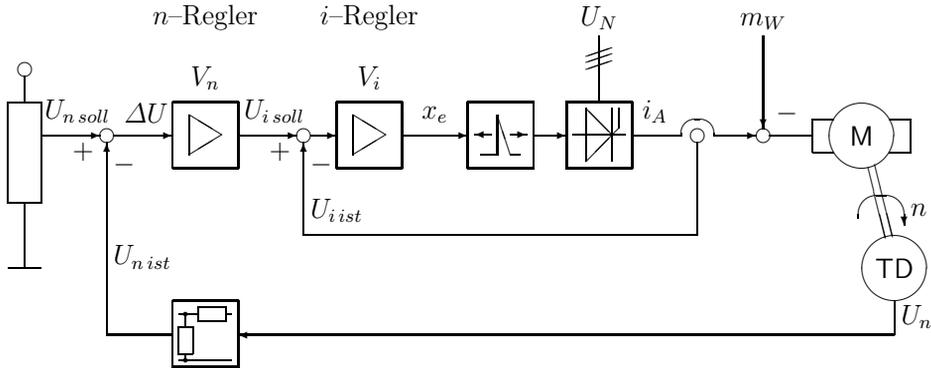


Abb. 8.8: Einfluß der Laständerung auf die Drehzahl

Das Drehmoment einer fremderregten Gleichstrommaschine mit konstantem Feld ist proportional zum Ankerstrom:

$$m_M \sim i_A \quad \text{bei } \psi = \text{const.} \tag{8.18}$$

Bei der Drehzahlregelung mit unterlagertem Stromregelkreis ist der Ankerstrom wiederum proportional der Stromsollwertspannung $U_{i\text{ soll}}$.

Damit läßt sich mit dem Index N zur Kennzeichnung von Nenngrößen schreiben:

$$U_{i\text{ soll}} = m_M \cdot U_{i\text{ soll}N} = M_M \cdot U_{iN} \quad \text{mit } U_{iN} = \frac{U_{i\text{ soll}N}}{M_N} \tag{8.19}$$

Eine Laständerung Δm_M erfordert eine Änderung der Stromsollwertspannung um:

$$\Delta U_{i\text{ soll}} = \Delta m_M \cdot U_{i\text{ soll}N} = \Delta M_M \cdot U_{iN} \tag{8.20}$$

Die Stromsollwertspannung $U_{i\text{ soll}}$ ist die Ausgangsspannung des Drehzahlreglers. Bei einer statischen Verstärkung V_n des Reglers beträgt die n -Regler-Eingangsspannung ΔU :

$$\Delta U = U_{n\text{ soll}} - U_{n\text{ ist}} = \frac{\Delta U_{i\text{ soll}}}{V_n} \tag{8.21}$$

Die schaltungstechnische Realisierung der Differenzbildung soll hier so ausgeführt sein, daß im Nennpunkt $U_{n\text{ soll } N} = U_{n\text{ ist } N}$ gilt. Für konstante Sollwertspannung $U_{n\text{ soll}}$, und somit $\Delta U = \Delta U_{n\text{ ist}}$, gilt für die Drehzahlabweichung:

$$\Delta N \sim \Delta U_n = \Delta U_{n\text{ ist}} \frac{U_{nN}}{U_{n\text{ soll } N}} = \Delta U \frac{U_{nN}}{U_{n\text{ soll } N}} \tag{8.22}$$

Weiter läßt sich schreiben:

$$\Delta n = \frac{\Delta N}{N_N} = \frac{\Delta U_n}{U_{nN}} = \frac{\Delta U_{n\text{ ist}}}{U_{n\text{ soll } N}} \tag{8.23}$$

Durch Einsetzen von Gl. (8.19) bis (8.23) erhält man Gl. (8.24). Diese Gleichung zeigt die relative Drehzahlabweichung Δn bei Einwirkung einer relativen Laständerung Δm_M :

$$\Delta n = \frac{\Delta N}{N_N} = \frac{1}{V_n} \cdot \Delta m_M \cdot \frac{U_{i\text{ soll } N}}{U_{n\text{ soll } N}} \tag{8.24}$$

Die Drehzahlabweichung ist umso kleiner, je größer die Verstärkung des Drehzahlverstärkers V_n und je höher die Stromsollwertspannung im Nennpunkt ist. V_n ist dabei die Gleichsignalverstärkung des Reglers, die bei einem PI-Regler von dem verwendeten Operationsverstärker bestimmt wird, bei einem P-Regler von der Reglerverstärkung V_{Rn} . Bei Einsatz eines PI-Reglers mit einem $V_n \approx 10^4$, 50 % Laständerung und 10 V Sollwertniveau liegt der relative Drehzahlfehler bei $\approx 0,005\%$.

8.3.1.3 Sollwertgeber

Spannungsänderungen der Sollwertspannungsquelle infolge von Netzspannungseinbrüchen und Temperaturänderungen gehen als nichtausregelbare Fehler in die Genauigkeitsbetrachtung ein.

Je nach elektronischem Aufwand (stabilisiert, geregelt oder temperaturkompensiert) liegen die Genauigkeiten industrieller Spannungsquellen bei:

		Spannungsquelle		
		stabilisiert	geregelt	hochgenau
Netzspannungsänderung	$\pm 10\% U_N$	$\pm 0,5 \dots 1,0\%$	0,01 %	0,001 %
Temperaturänderung	$\pm 10^\circ C$	$\pm 1,0 \dots 1,5\%$	0,10 %	0,020 %

8.3.1.4 Tachogenerator

Im stationären Betrieb treten im Tachogenerator nur temperaturbedingte Fehler auf, die nicht ausregelbar sind. Der Temperaturkoeffizient β_K gibt die Änderung der Generatorspannung ΔU_T bei konstanter Drehzahl n in Abhängigkeit der Temperaturänderung $\Delta\vartheta$ an. In Listen wird der Temperaturkoeffizient stets als mittlerer Wert angegeben, wogegen die Kurven $\Delta U_T = f(\Delta\vartheta)$ nichtlinear sind. Abbildung 8.9 zeigt typische temperaturbedingte Fehlerkurven.

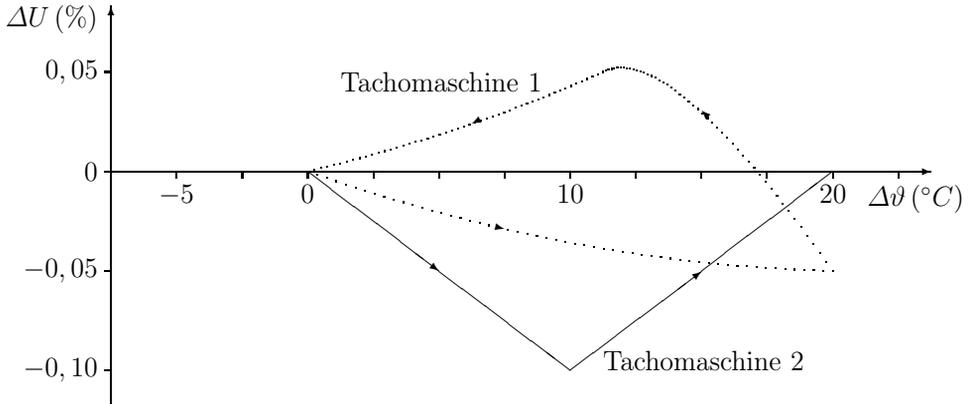


Abb. 8.9: Fehlerkurven von Tachogeneratoren

Tachogeneratoren werden temperaturkompensiert (Magnet + Wicklung) oder nichttemperaturkompensiert gefertigt. Im folgenden sind typische Werte der Temperatureinflüsse bei Tachogeneratoren aufgeführt.

	einfache Ausführung	technisch hochwertige Ausführung	
	nichttemp.- kompensiert	nichttemp.- kompensiert	temperatur- kompensiert
Gleichstrom- Tachogenerator	0,5 %	0,2 ... 0,3 %	0,05 %
Drehstrom- Tachogenerator	–	0,3 %	0,05 %
Mittelfrequenz- Drehstrom- Tachogenerator	–	–	0,015 %

Die Angaben gelten für eine Temperaturänderung von $|\Delta\vartheta| = 10^\circ\text{C}$ und beziehen sich auf die Generator-Nennspannung.

8.3.1.5 Istwertteiler

Zur Signalverarbeitung in der Regelung muß die hohe Tachogenerator-Spannung auf den Normpegel 10 V heruntergeteilt werden. Dieser Teiler ist in seinem Teilverhältnis ebenfalls temperaturabhängig. Der Fehler liegt, bezogen auf eine Temperaturänderung von 10°C , je nach Wahl der Teilerwiderstände zwischen 0,01% ($T_K = 5 \cdot 10^{-6} \text{ } 1^\circ\text{C}$) und 0,1% ($T_K = 25 \cdot 10^{-6} \text{ } 1^\circ\text{C}$).

8.4 Erreichbare Genauigkeit analog drehzahl geregelter Antriebe

In Abb. 8.10 sind die wichtigsten Störgrößen und deren Angriffspunkte in einem Drehzahlregelkreis aufgeführt.

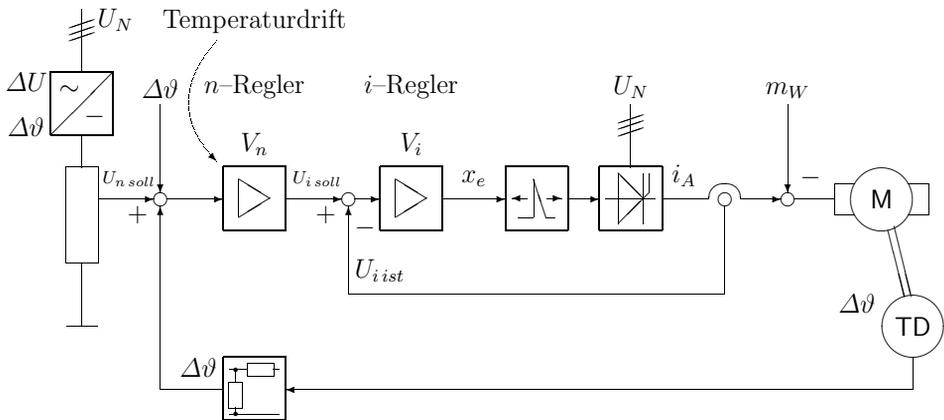


Abb. 8.10: Störgrößen und deren Angriffspunkte

Tabelle 8.2 gibt einen Überblick über die, je nach Aufwand zu erreichende analoge Drehzahlgenauigkeit. Als Ergebnis erhält man:

- einfachste Ausführung: Fehler $\pm 1,3\% N_N$
- erhöhter Aufwand: Fehler $\pm 0,09\% N_N$

Im einzelnen gilt:

- Der Sollwertgeber ist als hochstabilisierter Regelkreis angenommen (Konstantspannungsquelle).
- Beim Soll-Ist-Vergleich ist der mögliche Unterschied im Temperaturgang der Eingangswiderstände (Metallschichtwiderstände) maßgebend für den Fehler.

Tabelle 8.2: *Statische Änderung der Regelgröße (in Promille vom Maximalwert)*

Störgrößen	Sollwert- geber	Soll-Ist- Vergleich	Regel- verstärker	Tachometer		Istwert- teiler
				einfach	temp. komp.	
Laständerung 50%	—	—	0,01	—	—	—
Temperaturänderung 10°C	$0,3 \frac{n}{n_{\max}}$	$0,2 \frac{n}{n_{\max}}$	0,11	$2,0 \frac{n}{n_{\max}}$	$0,15 \frac{n}{n_{\max}}$	$0,25 \frac{n}{n_{\max}}$
Versorgungsspannung 5%	$0,001 \frac{n}{n_{\max}}$	—	0,0003	—	—	—
Summe	$0,301 \frac{n}{n_{\max}}$	$0,2 \frac{n}{n_{\max}}$	0,1203	$2,0 \frac{n}{n_{\max}}$	$0,15 \frac{n}{n_{\max}}$	$0,25 \frac{n}{n_{\max}}$
Verbleibende Regelabweichung bei gleichzeitiger Einwirkung aller Störgrößen		bezogen auf den Maximalwert n_{\max}		bezogen auf den jeweiligen Drehzahlwert n		
Einfache Tachomaschine		$(2,75 \cdot \frac{n}{n_{\max}} + 0,12)$		$(2,75 + 0,12 \frac{n}{n_{\max}})$		
temperaturkompensierte Tachomaschine		$(0,9 \cdot \frac{n}{n_{\max}} + 0,12)$		$(0,9 + 0,12 \frac{n}{n_{\max}})$		

- Die einfache Tachomaschine (Wechselspannungstachometer mit nachgeschaltetem Gleichrichter) bewirkt die größte statische Änderung der Regelgröße. Es sind deshalb die Daten bei Verwendung einer temperaturkompensierten Tachomaschine (Gleichstrom) beigelegt.
- Die Ausgangsspannung der Tachomaschine muß noch auf die genormte Reglerspannung $\pm 10\text{ V}$ herunterskaliert (Pegelanpassung) werden. Dazu wird ein Spannungsteiler verwendet. Hier sind ebenfalls nur die Unterschiede in den Temperatürgängen (T_K -Werten) der verwendeten Widerstände maßgebend für den Fehler.

Insgesamt zeigt die Tabelle, daß die größten statisch bleibenden Änderungen der Regelgröße durch Temperaturänderungen entstehen.

Außerdem ändern sich beinahe alle Fehler proportional mit dem Drehzahlwert (siehe Abb. 8.11). Der prozentuale Fehler bezogen auf den jeweiligen Istwert ist dabei konstant (siehe Abb. 8.12). Lediglich der Fehler des Regelverstärkers ist unabhängig vom Drehzahlwert. Dieser Fehler macht sich deshalb bei Drehzahlen nahe Null relativ stark bemerkbar, während er bei hohen Drehzahlen eher zu vernachlässigen ist.

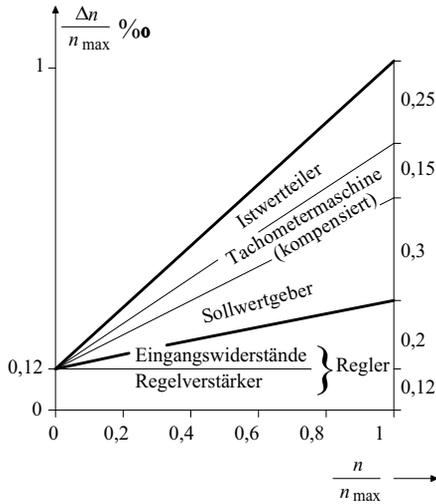


Abb. 8.11: Regelabweichung Δn , bezogen auf den Maximalwert n_{\max}

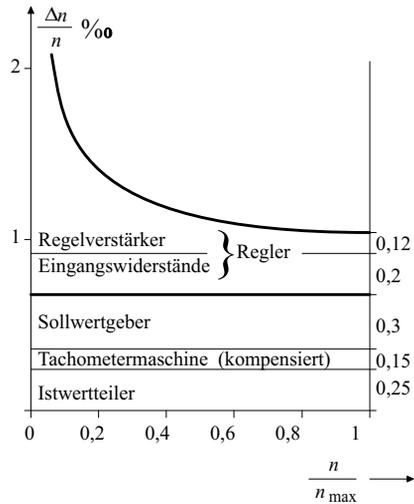


Abb. 8.12: Regelabweichung Δn , bezogen auf die jeweilige Drehzahl n

8.5 Fehler in Systemen mit digitaler Erfassung von Position und Drehzahl

8.5.1 Digitale Positionsmessung

Die vorangehenden Abschnitte haben gezeigt, daß zur Verringerung von Fehlerinflüssen die Betrachtung der Istwertgeber und Istwertteiler entscheidend ist. Die Genauigkeit der Regelung hängt in erster Linie von der Genauigkeit der Istwert erfassung ab.

Da die meisten der heute aufgebauten Regelsysteme digital arbeiten, werden zur Positions- oder Winkelmessung ebenfalls Geber benutzt, die ein digitales Ausgangssignal zur Verfügung stellen. Bei entsprechender Auslegung der signalverarbeitenden Schaltungen wird die erreichbare Genauigkeit hier durch die Quantisierung der Digitalwerte begrenzt.

Allgemein wird die Genauigkeit dieser Geräte im Prinzip durch die gewählte digitale Auflösung bestimmt. Das heißt, Werte kleiner als 1 Bit werden nicht mehr erfasst. Bei einer Auflösung von 12 Bit ist der Fehler $\Delta x/x_{\max} < 0,025 \%$ und bei 16 Bit entsprechend $< 0,0015 \%$. Die tatsächliche Abweichung ist in der Praxis niedriger, wenn sich durch den ständigen Wechsel des letzten Bits statistisch ein Mittelwert einstellen kann, der dem tatsächlich geforderten Wert mehr entspricht.

Eine hohe digitale Auflösung stößt dort an ihre Grenzen, wo die Verzögerungszeit T_σ des Gerätes zu groß wird (Verarbeitungsfrequenz des Wandlers f_a):

$$T_\sigma = \frac{x_{\max}}{\Delta x} \cdot \frac{1}{f_a} \quad (8.25)$$

Wird in einem elektrischen Antriebssystem der Drehwinkel einer Welle mittels eines Inkrementalgebers erfasst, so stellt dieser innerhalb einer Umdrehung maximal Z Inkremente zur Verfügung (z.B. Strichzahl bei einem optischen Geber). Der maximale Fehler bei der Erfassung des Wellenwinkels beträgt somit:

$$\Delta\theta_{\max} = \frac{2\pi}{Z} \quad (8.26)$$

8.5.2 Digitale Drehzahlerfassung

Bei digitalen Systemen wird die Drehzahl häufig nicht direkt gemessen, sondern aus den Signalen eines digitalen Winkelgebers berechnet. Hier bestehen im wesentlichen 2 Möglichkeiten:

1. Zählen der Inkremente, um die sich der gemessene Winkel innerhalb einer *festen Meßzeit* T_{mess} verändert,
2. oder Bestimmung der *Zeit*, innerhalb derer sich der Winkel um eine *festgelegte Anzahl* M von Inkrementen verändert.

Verfahren 1:

Die wirkliche Drehzahl errechnet sich bei einer Verdrehung um θ innerhalb der Zeit T_{mess} zu:

$$\omega = \frac{\theta}{T_{\text{mess}}} \quad (8.27)$$

Der gemessene Winkel θ_{gem} kann aber nur bis auf $\Delta\theta_{\max}$ genau bestimmt werden. Für die gemessene Drehzahl gilt also:

$$\omega_{\text{gem}} = \frac{\theta_{\text{gem}}}{T_{\text{mess}}} = \frac{\theta \pm \Delta\theta_{\max}}{T_{\text{mess}}} = \omega \pm \frac{\Delta\theta_{\max}}{T_{\text{mess}}} \quad (8.28)$$

Der Drehzahlfehler $\Delta\omega = \pm \Delta\theta_{\max}/T_{\text{mess}}$ kann also durch einen hochauflösenden Geber (kleines $\Delta\theta_{\max}$) oder durch eine *Vergrößerung* der Meßzeit T_{mess} verringert werden. Ein hochauflösender Geber ist kostenaufwendig, eine Vergrößerung der Meßzeit wirkt sich als zusätzliche Totzeit im Rückführkanal aus und verschlechtert das dynamische Verhalten des Regelkreises.

Wird z.B. ein Geber mit 4096 Marken pro Umdrehung eingesetzt, so kann der Drehzahlfehler bei einer Meßzeit von 1 ms bis zu

$$\Delta\omega = \pm \frac{2\pi}{4096} \frac{1}{\text{ms}} \quad \text{bzw.} \quad \Delta N = \frac{\Delta\omega}{2\pi} = \pm 14,65 \frac{1}{\text{min}} \quad (8.29)$$

betragen, was bei niedrigen Drehzahlen erhebliche Probleme bereitet.

Verfahren 2:

Bei der zweiten Möglichkeit wird die Zeit gemessen, die vergeht, bis sich der Winkel um eine festgelegte Anzahl von M Inkrementen verändert hat. Hier entstehen Fehler dadurch, dass in einem digitalen System auch die gemessene Zeit T_{gem} wegen der Quantisierung nur bis auf den Wert Δt_q genau bestimmt werden kann.

Während die wirkliche Drehzahl

$$\omega = \frac{\theta}{T_{gem}} = \frac{M \cdot \Delta\theta_{max}}{T_{gem}} \quad (8.30)$$

beträgt, wird die „gemessene“ Drehzahl ungünstigstenfalls berechnet zu:

$$\omega_{mess} = \frac{M \cdot \Delta\theta_{max}}{T_{gem} - \Delta t_q} \quad (8.31)$$

Der entstehende Fehler $\Delta\omega$ beträgt dann:

$$\Delta\omega = |\omega - \omega_{mess}| = |\omega| \frac{\Delta t_q}{|T_{gem} - \Delta t_q|} \quad (8.32)$$

Wird die Zeit T_{gem} noch durch ω ausgedrückt, so ergibt sich:

$$\Delta\omega = \frac{|\omega|}{\left| \frac{M \cdot \Delta\theta_{max}}{\omega \cdot \Delta t_q} - 1 \right|} \quad (8.33)$$

Aus Gl. (8.33) ist ersichtlich, daß dieses Verfahren insbesondere im Bereich kleiner Drehzahlen mit geringen Fehlern behaftet ist.

Beim Einsatz in digitalen Regelsystemen kommt als Anwendungsbedingung allerdings hinzu, daß der Meßwert der Drehzahl bis zum nächsten Abtastschritt zur Verfügung stehen muß. Die Zeit T_{gem} darf also die Abtastzeit T nicht überschreiten, weshalb Drehzahlen unterhalb der Schranke ω_{min}

$$\omega_{min} = \frac{M \cdot \Delta\theta_{max}}{T} \quad (8.34)$$

mit anderen Verfahren verarbeitet werden müssen. Die Verläufe der maximalen Absolutfehler beider Verfahren sind in Abb. 8.13 dargestellt.

Für Drehzahlen oberhalb des Schnittpunktes der Kurven liefert Verfahren 1 mit konstanter Meßzeit die bessere Genauigkeit, darunter ist Verfahren 2 mit konstanter Anzahl von Inkrementen vorzuziehen. Wegen der beschränkten Meßzeit kann Verfahren 2 allerdings nur bis zur Grenze ω_{min} angewandt werden. Dem gezeigten Beispiel liegt ein Geber mit 4096 Marken pro Umdrehung zugrunde. Die Meßzeit für Verfahren 1 betrage 1 ms, ebenso die maximal in Verfahren 2 erlaubte Zeit. Für Verfahren 2 wurde $M = 1$ angenommen (d.h. die Messung der Zeit für ein Inkrement), die zeitliche Auflösung soll $\Delta t_q = 200$ ns betragen.

8.6 Geber

8.6.1 Strommessung

Die potentialgetrennte Erfassung von *Gleich- und Wechselströmen* ist durch Messung ihres Magnetfeldes, z.B. mittels Hall-Sensoren möglich. Nach diesem Prinzip arbeiten auch die sogenannten *Kompensationsstromwandler*, welche inzwischen eine gewisse Verbreitung gefunden haben. Der Aufbau eines solchen Wandlers ist in Abb. 8.14 skizziert.

Im Luftspalt eines Ferritkerns ist ein Hall-Plättchen eingebaut, welches vom Strom I_H quer zum Magnetfeld durchflossen wird. Der Ferritkern trägt eine Meßwicklung mit hoher Windungszahl w_S . Als Primärwicklung w_P dient der Leiter des zu messenden Stroms, der einmal oder mehrmals durch den Kern geführt ist. Den Strom I_S durch die Meßwicklung liefert ein Operationsverstärker, an dessen Eingang die Hall-Spannung des Sensors liegt. Der Verstärker ist also durch den Sensor und die Meßwicklung in eine Gegenkopplungsschleife eingebettet. Dadurch stellt sich bei idealem Verstärker derjenige Strom I_S ein, für den die Hall-Spannung zu Null wird. Dies ist der Fall, wenn die durch I_P und I_S erzeugten Teildurchflutungen entgegengesetzt gleich groß sind. Abhängig von Windungsverhältnis gilt dann

$$I_S = \frac{w_P}{w_S} I_P \tag{8.35}$$

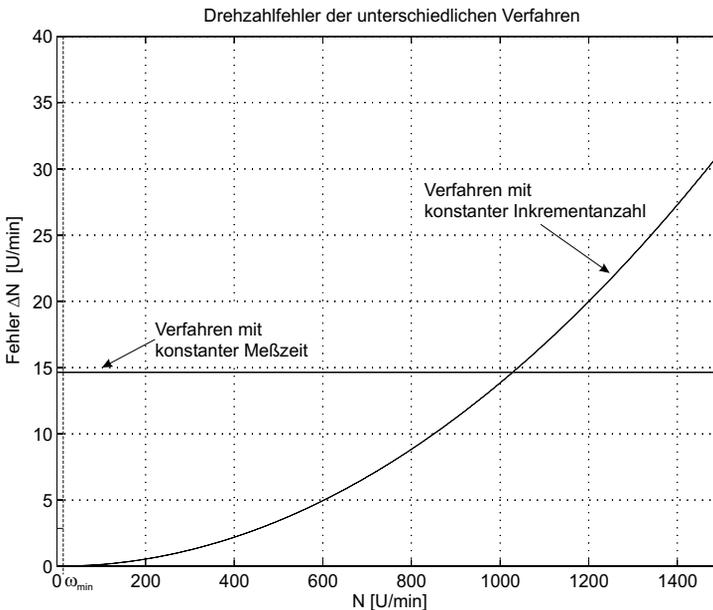


Abb. 8.13: Vergleich der maximalen Drehzahlfehler bei den zwei vorgestellten Verfahren ($Z = 4096$ Inkremente/Umdrehung)

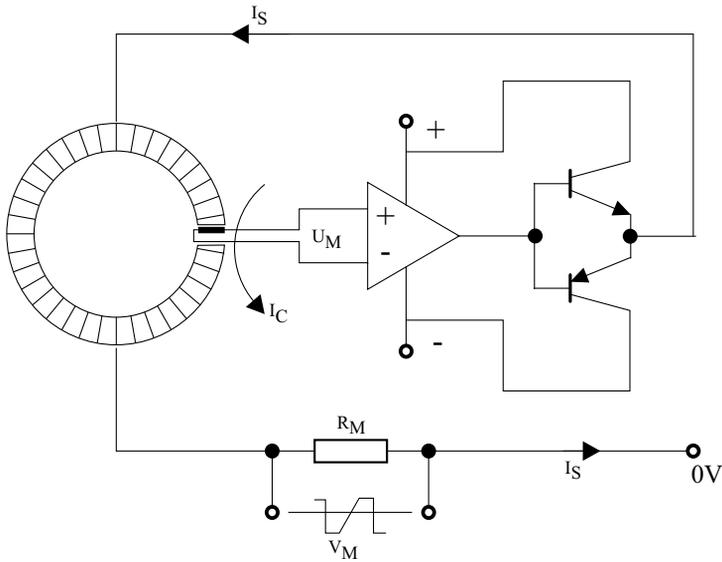


Abb. 8.14: Prinzipieller Aufbau eines Kompensationsstromwandlers

Am Bürdenwiderstand R_M kann die entsprechende Meßspannung abgegriffen werden.

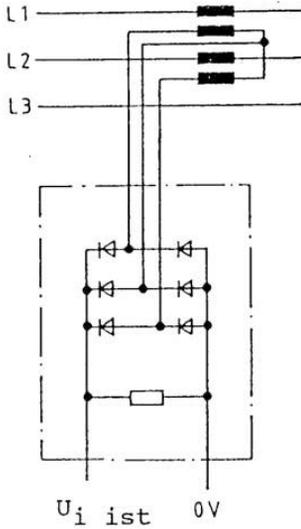
Bei der Messung zeitveränderlicher Ströme überlagert sich im Kompensationswandler der transformatorisch erzeugte Strom (Hochpaßcharakter) mit dem Kompensationsstrom (Tiefpaßcharakter). Durch die Abstimmung der beiden Effekte sind Messungen im Frequenzbereich von 0 Hz bis zu ca. 100 kHz möglich. Nenndaten und Genauigkeit eines ausgewählten Typs sind in Tabelle 8.3 dargestellt.

Tabelle 8.3: Daten des Wandlers LEM LA-125-SP3

Nennstrom primär	125 A
Maximalstrom primär	200 A
Versorgungsspannung	± 15 V
$R_{M,max}$	34 Ω
Übersetzungsverhältnis	1:1000
Frequenzbereich	0 (DC) ... 100 kHz
Genauigkeit bei Nennstrom	0,6 %
Offsetstrom	$\pm 0,4$ mA
maximale Offsetdrift	$\pm 0,6$ mA

Zur Erfassung von *Wechselströmen* werden Wechselstromwandler eingesetzt. Der Wechselstromwandler besteht aus einem Transformator mit nachgeschaltetem Gleichrichter.

Zur Erfassung von *Gleichströmen* gibt es verschiedene Konzepte. Nach dem Prinzip des stromsteuernden *Magnetverstärkers* (Krämer-Wandler) wird einer



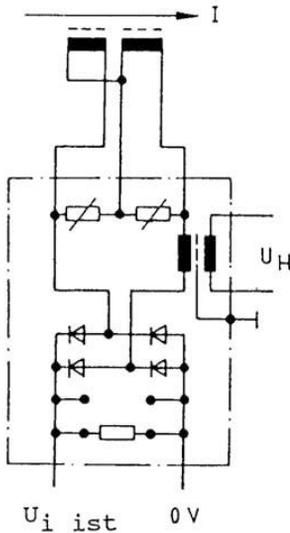
Die üblichen Fehlerklassen bei Wechselstromwandlern sind:

0, 1%, 0, 2%, 0, 5%, 1%, 3%, 5%

vom Wandlernennstrom (einschließlich Linearitätsfehler).

Der Wandler hat praktisch keine Verzögerungszeit. Zur Glättung der Oberschwingungen wird jedoch häufig eine Istwertglättung von 1 ... 2 ms vorgesehen (bei 50 Hz und Drehstrombrücke), d.h. $T_\sigma = 1 \dots 2 \text{ ms}$.

Abb. 8.15: Wechselstromwandler mit nachgeschalteter Gleichrichtung



Durch den Gleichstrom werden die Wicklungskerne so vormagnetisiert, daß die Hilfswechselspannung einen Reststrom erzeugt. Dieser Reststrom wird gleichgerichtet und steht dann als Meßwert zur Verfügung.

Der Fehler (Konstanz) dieser Meßgeber liegt bei ca. 0,7% vom Maximalwert, in Abhängigkeit von Änderungen der Versorgungsspannung $-15\% / +10\%$ und der Temperatur von 10°C .

Die Verzögerungszeit dieser Geräte liegt bei $T_\sigma \approx 5 \dots 10 \text{ ms}$.

Linearitätsfehler: 0,5% vom Maximalwert.

Abb. 8.16: Krämer-Wandler (Gleichstromwandler)

Hilfswechselspannung der Gleichstrom gegensinnig in Reihe eingekoppelt. Die Wicklungskerne sind dabei so ausgelegt, daß sie die Spannungszeitfläche der Hilfswechselspannung U_H (bei Gleichstrom Null) gerade noch aufnehmen können. Es fließt dann praktisch kein Strom im Hilfskreis.

Eine vorzeichenrichtige Abbildung des Gleichstroms erfolgt über einen *Shunt* mit anschließendem Chopperwandler und Meßverstärker. Die Konstanz dieser

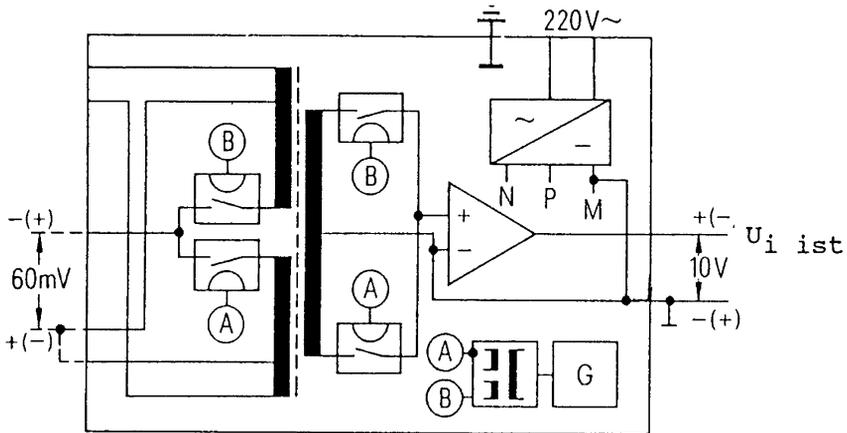


Abb. 8.17: Shuntwandler (Gleichstromwandler)

Meßgeber liegt bei ca. 0,2 ... 0,3% vom Maximalwert, in Abhängigkeit von Änderungen der Versorgungsspannung um -15% / $+10\%$ vom Maximalwert. Die Verzögerungszeit beträgt etwa 0,2 ms. Dazu kommt noch eine Istwertglättung von 1 ... 2 ms für die Glättung der Oberschwingungen, d.h. $T_{\sigma} \approx 1 \dots 2$ ms.

8.6.2 Spannungsmessung

Die Erfassung von Wechselspannungen erfolgt nach dem gleichen Prinzip wie beim Wechselstrom. Die Betrachtungen über Fehler und Verzögerungszeit gelten entsprechend.

Gleichspannungen werden über einen Spannungsteiler mit anschließendem Trennwandler (Chopperwandler) erfasst.

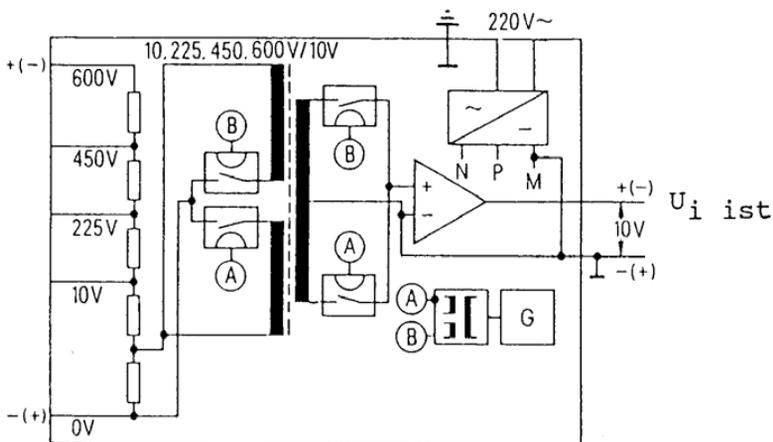


Abb. 8.18: Gleichspannungswandler

Die Konstanz dieser Geräte liegt bei ca. $0,2 \dots 0,3\%$ bei Änderung der Temperatur um 10°C und den üblichen Änderungen der Versorgungsspannung ($-15\% / +10\%$). Der Linearitätsfehler beträgt etwa $0,1\%$ vom Maximalwert, die Verzögerungszeit etwa $0,3 \text{ ms}$. Maßgebend für das Zeitverhalten ist die Glättungszeit für die Oberschwingungen der zu erfassenden Gleichspannung, d.h. $T_\sigma \approx 1 \dots 2 \text{ ms}$ (bei 50 Hz und Drehstrombrücke).

Aufgrund des Preisverfalls bei integrierten Schaltkreisen bietet es sich an, anstelle von Chopperwandler und Meßverstärker einen Spannungsfrequenz-Umsetzer zu verwenden. Zum einen ist diese Lösung kostengünstiger, zum anderen ist die Übertragung von Frequenzen über lange Leitungen weit weniger störanfällig als bei Spannungen. Zur Weiterverarbeitung wird ein Frequenzspannungs-Umsetzer nachgeschaltet. Bei digitalen Regeleinrichtungen kann darauf verzichtet werden. Dort wird die Frequenz selbst als Eingangsgröße verwendet. In beiden Fällen kann die Konstanz und die Linearität der Istwerterfassung verbessert werden. Zu beachten sind allerdings die Fehlereinflüsse, die bei der digitalen Drehzahlerfassung (Kap. 8.5.2) diskutiert wurden.

8.6.3 Gegenüberstellung von Drehzahl- und Positionsgebern

Prof. R. Kennel, München

8.6.3.1 Drehzahlregelung

Der Hauptfehler bei den analogen Tachometermaschinen zur Drehzahlerfassung entsteht durch Temperaturschwankungen. Erhöhungen der Temperatur bewirken eine Verminderung des magnetischen Flusses im Eisen und eine Erhöhung des Innenwiderstandes der Wicklung. Durch einen temperaturabhängigen magnetischen Nebenfluß kann der resultierende magnetische Fluß der Tachometermaschine weitgehend konstant gehalten werden. Wird etwas überkompensiert, so ist auch die Veränderung des Wicklungswiderstandes, zumindest für einen Belastungszustand ausgleichbar.

Es scheint zunächst einmal widersinnig zu sein, in bürstenlosen elektrischen Antrieben bürstenbehaftete Tachogeneratoren einzusetzen. Zunächst wurden in diesen Antrieben bürstenlose Tachogeneratoren eingesetzt, die nach dem gleichen Prinzip arbeiten wie Synchronmaschinen mit block- bzw. trapezförmiger induzierter Spannung. Nachdem man sich der Nachteile eines mechanischen Kommutators beim Antriebsmotor entledigt hatte, wollte man nicht die gleichen Nachteile wegen des einen mechanischen Kommutators im Tachogenerator in Kauf nehmen. Dessen Aufgabe übernahm ein elektronischer Gleichrichter, der die induzierte Spannung der jeweils aktiven Phase des bürstenlosen Tachogenerators an den Ausgang schaltete. Die hierfür notwendige Information über die Position des Tachorotors wurde — ähnlich wie beim bürstenlosen Antriebsmotor selbst — von einem magnetischen oder optischen Positionsgeber niedriger Auflösung (= Anzahl der Phasen multipliziert mit der Anzahl der Pole des Tachogenerators) zur Verfügung gestellt (siehe auch Seite 341 sowie Tabelle 8.4). Meist war

dieser Positionsgeber in den für die Stromregelung des Synchron-Antriebsmotors ohnehin notwendigen Positionsgeber integriert.

Um die Anzahl der für den Gleichrichter notwendigen Halbleiterschalter niedrig zu halten, wurde die Phasenzahl von bürstenlosen Tachogeneratoren wesentlich niedriger (meist 2 oder 3) gewählt als bei Rotoren von bürstenbehafteten Tachogeneratoren (meist zwischen 12 und 24). Außerdem erzeugt die Kommutierung durch Halbleiterschalter größere Spannungseinbrüche im Ausgangssignal als die Kommutierung eines mechanischen Kommutators, bei dem die Bürste gleitend von einer Kommutatorlamelle auf die nächste übergeht. Die Welligkeit des Ausgangssignals eines bürstenlosen Tachogenerators weist daher sowohl niedrigere Frequenzen als auch höhere Amplituden auf als bei bürstenbehafteten Tachogeneratoren. Die Kommutierungseigenschaften entstehen regelungstechnisch im Rückkopplungszweig, können daher im geschlossenen Regelkreis nicht kompensiert werden (siehe Kap. 8.2) und müssen deshalb unbedingt minimal gehalten werden. Um zu vermeiden, daß sich diese Welligkeit auf die Regelgüte des Antriebs auswirkt, muß sie mit Filtern kompensiert werden. Diese Filter benötigen bei bürstenlosen Tachogeneratoren eine größere Zeitkonstante und beeinflussen damit die Dynamik des Antriebs negativ.

Die Entwicklung von sogenannten Longlife-Tachogeneratoren, bei denen der Kupfer-Kommutator mit Edelmetallen beschichtet wird (z.B. mit einer Silberspur), führte in Verbindung mit den speziellen Betriebseigenschaften von Tachogeneratoren (relativ niedrige konstante elektrische Belastung) zu Lebensdauern, die im Bereich der Lebensdauer von Kugellagern liegen. Die wesentlichen Nachteile von mechanischen Kommutatoren sind damit weitestgehend reduziert. Da der bürstenbehaftete Tachogenerator geringere Kommutierungseffekte aufweist als ein bürstenloser Tachogenerator (siehe oben) und damit als Drehzahlgeber im geschlossenen Regelkreis besser geeignet ist, werden Longlife-Tachogeneratoren mit mechanischem Kommutator für „bürstenlose“ Servo-Antriebe hoher Regelgüte eingesetzt.

Mit Einführung der digitalen Regelungstechnik für elektrische Antriebe entstand der Bedarf für ein fortschrittliches Meßsystem für Drehzahl bzw. Geschwindigkeit. Die Auflösung von Tachospannungen (< 16 Bit) ist deutlich niedriger als die Verarbeitungsbreite von Mikrorechnern und Signalprozessoren, wie sie heute in elektrischen Antrieben üblicherweise eingesetzt werden (> 32 Bit). Herkömmliche Tachogeneratoren müssen über A/D-Wandler an die digitale Regelung eines Antriebs angeschlossen werden. Selbst bei sehr guter Qualität des Tachogenerators führt dies im Ausgangssignal zu verstärkten Offset- und Drifterscheinungen, da diese Effekte bei A/D-Wandlern deutlich stärker ausgeprägt sind als bei den Tachogeneratoren allein. Wenn darüber hinaus in digital geregelten Antrieben noch die in Kap. 8.3.1.4 angegebenen Drehzahlfehler von 0,2% unterschritten werden sollen, werden zur Drehzahlfassung magnetische oder optische Gebersysteme eingesetzt.

Mit Ausnahme von interferometrischen Gebern, die an einigen Forschungsinstituten untersucht, in industriellen Anwendungen allerdings noch nicht ein-

gesetzt wurden, basieren diese Gebersysteme jedoch alle auf der Erfassung der Position mit anschließender (digitaler) Differenzierung des Positionssignals. Da es sich eigentlich um Positionsgeber handelt, werden die Eigenschaften und Anforderungen an solche Gebersysteme im nachfolgenden Abschnitt beschrieben.

8.6.3.2 Positionsregelung

Die Bahnsteuerung von Servoantrieben setzt eine genaue Bahn- oder Positionsregelung voraus. Die Qualität der Positionsregelung hängt entscheidend von den Eigenschaften des eingesetzten Positions- oder Lagegebers ab, da sich dieser regelungstechnisch im Rückkopplungszweig befindet und dessen Abweichungen daher im geschlossenen Regelkreis nicht kompensiert werden können (siehe Kap. 8.2).

Hinzu kommt, daß moderne — d.h. digital geregelte — Antriebe das Istwertsignal für die Drehzahlregelung ebenfalls aus dem Signal des Positionsgebers ableiten (siehe Kap. 8.6.3.1). Dies bedeutet, daß die Eigenschaften dieses Sensors nicht nur für die Qualität der Positionsregelung, für die er ursprünglich entworfen worden war, sondern ganz entscheidend auch für das Verhalten der Drehzahlregelung maßgebend ist. Für viele Fachleute war dieser Sachverhalt überraschend, denn niemand erwartete bei der Markteinführung digital geregelter Antriebe irgendeinen Nachteil im Vergleich zu Antrieben mit analoger Regelung.

Die Thematik „Geber in Antrieben mit digitaler Regelung“ ist immer noch nicht völlig verstanden. Fachleute unterscheiden oft nicht zwischen Begriffen wie „Genauigkeit“ und „Auflösung“ obwohl diese Begriffe völlig unterschiedliche Eigenschaften beschreiben und nicht untereinander vermischt werden sollten. Hinzu kommen noch Charakteristiken wie „differenzielle Genauigkeit“ und „Gleichförmigkeit“ die beim Einsatz digital geregelter Antriebe eine immer größere Bedeutung haben. Nur wenige Fachveröffentlichungen haben bisher zu einer klaren Vorstellung dieser Begriffe und den Zusammenhängen der entsprechenden Charakteristiken beigetragen (siehe z.B. [319, 320]).

Die folgenden Ausführungen sollen zum Verständnis und zur Klärung des Einflusses beitragen, die ein Positionsgeber auf das Regelungsverhalten eines Servoantriebs hat bzw. haben kann — speziell unter dem Gesichtspunkt von langsamen Bewegungen. Die nachfolgenden Überlegungen beschränken sich auf rotierende Positions- und Lagegeber. Ähnliche Konzepte und Eigenschaften finden sich allerdings auch bei linearen Lagegebern.

Das regelungstechnische Verhalten wird in den meisten Beschreibungen und Datenblättern in Form der sogenannten Auflösung des Gebers angegeben. Mit dieser Angabe allein lassen sich die regelungstechnischen Eigenschaften von Lagegebern allerdings nicht ausreichend beschreiben. Hierzu sind — insbesondere wenn Positionsgeber auch zur Ermittlung eines Drehzahlwertes eingesetzt werden — weitere Daten notwendig: absolute Genauigkeit und differenzielle Genauigkeit.

Die Auflösung eines Gebersystems beschreibt letzten Endes nichts anderes als die Anzahl der verschiedenen Signalwerte, die der Sensor voneinander unterscheiden kann. Die Auflösung eines Positionsgebers gibt demnach an, wie viele unter-

schiedliche Positionen der Geber voneinander unterscheiden kann, die Auflösung eines Drehzahlsensors gibt an, wie viele unterschiedliche Drehzahlen voneinander unterschieden werden können. Im Falle eines Positionsgebers ohne Interpolation (siehe unten) ist die Auflösung r demnach identisch mit der Anzahl n der Pole, Zähne, Striche oder Segmente des Gebers (siehe Gl. (8.36)).

$$r = n \quad (8.36)$$

Die Angabe einer differentiellen Auflösung r' ist sinnlos, da die Anzahl der Pole, Zähne, Striche oder Segmente völlig unabhängig ist von der aktuellen Position des Gebers. Die Ableitung einer Konstanten ist immer gleich 0 und enthält damit keine verwertbare Information (siehe Gl. (8.37)).

$$r' = \frac{dr}{dx} = 0 \quad (8.37)$$

Die absolute Genauigkeit a eines Lagesensors wird beschrieben durch die Differenz zwischen der tatsächlich angezeigten Position $x_{real,i}$ und der idealerweise anzuzeigenden Position $x_{ref,i}$ des zu regelnden Systems. Sie läßt sich durch Gl. (8.38) beschreiben, in der diese Abweichung auf den idealen gleichmäßigen Abstand zwischen zwei unterscheidbaren Positionen bezogen wird.

$$a = \frac{|x_{ref,i} - x_{real,i}|}{\sum_i x_{real,i}/n} = n \cdot \frac{|x_{ref,i} - x_{real,i}|}{\sum_i x_{real,i}} \quad (8.38)$$

Die differentielle Genauigkeit a' eines Lagesensors wird beschrieben durch die Differenz zwischen dem tatsächlichen Abstand zweier benachbarter Positionen $x_{real,i}$ und $x_{real,i-1}$ und dem idealen Abstand zweier benachbarter Positionen (dieser ist identisch zum vollen Umfang $U_m = \sum_i (x_{real,i} - x_{real,i-1})$ einer Umdrehung dividiert durch die Anzahl der Positionen). Gleichung (8.39) bezieht diesen Wert auf den idealen Abstand zweier benachbarter Positionen.

$$a' = \frac{|x_{real,i} - x_{real,i-1} - \sum_i (x_{real,i} - x_{real,i-1})/n|}{\sum_i (x_{real,i} - x_{real,i-1})/n} = \left| n \cdot \frac{x_{real,i} - x_{real,i-1}}{\sum_i (x_{real,i} - x_{real,i-1})} - 1 \right| \quad (8.39)$$

Die Gleichungen (8.36) bis (8.39) lassen sich durch mathematische Umformungen nicht ineinander überführen — es handelt sich also um Größen, die unabhängig voneinander existieren und die unterschiedliche Eigenschaften eines Gebersystems beschreiben. Mathematisch würde man diese beiden Größen als orthogonal bezeichnen — d.h. sie existieren völlig unabhängig voneinander. Eine hohe Auflösung hat nicht automatisch eine hohe absolute oder differentielle Genauigkeit zur Folge — oder umgekehrt. Ein typisches Beispiel für Lagegeber mit sehr niedriger Auflösung (z.B. 18 pro Umdrehung) und hoher absoluter Genauigkeit (z.B. 0,3°) waren die in sogenannten bürstenlosen Gleichstromantrieben (BLDC) eingesetzten Kommutierungsgeber (siehe Kap. 8.6.3.1) — deren Auflösung war identisch mit der Anzahl der Kommutierungsvorgänge,

während die absolute Genauigkeit sehr groß sein mußte, um Drehmomentstöße zu vermeiden (siehe auch Tabelle 8.4). Analoge Tachogeneratoren weisen im Gegensatz hierzu relativ hohe Auflösungen auf (z.B. 16 Bit), während die absolute Genauigkeit des Ausgangssignals relativ niedrig ist (z.B. 3%).

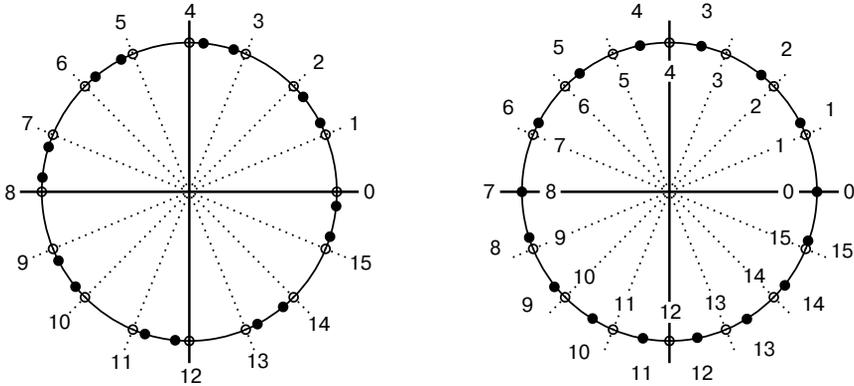


Abb. 8.19: Absolute und differentielle Genauigkeit

In Abb. 8.19 ist die Auswirkung von absoluter und differentieller Genauigkeit anschaulich gegenübergestellt. Das Beispiel zeigt einen Positionsgeber der Auflösung 16, d.h. er kann 16 unterschiedliche Positionen voneinander unterscheiden. Sowohl im linken als auch im rechten Diagramm sind die idealerweise anzuzeigenden Positionen durch weiße Punkte gekennzeichnet, während schwarze Punkte andeuten, wo der jeweilige Geber die aktuelle Position tatsächlich identifiziert.

Im linken Teil von Abb. 8.19 erkennt der Geber die jeweilige Position abwechselnd ein kurzes Stück vor der tatsächlichen Position und dann ein kurzes Stück nach der tatsächlichen Position. Die absolute Genauigkeit des Gebers hält sich hierbei in vertretbarem Rahmen — eine falsche Position wird niemals angezeigt. Die Abstände zwischen den einzelnen Positionen schwanken jedoch sehr stark, was sich verheerend auf die differentielle Genauigkeit des Gebers auswirkt.

Im rechten Teil von Abb. 8.19 sind die Abstände der real identifizierten Positionen in der oberen Hälfte der Umdrehung etwas zu groß, dafür aber Positionen in der unteren Hälfte der Umdrehung etwas zu klein; die Gesamtzahl der realen Positionen stimmt mit der idealen Anzahl überein. Die absolute Genauigkeit dieses Gebers ist schlecht — insbesondere kann nicht garantiert werden, ob überhaupt die richtige Position angezeigt wird. Im Beispiel von Abb. 8.19 wird anstelle der tatsächlichen Position 8 die Position 7 angezeigt. Die differentielle Genauigkeit des Gebers ist jedoch ausgesprochen gut, da die Abstände zwischen den einzelnen Positionen nur minimal schwanken.

Die absolute Genauigkeit eines Positionsgebers ist letzten Endes maßgebend für die absolute Genauigkeit einer Lageregelung, die sich auf Istwerte genau dieses Gebersystems abstützt. Die differentielle Genauigkeit hat im Gegensatz hierzu entscheidenden Einfluß auf die Eigenschaften einer Drehzahlregelung, die ihre Istwerte aus dem betreffenden Positionsgeber differentiell ermittelt.

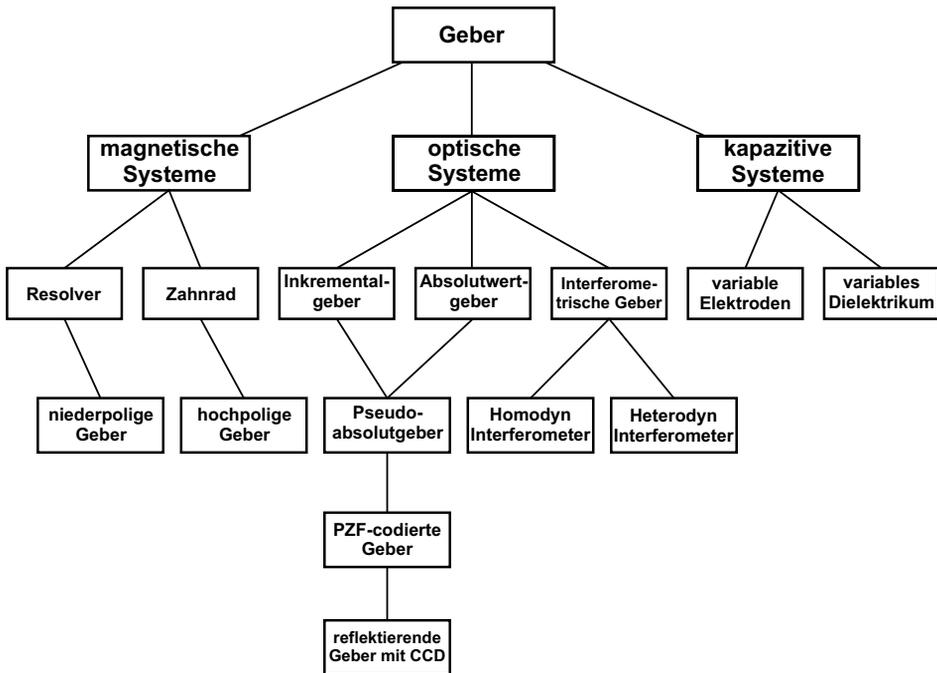


Abb. 8.20: *Physikalische Grundkonzepte für Lagegeber in elektrischen Antrieben*

Leider findet man in Datenblättern regelmäßig nur Angaben über die Auflösung von Drehgebern, sehr selten über deren Genauigkeit (wobei immer die absolute Genauigkeit gemeint ist) und nie über deren differenzielle Genauigkeit. Daher werden nachfolgend die grundsätzlichen Eigenschaften von Drehgebern im Hinblick auf die oben beschriebenen Daten betrachtet.

Es existieren mehrere physikalisch völlig unterschiedliche Prinzipien, auf denen Positionsgeber basieren. Mit Ausnahme der interferometrischen Geber basieren alle in Abb. 8.20 aufgeführten Konzepte auf dem Zählen von Polen oder Zähnen. Jede Bewegung erzeugt im Lagegeber eine bestimmte Anzahl digitaler Impulse, die digital übertragen und von einer Auswertelektronik weiterverarbeitet werden.

Durch Formgebung der Pole oder Zähne kann dafür gesorgt werden, daß die Zählimpulse ein analoges — meist angenähert sinusförmiges — Signal darstellen, mit dessen Hilfe man die Position innerhalb eines Pols oder Zahns interpolieren kann (eine detaillierte Beschreibung dieser Technik folgt weiter unten). Die mit der genannten Interpolation verbundene Vervielfachung der Auflösung wird allerdings nicht in allen Fällen genutzt, da sie die Übertragung von analogen — und damit störanfälligeren — Signalen vom Geber zur Auswertelektronik voraussetzt.

Magnetische Geber funktionieren grundsätzlich wie Synchronmaschinen. Ein weit verbreitetes Konzept erregt den Rotor einer Synchronmaschine mit einer

hohen Frequenz und tastet über mehrere im Stator untergebrachte Phasewicklungen die induzierten Spannungen ab. Die Anzahl der Signalmaxima und die Phasenverschiebung der Ausgangssignale untereinander ergeben damit ein geeignetes Maß für die Position des Rotors. Wegen der hohen Frequenz des Erregerstroms läßt sich dieser relativ einfach kontaktlos auf den Rotor übertragen. Geber dieser Art mit drei Phasen im Stator werden Synchro genannt. Die wesentlich weiter verbreitete Version mit zwei Phasen im Stator bezeichnet man als Resolver. Da Resolver in der Regel wenige magnetische Pole aufweisen (2 bis 10), kommt man nicht ohne die bereits erwähnte und weiter unten beschriebene Interpolation der Ausgangssignale aus. Diese sind allerdings relativ niederohmig und damit bei der Übertragung vom Geber zur Auswerteelektronik resistent gegen äußere Störungen.

Ein anderes Konzept magnetischer Geber funktioniert — wie Reluktanzmaschinen — auf positionsabhängigen Veränderungen der Reluktanz (siehe z.B. in [322]). Ein Zahnrad ist auf dem Rotor des Antriebs angebracht und verändert je nach Stellung die magnetische Kopplung zweier oder mehrerer Spulen auf dem Stator. Die magnetische Kopplung läßt sich ermitteln und stellt ein Maß für die Position des Gebers dar. Die Anzahl der Zähne wird meistens im Bereich 50 bis 500 gewählt. Ende der 1980er Jahre ist es einem japanischen Hersteller von Werkzeugmaschinen gelungen, auf Basis eines Zahnradgebers mit 512 Zähnen und zusätzlicher Interpolation eine für magnetische Systeme erstaunliche Auflösung von ca. 500.000 pro Umdrehung zu erreichen (also wesentlich mehr als die in [114] genannten 12 bis 16 Bit).

Mit magnetischen Gebersystemen lassen sich zwar nur eingeschränkte Auflösungen und Genauigkeiten realisieren, sie verfügen allerdings über eine konkurrenzlose Robustheit gegenüber Umwelteinflüssen wie Temperatur, Staub, Vibration und mechanischen Schock. Elektromagnetische Einflüsse haben wegen des geschlossenen magnetischen Kreises ebenfalls nahezu keine Auswirkungen auf den Lage-Meßwert.

Optische Geber tasten eine photographisch hergestellte Codescheibe ab. Bei Bewegung der Codescheibe entstehen Lichtimpulse, die optoelektronisch abgetastet und elektrisch übertragen werden. Die Anzahl von Strichen (entsprechend der Zähne bzw. Pole bei einem Resolver) ist bei optischen Gebern deutlich höher als bei magnetischen Gebersystemen. Es ist kein Problem, optische Geberscheiben mit 10.000 Strichen — mit etwas mehr Aufwand sogar mit 50.000 Strichen — herzustellen. Trotzdem müssen Interpolationstechniken angewandt werden, um zu Positionssignalen zu kommen, deren Auflösung für eine gute Drehzahlregelung ausreichend ist (siehe weiter unten).

Sogenannte Absolutwertgeber, die aufgrund einer Vielzahl von Abtastspuren auf der Codescheibe in der Lage sind, die absolute Position ohne vorhergehende Bewegung zu ermitteln, sollen an dieser Stelle nicht im Detail betrachtet werden, da sie sich regelungstechnisch genauso verhalten wie sogenannte Inkrementalgeber, bei denen die Lichtimpulse nur von einer oder — zur Richtungserkennung — zwei Spuren abgetastet werden. Ein „Null“-Impuls auf einer weiteren Spur

zeigt bei Inkrementalgebern die Referenzlage des Meßsystems an. In den 1980er Jahren lag der Preis für Absolutwertgeber um den Faktor 10 bis 20 höher als für Inkrementalgeber gleicher Auflösung. Im Lauf der 1990er Jahre hat sich dieser Unterschied allerdings auf den Faktor 1.5 bis 3 reduziert, so daß Absolutwertgeber heute zur Standardausrüstung von hochwertigen Servoantrieben gehören.

Der große Vorteil von optischen Gebern liegt in der durch die photographische Herstellung bedingten auch bei großen Stückzahlen erreichbaren hohen Auflösung und Genauigkeit. Oftmals entscheidende Nachteile liegen in der Empfindlichkeit gegen hohe Temperaturen und mechanische Stöße. Ein weiterer Nachteil liegt darin begründet, daß das Abtastsystem meistens nur einen Bruchteil des Umfangs der Codescheibe erfäßt — damit wird die Genauigkeit des Meßsystems von Montagetoleranzen, insbesondere gegen Verschiebungen des Mittelpunkts der Codescheibe, extrem abhängig. Im Gegensatz hierzu erfassen Resolver und kapazitive Systeme in der Regel den gesamten Umfang der Sensorscheibe (holistisch) und sind damit relativ unempfindlich gegenüber mechanischem Versatz.

Kapazitive Geber messen die Position aufgrund der variablen Kapazität zwischen zwei Plattenelektroden. Beim Konzept variabler Elektroden ist eine der Elektroden auf den rotierenden Teilen eines Antriebs montiert, während die andere mit dem Stator des Antriebsmotors fest verbunden ist. Durch Formgebung der Elektroden (z.B. als Sinuswelle) ist der Flächenanteil, in dem sich beide Elektroden gegenüberstehen, positionsabhängig. Ein anderes Konzept basiert ebenfalls auf der Formgebung der Elektroden, die allerdings beide fest mit dem Stator des Antriebs verbunden sind. Die Variation der Kapazität wird durch ein Dielektrikum mit entsprechender Formgebung (entweder Außenkontur oder Dicke des Dielektrikums) erzeugt, das zwischen den beiden Elektroden drehbar mit dem Rotor des Antriebs verbunden ist.

Während in optischen Gebern fast ausschließlich scheibenförmige Läufer rotieren, können die Läufer von kapazitiven Gebersystemen sowohl scheiben- als auch trommelförmig aufgebaut werden. Außerdem sind sie im Hinblick auf Temperatur und mechanische Stöße deutlich weniger empfindlich als optische Systeme. Da kapazitive Geber holistisch (d.h. am gesamten Umfang) abtasten und relativ hohe Auflösungen ermöglichen, eröffnen sie dem Antriebskonstrukteur insgesamt größere Freiheitsgrade als optische Systeme. Trotzdem haben sie in der Industrie bisher nur vereinzelt Anwendung gefunden. Daher fehlen noch Erfahrungen, inwieweit kapazitive Gebersysteme die theoretisch hervorragenden Eigenschaften in der Praxis auch tatsächlich realisieren können. Kürzlich wurde allerdings ein kapazitives Gebersystem für elektrische Antriebe am Markt eingeführt ([275]), das erwarten läßt, dass die bisher fehlenden Erfahrungen bald gewonnen werden.

Die Hauptabweichung bei Lagegebern für digital geregelte Antriebe entsteht durch das digitale Verhalten der Regelung. Beispielsweise führt die Quantisierung bei niedrigen Auflösungen der Positionsgeber dazu, daß ein Antrieb mit dynamischer Lageregelung quasi von einer Geberposition zur nächsten „springt“. Bei den ersten digital geregelten Hauptspindelantrieben, die Mitte der 1980er Jahre

auf dem Markt erschienen, konnte dieser Effekt bei sehr langsamen Bewegungen bzw. im Stillstand deutlich beobachtet werden — diese Antriebe waren mit optischen Gebern mit einer Auflösung von ca. 5000 Positionen pro Umdrehung ausgestattet. Das hatte eine nicht tolerierbare Unruhe im Antrieb zur Folge, die beispielsweise im Ergebnis einer Schleifmaschine deutlich sichtbar wäre [359]. Es muß sichergestellt sein, daß der Drehzahlregelkreis des Antriebs einen möglichst hoch aufgelösten Istwert erhält. Auch bei langsamster Bewegung muß in jedem Zyklus der Regelungssoftware gewährleistet sein, daß der Lagegeber, aus dessen Signal der Drehzahlwert abgeleitet wird, mindestens eine Positionsänderung (d.h. einen Geberimpuls) anzeigt. Um dies zu erreichen, werden Drehgeber sehr hoher Auflösung eingesetzt.

Die Auflösung eines Positionsgebers hängt zunächst einmal von der Anzahl der Pole, Zähne, Striche oder Segmente auf seinem Rotor ab. Ist ein Zahnrad oder eine Codescheibe beispielsweise in 360 Segmente unterteilt, liefert der Geber 360 Impulse pro Umdrehung, d.h. er hat dann eine Auflösung von 360 Positionen pro Umdrehung.

Bezüglich der Auflösung von Lagegebern hat es in den letzten Jahren eine wahre Explosion von Angaben gegeben: während Ende der 1980er Jahre eine Auflösung von 5.000 pro Umdrehung als Standard und eine Auflösung von 100.000 pro Umdrehung als extrem hoch angesehen wurde, gelten seit Mitte der 1990er Jahre Auflösungen im Bereich 2.000.000 bis 8.000.000 als „normal“.

Die Tabelle 8.4 und das Diagramm in Abb. 8.21 zeigen den Fortschritt bezüglich Auflösung und Genauigkeit von Drehgebern in den letzten Jahren. Dabei stellt Abb. 8.21 das Verhältnis von Marktpreis zu Auflösung der Gebersysteme dar. Dunkel markierte Kreise bezeichnen optische Gebersysteme, die tatsächlich realisiert worden sind. Handelsübliche optische Gebersysteme sind in diesem Diagramm mit ihrer jeweiligen Typbezeichnung angegeben. Resolver sind zur Orientierung als Referenz eingetragen. Die Markierungen „Intfer I“ bis „Intfer III“ bezeichnen Entwürfe von interferometrischen Gebersystemen, deren Preisangaben allerdings großzügig geschätzt sind ([294]). Das Symbol ☺ wird weiter unten erläutert.

Tabelle 8.4: Fortschritt bezüglich Auflösung und Genauigkeit von Drehgebern bei Einführung der digitalen Antriebstechnik

Regelkreis	Istwertgeber	1980er Jahre		1990er Jahre		nach 2000	
		Genauigkeit	Auflösung	Genauigkeit	Auflösung	Genauigkeit	Auflösung
Lageregelung	Lagegeber	mittel	mittel (10.000)	mittel	hoch (100.000)	sehr hoch (500.000)	sehr hoch 10.000.000
Drehzahlreg.	Drehzahlgeber	niedrig	hoch	mittel	hoch		
Strom-/Drehmomentregelung	Lagegeber	hoch	niedrig (18)	hoch	mittel (1.000)		

Bereits Anfang der 1990er Jahre wurde untersucht, welche Anforderungen an ein Gebersystem zu stellen sind, das Istwerte sowohl für die Lageregelung als auch für die Drehzahlregelung eines digital geregelten Antriebs zur Verfügung stellt. Hierbei zeigte es sich überraschenderweise, daß der differenziellen Genauigkeit eine größere Bedeutung zukommt als der absoluten Genauigkeit.

Im Werkzeugmaschinenbau werden Bearbeitungsgenauigkeiten gefordert, die einer absoluten Genauigkeit von $0,001^\circ$ entsprechen. Dies bedeutet, daß ein Geber mit einer Auflösung von 360.000 Positionen pro Umdrehung gewährleisten muß, „auf den Strich genau“ zu sein — eine Anforderung, die bereits Anfang der 1990er Jahre ohne größere Probleme erfüllt werden konnte.

Soll ein elektrischer Antrieb einerseits mit Drehzahlen bis 20.000 Upm (Umdrehungen pro Minute) betrieben werden, andererseits jedoch auch die Bewegung eines Stundenzeigers auf 10% genau realisieren können, hat dies Auswirkungen auf die Anforderungen an die Auflösung und differenzielle Genauigkeit des Gebersystems. Bei einer angenommenen Zykluszeit der Drehzahlregelung von $125 \mu s$ beträgt die notwendige Auflösung des Drehgebers 0,03 Winkelsekunden, um sicherzustellen, daß auch bei langsamster Bewegung des Antriebs in jedem Regelungszyklus mindestens eine Positionsänderung (d.h. ein Geberimpuls) angezeigt wird. Dies entspräche einer Auflösung von 48.000.000 Positionen pro Umdrehung (26 Bit). Um die Drehzahlregelung dann noch mit 10%-iger Genauigkeit zu betreiben, muß die differenzielle Genauigkeit nochmals um den Faktor 10 höher sein.

Jede Verkürzung der Zykluszeit von Antriebsregelungen verschärft die beschriebene Situation zusätzlich. Drehzahlregelungen laufen in modernen Servoantrieben bereits mit Zykluszeiten von $40 \mu s$ und weniger. Um bei dieser Zykluszeit die Bewegung eines Stundenzeigers verarbeiten zu können, wäre inzwischen eine Auflösung von 1.350.000.000 Positionen pro Umdrehung notwendig (31 Bit).

Die oben beschriebenen Anforderungen (26 Bit Auflösung) wurden Anfang der 1990er Jahre identifiziert und sind in dem Diagramm in Abb. 8.21 mit dem Symbol ☺ markiert. Die in der nachfolgenden Zeit am Markt eingeführten optischen Geber lagen offensichtlich auf dem richtigen Weg zu diesen Anforderungen, auch wenn diese von heute verfügbaren Gebersystemen noch nicht vollständig erreicht worden sind. Zukünftige Weiterentwicklungen müssen diesen Umstand besonders berücksichtigen — insbesondere die differenzielle Genauigkeit von Gebersystemen stellt den derzeitigen „Flaschenhals“ bei hochgenauen und dynamischen Antrieben dar. Natürlich sind diese Anforderungen auf die Zukunft bezogen — aber selbst wenn man lediglich den Vergleich mit analog geregelten Antrieben mit Tachogenerator anstellt (Minimaldrehzahlen von 0,01 Upm waren durchaus realisierbar), ergeben sich hieraus folgende Anforderungen an Gebersysteme für digital geregelte Antriebe: Auflösung $> 1.500.000$ Positionen pro Umdrehung; differenzielle Genauigkeit < 1 Winkelsekunde. Diese selbst für optische Gebersystem überraschend hohen Anforderungen stellen allerdings lediglich sicher, daß die Eigenschaften eines Antriebs mit digitaler Regelung gleichwertig

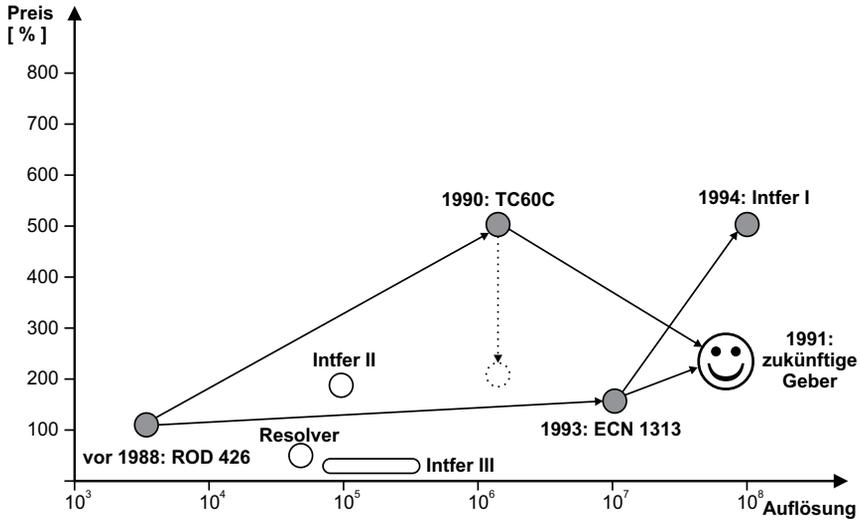


Abb. 8.21: Entwicklung des Preis- Auflösungsverhältnisses von handelsüblichen Drehgebern (100% entsprechen dem Preis für einen Geber vom Typ ROD 426 mit 1000 Strichen im Jahr 1988)

sind zu den Eigenschaften, die von analog geregelten Antrieben bereits bekannt sind (siehe [319] und [321]).

Aktuell ist die im Jahr 1991 als Wunsch geäußerte Situation in der industriellen Praxis immer noch nicht erreicht. Aktuell ist im Prinzip immer noch der 1993 erreichte und in Abb. 8.21 mit „ECN 1313“ gekennzeichnete Punkt, allerdings hat der Marktführer für optische Geber auf der letzten Hannover-Messe einen Geber mit 28-29 Bit Auflösung angekündigt. Das würde dem Wunschziel von 1991 (☺) schon sehr nahe kommen. Was sich seit 1993 bis heute tatsächlich verbessert hat, ist die absolute Genauigkeit — das seinerzeit geäußerte Ziel einer Genauigkeit von einem Tausendstel Grad ist inzwischen erreicht. Die absolute Genauigkeit ist jedoch in Abb. 8.21 nicht dargestellt — daher findet sich diese Entwicklung dort nicht. Für das Drehzahlregelungsverhalten hat die erhöhte absolute Genauigkeit — wie oben beschrieben (siehe auch [321]) — nur mittelbare Bedeutung; tatsächlich wird hierdurch das Lageregelungsverhalten verbessert — und natürlich kompensiert ein besserer überlagerter Lageregelkreis Unregelmäßigkeiten des Drehzahlregelkreises besser.

Tatsächlich könnten interferometrische Gebersysteme die oben beschriebenen und in in Abb. 8.21 dargestellten Ziel-Anforderungen problemlos erfüllen (siehe „Intfer I“ in Abb. 8.21), deren Preis wäre jedoch selbst bei Annahme sehr großer Stückzahlen so hoch, daß ein flächendeckender Einsatz in elektrischen Antrieben kaum zu erwarten ist.

Ein weiteres interferometrisches Konzept, das vor allem niedrige Kosten zum Ziel hat, nutzt die auf jeder bearbeiteten metallischen Oberfläche vorhandenen Unebenheiten aus. Hierbei wird auf der Oberfläche der Antriebswelle kein zusätz-

liches Element montiert — die ohnehin vorhandenen Unebenheiten werden von einem optoelektronischen System abgetastet und ausgewertet. Tatsächlich konnten die zu erwartenden Kosten bei diesem Konzept tatsächlich niedrig gehalten werden (siehe „Intfer III“ in Abb. 8.21), allerdings sind die technischen Eigenschaften eher denen von Resolvern vergleichbar als denen von optischen Inkrementalgebern.

Es wird interessant sein, die weiteren Entwicklungen auf dem Gebiet der interferometrischen Geber für elektrische Antriebe zu beobachten.

Angesichts der obigen Ausführungen entsteht natürlich die Frage, warum es nach Markteinführung digital geregelter Antriebe nicht zu signifikanten Problemen im Hinblick auf die zu geringe Auflösung der eingesetzten Positionsgeber gekommen ist. Niemand wäre ernsthaft daran interessiert, einen modernen Servoantrieb mit digitaler Regelung gegen einen solchen mit analoger Regelung einzutauschen. Tatsächlich ist die Industrie aktuell in den meisten Anwendungen mit den mit marktüblichen modernen Servoantrieben erreichbaren regelungstechnischen Eigenschaften zufrieden. Der „Druck“ auf Institute und Forschungseinrichtungen, weitere Fortschritte zu erreichen, hat im letzten Jahrzehnt spürbar abgenommen. Wie kann das sein, wenn die differenzielle Genauigkeit selbst bei Einsatz von sogenannten hochauflösenden Gebern noch nicht ausreicht, die regelungstechnischen Eigenschaften einer Drehzahlregelung mit analogem Tachogenerator zu erreichen?

Hierfür gibt es mehrere Gründe ([321]). Zweifellos haben die regelungstechnischen Eigenschaften von digital geregelten Servoantrieben von den deutlich gestiegenen Genauigkeiten der Positionsgeber (siehe oben) profitiert. Ein gut funktionierender Lageregelkreis kann Ungenauigkeiten und störende Einflüsse des unterlagerten Drehzahlregelkreises zum großen Teil kompensieren. Da die meisten industriell eingesetzten Servoantriebe nicht nur drehzahl geregelt, sondern auch lagegeregelt betrieben werden, machen sich die im Hinblick auf die Drehzahlregelung zu geringen Auflösungen und differenziellen Genauigkeiten der aktuell eingesetzten Gebersysteme weniger stark bemerkbar als bei drehzahlgeregelten Antrieben ohne Lageregelung.

Ein weiterer Grund für die grundsätzlich guten regelungstechnischen Eigenschaften von Servoantrieben mit digitaler Regelung und Inkrementalgebern als Rückführsystem ist, daß optische Inkrementalgeber von ihrem Grundkonzept her zu hoher differenzieller Genauigkeit neigen. Selbst wenn Auflösung und differenzielle Genauigkeit dieser Geber eigentlich nicht ausreichend sind, führt eine hohe differenzielle Genauigkeit auch bei sehr geringen Drehzahlen zu gleichförmigen Bewegungen.

In Abb. 8.22 ist gegenübergestellt, wie sich absolute und differenzielle Genauigkeit auf die Signale eines Inkrementalgebers auswirken würden.

Tatsächlich kann man bei einem Inkrementalgeber hoher Strichzahl — u.a. auch wegen der oben beschriebenen Ungenauigkeiten bei der Montage — nicht unbedingt davon ausgehen, daß ein bestimmter Strich auch wirklich an seiner idealen Position sitzt. Bei einem Geber der Auflösung 100.000 pro Um-

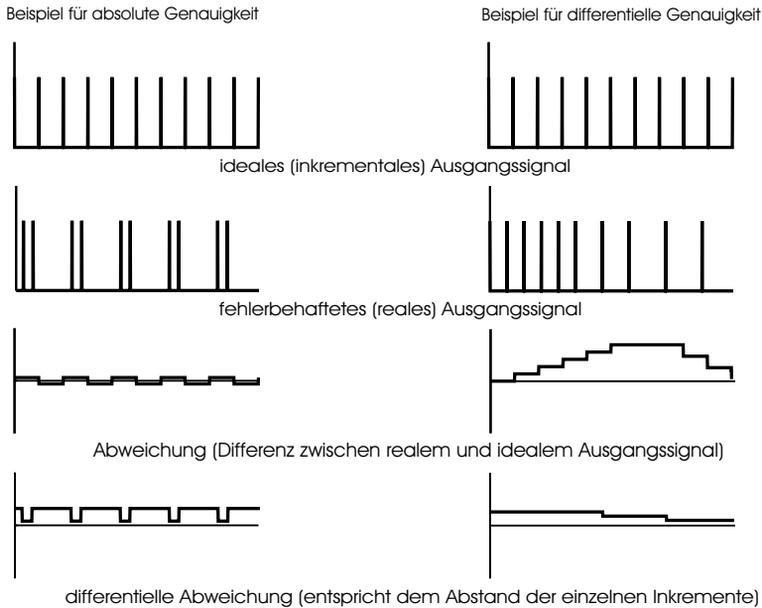


Abb. 8.22: Zeitdiagramme von fiktiven Inkrementalgebern zur Verdeutlichung des Einflusses von absoluter und differenzieller Genauigkeit)

drehung könnte der 50.000. Strich tatsächlich 50 Striche zu früh oder zu spät angezeigt werden — was die absolute Genauigkeit des Gebers negativ beeinflusst. Der Strichabstand eines Inkrementalgebers ist im Gegensatz dazu relativ gleichmäßig; insbesondere ist es prinzipiell unmöglich, daß die einzelnen Striche in der falschen Reihenfolge kommen — Strich Nr. 5527 kommt auf jeden Fall nach Strich Nr. 5526. Reale Inkrementalgeber zeigen daher regelmäßig das in Abb. 8.22 in der rechten Hälfte wiedergegebene Verhalten. Inkrementalgeber haben deshalb gute Eigenschaften bzgl. der differentiellen Genauigkeit. Allerdings weisen sie ohne zusätzliche Interpolation zu geringe Auflösungen auf, die den Anforderungen moderner Antriebe nicht gerecht werden.

Durch entsprechende Gestaltung des optischen Systems ist es möglich, den Ausgangssignalen von optischen Gebern eine der Sinuskurve angenäherte Form aufzuprägen. Durch orthogonale Projektion der beiden Ausgangssignale ergibt sich bei idealen Sinussignalen ein Kreis, der jeweils einen Teilstrich des Gebers repräsentiert (siehe Abb. 8.23). Durch arctan-Bildung läßt sich die relative Position innerhalb eines Teilstrichs mit relativ großer Auflösung bestimmen — um diese zusätzliche Auflösung vervielfacht sich die durch die festgelegte Grundauflösung gegebene Strichzahl des optischen Gebers. Am Markt sind Schaltkreise erhältlich, in denen die Funktion der Interpolation komplett integriert ist (z.B. [288]).

Optische Inkrementalgeber mit sinusförmigen Ausgangssignalen neigen von ihrem Grundkonzept her zu niedriger differentieller Genauigkeit. In Abb. 8.24 ist

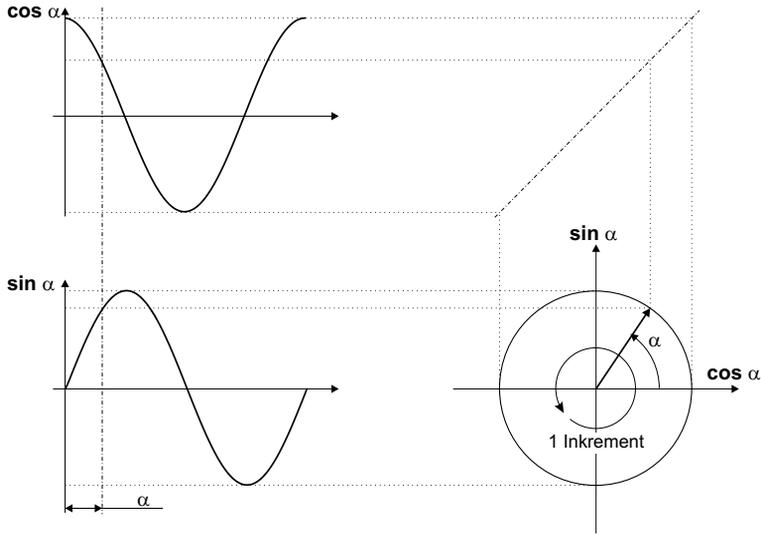


Abb. 8.23: Prinzip der Auswertung von sinusförmigen Ausgangssignalen (Interpolation)

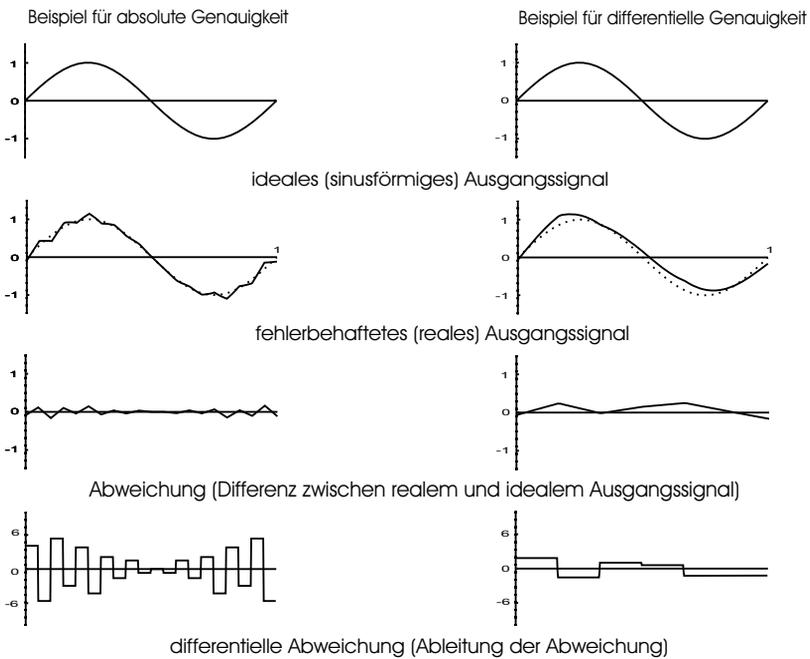


Abb. 8.24: Zeitdiagramme von fiktiven optischen Gebern mit sinusförmigen Ausgangssignalen zur Verdeutlichung des Einflusses von absoluter und differentieller Genauigkeit

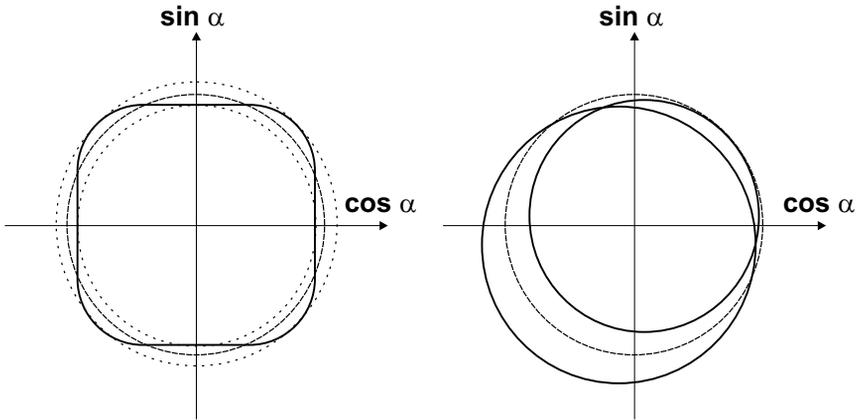


Abb. 8.25: Orthogonale Darstellung der sinusförmigen Ausgangssignale eines optischen Gebers zur Verdeutlichung des Einflusses von absoluter und differentieller Genauigkeit (vergleiche mit Abb. 8.23)

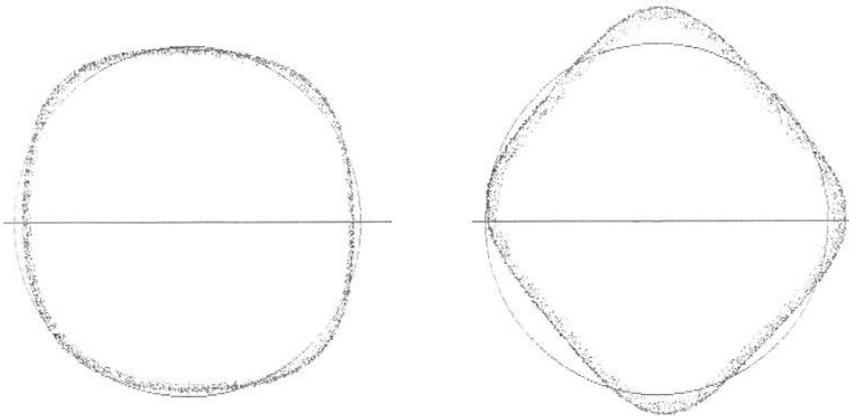


Abb. 8.26: Orthogonale Darstellung der sinusförmigen Ausgangssignale von realen optischen Gebern (vergleiche Abb. 8.25)

gegenübergestellt, wie sich absolute und differentielle Genauigkeit auf die Signale eines Inkrementalgebers auswirken würden. Abbildung 8.25 zeigt, wie sich absolute und differentielle Genauigkeit von sinusförmigen Ausgangssignalen nach deren Projektion in die Kreisebene auswirken würden. Die jeweils linke Hälfte zeigt Ausgangssignale (bzw. deren Komponenten) und die zugehörige Kreisform bei guter absoluter Genauigkeit, während die jeweils rechte Hälfte Ausgangssignale (bzw. deren Komponenten) und die zugehörige Kreisform bei guter differentieller Genauigkeit darstellt.

Tatsächlich kann man bei einem optischen Geber mit sinusförmigen Ausgangssignalen — u.a. wegen der Störeinflüsse auf die analog übertragenen Signale — davon ausgehen, daß die Ausgangssignale des Gebers eher von höher-

frequenterem Rauschen (siehe linke Hälfte von Abb. 8.24) überlagert sind als von niederfrequenten Störspannungen. Außerdem führen Ungenauigkeiten im optischen Aufbau und Abweichungen von der idealen Sinusform zu Kreisprojektionen, die eher der linken Hälfte von Abb. 8.25 entsprechen als der rechten Hälfte. Hochfrequentes Rauschen bzw. „verbogene“ Sinuskurven beeinflussen die absolute Genauigkeit eines Gebers nur minimal, während die differenzielle Genauigkeit sehr stark negativ beeinflusst wird. Optische Geber mit sinusförmigen Ausgangssignalen haben deshalb gute Eigenschaften bezüglich der in Lageregelkreisen notwendigen absoluten Genauigkeit und weniger gute Eigenschaften im Hinblick auf das Verhalten als Istwertgeber in Drehzahlregelkreisen (siehe Abb. 8.26). Da die Interpolation jedoch die für die Berechnung von Drehzahlwerten notwendige hohe Auflösung gewährleistet, gehören diese optischen Geber heute trotz ihrer Nachteile im Hinblick auf die Ermittlung der Drehzahlwerte zum Standard in Servoantrieben.

8.7 EMV, störsichere Signalübertragung und Störschutzmaßnahmen

8.7.1 Oberschwingungen, EMV und Normen

Leistungselektronische Stellglieder verursachen einerseits durch ihre Funktion außer dem gewünschten Signal auch Oberschwingungen in den Spannungen bzw. den Strömen auf beiden Seiten des Stellglieds — teilweise auch Subharmonische — und andererseits aufgrund der schaltenden Funktion auch insbesondere steile Spannungsänderungen und Stromänderungen.

Die zulässigen Grenzen der Oberschwingungen dieser Stellglieder bzw. der Netzurückwirkungen in der Spannung werden in den Normen EN 61000-3-2 bzw. VDE 0838 Teil 2, Netzurückwirkungen: Oberschwingungen und in den Normen EN 61000-3-3 bzw. VDE 0838 Teil 3, Netzurückwirkungen: Spannungsschwankungen und in EN 61000-2-4 für Industrienetze festgelegt.

Diese Netzurückwirkungen können durch technische Maßnahmen wie die Erhöhung der Schaltfrequenz bei selbstgeführten Stellgliedern, PFC-Schaltungen (**P**ower **F**actor **C**orrection), Einbau von Drosselpulen, Aufspaltung der Leistungsversorgung in mehrere Untereinheiten, die phasenversetzt angesteuert werden, etc. verringert werden.

Eine andere Maßnahme im informationsverarbeitenden Bereich ist beispielsweise die Wahl des geeigneten Modulationsverfahrens (PWM), wobei u.a. gezielt unerwünschte Oberschwingungen (harmonic elimination) ausgeblendet werden können. Subharmonische können ebenso durch ein geeignetes Modulationsverfahren vermieden werden [68–70].

Die zweite Art der Störungen ist durch die Spannungs- ($\geq 10 \text{ kV}/\mu\text{s}$) bzw. Stromflanken ($\geq 4 \text{ kA}/\mu\text{s}$), d.h. durch die Schaltfunktion der Leistungshalbleiter, bedingt.

Tabelle 8.5: *EMV-Normen, die für elektrische Antriebe in Betracht kommen*

Europa-Norm	Deutsche Norm	Inhalt
EN 55011	VDE 0875, Teil 11	Funkentstörung von industriellen, wissenschaftlichen und medizinischen (ISM) Geräten
EN 61800-3	VDE 0160, Teil 100	Drehzahlveränderliche Antriebe, EMV-Produktnorm
EN 61000-3-2	VDE 0838, Teil 2	Netzrückwirkungen: Oberschwingungen
EN 61000-3-3	VDE 0838, Teil 3	Netzrückwirkungen: Spannungsschwankungen
EN 50081	VDE 0839, Teil 81-2	Elektromagnetische Verträglichkeit. Fachgrundnorm Störaussendung, Teil 2, Industriebereich
EN 50082-2	VDE 0839, Teil 82-2	Störfestigkeit von Geräten im industriellen Bereich

Anmerkung: Diese Normen nehmen Bezug auf die Grundnormen: EN 61000-4- ... auf VDE 0874, Teil 4- ... , EN 60801-2 auf VDE 0843, Teil 2.

Diese steilen Flanken sind Quellen für Störstrahlungsemissionen dieser Geräte, die andere Geräte oder das eigene Gerät selbst stören können.

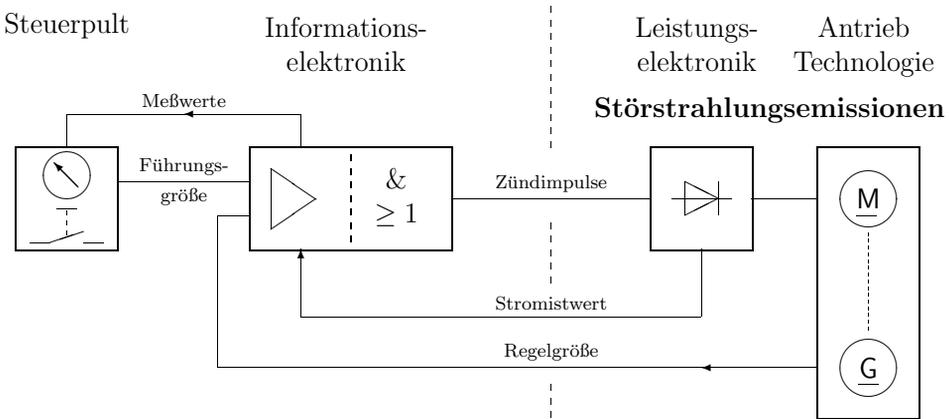


Abb. 8.27: *Signalübertragung (räumliche Aufteilung)*

Die Produkt-Normen für derartige Geräte sind die EN 61800-3 bzw. VDE 0160, Teil 100; zusätzlich sind die Normen EN 55011 bzw. VDE 0875, Teil 11 „Funkentstörung“ zu beachten.

Diese zweite Art der Störung ist durch den hohen Verknüpfungsgrad von einerseits Informationselektronik sowie Leistungselektronik-Last andererseits und somit das Zusammenwirken von Funktionseinheiten mit niedrigem und hohem Leistungsniveau und den damit ständig wachsenden Informationsaustausch zwischen z.T. weit auseinanderliegenden Anlagenteilen besonders kritisch.

Die störsichere Signalübertragung und die Störschutzmaßnahmen gewinnen deshalb zunehmend an Bedeutung.

8.7.2 Störsichere analoge Signalübertragung

Induktive Einkopplungen können durch Verdrillen von Signal- und Bezugsleiter mit ca. 10 bis 27 Schlag/m weitgehend kompensiert werden. Die in den Leitern entstehenden Verschiebungsströme heben sich dann gegenseitig auf.

Gegen *kapazitive Einkopplungen* sind die zu schützenden Leiter mit einem Schirmleiter zu versehen. Dadurch wird die Kapazitätsverteilung so verändert, daß bei guter elektrischer Leitfähigkeit und geringer Längsinduktivität des Schirmes der Störstrom sich im Schirmleiter ausbildet und dort abgeleitet wird. (VDE: „Schirmung ist eine ganz oder teilweise geschlossene, elektrisch oder magnetisch leitende Umwandlung, die Einstreuungen oder Abstrahlung von Störsignalen verhindert.“)

Wesentlich ist, daß der Schirm großflächig aufgelegt wird; „Zöpfe“ (pig tails) sind zu vermeiden, da sie die Schirmwirkung um bis zu 90 % verringern können. Zweckmäßigerweise wird der Schirm mit einer Metallschelle umfaßt und auf der Montagefläche geerdet.

Signalleitungen können mit Einfach- und Doppelschirm sowie zusätzlich verdrillt ausgeführt werden. Die Dämpfung ist ca. 30 dB beim Einzelschirm und steigt auf 60 dB bei zusätzlichem Verdrillen.

Verbessern läßt sich die Bedämpfung der Störaussendung (Leistungskabel) und der Störeinstrahlung (Signalleitung) durch eine Doppelschirmung; dabei wird der innere Schirm einseitig (Abb. 8.28) und der äußere Schirm zweiseitig aufgelegt.

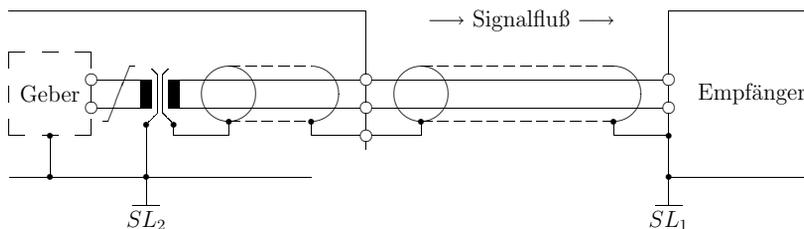


Abb. 8.28: Potentialtrennung

Entscheidend für eine genaue Signalverarbeitung ist weiterhin die Verlegung des *Bezugspotentials*. Die Nullschiene der Stromversorgung ist gleichzeitig Bezugsleiter für die Versorgungsströme I_V und die Signalströme I_S . Auf dieses

Potential werden alle Signale bezogen, Spannungsabfälle auf den Bezugsleiter erscheinen daher als Signalspannungs-Erhöhungen (Abb. 8.29).

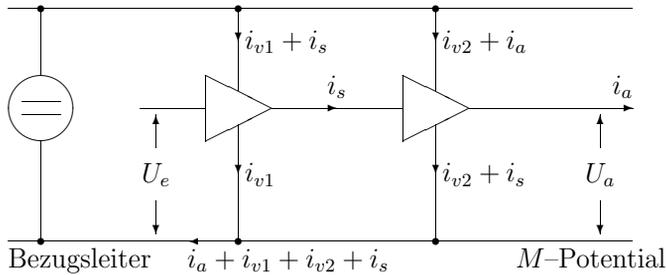


Abb. 8.29: Störung des Bezugspotentials

Alle Ströme auf dem Bezugsleiter führen zu Spannungsabfällen und damit zu Signalverfälschungen. Das kann im Prinzip nur dadurch verhindert werden, daß alle Ströme von ihrem Entstehungsort weg direkt zum Erdpotential abgeleitet werden. Leiterschleifen sind zu vermeiden. Entscheidend ist ein niederohmiger und induktivitätsarmer Übergang zum Erdpotential. Der Bezugsleiter sollte einen Querschnitt von mindestens 10 mm^2 aufweisen.

Müssen Anlagenteile räumlich getrennt aufgestellt werden und sind diese einzeln geerdet, liegen somit auf unterschiedlichem Potential, so ist eine galvanische Trennung der Signalleiter sinnvoll, siehe Abb. 8.28 (SL_2). Statt der galvanischen Trennung durch Transformatoren können auch optoelektronische Trennglieder verwendet werden.

Die Schirme sind einseitig mit dem jeweiligen Bezugspotential zu verbinden. Beim Übergang von Signalleitungen in fremde Verantwortungsbereiche sollte immer Potentialtrennung vorgesehen werden.

8.7.3 Störschutzmaßnahmen

Um eine gegenseitige Störbeeinflussung zu vermeiden, soll die konstruktive Anordnung von Anlageteilen und Geräten eine klare räumliche Trennung zwischen den Betriebsmitteln der Informationselektronik und denen der Energieelektronik zeigen. Dabei schützen die Zwischenwände der Schrank- und Gehäusekonstruktionen meist schon ausreichend gegen Eigen- und Fremdstörungen.

Wie bei der konstruktiven Anordnung, so sind bei der Verdrahtung und Verkabelung energiereiche Speiseleitungen und störepfindliche Signalleitungen sowohl in Schränken als auch in Kabelkanälen räumlich zu trennen, ein Abstand von mindestens 200 mm zwischen Informations- und Leistungskabeln wird gefordert. Einander störende Leiter dürfen nicht über längere Strecken parallel geführt werden, Signaleingangsleiter sollen getrennt von Signalausgangsleitern verlegt werden. Die Bildung von Leiterschleifen ist unzulässig.

Signalleiter sind mit dem Bezugsleiter mit ca. 10 ... 30 Schlag/*m* zu verdrillen. In Schränken und Anlagen sind die Bezugsleiter möglichst niederohmig auf das Bezugsleitersystem zu führen. Besteht die Gefahr einer kapazitiven Einstrahlung, so ist durch zusätzliche Schirmung der Leiterpaare eine wirksame kapazitive Spannungsteilung vorzusehen.

Die Schirme einzelner Signalleiter oder Geräte werden direkt mit dem Bezugspotential verbunden. Schutzleiter, Bezugsleiter und Schirmleiter werden getrennt isoliert gegeneinander verlegt. Die drei Systeme werden miteinander an der Stelle der Gesamtanlage verbunden, die den geringsten Widerstand gegen Massepotential hat.

Spannungspitzen beim Abschalten von Induktivitäten werden durch Freilaufdioden oder RC-Kombinationen beseitigt (Beschaltung von Schützspulen).

Als Schutz vor hochfrequenten leitungsgebundenen Störgrößen, also zur Sicherstellung der Störfestigkeit, dienen Filter. Sie reduzieren auch die Störgrößen, die von einem Gerät leitungsgebunden über das Netzkabel ausgehen, auf das gesetzlich vorgeschriebene Maß. Grenzwerte für Funkstörungen von industriellen, wissenschaftlichen und medizinischen Hochfrequenzgeräten sind z.B. in EN 55011 zu finden. Seit dem 01.04.1997 ist für Frequenzrichter die Norm EN 61800-3 anzuwenden.

Filter verursachen Ableitströme, die sich immer dann vergrößern, wenn gerade eine auszufilternde Störung das Filter beansprucht. Sind diese Ableitströme größer als 3,5 *mA*, sind nach VDE 160 bzw. EN 60335 besondere Maßnahmen vorzusehen. So muß entweder der Schutzleiter einen Querschnitt von mindestens 10 mm^2 haben und auf Unterbrechung überwacht werden, oder es muß ein zweiter Schutzleiter vorhanden sein. Auch muß die Erdung niederohmig, großflächig und auf kürzestem Weg zum Erdpotential hergestellt werden.

Die obigen Überlegungen sind auf den Schaltschrankaufbau zu übertragen. Unter dem Gesichtspunkt der EMV ist bei einem Schaltschrank zunächst der zentrale Erdungspunkt eindeutig zu definieren. Üblicherweise ist dies eine PE- oder eine PEN-Sammelschiene. Der Erdungspunkt wird mit einer EMV-gerechten Verbindung auf die gesamte Montageplatte ausgeweitet. Diese wird verzinkt, verzinkt oder kadmiert und nicht mehr lackiert hergestellt, um bessere hochfrequente Verbindungen sicherzustellen. Alle geerdeten Punkte und Komponenten müssen gut leitend auf direktem Weg mit dem Erdungspunkt — beispielsweise der Potentialausgleichsschiene — verbunden sein, so daß ein sternförmiges Erdungssystem entsteht.

Zur Erdung aller Metallteile sind die Verbindungen unter EMV-Gesichtspunkten mit Kupfergeflechtbändern auszuführen. Somit wird eine hochfrequenzleitende und zugleich niederohmige Verbindung auf gleichem Massepotential erreicht. Wegen des Skin-Effektes ist nicht der Querschnitt, sondern die Oberfläche maßgebend, da auf ihr hochfrequente Ströme abfließen. So wird das Ableitvermögen von der Stelle mit der geringsten Leiteroberfläche begrenzt. Wände und Türen werden mit Masseclips oder Massebändern in das

Massekonzept eingebunden und damit das Ein- oder Austreten von elektromagnetischen Feldern gedämpft.

Störbehaftete oder stöempfindliche Leitungen innerhalb des Schrankes sollten geschirmt sein und mit großen räumlichen Abständen sowie dicht an Massepotential, beispielsweise in Ecken, verlegt werden. Schirme müssen mindestens einseitig aufgelegt werden; bei notwendigen Mehrfachauflegungen können bei weitläufigen Anlagen Potentialausgleichströme fließen. Dann sollten die weiteren Masseverbindungen über Koppelkondensatoren vorgenommen werden; damit ist eine hochfrequente Anbindung möglich, die die 50 Hz-Komponente nicht überträgt.

Treten bei sehr langen Steuerkabeln zwischen SPS oder Regler und Frequenzumrichter Brummschleifen auf, kann dem durch Verbinden des einen Schirmendes über ein 100 nF-Kondensator (mit kurzer Stiftlänge) abgeholfen werden. Dioden und Varistoren — als Entstörglieder für Schütze, Relais, Magnetventile, geschaltete Induktivitäten und Kapazitäten — bringen im EMV-Bereich nur eine teilweise Bedämpfung. Besser ist die Beschaltung mit RC-Gliedern.

Fenster und Lüfter im Schaltschrank müssen für den HF-Bereich zusätzlich geschirmt werden. Innerhalb des Schrankes können für empfindliche Geräte oder bei zu geringen Abständen Trennbleche zur Schirmung oder abschirmende Baugruppenträger eingesetzt werden.

9 Netzgeführte Stromrichter

Um in einem Regelkreis optimales Verhalten zu erzielen, muß der Regler in Struktur und Parameter bestmöglich an die Strecke angepaßt werden. Dazu muß jedoch ein Modell der Strecke vorliegen, welches das Übertragungsverhalten der einzelnen Streckenglieder vorzugsweise als analytischen Zusammenhang beschreibt. Für einen Reglerentwurf wird also die Kenntnis der statischen und dynamischen Eigenschaften der im Regelkreis verwendeten Komponenten benötigt. Aus regelungstechnischer Sicht stellen Stromrichterstellglieder aufgrund ihres Verhaltens nichtlineare Systemkomponenten dar, die jedoch in nahezu jedem antriebstechnischen System zur Anwendung kommen. In diesem Kapitel sollen daher Möglichkeiten einer geeigneten regelungstechnischen Beschreibung für Stromrichterstellglieder untersucht werden.

Grundlage sind dabei die in [145] entwickelten Ansätze.

9.1 Prinzipielle Funktion netzgeführter Stellglieder

Zunächst sollen der Aufbau und die Funktionsweise eines Stromrichterstellglieds erläutert werden. Die Geräteanordnung Stromrichterstellglied besteht aus dem Steuergerät 1 und dem Stromrichter 2 (Starkstromteil) (Abb. 9.1). Im allgemeinen wird die Eingangsspannung X_e des Steuergerätes und dadurch der Steuerwinkel α begrenzt, um ein Wechselrichterkippen durch zu hohe Aussteuerung zu vermeiden; Kapitel 9.5 geht darauf noch näher ein.

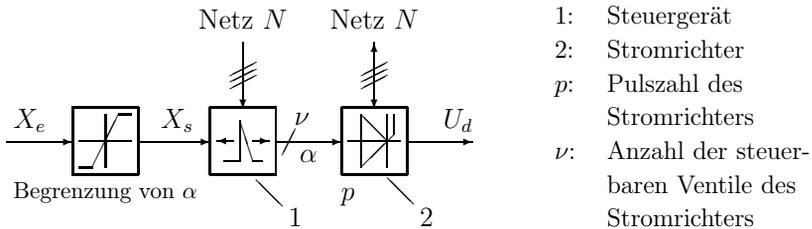


Abb. 9.1: *Prinzipialschaltbild eines Stromrichterstellglieds*

Das Steuergerät 1 erzeugt in Abhängigkeit von der Spannung X_e und dem Spannungssystem N Schaltbefehle für die insgesamt ν steuerbaren Ventile des Stromrichters 2. Liegt ein Steuersatz mit linearer Charakteristik vor, wird der Wert von X_e (z.B. $-10\text{ V} \leq X_e \leq 10\text{ V}$) mit netzsynchronen Spannungsrampen verglichen. Diese stellen die zeitvarianten Winkel des Spannungssystems N für die ν steuerbaren Ventile des Stromrichters 2 dar, die in linear abfallende Spannungen U_{gi} im Abstand $T = 1/pf_N$ umgesetzt werden. Die Schnittpunkte von X_e mit U_{gi} liefern die Schaltbefehle für die Ventile (Thyristoren) des Stromrichters 2. Durch die Zündung der Ventile in zyklischer Reihenfolge werden die den Ventilen zugeordneten Spannungen des Spannungssystems N zum Ausgang des Stromrichterstellglieds geschaltet. Die Ausgangsspannung $U_d(t)$ besteht also aus Spannungsausschnitten von N . Der beidseitige Pfeil zwischen N und dem Stromrichter 2 soll verdeutlichen, daß der Stromrichter bei geeigneter Schaltung auch Leistung in das Netz zurückspeisen kann.

Abbildung 9.2 zeigt die statischen und dynamischen Verhältnisse am Beispiel einer B6-Brücke (zu Aufbau und Funktionsweise der B6-Brücke siehe [57–61] und [68–70]). Die Ventile des Stromrichters (Leistungsteil) werden in der Reihenfolge der Numerierung gezündet. Aufgrund seiner Eigenschaften kann das Ventil i nur bei positivem Potential A gegenüber K die Stromführung übernehmen. Daher wird der Zeitpunkt, an dem die Ventilspannung U_{AK} positiv wird, auch als natürlicher Zündzeitpunkt $\alpha_i = 0^\circ$ bezeichnet. Unter der Annahme, daß zum aktuellen Zeitpunkt der Laststrom I_d beispielsweise über die Ventile 5 und 6 fließt (pos. Potential = U_3 , neg. Potential = U_2), liegt am Ventil 1 die Spannung $U_{AK} = U_1 - U_3$ an. Der natürliche Zündzeitpunkt des Ventils 1, $\alpha_1 = 0^\circ$, liegt daher dort, wo $U_1 > U_3$ wird. Durch die Zündung verlieren die Ventile ihre Blockierfähigkeit und eine der drei Strangspannungen wird als positives oder negatives Potential an die jeweilige Ausgangsklemme des Stromrichters durchgeschaltet (Abb. 9.2, Mitte). Die Ausgangsspannung $U_d(t)$ des Stromrichters setzt sich zu jedem Zeitpunkt aus der Differenz dieser Potentiale zusammen.

Dieser Spannungsverlauf kann aber nur beobachtet werden, wenn die durchgeschalteten Ventile stromführend sind. Wichtige Voraussetzungen für die folgenden Untersuchungen sind daher:

- das Drehspannungssystem N ist symmetrisch,
- der Strom im Stellglied lükt nicht.

Damit ergibt sich folgender Zusammenhang zwischen Zündwinkel und Mittelwert der Stromrichterausgangsspannung:

$$U_d = \overbrace{U_{di\alpha}}^{U_{di0}} \cdot \cos \alpha - \underbrace{D_x}_{\substack{\text{induktiver} \\ \text{Spannungsabfall}}} \quad (9.1)$$

idealer Gleichspannungsmittelwert bei $\alpha = 0^\circ$

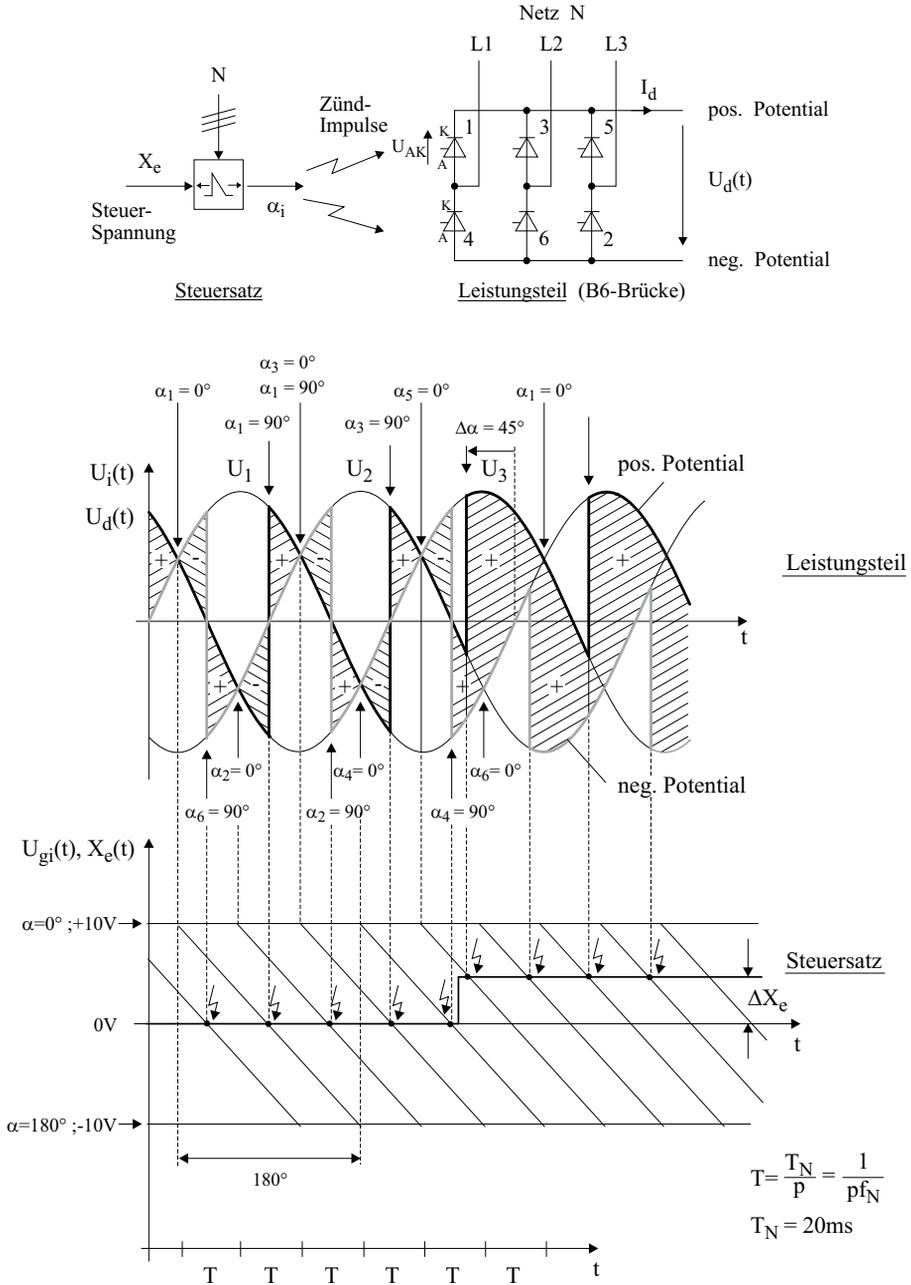


Abb. 9.2: Statische und dynamische Verhältnisse bei netzgeführten Stromrichtern; Beispiel: Dreiphasen-Brückenschaltung (B6-Brücke) mit linearem Steuersatz (Stellgliedtyp 1)

Für die Steuerkennlinie $\alpha = f(X_e)$ können zwei Fälle unterschieden werden:

1. *Linearer Steuersatz:*

$$\alpha = \frac{\pi}{2} \cdot \left(1 - \frac{X_{e0}}{\hat{X}_e} \right) \quad (9.2)$$

$$U_d = U_{di0} \cdot \cos \left(\frac{\pi}{2} \cdot \left(1 - \frac{X_{e0}}{\hat{X}_e} \right) \right) - D_x \quad (9.3)$$

mit \hat{X}_e : Maximalwert der Eingangsspannung X_e

Wenn das Eingangssignal X_e konstant angenommen wird, beispielsweise bei der Ermittlung der statischen Kennlinie des Stromrichterstellglieds nach Gl. (9.3), wird X_e zu X_{e0} gesetzt.

Wie aus Gl. (9.3) erkennbar ist, bleibt im Falle eines linearen Steuersatzes das Gesamtsystem Steuersatz-Stromrichter insgesamt *statisch* nichtlinear! Zur vereinfachten Bezugnahme wird ein solches Stellglied mit nichtlinearer statischer Kennlinie im folgenden mit **Stellgliedtyp 1** bezeichnet.

Abbildung 9.3 zeigt eine mögliche analoge Realisierung eines linearen Steuersatzes. Die Spannungsrampen U_{gi} werden dabei durch getaktete Integratoren, gesteuert von einem Phasenregelkreis (PLL), erzeugt. Bei einer digitalen Realisierung eines linearen Steuersatzes können PLL-gesteuerte Zähler verwendet werden.

2. *Nichtlinearer Steuersatz:*

$$\alpha = \arccos \left(\frac{X_{e0}}{\hat{X}_e} \right) \quad (9.4)$$

$$U_d = U_{di0} \cdot \frac{X_{e0}}{\hat{X}_e} - D_x \quad (9.5)$$

Im Falle eines nichtlinearen Steuersatzes kann zumindest die *statische* Nichtlinearität kompensiert werden. Analog zum Vorgehen beim linearen Steuersatz wird das durch Gl. (9.5) beschriebene Stellglied mit linearer statischer Kennlinie im folgenden mit **Stellgliedtyp 2** bezeichnet.

In Abb. 9.4 sind die Kennlinien des Steuersatzes und die Kennlinien des Gesamtsystems Steuersatz-Stromrichter bei Vernachlässigung des induktiven Gleichspannungsabfalls D_x dargestellt (statische Zusammenhänge). Die Bezeichnung „Reglerausgang“ für X_e wurde in Anlehnung an Abb. 7.7 gewählt und soll verdeutlichen, an welcher Stelle im Regelkreis das Stromrichterstellglied zum Einsatz kommt. U_{RN} steht für die Reglernennspannung, sie stellt den maximalen bzw. minimalen Wert der Steuersatzeingangsspannung X_e dar.

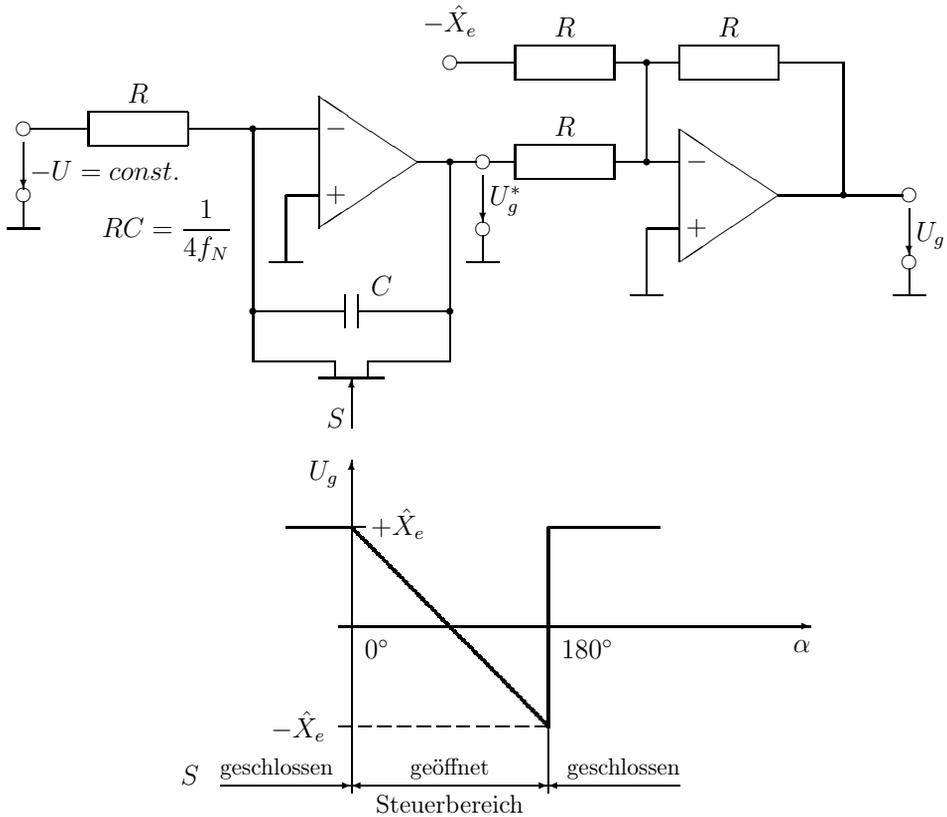


Abb. 9.3: Analoge Realisierung eines linearen Steuersatzes

9.2 Vereinfachte Approximation

Um in einem Regelkreis, z.B. nach Abb. 7.7, eine Einstellung der Reglerparameter nach den Standardoptimierungsverfahren vornehmen zu können, muß das Verhalten des Stromrichterstellglieds als mathematischer Zusammenhang vorliegen.

In der Regelungstechnik stellt die Approximation des Stromrichterstellglieds durch ein Totzeitglied mit $T_t = T_N/(2p)$ eine gängige Lösung dar. In diesem Abschnitt soll diese Möglichkeit der Approximation näher untersucht werden. Dazu sollen einige Voraussetzungen getroffen werden (siehe Abb. 9.2):

1. Die Spannungsrampen U_{gi} (Annahme eines linearen Steuersatzes) liegen parallel im zeitlichen Abstand $T = T_N/p = 1/(pf_N)$ mit $p =$ Pulszahl des Stromrichters. Die maximalen Werte von U_{gi} entsprechen dabei $+\hat{X}_e$ und repräsentieren die Steuerwinkel $\alpha_i = 0^\circ$; analog entsprechen die mi-

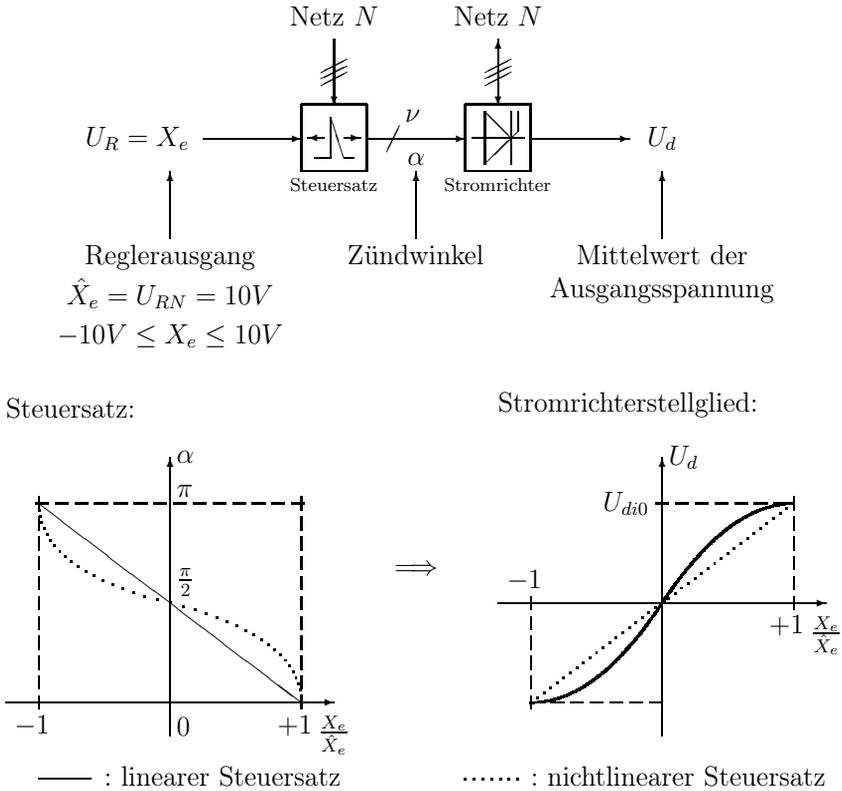


Abb. 9.4: Statischer Zusammenhang Steuersatz–Stromrichter

nimalen Werte von U_{gi} den Werten $-\hat{X}_e$ und diese Spannungswerte den Steuerwinkeln $\alpha_i = 180^\circ$ (siehe auch Abb. 9.2, unten).

2. Die Steuerspannung ist konstant ($X_e = X_{e0}$) und erzeugt durch die Schnittpunkte mit den Spannungsrampen U_{gi} Zündimpulse im äquidistanten Abstand T .
3. Darüberhinaus soll die Änderung von X_e um dX_e sehr klein sein, im Grenzfall $dX_e \rightarrow 0$ — damit wird auch die zeitliche Verschiebung des Zündimpulses nach der Änderung dX_e klein.

Unter diesen Voraussetzungen verhält sich der Steuersatz somit wie ein Abtaster mit der Abtastperiode $T = T_N/p$ (bei $X_e = X_{e0} = \text{konst.}$). Da der Stromrichter Ausschnitte aus dem Drehspannungssystem N an die Last durchschaltet, kann er als Halteglied höherer Ordnung aufgefaßt werden. Betrachtet man nur den zu X_{e0} bzw. α_0 gehörigen Mittelwert der Stromrichterausgangsspannung U_d , dann kann der Stromrichter als Halteglied nullter Ordnung aufgefaßt werden.

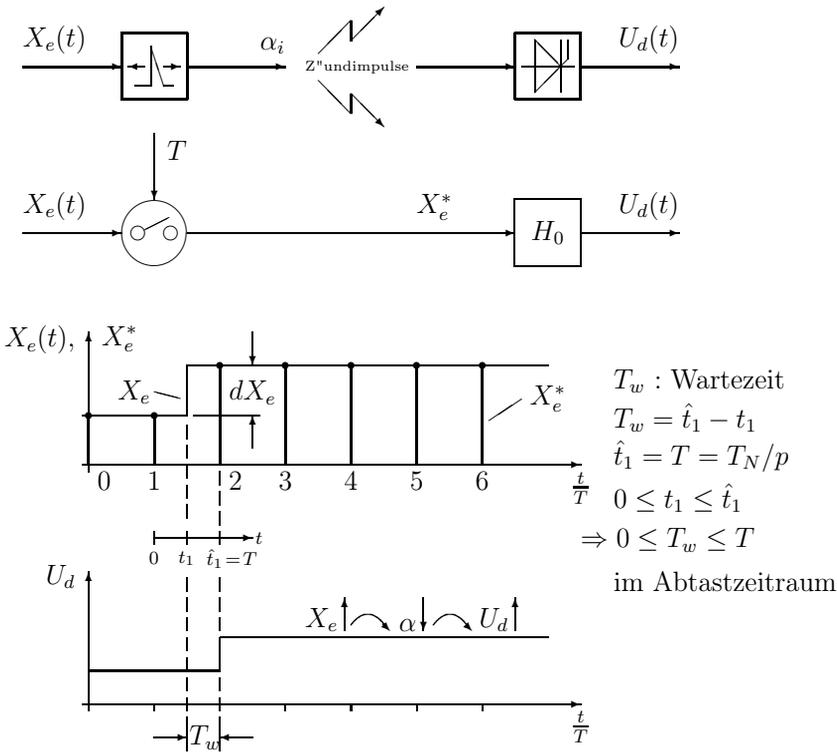


Abb. 9.5: Ersatzsystem für Steuersatz und Stromrichter

Abbildung 9.5 zeigt das Ersatzsystem für Steuersatz mit Stromrichter, wenn die Voraussetzungen 1 bis 3 gültig sind. Für die folgenden Überlegungen muß der in Abb. 9.5 neu gesetzte Zeitmaßstab beachtet werden. Die Änderung der Eingangsspannung X_e zum Zeitpunkt t_1 wird aufgrund der konstanten Abtastfrequenz erst zum Zeitpunkt $\hat{t}_1 = T$ als Änderung des Gleichspannungsmittelwertes U_d am Systemausgang sichtbar. Die Wartezeit T_w definiert sich daher zu

$$T_w = \hat{t}_1 - t_1 \tag{9.6}$$

- mit t_1 : Zeitpunkt der Steuerspannungsverstellung
- \hat{t}_1 : Zeitpunkt, an dem der neue stationäre Zustand erreicht wird

T_w kann abhängig vom Zeitpunkt der X_e -Änderung im Bereich $0 < T_w \leq T$ liegen. Jeder Wert von T_w in diesem Bereich hat die gleiche Wahrscheinlichkeit, da kein statistischer Zusammenhang zwischen dem Zeitpunkt der Änderung von dX_e während $0 < t_1 \leq \hat{t}_1 = T$ und dem Abtastvorgang an sich vorliegt.

Somit kann ein Erwartungswert T_E (statistischer Mittelwert von T_w) definiert werden:

$$T_E = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T T_w(t) dt = 0,5 \cdot T \quad (9.7)$$

Die Übertragungsfunktion des Systems Steuersatz–Stromrichter kann damit durch folgende Gleichung approximiert werden:

$$G_{STR}(s) = \underbrace{V_{STR}(\alpha)}_{\text{statische Verstärkung}} \cdot \underbrace{e^{-sT_t}}_{\text{dynamisches Verhalten}} \quad (9.8)$$

$$\text{mit } T_t = T_E = T_N/(2p)$$

Diese Näherung ist allerdings nach Voraussetzung 3 nur für kleine Änderungen dX_e zulässig. Bei großen Änderungen von X_e kann das Verhalten des Stromrichterstellglieds mit Gl. (9.8) nicht mehr ausreichend beschrieben werden.

In Kap. 7.1.1 wurde bei der Optimierung des Regelkreises aus Abb. 7.7 für das Stromrichterstellglied die mit Gl. (9.8) beschriebene Näherung eingesetzt. Es konnte festgestellt werden, daß die aufgrund der theoretisch bestimmten Regleroptimierung erhaltenen Ergebnisse nicht mit den in Abb. 7.9 dargestellten praktischen Ergebnissen übereinstimmen.

Für das in Kap. 7.1.1 verwendete sechspulsige Stellglied hatte sich bei $f_N = 50 \text{ Hz}$ ergeben:

1. Mit der Bedingung $|F_0(j\omega_d)| = 1 = K_I/\omega_d$ konnte $K_{I,opt}$ zu

$$K_{I,opt} = \omega_d = 278 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (9.9)$$

berechnet werden.

2. Die Stabilitätsgrenze wurde durch Einsetzen von $\varphi_{T_t} = 90^\circ$ anstelle von $26,5^\circ$ berechnet. In diesem Fall war

$$K_{I,krit} = \omega_{d,krit} = 942 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (9.10)$$

Bei der praktischen Erprobung dieser Regleroptimierung (Abb. 7.9) wurde festgestellt:

1. Bei dem errechneten $K_{I,opt}$ sind die Übergangsvorgänge aperiodisch gedämpft. Erst bei wesentlich höheren Kreisverstärkungen sind Übergangsvorgänge mit $D = 1/\sqrt{2}$ festzustellen.
2. Bei Kreisverstärkungen größer als $K_{I,krit}$ tritt keine Instabilität auf. Es wird allerdings bei positiven Sollwertsprüngen, die eine Spannungserhöhung des Stellglieds erfordern, mit zunehmender Kreisverstärkung zunehmendes Überschwingen des Istwertes festgestellt. Dies gilt nicht bei negativen Sollwertsprüngen.

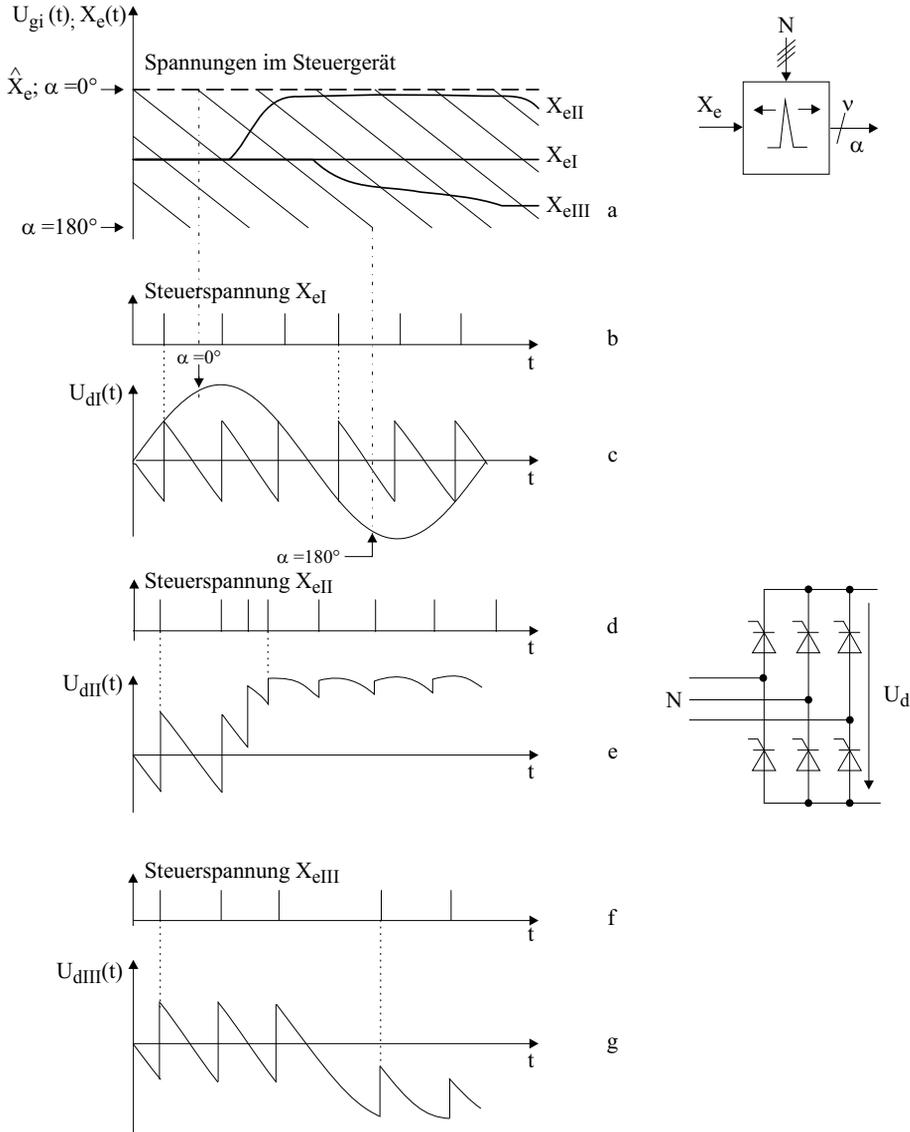


Abb. 9.6: a-g: Zuordnung von Steuerspannung X_e , Impulslage und Ausgangsspannung $U_d(t)$ bei linearem Steuersatz (Stellgliedtyp 1)

Anhand von Abb. 9.6 kann dieses unsymmetrische Verhalten des Stromrichterstellglieds nachvollzogen werden. Nehmen wir zunächst einen Steuerspannungsverlauf mit $X_e = X_{eII}$ an (Aussteuerung in Richtung abnehmendem Steuerwinkel; $\alpha \rightarrow 0^\circ$). Es ergibt sich eine Zündimpulsfolge nach Abb. 9.6d (dynamische Erhöhung der Zündimpulsfrequenz), die eine schnelle Erhöhung der Ausgangsspannung $U_{dII}(t)$ ermöglicht (Abb. 9.6e).

Bei einem Steuerspannungsverlauf mit $X_e = X_{e\text{III}}$ (Aussteuerung in Richtung zunehmendem Steuerwinkel; $\alpha \rightarrow 180^\circ$) tritt eine dynamische Absenkung der Zündimpulsfrequenz auf; das zu untersuchende System verhält sich aber trotzdem günstiger als das ursprüngliche Ersatzsystem, da die Ausgangsspannung stetig auf einer verketteten Spannung verringert wird (Abb. 9.6f und Abb. 9.6g).

Zu Beginn dieses Kapitels war das Stromrichterstellglied als Abtaster mit nachgeschaltetem Halteglied nullter Ordnung modelliert worden, d.h. es war angenommen worden, daß eine Spannungsverstellung am Eingang mit stationärer Zündimpulsfrequenz übertragen wird. Bei dem vorliegenden System ist die Zündimpulsfrequenz jedoch eine Funktion des Steuerungspannungsverlaufs X_e . Dies zeigt, daß die obige Annahme tatsächlich nur für Steuerspannungsänderungen $dX_e \rightarrow 0$ zulässig ist!

Für eine Modellierung, die das Großsignalverhalten des Stromrichterstellglieds richtig wiedergibt, muß daher zunächst das dynamische Verhalten des Stellglieds genauer untersucht werden.

9.3 Untersuchung des dynamischen Verhaltens netzgeführter Stromrichterstellglieder

Aus den bisherigen Erkenntnissen läßt sich ableiten, daß verbesserte Approximationen für das dynamische Verhalten von netzgeführten Stromrichterstellgliedern gesucht werden müssen. Dabei werden die zu Beginn von Kap. 9.1 getroffenen Voraussetzungen

- das Drehspannungssystem N ist symmetrisch,
- der Strom im Stellglied lückt nicht,

um die Punkte

- die Kommutierung wird vernachlässigt ($D_x = 0$),
- es treten keine Sättigungserscheinungen auf

erweitert.

Um den mathematischen Aufwand gering zu halten und um die Anschaulichkeit zu verbessern, werden die Gleichungen nur für den Stellgliedtyp 1 (nichtlineare statische Kennlinie) ausführlich abgeleitet; die Ergebnisse der Untersuchungen werden jedoch für beide Stellgliedtypen angegeben. Wesentlich gegenüber den bisherigen Untersuchungen ist, daß das Großsignalverhalten untersucht wird.

9.3.1 Analyse des Stromrichterstellglieds bei einer Zündwinkelverstellung in Richtung abnehmendem Steuerwinkel

Stellglied mit nichtlinearer statischer Kennlinie (Stellgliedtyp 1)

Um die dynamischen Eigenschaften des Stellgliedtyps 1 zu verdeutlichen, soll eine sprungförmige Verstellung der Steuerspannung X_e ausgehend vom Arbeitspunkt $X_{e0} = 0V$ bzw. $\alpha_0 = 90^\circ$ um ΔX_e angenommen werden, die einer Zündwinkeländerung $\Delta\alpha < 0$ entspricht (Abb. 9.7a). Bei der Untersuchung der dynamischen Eigenschaften des Stromrichterstellglieds müssen bei einer Verschiebung des Zündwinkels in Richtung abnehmendem α zwei Zeitbereiche unterschieden werden:

- Im **Bereich I** erfolgt auf eine Verstellung der Eingangsspannung X_e keine sofortige Reaktion am Ausgang des Stromrichters, da die Steuerspannung X_{e1} die nachfolgende Spannungsrampe erst nach Abschluß des Verstellvorgangs schneidet (Abb. 9.7b).
- Im Gegensatz dazu wird im **Bereich II** die nachfolgende Spannungsrampe von X_{e2} bereits während des Verstellvorganges geschnitten, was eine sofortige Reaktion am Stromrichterausgang zur Folge hat; die gewünschte Winkeländerung wird allerdings nicht sofort vollständig übertragen (Abb. 9.7d).

Die Abbildungen 9.7c und 9.7e zeigen die resultierenden Ausgangsspannungsverläufe nach einem Spannungszeitflächenausgleich. Aus dem Verlauf $U_{dI}(t)$ bzw. $U_{dII}(t)$ ergeben sich damit die Spannungsverläufe $U_{dI}^*(t)$ und $U_{dII}^*(t)$.

Im stationären Betrieb heben sich die positiven und negativen Spannungszeitflächen der stückweise stetigen Ausgangsspannung $U_d(t)$ auf; dies gilt nicht mehr in den Zeitbereichen, in denen eine Verstellung der Spannung X_e bzw. des Zündwinkels erfolgt.

Die Zeitählung für die Berechnung der zusätzlich auftretenden Spannungszeitfläche beginnt deshalb immer am Anfang des Intervalls, in dem eine Spannungsänderung ΔX_e auftritt (in Abb. 9.7a mit $t = 0$ angedeutet), und endet beim Erreichen des neuen resultierenden stationären Zustandes. Die aus der Integration über den Ausgangsspannungsverlauf resultierende Spannungszeitfläche A wird dann in der in Abb. 9.7c und 9.7e gezeigten Weise berücksichtigt.

Im folgenden wollen wir im **Bereich I** die Wartezeit T_{w1} bei $\alpha \rightarrow 0^\circ$ berechnen. Die Zeitählung für die Wartezeit beginnt wie in Abb. 9.5 bei der Änderung von X_e zum Zeitpunkt t_1 und endet beim Erreichen des neuen stationären Zustandes zum Zeitpunkt \hat{t}_1 , der die obere Grenze des **Bereichs I** festlegt (Abb. 9.7a und 9.7b).

Um die zusätzlich auftretende dynamische Spannungszeitfläche A_1 bei der Berechnung der Wartezeit T_{w1} zu berücksichtigen, wollen wir den Spannungszeitflächenausgleich in der in Abb. 9.7c gezeigten Weise durchführen. In Gl. (9.11)

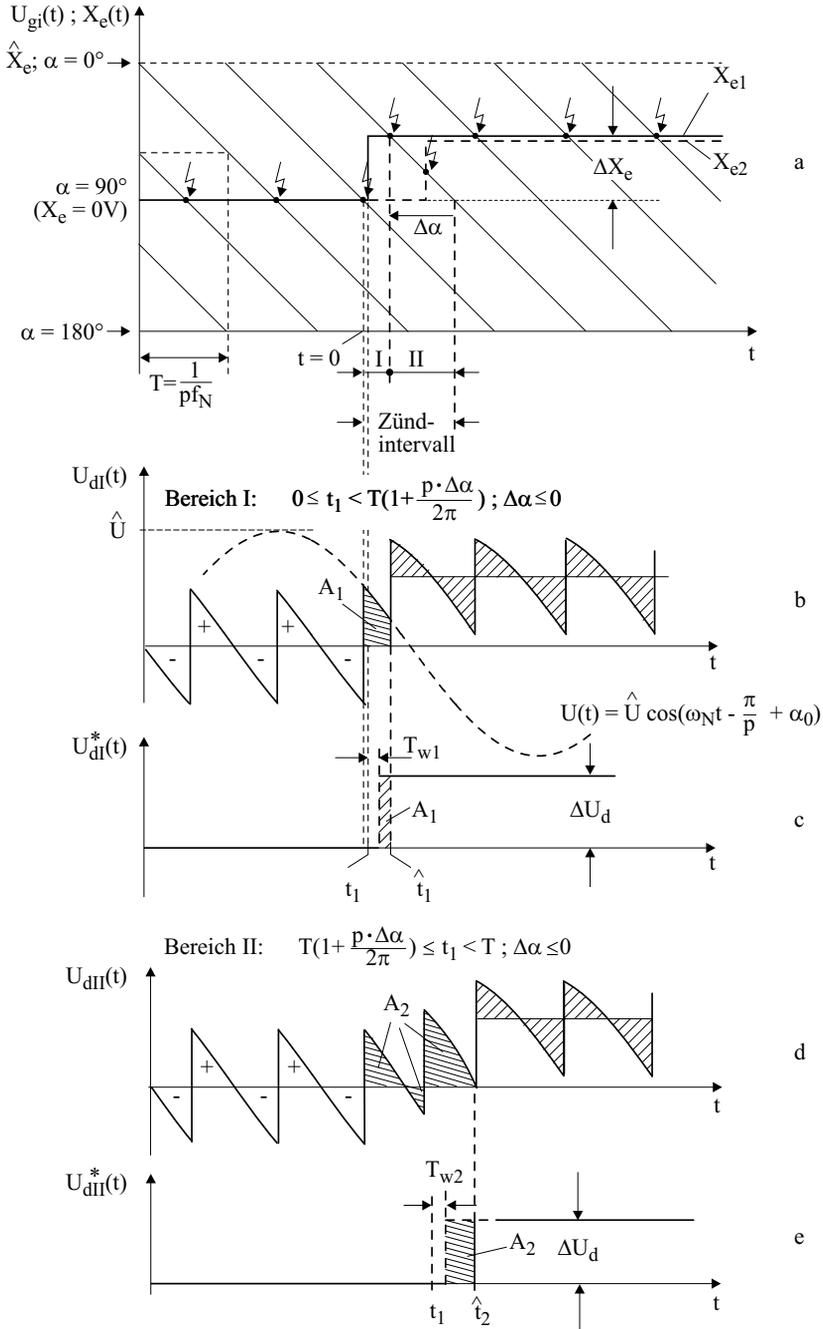


Abb. 9.7: a-e: Signalverläufe bei Aussteuerung in Richtung abnehmendem Steuerwinkel, $\alpha \rightarrow 0^\circ$ (Stellgliedtyp 1)

wird T_{w1} gegenüber Gl. (9.6) infolgedessen um den zusätzlichen Term Δt erweitert, der sich aus der dynamischen Zusatzspannungszeitfläche A_1 ergibt.

Erweiterte Wartezeitformel im Bereich I:

$$T_{w1} = \hat{t}_1 - t_1 - \Delta t \tag{9.11}$$

mit $\Delta t = \frac{A_1}{\Delta U_d}$

Wie aus Gl. (9.11) ersichtlich ist, wird zur Berechnung der Wartezeit T_{w1} neben der Bereichsgrenze \hat{t}_1 auch die mittlere Ausgangsspannungsänderung ΔU_d benötigt, zu deren Berechnung wiederum der Spannungsverlauf $U(t)$ im Zündintervall bekannt sein muß.

Bei einem p-pulsigen Stromrichter erfährt der Steuerwinkel α aufgrund der Steigung der Spannungsrampen U_{gi} in der Zeit $T = 1/(pf_N)$ eine Änderung um den Winkel $\Delta\alpha^* = 360^\circ/p$, welche der natürlichen Winkeländerung im Spannungssystem N entspricht. Unabhängig von der Verstellhöhe kann sich daher bei einem positiven Steuerspannungssprung ΔX_e der Steuerwinkel von einem Ventil zum nächsten um maximal dieses $\Delta\alpha^*$ ändern; in diesem Fall wird sofort nach der Zündung zum Zeitpunkt $t = 0$ in Abb. 9.7a das darauffolgende Ventil gezündet. Die Signalverläufe in Abb. 9.7 gelten für ein $p = 6$ -pulsiges Stellglied. In Abb. 9.7a könnte also der Steuerwinkel α ausgehend von der dort angenommenen Grundaussteuerung $\alpha_0 = 90^\circ$ durch einen positiven Steuerspannungssprung ΔX_e zum Zeitpunkt $t = 0 = t_1$ maximal auf den Winkel $\alpha_1 = 30^\circ$ bei $t = 0 = t_1 = \hat{t}_1$ verstellt werden.

Für alle folgenden Ausführungen soll die Definition von $\Delta\alpha$

$$\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_0 \tag{9.12}$$

verwendet werden. Aufgrund der Zuordnung von X_e und α gilt daher bei einer Aussteuerung in Richtung abnehmendem Steuerwinkel ($\alpha \rightarrow 0^\circ$) immer:

$$\alpha_1 \leq \alpha_0 \quad \Rightarrow \quad \Delta\alpha \leq 0 \tag{9.13}$$

Aus diesem Grund muß in die nachfolgenden Gleichungen (9.14) bis (9.21) immer ein *negatives* $\Delta\alpha$ eingesetzt werden. Bei einer vorgegebenen Zündwinkeländerung im **Bereich I** gilt:

$$-\Delta\alpha^* = -\frac{2\pi}{p} \leq \Delta\alpha \leq 0 \tag{9.14}$$

$$0 \leq t_1 \leq \hat{t}_1 \tag{9.15}$$

$$\hat{t}_1 = T \left(1 + p \cdot \frac{\Delta\alpha}{2\pi} \right) \tag{9.16}$$

Die Ausgangsspannung $U(t)$ im Zündintervall bezüglich des für die Berechnung der Spannungszeitfläche A_1 neu gesetzten Zeitursprungs ($t = 0$) kann aus Abb. 9.7b abgelesen werden zu:

$$U(t) = \hat{U} \cos \left(\omega_N t - \frac{\pi}{p} + \alpha_0 \right) \quad (9.17)$$

mit α_0 : Zündwinkel bei konstanter Steuerspannung X_{e0} ,
auch mit Grundaussteuerung bezeichnet
 ω_N : Netzkreisfrequenz, $\omega_N = 2\pi f_N$

Damit folgt für den arithmetischen Mittelwert der Ausgangsspannung im Zündintervall:

$$U_d = \frac{\hat{U}}{\omega_N T} \cdot 2 \sin \frac{\pi}{p} \cdot \cos \alpha_0 = \hat{U} \cdot \underbrace{\frac{p}{\pi} \cdot \sin \frac{\pi}{p}}_{U_{di0}} \cdot \cos \alpha_0 \quad (9.18)$$

Die mittlere Ausgangsspannungsänderung ΔU_d als Funktion von α_0 und $\Delta\alpha$ ist

$$\Delta U_d = \hat{U} \cdot \frac{p}{\pi} \cdot \sin \frac{\pi}{p} \cdot [\cos(\alpha_0 + \Delta\alpha) - \cos \alpha_0] \quad (9.19)$$

Für die Spannungszeitfläche A_1 ergibt sich:

$$A_1 = \hat{U} \cdot T \cdot \frac{p}{2\pi} \left[\sin \left(\alpha_0 + \frac{\pi}{p} + \Delta\alpha \right) - \sin \left(\alpha_0 - \frac{\pi}{p} \right) - 2 \left(1 + \frac{p\Delta\alpha}{2\pi} \right) \sin \frac{\pi}{p} \cdot \cos \alpha_0 \right] \quad (9.20)$$

Damit gilt:

Wartezeit T_{w1} im Bereich I ($\alpha \rightarrow 0^\circ$)

$$T_{w1} = T \cdot \left(1 + \frac{p\Delta\alpha}{2\pi} \right) - t_1$$

$$- T \cdot \frac{\sin \left(\alpha_0 + \frac{\pi}{p} + \Delta\alpha \right) - \sin \left(\alpha_0 - \frac{\pi}{p} \right)}{2 \sin \frac{\pi}{p} \cdot [\cos(\alpha_0 + \Delta\alpha) - \cos \alpha_0]} \quad (9.21)$$

$$+ T \cdot \frac{\left(1 + \frac{p\Delta\alpha}{2\pi} \right) \cos \alpha_0}{\cos(\alpha_0 + \Delta\alpha) - \cos \alpha_0}$$

mit $\Delta\alpha \leq 0$

Die Gleichungen (9.16) bis (9.21) sind Funktionen von α_0 und/oder $\Delta\alpha$ und beinhalten nicht die Stellgliedcharakteristik $\alpha = f(X_e)$. Sie sind damit bei Aussteuerungen $\alpha \rightarrow 0^\circ$ für *beide* Stellgliedtypen gültig.

Zur Berechnung der

Wartezeit T_{w1} für den Stellgliedtyp 1 im **Bereich I** ($\alpha \rightarrow 0^\circ$)

müssen daher die auf Gl. (9.2) basierenden Zusammenhänge

$$\alpha_0 = \frac{\pi}{2} \cdot \left(1 - \frac{X_{e0}}{\hat{X}_e} \right) \tag{9.22}$$

$$\Delta\alpha = -\frac{\pi}{2} \frac{\Delta X_e}{\hat{X}_e} \tag{9.23}$$

in Gl. (9.21) eingesetzt werden. Dabei muß der für $\Delta X_e / \hat{X}_e$ gültige, aus Gl. (9.14) abgeleitete Verstellbereich nach Gl. (9.24) beachtet werden.

$$\text{Stellgliedtyp 1:} \quad 0 \leq \frac{\Delta X_e}{\hat{X}_e} \leq \frac{4}{p} \tag{9.24}$$

Für die Steuerspannung gilt unabhängig von Stellgliedtyp und Aussteuerichtung:

$$\Delta X_e = X_{e1} - X_{e0} \tag{9.25}$$

$$-1 \leq \frac{X_{e0}}{\hat{X}_e} \leq 1 \tag{9.26}$$

Der **Bereich II** soll hier nicht weiter untersucht werden, da die Vorgehensweise im Prinzip dem Vorgehen im **Bereich I** gleicht (siehe [145]). Allgemein soll nur noch auf folgendes hingewiesen werden: Bei einer Steuerwinkeländerung $\Delta\alpha < -\Delta\alpha^* = -360^\circ/p$ ($\Delta X_e / \hat{X}_e > 4/p$) schneidet die Steuerspannung die nachfolgende Spannungsrampe unabhängig vom Zündzeitpunkt immer bereits während des Stellvorganges. In diesem Fall ist also nur noch der **Bereich II** (Wartezeit T_{w2}) vorhanden.

Stellglied mit linearer statischer Kennlinie (Stellgliedtyp 2)

Der Vorteil des Stellgliedtyps 2 ist in der konstanten, arbeitspunktunabhängigen Verstärkung zu sehen. Nach Gl. (9.5) gilt im Arbeitspunkt bei Vernachlässigung des induktiven Gleichspannungsabfalls D_x :

$$U_d = U_{di0} \cdot \frac{X_{e0}}{\hat{X}_e} = \hat{U} \cdot \frac{p}{\pi} \cdot \sin \frac{\pi}{p} \cdot \frac{X_{e0}}{\hat{X}_e} \tag{9.27}$$

$$\frac{dU_d}{dX_{e0}} = \frac{U_{di0}}{\hat{X}_e} = V_{STR} = const. \tag{9.28}$$

mit X_{e0} : konstante Eingangsspannung vor der Spannungsverstellung

Für die dynamischen Eigenschaften des Stellgliedtyps 2 gelten wieder die Gleichungen (9.14) bis (9.21). Zur Berechnung der

Wartezeit T_{w1} für den Stellgliedtyp 2 im **Bereich I** ($\alpha \rightarrow 0^\circ$)

müssen daher die auf Gl. (9.4) basierenden Zusammenhänge

$$\alpha_0 = \arccos \frac{X_{e0}}{\hat{X}_e} \quad (9.29)$$

$$\Delta\alpha = \arccos \frac{X_{e1}}{\hat{X}_e} - \arccos \frac{X_{e0}}{\hat{X}_e} \quad (9.30)$$

in Gl. (9.21) eingesetzt werden. Als gültiger Bereich für $\Delta X_e / \hat{X}_e$ ist dabei die aus Gl. (9.14) abgeleitete Gl. (9.31) zu beachten.

$$\text{Stellgliedtyp 2:} \quad 0 \leq \frac{\Delta X_e}{\hat{X}_e} \leq \cos \left(\arccos \frac{X_{e0}}{\hat{X}_e} - \frac{2\pi}{p} \right) - \frac{X_{e0}}{\hat{X}_e} \quad (9.31)$$

Ebenso wie bei Stellgliedtyp 1 gleicht auch in diesem Fall die Vorgehensweise für den **Bereich II** (Wartezeit T_{w2}) im Prinzip dem gezeigten Vorgehen für den **Bereich I** (siehe [145]). Er soll daher nicht gesondert untersucht werden.

9.3.2 Analyse des Stromrichterstellglieds bei einer Zündwinkelverstellung in Richtung zunehmendem Steuerwinkel

Stellglied mit nichtlinearer statischer Kennlinie (Stellgliedtyp 1)

Im Gegensatz zu einer Zündwinkelverstellung in Richtung abnehmendem Steuerwinkel, bei der eine schnelle Reaktion des Stellglieds auf eine Steuerspannungsänderung festzustellen ist, kann bei einer Verstellung in Richtung zunehmendem Steuerwinkel ($\alpha \rightarrow 180^\circ$) die Spannungsabsenkung nur auf einer der verketteten Spannungen des Spannungssystems N erfolgen (Abb. 9.8). Dieser Vorgang benötigt aber proportional der geforderten Winkeländerung eine gewisse Zeit. Um diese Verhältnisse anschaulich zu erklären, wollen wir die Berechnung der Wartezeit T_{w3} unter Zuhilfenahme von Abb. 9.8 durchführen.

Zur Vereinfachung der Berechnung nehmen wir den stationären Endzustand erst zum Zeitpunkt t_3 an. Dadurch werden virtuelle Zündimpulse Z_v , die das bereits durchgeschaltete Stromrichterventil beim Übergang in den neuen stationären Endzustand noch einmal durchzuschalten versuchen, berücksichtigt. Der Schnittpunkt von X_e und der Spannungsrampe, welcher zwischen $t = 0$ und dem Zeitpunkt des virtuellen Zündimpulses Z_v liegt, führt dabei nicht zu einem erneuten Durchschalten des Ventils. Im Gegensatz zu einer Aussteuerung $\alpha \rightarrow 0^\circ$ gilt bei einer Spannungsverstellung in Richtung $\alpha \rightarrow 180^\circ$ durch die Definition

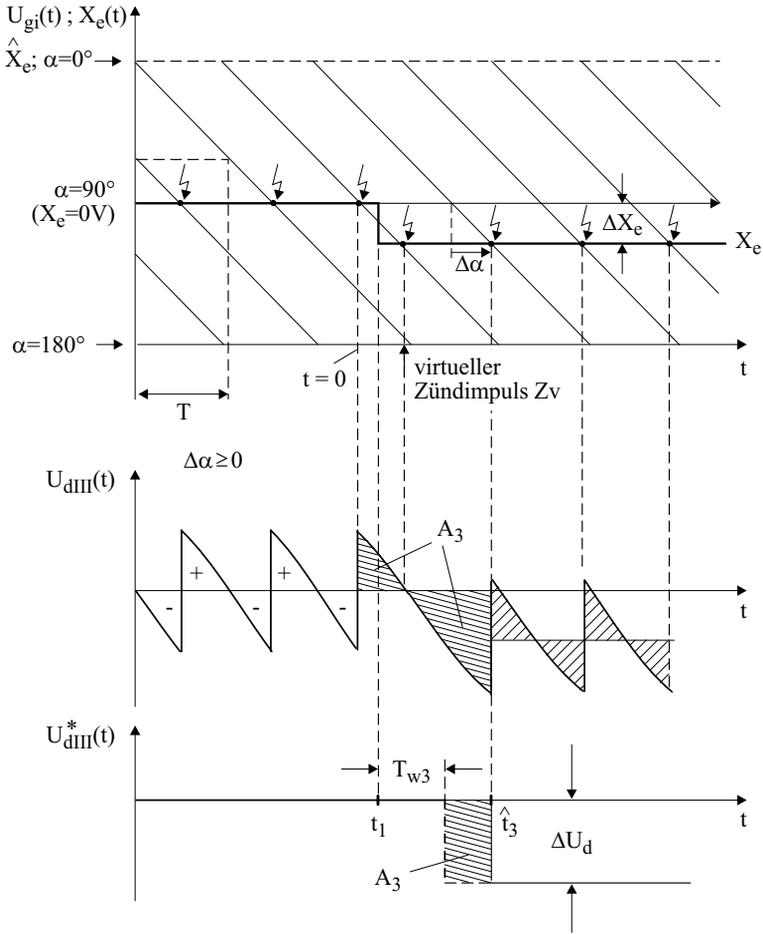


Abb. 9.8: Signalverläufe bei Aussteuerung in Richtung zunehmendem Steuerwinkel, $\alpha \rightarrow 180^\circ$ (Stellgliedtyp 1)

von $\Delta\alpha$ nach Gl. (9.12) immer:

$$\alpha_1 \geq \alpha_0 \quad \Rightarrow \quad \Delta\alpha \geq 0 \tag{9.32}$$

Aus diesem Grund muß in die nachfolgenden Gleichungen (9.33) bis (9.39) immer ein *positives* $\Delta\alpha$ eingesetzt werden.

Bei einer Spannungsverstellung in Richtung $\alpha \rightarrow 180^\circ$ ist darüberhinaus die Aussteuerhöhe nicht auf $\Delta\alpha^*$ begrenzt, sondern es gilt:

$$0 \leq \Delta\alpha \leq \pi - \alpha_0 \tag{9.33}$$

Allgemein ergibt sich durch die Anwendung der erweiterten Wartezeitformel nach Gl. (9.11):

$$T_{w3} = \hat{t}_3 - t_1 - \Delta t \quad (9.34)$$

$$\text{mit } \Delta t = \frac{A_3}{\Delta U_d}$$

$$0 \leq t_1 < T \quad (9.35)$$

$$\hat{t}_3 = T \left(1 + p \cdot \frac{\Delta \alpha}{2\pi} \right) \quad (9.36)$$

A_3 und ΔU_d können zu

$$A_3 = \hat{U} \cdot T \cdot \frac{p}{2\pi} \left[\sin \left(\alpha_0 + \frac{\pi}{p} + \Delta \alpha \right) - \sin \left(\alpha_0 - \frac{\pi}{p} \right) - 2 \left(1 + \frac{p \Delta \alpha}{2\pi} \right) \sin \frac{\pi}{p} \cdot \cos \alpha_0 \right] \quad (9.37)$$

$$\Delta U_d = \hat{U} \cdot \frac{p}{\pi} \cdot \sin \frac{\pi}{p} \cdot [\cos(\alpha_0 + \Delta \alpha) - \cos \alpha_0] \quad (9.38)$$

berechnet werden.

Damit gilt:

Wartezeit T_{w3} ($\alpha \rightarrow 180^\circ$)

$$T_{w3} = T \cdot \left(1 + \frac{p \Delta \alpha}{2\pi} \right) - t_1$$

$$- T \cdot \frac{\sin \left(\alpha_0 + \frac{\pi}{p} + \Delta \alpha \right) - \sin \left(\alpha_0 - \frac{\pi}{p} \right)}{2 \sin \frac{\pi}{p} \cdot [\cos(\alpha_0 + \Delta \alpha) - \cos \alpha_0]} \quad (9.39)$$

$$+ T \cdot \frac{\left(1 + \frac{p \Delta \alpha}{2\pi} \right) \cos \alpha_0}{\cos(\alpha_0 + \Delta \alpha) - \cos \alpha_0}$$

mit $\Delta \alpha \geq 0$

Die Gleichungen (9.36) bis (9.39) sind ebenfalls *unabhängig* vom Stellgliedtyp gültig. Zur Berechnung der

Wartezeit T_{w3} für den Stellgliedtyp 1 ($\alpha \rightarrow 180^\circ$)

müssen die bereits bekannten Voraussetzungen für den Stellgliedtyp 1, Gl. (9.22) und (9.23) in Gl. (9.39) eingesetzt werden.

Als gültiger Bereich für $\Delta X_e / \hat{X}_e$ ist dabei der aus Gl. (9.33) abgeleitete Bereich nach Gl. (9.40) zu beachten.

$$-1 - \frac{X_{e0}}{\hat{X}_e} \leq \frac{\Delta X_e}{\hat{X}_e} \leq 0 \quad (9.40)$$

Formal sind die Gleichungen (9.39) und (9.21) identisch, jedoch ergeben sich durch die unterschiedlichen Gültigkeitsbereiche für $\Delta\alpha$ bzw. ΔX_e unterschiedliche Wartezeiten.

Stellglied mit linearer statischer Kennlinie (Stellgliedtyp 2)

Zur Berechnung der

Wartezeit T_{w3} für den Stellgliedtyp 2 ($\alpha \rightarrow 180^\circ$)

müssen die Voraussetzungen nach Gl. (9.29) und (9.30) für den Stellgliedtyp 2 in Gl. (9.39) eingesetzt werden. Als Gültigkeitsbereich für $\Delta X_e/\hat{X}_e$ ist ebenfalls Gl. (9.40) zu beachten.

9.4 Diskussion der Ergebnisse

Im vorigen Kapitel 9.3 wurden die Gleichungen für die Wartezeiten T_{wi} für

1. Aussteuerung in Richtung abnehmendem Steuerwinkel $\alpha \rightarrow 0^\circ$ (T_{w1}, T_{w2}) und
2. Aussteuerung in Richtung zunehmendem Steuerwinkel $\alpha \rightarrow 180^\circ$ (T_{w3})

abgeleitet. Die Gleichungen der Wartezeiten T_{wi} sind unabhängig vom Typ des Stellglieds in beiden Fällen Funktionen

- vom Zeitpunkt t_1 der Spannungsverstellung,
- von der Grundaussteuerung α_0 und der Größe der Zündwinkelverstellung $\Delta\alpha$,
- bzw. von X_{e0} und der Steuerspannungsänderung ΔX_e .

Zur Verdeutlichung der Großsignaleigenschaften des Systems Steuersatz–Stromrichter wird der vierdimensionale Raum mit den Achsen t_1 , α_0 , $\Delta\alpha$ (bzw. ΔX_e) und T_w durch die Schnitte bei verschiedenen Grundaussteuerungen α_0 auf die Ebene mit den Achsen T_w und $\Delta\alpha$ (bzw. ΔX_e) zurückgeführt. Die Ergebnisse der Analyse einer Systemanordnung mit $p = 6$ zeigen die Abbildungen 9.9 und 9.10. Um die Stellgliedcharakteristik zu berücksichtigen, sind die Wartezeiten in beiden Abbildungen über der Steuerspannungsänderung ΔX_e aufgetragen.

Zu beachten ist, daß bei Zündwinkelverstellungen in Richtung abnehmendem Steuerwinkel ($\alpha \rightarrow 0^\circ$, Abb. 9.9) ΔX_e aufgrund von Gl. (9.24) *positiv*

ist, während sich für Winkeländerungen in Richtung zunehmendem Steuerwinkel ($\alpha \rightarrow 180^\circ$, Abb. 9.10) durch Gl. (9.40) ein *negatives* ΔX_e ergibt.

Da bei Stellgliedertyp 1 zwischen α und X_e ein linearer Zusammenhang besteht, kann in diesem Fall T_{w1} ebenso über $\Delta\alpha$ aufgetragen werden. Hier muß jedoch beachtet werden, daß $\Delta\alpha \leq 0$ ist.

Ein Vergleich beider Abbildungen zeigt deutlich die **dynamische Unsymmetrie** beider Stellglieder. Weiterhin ist in beiden Fällen eine Abhängigkeit von der Grundaussteuerung α_0 zu erkennen.

Die in den Abbildungen dargestellten Kurven T_{wu} und T_{wg} ergeben sich in Abhängigkeit vom Zeitpunkt t_1 der Steuerspannungsverstellung.

- Die obere Grenzkurve mit den ungünstigen (maximalen) Wartezeiten T_{wu} wird durch Zündwinkelverstellungen bei $\alpha \rightarrow 0^\circ$ zum Zeitpunkt $t_1 = 0$ (**Bereich I**), bzw. $t_1 = T$ (**Bereich II**) festgelegt. Bei $\alpha \rightarrow 180^\circ$ kommen die maximalen Wartezeiten durch ein Schalten ebenfalls bei $t_1 = 0$ zustande.
- Zündwinkelverstellungen zum Zeitpunkt $t_1 = \hat{t}_1$ (für $\alpha \rightarrow 0^\circ$, **Bereich I** und **II**), bzw. $t_1 = T$ (für $\alpha \rightarrow 180^\circ$) bedingen die untere Grenzkurve T_{wg} mit den günstigen (minimalen) Wartezeiten.

Die von diesen beiden Grenzkurven eingeschlossene Fläche wird *Wartezeitbereich* genannt.

Zusätzlich sind in den Abbildungen die Kurven der mittleren Wartezeit T_{wm} eingetragen; diese entspricht jeweils dem Erwartungswert.

Ein überraschendes Ergebnis sind die negativen Wartezeiten. Sie können jedoch durch eine Gegenüberstellung der bisher eingeführten Wartezeitgleichungen Gl. (9.6)

$$T_w = \hat{t}_1 - t_1$$

Gl. (9.11)

$$T_{w1} = \hat{t}_1 - t_1 - \Delta t$$

und Gl. (9.34)

$$T_{w3} = \hat{t}_3 - t_1 - \Delta t$$

erklärt werden. Negative Wartezeiten werden immer dann auftreten, wenn der Term Δt in Gl. (9.11) und (9.34) dominiert, d.h. wenn die Steuerspannungs- bzw. die Winkeländerung an der oberen Grenze des jeweiligen Zeitbereichs stattfindet ($t_1 \rightarrow \hat{t}_1$). Eine negative Wartezeit ist somit ein Hinweis auf einen dynamischen Überschuß an Spannungszeitfläche und eine dynamische Überverstellung der Ausgangsspannung des Stellglieds. Würde z.B. im **Bereich I** mit

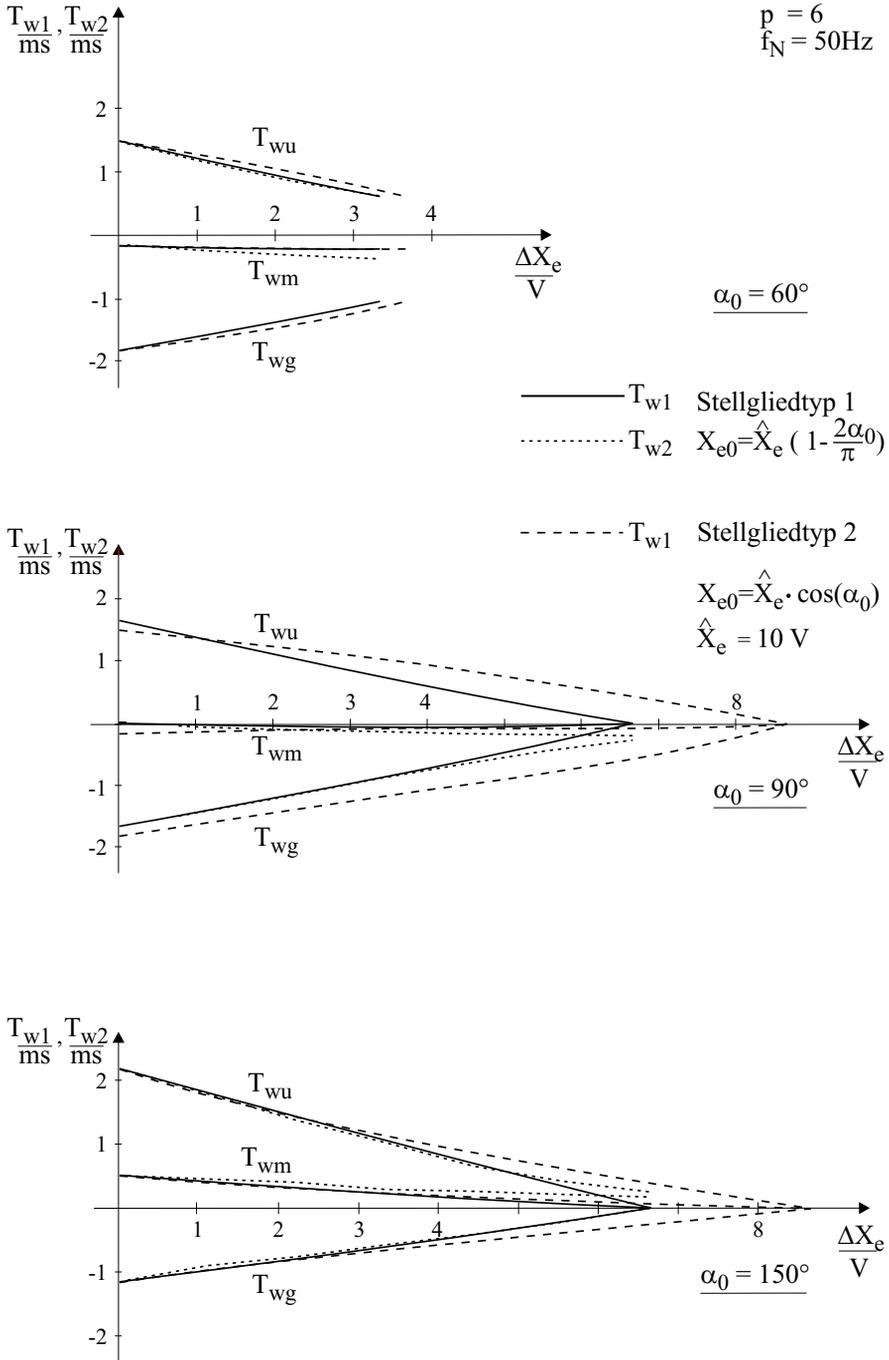


Abb. 9.9: Wartezeiten T_{w1} , T_{w2} bei einer Zündwinkelverstellung in Richtung abnehmendem Steuerwinkel ($\alpha \rightarrow 0^\circ$); Stellgliedtyp 1 und Stellgliedtyp 2

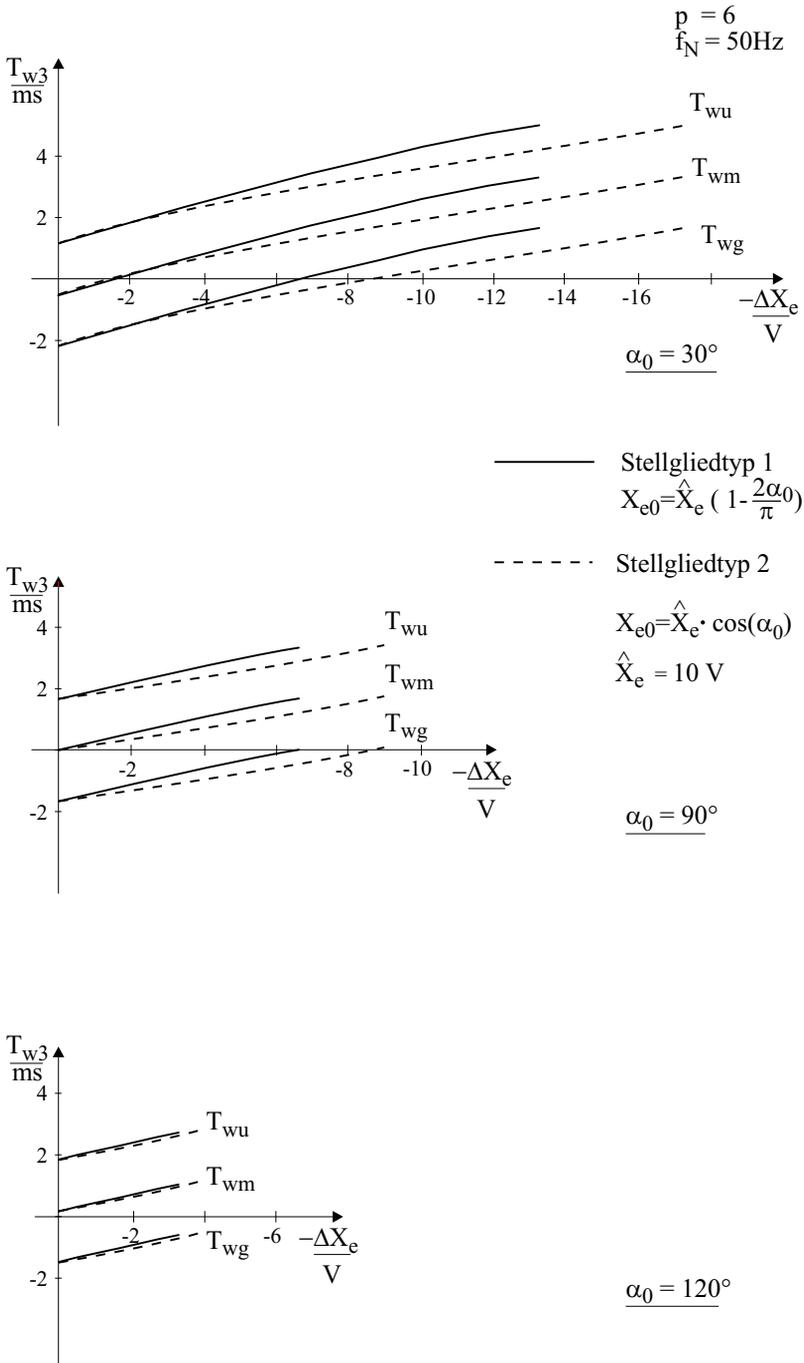


Abb. 9.10: Wartezeiten T_{w3} bei einer Zündwinkelverstellung in Richtung zunehmendem Steuerwinkel ($\alpha \rightarrow 180^\circ$); Stellgliedtyp 1 und Stellgliedtyp 2

$t_1 \rightarrow \hat{t}_1$ extrem spät geschaltet (vgl. Abb. 9.7), so würde der nach dem Spannungszeitflächenausgleich resultierende Spannungsmittelwert $U_{d1}^*(t)$ am Ausgang des Stromrichters schon vor dem Zeitpunkt t_1 der Zündwinkelverstellung anzusteigen beginnen, da das Δt der großen positiven Spannungszeitfläche gegenüber der Zeit $\hat{t}_1 - t_1$ überwiegen würde.

Die obigen Ergebnisse werden in Kap. 11 bei der Approximation des Systems mit der Beschreibungsfunktion bestätigt. In diesem Fall sind die Amplitude und Phase des Ausgangssignals $U_d(t)$ abhängig von der Phasenlage des Eingangssignals X_e bezogen auf das Spannungssystem N , von der Grundaussteuerung α_0 und von der Amplitude des Eingangssignals.

Aussteuerung in Richtung abnehmendem Steuerwinkel ($\alpha \rightarrow 0^\circ$)

Als Ergebnisse bei einer Aussteuerung $\alpha \rightarrow 0^\circ$ lassen sich folgende Punkte festhalten (Abb. 9.9):

- Bei kleinen Winkeländerungen $\Delta\alpha$ bzw. ΔX_e existiert im Zündintervall nur noch der **Bereich I**. Für T_{wu} und T_{wg} ergeben sich daher maximale Werte.
- Mit zunehmendem Betrag von $\Delta\alpha$ bzw. ΔX_e wird der Wartezeitbereich kleiner. Ursache dafür ist, daß mit zunehmendem Betrag von $\Delta\alpha$ der **Bereich I** geringer wird und der **Bereich II** zunimmt. Dadurch wandert die Obergrenze des **Bereichs I** in Richtung des Zündintervallanfangs ($\hat{t}_1 \rightarrow 0$) und die maximal auftretende Wartezeit T_{wu} reduziert sich. Das Stellglied verhält sich somit aufgrund der signalabhängigen Zündimpulsbildung im Steuergerät wesentlich günstiger als ein Abtaster mit äquidistanten Tastzeitpunkten.
- Nach jedem Zündimpuls ist die Ausgangsspannung $U_d(t)$ des Stromrichterstellglieds im interessierenden Zündwinkelbereich größer als der dem Zündimpuls entsprechende Mittelwert U_d . Es wird daher eine Spannungszeitfläche erzeugt, die im stationären Betrieb des Stellglieds erst bei dem nachfolgenden Zündimpuls auf Null abgebaut ist. Infolgedessen verhält sich das Stromrichterstellglied aus der Sicht des Stromrichters günstiger als ein Halteglied nullter Ordnung. Bei einer Zündwinkelverstellung an der oberen Grenze von **Bereich I** ($t_1 \rightarrow \hat{t}_1$) kann diese zusätzliche Spannungszeitfläche nicht mehr abgebaut werden und führt aufgrund des zugehörigen $\Delta t > \hat{t}_1 - t_1$ zu negativen Wartezeiten T_{wg} . Mit zunehmendem Betrag von $\Delta\alpha$ verkürzt sich die Zeit \hat{t}_1 , in der sich eine Spannungszeitfläche aufbauen kann, und der Betrag von T_{wg} sinkt. Dies gilt in gleicher Weise für **Bereich II**.

Aussteuerung in Richtung zunehmendem Steuerwinkel ($\alpha \rightarrow 180^\circ$)

Zum Verhalten des Stellglieds bei $\alpha \rightarrow 180^\circ$ (Abb. 9.10) können folgende Aussagen gemacht werden:

- Es kann festgestellt werden, daß der charakteristische Verlauf der Wartezeitkennlinien unabhängig vom Stellgliedtyp ist. Aufgrund der insgesamt geringeren Wartezeiten verhält sich der Stellgliedtyp 2 dynamisch etwas günstiger als ein Stellglied vom Typ 1.
- Bei zunehmendem Betrag der Winkeländerung erhöht sich die Zeit $\hat{t}_3 - t_1$ zwischen dem Zeitpunkt der Steuerspannungsverstellung und der stationären Zündung des nachfolgenden Ventils aufgrund des Verlaufs der Spannungsrampen. Daraus resultiert in Abb. 9.10 für beide Grenzwertkurven T_{wu} und T_{wg} wie auch für T_{wm} ein ansteigendes Verhalten. Da die Kurven für T_{wu} und T_{wg} etwa parallel ansteigen, bleibt der Wartezeitbereich konstant.

Zusammenfassung

Die aus den bisherigen Untersuchungen gewonnenen Erkenntnisse lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Das Stellglied kann unabhängig vom Typ den Gleichspannungsmittelwert schnell in positiver Richtung erhöhen, aber nur langsam in negativer Richtung absenken. Die Unsymmetrie bei den Übergangsfunktionen (Abb. 7.9) ist somit verständlich, da bei positiven Sollwertsprüngen der Gleichspannungsmittelwert im allgemeinen in positiver Richtung überverstellt wird und nicht schnell genug nach dem Erreichen des Sollwertes zurückgenommen werden kann; ein Überschwingen ist die Folge. In umgekehrter Richtung wird dieser Vorgang bei einem negativen Sollwertsprung durchlaufen, das Überschwingen wird in diesem Fall tendenziell unterdrückt.
- Bei beiden Typen von Stromrichterstellgliedern kann die Ausgangsspannung $U_d(t)$ nur auf einer Phasenspannung des Spannungssystems N abgesenkt werden; die Zeit, die für eine Spannungsabsenkung benötigt wird ist, abhängig von $\Delta\alpha$ (bzw. ΔX_e) und $1/f_N$.
- Durch die Welligkeit der Ausgangsspannung $U_d(t)$ des Stellglieds im stationären Zustand tritt außerdem eine Unsymmetrie im Kleinen auf. Diese zusätzliche Unsymmetrie ist in Abb. 9.7 und 9.8 (grobe Schraffur) zu erkennen und vergrößert die Tendenz zum Überschwingen bei positiven Sollwertsprüngen bzw. verkleinert sie bei negativen Sollwertsprüngen, da nach einer Änderung des Zündwinkels α bei der ersten neuen stationären Zündung eines Stromrichterventils die Ausgangsspannung $U_d(t)$ größer ist als der zugehörige Mittelwert U_d . Diese Unsymmetrie im Kleinen ist wie die Unsymmetrie im Großen von der Grundaussteuerung α_0 abhängig.

9.5 Laufzeitnäherung für das Großsignalverhalten, Symmetrierung

In den vorangegangenen Abschnitten wurden die dynamischen Eigenschaften von Stromrichterstellgliedern beschrieben. Die wesentlichen Ergebnisse waren, daß die netzgeführten Stellglieder die Ausgangsspannung im statistischen Mittel nahezu verzögerungslos erhöhen ($\alpha \rightarrow 0^\circ$), aber nur mit begrenzter Geschwindigkeit absenken ($\alpha \rightarrow 180^\circ$) können. Diese dynamische Unsymmetrie war Ursache der in Abb. 7.9 erhaltenen praktischen Ergebnisse. Um die unerwünschten Einflüsse der dynamischen Unsymmetrie zu vermeiden, müssen geeignete Maßnahmen auf der Seite der Signalverarbeitung vorgesehen werden.

Es erscheint zunächst naheliegend, die Reglerverstärkung bei einer geforderten Ausgangsspannungserhöhung aufgrund der geringen Wartezeit groß zu wählen, um die dynamischen Möglichkeiten des Regelkreises voll auszunutzen. Wie die Ergebnisse aus Abb. 7.9 aber gezeigt haben, führt eine hohe Verstärkung des Reglers bei einer Ausgangsspannungserhöhung zu einer Überverstellung der Ausgangsspannung. Dies ist aber zunächst nicht in jedem Fall als negatives Reglerverhalten zu werten, wenn die Regelung das Überspringen ebenso schnell wieder reduzieren kann. Durch die Unsymmetrie des Stellglieds, die sich bei Spannungsabsenkung in einer verlängerten Wartezeit auswirkt, kann das Überspringen der Spannung jedoch nur sehr langsam abgebaut werden. Ein solches Verhalten ist unerwünscht und kann darüberhinaus die Stabilität des Regelkreises gefährden.

Die dynamische Unsymmetrie muß somit durch eine dynamische Begrenzung der Aussteuerung in Richtung $\alpha \rightarrow 0^\circ$ kompensiert werden. Keinesfalls darf die begrenzte Verstellgeschwindigkeit bei $\alpha \rightarrow 180^\circ$ noch weiter verlangsamt werden.

Es stellt sich die Frage, auf welchen Wert die Begrenzung der Verstellgeschwindigkeit eingestellt werden muß, um dynamisch gleichwertiges Verhalten zu erzielen und um damit für beide Verstellrichtungen gleiche Reglerparameter zu erhalten.

Durch einen Vergleich von Abb. 9.9 und 9.10 und aus den vorangegangenen Untersuchungen läßt sich erkennen, daß die Verringerung des Wartezeitbereichs von T_{w1} bzw. T_{w2} bei zunehmender Aussteuerung $\Delta\alpha$ bzw. ΔX_e durch die Funktion des Steuersatzes bedingt ist und somit nicht ein identischer Wartezeitbereich und -verlauf zu T_{w3} zu erzielen ist. Es verbleibt daher nur die Möglichkeit im statistischen Mittel die Wartezeitverläufe möglichst gut anzunähern, d.h. der Verlauf der mittleren statistischen Wartezeiten T_{w1m} und T_{w2m} als Funktion von $\Delta\alpha$ bzw. ΔX_e mit dem Parameter α_0 sollen der mittleren statistischen Wartezeit T_{w3m} angenähert werden.

Bei einer Aussteuerung $\alpha \rightarrow 180^\circ$ ändert sich der Steuerwinkel beim Stellgliedertyp 1 (nichtlineare statische Kennlinie) synchron mit dem Netzwinkel, die Winkeländerungsgeschwindigkeit beträgt in diesem Fall also 1° Steuerwinkel pro 1° Netzwinkel. Um eine Annäherung der Wartezeiten zu erreichen, muß daher bei einer Aussteuerung $\alpha \rightarrow 0^\circ$ eine dynamische Anpassung an diese Winkelän-

derungsgeschwindigkeit erfolgen. In gleicher Weise wird beim Stellgliedtyp 2 (lineare statische Kennlinie) verfahren. In diesem Fall muß jedoch beachtet werden, daß die maximal zulässige Winkeländerung vom Arbeitspunkt α_0 bzw. X_{e0} abhängig ist.

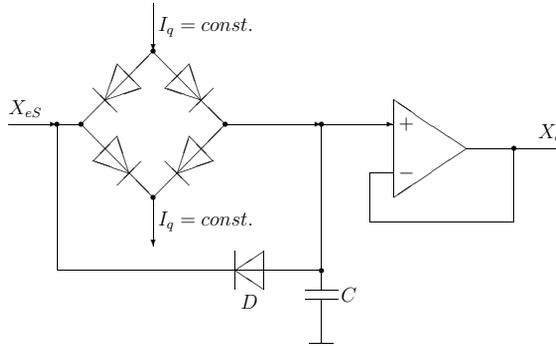


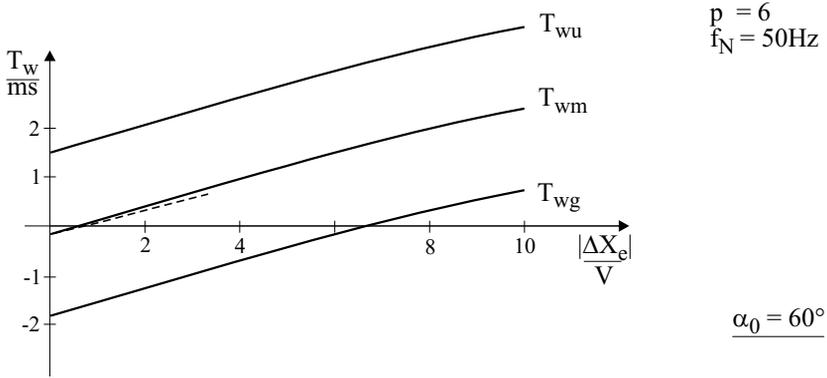
Abb. 9.11: Analoge Ausführung der dynamischen Symmetrierung für Stellgliedtyp 1

Die praktische Realisierung der dynamischen Symmetrierung kann entsprechend den gerätetechnischen Komponenten erfolgen. Abbildung 9.11 zeigt eine mögliche analoge Lösung. Bei dieser Lösung wird angenommen, daß $\alpha \rightarrow 0^\circ$ eine Erhöhung von X_{eS} erfordert, während $\alpha \rightarrow 180^\circ$ eine Spannungsverminderung erfordert.

Im stationären Betrieb ist $X_{eS} = X_e$, wenn die Durchlaßspannungen des Diodenquartetts gleich sind. Wenn die Spannung X_{eS} vergrößert wird, sperren zwei Dioden des Diodenquartetts und der Kondensator C wird durch den konstanten Strom I_q geladen. Der Spannungsanstieg von X_e wird somit begrenzt. Wird dagegen die Spannung verringert, wird über die Diode D der Kondensator C sehr schnell entladen, so daß in diesem Fall keine Verzögerung der Aussteuerung erfolgt.

Der Verlauf der Spannung X_e muß beim Stellgliedtyp 1 so eingestellt werden, daß die maximal zulässige Änderungsgeschwindigkeit 1° Steuerwinkel pro 1° Netzwinkel nicht überschritten wird. Damit darf sich X_e höchstens entsprechend der Steigung der Steuerspannungsrampen U_{gi} ändern.

Die Abbildungen 9.12 und 9.13 zeigen für $p = 6$ -pulsige Stellglieder beider Typen die Auswirkung der dynamischen Symmetrierung. Dargestellt sind jeweils die Kurven für T_{w3} , deren Verlauf angenähert werden soll, und beispielhaft für den Gleichrichterbetrieb die mittlere Wartezeit T_{w1s} . Da die Vorzeichen von $\Delta\alpha$ bzw. ΔX_e bei einer Spannungsverstellung in Richtung abnehmendem und zunehmendem Steuerwinkel unterschiedlich sind, ist auf der Abszisse jeweils der Betrag der Steuergröße aufgetragen. Aus den Abbildungen ist zu erkennen, daß eine gute Anpassung von T_{w1s} an T_{w3m} erreicht werden konnte. Beim Stellgliedtyp 2 liegen die Ergebnisse gegenüber dem Stellgliedtyp 1 noch etwas günstiger.



----- T_{w1s} Stellgliedtyp 1
 ————— T_{w3} $X_{e0} = \hat{X}_e \left(1 - \frac{2\alpha_0}{\pi}\right)$

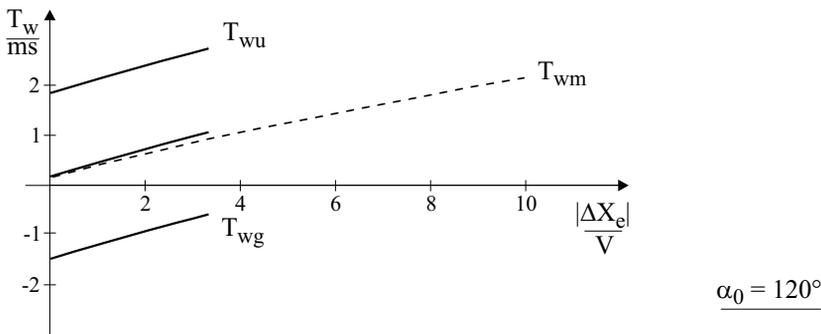
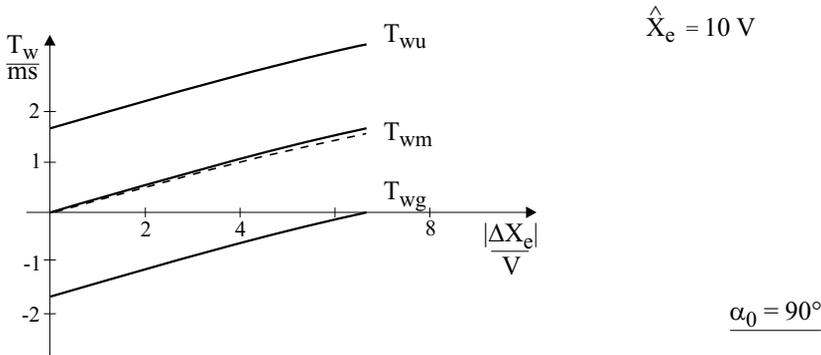


Abb. 9.12: Wartezeit nach der Symmetrierung T_{w1s} im Vergleich zu T_{w3} (Stellgliedtyp 1)

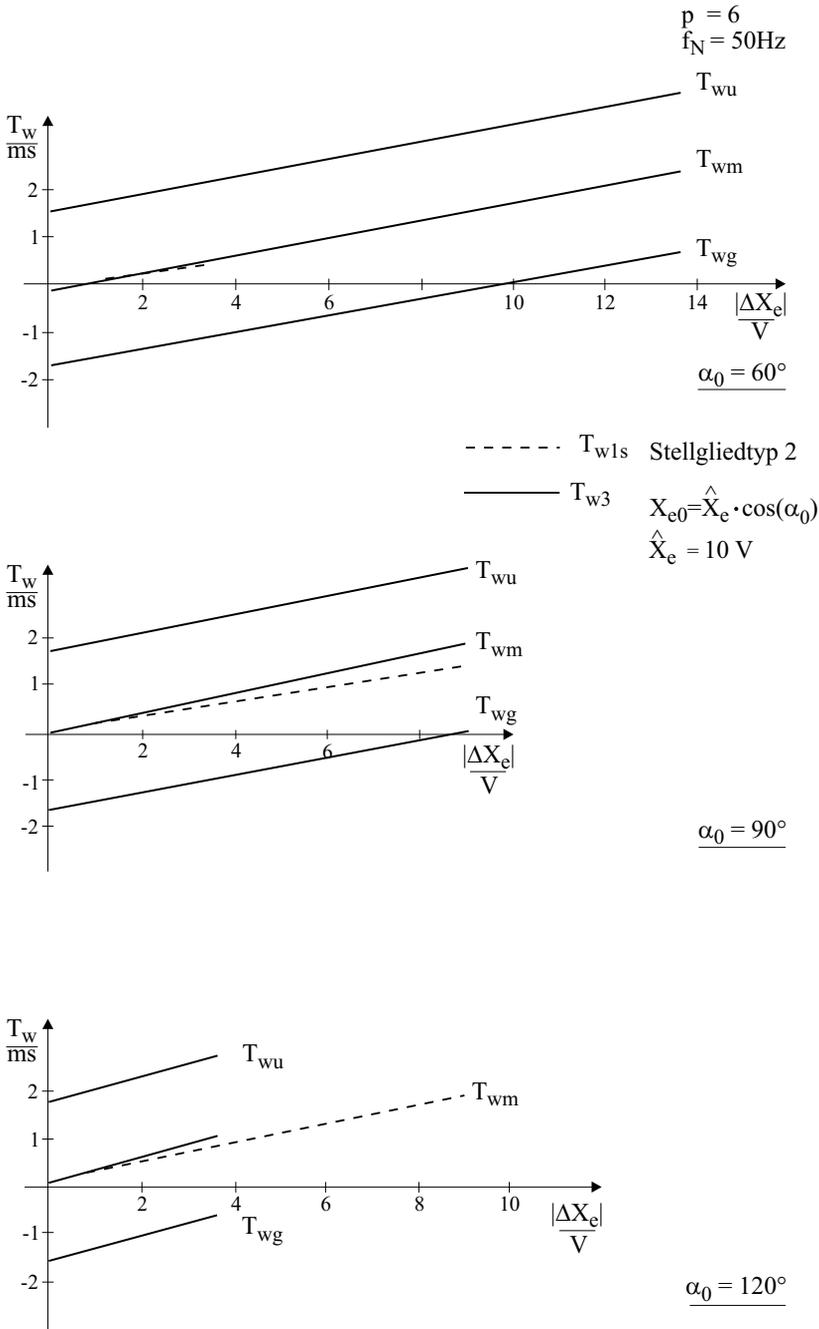


Abb. 9.13: Wartezeit nach der Symmetrierung T_{w1s} im Vergleich zu T_{w3} (Stellgliedtyp 2)

Im Wechselrichterbetrieb muß unbedingt darauf geachtet werden, daß ein Wechselrichterkippen durch zu hohe Aussteuerung vermieden wird. Die maximale Aussteuerung im Wechselrichterbetrieb wird daher auf

$$\alpha_{max} = 180^\circ - \text{Überlappungswinkel } \ddot{u} - \text{Schonzeit der Thyristoren } \gamma = 150^\circ \tag{9.41}$$

gesetzt. Aus Symmetriegründen wird im Gleichrichterbetrieb der kleinste Aussteuerwinkel zu

$$\alpha_{min} = 30^\circ \tag{9.42}$$

gewählt. Diese Funktion wird im allgemeinen durch ein Bauteil mit Begrenzerfunktion übernommen (Abb. 9.1).

9.6 Großsignal-Approximationen für netzgeführte Stromrichterstellglieder

In den vorangegangenen Abschnitten wurde eine Laufzeitnäherung für das Großsignalverhalten erarbeitet. Um die dabei erhaltenen Erkenntnisse bei der Optimierung eines antriebstechnischen Regelsystems nutzen zu können, muß eine einfache Näherung des Stellglieds auf Basis dieser Erkenntnisse gefunden werden. Es ist daher naheliegend, die dynamischen Eigenschaften des Stellglieds durch eine globale Ersatz-Totzeit zu approximieren. Die Berechnung dieser Näherung ist allerdings nur nach der dynamischen Symmetrierung möglich und sinnvoll, da sich das Stellglied nur dann im statistischen Mittel bei einer Aussteuerung in Richtung $\alpha \rightarrow 0^\circ$ und in Richtung $\alpha \rightarrow 180^\circ$ nahezu gleich verhält.

Aus den vorigen Abschnitten ist bekannt, daß die Wartezeit T_w unabhängig vom Stellgliedtyp eine Funktion des Zeitpunkts t_1 , der Zündwinkeländerung $\Delta\alpha$ (bzw. ΔX_e) und der Grundaussteuerung α_0 ist.

$$T_w = f(\alpha_0, \Delta\alpha, t_1) \tag{9.43}$$

Die Ersatzlaufzeit T_E , die im statistischen Sinne als Erwartungswert der Zufallsgröße T_w zu verstehen ist, kann durch eine Integration über die unabhängigen Variablen α_0 , $\Delta\alpha$ und t_1 mit anschließender Mittelwertbildung gewonnen werden.

$$T_E = \frac{1}{\alpha_{02} - \alpha_{01}} \int_{\alpha_{01}}^{\alpha_{02}} \frac{1}{\Delta\hat{\alpha}} \int_0^{\Delta\hat{\alpha}} \frac{1}{T} \int_0^T T_w dt_1 d(\Delta\alpha) d\alpha_0 \tag{9.44}$$

Wie aus Abb. 9.12 abgelesen werden kann, sind die Wartezeiten T_{w3} bei einer Zündwinkelveränderung $\alpha \rightarrow 180^\circ$ höchstens 8 % größer als der statistische Mittelwert der Wartezeiten T_{w1s} nach der dynamischen Symmetrierung bei einer entsprechenden Zündwinkeländerung in der Richtung $\alpha \rightarrow 0^\circ$. Aufgrund dieser Tatsache wollen wir, um eine Abschätzung der Ersatzlaufzeit T_E auf der ungünstigen Seite zu erhalten, die Wartezeit T_{w3} nach Gl. (9.39) bei

der Berechnung verwenden. Um außerdem die Ersatzlaufzeit T_E auch bei einer überschlägigen Synthese von Regelkreisen mit Umkehrstromrichtern verwenden zu können, müssen wir wieder eine Begrenzung der Grundaussteuerung α_0 im Bereich $\alpha_{min} = 30^\circ \leq \alpha_0 \leq \alpha_{max} = 150^\circ$ annehmen.

Unter dieser Voraussetzung gilt für beide Stellgliedertypen:

$$T_E = \frac{1}{\alpha_{02} - \alpha_{01}} \int_{\alpha_{01}}^{\alpha_{02}} \frac{1}{\Delta\hat{\alpha}} \int_0^{\Delta\hat{\alpha}} \frac{1}{T} \int_0^T \left[T \left(1 + \frac{p\Delta\alpha}{2\pi} \right) - t_1 \right. \\ \left. - T \frac{\sin\left(\alpha_0 + \frac{\pi}{p} + \Delta\alpha\right) - \sin\left(\alpha_0 - \frac{\pi}{p}\right)}{2 \sin \frac{\pi}{p} \cdot (\cos(\alpha_0 + \Delta\alpha) - \cos \alpha_0)} + T \frac{\left(1 + \frac{p\Delta\alpha}{2\pi}\right) \cos \alpha_0}{\cos(\alpha_0 + \Delta\alpha) - \cos \alpha_0} \right] dt_1 d(\Delta\alpha) d\alpha_0 \tag{9.45}$$

mit

$$\alpha_{01} = \frac{\pi}{6} \leq \alpha_0 \leq \alpha_{02} = \frac{5\pi}{6} \tag{9.46}$$

$$0 \leq \Delta\alpha \leq \frac{5\pi}{6} - \alpha_0 \tag{9.47}$$

$$0 \leq t_1 \leq T \tag{9.48}$$

Dieses Integral kann entweder analytisch (mit großem Aufwand) oder numerisch ausgewertet werden.

Zur Berechnung der Ersatzlaufzeit T_{E1} des Stellgliedertyps 1 müssen die durch die Gleichungen (9.22) und (9.23) festgelegten Zusammenhänge zwischen α und X_e beachtet werden. Für die Ersatzlaufzeit T_{E2} von Stellgliedertyp 2 gelten die Gleichungen (9.29) und (9.30). Unter diesen Voraussetzungen und der Annahme $f_N = 50 \text{ Hz}$ ergeben sich für T_{E1} und T_{E2} die nachfolgenden Werte. Zum Vergleich ist zusätzlich der Erwartungswert T_E nach Gl. (9.7) eingetragen:

Pulszahl	T_E nach Gl. (9.45)	T_E nach Gl. (9.45)	$T_E = \frac{1}{2pf_N}$
	Stellgliedertyp 1	Stellgliedertyp 2	
$p = 2$	$T_{E1} = 1,88 \text{ ms}$	$T_{E2} = 1,80 \text{ ms}$	$T_E = 5 \text{ ms}$
$p = 3$	$T_{E1} = 1,23 \text{ ms}$	$T_{E2} = 1,18 \text{ ms}$	$T_E = 3,3 \text{ ms}$
$p = 6$	$T_{E1} = 0,91 \text{ ms}$	$T_{E2} = 0,86 \text{ ms}$	$T_E = 1,67 \text{ ms}$
$p = 12$	$T_{E1} = 0,84 \text{ ms}$	$T_{E2} = 0,79 \text{ ms}$	$T_E = 0,833 \text{ ms}$
$p = 24$	$T_{E1} = 0,82 \text{ ms}$	$T_{E2} = 0,77 \text{ ms}$	$T_E = 0,42 \text{ ms}$

Mit diesen Ergebnissen können die Ersatzsysteme nach Abb. 9.14 und 9.15 für dynamisch symmetrierte Stromrichterstellglieder aufgestellt werden. Die angegebenen Ersatzsysteme eignen sich gut zur Synthese von Regelkreisen mit symmetrierten Stromrichterstellgliedern, da der rechentechnische Aufwand bei der Optimierung gering ist.

Eine Übertragung der Ergebnisse auf Stromrichterstellglieder, die von einem Drehspannungssystem mit der Frequenz f_N statt mit der Frequenz 50 Hz gespeist werden, ist mit folgender Formel möglich:

$$T_E = T_{Ei} \cdot \frac{50\text{ Hz}}{f_N} \tag{9.49}$$

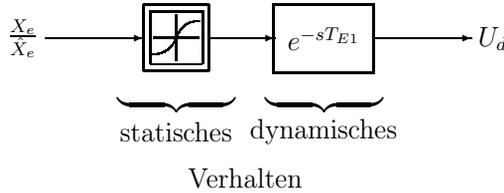


Abb. 9.14: Ersatzsystem für ein dynamisch symmetrisches Stellglied vom Typ 1 (nichtlineare statische Kennlinie)

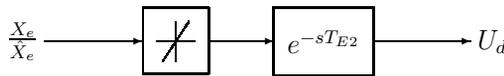


Abb. 9.15: Ersatzsystem für ein dynamisch symmetrisches Stellglied vom Typ 2 (lineare statische Kennlinie)

Durch die dynamische Symmetrierung von netzgeführten Stromrichterstellgliedern ergeben sich die folgenden praktischen Auswirkungen:

1. Die dynamische Symmetrierung ermöglicht die Berechnung einer einfachen Näherung des Großsignalverhaltens.
2. Die dynamische Symmetrierung ermöglicht eine größere Verstärkung des offenen Regelkreises, d.h. die Verzögerungszeitkonstante des innersten, geschlossenen Regelkreises wird unabhängig vom ansteuernden Signal kleiner und damit die Regelgüte größer.
3. Durch die bessere Dynamik des inneren Regelkreises kann die Dynamik aller überlagerter Regelkreise verbessert werden.
4. Mehrfachimpulse, die ohne dynamische Symmetrierung durch die Oberschwingungen in der Ausgangsspannung des Stellglieds bei einer hohen Kreisverstärkung ausgelöst werden können, werden vermieden (größere Störsicherheit).
5. Die dynamische Symmetrierung ermöglicht bei kreisstrombehafteten Umkehrstromrichtern die Verringerung der Typenleistung der Kreisstromdrosseln, da die dynamische Spannungszeitflächen-Beanspruchung der Kreisstromdrosseln vermindert wird.

Praktische Überprüfung der Großsignalnäherung

Das Ergebnis des vorherigen Abschnittes, die neue Näherung, die das Großsignalverhalten des Stellglieds berücksichtigt, soll an einem Stromregelkreis überprüft werden. Es wird ein Regelkreis nach Abb. 7.7 vorausgesetzt, das Stromrichterstellglied soll ein sechspulsiges, kreisstromarmes Stellglied vom Typ 2 sein (lineare statische Kennlinie). Die Regleroptimierung erfolgt wie in Kap. 7.1.1. Damit ergibt sich die Amplitudendurchtrittsfrequenz zu:

$$\omega_d = 26,5^\circ \cdot \frac{\pi}{180^\circ \cdot T_t} = 538 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (9.50)$$

mit $T_t = T_{E2} = 0,86 \text{ ms}$; $p = 6$; $f_N = 50 \text{ Hz}$.

Aus der Forderung $|F_0(j\omega_d)| = 1$ ergibt sich für die Reglerverstärkung V_R nach Gl. (7.26)

$$V_R = \frac{T_A \cdot r_A \cdot \omega_d}{V_{STR}} \quad (9.51)$$

Mit der Annahme $r_A/V_{STR} = 1$ wird V_R/T_A zu:

$$\frac{V_R}{T_A} = K_{I,opt} = \omega_d = 538 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (9.52)$$

Die praktischen Ergebnisse zeigt Abb. 9.16. Als Leistungsteil wurde dabei ein dynamisch symmetrierter kreisstromarmer Umkehrstromrichter eingesetzt. Auf dessen Aufbau und Funktionsweise soll an dieser Stelle nicht näher eingegangen werden, da dies in [68–70] ausführlich behandelt wird. Bei der Bezeichnung der dargestellten Signale wurde die in [68–70] verwendete Nomenklatur zugrunde gelegt.

Die Ergebnisse bestätigen die theoretischen Vorhersagen. In Abb. 9.16a ist die eine gute Dynamik des Regelkreises zu erkennen; die An- und Ausregelzeiten betragen im statistischen Mittel etwa $t_{an} = 6 \text{ ms}$, $t_{aus} = 8 \text{ ms}$. Im Verlauf des Laststromwertes tritt trotz der guten Dynamik kein Überschwingen auf.

Durch die Abb. 9.16b und 9.16c soll gezeigt werden, daß Umkehrstromrichter auch bei Sollwertfrequenzen $> 25 \text{ Hz}$ noch einwandfrei arbeiten und damit in der Praxis auch in diesem Frequenzbereich eingesetzt werden können. Die gute Übereinstimmung zwischen Theorie und praktischen Ergebnissen gilt allerdings nur bei nichtlückendem Strom. Bei lückendem Strom ergeben sich wesentlich ungünstigere Ergebnisse. Abb. 9.17 zeigt die Stromumkehr bei einem kreisstromfreien Umkehrstromrichter (auch hier sei wieder auf [68–70] verwiesen).

Bei diesem Stellglied wird im allgemeinen der Gleichstrom nicht per elektronischem Gleichstromwandler vorzeichenrichtig gemessen, sondern es wird mit zwei Wechselstromwandlern und mit einer Diodenbrücke das Abbild des Gleichstroms auf der Drehspannungsseite gemessen (siehe Abb. 8.15); eine solche Messung zeigt daher das Vorzeichen des Gleichstroms nicht mehr. In Abb. 9.17 kann deshalb nur der Betrag des Gleichstroms dargestellt werden.

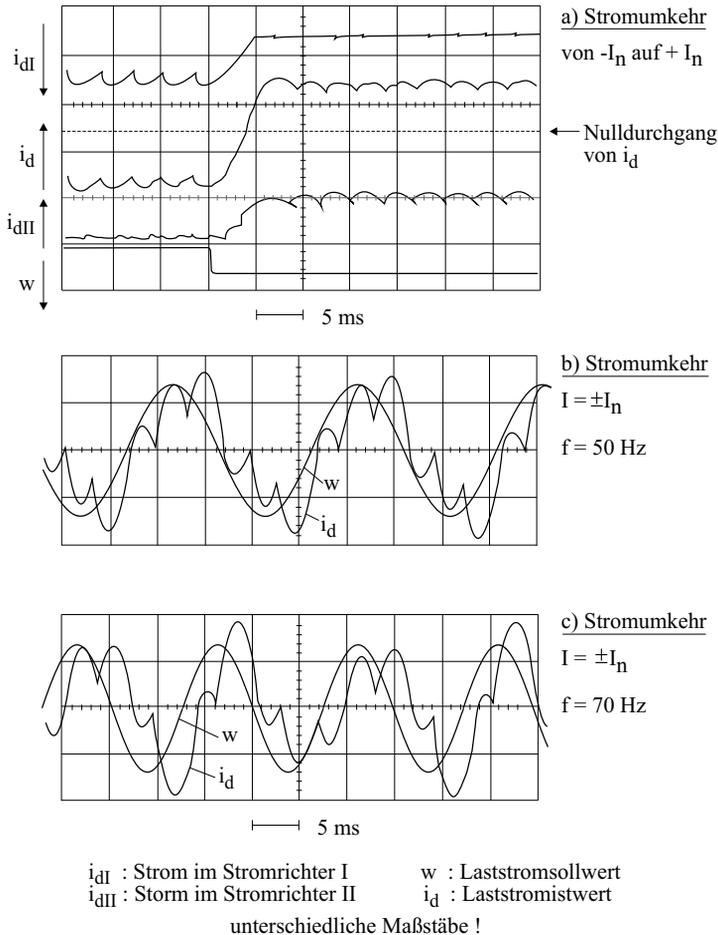


Abb. 9.16: Ergebnisse bei einem kreisstromarmen symmetrierten Umkehrstromrichter, $K_I \approx K_{I,opt}$

Weiterhin ist zu beachten, daß bei einem kreisstromfreien Umkehrstromrichter jeweils nur das für die jeweilige Stromrichtung zuständige Stromrichterstellglied angesteuert werden darf und damit — wegen der Freiwerdzeit der Thyristoren — beim Wechsel der Stromrichtung eine Stromnullpause (Phase c in Abb. 9.17) eingehalten werden muß. Ferner wird die Ausregelzeit umso langsamer, je kleiner der Stromsollwert ist.

Eine genauere Untersuchung der Gründe dieser Verschlechterung der Dynamik erfolgt in Kap. 10. Hier sei nur bemerkt, daß im Lückbereich des Stroms das Stellglied eine wesentlich geringere statische Verstärkung aufweist, die außerdem eine Funktion des Stroms ist und mit abnehmendem Strom sinkt. Außerdem ändert sich die Übertragungsfunktion der Strecke, da die Ankerkreiszeitkonstante T_A im Lückbereich regelungstechnisch nicht mehr wirksam ist.

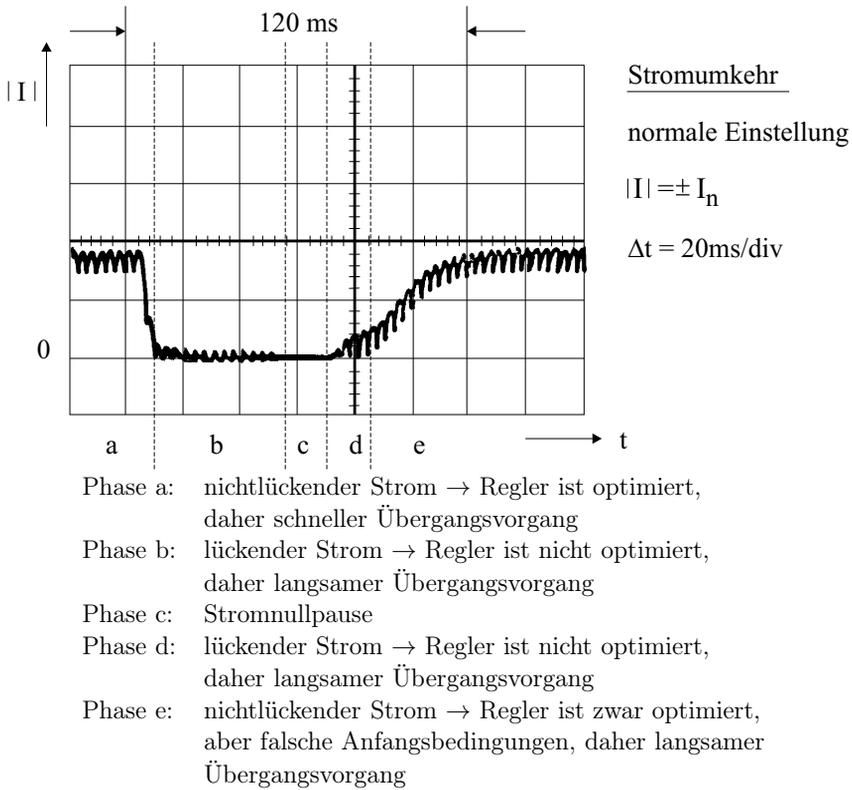


Abb. 9.17: Übergangsvorgang bei einem kreisstromfreien Umkehrstromrichter

Eine Untersuchung der Verhältnisse im Lückbereich ist relativ einfach nur im z -Bereich möglich, d.h. wenn eine Linearisierung um einen Arbeitspunkt angenommen wird.

Die Grundkenntnisse der Abtasttheorie und der z -Transformation können nicht allgemein vorausgesetzt werden. Es wird daher das Studium des Kapitels 6 empfohlen, welches die Abtasttheorie und die z -Transformation — einschließlich der digitalen Regelungsverfahren — einführend behandelt.

9.7 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden verschiedene Möglichkeiten der regelungstechnischen Beschreibung von netzgeführten Stromrichterstellgliedern untersucht. Als Ergebnisse lassen sich folgende Punkte festhalten:

1. Dynamische Unsymmetrie von Stromrichterstellgliedern

Stromrichterstellglieder zeigen in der Realität ein unsymmetrisches Verhalten bei dynamischen Übergängen. Mit der vereinfachten Approximation durch ein Totzeitglied mit $T_t = T_N/(2p)$ kann daher das Großsignalverhalten nicht ausreichend nachgebildet werden.

2. Kompensation des unsymmetrischen Verhaltens

Durch eine entsprechende Schaltung ist es jedoch möglich, die dynamische Unsymmetrie von Stromrichterstellgliedern nahezu vollständig zu kompensieren. Basierend auf dieser Symmetrierung kann eine neue Näherung für das regelungstechnische Modell der netzgeführten Stellglieder entworfen werden.

3. Approximation des Großsignalverhaltens

Eine Modellierung von Stromrichterstellgliedern durch diese Näherung mit globaler Ersatz-Totzeit nach Abb. 9.14 und 9.15 gibt bei nichtlückendem Strom das reale dynamische Verhalten sehr gut wieder. Sie ist daher zur schnellen und überschlägigen Berechnung der Reglerparameter bei der Synthese von Regelkreisen geeignet.

Genereller Hinweis

Die in den Abbildungen 9.2, 9.6, 9.7 und Abb. 9.8 dargestellte nichtlineare Abtastung des Signals X_e im Steuersatz, d.h. die Beeinflussung des „Abtastzeitpunkts“ (Zündzeitpunkt) durch das Signal X_e , ist eine generelle Eigenschaft leistungselektronischer Steuersätze. Die nichtlineare Abtastung ist in gleicher Weise bei selbstgeführten Wechselrichtern beispielhaft auch in Kap. 14.3 — z.B. Abb. 14.23 — festzustellen.

Wenn sich die Amplituden der Sollwertspannungen U_{1a}^* , U_{1b}^* , U_{1c}^* des geforderten Drehspannungssystems ändern, dann findet aufgrund der Änderung der Schnittpunkte zwischen den Sollwertspannungen und der Dreiecksspannung ebenso eine zeitliche Verschiebung der Zündbefehle statt. Dies ist noch offensichtlicher bei einer sinusförmigen Sollwertvorgabe. Die weitere Signalverarbeitung im Leistungsteil ist aber unterschiedlich.

10 Untersuchung von Regelkreisen mit Stromrichtern mit der Abtasttheorie

Im Rahmen der in Kap. 9 vorgenommenen Untersuchungen wurde bei Betrieb des Stromregelkreises mit lückendem Strom eine erhebliche Verschlechterung der Dynamik festgestellt. In diesem Kapitel soll daher das Verhalten von Steuersatz und Stromrichter (siehe Abb. 9.1) in diesem Betriebsbereich untersucht und Gegenmaßnahmen erarbeitet werden.

Eine solche Untersuchung ist mit vertretbarem Aufwand jedoch nur nach einer Linearisierung des Stromregelkreises am Arbeitspunkt durchführbar. Im folgenden wird daher das Systemverhalten ausschließlich bei differentiellen Änderungen des stationären Zustands betrachtet. Unter diesen Voraussetzungen kann das Stromrichterstellglied auf ein Abtastsystem mit angenähert konstanter Tasterperiode zurückgeführt werden, wodurch zusätzlich die Darstellung des Systems im z -Bereich ermöglicht wird.

Analog zu Kap. 9 sollen bei der Ableitung des Modell-Abtastsystems Steuersatz und Stromrichter zunächst getrennt betrachtet werden. Darüberhinaus wollen wir uns bei den Untersuchungen auf einen linearen Steuersatz ohne dynamische Symmetrierung beschränken.

Um das allgemeine Verhalten des Stellgliedes bei differentieller Verstellung der Eingangsspannung zu verdeutlichen und um vergleichbare Ergebnisse mit dem in Kap. 9 entwickelten Laufzeitsystem zu erhalten, werden zunächst Steuersatz und Stromrichter bei nichtlückendem Strom untersucht. Auf diesen Erkenntnissen aufbauend wird anschließend der Lückbetrieb betrachtet. Die Diskussion verschiedener Möglichkeiten der bereichsübergreifenden Regelung schließt das Kapitel ab.

Analog zu Kap. 9 wollen wir auch die Ausführungen in diesem Kapitel, die Wahl der wichtigen Parameter des Stromrichterstellgliedes betreffend, möglichst allgemein halten. Um die Anschaulichkeit jedoch nicht zu beeinträchtigen, werden die Untersuchungen am Beispiel des Stellgliedertyps 1 (nichtlineare statische Kennlinie, siehe Gl. (9.3)) vorgenommen. Diese Beschränkung wurde gewählt, um in Kap. 11 einen Vergleich der unterschiedlichen Verfahren zur Untersuchung von netzgeführten Stromrichterstellgliedern zu ermöglichen; eine Erweiterung des in diesem Kapitel vorgestellten Verfahrens ist aber auf beliebige Stromrichterstellglieder ohne Änderung der Ableitung möglich. Damit ist das Verfahren **generell**

einsetzbar. Die folgenden Änderungen können einzeln oder beliebig kombiniert vorgenommen werden:

1. Änderung der statischen Kennlinie $u_d = f(x_e)$,
2. Änderung der Pulszahl p des Stromrichterstellgliedes,
3. Änderung der Frequenz f_N des Spannungssystems N ,
4. Berücksichtigung des Stromlückens,
5. Berücksichtigung der Impedanz des Spannungssystems N (interessant bei HGÜ-Untersuchungen),
6. Berücksichtigung einer vor dem Steuersatz eingebauten Symmetrierschaltung (siehe Abb. 9.11).

Das vorliegende Verfahren ist infolgedessen zur Analyse und Synthese von beliebigen Regelkreisen mit Stromrichterstellgliedern geeignet.

In Kap. 9 war das Stromrichterstellglied durch unnormierte Größen beschrieben worden. Da für die Grundlagen der Gleichstromnebenschlußmaschine, deren Streckenverhalten bei den folgenden Ausführungen als Beispiel herangezogen werden soll, bereits in Kap. 7 die normierte Darstellung verwendet wurde, wollen wir nun auf diese Darstellungsform übergehen. Analog zu [57–61] werden die normierten Größen wie folgt gebildet:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Steuersatzeingangsspannung} & x_e = \frac{X_e}{\hat{X}_e} = \frac{X_e}{U_{RN}} \\
 \text{Stromrichterausgangsspannung} & u_d = \frac{U_d}{U_{dN}} \\
 \text{Ankerstrom} & i_A = \frac{I_A}{I_{AN}} \\
 \text{induzierte Gegenspannung} & e_A = \frac{E_A}{U_{AN}}
 \end{array}$$

Die diesem Kapitel zugrundeliegenden Verfahren wurden in [145] entwickelt und in [148] und [150] erweitert.

Abbildung 10.1 zeigt den Signalflußplan der Regelkreisanordnung, die unter der Annahme $x_e < 1$ als Beispiel für die Ableitungen in diesem Kapitel herangezogen werden soll. Die Regelkreisanordnung leitet sich aus dem Stromregelkreis der Gleichstromnebenschlußmaschine nach Abb. 7.1 ab, wenn eine EMK-Aufschaltung nach Abb. 7.2 vorausgesetzt wird.

Bei konstantem Sollwert i_A^* ergeben sich für den Regelkreis nach Abb. 10.1 die in derselben Abbildung dargestellten stationären Signalverläufe. Wie zu erkennen ist, sind aufgrund der Form der Ausgangsspannung u_d des Stromrichters (Ausschnitte der Phasenspannungen) alle Signale in der Informationsverarbeitung Oberschwingungsbehaftet. Um die Auswirkungen der Signalwelligkeit untersuchen zu können, wollen wir annehmen, daß kein Tiefpaß im Rückführkanal vorhanden sei ($G_r(s) = 1$).

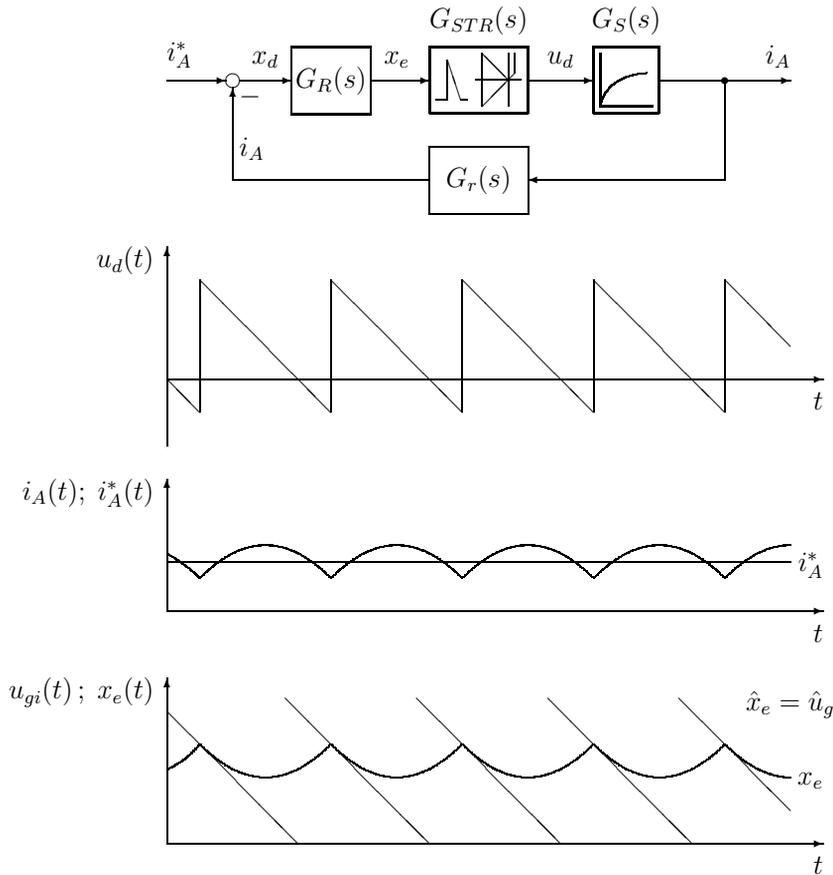


Abb. 10.1: Regelkreis mit Stromrichterstellglied Typ 1 v

10.1 Untersuchung des Steuergerätes ohne dynamische Symmetrierung

Die Ableitung eines Modell-Abtastsystems für Regelkreise mit netzgeführten Stromrichterstellgliedern erfordert das Aufstellen einer linearen Übertragungsfunktion für das Stellglied bei differentiellen Störungen. Dazu soll in diesem Abschnitt das Verhalten des Steuergerätes untersucht werden.

Die Ergebnisse aus Kap. 9.2 hatten gezeigt, daß eine Verstellung der Steuersatzeingangsspannung x_e nicht mit stationärer Zündimpulsfrequenz übertragen werden kann, da die Zündimpulsfrequenz selbst eine Funktion von x_e ist; d.h. der Steuersatz verhält sich prinzipiell wie ein Pulsphasenmodulator. Bei einer konstanten, differentiellen Störung dx_e des Eingangssignals x_e wird somit eine differentielle Phasenverschiebung des Zündimpulses bezogen auf den stationären Zustand auftreten. Zur anschaulichen Klärung der Verhältnisse dient Abb. 10.2.

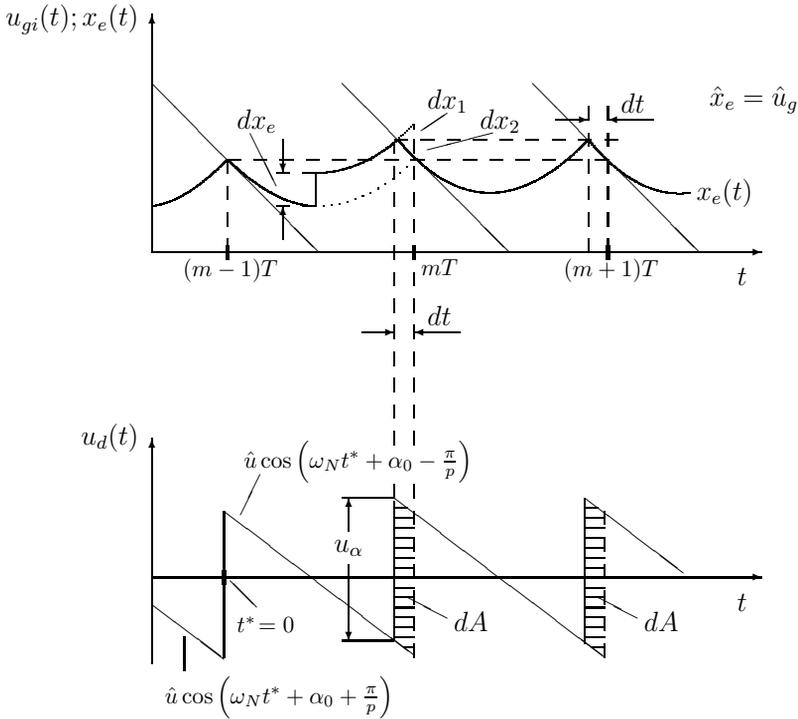


Abb. 10.2: Netzgeführtes Stromrichterstellglied Typ 1 bei einer differentiellen Störung

Wir wollen nun die zeitliche Verschiebung dt des Zündimpulses bei einer differentiellen Störung dx_e berechnen.

Es gilt:

- \dot{u}_g : Steigung einer Grundspannung u_g am Arbeitspunkt $\alpha_0 \hat{=} x_{e0}$
- \dot{x}_{e-} : Steigung des Eingangssignals x_e im stationären Zustand zum Zeitpunkt $t = mT - 0$ (linksseitiger Grenzwert)
- u_α : sprungförmige Änderung der Stromrichterausgangsspannung $u_d(t)$ im Zündzeitpunkt

Aus Abb. 10.2 ist zu erkennen, daß sich die Änderung der Eingangsspannung dx_e aus zwei Anteilen zusammensetzt

$$dx_e = dx_1 + dx_2 \tag{10.1}$$

die wie folgt berechnet werden können:

$$dx_1 = -\dot{x}_{e-} dt \tag{10.2}$$

$$dx_2 = \dot{u}_g dt \tag{10.3}$$

Damit ergibt sich dx_e zu

$$dx_e = (\dot{u}_g - \dot{x}_{e-})dt \quad (10.4)$$

mit

$$\dot{x}_{e-} = f(G_{0,lin}, x_{e0}) = \dot{x}_e(-0) \quad (10.5)$$

$$\dot{u}_g = f(x_{e0}) \quad (\text{für Stellgliedtyp 2, lin. statische Kennlinie}) \quad (10.6)$$

$G_{0,lin}$ steht dabei für die Übertragungsfunktion des linearen Anteils des offenen Regelkreises *ohne* das Stellglied. Bei Verwendung eines Regelkreises nach Abb. 10.1 erhält man also $G_{0,lin} = -G_R G_S G_r$. Für dt ergibt sich

$$dt = \frac{dx_e}{\dot{u}_g - \dot{x}_{e-}} \quad (10.7)$$

Für \dot{u}_g und \dot{x}_{e-} sind in Gl. (10.7) jeweils die realen Werte unter Berücksichtigung der Vorzeichen einzusetzen. Unter der Annahme von $\dot{u}_g, \dot{x}_{e-} < 0$ wie in Abb. 10.2 bewirkt damit ein positives Inkrement dx_e eine Verschiebung des Zündzeitpunktes um dt in negative Richtung und umgekehrt.

Mit Hilfe von Gl. (10.7) kann nun bei beliebigem zeitlichen Verlauf der Grundspannungen $u_{gi}(t)$ und der Eingangsspannung $x_e(t)$ des Steuersatzes die zeitliche Auslenkung der Zündimpulse aus der stationären Lage bei einer differentiellen Änderung dx_e berechnet werden. Um die Übertragungsfunktion des Stellgliedes aufstellen zu können, müssen wir nun ebenso das Verhalten des Stromrichters bei differentiellen Störungen untersuchen.

10.2 Untersuchung des Stromrichters

Aus Abb. 10.2 ist ablesbar, daß sich bei einer Verstellung der Phasenlage der Zündimpulse im Spannungssystem N die Ausgangsspannung $u_d(t)$ des Stromrichters um den Spannungszeitflächenimpuls dA ändert. Diese Spannungszeitfläche dA ist proportional zur Differenz u_α der in Abb. 10.2 eingetragenen Spannungen zum Zeitpunkt der letzten Zündung vor Änderung der Eingangsspannung ($t^* = 0$) berechnet werden. Die formelmäßige Beschreibung der Spannungen bezieht sich ebenfalls auf diesen Zeitpunkt (analog zu Abb. 9.7). Für differentielle Änderungen dx_e kann die Sprunghöhe u_α annähernd als konstant angesehen werden ($u_\alpha \Big|_{t^*=mT} = u_\alpha \Big|_{t^*=0}$); für dA ergibt sich damit:

$$dA \approx u_\alpha \cdot dt \quad (10.8)$$

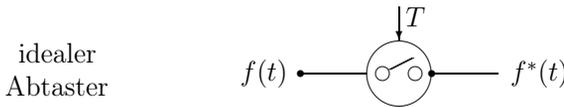
$$dA \approx \hat{u} \left\{ \cos \left(\alpha_0 - \frac{\pi}{p} \right) - \cos \left(\alpha_0 + \frac{\pi}{p} \right) \right\} \cdot dt \quad (10.9)$$

Setzt man voraus, daß sich alle anderen Elemente im Regelkreis hinreichend linear verhalten, können die Wirkungen des stationären Anteils der Ausgangsspannung und des Spannungszeitflächenimpulses überlagert, d.h. unabhängig

voneinander berechnet werden. Unter dieser Voraussetzung kann das Stromrichterstellglied als Abtaster mit annähernd konstanter Tastfrequenz aufgefaßt werden, denn eine konstante Störung dx_e am Eingang des Steuersatzes erzeugt eine äquidistante Impulsfolge der Spannungszeitfläche dA am Ausgang.

Die Grundlagen der Abtasttheorie werden in Kap. 6.1.1 behandelt. Das für die Entwicklung eines Modell-Abtastsystems für das Stromrichterstellglied benötigte Wissen reicht jedoch über diese Grundlagen hinaus; wir wollen daher an dieser Stelle einen weiteren Exkurs in die Abtasttheorie unternehmen.

Die mathematische Beschreibung eines idealen Abtasters lautet (vgl. Kap. 6.1.1):



$$f^*(t) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT) \cdot \delta(t - kT) = f(t) \cdot \delta_T(t) \tag{10.10}$$

$$F^*(s) = F(s) * \delta_T(s) \quad (\text{komplexe Faltung}) \tag{10.11}$$

Dabei beschreibt Gl. (10.10) die Umsetzung der kontinuierlichen Funktion $f(t)$ in eine unendliche Folge von Dirac-Impulsen mit der Höhe $f(kT)$ im Abstand T .

Bei diesem Abtastvorgang wird eine unendlich kleine Schließungsdauer des Abtasters vorausgesetzt. Dies ist in der Praxis aber nie zu erreichen, so daß schon recht frühzeitig Überlegungen stattfanden, wie Abtastsysteme mit einer endlichen Schließungsdauer h zu behandeln sind.

Um das Ausgangssignal $F_p^*(s)$ des Abtasters mit endlicher Schließungsdauer h im Laplace-Bereich zu erhalten, müssen wir analog zu Gl. (10.11) die Laplacetransformierte $F(s)$ des Eingangssignals $f(t)$ komplex falten mit der Laplacetransformierten $U_p(s)$ der periodischen Einheitssprungfunktion $u_p(t)$ mit der zeitlichen Dauer h ; die sich ergebende Funktion wird im englischen Schrifttum mit der Fußnote p (finite pulse duration) gekennzeichnet.

$$F_p^*(s) = F(s) * U_p(s) \tag{10.12}$$

mit

$$U_p(s) = \underbrace{\frac{1 - e^{-hs}}{s}}_{\substack{\text{Einheitspuls mit} \\ \text{der Breite } h \\ \text{im } s\text{-Bereich}}} \cdot \underbrace{\frac{1}{1 - e^{-Ts}}}_{\substack{\text{periodische} \\ \text{Fortsetzung mit } T \\ \text{im } s\text{-Bereich}}} \tag{10.13}$$

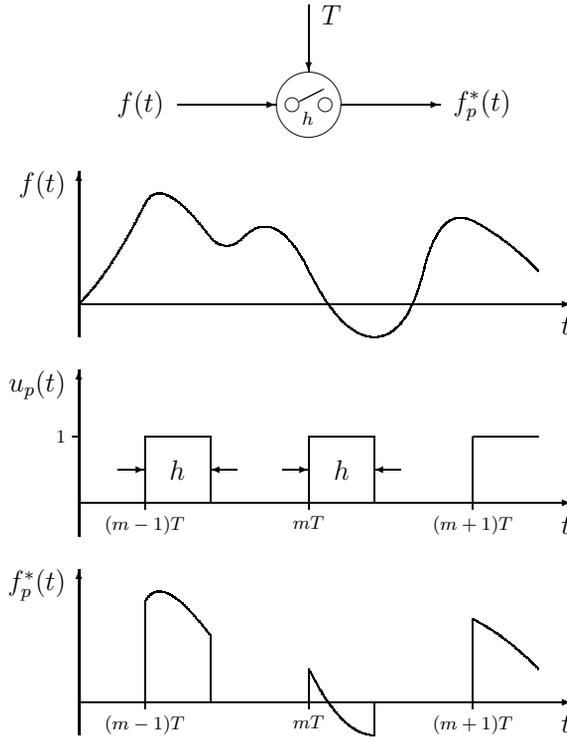


Abb. 10.3: Abtaster mit endlicher Schließungsdauer h

Durch Anwendung des komplexen Faltungssatzes ergibt sich:

$$F_p^*(s) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(\varepsilon) \cdot \frac{1 - e^{-h(s-\varepsilon)}}{(s-\varepsilon)(1 - e^{-T(s-\varepsilon)})} d\varepsilon \quad (10.14)$$

Bei einfachen Polen kann wie folgt vereinfacht werden, wenn das Integral in der linken Halbebene ausgewertet wird:

$$F_p^*(s) = \sum_{\text{Pole } \varepsilon} \frac{A(\varepsilon)}{B'(\varepsilon)} \cdot \frac{1 - e^{-h(s-\varepsilon)}}{(s-\varepsilon)(1 - e^{-T(s-\varepsilon)})} \quad (10.15)$$

$$\text{mit } F(\varepsilon) = \frac{A(\varepsilon)}{B(\varepsilon)} \quad B'(\varepsilon) = \frac{dB(\varepsilon)}{d\varepsilon}$$

Um die Verhältnisse an ein Stromrichterstellglied anzunähern, wollen wir annehmen, die Ausgangsspannung $u_d(t)$ des Stellgliedes sei während der Zeit h konstant und habe den Wert c ; dies gilt beim Stellglied umso eher, je kleiner die Auslenkung der Zündimpulse aus der stationären Lage ist.

Bei dieser Vereinfachung werden am Ausgang äquidistante Rechteckimpulse mit der Fläche $dA = c \cdot h$ vorhanden sein. Im Laplace-Bereich gilt somit:

$$F_p^*(s) = c \cdot \frac{1 - e^{-hs}}{s} \cdot \frac{1}{1 - e^{-Ts}} \quad (10.16)$$

Da das Stromrichterstellglied nur bei differentiellen Störungen dx_e untersucht werden soll, müssen wir in der obigen Formel $h \rightarrow 0$ gehen lassen, um das Abtastsystem mit endlicher Pulsbreite auf ein äquivalentes ideales Abtastsystem zurückzuführen. Durch Reihenentwicklung von e^{-hs} ergibt sich:

$$F_p^*(s) = \frac{c}{s} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{hs}{1!} + \frac{(hs)^2}{2!} - \frac{(hs)^3}{3!} + \dots \right) \right\} \frac{1}{1 - e^{-Ts}} \quad (10.17)$$

$$= c \cdot h \cdot \left(1 - \frac{hs}{2!} + \frac{(hs)^2}{3!} - + \dots \right) \frac{1}{1 - e^{-Ts}} \quad (10.18)$$

Da $\lim_{h \rightarrow 0} \{h^n s^{n-1}\} = 0$ (n, s beliebig), ergibt sich mit $h \ll T \hat{=} h \rightarrow 0$ endgültig:

$$F^*(s) = \lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ dA = \text{const.}}} F_p^*(s) = \frac{dA}{1 - e^{-Ts}} = \frac{c \cdot h}{1 - e^{-Ts}} \quad (10.19)$$

Wird Gl. (10.19) auf das Stromrichterstellglied übertragen, so gilt für die durch dx_e hervorgerufene Änderung der Stromrichterausgangsspannung u_d im Zündintervall T :

$$du_d^*(s) = \frac{dA}{T} \cdot \frac{1}{1 - e^{-Ts}} = \frac{u_\alpha}{T} \frac{1}{\dot{u}_g - \dot{x}_{e-}} \cdot \frac{1}{1 - e^{-Ts}} \cdot dx_e(s) \quad (10.20)$$

Mit

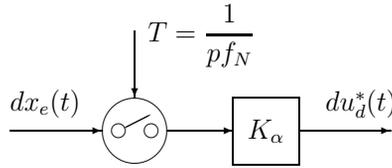
$$\frac{u_\alpha}{T} \frac{1}{\dot{u}_g - \dot{x}_{e-}} = K_\alpha \quad (K_\alpha \text{ dimensionslos}) \quad (10.21)$$

ergibt sich die Übertragungsfunktion des Stromrichterstellgliedes für differentielle Änderungen der Eingangsspannung zu

$$G_{STR}(s) = \frac{du_d^*(s)}{dx_e(s)} = \frac{K_\alpha}{1 - e^{-Ts}} \quad (10.22)$$

Wir können somit das Stromrichterstellglied bei differentiellen Störungen auf ein ideales Abtastsystem mit äquidistanten Tastzeitpunkten und dem Verstärkungsfaktor K_α zurückführen; Abbildung 10.4 zeigt die Beschreibung dieses Systems analog zu Gl.(10.10).

Für den Regelkreis nach Abb. 10.1 können wir damit die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises bei differentiellen Störungen aufstellen.



$$du_d^*(t) = K_\alpha \cdot dx_e(t) \cdot \delta_T(t) \quad (10.23)$$

Abb. 10.4: Modell-Abtastsystem für das Stromrichterstellglied mit dem Verstärkungsfaktor K_α

Für Regler und Strecke sollen die folgenden Konfigurationen gelten (mit K_I als dem Verstärkungsfaktor des offenen Regelkreises):

$$\text{Regler:} \quad G_R(s) = \frac{V_R(1 + sT_n)}{sT_n} \quad (10.24)$$

$$\text{Strecke:} \quad G_S(s) = \frac{V_S}{1 + sT_A} \quad (10.25)$$

$$\text{Rückführung:} \quad G_r(s) = 1 \quad (10.26)$$

$$\Rightarrow \quad K_I = \frac{V_R V_S}{T_n} \quad (10.27)$$

Für die Berechnung des sich im jeweils folgenden Abtastzeitpunkt (z.B. $(m+1)T$) ergebenden Reglersignals genügt es, sich auf dieses Abtastintervall ($[mT; (m+1)T]$) zu beschränken. Damit geht Gl. (10.22) über in

$$G_{STR}(s) = \frac{du_d^*(s)}{dx_e(s)} = K_\alpha \quad (10.28)$$

Für den linearen Teil des Regelkreises erhält man für $T_n = T_A$

$$-G_{0,lin}(s) = G_R(s) G_S(s) G_r(s) = \frac{K_I}{s} \quad (10.29)$$

Die Übertragungsfunktion für den offenen Regelkreis lautet damit

$$-G_0(s) = G_{STR}(s) \cdot G_{0,lin}(s) \quad (10.30)$$

$$= K_\alpha \cdot \frac{K_I}{s} \quad (10.31)$$

Durch die Wahl der Reglernachstellzeit zu $T_n = T_A$ erhält der lineare Teil der Regelkreises $G_{0,lin}(s)$ integrales Verhalten. Damit ist es möglich, daß ein Impuls am Ausgang des Stromrichterstellglieds die Amplitude der Steuersatzeingangsspannung im gleichen Tastzeitpunkt beeinflusst. (Eine ausführliche Diskussion dieser Eigenschaft ist in Kap. 12.1 zu finden.)

Um dies bei der Darstellung des Systems im z -Bereich zu berücksichtigen, wird anstelle der normalen z -Transformation die modifizierte z -Transformation

(siehe Kap. 12.1 und Kap. 6.1.3) verwendet. Für die spezielle Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises im nichtlückenden Betrieb ergibt sich damit

$$-G_{0s}(z) = \frac{K_\alpha K_I}{z - 1} \quad (10.32)$$

Mit diesem Modell können Regelkreise mit netzgeführten Stromrichterstellgliedern bei differentiellen Störungen untersucht werden; jedoch bleibt man dabei auf den Betrieb mit nichtlückendem Strom beschränkt.

10.3 Stromrichterstellglied bei lückendem Strom

Die dynamischen Eigenschaften eines Regelkreises mit einem netzgeführten Stromrichterstellglied müssen sich bei unveränderten Parametern des Stromreglers im Bereich „lückender Strom“ wesentlich gegenüber den dynamischen Eigenschaften im Bereich „nichtlückender Strom“ unterscheiden, da in der Praxis in Abhängigkeit vom Kennzeichen „Strom“ eine wesentliche Verschlechterung der Regeldynamik festzustellen ist. Um eine genauere Untersuchung einerseits mit einfachen Mitteln durchzuführen und um andererseits möglichst exakt zu sein, sollen die dynamischen Eigenschaften im Lückbereich des Stroms durch ein Modell approximiert werden, das auf dem Abtastsystem nach Abb. 10.4 aufbaut.

Analog dem Vorgehen in vorangegangenen Abschnitt für nichtlückenden Strom soll zunächst wieder die Übertragungsfunktion des Stromrichterstellgliedes aufgestellt werden. Damit wird dann die Berechnung des Laststromverlaufs im Lückbetrieb möglich.

Für die folgenden Überlegungen wird wieder der einschleifige Regelkreis nach Abb. 10.1 vorausgesetzt; diesmal sollen die Regelkreisglieder die folgenden Übertragungsfunktionen besitzen:

$$\text{Regler: } G_R(s) = \frac{V_R}{sT_n} \quad (10.33)$$

$$\text{Strecke: } G_S(s) = \frac{V_s}{1 + sT_A} \quad (10.34)$$

$$\text{Rückführung: } G_r(s) = 1 \quad (10.35)$$

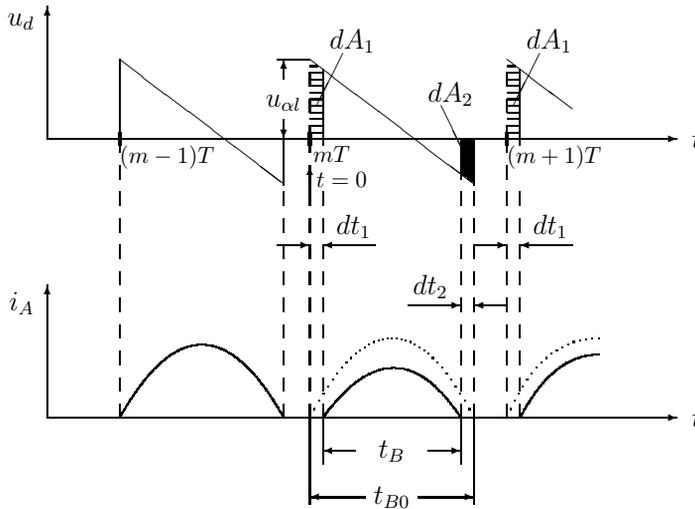
$$\Rightarrow K_I = \frac{V_R V_S}{T_n} \quad (10.36)$$

Wie im vorangegangenen Abschnitt bereits festgestellt wurde, löst eine differentielle Störung dx_e der Eingangsspannung, beispielsweise zum Zeitpunkt $(m - 1)T \leq t \leq mT$, eine äquidistante Folge von Spannungszeitflächenimpulsen am Ausgang des Stromrichterstellgliedes aus. Diese Aussage gilt prinzipiell auch im Lückbetrieb; um die sich dort ergebenden Verhältnisse zu erkennen, müssen wir jedoch die Strecke bzw. den linearen Teil des Regelkreises in unsere Überlegungen miteinbeziehen.

In Abb. 10.5 entsteht durch die Verstellung der Eingangsspannung im Intervall $(m-1)T \leq t \leq mT$ um $-dx_e$ zum Zündzeitpunkt mT die Spannungszeitfläche dA_1 , die sich analog zu Gl. (10.8) berechnen läßt.

$$dA_1 \approx u_{\alpha l} dt_1 = \frac{u_{\alpha l}}{T} \frac{1}{\dot{u}_g - \dot{x}_{e-}} \cdot dx_e(t) \quad (10.37)$$

$$\text{mit } \frac{u_{\alpha l}}{T} \frac{1}{\dot{u}_g - \dot{x}_{e-}} = K_{\alpha l} \quad (10.38)$$



zu beachten: Zu Beginn von Kap. 10.1 war eine vollständige Kompensation der Gegenspannung e_A im Regelkreis durch eine EMK-Aufschaltung vorausgesetzt worden. Kann dies nicht vorausgesetzt werden, muß beachtet werden, daß die für die Berechnung von dA_1 benötigte Größe $u_{\alpha l}$ erst ab der Amplitude der Gegenspannung e_A zu zählen ist; für den Strom gilt jedoch weiterhin: $i_A(t) = 0$ für $t \neq t_B$.

Abb. 10.5: Dynamische Verhältnisse bei differenzieller Störung im Lückbetrieb

Aufgrund der negativen Verstellung der Eingangsspannung verkürzt sich die Einschaltdauer des Ventils, in der $u_d > 0$ ist und damit die Stromführungsdauer zu Beginn um dt_1 . Bedingt dadurch kann sich der Strom an der Last nur auf einen gegenüber der Ausgangssituation geringeren Wert aufbauen. Aufgrund der Spannungszeitflächenbalance kommt es zu einer weiteren Verkürzung der Stromführungsdauer um dt_2 . Die gesamte Stromführungsdauer verkürzt sich damit von t_{B0} auf $t_B = t_{B0} - dt_1 - dt_2$; d.h., der mit der Zeitkonstanten der Strecke abklingende Stromzuwachs wird nach der Stromführungsdauer t_B durch eine zweite

Spannungszeitfläche dA_2 zu Null erzwingen. Dies muß bei der Anwendung des Superpositionsprinzips beachtet werden.

Solange die Streckenzeitkonstante $T_A \gg dt_1, dt_2$ ist, können bei differenziellen Störungen die Spannungszeitflächen mit endlicher Pulsbreite (Abb. 10.5) in flächengleiche Dirac-Impulse mit den Flächen dA_1 und dA_2 umgewandelt werden; dann gilt

$$du_d^*(t) = \frac{dA_1}{T} \delta_T(t) - \frac{dA_2}{T} \delta_T(t - t_B) \quad (10.39)$$

Für Gl. (10.39) und die weiteren Überlegungen gilt der neu gesetzte Zeitsprung $mT \hat{=} t = 0$ (siehe Abb. 10.5). Darüberhinaus wollen wir uns im folgenden wieder auf ein Abtastintervall beschränken, beispielsweise $mT \hat{=} 0 < t < (m+1)T$. Mit der Beziehung $dA_1/T = K_{\text{al}} dx_e$ und dem Zusammenhang $dA_2 = dA_1 e^{-\frac{t_B}{T_A}}$, der aufgrund der Anregung der Strecke mit einem δ -Impuls besteht, geht die Stromrichterausgangsspannung über in

$$du_d(t) = K_{\text{al}} \left(\delta(t) - e^{-\frac{t_B}{T_A}} \delta(t - t_B) \right) \cdot dx_e(t) \quad (10.40)$$

Für die Übertragungsfunktion des Stellgliedes ergibt sich damit:

$$G_{STR}(s) = \frac{du_d(s)}{dx_e(s)} = K_{\text{al}} \left(1 - e^{-\frac{t_B}{T_A}} e^{-st_B} \right) \quad (10.41)$$

Da die Impulse zeitversetzt aufeinander folgen, kann der Laststrom für die Abschnitte $0 < t < t_B$ und $t_B \leq t \leq T$ getrennt berechnet werden.

Stromverlauf aufgrund dA_1 , $0 < t < t_B$:

$$di_A(s) = K_{\text{al}} \cdot G_S(s) \cdot dx_e(s) \quad (10.42)$$

$$\rightarrow di_A(t) = K_{\text{al}} \cdot \frac{V_S}{T_A} e^{-\frac{t}{T_A}} \cdot dx_e(t), \quad 0 < t < t_B \quad (10.43)$$

Unter der Bedingung $i_A(t_B) = 0$, $di_A(t_B) \approx 0$, d.h. $T_A \gg t_B$, läßt sich der Stromverlauf aufgrund von dA_1 und dA_2 , $t_B \leq t \leq T$, berechnen:

$$di_A(s) = G_{STR}(s) \cdot G_S(s) \cdot dx_e(s) \quad (10.44)$$

$$\rightarrow di_A(t) = K_{\text{al}} \left(e^{-\frac{t}{T_A}} - e^{-\frac{t_B}{T_A}} e^{-\frac{t-t_B}{T_A}} \right) \cdot \frac{V_S}{T_A} \cdot dx_e(t), \quad t_B \leq t \leq T \quad (10.45)$$

Wie aus Gl. (10.45) zu erkennen ist, heben sich die beiden ursprünglich durch dA_1 und dA_2 verursachten Anteile für $t_B \leq t \leq T$ gegenseitig auf, d.h. eine differenzielle Änderung des Stroms besteht auch nur solange Strom geführt wird.

In Abb. 10.6 sind die soeben aufgezeigten Verhältnisse dargestellt. Um die Auswirkung des Stellgliedes auf die Regelkreissignale untersuchen zu können, wurde dieser vor dem Steuersatz aufgeschnitten. Damit können wir nun nicht

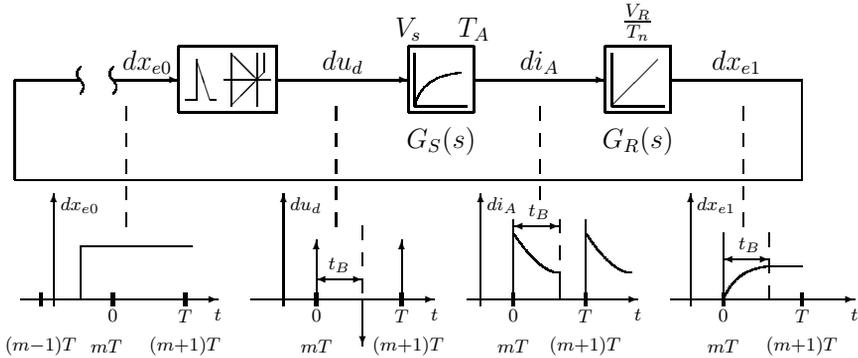


Abb. 10.6: Verhalten des aufgeschnittenen Regelkreises

mehr von einer Eingangsspannungsverstellung dx_e sprechen, sondern müssen zwischen dx_{e0} am Eingang und dx_{e1} am Ausgang des nun offenen Regelkreises unterscheiden. Die Unterteilung in die zeitlichen Abschnitte $0 < t < t_B$ und $t_B \leq t \leq T$ soll weiter beibehalten werden. Analog zu Gl. (10.42) kann der Verlauf von $dx_{e1}(t)$, $0 < t < t_B$, berechnet werden zu ($G_r(s) = 1$):

$$dx_{e1}(s) = K_{\text{ol}} \cdot G_S(s) G_R(s) \cdot dx_{e0}(s) \quad (10.46)$$

$$dx_{e1}(s) = K_{\text{ol}} \cdot \frac{K_I}{s(1+sT_A)} \cdot dx_{e0}(s) \quad (10.47)$$

$$\rightarrow dx_{e1}(t) = K_{\text{ol}} \cdot K_I \left(1 - e^{-\frac{t}{T_A}}\right) \cdot dx_{e0}(t) \quad (10.48)$$

Analog zu Gl. (10.44) ergibt sich der Verlauf von $dx_{e1}(t)$ mit $t_B \leq t \leq T$ zu:

$$dx_{e1}(s) = G_{STR}(s) \cdot G_S(s) G_R(s) \cdot dx_{e0}(s) \quad (10.49)$$

$$dx_{e1}(s) = K_{\text{ol}} \left(1 - e^{-\frac{t_B}{T_A}} e^{-st_B}\right) \cdot \frac{K_I}{s(1+sT_A)} \cdot dx_{e0}(s) \quad (10.50)$$

$$\rightarrow dx_{e1}(t) = K_{\text{ol}} K_I \left(1 - e^{-\frac{t_B}{T_A}}\right) \cdot dx_{e0}(t) \quad (10.51)$$

Wird nun $t = t_B$ in Gl. (10.48) eingesetzt, stimmt diese mit Gl. (10.51) überein. Dies war aufgrund der Übertragungsfunktion $G_R(s)$ des Reglers: Da das Integratoreingangssignal di_A für $t_B \leq t \leq T$ Null ist, wird ab $t = t_B$ nicht weiter aufintegriert und der Ausgang dx_{e1} bleibt konstant.

Für $t_B \leq t \leq T$ gilt also:

$$dx_{e1}(t) = dx_{e1}(t_B) = dx_{e1}((m+1)T)$$

Für allgemeine Abtastzeitpunkte und differenzielle Änderungen ergibt sich:

$$dx_{e1}((m+1)T) - dx_{e1}(mT) = K_{\alpha I} K_I \left(1 - e^{-\frac{t_B}{T_A}}\right) \cdot dx_{e0}(mT) \quad (10.52)$$

Nach der Transformation in den z -Bereich folgt

$$dx_{e1}(z) \cdot (z - 1) = K_{\alpha I} K_I \left(1 - e^{-\frac{t_B}{T_A}}\right) \cdot dx_{e0}(z) \quad (10.53)$$

Aus diesem Zusammenhang kann die spezielle Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises im Lückbetrieb berechnet werden zu:

$$-G_{0s}(z) = \frac{dx_{e1}(z)}{dx_{e0}(z)} = \frac{K_{\alpha I} K_I}{z - 1} \quad (10.54)$$

$$\text{mit } K_{\alpha I} = K_{\alpha I} \left(1 - e^{-\frac{t_B}{T_A}}\right) \quad (10.55)$$

Die wesentlichen Folgen des Lückbetriebes sind somit die Absenkung des Verstärkungsfaktors $K_{\alpha I}$ in Abhängigkeit von der Brenndauer t_B der Stromrichterventile einerseits und der Fortfall der Pole der Strecke in der Übertragungsfunktion andererseits; die Pole der Strecke verursachen im Lückbetrieb also keine Verzögerung im Regelkreis!

Die Übertragungsfunktion $G_{0s}(z)$ für den Lückbetrieb kann auch auf direktem Weg ermittelt werden, indem nach der Partialbruchzerlegung von $G_{0,lin}$ der durch die Strecke hervorgerufene Partialbruch außer Acht gelassen wird.

$$-G_{0,lin}(s) = G_R(s) G_S(s) G_r(s) = \frac{K_I}{s(1 + sT_A)} \quad (10.56)$$

$$= \frac{K_I}{T_A \left[s \left(s + \frac{1}{T_A} \right) \right]} \quad (10.57)$$

$-G_{0,lin}$ besitzt die Pole $s_1 = 0$ und $s_2 = -\frac{1}{T_A}$. Der Pol s_2 ist ein Pol der Strecke, dieser Pol darf nicht berücksichtigt werden (da $i_A(t_B) = 0$). Mit dieser Einschränkung reduziert sich die Übertragungsfunktion nach der Partialbruchzerlegung auf

$$-G_{0,lin}(s) = \frac{K_I}{s} \quad (10.58)$$

Beim Übergang in den z -Bereich muß wieder die modifizierte z -Transformation verwendet werden. Damit ergibt sich für die spezielle Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises

$$-G_{0s}(z) = K_{\alpha I} \cdot \frac{K_I}{z - 1} \quad (10.59)$$

Die spezielle Übertragungsfunktion $-G_{0s}(z)$ im Lückbereich entspricht bis auf den unterschiedlichen Verstärkungsfaktor der Übertragungsfunktion im nichtlückenden Bereich (Gl. (10.32)), obwohl im Lückbereich ein I-Regler und im Normalbereich ein PI-Regler vorausgesetzt wurde.

Der Verstärkungsfaktor K_{alS} ist ebenso direkt mit der Übertragungsfunktion $G_S(s)$ der Strecke zu gewinnen:

$$K_{alS} = K_{al} \left[1 - \frac{\mathcal{L}^{-1} \Big|_{t=t_B} \{G_S(s)\}}{\mathcal{L}^{-1} \Big|_{t=t_B} \{G_S(s)e^{-t_B s}\}} \right] \quad (10.60)$$

mit K_{al} nach Gl. (10.38). Bei der Berechnung von \dot{x}_e in Gl. (10.38) ist zu beachten, daß bei Reglern mit integralem Anteil der Sollwert w die Steigung der Steuersatzeingangsspannung x_e beeinflusst.

Damit ist der prinzipielle Weg zur Berechnung von Regelkreisen mit Stromrichterstellgliedern bei differentiellen Störungen sowohl für lückendem Strom als auch für nichtlückendem Strom bekannt.

Die obigen Ergebnisse können auch anschaulich interpretiert werden. Im Lückbetrieb wird der Strom nach der Stromflußdauer t_B Null. Je nach Grundaussteuerung x_{e0} bzw. α_0 und den Lastverhältnissen in der Strecke kann $t_B < T$ variieren. Da $K_{alS} = f(t_B)$ wird die Verstärkung des Stellgliedes sich ebenso mit t_B verändern. Die ursprüngliche Übertragungsfunktion der Strecke ist aus der Stromkurvenform selbst noch zu erkennen, im Sinne der Abtasttheorie erscheint die Gewichtsfunktion der Strecke in der Übertragungsfunktion des Gesamtsystems jedoch nicht mehr.

Damit können für das Verhalten von Regelkreisen mit Stromrichterstellgliedern im Lückbetrieb vereinfachend folgende Aussagen gemacht werden:

1. Alle Teile der Strecke, die vom Strom des Stellgliedes durchflossen werden, verlieren ihre im nichtlückenden Bereich gültige Übertragungsfunktion und werden zu reinen Proportionalgliedern.
2. Der Verstärkungsfaktor K_{alS} des offenen Regelkreises verringert sich im Lückbereich schnell mit sinkendem Strommittelwert.
3. Die Verschlechterung der Dynamik ist sowohl durch die wesentlich geringere Verstärkung des Stellgliedes im Lückbereich als auch durch die geänderte Struktur der Strecke bedingt.

10.4 Adaptive Stromregelung

10.4.1 Allgemeine Betrachtung

Die Modellbildungen haben ergeben, daß — wenn beste Dynamik des Stromregelkreises gewünscht ist — im Bereich nichtlückenden Stroms ein PI-Regler

und im Bereich lückenden Stroms ein I-Regler verwendet werden muß, um bei einer Strecke mit PT_1 -Verhalten die gleiche Übertragungsfunktion des offenen Stromregelkreises zu erhalten. Unterschiedlich sind außerdem die Verstärkungsfaktoren des Stromrichters K_α und $K_{\alpha IS}$, und damit des offenen Regelkreises, wobei $K_{\alpha IS}$ darüberhinaus noch eine Funktion der Stromflußdauer ist. Es haben sich somit Struktur und Verstärkung der Regelstrecke geändert.

Um die Struktur- und Parameteränderung in ihrer Auswirkung zu verringern gibt es zwei Wege. Der erste Weg ist, den Lückbereich des Stroms durch eine bessere Glättung im Starkstromkreis (Glättungsinduktivität) oder eine höhere Schaltfrequenz des Stellglieds zu verringern. Dies sind kostenaufwendigere Lösungen. Der zweite Weg ist der Einsatz eines adaptiven Stromreglers; dies ist die wesentlich kostengünstigere Lösung. Somit müssen die Struktur und die Parameter des Stromreglers je nach Betriebsbereich umgeschaltet werden. Diese Umschaltung sollte möglichst schnell und möglichst exakt an den Bereichsgrenzen erfolgen. Außerdem sollte im Lückbereich die Reglerverstärkung an den Arbeitspunkt angepaßt werden. Der Einsatz eines adaptiven Stromreglers ist also bei einem netzgeführten, kreisstromfreien Umkehrstromrichter unumgänglich, um in allen Betriebspunkten gleichbleibende Dynamik zu gewährleisten. Die gleich Aussage gilt für selbstgeführte Stellglieder mit eingepprägter Spannung.

Ein allgemeines adaptives Regelsystem zeigt Abb. 10.7. Mittels der Identifikation wird zuerst festgestellt, in welchem Arbeitspunkt sich die Strecke befindet. Die Entscheidungsinstanz beurteilt, in welchen der Betriebsbereiche dieser Punkt gehört, woraufhin durch den Block „Modifikation“ der Regler in Struktur und Parametern angepaßt wird.

Angewandt auf den Fall der Stromregelung bei Gleichstromnebenschlußmaschinen mit netzgeführten Stromrichterstellgliedern muß die Identifikation zunächst den Arbeitspunkt, also primär den aktuellen Strommittelwert erkennen, und anschließend entscheiden, ob dieser zum Lückbereich (abgekürzt LB) oder zum Nichtlückbereich (NLB) gehört. Die beiden möglichen Betriebszustände und der Betrieb an der Lückgrenze (LG) sind in Abb. 10.8 veranschaulicht.

Zur Entscheidung LB/NLB können verschiedene Kriterien herangezogen werden, die jedoch im stationären Betrieb dieselbe Aussage liefern. Lediglich im dynamischen Fall ergeben sich Unterschiede, speziell beim Umschaltzeitpunkt vom LB in den NLB und umgekehrt.

Die Kriterien sind:

1. *Brenndauer eines Ventilpaars*

Im NLB ist die Stromführungsdauer eines Strompfades

$$t_B = T = \frac{1}{pf_N} \quad (10.61)$$

während im LB der Strom vorher verlöscht und damit $t_B < T$ wird. Dieses Kriterium ist jedoch kritisch, da sowohl im LB nahe der Lückgrenze $t_B \approx T$ ist, als auch im NLB bei dynamischen Vorgängen t_B kleiner als T werden kann (siehe Abb. 10.8 bzw. Abb. 10.17).

2. Strom im Zündzeitpunkt

Im Lückbetrieb ist der Strom im Zündzeitpunkt $i_0 = 0$, d.h., daß vor der Zündung des neuen Thyristors alle Ventile ausgeschaltet sind. Diese Aussage ist gleichbedeutend damit, daß im LB keine Kommutierung stattfindet. Das Kriterium reagiert also auf stromlose Pausen, wobei entweder der Momentanwert des Stroms auf Unterschreiten einer gewissen Schwelle überwacht wird oder die Ventilspannungen auf den Zustand „alle Ventile aus“ geprüft werden. Das Verfahren reagiert verzögert, da beispielsweise beim Übergang vom NLB in den LB das Unterschreiten der Identifikationsgrenze erst abgewartet werden muß, obwohl der Strom bereits im LB sein kann. Umgekehrt wird beim Übergang vom LB zum NLB der Umschaltzeitpunkt zu frühzeitig vorgegeben. Die Umschaltzeitpunkte liegen in diesem Fall auf der „sicheren“ Seite.

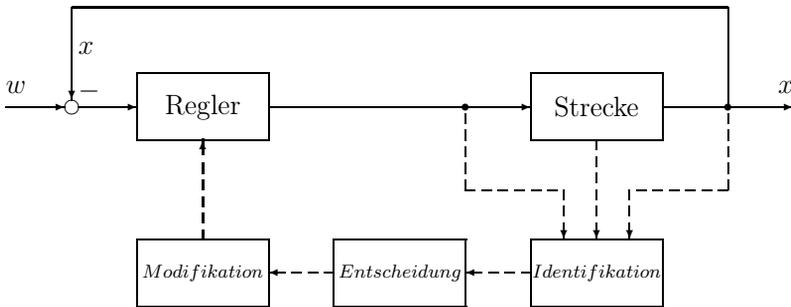


Abb. 10.7: Adaptives Regelsystem

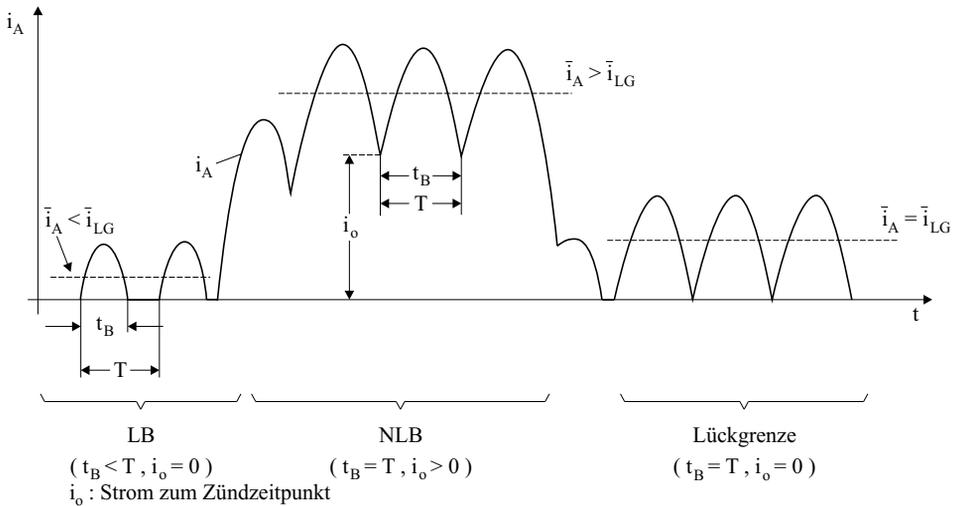


Abb. 10.8: Betriebszustände Lück-/ Nichtlückbereich, Lückgrenze

3. Strommittelwert in der Last

Als Kriterium dient hier der Mittelwert des Stromes \bar{i}_A im Vergleich zum Strommittelwert an der Lückgrenze \bar{i}_{LG} . Das Verfahren scheint einfach und logisch, führt jedoch zu Schwierigkeiten. Zum einen ist ein Vergleich zweier analoger Größen durch unvermeidliche Ungenauigkeiten und Offsets immer etwas unsicher, was speziell in der Nähe der Lückgrenze zur falschen Reglerauswahl führen kann. Außerdem muß der Laststrom zur Mittelwertermittlung geglättet werden, was zu Verzögerungen oder Einschwingeffekten führt. Weiterhin ist der Lückgrenzstrom von der bei Gleichstromnebenschlußmaschinen vorhandenen Gegenspannung e_A , und damit von der Drehzahl abhängig, was den Aufwand weiter erhöht.

Das Verhalten der Strecke in den beiden Betriebsbereichen und die daraus resultierenden Forderungen an den Regler lassen sich am besten an der Steuerkennlinie diskutieren. Abbildung 10.9 zeigt den stationären Zusammenhang zwischen Zündwinkel und Strommittelwert bei fester Gegenspannung.

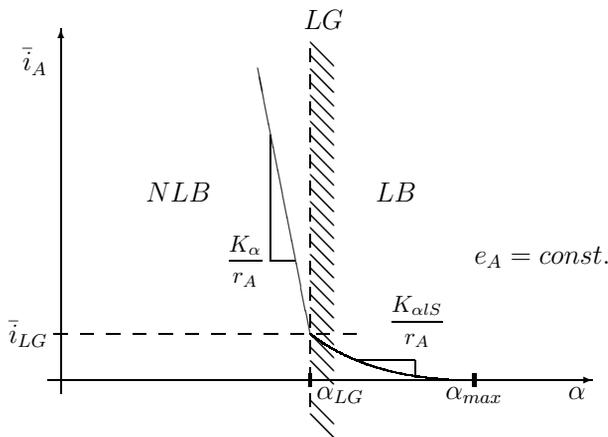


Abb. 10.9: Steuerkennlinie LB/NLB

Man erkennt, daß die Streckenverstärkung sich wesentlich ändert:

1. Nichtlückbereich (NLB)

Die Steigung der Kennlinie und damit die Kleinsignalverstärkung sind relativ hoch und praktisch konstant. Dieser steile Verlauf ist ein Ausschnitt aus dem Cosinus-Steuergesetz, das für das verwendete Stellglied vom Typ 1 (nichtlineare statische Kennlinie) in diesem Bereich gilt. Die bestimmenden Faktoren sind K_α und der Ankerwiderstand ($V_S = 1/r_A$).

2. Lückbereich (LB)

Die Verstärkung ist hier wesentlich geringer als im NLB und vor allem nicht konstant. Dies ist durch $K_{\alpha S}$ bedingt, das eine Funktion der Brenndauer

t_B und damit auch des Zündwinkels ist. Vereinfacht kann man feststellen, daß $K_{\alpha S}$ nichtlinear mit der Brenndauer abnimmt. Die Verstärkung ist an der Lückgrenze am größten, während sie für $\alpha \approx \alpha_{\max}$ gegen Null geht (siehe Gl. 10.55).

3. Lückgrenze (LG)

In der Kennlinie ist an der Lückgrenze ein Knick zu erkennen. Dieser Knick führt zu einem Sprung in der Streckenverstärkung. Je nach Lastdaten kann dieser Sprung bis zum Faktor 20 oder mehr betragen. Vergewärtigt man sich zusätzlich die Strukturänderung der Strecke (PT_1/P), so ist die Notwendigkeit einer exakten und schnellen Erkennung der LG offensichtlich.

Damit stehen die Forderungen an einen adaptiven Stromregler fest, der im LB das gleiche dynamische Verhalten wie im NLB gewährleisten soll.

1. Strukturumschaltung

Damit in beiden Bereichen die Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises die Form $-G_{0s}(z) = K^*/z - 1$ annimmt, muß im NLB ein PI-Regler (Kompensation der Streckenzeitkonstante, $T_n = T_A$), im LB ein I-Regler verwendet werden.

2. Parameteranpassung

Die Reglerverstärkung muß so angepaßt werden, daß in allen Arbeitspunkten gilt: $V_{R,NL} \cdot K_\alpha = V_{R,L} \cdot K_{\alpha S} = K^*$. Insbesondere sollte die Reglerverstärkung im LB arbeitspunktabhängig sein.

3. Bereichserkennung

Der Betriebsbereich und damit die Auswahl des geeigneten Reglers und seiner Parameter soll möglichst verzögerungsfrei und exakt erkannt werden.

4. Umschaltverhalten

Der Übergang zwischen den Bereichen sollte stoßfrei sein, d.h. die Reglerausgangsspannung darf sich nur insoweit ändern, als dadurch keine zusätzliche Zündung ausgelöst wird. Deshalb dürfen nicht einfach zwei getrennte Regler verwendet werden, sondern es müssen spezielle Reglerschaltungen verwendet werden.

Die Übertragungsfunktionen von Strecke und Regler sind im folgenden noch einmal tabellarisch zusammengefaßt:

	Nichtlückbereich (NLB)	Lückbereich (LB)
Strecke	$G_S(s) = V_S \cdot \frac{1}{1+sT_A}$	$G_S(s) = V_S$
Regler	$G_R(s) = V_{R,NL} \cdot \frac{1+sT_A}{sT_A}$	$G_R(s) = V_{R,L} \cdot \frac{1}{sT_n}$
offener Kreis	$-G_{0s}(z) = K^* \cdot \frac{1}{z-1}$	$-G_{0s}(z) = K^* \cdot \frac{1}{z-1}$

10.4.2 Praktische Realisierung

In diesem Kapitel sollen einige praktisch einsetzbare Schaltungsprinzipien für einen adaptiven Stromregler vorgestellt werden. Aus Gründen der Anschaulichkeit wollen wir uns auf analoge Realisierungen beschränken; es sind selbstverständlich auch digitale Realisierungen möglich.

Es zeigt sich, daß immer ein Kompromiß zwischen Aufwand und Qualität eingegangen werden muß, wobei z.B. eine exakte Verstärkungsanpassung im Lückbereich praktisch nie realisiert wird.

Realisierung 1 (Abb. 10.10)

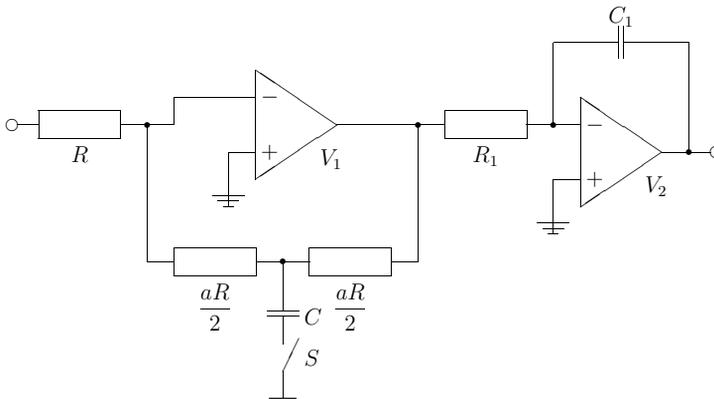


Abb. 10.10: Adaptiver Stromregler 1

Der Schaltungsteil mit dem Operationsverstärker V_2 sowie R_1 und C_1 wirkt als Integrator. Bei geöffnetem Schalter S wirkt V_1 als P-Verstärker, und es ergibt sich die Übertragungsfunktion

$$G_R \Big|_{S \text{ aus}} = (-a) \cdot \left(-\frac{1}{sC_1R_1} \right) = \frac{a}{sC_1R_1} \tag{10.62}$$

also I-Verhalten. Bei geschlossenem Schalter S ergibt sich für V_1 eine PD-Charakteristik. Zusammen mit dem Integrator V_2 ergibt sich insgesamt PI-Verhalten. Die Übertragungsfunktion lautet:

$$\begin{aligned} G_R \Big|_{S \text{ ein}} &= \left(-a - \frac{sCRa^2}{4} \right) \cdot \left(-\frac{1}{sC_1R_1} \right) \\ &= \frac{a}{sC_1R_1} \left(1 + \frac{saRC}{4} \right) \end{aligned} \quad (10.63)$$

Mit geöffnetem Schalter erhält man also I-Verhalten, geeignet für den Lückbereich; bei geschlossenem Schalter PI-Verhalten, passend für den nichtlückenden Bereich. Da den Reglerausgang ein Integrator bildet, ist das Ausgangssignal nicht sprungfähig. Der I-Anteil im Regler ist schaltungsbedingt in beiden Fällen gleich groß. Im Lückbereich sollte die I-Verstärkung des Reglers jedoch höher sein. Diesen Nachteil vermeidet die folgende leicht abgewandelte Schaltung.

Realisierung 2 (Abb. 10.11)

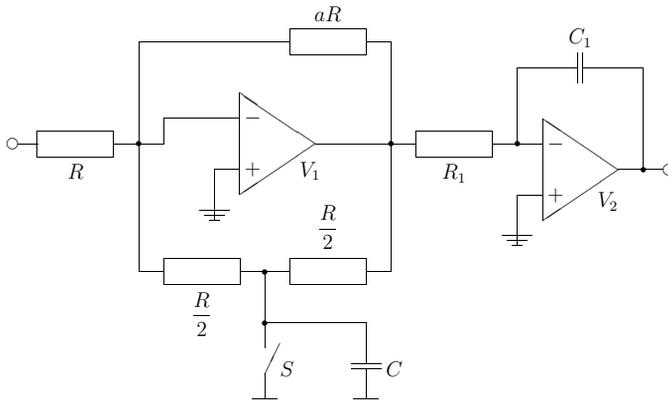


Abb. 10.11: Adaptiver Stromregler 2

Der Operationsverstärker V_2 bildet wiederum einen Integrator. Bei geschlossenem Schalter S wird der untere Rückkopplungspfad bei V_1 unwirksam. V_1 wird zum P-Verstärker, und es ergibt sich die Übertragungsfunktion:

$$G_R \Big|_{S \text{ ein}} = (-a) \cdot \left(-\frac{1}{sC_1R_1} \right) = \frac{a}{sC_1R_1} \quad (10.64)$$

also I-Verhalten. Öffnet man S, so ergibt sich für V_1 ein PDT₁-Verhalten. Zusammen mit dem Integrator V_2 ergibt sich insgesamt PI(T₁)-Verhalten.

Die Übertragungsfunktion lautet:

$$\begin{aligned}
 G_R|_{S\text{ aus}} &= \left(-\frac{a \cdot \frac{1+sCR}{4}}{a+1+\frac{sCR}{4}} \right) \cdot \left(-\frac{1}{sC_1R_1} \right) = \\
 &= \frac{1+\frac{sCR}{4}}{sC_1R_1} \cdot \frac{1}{1+\frac{1}{a}+\frac{sCR}{4a}} \tag{10.65}
 \end{aligned}$$

Wird a entsprechend groß gewählt, so liegt der unerwünschte Pol (PT_1) außerhalb des Nutzfrequenzbereichs, und man erhält fast das gewünschte Verhalten: Bei $S\text{ ein}$ das I-Verhalten mit hohem V_R , geeignet für den Lückbereich; bei $S\text{ aus}$ das PI-Verhalten mit kleinerer Verstärkung, passend für den nichtlückenden Bereich.

Lückbereich-Identifikation (Abb. 10.12)

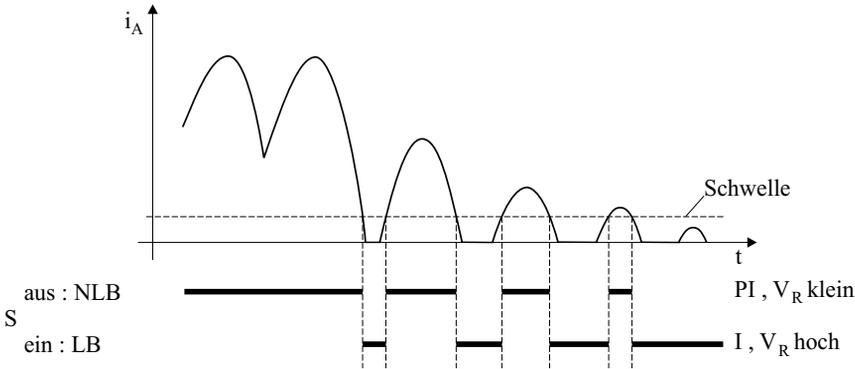


Abb. 10.12: Einfaches Identifikationsverfahren

Die Ansteuerung des Schalters S in Abb. 10.10 und 10.11 erfolgt über einen Komparator, der den Iststrom mit einer vorgegebenen Schwelle (vgl. Abb. 10.12) vergleicht. Dadurch wird im nichtlückenden Betrieb immer der PI-Regler aktiviert, während in Teilen des Lückbereichs zwischen PI- und I-Reglerstruktur umgeschaltet wird.

Durch diese Maßnahme wird eine Art Verstärkungsanpassung erreicht, die im LB wünschenswert ist. Je länger die stromlose Pause, d.h. je kürzer die Brenndauer, desto größer ist der Zeitanteil, in dem der hochverstärkende I-Regler in Betrieb ist und desto höher wird die „mittlere“ wirksame Reglerverstärkung.

Der Nachteil dieser Methode ist, daß bei ungeglättetem oder schwach geglättetem Iststromsignal der Mittelwert des Stroms und der Sollwert trotz I-Anteil im Regler nicht mehr übereinstimmen. Das rührt daher, daß die Regeldifferenzen während einer Stromführungsdauer mit unterschiedlichen Faktoren verstärkt werden.

Realisierung 3 (Abb. 10.13)

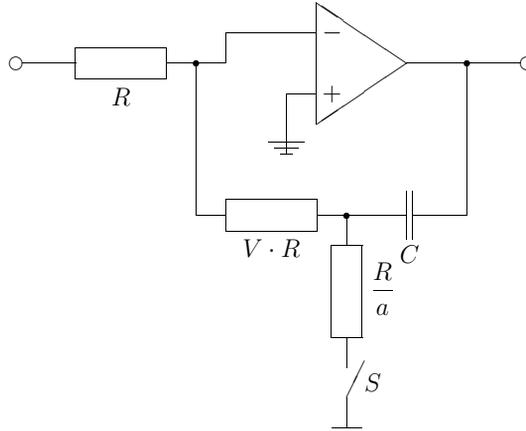


Abb. 10.13: Adaptiver Stromregler 3

Bei offenem Schalter S verhält sich diese Schaltung wie ein PI-Regler mit der Übertragungsfunktion

$$G_R \Big|_{S \text{ aus}} = - \left(V + \frac{1}{sCR} \right) \quad (10.66)$$

Bei geschlossenem Schalter fließt Strom nach Masse ab, das vergrößert den Kondensatorladestrom. Die Übertragungsfunktion lautet jetzt:

$$G_R \Big|_{S \text{ ein}} = - \left(V + \frac{1 + aV}{sCR} \right) \quad (10.67)$$

Es entsteht also kein reiner I-Regler, da der P-Term unverändert bleibt; lediglich der I-Anteil im Regler wird abhängig von a angehoben. Der Schalter S kann wie bei der Realisierung 2 durch einen Komparator angesteuert werden, was auch hier zur Verstärkungsanpassung im LB verwendet wird, aber auch zu dem oben erwähnten Mittelwertfehler im Strom führt.

Realisierung 4 (Abb. 10.14)

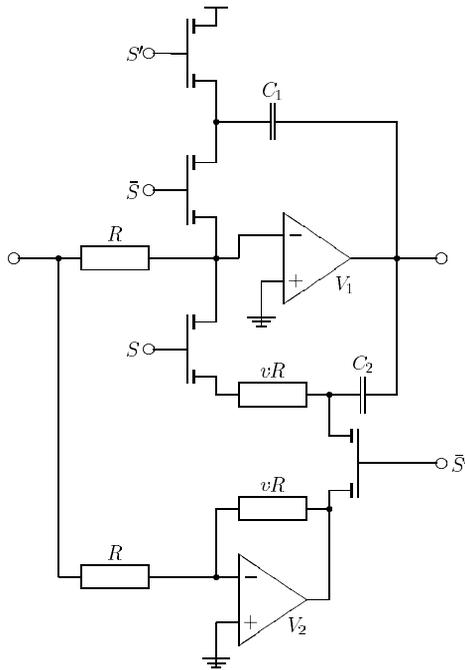


Abb. 10.14: Adaptiver Stromregler 4

Diese Lösung ist aufwendiger, aber ohne die kleinen Unzulänglichkeiten der vorigen Schaltungen. Man erkennt, daß für I- bzw. PI-Verhalten getrennte Rückkopplungszweige vorhanden sind, die über insgesamt 4 elektronische Schalter (hier FET's gezeichnet) umgeschaltet werden. Im NLB sind die Schalter S, S' geschlossen, während S-bar, S-bar-prime geöffnet sind. Dadurch wird V1 zu einem PI-Regler mit der Übertragungsfunktion:

$$G_R \Big|_{S \text{ ein}} = - \left(V + \frac{1}{sC_2R} \right) \tag{10.68}$$

Gleichzeitig wird über den Schalter S' der Kondensator C1 auf die Ausgangsspannung des Reglers aufgeladen, damit beim Umschalten in den LB kein Sprung in der Ausgangsspannung auftritt. V2 ist im NLB wirkungslos.

Im LB sind S-bar, S-bar-prime geschlossen, sowie S, S' geöffnet. Dadurch ergibt sich ein I-Regler mit:

$$G_R \Big|_{S\text{-bar ein}} = - \frac{1}{sC_1R} \tag{10.69}$$

Die Reglerverstärkung ist über C1 unabhängig vom NLB wählbar. V2 sorgt nun dafür, daß C2 so nachgeladen wird, daß bei der Bereichsumschaltung wiederum kein Unterschied in der Ausgangsspannung auftritt. Dazu bildet

V_2 den P-Anteil des (jetzt abgeschalteten) PI-Reglers nach. Die Ansteuerung der Schalter kann entweder von einem Komparator erfolgen oder (besser) durch eine Gebietsidentifikation, wie im folgenden beschrieben.

Gebietsidentifikation:

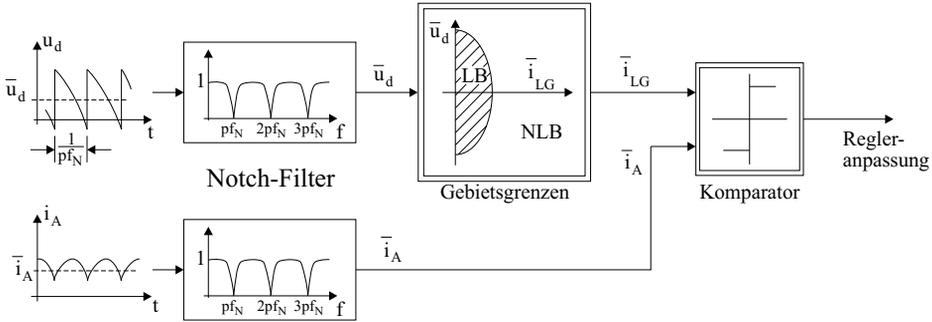


Abb. 10.15: Gebietsidentifikation

Die Entscheidung, ob der Stromregelkreis sich im Lück- oder Nichtlückbereich befindet, wurde bisher aufgrund der stromlosen Pausen im Strom gefällt, wobei die Reglerstruktur jedesmal umgeschaltet wurde. Das ergab Probleme mit der Regelgenauigkeit. Besser ist eine echte Gebietsidentifikation, die anhand von Spannungs- und Strommittelwerten den zugehörigen Bereich ermittelt und den Regler anpaßt. Dabei muß berücksichtigt werden, daß der Lückgrenzstrom von der Spannung abhängt, also $\bar{i}_{LG} = f(\bar{u}_d)$. Diese nichtlineare Abhängigkeit, deren Kennlinie etwa ellipsenförmig aussieht, wird von dem mit „Gebietsgrenzen“ bezeichneten Kennlinienglied in Abb. 10.15 nachgebildet [68–70].

Für die Entscheidung werden die Gleichanteile von Strom und Spannung benötigt. Die entsprechenden Istwertverläufe enthalten jedoch prinzipbedingt periodische Komponenten, deren Grundschwingung das p -fache der Netzfrequenz hat. Beim sechspulsigen Stromrichter sind das Frequenzen von 300 Hz und Vielfache davon. Versucht man nun den Mittelwert durch einfache Glättung mittels eines Tiefpaßfilters zu ermitteln, so ergibt sich eine Zeitverzögerung, die nicht akzeptabel ist. Man verwendet stattdessen zur Glättung ein aktives Filter, das speziell die störenden Komponenten dämpft, aber ansonsten die Übertragungsfunktion 1 hat (sogenanntes Notch-Filter). Der Frequenzgang eines solchen Filters ist schematisch in Abb. 10.15 eingezeichnet. Mit Hilfe dieses Prinzips der Gebietsidentifikation erhält man genaue und relativ verzögerungsarme Aussagen für die Regler-Strukturumschaltung.

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß beim kreisstromfreien Stromrichterstellglied ein adaptiver Stromregler unbedingt notwendig ist. In der Praxis zeigt

sich, daß die erreichbare Dynamik mit adaptivem Regler und Gebietsidentifikation (z.B. Realisierung 4 + Gebietsidentifikation) mindestens gleichwertig oder besser im Vergleich mit einem kreisstrombehafteten Stromrichter ist. Die größten Schwierigkeiten macht offenbar die Parameteranpassung im LB, die daher selten (bzw. unvollkommen) realisiert wird. Dies wird verständlich, wenn man bedenkt, daß die Streckenverstärkung für sehr kleine Stromsollwerte ($\bar{i}_A^* \ll \bar{i}_{LG}$) fast Null wird und eine entsprechend große Reglerverstärkung schon aus Gründen der Störempfindlichkeit nicht realisierbar ist.

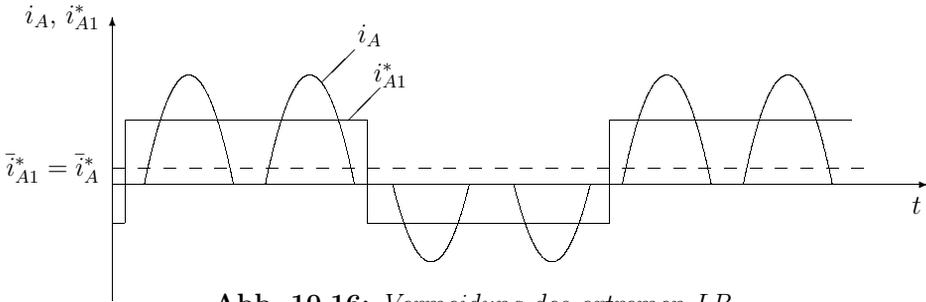


Abb. 10.16: Vermeidung des extremen LB

Abbildung 10.16 zeigt, wie dieser Bereich des extremen LB vermieden werden kann: Bei Stromsollwerten \bar{i}_A^* , die eine gewisse Schwelle (10...20% \bar{i}_{LG}) unterschreiten, wird der Regelkreis anstelle des ursprünglichen Sollwertes \bar{i}_A^* mit einem modifizierten Stromsollwert i_{A1}^* beaufschlagt, dem ein Wechselanteil überlagert ist. Amplitude und Frequenz des Wechselanteils müssen dabei so gewählt werden, daß der daraus resultierende Mittelwert \bar{i}_{A1}^* dem ursprünglichen Sollwert \bar{i}_A^* entspricht. Aufgrund des Wechselanteils liegt der modifizierte Stromsollwert i_{A1}^* immer im unkritischeren Teil des Lückbereichs und die Dynamik des Regelkreises bleibt erhalten.

Abbildung 10.17 und 10.18 zeigen typische Übergangsvorgänge bei einer Stromregelung mit einem adaptiven Stromregler nach Abb. 10.14 und der Identifikation nach Abb. 10.15. Als zusätzliche Maßnahme wird eine schnelle Stromnullerkennung verwendet, die die Thyristorspannungen auswertet und somit bereits nach ca. $10\mu s$ den Stromnullzustand erkennt. Die Stromnullzeit wurde auf $400\mu s$ gesetzt, da die Freierdezeit der verwendeten Thyristoren $200\mu s$ betrug.

Aus den Abbildungen ist das vorzügliche Verhalten sowohl im nichtlückenden und im lückenden Strombereich als auch bei Übergang in beiden Richtungen zu erkennen. Mit i_1, i_2 und i_3 sind dabei die Werte von \bar{i}_A bzw. \bar{i}_A^* vor der sprunghaftigen Verstellung des Sollwertes, nach der Verstellung und nach dem Sollwert-rücksprung bezeichnet. Der in Abb. 10.18 erkennbare Offset zur Null-Linie ist durch den zur Erfassung der Stromsignale verwendeten Meßaufbau bedingt.

Stromregler: adaptiver Stromregler 4
 Identifikation: Gebietsidentifikation
 Stromnullzeit: $400 \mu\text{s}$
 Lückbereich: $-0,45 I_N \leq i \leq +0,45 I_N$

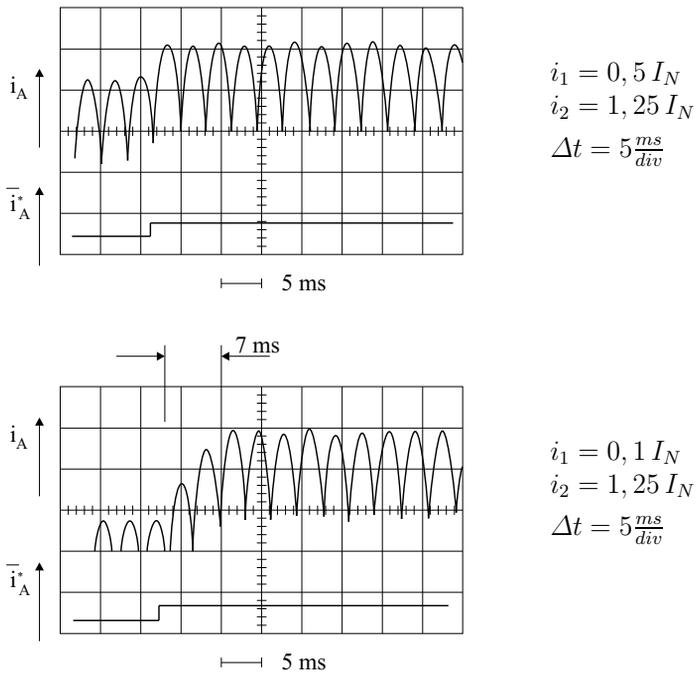
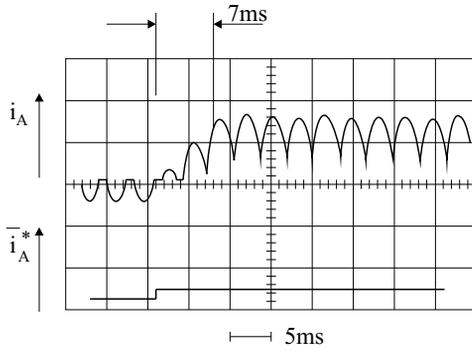


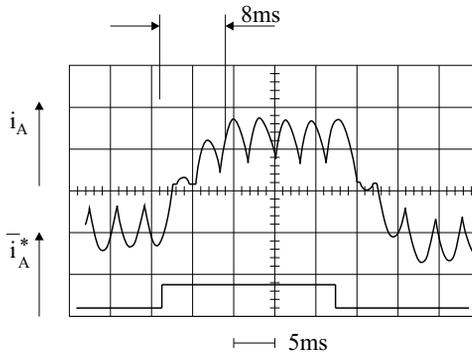
Abb. 10.17: Ergebnisse bei einem kreisstromfreien, dynamisch symmetrierten Umkehrstromrichter mit schneller Stromnullerfassung



$$i_1 = -0,2 I_N$$

$$i_2 = +I_N$$

$$\Delta t = 5 \frac{ms}{div}$$

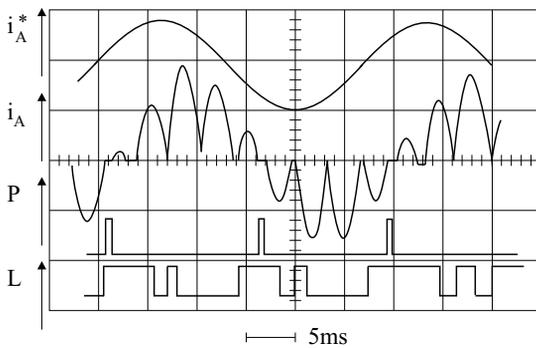


$$i_1 = -I_N$$

$$i_2 = +I_N$$

$$i_3 = -I_N$$

$$\Delta t = 5 \frac{ms}{div}$$



$$\hat{i}_A^* = \pm I_N$$

$$\Delta t = 5 \frac{ms}{div}$$

$$f = 40 Hz$$

Signal P: Stromnullpause
Signal L: Lückbereich

Abb. 10.18: Wie Abb. 10.17: Ergebnisse bei Stromumkehr

10.4.3 Prädiktive Stromführung

Mit den bisher vorgestellten adaptiven Stromreglern erhält man bei gemäßigten Anforderungen an die Regelgüte zufriedenstellendes Verhalten. Fordert man jedoch das bestmögliche Verhalten, so kann kein „normales“ Regelverfahren mehr eingesetzt werden. Untersucht man die Sprungantwort eines solchen Stromregelkreises, so erhält man ein ungewohntes Ergebnis: das Einschwingverhalten ist abhängig vom Zeitpunkt des Sollwertsprungs. Das rührt daher, daß auf die Strecke nur zu diskreten Zeitpunkten durch Zündung eines neuen Ventils Einfluß genommen werden kann (Abtastsystem), und ein statistischer Zusammenhang zwischen der von außen vorgegebenen Sollwertverstellung und der Abtastung des Stellgliedes vorliegt (siehe Abb. 9.6). Daher wird die Dynamik (An-, Ausregelzeit) und die Dämpfung (Überschwingen) des geschlossenen Stromregelkreises variabel. Man darf daher überlagerte Regelkreise nur auf den schlechtesten Fall hin optimieren.

Wegen dieser Geschwindigkeitseinbuße des überlagerten Systems wird nun versucht, die Dynamik der Stromführung unter Voraussetzung gleichbleibender Stabilität zu optimieren. Die folgenden Erläuterungen verwenden die Darstellung nach [132, 154]. In dem dort vorgestellten Verfahren (Abb. 10.19 und 10.20) wird nun statt auf den Mittelwert auf die Kurvenform des Stroms geregelt. Dazu wird aus dem gewünschten Soll-Mittelwert \bar{i}_A^* die zugehörige Zeitfunktion des ungeglätteten Stroms i_A^* ermittelt. Berechnet man die Stromkurve nun für die nächste Phase, so ist daraus direkt ein Zündkriterium abzuleiten: die nächste Phase wird gezündet, wenn Iststrom (Momentanwert) und vorausberechneter Stromverlauf übereinstimmen.

Dadurch wird erzwungen, daß nach dieser Zündung der Stromverlauf dem stationären Verlauf entspricht, der zu dem vorgegebenen Mittelwert gehört. Mit diesem Verfahren erhält man im dynamischen Fall optimale Regelgüte: kürzestmögliche Anregelzeit, kein Überschwingen und Erreichen des stationären Zustandes nach nur einer Zündung. Außerdem können durch dieses Verfahren Lück- und Nichtlückbereich gleich behandelt werden, da der Stromrichter hier nicht linearisiert betrachtet wird, sondern seine zeitabhängige Nichtlinearität von der Führungsinstanz berücksichtigt und kompensiert wird. Es handelt sich dabei jedoch eigentlich um keine Regelung, da die Regelgröße, der Mittelwert des Stroms, nicht zurückgeführt wird. Solch komplexe Führungsstrategien sind am einfach-

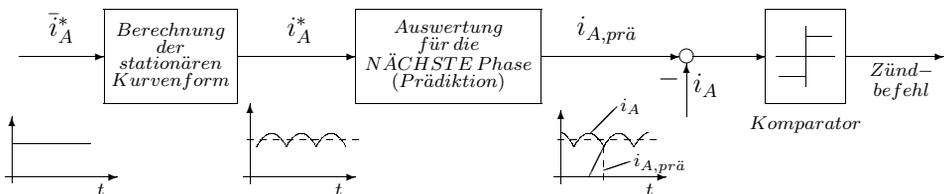


Abb. 10.19: Vorausrechendes Führungsprinzip

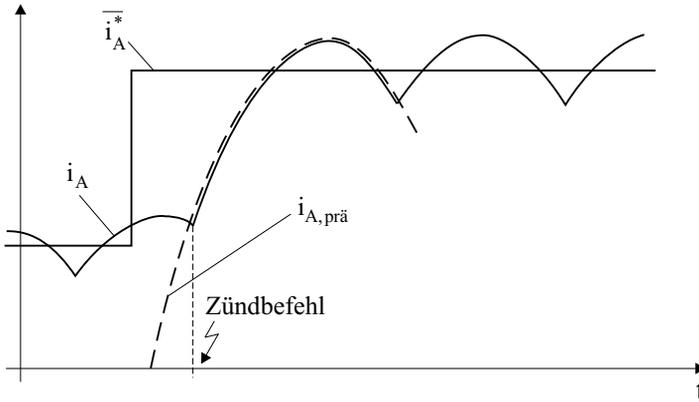


Abb. 10.20: Sollwertsprung mit prädiktiver Stromführung

sten in Digitaltechnik zu realisieren, die heute allgemein verwendet wird. Das Softwareprogramm, welches den Regel- bzw. Steueralgorithmus enthält, wird vom jeweils eingesetzten Prozessor zu jedem Abtastschritt abgearbeitet. Der Prozessor ist mit Stromrichter und Umwelt über Analog-Eingabe-Baugruppen und Digital-Ausgänge verbunden, so daß die benötigten Signale aus dem System dem Prozessor zugeführt (Stromsollwert), bzw. an das System ausgegeben werden können (Zündbefehle). Durch die flexible Programmierbarkeit des Prozessors kann ein solches digitales Steuer- und Regelkonzept auch noch weitere Aufgaben übernehmen, wie die Verwaltung des Stromrichterzustandes (Steuersatzfunktionen) oder die Überwachung der Stromumkehr, die beim kreisstromfreien Umkehrstromrichter kritisch ist (möglichst kurze stromlose Pause, jedoch Freierdezeit der Thyristoren abwarten!).

Bei Einsatz derartiger Steuer- und Regelsysteme ist besonderes darauf zu achten, daß die für einen Rechenzyklus benötigte Zeit durch entsprechende Wahl der Prozessorleistung niedrig gehalten wird, da sich die Systemstabilität durch Totzeiten extrem reduzieren kann.

Es sind verschiedene Ausführungsformen der Methode der prädiktiven Stromführung möglich; diese sind in [132] und [154] ausführlich beschrieben. Das Verfahren kann in abgewandelter Form auch für selbstgeführte Umrichter mit eingepprägter Spannung und eingepprägtem Strom verwendet werden. In [351, 352, 354] werden hybride Lösungsmethoden, in [355–357] rein softwarebezogene Methoden jeweils für den U-Umrichter, in [245–247] Lösungen für den I-Umrichter vorgestellt.

10.5 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde das Verhalten von Stromrichterstellgliedern bei differentiellen Störungen im Nichtlück- und Lückbereich untersucht. Ausgehend von den erhaltenen Ergebnissen wurden verschiedene Möglichkeiten für adaptive Stromregler vorgestellt und verglichen.

Zusammenfassend lassen sich folgende Punkte festhalten:

1. Modellierung von Stromrichterstellgliedern als Abtaster

Eine konstante differentielle Störung am Steuersatzeingang bewirkt am Stromrichter im Nichtlückbereich eine ebenso konstante Verschiebung der Zündzeitpunkte in positive bzw. negative Richtung. Da hierdurch eine äquidistante Folge von Spannungszeitflächenimpulsen am Ausgang des Stromrichters ausgelöst wird, kann das Stellglied als Abtaster mit der Tasterperiode $T = 1/(pf_N)$ aufgefaßt werden.

2. Verändertes Streckenverhalten im Lückbetrieb

Bei Übergang in den Lückbereich entsteht zusätzlich zu der im Nichtlückbereich erzeugten Folge von Spannungszeitflächenimpulsen eine um die Stromführungsdauer der Ventile versetzte, ebenfalls äquidistante Impulsfolge von Spannungszeitflächen entgegengesetzter Polarität. Aus der sich daraus ergebenden Übertragungsfunktion des Gesamtsystems kann abgeleitet werden, daß im Lückbetrieb das dynamische Verhalten der Strecke keinerlei Einfluß mehr auf das Gesamtverhalten des offenen Regelkreises hat. Darüberhinaus wird im Lückbetrieb der Verstärkungsfaktor des offenen Regelkreises variabel und verringert sich rasch mit sinkendem Strommittelwert.

3. Lösungsmöglichkeit: adaptive Stromregelung

Durch Einsatz eines adaptiven Stromreglers läßt sich in beiden Bereichen sehr gute Dynamik des Regelkreises erzielen. Die Qualität eines solchen Reglers hängt davon ab, wie schnell und exakt bei einem Übergang der jeweilige Betriebsbereich identifiziert und die Struktur und Parameter des Reglers umgeschaltet werden können.

4. Prädiktive Stromführung

Optimale Regelgüte auch im dynamischen Fall kann durch Einsatz einer prädiktiven Stromführung erreicht werden, bei der abhängig vom Soll-Mittelwert des Stromes die Kurvenform des Iststromes für die nächste Phase bereits im voraus errechnet wird. Bei diesem Verfahren kann jedoch nicht mehr von Regelung im eigentlichen Sinne gesprochen werden.

11 Beschreibungsfunktion des Stromrichters mit natürlicher Kommutierung

Zu Beginn von Kap. 9 war hervorgehoben worden, daß es sich bei Stromrichterstellgliedern um nichtlineare Komponenten handelt, welche den Entwurf von Stromreglern bei Antrieben erschweren. Um dennoch eine Modellierung und damit eine Berücksichtigung beim Reglerentwurf zu ermöglichen, wurde in Kap. 9 das Großsignalverhalten von Stromrichterstellgliedern mit Hilfe einer Laufzeitnäherung nachgebildet.

Anschließend wurde in Kap. 10 das dynamische Verhalten von Stromrichterstellgliedern bei differentiellen Störungen mit Methoden der z -Transformation untersucht.

In diesem Kapitel soll nun die Beschreibungsfunktion des Stromrichterstellgliedes bestimmt werden. Es handelt sich dabei um ein Verfahren, mit dem schnell Einblicke in das Verhalten und in die Eigenschaften des behandelten Systems zu erlangen sind. Die Darstellungen verwenden die Überlegungen und Ergebnisse aus [145]. Von besonderer Bedeutung ist dabei die Beschreibungsfunktion von leistungselektronischen Stellgliedern bei der Untersuchung der „ripple instability“, d.h. bei Grenzyklus-Untersuchungen (Abb. 12.7 bis 12.9 und Kap. 11.3).

11.1 Allgemeine Einführung

Bei Regelkreisen, die nichtlineare Komponenten enthalten, wird das Übertragungsverhalten und insbesondere die Stabilitätsgrenze des Regelkreises von der Amplitude des Regelsignals am Eingang der Nichtlinearität abhängen. Zur Untersuchung dieser Regelkreise wurde das Verfahren der Beschreibungsfunktion von L.C. Goldfarb, A. Kochenburger, W. Oppelt und A. Tustin [128, 136, 165] entwickelt.

Das Verfahren beruht auf folgendem Gedankengang: Wenn im Regelkreis eine Dauerschwingung vorhanden ist, dann werden alle Regelsignale diese Dauerschwingung aufweisen und somit werden alle Signale die gleiche Periodendauer haben. Das Regelsignal am Ausgang der Nichtlinearität kann daher in eine Fourier-Reihe mit der Dauerschwingung als Grundschwingung und weiteren Oberschwingungen entwickelt werden. Falls der lineare Teil des Regelkreises Tiefpaßcharakter für die Oberschwingungen hat, wird am Eingang der Nichtlinearität

im wesentlichen nur noch die Grundschiwingung des Ausgangssignals der Nichtlinearität vorhanden sein.

Mit der Voraussetzung des Tiefpaßcharakters der linearen Regelkreisglieder lassen sich mit dem „Frequenzgang“ der sich aus dem Verhältnis der Amplitude der Grundschiwingungen des Ausgangssignals der Nichtlinearität (bei vorgegebenem Arbeitspunkt) und der Amplitude des sinusförmigen Eingangssignals ergibt, Aussagen über das Regelkreisverhalten machen (Abb. 11.1).

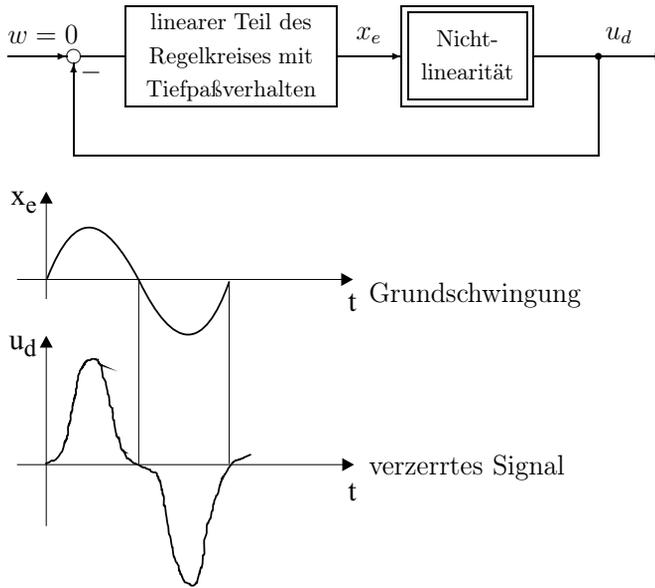


Abb. 11.1: Struktur und Signalverlauf (Beispiel) bei Untersuchung von Regelkreisen mit der Beschreibungsfunktion

Da der so ermittelte „Frequenzgang“ vom Arbeitspunkt und/oder von der Amplitude des Eingangssignals abhängig ist und somit das Übertragungsverhalten von der Nichtlinearität wesentlich beeinflusst wird, wird dieser so ermittelte „Frequenzgang“ Beschreibungsfunktion genannt.

Dieses Verfahren wurde anschließend auch auf frequenzabhängige Nichtlinearitäten und auf lineare Abtastsysteme erweitert.

Die Berechnung der Beschreibungsfunktion erfolgt aufgrund der Komplexität mit rechnergestützten Methoden. Es werden zwei Fälle untersucht:

1. Steuergerät, sechspulsiger Stromrichter;
2. Unsymmetrischer Steilheitsbegrenzer (DSS), Steuergerät, sechspulsiger Stromrichter (Kap. 9.5).

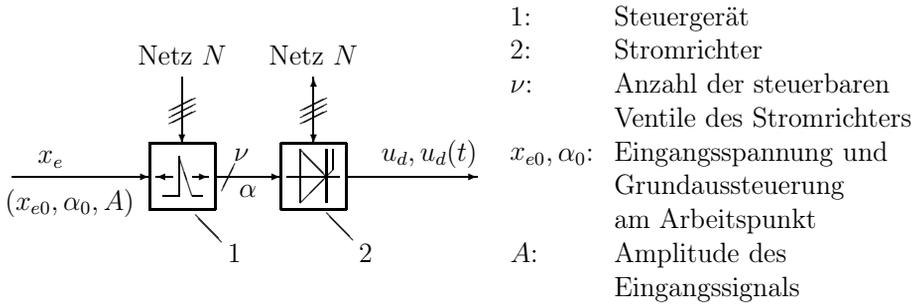


Abb. 11.2: Fall 1: Steuergerät und sechspulsiger Stromrichter

Im Fall 1 besteht das zu untersuchende System nur aus einem Steuergerät und einem Stromrichter (Abb. 11.2). Die Besonderheit bei der Fourier-Analyse des Ausgangssignals $u_d(t)$ entsteht durch die Transformation des sinusförmigen Eingangssignals x_e zu einer zeitlich nicht äquidistanten Folge von Zündimpulsen für die Ventile des Stromrichters (Abb. 9.6); das Ausgangssignal $u_d(t)$ des Stromrichters hat deswegen Sprungstellen, die nichtäquidistant sind. Infolgedessen ist das herkömmliche Schemaverfahren der Fourier-Analyse für das Ausgangssignals $u_d(t)$ praktisch nicht mehr anwendbar, da bei der Fourier-Analyse nach dem Schemaverfahren eine äquidistante Abtastung des Ausgangssignals $u_d(t)$ vorausgesetzt wird und darüberhinaus jeweils alle Sprungstellen des Ausgangssignals $u_d(t)$ gleichzeitig in den äquidistanten Abtastzeitpunkten auftreten müssen. Diese beiden Bedingungen sind aber bei signalabhängigen Zündimpulslagen nicht zu erfüllen, so daß ein anderes Verfahren der Fourier-Analyse, das Sprungstellenverfahren, angewendet wird. Dieses Verfahren ist für die Untersuchung des Falls 1 geeignet, da die Fourier-Integrale angenähert von Sprungstelle zu Sprungstelle des Ausgangssignals ausgewertet werden. Ein weiterer Vorzug bei diesem Verfahren liegt vor allem in der Tatsache begründet, daß das Ausgangssignal $u_d(t)$ aus Ausschnitten von Sinus-Funktionen besteht. Es gelingt daher, geschlossene Formeln für die Berechnung der Fourier-Koeffizienten anzugeben, d.h. die gesuchten Fourier-Koeffizienten können exakt bestimmt werden. Eine Erweiterung des Berechnungsalgorithmus muß bei Fall 2 (DSS) vorgesehen werden, da das Eingangssignal x_{eS} des Steilheitsbegrenzers in Abhängigkeit von der Frequenz und der Amplitude des Eingangssignals deformiert wird.

Da die Beschreibungsfunktion abhängig ist von

- der Frequenz f_s des Eingangssignals,
- der Amplitude A des Eingangssignals,
- der Phasenlage des Eingangssignals bezogen auf das Spannungssystem N ,
- der Grundaussteuerung α_0 des Stromrichters, d.h. von der Aussteuerung, die bei der Amplitude Null des Eingangssignals vorhanden ist,

ist eine graphische Ausgabe der Ergebnisse notwendig.

Bei den in Abb. 11.4 bis 11.7 dargestellten den Ergebnissen sind folgende Voraussetzungen zu beachten:

1. Der verwendete Steuersatz hat eine lineare Steuerkennlinie $\alpha = f(x_{e0})$. Damit ist beim Stellglied eine nichtlineare statische Kennlinie $u_d = f(x_{e0})$ zu beachten (vgl. Gl. (9.2) und (9.3)).
2. Die maximale stationäre Verstärkung des Stromrichterstellgliedes ist auf $V_{STR} = 1$ normiert.
3. Aufgrund der vier Parameter ist eine geschlossene Darstellung der Beschreibungsfunktion nicht mehr möglich. Es werden deshalb nur die Teile der Beschreibungsfunktion angegeben, die sich jeweils bei konstanter Frequenz f_s des Eingangssignals x_e und konstanter Grundaussteuerung α_0 ergeben. Bei dieser Beschränkung treten in Abhängigkeit von der Amplitude A des sinusförmigen Eingangssignals unterschiedliche Amplituden- und Phasenspielräume auf, die durch die Abhängigkeit der Grundschiwingung des Ausgangssignals von der Phasenlage des Eingangssignals bezogen auf das Spannungssystem N bedingt sind. Es müssen daher die Ortskurvenscharen bzw. die Amplituden- und Phasenspielräume in Abhängigkeit von der Amplitude A des Eingangssignals bei jeder Frequenz f_s des sinusförmigen Eingangssignals und jeder Grundaussteuerung α_0 getrennt dargestellt werden.
4. Bei der Analyse des Stromrichterstellgliedes werden keine Sättigungsercheinungen untersucht.
5. Die Amplitude A des Eingangssignals wird bei den Ortskurvenscharen im Verhältnis zum Maximalwert des Eingangssignals, \hat{x}_e , angegeben.

11.2 Diskussion der Ergebnisse

In der Beschreibungsfunktion eines Abtastsystems, das aus einem Abtaster mit konstanter Abtastfrequenz und einem Halteglied nullter Ordnung besteht, ist ein Amplituden- und Phasenspielraum bei der Signalfrequenz $f_s = (1/\eta)f = 0,5f$ ($f = 1/T$ Abtastfrequenz, $\eta = 2$) vorhanden (Abb. 11.3).

Dieses System wurde von J. Ackermann [2] um eine zeitinvariante Nichtlinearität erweitert. Bedingt durch diese Nichtlinearität und den Abtastvorgang entsteht eine endliche Anzahl zusätzlicher Amplituden- und Phasenspielräume bei Frequenzverhältnissen $\eta = f/f_s \neq 2$, ganzzahlig.

Bei der Untersuchung des Stromrichterstellgliedes liegt ein ungleich komplizierterer Fall vor, da die Zündimpulsfolge eine Funktion des Eingangssignals $x_e(t)$ und der Ausgangsspannungsverlauf $u_d(t)$ eine Funktion des Arbeitspunktes (x_{e0}, α_0) ist. Bei der Analyse der drei zu Beginn von Kap. 11.1 genannten Fälle ergeben sich aber folgende Gemeinsamkeiten:

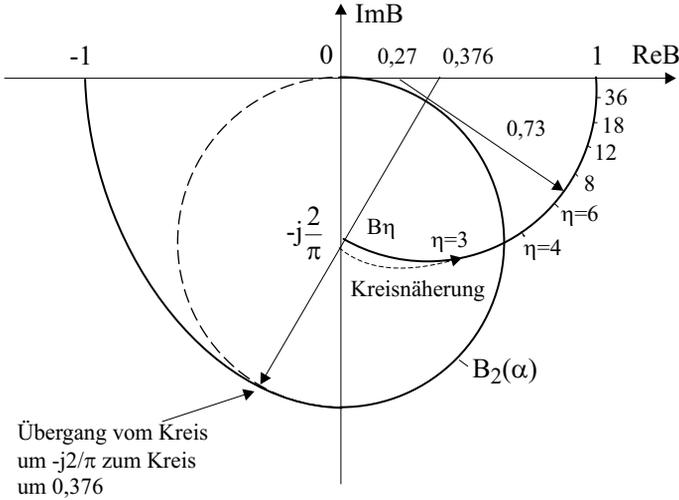


Abb. 11.3: Ortskurve der Beschreibungsfunktion für den Abtaster mit Halteglied nullter Ordnung nach J. Ackermann [2]

1. Eine Analyse des Stellglieds ist nur bei den ausgezeichneten Frequenzen $f_s = (1/n)pf_N$, $n = 2, 3, \dots$ möglich, da nur bei diesen speziellen Frequenzen keine Signalanteile mit Frequenzen niedriger als der Frequenz f_s entstehen.
2. Bei jeder dieser ausgezeichneten Frequenzen f_s und abhängig von der Amplitude A des sinusförmigen Eingangssignals $x_e(t)$ des Steuersatzes bzw. $x_{eS}(t)$ des Steilheitsbegrenzers (siehe Abb. 9.11) treten Amplituden- und Phasenspielräume in der Beschreibungsfunktion des Stromrichterstellgliedes auf; mit abnehmender Frequenz f_s des Eingangssignals nehmen diese Amplituden- und Phasenspielräume ab. Zur weiteren Differenzierung der Aussage müssen wir zwischen der Frequenz $f_2 = 0,5pf_N$ und allen anderen Frequenzen des ansteuernden Signals unterscheiden. Allgemein kann bei allen Frequenzen f_s außer bei der Frequenz f_2 bei von Null zunehmender Amplitude des Eingangssignals ein zunehmender Amplituden- und Phasenspielraum in der Beschreibungsfunktion der jeweiligen Frequenz beobachtet werden; nur bei f_2 nimmt der Amplituden- und Phasenspielraum mit zunehmender Amplitude A des Eingangssignals ab.
3. Bei den ausgezeichneten Frequenzen $f_s = (1/n)pf_N$, $n = 2, 3, \dots$ lautet die Periodizitätsbedingung $1/f_s = nT$. Dies bedeutet, daß am Ausgang des Stromrichterstellgliedes nur die ansteuernde Signalfrequenz und deren Harmonische auftreten werden. Bei allen anderen ansteuernden Frequenzen f_s werden zusätzlich niederfrequenter Signale erzeugt, da die Periodizitätsbedingung zu $m/f_s = nT$ (m, n ganzzahlig) abgewandelt werden muß. Die Frequenz des ansteuernden Signals ist somit eine Oberschwingung der erzeugten Grundfrequenz $f_{Grund} = f_s/a$, mit $f_s = (a/b)pf_N$ (a, b ganz-

zählig). Aufgrund dieser Tatsache ergeben sich bei den nicht ausgezeichneten Frequenzen wesentlich kleinere Amplituden- und Phasenspielräume, da die Fourier-Analyse auf der Periodendauer der Grundfrequenz f_{Grund} basiert.

4. Bei einer Grundaussteuerung $\alpha_0 = 90^\circ$ ist die Beschreibungsfunktion bei kleinen Amplituden des Eingangssignals symmetrisch zur reellen Achse, bei $\alpha_0 \neq 90^\circ$ ist diese Symmetrie nicht mehr vorhanden.

Die Beschreibungsfunktion von Stromrichterstellgliedern mit linearer statischer Kennlinie $u_d = f(x_{e0})$ hat nahezu die gleichen Ortskurvenscharen, wie Untersuchungen von F. Fallside und A. R. Farmer [125] gezeigt haben. Die Unterschiede zu Stromrichterstellgliedern mit nichtlinearer statischer Kennlinie sind nur geringfügig und erst bei großen ansteuernden Signalen festzustellen.

An dieser Stelle ist der Vergleich der Ergebnisse dieses Kapitels mit den in Kap. 9 durch Laufzeitnäherung erhaltenen interessant.

Ein Ergebnis von Kap. 9.3 bis 9.5 war die Abhängigkeit der Wartezeit T_w vom Zeitpunkt t_1 der Zündwinkeländerung, von der Größe der Zündwinkeländerung $\Delta\alpha$ und von der Grundaussteuerung α_0 (vgl. Gl. (9.21)). Die Beschreibungsfunktion ist dementsprechend abhängig von der Phasenlage des Eingangssignals bezogen auf das Spannungssystem N, von der Amplitude A des Eingangssignals und von der Grundaussteuerung α_0 .

Außer diesen mehr allgemeinen Übereinstimmungen ergeben sich zusätzliche Gemeinsamkeiten:

1. Den Amplituden- und Phasenspielräumen entsprechen die Wartezeitbereiche (siehe u.a. Abb. 9.9 und 9.10), da bei beiden Approximationen das Ergebnis von der Lage des Eingangssignals im Spannungssystem N abhängig ist.
2. Aufgrund der Symmetrie der Ortskurvenscharen zur reellen Achse und der Symmetrie des Wartezeitbereiches zu $T_{wm} = 0 \text{ sec}$. Bei $\alpha_0 = 90^\circ$ kann die Aussage getroffen werden, daß im Mittel bei der Grundaussteuerung $\alpha_0 = 90^\circ$ und bei kleinen Amplituden des Eingangssignals keine Phasenverschiebung zwischen dem Ausgangs- und Eingangssignal vorhanden ist.
3. Bei Grundaussteuerungen $\alpha_0 < 90^\circ$ ($\alpha_0 > 90^\circ$) ist im Mittel eine Vor-eilung (Nacheilung) des Ausgangssignals bezogen auf das Eingangssignal bei beiden Approximationen festzustellen.

Bisher wurde der unsymmetrische Steilheitsbegrenzer (DSS) (Fall 2) nicht bei der Untersuchung berücksichtigt. Die Ergebnisse unterscheiden sich jedoch nicht wesentlich von den oben genannten Ergebnissen, da im allgemeinen nur bei großen Amplituden des Eingangssignals eine größere Phasenverschiebung festzustellen ist.

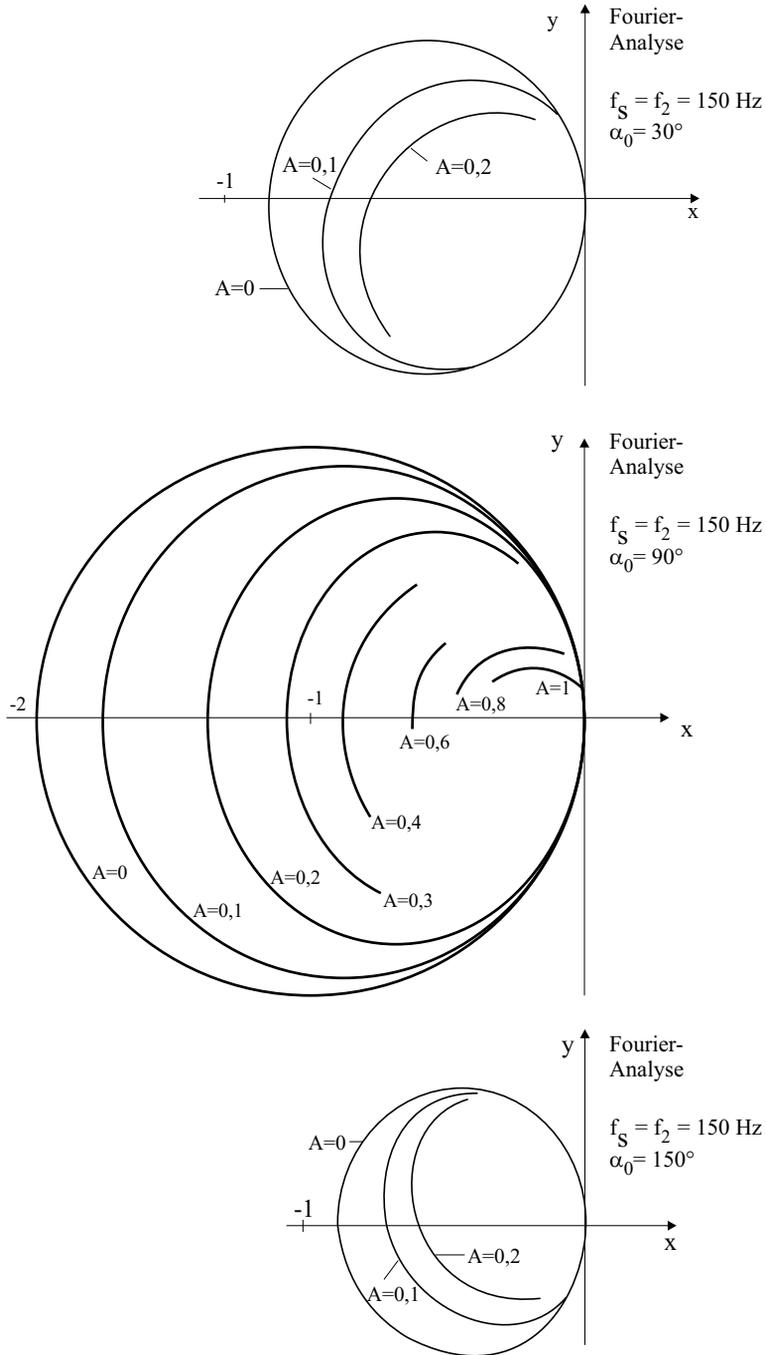


Abb. 11.4: Beschreibungsfunktion für Fall 1 bei $f_s = f_2 = 150 \text{ Hz}$

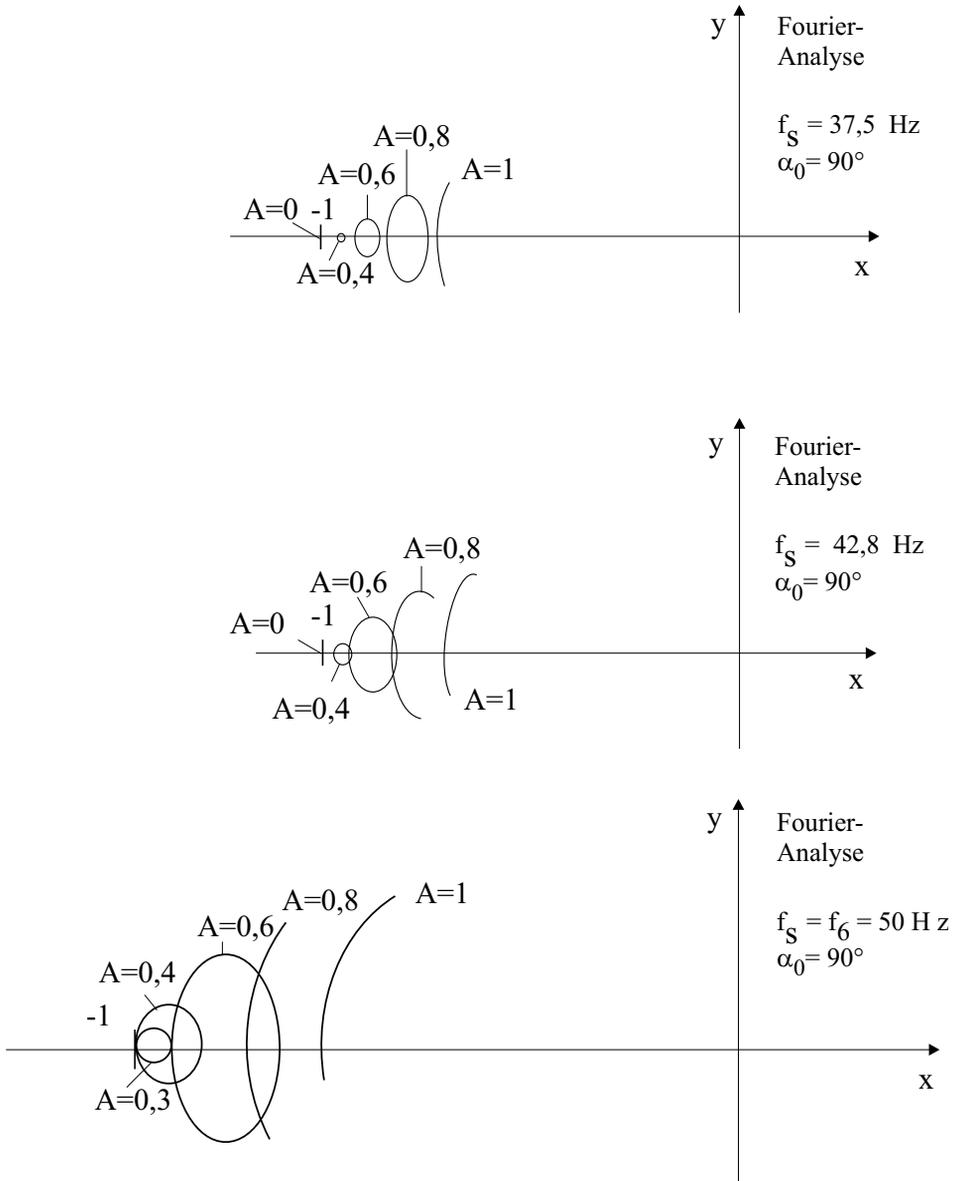


Abb. 11.5: Beschreibungsfunktion für Fall 1 bei $\alpha_0 = \text{const.} = 90^\circ$, $f_s = 37,5 \text{ Hz}$, $42,8 \text{ Hz}$, f_6

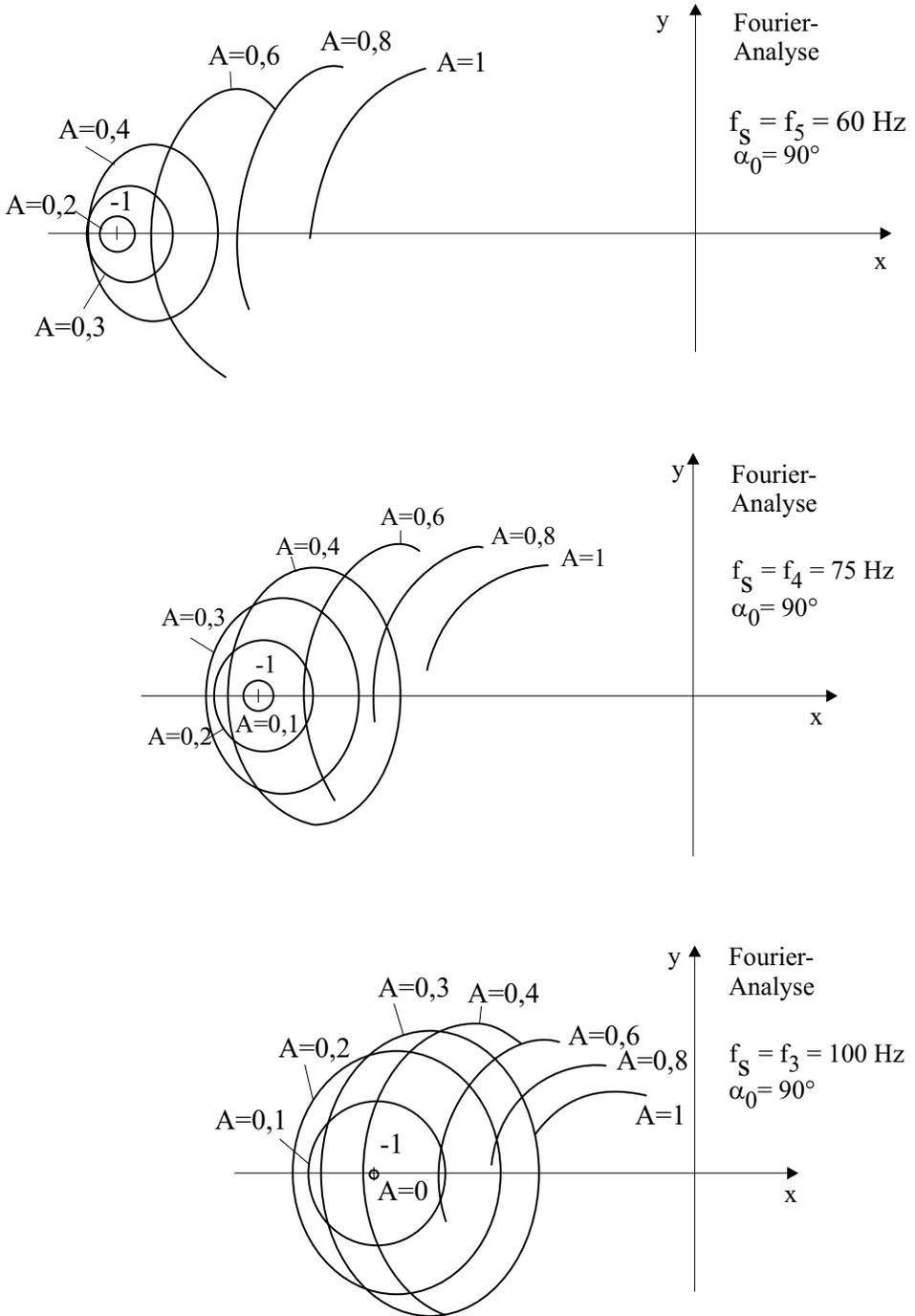


Abb. 11.6: Beschreibungsfunktion für Fall 1 bei $\alpha_0 = \text{const.} = 90^\circ$, $f_s = f_5, f_4, f_3$

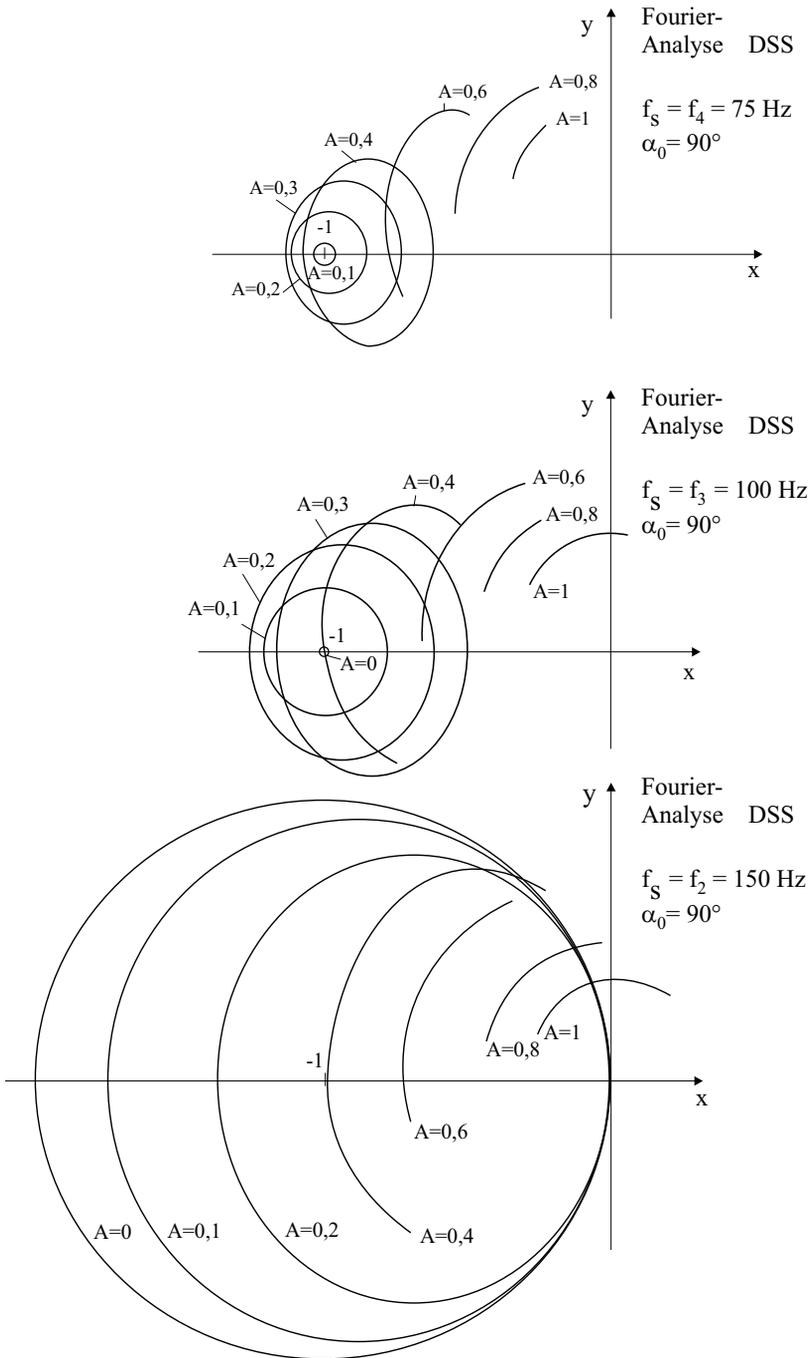


Abb. 11.7: Beschreibungsfunktion für Fall 2 bei $\alpha_0 = \text{const.} = 90^\circ$, $f_s = f_4, f_3, f_2$

Die Ergebnisse der rechnergestützten Untersuchung der Anordnung Steuergerät–sechspulsiger Stromrichter (Fall 1) zeigen die Abbildungen 11.4 bis 11.6. In Abb. 11.7 sind die Ergebnisse für die Anordnung Steilheitsbegrenzer–Steuergerät–sechspulsiger Stromrichter zu sehen; die Fourier-Analysen sind zusätzlich mit DSS gekennzeichnet.

11.3 Untersuchung von Regelkreisen mit der Beschreibungsfunktion

Aus Abb. 11.4 bis 11.7 ist ersichtlich, daß durch die Variation der Amplitude A des Eingangssignals x_e bzw. x_{eS} und der Grundaussteuerung α_0 unterschiedliche Ortskurvenscharen zustandekommen. Aus diesem Grund ist eine allgemeine Analyse von Regelkreisen mit der Beschreibungsfunktion sehr zeitaufwendig und kompliziert.

Trotz der zu erwartenden Schwierigkeiten soll aber für die ausgezeichneten Frequenzen $f_2 = (1/2)pf_N = 150 \text{ Hz}$ und $f_3 = (1/3)pf_N = 100 \text{ Hz}$ eine Grenzyklusuntersuchung (harmonic instability) durchgeführt werden, um die Anwendungsgrenzen der Beschreibungsfunktion aufzuzeigen.

Die Untersuchung bei den ausgezeichneten Frequenzen liegt nahe, da die Amplituden- und Phasenspielräume bei diesen Frequenzen am umfangreichsten sind, d.h. diese Frequenzen werden bevorzugte Grenzyklusfrequenzen sein. Bei den Untersuchungen wird der in Abb. 11.8 gezeigte Regelkreis mit einem sechspulsigen ($p = 6$) Stromrichterstellglied ohne Steilheitsbegrenzer vorausgesetzt.

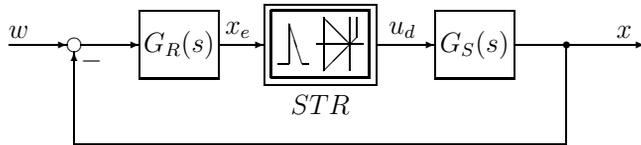


Abb. 11.8: Testregelkreis zur Stabilitätsuntersuchung

$$\text{Regler: } G_R(s) = \frac{V_R(1 + sT_n)}{sT_n} \tag{11.1}$$

$$= \frac{K_R(1 + sT_R)}{s} \tag{11.2}$$

$$\text{Strecke: } G_S(s) = \frac{V_S}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)} \tag{11.3}$$

$$\text{STR: } \text{Stromrichterstellglied mit } V_{STR} = 1 \ (\alpha_0 = 90^\circ) \tag{11.4}$$

Unter der Annahme $V_S = 1$ und der Kompensation der Zeitkonstante T_1 der Strecke durch den Vorhalt des Reglers ($T_n = T_1$), ergibt sich für den linearen Teil

des Regelkreises

$$-G_{0,lin}(s) = G_R(s) G_S(s) = \frac{V_R}{sT_n(1 + sT_2)} = \frac{K_R}{s(1 + sT_2)} \quad (11.5)$$

Für die allgemeine Darstellung eines PI-Reglers wurde bisher immer die Form mit der dimensionslosen Verstärkung V_R und der Nachstellzeit T_n nach Gl. (11.1) gewählt. Die Berechnungen und Ergebnisse in [145] beruhen jedoch auf der in Gl. (11.2) angegebenen Darstellungsform mit der dimensionsbehafteten Verstärkung K_R mit $K_R = V_R/T_n$.

Für die weiteren Betrachtungen in in diesem Kapitel soll daher diese etwas ältere Darstellungsform verwendet werden. Mit $s \rightarrow j\omega$ kann der Frequenzgang des linearen Teils des Regelkreises formuliert werden:

$$F_{0,lin}(j\omega) = -G_{0,lin}(s \rightarrow j\omega) = \frac{K_R}{j\omega(1 + j\omega T_2)} \quad (11.6)$$

Zunächst sei die Untersuchung auf die Grenzfrequenz f_2 beschränkt. Zur weiteren Vereinfachung setzen wir die Führungsgröße $w = 0$, um die Symmetrie der Ortskurvenscharen zur reellen Achse bei $\alpha_0 = 90^\circ$ auszunutzen, die Analyse bei Führungsgrößen $w \neq 0$ ist aber ebenso möglich.

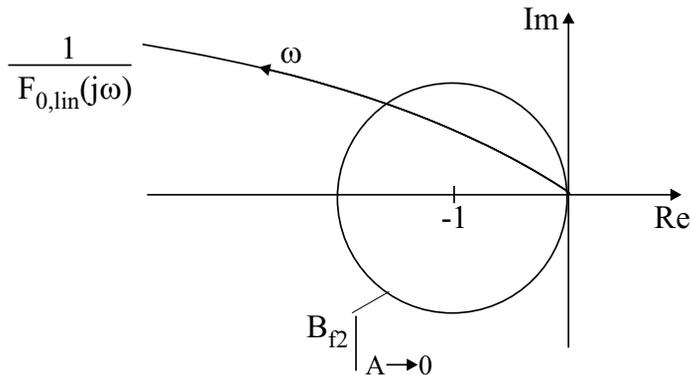


Abb. 11.9: Stabilitätsuntersuchung mit dem Zwei-Ortskurven-Verfahren; $f_s = f_2 = 150 \text{ Hz}$, $\alpha_0 = 90^\circ$

Zur Veranschaulichung des Zwei-Ortskurven-Verfahrens dient Abb. 11.9, in der der Teil der Ortskurve B für die ausgezeichnete Frequenz f_2 bei differentieller Amplitude des Eingangssignals sowie die inverse Ortskurve des linearen Teils des Regelkreises, $1/F_{0,lin}(j\omega)$, aufgetragen sind. Da die Ortskurve B_{f_2} bei differentieller Amplitude des Eingangssignals ein Kreis um den Punkt $(-1/0)$ mit dem Radius $r = 1$ ist (siehe Abb. 11.4, Mitte), kann die Stabilitätsgrenze wie folgt berechnet werden:

Kreisgleichung am Stabilitätsrand:

$$\left[1 + \operatorname{Re}\left(\frac{1}{F_{0,lin}(j\omega)}\right)\right]^2 + \left[\operatorname{Im}\left(\frac{1}{F_{0,lin}(j\omega)}\right)\right]^2 = 1 \quad (11.7)$$

Gleichung des inversen linearen Frequenzgangs $F_{0,lin}(j\omega)$:

$$\frac{1}{F_{0,lin}(j\omega)} = \frac{j\omega(1 + j\omega T_2)}{K_R} = -\frac{\omega^2 T_2}{K_R} + j\frac{\omega}{K_R} \quad (11.8)$$

Durch Einsetzen von Gl. (11.8) in Gl. (11.7) kann die kritische Reglerverstärkung $K_{R\text{krit1}}$ berechnet werden, bei dem bei differentieller Amplitude ($A \rightarrow 0$) ein Grenzyklus mit der Frequenz f_2 auftritt.

$$K_{R\text{krit1}}|_{A \rightarrow 0} = \frac{\omega_2^2 T_2^2 + 1}{2T_2} \quad (11.9)$$

mit $\omega_2 = 2\pi f_2$

Dieser Grenzyklus ist im vorliegenden Fall stabil, da die Verstärkung des Stromrichterstellgliedes mit zunehmender Amplitude des Eingangssignals abnimmt.

Die Aussage der Stabilität des Grenzyklus' kann mit folgender Rechnung überprüft werden; es wird geprüft, welches $K_{R\text{krit1}}$ bei größeren Amplituden des Grenzyklus notwendig ist.

Wie aus den Ortskurvenscharen in Abb. 11.4 zu erkennen ist, nehmen die die Amplituden- und Phasenspielräume bei $f_2 = 150\text{Hz}$ mit zunehmender Amplitude A ab. Bei kleinen Amplituden kann mit guter Näherung angenommen werden, daß die Amplituden- und Phasenspielräume innerhalb eines Kreises mit Radius $r = a$ und dem Mittelpunkt $(-a/0)$ liegen. Dies gilt bis $A \approx 0,2$. Damit kann die allgemeine Kreisgleichung aufgestellt werden zu:

$$\left[a + \operatorname{Re}\left(\frac{1}{F_{0,lin}(j\omega)}\right)\right]^2 + \left[\operatorname{Im}\left(\frac{1}{F_{0,lin}(j\omega)}\right)\right]^2 = a^2 \quad (11.10)$$

mit $1/F_{0,lin}(j\omega)$ aus Gl. (11.8).

Um die Reglerverstärkung in Abhängigkeit vom Kreisradius zu bestimmen, wird Gl. (11.8) in Gl. (11.10) eingesetzt und nach K_R aufgelöst.

$$a^2 - 2a\frac{\omega^2 T_2}{K_R} + \frac{\omega^4 T_2^2}{K_R^2} + \frac{\omega^2}{K_R^2} = a^2 \quad (11.11)$$

$$-2aT_2 + \frac{1}{K_R}(\omega^2 T_2^2 + 1) = 0 \quad (11.12)$$

$$K_{R\text{krit1}}(a) = \frac{\omega_2^2 T_2^2 + 1}{2aT_2} \quad (11.13)$$

Wie bereits erwähnt, nimmt die Verstärkung des Stellgliedes bei f_2 mit zunehmender Amplitude A des Eingangssignals ab. Die Reglerverstärkung $K_{Rkrit1}(a)$ muß deshalb zunehmen. Dies bedeutet, daß erst mit höheren $K_{Rkrit1}(a)$ größere Amplituden der oszillatorischen Instabilität mit der ausgezeichneten Frequenz f_2 zu erreichen sind. Die oszillatorische Instabilität mit $K_{Rkrit1}(a \rightarrow 1)$ ist somit stabil, ebenso alle anderen Punkte der oszillatorischen Instabilität mit $K_{Rkrit1}(a)$.

Praktische Messungen bestätigen die theoretische Untersuchung mit großer Genauigkeit in dem Zeitkonstantenbereich $2 \text{ ms} < T_2 < 6 \text{ ms}$ (Abb. 11.10).

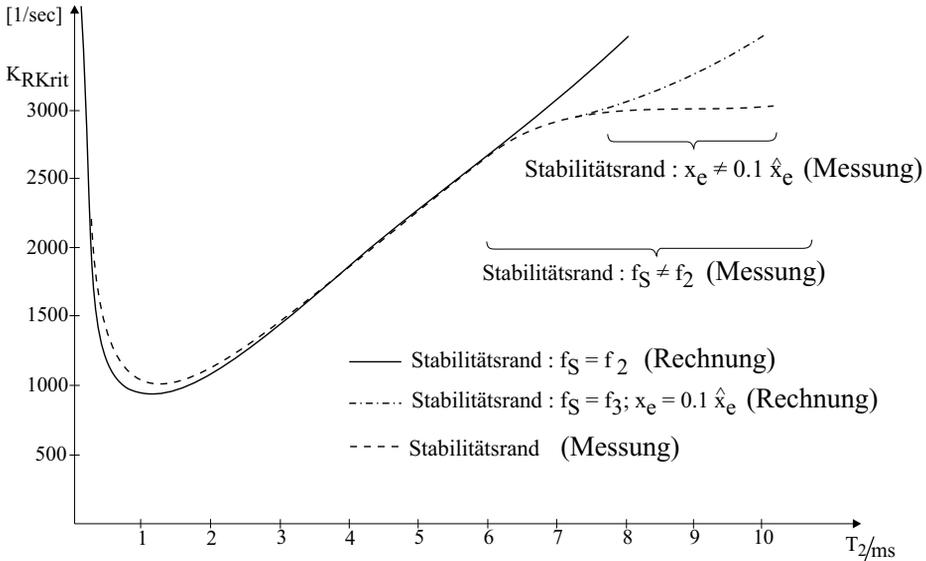


Abb. 11.10: Stabilitätsuntersuchung mit der Beschreibungsfunktion (Vergleich von Rechnung und Messung)

Wie aus Abb. 11.10 zu erkennen ist, treten unterhalb und oberhalb dieses Bereiches Abweichungen zwischen Rechnung und Messung auf. Ein Grund für die Abweichung unterhalb des Bereiches liegt darin, daß bei Zeitkonstanten $T_2 < 2 \text{ ms}$ die nichtidealen Eigenschaften der verwendeten Bauelemente, die parasitäre Zeitkonstanten erzeugen, zunehmende Bedeutung gewinnen. Für die abschließende Diskussion wollen wir hier nur feststellen, daß bei $T_2 \rightarrow 0 \text{ ms}$ die kritische Reglerverstärkung gegen

$$K_{Rkrit2}(T_2 \rightarrow 0) = \lim_{T_2 \rightarrow 0} \frac{\omega_2^2 T_2^2 + 1}{2T_2} \rightarrow \infty \quad (11.14)$$

gehen muß.

Nun sollen die Verhältnisse bei der Frequenz $f_3 = (1/3)pf_N = 100 \text{ Hz}$ diskutiert werden. Wie bei den Untersuchungen für $f_s = f_2$ wird die Führungsgröße $w = 0$ gesetzt, um die Symmetrie der Ortskurvenscharen bei der Analyse

auszunutzen. Bei der Frequenz f_3 und bei allen anderen ausgezeichneten Frequenzen nehmen — mit von Null zunehmender Amplitude A des Eingangssignals x_e — die Amplituden- und Phasenspielräume zu. Dies bedingt einen harten Schwingungseinsatz bei allen Frequenzen außer bei f_2 , d.h. der Regelkreis muß bei allen diesen Frequenzen — außer bei der Frequenz f_2 — erst durch eine Störung angeregt werden, um den Grenzzyklus zu erreichen.

Die Analyse bei den Frequenzen $f_s \neq f_2$ ist somit umfangreich, da für jede Grenzzyklusamplitude eine getrennte Untersuchung durchgeführt werden muß. Einen Ausweg aus diesem Dilemma bietet der Vorschlag, nur die Einhüllende aller Amplituden- und Phasenspielräume bei der interessierenden Frequenz zu berücksichtigen. Dieser Vorschlag ist bei allen Frequenzen außer der Frequenz f_2 insofern sinnvoll, weil alle Grenzzyklusfrequenzen vorkommen können, ihr Auftreten aber nicht sicher vorherzusagen ist. Die Feststellung von Kalman, derartige Grenzzyklen könnten nur mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit vorhergesagt werden, bestätigt sich im vorliegenden Fall im Experiment.

Es soll nun die kritische Reglerverstärkung K_{Rkrit3} in Abhängigkeit von der unkompensierten Zeitkonstanten T_2 berechnet werden, wenn die Grenzzyklusfrequenz $f_3 = 100 \text{ Hz}$ und die Amplitude A des Eingangssignals $x_e = 1/10$ der Maximalamplitude \hat{x}_e ist ($A = 0, 1$).

Wie aus der in Abb. 11.6 unten dargestellten Ortskurvenschar für f_3 zu ersehen ist, kann der Amplituden- und Phasenspielraum bei 100 Hz und bei $A = 0, 1$ durch einen Kreis um $(-1, 0)$ mit dem Radius $r = 2/9$ angenähert werden. Wir müssen daher die Formel für f_2 (vgl. Gl. (11.10)) abwandeln zu:

$$\left(1 - \frac{\omega_3^2 T_2}{K_{Rkrit3}}\right)^2 + \left(\frac{\omega_3}{K_{Rkrit3}}\right)^2 = r^2 = \left(\frac{2}{9}\right)^2 \tag{11.15}$$

mit $\omega_3 = 2\pi f_3$

Nach dem Auflösen erhalten wir eine quadratische Gleichung für die kritische Reglerverstärkung K_{Rkrit3} :

$$K_{Rkrit3}^2 - 2K_{Rkrit3} \frac{\omega_3^2 T_2}{1 - r^2} + \frac{\omega_3^2 (1 + \omega_3^2 T_2^2)}{1 - r^2} = 0 \tag{11.16}$$

Die Lösung lautet:

$$K_{Rkrit3} = \frac{\omega_3^2 T_2}{1 - r^2} \pm \frac{\omega_3}{1 - r^2} \sqrt{\omega_3^2 T_2^2 r^2 + r^2 - 1} \tag{11.17}$$

Das vorliegende Problem ist nur dann sinnvoll zu lösen, wenn der Ausdruck unter dem Wurzelzeichen gleich bzw. größer als Null ist. Dies deutet darauf hin, daß nicht immer ein Grenzzyklus mit den obigen Voraussetzungen möglich ist. Durch Nullsetzen des Wurzelausdrucks erhalten wir:

$$T_{2grenz} = \sqrt{\frac{1 - r^2}{\omega_3^2 r^2}} = 6,97 \text{ ms} \quad \text{mit} \quad \omega_3 = 2\pi f_3, \quad r = \frac{2}{9} \tag{11.18}$$

Ein Grenzyklus mit $f_3 = 100 \text{ Hz}$ und $A = 0,1$ ist somit erst bei einer unkompenzierten Zeitkonstanten $T_{2\text{grenz}} = 6,97 \text{ ms}$ möglich, wenn die Reglerverstärkung richtig gewählt wird. Die Auswertung der obigen Formel wurde in Abb. 11.10 vorgenommen; die Übereinstimmung mit den praktischen Ergebnissen ist im angegebenen Zeitkonstantenbereich $T_{2\text{grenz}} \approx 7 \text{ ms}$ sehr gut.

11.4 Grenzen des Verfahrens

Im vorigen Kapitel konnte eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den theoretischen und den experimentell ermittelten Ergebnissen festgestellt werden. Die Überprüfung des Stabilitätsrandes gelingt aber aufgrund des harten Schwingungseinsatzes bei allen Grenzyklusfrequenzen $f_s \neq f_2$ nicht immer. Zur weiteren Relativierung der obigen Ergebnisse müssen wir noch einmal auf den Bereich der nichtkompenzierten Zeitkonstanten $T_2 < 2 \text{ ms}$ zurückkommen. In diesem Bereich war bei der Grenzyklusfrequenz f_2 eine merkliche Abweichung zwischen den theoretisch errechneten kritischen Reglerverstärkungen und den experimentell ermittelten Werten festgestellt worden. Diese Tatsache ist nur teilweise mit den Unzulänglichkeiten der verwendeten Bauteile allein zu begründen; die Einschränkung ist aufgrund folgender Tatsache notwendig: Die Amplituden und Phasenspielräume ändern sich bei einem zusätzlich vorhandenen Steilheitsbegrenzer vor dem Steuergerät nicht, wenn der Steilheitsbegrenzer nicht anspricht. Dies ist insbesondere immer bei kleinen Amplituden A des sinusförmigen Eingangssignals x_{eS} des Steilheitsbegrenzers der Fall. Die Stabilitätsgrenze kann daher theoretisch keine Funktion der Steilheit \hat{x}_e des Steilheitsbegrenzers sein; in der Praxis ist aber das Gegenteil festzustellen.

Der Widerspruch ist durch die Verletzung der Tiefpaßbedingung bedingt, da die Welligkeit der Stromrichterausgangsspannung trotz der Dämpfung durch den linearen Teil des Regelkreises den Steilheitsbegrenzer ansprechen läßt. Eine Stabilitätsuntersuchung erfordert in diesem Fall die Berücksichtigung aller wesentlichen Oberschwingungen der Stromrichterausgangsspannung. Diese Erweiterung des ursprünglichen Verfahrens (Berücksichtigung mehrerer Eingangssignale) wurde für andere Systeme in [129, 168] vorgeschlagen und ermöglicht in gewissen Fällen die Berechnung der Stabilitätsgrenze, der Aufwand steigt allerdings wesentlich an.

12 Vergleich verschiedener Approximationen für netzgeführte Stromrichter

In Kap. 9.3 wurde eine Approximation des dynamischen Verhaltens von Stromrichterstellgliedern für das Großsignalverhalten mit Hilfe einer Laufzeitznäherung entwickelt. Kapitel 10 behandelte die Untersuchung des Kleinsignalverhaltens von Stromrichterstellgliedern mit der Abtasttheorie, und im vorangegangenen Kapitel 11 wurde schließlich die Beschreibungsfunktion von Stromrichterstellgliedern entwickelt und die Einsatzmöglichkeiten sowie die Grenzen des Verfahrens diskutiert.

Interessant ist daher eine Gegenüberstellung der verschiedenen Approximationen. Um dies zu ermöglichen, sollen in den beiden folgenden Abschnitten zunächst zwei spezielle Probleme bei Regelkreisen mit Stromrichterstellgliedern näher betrachtet werden.

Das erste Problem ist die Berücksichtigung der Eigenschaften der Thyristoren, die nach einem Zündsignal durchschalten. Regelkreise mit Stromrichterstellgliedern können dadurch keine sprungfähige Übertragungsfunktion aufweisen.

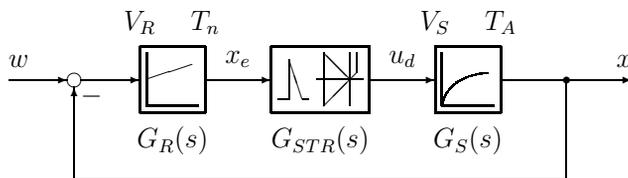


Abb. 12.1: Regelkreis

Das zweite Problem ist die allgemeine Bestimmung der Steigung der Steuersatzeingangsspannung im Zündzeitpunkt, \dot{x}_{e-} , welche für die Berechnung Verstärkungsfaktors K_α des Stromrichterstellgliedes bei differentiellen Störungen benötigt wird (siehe Gl. (10.21)).

Wenn die beiden Probleme bekannt und gelöst sind, dann können die Regelkreise mit Stromrichterstellgliedern auch im z -Bereich behandelt werden.

In Kap. 12.3 werden die bisherigen Approximationen für Stromrichterstellglieder miteinander verglichen.

Bei den folgenden Untersuchungen wird stets der Regelkreis nach Abb. 12.1 vorausgesetzt.

Für Regler und Strecke sollen, wie in Kap. 10, die folgenden Konfigurationen gelten (mit K_I als dem Verstärkungsfaktor des offenen Regelkreises):

$$\text{Regler: } G_R(s) = \frac{V_R(1 + sT_n)}{sT_n} \quad (12.1)$$

$$\text{Strecke: } G_S(s) = \frac{V_S}{1 + sT_A} \quad (12.2)$$

STR: Approximationen für Stromrichterstellglied

mit $p = 6, f_N = 50 \text{ Hz}$

$$\Rightarrow K_I = \frac{V_R V_S}{T_n} \quad (12.3)$$

Für den linearen Teil des Regelkreises erhält man mit $T_n = T_A$

$$-G_{0,lin}(s) = G_R(s) G_S(s) = \frac{K_I}{s} \quad (12.4)$$

Die Übertragungsfunktion für den offenen Regelkreis lautet damit

$$-G_0(s) = G_{STR}(s) \cdot G_{0,lin}(s) \quad (12.5)$$

$$= \frac{K_I}{s} \cdot G_{STR}(s) \quad (12.6)$$

12.1 Ermittlung von $G_l(z, m)$, Sprungfähigkeit

Nachdem in Kap. 10 ein Abtastmodell entwickelt wurde, welches das Stromrichterstellglied bei differentiellen Störungen exakt erfaßt, muß noch eine spezielle Eigenschaft des Stellgliedes erläutert werden.

Bei Regelkreisen mit einem Abtaster (Annahme: kein Halteglied im Regelkreis) wird das Ausgangssignal des Abtasters immer dann die Amplitude des Eingangssignals des Abtastsystems im gleichen Taktzeitpunkt beeinflussen, wenn es sich um ein sprunghfähiges System handelt.

Allgemein wird der Begriff *sprungfähig* in der Regelungstechnik für lineare Systeme verwendet, welche in Zustandsdarstellung eine Durchschaltmatrix $\mathbf{D} \neq 0$ besitzen und damit auf einen Sprung am Eingang mit einem (skalierten) Sprung am Systemausgang antworten können. Zwischen dem Grad n des Nennerpolynoms und dem Grad m des Zählerpolynoms der Übertragungsfunktion eines solchen Systems muß damit die Beziehung $n = m$ herrschen.

Bei Regelkreisen mit einem Abtaster wird an dessen Ausgang ein Signal entstehen, das als Folge von δ -Impulsen beschrieben werden kann. In einem solchen Fall kann die Amplitude des Eingangssignals des Abtastsystems im gleichen Taktzeitpunkt bereits beeinflußt werden (System ist sprunghfähig), wenn

zwischen dem Grad n des Nennerpolynoms und dem Grad m des Zählerpolynoms der Übertragungsfunktion des linearen Teils des Regelkreises $-G_{0,lin}(s)$ die Beziehung

$$n = m + 1 \tag{12.7}$$

herrscht. Zwischen dem Begriff der *Sprungfähigkeit* wie er in Bezug auf Abtastsysteme verwendet wird und der allgemeinen Definition muß also klar unterschieden werden.

Diese bei Abtastsystemen beschreibende Erscheinung kann aber bei Regelkreisen mit Stromrichterstellgliedern nicht auftreten, da einerseits nach der Zündung eines Ventils der Zündzeitpunkt nicht mehr geändert werden kann und andererseits das Potential des gezündeten Ventils im Zündzeitpunkt vom Spannungssystem N vorgegeben wird.

Bereits in Kap. 10 war diese Eigenschaft angesprochen worden. Um diese spezielle Eigenschaft der Stromrichterstellglieder bei der Analyse und Synthese zu berücksichtigen, müssen wir eine spezielle z -Transformierte $-G_{ls}(z)$ für den linearen sprungfähigen Teil des Regelkreises $-G_{0,lin}(s)$ erarbeiten. Ein geeignetes Hilfsmittel bei dieser Aufgabe stellt die modifizierte z -Transformation dar, deren theoretische Grundlagen im folgenden kurz abgeleitet werden.

Mit der modifizierten z -Transformation können im Gegensatz zur normalen z -Transformation auch die Werte des Ausgangssignals zwischen den Abtastzeitpunkten bestimmt werden. Das Verfahren beruht auf folgendem Gedankengang (siehe auch Kap. 6.1.3).

Zur Veranschaulichung dient Abb. 12.2.

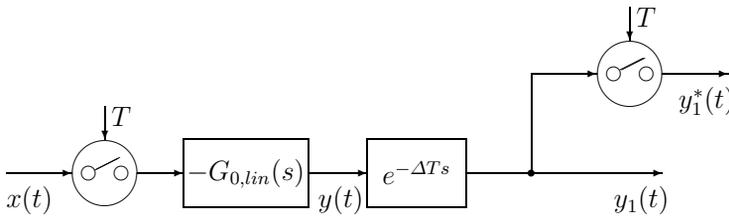


Abb. 12.2: System mit modifizierter Abtastung

Das Signal $y(t)$ am Ausgang des linearen Anteils des Regelkreises wird um ΔT verzögert und anschließend synchron mit dem Abtaster am Eingang abgetastet.

Es gilt:

$$y(s) = \mathcal{L} \{x(t) \cdot \delta_T(t)\} \cdot (-G_{0,lin}(s)) \tag{12.8}$$

bzw.

$$y_1^*(s, \Delta) = \mathcal{L} \{y(t - \Delta T) \cdot \delta_T(t)\} \quad (12.9)$$

Die Berechnung von $y_1^*(s, \Delta)$ erfolgt mit der komplexen Faltung:

$$y_1^*(s, \Delta) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} y(\varepsilon) e^{-\Delta T \varepsilon} \frac{1}{1 - e^{-T(s-\varepsilon)}} d\varepsilon \quad (12.10)$$

Um die Konvergenz des Integrals zu sichern, wird $\Delta = 1 - m$ gesetzt:

$$y_1^*(s, m) = \frac{e^{-sT}}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} y(\varepsilon) e^{m\varepsilon T} \frac{1}{1 - e^{-T(s-\varepsilon)}} d\varepsilon \quad (12.11)$$

Dieses Integral kann mit dem Cauchyschen Residuensatz berechnet werden. Das Ergebnis $y_1^*(s, m)$ ist eine Funktion von s und m , bzw. die modifizierte z -Transformierte der Übertragungsfunktion $-G_{0,lin}(s)$ ist eine Funktion von z und m . Durch Variation von $m = 1 - \Delta$ im Bereich $0 \leq m \leq 1$ ist das gesuchte Ausgangssignal $y(t)$ in jedem beliebigen Zeitpunkt zu bestimmen.

Diese Grundkenntnis der modifizierten z -Transformation genügt, um die spezielle z -Transformierte für den linearen Anteil des Regelkreises nach Abb. 12.1 zu entwickeln.

Bei sprungfähigen linearen Regelkreisgliedern muß eine sofortige Beeinflussung der Amplitude des Steuersatzzeingangssignals durch das Ausgangssignal des Stromrichters, welches ein Folge von δ -Impulsen ist, im Zündzeitpunkt verhindert werden. Um dieses Ziel zu erreichen, genügt es, die **modifizierte Transformierte** $y_1^*(s, m)$ bei $\Delta T \rightarrow 0$ zu verwenden. Die gesuchte z -Transformierte $-G_{ls}(z)$ der linearen Regelkreisglieder $-G_{0,lin}(s)$ wird durch folgende mathematische Operation gewonnen.

$$-G_{ls}(z) = \lim_{m \rightarrow 1} -G_l(z, m) \quad (12.12)$$

mit

$$-G_l(z, m) = \mathcal{Z}_{mod} \{-G_{0,lin}(s)\} \quad (12.13)$$

Zur Veranschaulichung dieser Definition soll noch einmal Abb. 12.2 betrachtet werden. Bei einer Nacheilung des Signals $y_1(t)$ um $\Delta T \rightarrow 0$ bezogen auf das Signal $y(t)$ ergibt sich praktisch der gleiche Kurvenverlauf für die beiden Signale. Da aber ein idealer Abtaster mit der Schließungsdauer Null vorausgesetzt wird, können in den Tastzeitpunkten die Signale $y(t)$ und $y_1(t)$ nicht übereinstimmen, weil das Signal $y_1(t)$ um ΔT gegenüber dem Signal $y(t)$ verzögert ist. Unsere Aufgabe ist somit gelöst.

Der in diesem Kapitel betrachtete Regelkreis nach Abb. 12.1 mit $-G_{0,lin}(s)$ nach Gl.(12.4) ist nach Definition Gl.(12.7) sprungfähig, da der Grad des Nennerpolynoms ein Grad höher ist als der Grad des Zählerpolynoms. Mit der abgeleiteten Gleichung (12.12) ergibt sich für die spezielle Übertragungsfunktion

des linearen Anteils des Regelkreises durch Nachschlagen in den Tabellen für die modifizierte z -Transformation:

$$-G_{ls}(z) = \frac{K_I}{z-1} \quad (12.14)$$

Zur Gegenüberstellung das Ergebnis der normalen z -Transformation:

$$-G_I(z) = K_I \frac{z}{z-1} \quad (12.15)$$

Gleichung (12.12) muß bei allen nach Definition Gl. (12.7) sprungfähigen Regelkreisen mit $-G_{0,lin}(s)$ angewendet werden, um die speziellen Eigenschaften, die ein Stromrichterstellglied im Gegensatz zu einem Abtaster hat, zu berücksichtigen. Da sich bei nicht sprungfähigen Systemen bei der normalen z -Transformation und bei der speziellen Transformation nach der obigen Formel dasselbe Ergebnis ergibt, ist die Definition der speziellen Transformation $-G_I(z, m)$ universal.

12.2 Berechnung der ersten Ableitung der Steuersatzeingangsspannung

Zur endgültigen Berechnung des Verstärkungsfaktors K_α z.B. nach Gl. (10.21) fehlt noch die erste Ableitung der Steuersatzeingangsspannung \dot{x}_{e-} zu den Zeitpunkten $t = nT_-$ im stationären Betrieb. Aufgrund der Definition der Übertragungsfunktion des linearen Regelkreises nach Abb. 12.1

$$-G_{0,lin}(s) = \frac{x_e(s)}{u_d(s)} \quad (12.16)$$

ist die Eingangsspannung $x_e(t)$ des Steuersatzes abhängig von der Übertragungsfunktion $-G_{0,lin}(s)$ und der Ausgangsspannung $u_d(t)$ des Stromrichterstellgliedes im stationären Betrieb:

$$x_e(s) = -G_{0,lin}(s) \cdot u_d(s) \quad (12.17)$$

Die Schwierigkeit bei der Berechnung von $x_e(t)$ bzw. von \dot{x}_{e-} ist im allgemeinen in der nur stückweise stetigen Spannung $u_d(t)$ begründet, so daß eine Berechnung im Zeitbereich kompliziert ist; eine weitere Erschwerung tritt bei sprungfähigen linearen Regelkreisen auf, bei denen der linksseitige Grenzwert zu den Zeitpunkten $t = nT_-$ bestimmt werden muß. Da der stationäre Spannungsverlauf $u_d(t)$ aufgrund der konstanten Zündimpulsfrequenz periodisch ist (Abb. 9.6), liegt es nahe, \dot{x}_{e-} im z -Bereich mit dem Grenzwertsatz für den stationären Endzustand zu bestimmen. Bei der Anwendung dieses Grenzwertsatzes der normalen z -Transformation muß aber vorher untersucht werden, ob der lineare Teil des Regelkreises $-G_{0,lin}(s)$ nach Definition Gl. (12.7) sprungfähig

ist, da im allgemeinen die stationäre Ausgangsspannung des Stromrichters nicht stetig ist und somit in diesem Fall auch $x_e(t)$ im interessierenden Zeitpunkt nT nicht stetig ist. Diese Schwierigkeit können wir aber wiederum durch die Anwendung der modifizierten z -Transformation beheben, da es mit dieser Transformation möglich ist, die Eingangsspannung $x_e(t)$ des Steuergerätes und damit ihre Ableitung in jedem Zeitpunkt zu berechnen.

Wir haben somit die Möglichkeit, durch schematische Anwendung des Grenzwertsatzes der modifizierten z -Transformation \dot{x}_{e-} zu bestimmen.

In Kap. 10.1 und 10.2 war zur Ableitung eines Modell-Abtastsystems bereits das Verhalten des Steuergerätes und des Stromrichters bei differentiellen Störungen untersucht worden. Die Berechnung von \dot{x}_{e-} soll als Erweiterung der dortigen Untersuchungen erfolgen. Als Beispiel wird daher in dieser Stelle der Regelkreis mit einem sechspulsigen ($p = 6$) Stromrichterstellglied vom Typ 1 (nichtlineare statische Kennlinie) in Brückenschaltung nach Abb. 10.1 herangezogen. Die Übertragungsfunktionen von Regler und Strecke sind den Gleichungen (10.24) bis (10.27) zu entnehmen.

Für die Berechnung von \dot{x}_{e-} benötigen wir die Stromrichterausgangsspannung $u_d(t)$ im Zündintervall (Abb. 9.7b und 10.2).

Im Bereich $0 \leq t \leq T$ entspricht die Ausgangsspannung $u_d(t)$ der Spannung $u_1(t)$ (normiert auf $U_{dN} = U_{di0}$):

$$u_1(t) = \frac{\hat{U}}{U_{di0}} \cdot \cos\left(\omega_N t + \alpha_0 - \frac{\pi}{6}\right) \quad (12.18)$$

$$= \frac{\pi}{3} \cdot \cos\left(\omega_N t + \alpha_0 - \frac{\pi}{6}\right) \quad \text{mit } \omega_N = 2\pi f_N \quad (12.19)$$

Im Laplace-Bereich ergibt sich für $u_1(s) = \mathcal{L}(u_1(t))$:

$$u_1(s) = \frac{\pi}{3} \left\{ \cos\left(\alpha_0 - \frac{\pi}{6}\right) \cdot \frac{s}{s^2 + \omega_N^2} - \sin\left(\alpha_0 - \frac{\pi}{6}\right) \cdot \frac{\omega_N}{s^2 + \omega_N^2} \right\} \quad (12.20)$$

Dieser Spannungsverlauf wird aufgrund der konstanten Zündimpulsfrequenz im stationären Betrieb periodisch mit T sein, so daß wir die im Frequenzbereich gültige Formel einer mit T periodisch fortgesetzten Funktion $G_T(s)$ einer Funktion $G(s)$ anwenden können.

$$G_T(s) = G(s) \cdot \frac{1}{1 - e^{-Ts}} \quad (12.21)$$

Die Voraussetzung bei der Benutzung von Gl. (12.21) ist, daß $G(s)$ außerhalb des Bereichs $0 \leq t \leq T$ identisch null ist; der Spannungsverlauf, der dies erzwingt, ist:

$$u_2(t) = \frac{\pi}{3} \cdot \cos\left(\omega_N(t - T) + \alpha_0 + \frac{\pi}{6}\right) \quad (12.22)$$

bzw.

$$u_2(s) = \frac{\pi}{3} \cdot e^{-Ts} \left\{ \cos\left(\alpha_0 + \frac{\pi}{6}\right) \cdot \frac{s}{s^2 + \omega_N^2} - \sin\left(\alpha_0 + \frac{\pi}{6}\right) \cdot \frac{\omega_N}{s^2 + \omega_N^2} \right\} \quad (12.23)$$

Somit gilt im Zündintervall $0 \leq t \leq T$:

$$u(s) = u_1(s) - u_2(s) \quad (12.24)$$

Für die periodische Fortsetzung von $u(s)$, die der Stromrichterausgangsspannung $u_d(s)$ entspricht, ergibt sich damit:

$$u_T(s) = u_d(s) = \frac{u_1(s) - u_2(s)}{1 - e^{-Ts}} \quad (12.25)$$

Da erstens der stationäre Zustand vorausgesetzt wird und zweitens nur der Wechselanteil des Signals x_e interessiert, wird der Mittelwert der normierten Ausgangsspannung $u_{di\alpha}$ (Vernachlässigung des induktiven Gleichspannungsabfalls) gleich dem normierten Spannungsabfall $i_{A0}^* \cdot r_A$ plus der eventuellen Gegenspannung e_A sein.

$$u_{di\alpha} = \frac{U_{di\alpha}}{U_{di0}} = \cos \alpha_0 \quad (12.26)$$

Für das Eingangssignal der Steuersatzeingangsspannung gilt damit

$$x_e(s) = -\frac{K_I}{s} \cdot \left(u_T(s) - \frac{\cos \alpha_0}{s} \right) \quad (12.27)$$

und für dessen gesuchte Ableitung

$$\dot{x}_e(s) = -K_I \left(u_T(s) - \frac{\cos \alpha_0}{s} \right) \quad (12.28)$$

Um \dot{x}_{e-} berechnen zu können, müssen wir die Gleichung für $x_e(s)$ in den modifizierten z -Bereich transformieren und anschließend den Grenzwertsatz für den stationären Endzustand anwenden. Durch Einsetzen von $u_T(s)$ und anschließender Transformation in den modifizierten z -Bereich ergibt sich:

$$\begin{aligned} \dot{x}_e(z, m) &= -\frac{\pi}{3} \cdot \frac{K_I z}{z-1} \left\{ a \cos\left(\alpha_0 - \frac{\pi}{6}\right) - b \sin\left(\alpha_0 - \frac{\pi}{6}\right) \right. \\ &\quad \left. - z^{-1} \left[a \cos\left(\alpha_0 + \frac{\pi}{6}\right) - b \sin\left(\alpha_0 + \frac{\pi}{6}\right) \right] \right\} + \frac{K_I \cos \alpha_0}{z-1} \end{aligned} \quad (12.29)$$

mit

$$\begin{aligned} a &= \frac{z \cos(m\omega_N T) - \cos(1-m)\omega_N T}{z^2 - 2z \cos \omega_N T + 1} \\ b &= \frac{z \sin(m\omega_N T) + \sin(1-m)\omega_N T}{z^2 - 2z \cos \omega_N T + 1} \end{aligned}$$

Der Grenzwertsatz der modifizierten z -Transformation lautet:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} f(k, m)T = \lim_{z \rightarrow 1} (z - 1) \cdot F(z, m) \quad (12.30)$$

Durch die Anwendung des Grenzwertsatzes (12.30) auf $\dot{x}_e(z, m)$ (12.29) ergibt sich:

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow \infty} \dot{x}_e(k, m)T &= -\frac{\pi}{3} K_I \left\{ a_1 \cos\left(\alpha_0 - \frac{\pi}{6}\right) - b_1 \sin\left(\alpha_0 - \frac{\pi}{6}\right) \right. \\ &\quad \left. - a_1 \cos\left(\alpha_0 + \frac{\pi}{6}\right) - b_1 \sin\left(\alpha_0 + \frac{\pi}{6}\right) \right\} + K_I \cos \alpha_0 \end{aligned} \quad (12.31)$$

mit

$$\begin{aligned} a_1 &= \cos(m\omega_N T) - \cos(1 - m)\omega_N T \\ b_1 &= \sin(m\omega_N T) + \sin(1 - m)\omega_N T \end{aligned}$$

Das Ergebnis Gl. (12.31) ist eine Funktion von m ; wir können infolgedessen die Ableitung \dot{x}_e zu beliebigen Zeitpunkten in dem Zeitbereich $0 \leq t \leq T$ im stationären Endzustand bestimmen.

Da im allgemeinen keine Untersuchung erfolgt, ob der lineare Teil des Regelkreises sprunghähig ist oder nicht und um den hier aufgezeigten Formalismus so allgemeingültig wie möglich zu entwickeln, wählen wir den linksseitigen Grenzwert \dot{x}_{e-} zum Zeitpunkt nT_- im stationären Zustand aus, um immer die Ableitung \dot{x}_e vor der Zündung des Ventils zu erhalten.

Wie im vorigen Abschnitt müssen wir somit $m \rightarrow 1$ gehen lassen:

$$\dot{x}_{e-} = \lim_{m \rightarrow 1} \dot{x}_e(k, m)T \Big|_{k \rightarrow \infty} \quad (12.32)$$

Mit dieser Zusatzbedingung ergibt sich endgültig:

$$\dot{x}_{e-} = \frac{\pi}{6} K_I \left[\sin \alpha_0 + \cos \alpha_0 \left(\frac{6}{\pi} - \sqrt{3} \right) \right] \quad (12.33)$$

Zur Veranschaulichung des Ergebnisses wollen wir die Steigung \dot{x}_{e-} bei $\alpha_0 = 90^\circ$ berechnen.

$$\dot{x}_{e-} = \frac{\pi}{6} K_I \quad \text{bei} \quad \alpha_0 = 90^\circ \quad (12.34)$$

Dieses Ergebnis, das aus Gl. (12.33) abgeleitet werden kann, ist sofort verständlich, denn die Steigung \dot{x}_{e-} im Zündzeitpunkt muß gleich dem Produkt aus der normierten Spannungsdifferenz $u_d - i_A^*$ vor dem Zündzeitpunkt und dem Verstärkungsfaktor K_I sein, wenn der lineare Regelkreis nur aus einem Integrator besteht.

12.3 Überprüfung der Stromrichterstellglied-Approximationen (Untersuchung des Stabilitätsrandes)

In diesem Kapitel soll die Aussagekraft der verschiedenen Approximationen für das Stromrichterstellglied bei der Untersuchung des Stabilitätsrandes überprüft werden. Zur Veranschaulichung wird wieder der Regelkreis nach Abb. 12.1 (ohne Steilheitsbegrenzer) ausgewählt.

Wenn wir bei diesem Regelkreis mit der Übertragungsfunktion $-G_{0,lin}(s) = K_I/s$ des linearen Teils eine Stabilitätsuntersuchung mit der Beschreibungsfunktion bei der Frequenz $f_2 = 150 \text{ Hz}$, der Grundaussteuerung $\alpha_0 = 90^\circ$ und bei differentiellen Amplituden des Eingangssignals durchführen, so ergibt sich Stabilität im Bereich $K_I \leq \infty$ (siehe Kap. 11). Diese Aussage läßt sich auf alle anderen Frequenzen und alle anderen Grundaussteuerungen erweitern, da nur der Amplituden- und Phasenspielraum B_{f_2} bei differentiellen Amplituden des Eingangssignals die Ortskurve $1/(F_{0,lin}(j\omega))$ im Nullpunkt des Koordinatensystems berührt (siehe Abb. 11.9).

Da wir bisher den obigen Regelkreis nur bei differentiellen Amplituden untersucht haben, können wir nicht die globale Ersatzlaufzeit T_E , die den gesamten Bereich der Steuerwinkeländerung $\Delta\alpha$ bei jeder Grundaussteuerung α_0 umfaßt, verwenden, sondern müssen die Einschränkung $\Delta\alpha \rightarrow 0$ bei der Stabilitätsuntersuchung einführen, um vergleichbare Ergebnisse zu erhalten. Zur Berechnung der Wartezeit $T_{w0} = T_w(\Delta\alpha \rightarrow 0)$ können die Gleichungen für T_{w1} oder T_{w3} verwendet werden.

Für ein sechspulsiges Stellglied mit nichtlinearer statischer Kennlinie gilt:

$$T_{w0} = \lim_{\Delta\alpha \rightarrow 0} T_w(\Delta\alpha) \tag{12.35}$$

mit T_w analog zu Gl. (9.39) ($p = 6$):

$$T_w = T \left(1 - \frac{3\Delta\alpha}{\pi} \right) - t - T \frac{\sin(\alpha_0 - \Delta\alpha + \frac{\pi}{6}) - \sin(\alpha_0 - \frac{\pi}{6}) - \left(1 - \frac{3\Delta\alpha}{\pi} \right) \cos \alpha_0}{\cos(\alpha_0 - \Delta\alpha) - \cos \alpha_0} \tag{12.36}$$

Die Wartezeit T_w besteht aus einer Summe bzw. Differenz von Funktionen mit $\Delta\alpha$; wir müssen deshalb den 2. Hauptsatz über den Grenzwert von Funktionen anwenden:

$$T_{w0} = \lim_{\Delta\alpha \rightarrow 0} \left[T \left(1 - \frac{3\Delta\alpha}{\pi} \right) \right] - t \tag{12.37}$$

$$- T \lim_{\Delta\alpha \rightarrow 0} \left[\frac{\sin(\alpha_0 - \Delta\alpha + \frac{\pi}{6}) - \sin(\alpha_0 - \frac{\pi}{6}) - \left(1 - \frac{3\Delta\alpha}{\pi} \right) \cos \alpha_0}{\cos(\alpha_0 - \Delta\alpha) - \cos \alpha_0} \right]$$

Da $\lim_{\Delta\alpha \rightarrow 0} \cos \Delta\alpha = 1$ und $\lim_{\Delta\alpha \rightarrow 0} \sin \Delta\alpha = \Delta\alpha$ ist, kann wie folgt vereinfacht werden:

$$T_{w0} = T \left(1 - \frac{3 \cos \alpha_0 - \pi \cos \left(\alpha_0 + \frac{\pi}{6} \right)}{\pi \sin \alpha_0} \right) - t \tag{12.38}$$

Um den Erwartungswert zu erhalten, bilden wir den Mittelwert T_{w0m} :

$$T_{w0m} = \frac{1}{T} \int_0^T T_{w0}(t) dt = T \frac{6 - \pi\sqrt{3}}{2\pi} \cot \alpha_0 \tag{12.39}$$

Die Auswertung von Gl. (12.39) zeigt Abb. 12.3. Ein Ergebnis, das an sich auch aus Abb. 9.9 und 9.10 für diskrete Werte von α_0 zu entnehmen ist, lautet:

- Bei der Grundaussteuerung $\alpha_0 < 90^\circ$ ist die mittlere Wartezeit $T_{w0m} < 0$,
- bei der Grundaussteuerung $\alpha_0 = 90^\circ$ ist die mittlere Wartezeit $T_{w0m} = 0$,
- bei der Grundaussteuerung $\alpha_0 > 90^\circ$ ist die mittlere Wartezeit $T_{w0m} > 0$.

Die mittlere Laufzeit T_{w0m} ist bei Grundaussteuerungen $\alpha_0 > 90^\circ$ positiv und größer als Null, infolgedessen ist bei entsprechend gewähltem Verstärkungsfaktor K_I Instabilität zu erwarten. Diese Aussage steht aber im Gegensatz zu dem Ergebnis, das wir bei der Approximation des Stromrichterstellgliedes mit der Beschreibungsfunktion in Kap. 11 erhalten haben, wir wollen daher diese gegensätzlichen Aussagen mit dem im Kap. 10 entwickelten exakten Verfahren überprüfen. Bei der Untersuchung wollen wir in Anlehnung an Kap. 10.2 ein Ersatzsystem (Abb. 12.4) für den Regelkreis von Abb. 12.1 verwenden. Für den

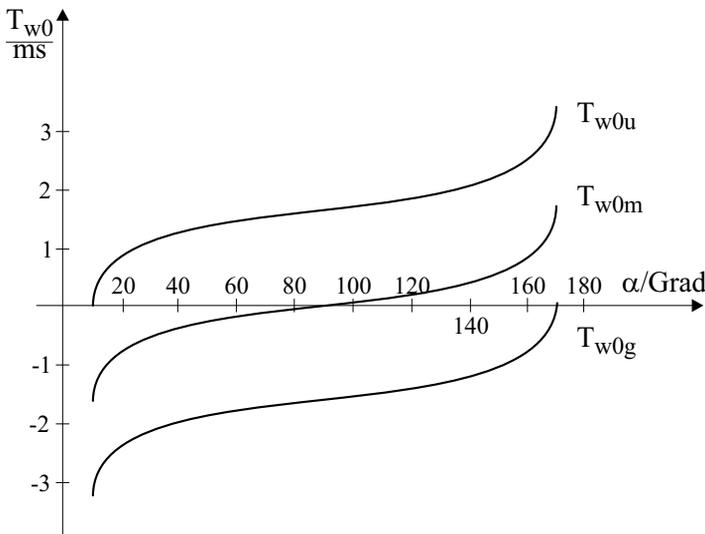


Abb. 12.3: Wartezeit T_{w0} für sechspulsige Stellglieder

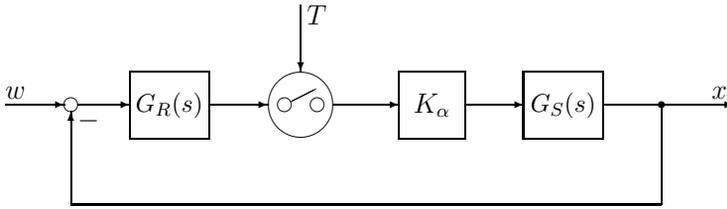


Abb. 12.4: Ersatzsystem für den Regelkreis nach Abb. 12.1

Regler, die Strecke und damit den linearen Teil des Regelkreises gelten wieder die Gleichungen (12.1) bis (12.4).

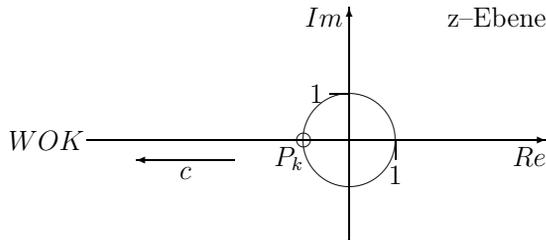


Abb. 12.5: Wurzelortskurve des geschlossenen Regelkreises bei $-G_{0s}(z) = c/z - 1$

Die Berechnung des Stabilitätsrandes in Abhängigkeit vom Arbeitspunkt α_0 kann z.B. mit dem Verfahren der Wurzelortskurve im z -Bereich erfolgen.

Um die Stabilitätsanalyse durchführen zu können, benötigen wir die spezielle z -Transformierte $-G_{ls}(z)$ des linearen Teils $-G_{0,lin}(s) = K_I/s$ des offenen Regelkreises, die in Kap. 12.1 definiert wurde. Im vorliegenden Beispiel gilt nach Gl. (12.14)

$$-G_{ls}(z) = \frac{K_I}{z-1} \quad (12.40)$$

Wie in Kap. 10.2 kann die spezielle z -Transformierte des offenen Regelkreises für Abb. 12.4 mit Hilfe der modifizierten z -Transformation (siehe auch Gl. (10.32)) zu

$$-G_{0s}(z) = \frac{K_\alpha K_I}{z-1} = \frac{c}{z-1} \quad (12.41)$$

aufgestellt werden. Mit diesem Ergebnis können wir nun die Wurzelortskurve des geschlossenen Regelkreises bei $-G_{0s}(z)$ zeichnen (Abb. 12.5).

Das System ist immer dann stabil, wenn die Wurzelortskurve des geschlossenen Regelkreises keine Polstellen außerhalb des Einheitskreises hat; die Stabilitätsgrenze wird infolgedessen bei $z = -1$ erreicht, wenn die triviale Lösung für $c = 0$ bei $z = 1$ ausscheidet.

Die Teilung der Wurzelortskurve in Abhängigkeit vom Parameter c erhalten wir durch die Amplitudenbedingung:

$$1 - |-G_{0s}(z)| = 0; \quad 1 - \left| \frac{c}{z-1} \right| = 0; \quad (12.42)$$

$$|z-1| - c = 0; \quad z = 1 - c$$

Wir können somit die kritische Verstärkung des linearen Teils des Regelkreises K_I in Abhängigkeit von K_α bzw. von der Grundaussteuerung α_0 berechnen.

Es gilt:

$$-\frac{K_\alpha K_{I \text{ krit}}}{z-1} = 1 \quad (12.43)$$

Mit $z = -1$ ergibt sich:

$$K_{I \text{ krit}} = \frac{2}{K_\alpha} \quad (12.44)$$

Mit K_α nach Gl. (10.21) ergibt sich:

$$K_{I \text{ krit}} = 2 \cdot \frac{T}{u_\alpha} \cdot (\dot{u}_g - \dot{x}_{e-}) \quad (12.45)$$

Die Größen \dot{u}_g , u_α und \dot{x}_{e-} sind im vorliegenden Fall für $-G_{0,lin}(s) = K_I/s$ bereits aus Kap. 10.1, 10.2 bzw. 12.2 bekannt.

Um $K_{I \text{ krit}}$ unabhängig von der stationären Verstärkung des jeweiligen Stromrichterstellgliedes angeben zu können, normieren wir die maximale Verstärkung des Stellgliedes auf 1 und erhalten mit dieser Nebenbedingung:

$$K_{I \text{ krit}} = \frac{3350}{\cos \alpha_0} \frac{1}{s} \quad (12.46)$$

Das theoretische Ergebnis Gl. (12.46) bestätigt die Aussage, die wir mit der Wartezeitnäherung erhalten haben, denn der Regelkreis nach Abb. 12.4 kann bei Grundaussteuerungen $\alpha_0 < 90^\circ$ nie, bei Grundaussteuerungen $\alpha_0 > 90^\circ$ aber bei entsprechend gewählter Verstärkung K_I instabil werden, d.h. die Wartezeitnäherung T_{w0m} ist zur Stabilitätsuntersuchung im vorliegenden Fall besser geeignet als die Approximation mit der Beschreibungsfunktion.

Eine praktische Nachprüfung scheidet wegen der sehr großen Verstärkung an der Stabilitätsgrenze aus, da das Ergebnis aufgrund der begrenzten Güte der Bauelemente stark fehlerbehaftet sein würde. Um dennoch Aussagen über das Regelkreisverhalten zu gewinnen, wurde das System simulativ bei verschiedenen Grundaussteuerungen α_0 und Verstärkungen K_I untersucht.

Die charakteristischen Erscheinungen zeigen die Abbildungen 12.6 bis 12.9, die die Stromrichterausgangsspannungen $U_d(t)$ (Soll- und Istwert) und die Regelgröße $I_A(t)$ (Soll- und Istwert) enthalten.

- Fall 1
 Bei Grundaussteuerungen $\alpha_0 < 90^\circ$, z.B. $\alpha_0 = 50^\circ$, und bei Verstärkungen, die bei zu $\alpha_0 = 90^\circ$ symmetrischer Verstärkung theoretisch schon Instabilität hervorrufen würden, wird die Störung schnell ausgeglet und das System kehrt in den stationären Ruhezustand zurück (Abb. 12.6).
- Fall 2
 Bei Grundaussteuerungen $\alpha_0 > 90^\circ$, z.B. $\alpha_0 = 130^\circ$, und $K_I < K_{I\text{krit}}$ wird das System nach einer geringen Störung des stationären Zustandes aufgrund der Verstärkung, die nahe an der Stabilitätsgrenze liegt, mit einem schlecht gedämpften Übergangsvorgang in den Ruhezustand zurückkehren (Abb. 12.7).
- Fall 3
 Um vergleichbare Ergebnisse zu erhalten, wollen wir uns im folgenden auf die Grundaussteuerung $\alpha_0 = 130^\circ$ beschränken. Falls bei dieser Grundaussteuerung die Verstärkung $K_I = K_{I\text{krit}}$ gesetzt wird, kann ein stabiler Grenzyklus (im englischen Schriftum „ripple instability“ genannt) beobachtet werden (Abb. 12.8).
- Fall 4
 Wenn eine Verstärkung $K_I > K_{I\text{krit}}$ vorausgesetzt wird, ist nach einer Störung des stationären Zustandes ein langsam aufklingender Übergangsvorgang zu beobachten, das System ist instabil (Abb. 12.9).

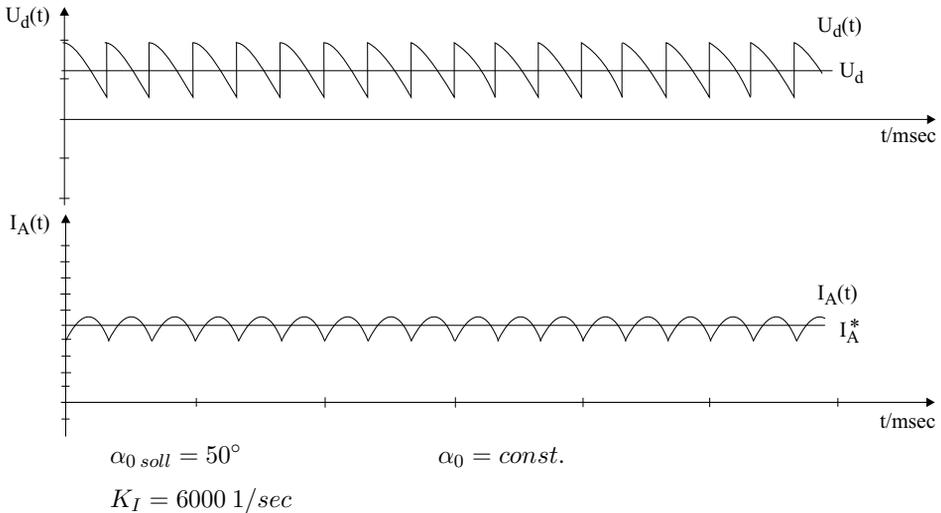


Abb. 12.6: Fall 1: Stromrichterausgangsspannung $U_d(t)$, Stromsollwert I_A^* und Stromistwert $I_A(t)$

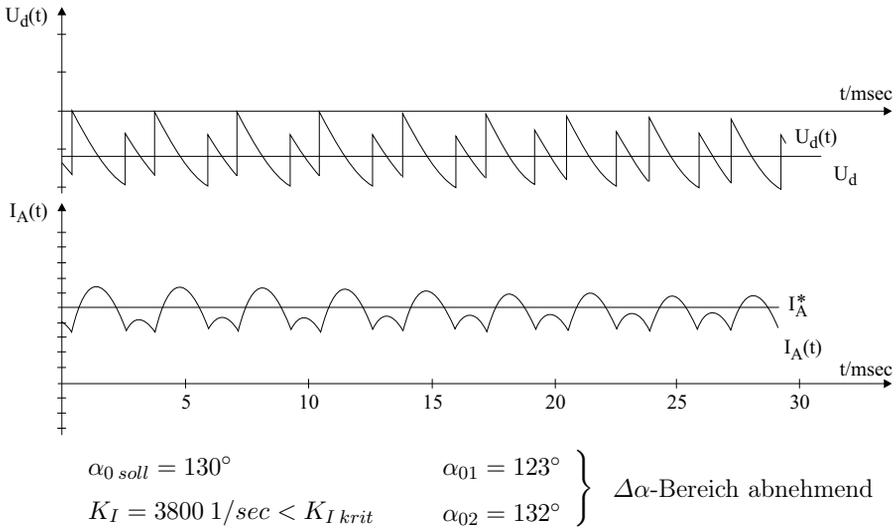


Abb. 12.7: Fall 2: Stromrichterausgangsspannung $U_d(t)$, Stromsollwert I_A^* und Stromistwert $I_A(t)$

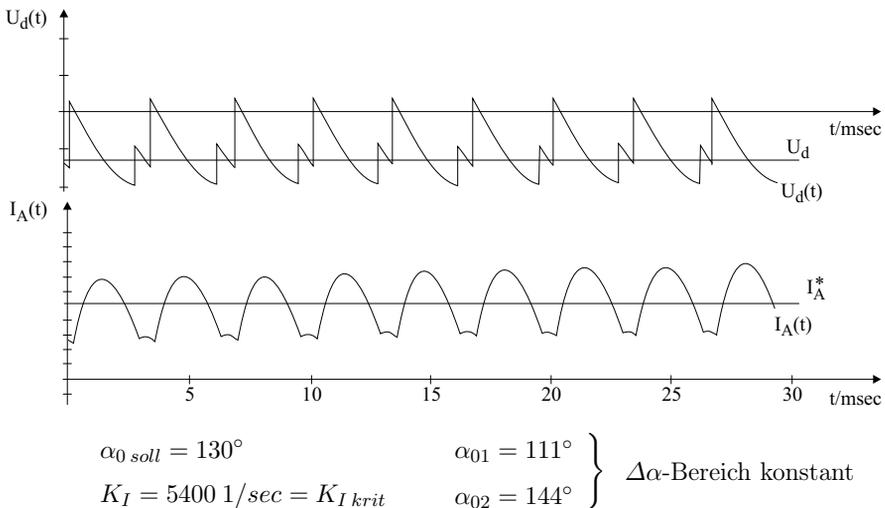


Abb. 12.8: Fall 3: Stromrichterausgangsspannung $U_d(t)$, Stromsollwert I_A^* und Stromistwert $I_A(t)$

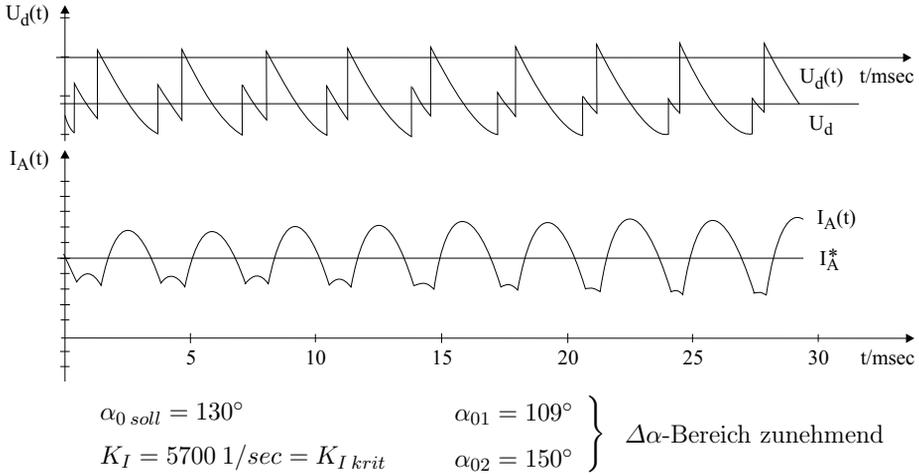


Abb. 12.9: Fall 4: Stromrichterausgangsspannung $U_d(t)$, Stromsollwert I_A^* und Stromistwert $I_A(t)$

Die theoretischen Vorhersagen nach Gl. (12.46) sind somit auch durch Simulation an einem Beispiel nachgewiesen worden, die praktische Bestätigung bei anderen Grundaussteuerungen α_0 ist ebenso möglich.

Bei der Überprüfung der theoretischen Ergebnisse besteht allerdings eine gewisse Schwierigkeit, da die kritische Verstärkung $K_{I\text{ krit}}$ eine Funktion der Grundaussteuerung α_0 ist. Das System wird infolgedessen in der Umgebung der Stabilitätsgrenze abwechselnd im stabilen und im instabilen Bereich arbeiten, wenn eine Regelbewegung vorhanden ist; die Stabilitätsgrenze ist daher nur bei differentiellen Regelbewegungen exakt festzustellen.

Die Berechnung des Stabilitätsrandes bei Stellgliedern mit linearer statischer Kennlinie oder bei dynamisch symmetrierten Stellgliedern erfolgt in der gleichen Weise; die quantitativen Abweichungen von den obigen Ergebnissen sind gering.

Bei dynamisch symmetrierten Stellgliedern muß nach der Berechnung der Stabilitätsgrenze nur geprüft werden, ob die Begrenzungswirkung des dynamischen Symmetrierglieds wirksam ist — eine Korrektur der kritischen Verstärkung $K_{I\text{ krit}}$ und nochmalige Überprüfung der Ansprechbedingungen des dynamischen Symmetrierglieds ist beim Eingreifen des Symmetrierglieds erforderlich.

12.4 Synthese von Regelkreisen mit Stromrichter-Stellgliedern

Im vorigen Abschnitt wurden die Stabilitätsgrenzen für ein netzgeführtes Stromrichterstellglied mit den verschiedenen Approximationen berechnet. Dabei wurde stets ein Regelkreis nach Abb. 12.1 angenommen.

Mit den aus Kap. 9, 10 und 11 vorliegenden Approximationen sollen nun die Reglerparameter für optimales Führungsverhalten (wie beim Betragsoptimum) bestimmt werden.

Folgende Approximationen werden berücksichtigt:

1. Näherung durch die Ersatzlaufzeit mit $T_E = \frac{1}{2pf_N} = 1,67 \text{ ms}$
(Gl. (9.8) und Kap. 9.6),
2. Wartezeitnäherung mit $T_E = 0,86 \text{ ms}$ (Kap. 9.6),
3. Ersatz-Abtastsystem (Kap. 10.2 und Abb. 10.4).

Bei den Untersuchungen wird, wie für Abb. 12.1 angenommen, ein sechspulsiges Stellglied ($p = 6$) und eine Netzfrequenz von $f_N = 50 \text{ Hz}$ vorausgesetzt.

Die notwendigen speziellen Ableitungen für die Näherung 3 sind in den vorangegangenen Kapiteln 12.2 und 12.3 zu finden.

Aus Kap. 9.2, Gl. (9.9) ist bereits die optimale Verstärkung $K_{I \text{ opt1}}$ ($T_E = 1,67 \text{ ms}$) bekannt.

$$K_{I \text{ opt1}}(T_E = 1,67 \text{ ms}) = 278 \frac{1}{\text{sec}} \quad (12.47)$$

Für die zweite Approximation ergibt sich:

$$K_{I \text{ opt2}}(T_E = 0,86 \text{ ms}) = 534 \frac{1}{\text{sec}} \quad (12.48)$$

Beim dritten Ersatzsystem für das Stellglied ist die mathematische Behandlung wesentlich aufwendiger, da

1. die spezielle z -Transformierte $-G_{Is}(z)$ des linearen Teils $-G_{0,lin}(s)$ des offenen Regelkreises berechnet werden muß,
2. die Steigung \dot{x}_{e-} der Steuersatzzeingangsspannung im stationären Zustand zu bestimmen ist, um den Verstärkungsfaktor K_α des Stromrichterstellgliedes im Arbeitspunkt α_0 zu erhalten,
3. die Wurzelortskurve in Abhängigkeit von $-G_{Is}(z)$ und K_α zu zeichnen ist und
4. die Pole des geschlossenen Regelkreises im z -Bereich festgelegt werden müssen.

Die Punkte 1, 2 und 3 sind bereits in Kap. 12.2 und 12.3 bearbeitet worden; die Ergebnisse können hier genutzt werden.

Um den prinzipiellen Rechnungsgang bei der Verwendung des Ersatzabtastsystems darzustellen, werden wir den freien Regelkreisparameter K_I für den Regelkreis nach Abb. 12.1 unter folgender Voraussetzung berechnen: Das Sprungverhalten des Gesamtsystems entspricht:

- dem Sprungverhalten eines Systems 2. Ordnung mit dem Dämpfungsgrad $D = 1/\sqrt{2}$
- oder dem Übergangsverhalten eines Abtastsystems, das eine Störung im zweiten Abtastintervall ausregelt (Dead-Beat Response).

Im vorliegenden Fall kann der Regelkreis nach Abb. 12.1 unter Verwendung des Ersatzabtastsystems für das Stromrichterstellglied bei differentiellen Störungen in den Regelkreis nach Abb. 12.4 überführt werden, wie dies bereits bei der Stabilitätsuntersuchung in Kap. 12.3 erfolgte. Es galt:

$$-G_{0s}(z) = \frac{K_\alpha K_I}{z - 1} = \frac{c}{z - 1} \tag{12.49}$$

Wie aus den Ableitungen in Kap. 4.1.2 bekannt ist, liegen die Pole von Systemen mit konstantem Dämpfungsgrad D auf Geraden im 2. und 3. Quadranten der komplexen Ebene, die durch den Ursprung laufen und mit der negativen reellen Achse den Winkel φ einschließen. Mit $s = \sigma + j\omega$ und $\omega_0^2 = \sigma_e^2 + \omega_e^2$ gilt für den Dämpfungsgrad D

$$D = \frac{\sigma_e}{\omega_0} = \cos \varphi \tag{12.50}$$

Wird dieser Zusammenhang in den z -Bereich übertragen, dann ergibt sich:

$$z = e^{sT} = e^{-\sigma T} \cdot e^{j\omega T} \tag{12.51}$$

$$D = \frac{\sigma_e}{\omega_0} = \frac{\sigma_e}{\sqrt{\sigma_e^2 + \omega_e^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \longrightarrow \quad \sigma_e = \omega_e \tag{12.52}$$

also

$$z = e^{-\omega_e T} \cdot e^{j\omega_e T} \tag{12.53}$$

d.h. Linien konstanten Dämpfungsgrades im s -Bereich werden in logarithmische Spiralen im z -Bereich überführt.

Für die Optimierung des Regelkreises ist nun der erste Schnittpunkt dieser logarithmischen Spirale mit der Wurzelortskurve $-G_{I_s}(z)$ wichtig. Dieser ergibt sich bei:

$$j\omega T = j\pi \tag{12.54}$$

Also ist der Schnittpunkt bei:

$$z = e^{-\pi} \cdot e^{j\pi} = -0,0435 \tag{12.55}$$

Mit dieser Kenntnis und der Gleichung

$$-\frac{c}{z-1} = 1 \quad (12.56)$$

$$z = -0,0435 \quad (\text{BO})$$

$$z = 0 \quad (\text{Dead-Beat-Verhalten})$$

ergeben sich:

$$K_{I \text{ opt}31} = 626 \frac{1}{\text{sec}}; \quad \alpha_0 < 90^\circ \quad (\text{BO}) \quad (12.57)$$

$$K_{I \text{ opt}32} = 599 \frac{1}{\text{sec}}; \quad \alpha_0 < 90^\circ \quad (\text{Dead-Beat}) \quad (12.58)$$

Aus den Ergebnissen ist zu entnehmen, daß $K_{I \text{ opt}1}$ nur ca. 45 % der Verstärkung und $K_{I \text{ opt}2}$ etwa 86 % der Verstärkung gegenüber $K_{I \text{ opt}31}$ aufweisen.

Bei der Gegenüberstellung ist aber zu bedenken, daß das Ersatz-Abtastsystem nur für differenzielle Störungen gilt. Bei dynamischen Übergangsvorgängen wird aber das Stellglied im allgemeinen wesentlich mehr als nur differenziell angesteuert.

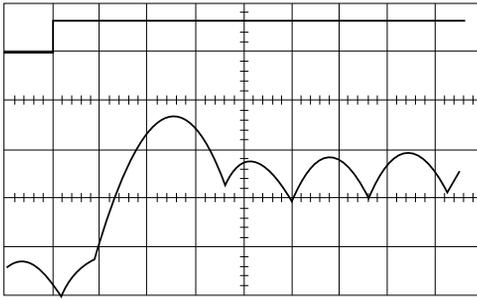
Die Ergebnisse wurden praktisch überprüft (Abb. 12.10 bis 12.15). Aus den praktischen Ergebnissen ist klar zu entnehmen, daß bei $K_{I \text{ opt}31} = 626 \text{ 1/sec}$ selbst bei den typischen Übergangsvorgängen noch ein deutliches Überschwingen festzustellen ist.

Dagegen ist bei $K_{I \text{ opt}2}$ der typische Übergangsvorgang entsprechend den Erwartungen. Die Großsignalnäherung ist somit nicht nur einfacher anzuwenden, sondern sie liefert auch die erwünschten Ergebnisse.

Allerdings ist die dynamische Unsymmetrie bei einerseits positiven und andererseits negativen Sollwertsprüngen noch zu bemerken.

Allgemein muß festgestellt werden, daß die Übergangsvorgänge wesentlich dadurch bestimmt werden, wann im Zeitraster T der Sollwertsprung erfolgt. Damit muß von der engen Definition eines Dämpfungsgrades D wie bei einem linearen System Abstand genommen werden.

Stattdessen muß bei derartigen pulsweitenmodulierten Systemen und linearen Reglern immer ein zulässiges Band des Über- und Unterschwingens akzeptiert werden (siehe auch Kap. 10.4.3).



Grundaussteuerung

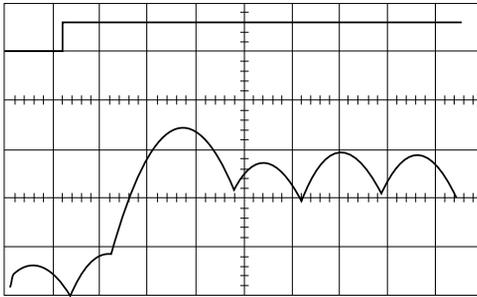
$$\alpha_0 \approx 90^\circ$$

$$K_{I \text{ opt}31} = 626 \frac{1}{\text{sec}}$$

$$\Delta I = 60 \text{ A}$$

$$t \hat{=} 2 \frac{\text{ms}}{\text{div}}$$

Abb. 12.10: Positiver Sollwertsprung; maximales Überschwingen



Grundaussteuerung

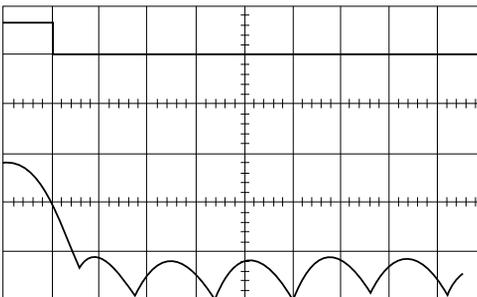
$$\alpha_0 \approx 90^\circ$$

$$K_{I \text{ opt}31} = 626 \frac{1}{\text{sec}}$$

$$\Delta I = 60 \text{ A}$$

$$t \hat{=} 2 \frac{\text{ms}}{\text{div}}$$

Abb. 12.11: Positiver Sollwertsprung; typischer Übergangsvorgang



Grundaussteuerung

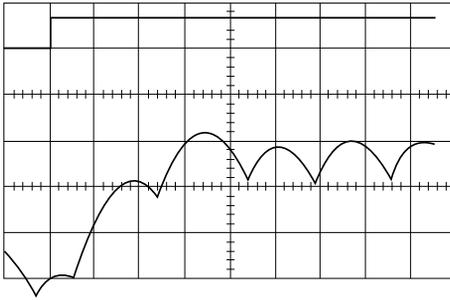
$$\alpha_0 \approx 90^\circ$$

$$K_{I \text{ opt}31} = 626 \frac{1}{\text{sec}}$$

$$\Delta I = 60 \text{ A}$$

$$t \hat{=} 2 \frac{\text{ms}}{\text{div}}$$

Abb. 12.12: Negativer Sollwertsprung; typischer Übergangsvorgang



Grundaussteuerung

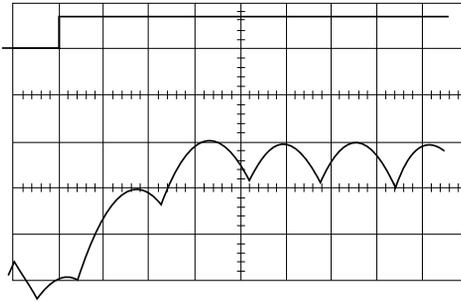
$$\alpha_0 \approx 90^\circ$$

$$K_I = 550 \frac{1}{\text{sec}}$$

$$\Delta I = 60 \text{ A}$$

$$t \hat{=} 2 \frac{\text{ms}}{\text{div}}$$

Abb. 12.13: Positiver Sollwertsprung; maximales Überschwingen



Grundaussteuerung

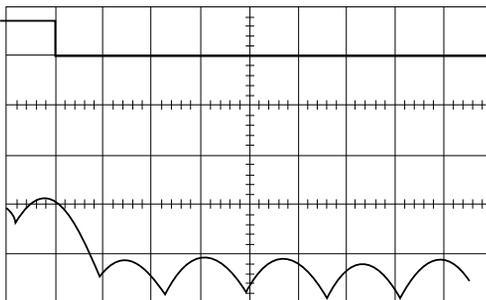
$$\alpha_0 \approx 90^\circ$$

$$K_I = 550 \frac{1}{\text{sec}}$$

$$\Delta I = 60 \text{ A}$$

$$t \hat{=} 2 \frac{\text{ms}}{\text{div}}$$

Abb. 12.14: Positiver Sollwertsprung; typischer Übergangsvorgang



Grundaussteuerung

$$\alpha_0 \approx 90^\circ$$

$$K_I = 550 \frac{1}{\text{sec}}$$

$$\Delta I = 60 \text{ A}$$

$$t \hat{=} 2 \frac{\text{ms}}{\text{div}}$$

Abb. 12.15: Negativer Sollwertsprung; typischer Übergangsvorgang

13 Asynchronmaschine

13.1 Grundlagen

Die Asynchronmaschine ist aufgrund ihres robusten Aufbaus eine wichtige Alternative zur Gleichstrommaschine in elektrischen Antriebssystemen geworden. Die Fortschritte in der Leistungselektronik durch abschaltbare Leistungshalbleiter und in der signalverarbeitenden Elektronik durch digitale Signalprozessoren ermöglichen heute den Einsatz von in Moment und Drehzahl exakt regelbarer Asynchronmotoren. Der stetig wachsenden Bedeutung dieses Maschinentyps in modernen Antrieben wurde bereits in „Elektrische Antriebe — Grundlagen“ [57–61] durch die ausführliche Herleitung der Signalflusspläne und die Betrachtung des stationären Verhaltens der Maschine Rechnung getragen. Um dem Leser den Einstieg in die verschiedenen Regelungsverfahren zu erleichtern, werden die wesentlichen Ergebnisse zu Beginn kurz wiederholt.

Ausgehend vom allgemeinen Signalflussplan der Asynchronmaschine erfolgt die schrittweise Ableitung von Verfahren zur Drehmoment- und Drehzahlregelung. Unterschiedlich aufwendige Maschinenmodelle zur Bestimmung messtechnisch nicht zugänglicher interner Größen der Maschine werden in einem eigenem Abschnitt ausführlich behandelt. Die Beschreibung aktueller Steuerungsverfahren der Umrichterstellglieder zur Regelung des Statorstroms der Asynchronmaschine schließt dieses Kapitel ab.

Bei der weiteren Betrachtung der Asynchronmaschine wird angenommen, daß sie sowohl im Stator als auch im Rotor ein dreiphasiges Wicklungssystem besitzt. Die Speisung der Maschine erfolgt durch symmetrische und unabhängige Dreiphasen-Spannungssysteme. Mit den folgenden Vereinfachungen erfolgt die Ableitung der Ersatzbilder des dynamischen Maschinenverhaltens:

- Es wird ausschließlich das Grundwellenverhalten der Maschine betrachtet.
- Die Maschinenparameter sind lineare und zeitinvariante Größen (lineare Magnetisierungskennlinie, konstante Wicklungswiderstände). Eisenverluste und Stromverdrängungen werden vernachlässigt, ebenso Reibungs- und Lüftermomente.
- Die räumlich verteilten Wicklungen werden als konzentriert gedachte Wicklungen ersetzt und erzeugen ein räumlich sinusförmiges magnetisches Feld im Luftspalt.

- Die Maschinenparameter sind Strangwerte und liegen auf die Statorseite der Maschine transformiert vor.

13.1.1 Funktionsprinzip der Drehfeld-Asynchronmaschine

Abb. 13.1 zeigt den prinzipiellen Aufbau einer allgemeinen Drehfeldmaschine. Im Stator der Maschine befinden sich drei jeweils um 120° räumlich versetzt angeordnete Wicklungen. Werden diese durch drei um 120° elektrisch phasenverschobene Ströme durchflossen, so entsteht im Luftspalt der Maschine ein umlaufendes magnetischer Fluss, das sogenannte Drehfeld.

Wenn eine Relativbewegung (Schlupf) zwischen der Bewegung des Stator-Drehfeldes und des Rotors besteht, wird durch Induktion ein Rotor-Spannungssystem und daraus folgend ein Rotor-Stromsystem bewirkt. Die induzierten Ro-

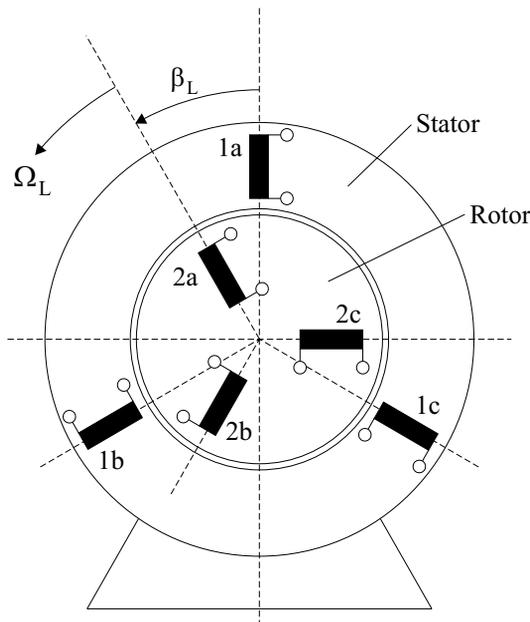


Abb. 13.1: *Prinzipbild der allgemeinen Drehfeldmaschine*

torströme bewirken gemäß der Lenz'schen Regel eine Kraftwirkung auf den Rotor, so dass dieser in Richtung des umlaufenden Magnetfeldes beschleunigt. Dreht sich der Rotor synchron mit dem umlaufenden Magnetfeld, so wird die Induktion im Rotor zu Null, und es entsteht folglich auch kein Drehmoment. Damit die Drehfeldasynchronmaschine ein Drehmoment entwickelt, ist, im Gegensatz zur Synchronmaschine, ein **asynchroner** Umlauf von Magnetfeld und Rotor der Maschine notwendig. Diese Differenzgeschwindigkeit wird als Schlupf bezeichnet. Zur Beschreibung der Dreiphasen-Größen der Asynchronmaschine wird die

Raumzeigertheorie nach [328] angewandt, die bereits in [57–61] ausführlich dargestellt wurde und im folgenden Abschnitt nochmals kurz erläutert wird.

13.1.2 Raumzeigerdarstellung

Bei Dreiphasen-Systemen wird heute im allgemeinen die Raumzeigerdarstellung verwendet. Diese Darstellung beruht auf dem Grundgedanken, dass bei einem Dreiphasen-System *ohne Nulleiter* die geometrische Summe der drei Signale einer Größe wie der Statorspannung oder der Statorströme etc. sich zu Null ergibt. Dies bedeutet, bei Kenntnis zweier der drei Signale einer Größe kann das dritte Signal aufgrund der Nullbedingung berechnet werden, d.h. zur Beschreibung der Dreiphasen-Größen genügen jeweils zwei der Signale. Bei der Einführung der Raumzeigerdarstellung wollen wir zur besonderen Vereinfachung diesen Sachverhalt annehmen. Wesentlich bei der folgenden Darstellung wird die Berücksichtigung der *zeitlichen und der räumlichen Zuordnung* der Signale. Im folgenden sollen als Einführung die grundsätzlichen Gedanken der Raumzeigerdarstellung [57–61] erläutert werden. Bei dieser Einführung wird angenommen, das Dreiphasen-System sei symmetrisch, d.h. alle Größen haben die gleiche Amplitude und sind zueinander um 120° elektrisch phasenverschoben. Außerdem seien nur Signale mit der Grundschwingungsfrequenz vorhanden. Eine allgemeine Darstellung der Raumzeiger ist in Kovács/Rác [328] zu finden.

13.1.2.1 Definition eines Raumzeigers

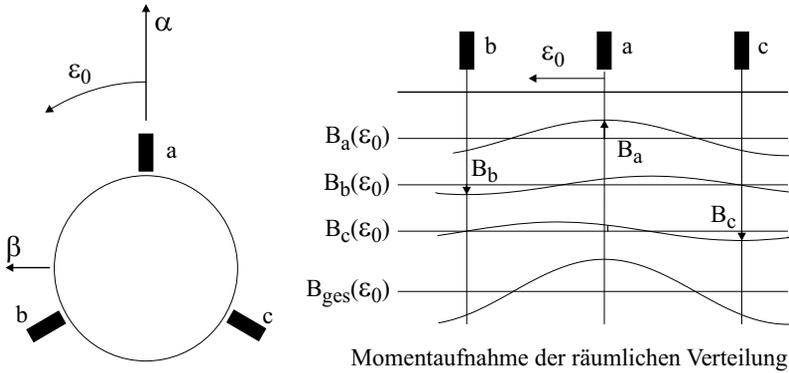
Für das Magnetfeld B einer Drehfeldmaschine mit dreisträngiger Wicklung (a, b, c) sollen beispielsweise folgende Aussagen gelten:

1. Es ist kein Nullstrom vorhanden, d.h. $\underline{I}_a(t) + \underline{I}_b(t) + \underline{I}_c(t) = 0$.
2. Jeder stromdurchflossene Wicklungsstrang erzeugt eine um den räumlichen Umfang sinusförmige B -Feldverteilung im Luftspalt.
3. Die Überlagerung der Anteile aus allen drei Phasen führt zu einem wiederum sinusförmigen Gesamtfeld B_{ges} .

Die Amplitude und die Phasenlage dieser räumlichen Welle am Umfang stellt man sich als komplexen Raumzeiger \vec{B} vor.

Die dritte Aussage gilt es nun nachzuweisen.

Abbildung 13.2 zeigt eine Momentaufnahme der räumlichen Verteilung der magnetischen Felder der drei stromdurchflossenen verteilten Wicklungsstränge. Aus der Momentaufnahme ist zu erkennen, dass außer der räumlichen Verteilung auch die Zeit ein Parameter ist, der beachtet werden muss.



α, β : Achsen des statorfesten Koordinatensystems S

Abb. 13.2: Verteilung des B-Feldes

Für die Wicklungsachsen a, b und c gilt jeweils:

$$\underline{B}_a(t) = \hat{B} \cdot \cos(\Omega t) \tag{13.1}$$

$$\underline{B}_b(t) = \hat{B} \cdot \cos(\Omega t - 120^\circ) \tag{13.2}$$

$$\underline{B}_c(t) = \hat{B} \cdot \cos(\Omega t - 240^\circ) \tag{13.3}$$

d.h. in den Wicklungsachsen ist der zeitlich sinusförmige Verlauf zu erkennen. Weiterhin gilt:

$$\underline{B}_a(t) + \underline{B}_b(t) + \underline{B}_c(t) = 0 \tag{13.4}$$

d.h. die geometrische Summe der zeitlichen Größen in den drei Wicklungsachsen ergibt sich zu Null.

In Abb. 13.2 wurden die Zeitpunkte $t = nT$ (mit $n = 0, 1, 2, 3, \dots$) gewählt. Für diese Zeitpunkte ergibt sich mit $\hat{B} = 1$:

$$\underline{B}_a(t = nT) = 1; \quad \underline{B}_b(t = nT) = -0,5; \quad \underline{B}_c(t = nT) = -0,5 \tag{13.5}$$

Wenn nun die magnetischen Felder in der räumlichen Verteilung betrachtet werden, dann gilt:

$$B_a(t, \varepsilon_0) = \underline{B}_a(t) \cdot \cos(\varepsilon_0) = \text{Re} \{ \underline{B}_a(t) \cdot e^{j\varepsilon_0} \} \tag{13.6}$$

$$B_b(t, \varepsilon_0) = \underline{B}_b(t) \cdot \cos(\varepsilon_0 - 120^\circ) = \text{Re} \{ \underline{B}_b(t) \cdot e^{j\varepsilon_0} \cdot e^{-j120^\circ} \} \tag{13.7}$$

$$B_c(t, \varepsilon_0) = \underline{B}_c(t) \cdot \cos(\varepsilon_0 - 240^\circ) = \text{Re} \{ \underline{B}_c(t) \cdot e^{j\varepsilon_0} \cdot e^{-j240^\circ} \} \tag{13.8}$$

Wenn wiederum das jeweilige magnetische Feld in seiner Wicklungsachse betrachtet wird, dann ergeben sich die bereits ermittelten Amplituden:

$$B_a(\varepsilon_0 = 0) = 1; \quad B_b(\varepsilon_0 = 120^\circ) = -0,5; \quad B_c(\varepsilon_0 = 240^\circ) = -0,5$$

Aus Abb. 13.1 und Abb. 13.2 ist zu entnehmen, dass die positive Drehrichtung entgegen dem Uhrzeigersinn ist, dies folgt auch aus den obigen Gleichungen. Aus Abb. 13.2 ist weiterhin zu erkennen, daß die räumliche Verteilung mit den für die jeweilige Wicklungsachse oben errechneten zeitlichen Amplituden zu einer resultierenden räumlichen Verteilung des magnetischen Feldes mit B_{ges} als resultierende Größe führt. Zur Errechnung dieser räumlichen Verteilung bzw. des komplexen Raumzeigers \vec{B} wird folgende Rechenoperation nach Kovács/Rácz [328] vorgeschlagen:

$$\vec{B} = \frac{2}{3} \cdot (\underline{B}_a(t) + \underline{a} \cdot \underline{B}_b(t) + \underline{a}^2 \cdot \underline{B}_c(t)) \quad (13.9)$$

Die Größen \underline{a} und \underline{a}^2 sind komplexe Drehoperatoren mit

$$\underline{a} = e^{j120^\circ} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (13.10)$$

$$\underline{a}^2 = e^{j240^\circ} = e^{-j120^\circ} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (13.11)$$

Die Rechenvorschrift in [328] für den Raumzeiger fordert somit, die a-, b-, c-Komponenten von \vec{B} in der Wicklungsachse a (d.h. $\varepsilon_0 = 0$) zu addieren (siehe Abb. 13.2) und damit die räumliche Anordnung der Wicklungen zu berücksichtigen. Wenn wir also in Abb. 13.2 beispielsweise die bei $\varepsilon_0 = 0$ resultierende Amplitude von $B_{ges}(\varepsilon_0 = 0)$ errechnen und Gl. (13.9) anwenden, dann ergibt sich:

$$\vec{B}(t, \varepsilon_0 = 0) = \frac{2}{3} \cdot \hat{B} \cdot [\cos(\Omega t) + \cos(\Omega t - 120^\circ) \cdot \underline{a} + \cos(\Omega t - 240^\circ) \cdot \underline{a}^2] \quad (13.12)$$

Die jeweiligen Terme können wie folgt umgeformt werden:

$$\begin{aligned} \cos(\Omega t - 120^\circ) \cdot \underline{a} &= \cos(\Omega t - 120^\circ) \cdot (\cos 120^\circ + j \sin 120^\circ) \quad (13.13) \\ &= \cos(\Omega t - 120^\circ) \cdot \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos(\Omega t - 240^\circ) \cdot \underline{a}^2 &= \cos(\Omega t - 240^\circ) \cdot (\cos 240^\circ + j \sin 240^\circ) \quad (13.14) \\ &= \cos(\Omega t - 240^\circ) \cdot \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) \end{aligned}$$

Nach kurzer Rechnung ergibt sich:

$$\vec{B}(t, \varepsilon_0 = 0) = \frac{2}{3} \cdot \hat{B} \cdot \left[\frac{3}{2} \cdot \cos(\Omega t) + j\frac{3}{2} \cdot \sin(\Omega t) \right] = \hat{B} \cdot e^{j\Omega t} \quad (13.15)$$

$$\text{bzw.} \quad \vec{B}(t, \varepsilon_0) = \hat{B} \cdot e^{j\Omega t} \cdot e^{j\varepsilon_0} \quad (13.16)$$

Die obige Berechnungsvorschrift des Raumzeigers \vec{B} bedeutet somit, daß ausgehend von dem zeitlichen Amplitudenwert der jeweiligen Wicklung als erstem Schritt, in einem zweiten Schritt die sich daraus ergebenden Amplitudenwerte in der gewählten räumlichen Lage addiert werden.

Dies bedeutet, daß sich durch die Definition des Raumzeigers entsprechend Gl. (13.9) am Ort $\varepsilon_0 = 0$ ein sinusförmiges Signal mit der Amplitude entsprechend dem Spitzenwert des magnetischen Feldes der Phasen a, b und c ergibt. Der Raumzeiger \vec{B} hat somit dieselbe Amplitude wie die Phasengrößen und stimmt in der Phasenlage mit Phase a überein (siehe auch Kap. 13.1.2.3: Koordinatensysteme).

Die verwendete Definition des Raumzeigers \vec{B} nach Gl. (13.9) kann anhand von Abb. 13.2 und Gl. (13.6) bis (13.8) überprüft werden. Wenn in diesen Gleichungen beispielsweise der Zeitpunkt $t = nT$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) und $\varepsilon_0 = 0$ gesetzt wird, dann ergeben sich die folgenden Werte:

$$B_a(t = nT, \varepsilon_0 = 0) = 1 \quad (13.17)$$

$$B_b(t = nT, \varepsilon_0 = 0) = -0,5 \cdot (-0,5) = 0,25 \quad (13.18)$$

$$B_c(t = nT, \varepsilon_0 = 0) = -0,5 \cdot (-0,5) = 0,25 \quad (13.19)$$

Dies sind die Werte von B_i bei $\varepsilon_0 = 0$ zum Zeitpunkt $t = nT$ in Abb. 13.2. Die Überlegung ergibt $B_{ges}(t = nT, \varepsilon_0 = 0) = 1,5$ in Abb. 13.2. In gleicher Vorgehensweise kann an jedem anderen Ort der resultierende Wert von B_{ges} berechnet werden. Wenn nun zusätzlich die Definition des Raumzeigers und die hier verwendeten Spitzenwerte beachtet werden, dann gilt:

$$\vec{B} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} \cdot \hat{B}(t, \varepsilon_0) \quad (13.20)$$

Analog zum Magnetfeld definiert man für alle elektrischen Größen wie die Spannung des Stators U_1 , die Spannung des Rotors U_2 , die Ströme I_1 und I_2 , die Flüsse Ψ_1 und Ψ_2 der dreiphasigen Systeme entsprechende Raumzeiger \vec{U}_1 , \vec{U}_2 , \vec{I}_1 , \vec{I}_2 , $\vec{\Psi}_1$ und $\vec{\Psi}_2$. Diese Raumzeiger sind komplexe Rechengrößen und stellen das dreiphasige System in einem kartesischen System dar. **Die realen dreiphasigen Wicklungssysteme werden damit durch zweiphasige Wicklungssysteme, die aus zwei senkrecht zueinander stehenden Wicklungen bestehen, ersetzt.**

Damit ist die Berechnung des Raumzeigers bekannt. Zur Bestimmung des Real- und Imaginärteils gilt:

$$\vec{B} = B_\alpha + j B_\beta \quad (13.21)$$

$$B_\alpha = \operatorname{Re} \{ \vec{B} \} \quad (13.22)$$

$$B_\beta = \operatorname{Im} \{ \vec{B} \} \quad (13.23)$$

Entsprechend den Signalen mit der Grundfrequenz können auch die Harmonischen berücksichtigt werden; allerdings ist die Umlaufgeschwindigkeit entsprechend der Ordnungszahl der Harmonischen erhöht [328].

Dies bedeutet, es sind ein Raumzeigersystem mit der Grundfrequenz und jeweils weitere Raumzeigersysteme mit der jeweiligen Ordnungszahl der Harmonischen vorhanden; dies kann beispielsweise bei umrichterbetriebenen Asynchronmaschinen von Bedeutung sein. Bei den bisherigen Überlegungen war immer vorausgesetzt worden, daß $\underline{B}_a(t) + \underline{B}_b(t) + \underline{B}_c(t) = 0$ ist, d.h. daß das Wicklungssystem im Stern geschaltet ist und kein Nulleiter vorhanden ist. Zu beachten ist jedoch, daß bei Dreieckschaltung der Wicklungen sich Nullkomponenten und $3n$ -fach Harmonische (beispielsweise aufgrund der nichtlinearen Magnetisierungskennlinie) ausbilden können, die zu berücksichtigen sind [328].

In prinzipiell gleicher Weise können auch unsymmetrische Dreiphasensysteme oder Dreiphasensysteme mit Nullkomponenten behandelt werden.

13.1.2.2 Rücktransformation auf Momentanwerte

Will man umgekehrt die Momentanwerte der Phasengrößen aus der Raumzeigerdarstellung gewinnen, so ist dies für die Phase a besonders einfach.

Wenn mit dem Index α der Real- und mit dem Index β der Imaginärteil bezeichnet wird, dann sieht man aus

$$\vec{B} = \hat{B} \cdot e^{j\Omega t} = B_\alpha + j \cdot B_\beta \quad (13.24)$$

und

$$\underline{B}_a = \hat{B} \cdot \cos \Omega t = \operatorname{Re} \left\{ \hat{B} \cdot e^{j\Omega t} \right\} \quad (13.25)$$

daß

$$\underline{B}_a = \operatorname{Re} \left\{ \vec{B} \right\} = B_\alpha \quad (13.26)$$

ist. Für die beiden anderen Phasen gilt mit $\underline{B}_a(t) + \underline{B}_b(t) + \underline{B}_c(t) = 0$

$$\underline{B}_b = \operatorname{Re} \left\{ \vec{B} \cdot \underline{a}^{-1} \right\} = \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{3} \cdot B_\beta - B_\alpha \right) \quad (13.27)$$

$$\underline{B}_c = \operatorname{Re} \left\{ \vec{B} \cdot \underline{a}^{-2} \right\} = \frac{1}{2} \cdot \left(-\sqrt{3} \cdot B_\beta - B_\alpha \right) = -\underline{B}_a - \underline{B}_b \quad (13.28)$$

13.1.2.3 Koordinatensysteme

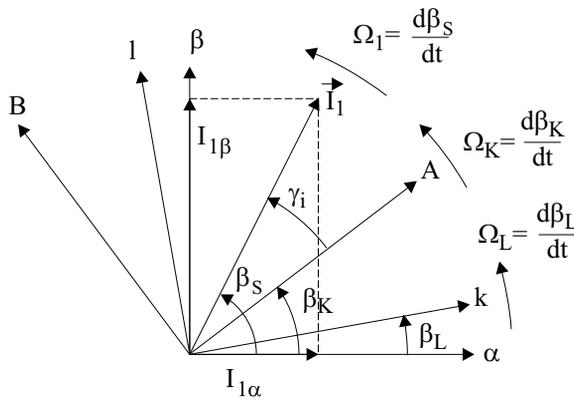
Bei den bisherigen Betrachtungen war das α - β -Koordinatensystem fest mit dem Stator-Wicklungssystem der Drehfeldmaschine verbunden, wobei die α -Achse des Raumzeigersystems mit der a-Achse des dreiphasigen Stator-Wicklungssystems zusammenfiel. Da dieses dreiphasige Wicklungssystem raumfest ist, ist das α - β -Koordinatensystem ebenso raumfest und wird das raumfeste Stator-Koordinatensystem S (α - β -Komponenten, S-System) genannt. Der B-Raumzeiger in diesem Koordinatensystem wird mit \vec{B}^S gekennzeichnet.

In prinzipiell gleicher Weise ist es möglich, ein Koordinatensystem L fest mit dem dreiphasigen Wicklungssystem des Rotors L zu verbinden, d.h. das rotorfeste Koordinatensystem L mit den Komponenten k und l ist am dreiphasigen Rotor-Wicklungssystem zu orientieren, wobei die k-Achse wiederum mit der a-Achse des dreiphasigen Rotor-Wicklungssystem zusammenfällt. Der B-Raumzeiger in diesem Koordinatensystem wird mit \vec{B}^L gekennzeichnet (Abb. 13.3).

Zu beachten ist in diesem Fall, daß der Rotor L im allgemeinen eine mechanische Winkelgeschwindigkeit Ω_m und somit eine elektrische Winkelgeschwindigkeit $\Omega_L = Z_p \Omega_m$ ($Z_p =$ Polpaarzahl der elektrischen Maschine) hat. Dies bedeutet, das rotorfeste Koordinatensystem L ist nicht raumfest, sondern rotorfest und hat damit eine zeitvariante Orientierung zum statorfesten Koordinatensystem S.

Ein weiteres Koordinatensystem ist das Koordinatensystem K (A-B-Komponenten), welches an beliebig auszuwählenden Größen wie beispielsweise dem Statorfluss, dem Luftspaltfluss oder dem Rotorfluss orientiert werden kann. Der B-Raumzeiger in diesem Koordinatensystem ist mit \vec{B}^K gekennzeichnet.

Abbildung 13.3 zeigt die Beziehungen zwischen verschiedenen Koordinatensystemen und dem Raumzeiger des Statorstroms \vec{I}_1 .



- α, β : statorfestes Koordinatensystem (Index S)
- k, l : rotorfestes Koordinatensystem (Index L)
- A, B : allgemeines Koordinatensystem (Index K)

Abb. 13.3: Koordinatensysteme und Raumzeiger

In den folgenden Ableitungen und Darstellungen sollen alle Statorgrößen mit der Fußnote 1, z.B. der Statorstrom-Raumzeiger \vec{I}_1^S im statorfesten Koordinatensystem S und alle Rotorgrößen mit der Fußnote 2, z.B. der Rotorstrom-Raumzeiger \vec{I}_2^L im rotorfesten Koordinatensystem L gekennzeichnet werden.

Aus Abb. 13.3 ist zu erkennen, dass der Raumzeiger \vec{I}_1 den Winkel β_S zur reellen Achse des Koordinatensystems S hat. Es gilt somit:

$$\vec{I}_1^S = \vec{I}_1 \cdot e^{j\beta_S} \quad \text{mit} \quad I_{1\alpha} = \hat{I}_1 \cdot \cos \beta_S; \quad I_{1\beta} = \hat{I}_1 \cdot \sin \beta_S \quad (13.29)$$

d.h. die Position bzw. der Winkel β_S des Raumzeigers \vec{I}_1 ist zeitvariant und die Amplitude kann zeitvariant sein, da

$$\Omega_1 = \frac{d\beta_S}{dt} \quad \text{bzw.} \quad \beta_S = \int \Omega_1 dt \quad (13.30)$$

In gleicher Weise gilt:

$$\vec{I}_1^L = \vec{I}_1 \cdot e^{j(\beta_S - \beta_L)} \quad (13.31)$$

Aus Abb. 13.3 geht weiter hervor, dass zwischen dem S-System und dem L-System der Winkel β_L und zwischen dem S-System und dem K-System der Winkel β_K besteht. Die Umrechnung der Raumzeiger in die verschiedenen Koordinatensysteme erfolgt beispielsweise durch Einsetzen von Gl. (13.29) in Gl. (13.31):

$$\vec{I}_1^L = \vec{I}_1 \cdot e^{j(\beta_S - \beta_L)} = \vec{I}_1 \cdot e^{j\beta_S} \cdot e^{-j\beta_L} = \vec{I}_1^S \cdot e^{-j\beta_L} \quad (13.32)$$

$$\text{bzw.} \quad \vec{I}_1^S = \vec{I}_1^L \cdot e^{j\beta_L} \quad (13.33)$$

$$\text{oder} \quad \vec{I}_1^K = \vec{I}_1^S \cdot e^{-j\beta_K} \quad \text{bzw.} \quad \vec{I}_1^S = \vec{I}_1^K \cdot e^{j\beta_K} \quad (13.34)$$

Entsprechend erfolgt die Umrechnung zwischen dem K- und dem L-System mit dem Differenzwinkel $(\beta_K - \beta_L)$, zwischen dem S- und dem L-System mit dem Winkel β_L oder zwischen dem S- und dem K-System mit dem Winkel β_K .

S-System \rightarrow K-System: $\vec{I}_1^K = I_{1A} + jI_{1B} = \vec{I}_1^S e^{-j\beta_K}$	(13.35)
L-System \rightarrow K-System: $\vec{I}_1^K = I_{1A} + jI_{1B} = \vec{I}_1^L e^{-j\beta_K + j\beta_L}$	
K-System \rightarrow S-System: $\vec{I}_1^S = I_{1\alpha} + jI_{1\beta} = \vec{I}_1^K e^{j\beta_K}$	
K-System \rightarrow L-System: $\vec{I}_1^L = I_{1k} + jI_{1l} = \vec{I}_1^K e^{j\beta_K - j\beta_L}$	

Die geeignete Wahl des Koordinatensystems wird bei der Ableitung der Signalfusspläne einen wesentlichen Einfluss auf die Komplexität der Signalfusspläne haben.

In Abb. 13.3 und in Gl. (13.30) wurde der Zusammenhang zwischen den Winkeln β und den zugehörigen Kreisfrequenzen Ω angegeben. Beispielsweise sei die Kreisfrequenz von \vec{I}_1^S gleich Ω_1 und die elektrische Kreisfrequenz von \vec{I}_1^L gleich $\Omega_L = Z_p \Omega_m$ ($\Omega_m =$ mechanische Kreisfrequenz).

Wie später noch ausführlich abgeleitet wird und wie bereits am Anfang dieses Kapitels hingewiesen wurde, ist die Asynchronmaschine eine Induktionsmaschine. Das bedeutet, daß zwischen der stationären Statorfrequenz Ω_1 und der elektrischen Rotor-Kreisfrequenz Ω_L eine Differenz-Kreisfrequenz Ω_2 besteht.

Aufgrund dieser Differenz-Kreisfrequenz Ω_2 (auch Schlupffrequenz genannt) erfolgt eine Änderung der Flussverkettung von Stator- und Rotor-Induktion, d.h. die Spannungen und Ströme im Rotor haben diese Differenz-Kreisfrequenz Ω_2 .

Dies bedeutet letztendlich, daß es bei der Asynchronmaschine eine Stator-Kreisfrequenz Ω_1 , eine elektrische Rotor-Kreisfrequenz Ω_L , eine Kreisfrequenz Ω_2 der Rotorsignale gibt, und es gilt:

$$\Omega_1 = \Omega_L + \Omega_2 = Z_p \cdot \Omega_m + \Omega_2 \tag{13.36}$$

Damit ergibt sich als insgesamt elektrisch wirksam werdende Kreisfrequenz des Rotors die Summe von $\Omega_L + \Omega_2$, die der Stator-Kreisfrequenz Ω_1 entspricht. Die gleichen Überlegungen gelten für das Koordinatensystem K. Aufgrund des Zusammenwirkens der mechanischen Bewegung und der Kreisfrequenz der elektrischen Signale läßt sich somit ein gemeinsames Gleichungssystem und ein Signalfussplan des Gesamtsystems entwickeln.

13.1.2.4 Differentiation im umlaufenden Koordinatensystem

Die Statorspannungsgleichung für die Phase a einer Drehfeldmaschine hat die Form:

$$\underline{U}_{1a} = R_1 \cdot \underline{I}_{1a} + \frac{d\underline{\Psi}_{1a}}{dt} \tag{13.37}$$

In Raumzeigerdarstellung gilt analog:

$$\vec{U}_1^S = R_1 \cdot \vec{I}_1^S + \frac{d\vec{\Psi}_1^S}{dt} \tag{13.38}$$

Bei der Transformation in ein umlaufendes Koordinatensystem K muß die Zeitabhängigkeit des Raumzeigers berücksichtigt werden, d.h. die Amplitude kann zeitvariant sein und die Zeigerposition ist immer zeitvariant:

$$\vec{U}_1^S \cdot e^{-j\beta_K} = R_1 \cdot \vec{I}_1^S \cdot e^{-j\beta_K} + \frac{d\left(\overbrace{\left(\vec{\Psi}_1^S \cdot e^{-j\beta_K}\right)}^{\vec{\Psi}_1^K} \cdot e^{+j\beta_K}\right)}{dt} \cdot e^{-j\beta_K} \tag{13.39}$$

$$\begin{aligned} \vec{U}_1^K &= R_1 \cdot \vec{I}_1^K + \frac{d\vec{\Psi}_1^K}{dt} \cdot e^{+j\beta_K} \cdot e^{-j\beta_K} \\ &+ j \cdot \vec{\Psi}_1^K \cdot \frac{d\beta_K}{dt} \cdot e^{+j\beta_K} \cdot e^{-j\beta_K} \end{aligned} \tag{13.40}$$

somit aufgrund der Produktregel:

$$\vec{U}_1^K = R_1 \cdot \vec{I}_1^K + \frac{d\vec{\Psi}_1^K}{dt} + j \cdot \vec{\Psi}_1^K \cdot \Omega_K \tag{13.41}$$

$$\text{mit } \Omega_K = \frac{d\beta_K}{dt} \tag{13.42}$$

Bei der Differentiation von Raumzeigern muss somit sowohl die im allgemeinen zeitvariante Amplitude als auch die zeitvariante Orientierung berücksichtigt werden.

13.1.2.5 Bestimmung der Raumzeiger aus Motordaten

Bei handelsüblichen Asynchronmaschinen sind die Nennströme und -spannungen in der Regel als Effektivwerte und jeweils getrennt für Stern- und Dreieckschaltung angegeben. In den vorliegenden Ausführungen werden dagegen stets Raumzeiger verwendet, deren Amplitude dem zugehörigen Spitzenwert entspricht. Die notwendige Umrechnung in Raumzeiger wird im folgenden zunächst formelmäßig und abschließend an einem Beispiel dargestellt.

Die Umrechnung von einer gegebenen Spannung U_1 als Effektivwert in die zugehörige Amplitude \hat{U}_1 erfolgt mit dem Faktor $\sqrt{2}$. Gleiches gilt für die Ströme.

$$\hat{U}_1 = \sqrt{2}U_1 \quad \text{und} \quad \hat{I}_1 = \sqrt{2}I_1 \quad (13.43)$$

Für Stern- und Dreieckschaltung sind die angegebenen Nennwerte stets auf die Anschlüsse der Asynchronmaschine bezogen, d.h. der Nennstrom entspricht dem Strom an einer Anschlußklemme und die Nennspannung der verketteten Spannung zwischen zwei Anschlußklemmen (und damit zwischen zwei Phasen des Netzes), unabhängig von der inneren Zusammenschaltung der einzelnen Wicklungen.

In beiden Schaltungsvarianten ist die Nennspannung so gewählt, daß sich die gleichen Spannungen U_1 und Ströme I_1 an den einzelnen Wicklungen einstellen. $U_{N\Delta}$ und $I_{N\Delta}$ seien die gegebenen Nennwerte in Dreieckschaltung, U_{NY} und I_{NY} die entsprechenden Werte in Sternschaltung. Damit ergibt sich für die Spannungs- und Stromamplituden an den einzelnen Wicklungen

$$\hat{U}_1 = \sqrt{2}U_1 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}U_{NY} = \sqrt{2}U_{N\Delta} \quad (13.44)$$

$$\hat{I}_1 = \sqrt{2}I_1 = \sqrt{2}I_{NY} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}I_{N\Delta} \quad (13.45)$$

Die Scheinleistung P_S der Maschine ergibt sich damit zu

$$P_S = \frac{3}{2}\hat{U}_1\hat{I}_1 = \sqrt{3}U_{NY}I_{NY} = \sqrt{3}U_{N\Delta}I_{N\Delta} \quad (13.46)$$

Der Winkel $\cos\varphi_N$ beschreibt den Winkel, um den der Strom der Spannung im Nennbetrieb nacheilt. Damit können aus den Maschinendaten die Raumzeiger für Strom und Spannung an einer Wicklung dargestellt werden.

Das folgende Beispiel soll die Beziehung zwischen Amplitude und Effektivwert der Raumzeiger sowie die in der Anwendung häufig auftretende Problematik der Stern- bzw. Dreieckschaltung von Drehfeldmaschinen verdeutlichen.

Beispiel:

Auf dem Typenschild einer Drehstromasynchronmaschine sind die Nenndaten $U_{NY} = 400\text{ V}$ und $I_{NY} = 46\text{ A}$ für Sternschaltung sowie $U_{N\Delta} = 230\text{ V}$ und $I_{N\Delta} = 80\text{ A}$ für Dreieckschaltung gegeben. Die Nennfrequenz sei $F_N = 50\text{ Hz}$ und der Leistungsfaktor $\cos \varphi_N = 0,8$. Es sind die Raumzeiger für die Statorspannung und den Statorstrom einer Wicklung im Nennbetrieb zu berechnen.

Die Amplituden von Spannung und Strom durch eine Wicklung der Maschine errechnen sich im Falle der Sternschaltung bzw. der Dreieckschaltung (gerundet) zu:

$$\hat{U}_1 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot 400\text{ V} = \sqrt{2} \cdot 230\text{ V} = 327\text{ V}$$

$$\hat{I}_1 = \sqrt{2} \cdot 46\text{ A} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \cdot 80\text{ A} = 65\text{ A}$$

Damit lassen sich mit der Drehfrequenz Ω_N und dem Phasenwinkel φ

$$\Omega_N = 2\pi F_N = 314\text{ s}^{-1}$$

$$\varphi_N = \arccos(\cos \varphi_N) = 37^\circ$$

die gesuchten Raumzeiger im statorfesten Koordinatensystem berechnen:

$$\vec{U}_1^S = 327\text{ V} e^{j314\text{ s}^{-1}t}$$

$$\vec{I}_1^S = 65\text{ A} e^{j314\text{ s}^{-1}t} e^{-j37^\circ}$$

Zur Vereinfachung der Schreibweise wird im weiteren Verlauf ausschließlich mit Spitzenwerten (Amplituden der Raumzeiger) gearbeitet und auf die explizite Kennzeichnung des Spitzenwertes verzichtet.

13.2 Signalfusspläne der Asynchronmaschine im Koordinatensystem K

Ausgehend von den beschreibenden Gleichungen werden im folgenden Abschnitt das Gleichungssystem und die zugehörigen Signalfusspläne im Koordinatensystem K abgeleitet. Diese bilden die Grundlage der verschiedenen Regelverfahren. Die Umrechnung der Zeigergrößen in Dreiphasen-Größen und die Ableitung eines Ersatzschaltbildes für den stationären Betrieb runden das Kapitel ab.

13.2.1 Beschreibendes Gleichungssystem

Die folgenden Ableitungen sind in überarbeiteter Form der Arbeit [308] entnommen und wurden bereits in „Elektrische Antriebe — Grundlagen“ [57–61] ausführlich behandelt. Die weiteren Überlegungen zur Erstellung eines Signalflussplans gehen von den allgemeinen Systemgleichungen mit den folgenden Parametern der Drehfeld-Asynchronmaschine aus:

L_1	<i>Eigeninduktivität der Statorwicklung</i>
L_2	<i>Eigeninduktivität der Rotorwicklung</i>
R_1	<i>Widerstand der Statorwicklung</i>
R_2	<i>Widerstand der Rotorwicklung</i>
M	<i>Gegeninduktivität von Stator- zu Rotorwicklung</i>
Z_p	<i>Polpaarzahl der Maschine</i>
Θ	<i>Trägheitsmoment der Maschine</i>

Die Systemgleichungen der Asynchronmaschine stellen das elektrische und das mechanische Verhalten in Form von Differentialgleichungen dar. Auf eine detaillierte Herleitung der einzelnen Beziehungen wird hier verzichtet (siehe [57–61]).

Spannungsgleichung für den Statorkreis

$$\vec{U}_1^S = R_1 \vec{I}_1^S + \frac{d\vec{\Psi}_1^S}{dt}$$

Spannungsgleichung für den Rotorkreis

$$\vec{U}_2^L = R_2 \vec{I}_2^L + \frac{d\vec{\Psi}_2^L}{dt}$$

flussverkettungsgleichungen

$$\vec{\Psi}_1^S = L_1 \vec{I}_1^S + M \vec{I}_2^L e^{j\beta_L} \tag{13.47}$$

$$\vec{\Psi}_2^L = M \vec{I}_1^S e^{-j\beta_L} + L_2 \vec{I}_2^L$$

Drehmomentbildung

$$M_{Mi} = \frac{3}{2} Z_p \text{Im} \left\{ \vec{\Psi}_1^{*S} \vec{I}_1^S \right\} = -\frac{3}{2} Z_p \text{Im} \left\{ \vec{\Psi}_2^{*L} \vec{I}_2^L \right\}$$

Mechanik

$$\frac{d\Omega_m}{dt} = \frac{1}{\Theta} (M_{Mi} - M_W)$$

Die beiden Spannungsdifferenzialgleichungen beschreiben das Verhalten von Strömen und Spannungen im Stator sowie im Rotor in Abhängigkeit der jeweiligen flussänderungen (Induktionsgesetz). Die magnetische Kopplung zwischen Stator und Rotor über den Luftspalt der Maschine wird durch die Flussverketzungsgleichungen dargestellt, wobei eine möglichst gute magnetische Kopplung, d.h. geringe Streuung $L_1 \approx M \approx L_2$, in der Maschine angestrebt wird. Das entwickelte Drehmoment wirkt gemäß *actio = reactio* sowohl auf den Rotor, als auch auf den Stator der Maschine. Die Beschleunigung des Rotors erfolgt in Abhängigkeit vom Widerstandsmoment M_W und dem entwickelten inneren Moment M_{Mi} der Asynchronmaschine.

Die elektrische Betrachtung der Asynchronmaschine in den Systemgleichungen erfolgt „statorseitig“ d.h. elektrische Größen und Parameter des Rotorkreises werden in ihrer elektrischen Wirkung auf den Statorkreis betrachtet. Die Rotorparameter sind daher mit dem Übersetzungsverhältnis

$$\ddot{u} = \frac{w_1}{w_2}$$

w_1 Windungszahl (Strang) der Statorwicklung
 w_2 Windungszahl (Strang) der Rotorwicklung

auf den Statorkreis der Maschine transformiert und bestimmen sich aus den physikalischen Rotorparametern R_{2p}, L_{2p} zu

$$R_2 = \ddot{u}^2 R_{2p} \quad \text{und} \quad L_2 = \ddot{u}^2 L_{2p} \tag{13.48}$$

Analog dazu sind demnach auch die Beträge der elektrischen Rotorgrößen durch

$$|\vec{U}_2^L| = \ddot{u} |\vec{U}_{2p}^L| \quad \text{und} \quad |\vec{I}_2^L| = \frac{1}{\ddot{u}} |\vec{I}_{2p}^L| \tag{13.49}$$

mit ihren physikalisch korrekten Werten $|\vec{U}_{2p}^L|$ und $|\vec{I}_{2p}^L|$ verknüpft.

Die Lagen, d.h. die absoluten Winkel nach Abb. 13.3, der Spannungs- (\vec{U}), Strom- (\vec{I}) und Flussraumzeiger ($\vec{\Psi}$) werden in den allgemeinen Systemgleichungen (13.47) der Drehfeldmaschine jeweils in ihren eigenen, daher verschiedenen Koordinatensystemen betrachtet. So sind Statorgrößen (*Index 1*) im statorfesten Koordinatensystem (*Index S*) und entsprechend Rotorgrößen (*Index 2*) im rotorfesten Koordinatensystem (*Index L*) dargestellt. Die Drehoperatoren $e^{j\beta_L}$ und $e^{-j\beta_L}$ in den Flussverketzungsgleichungen bewirken die Umrechnung zwischen dem statorfesten und rotorfesten Koordinatensystem. β_L , siehe auch Abb. 13.1 und Abb. 13.3, stellt dabei den elektrischen Winkel zwischen den konzentrierten Stator- und Rotorwicklungen der Maschine dar und ist über die Beziehung

$$\frac{d\beta_L}{dt} = \Omega_L = Z_p \Omega_m \tag{13.50}$$

mit der mechanischen Winkelgeschwindigkeit Ω_m verknüpft.

Für die Darstellung der Maschine in einem Signalfussplan müssen alle Größen in einem Koordinatensystem vorliegen, wofür sich mehrere Möglichkeiten anbieten. Betrachtet man die Maschine von außen, so ist das statorfeste S-System naheliegend. Um jedoch eine möglichst einfache Darstellung der Drehfeldasynchronmaschine zu erhalten ist die Verwendung anderer, wie z.B. am Fluss orientierter, Koordinatensysteme von Vorteil. Daher ist es sinnvoll, bei späteren Überlegungen von den verschiedenen Koordinatensystemen unabhängig zu sein, und so für die Entwicklung des allgemeinen Signalfussplans der Asynchronmaschine das mit beliebiger Geschwindigkeit

$$\Omega_K = \frac{d\beta_K}{dt} \tag{13.51}$$

umlaufende K-System zu verwenden. Der zusätzliche Freiheitsgrad Ω_K kann danach genutzt werden, den Signalfussplan zu vereinfachen und Analogien der Asynchronmaschine zur bereits bekannten Gleichstromnebenschlußmaschine herzustellen.

Die Systemgleichungen (13.47) müssen dazu in das K-System transformiert werden, wozu man die bekannten Transformationsbeziehungen

$$\begin{aligned} \vec{U}_1^S &= \vec{U}_1^K e^{j\beta_K} & \vec{I}_1^S &= \vec{I}_1^K e^{j\beta_K} & \vec{\Psi}_1^S &= \vec{\Psi}_1^K e^{j\beta_K} \\ \vec{U}_2^L &= \vec{U}_2^K e^{j(\beta_K - \beta_L)} & \vec{I}_2^L &= \vec{I}_2^K e^{j(\beta_K - \beta_L)} & \vec{\Psi}_2^L &= \vec{\Psi}_2^K e^{j(\beta_K - \beta_L)} \end{aligned} \tag{13.52}$$

einsetzt. Die Beziehung für den Statorspannungsraumzeiger

$$\vec{U}_1^K e^{j\beta_K} = \vec{I}_1^K e^{j\beta_K} R_1 + \frac{d}{dt} \left(\vec{\Psi}_1^K e^{j\beta_K} \right) \tag{13.53}$$

läßt sich durch einfache Umformung unter Anwendung der Produktregel

$$\frac{d}{dt} (\vec{\Psi}_1^K e^{j\beta_K}) = \left(\frac{d\vec{\Psi}_1^K}{dt} + j\Omega_K \vec{\Psi}_1^K \right) e^{j\beta_K} \tag{13.54}$$

zu

$$\vec{U}_1^K = \vec{I}_1^K R_1 + \frac{d\vec{\Psi}_1^K}{dt} + j\Omega_K \vec{\Psi}_1^K \tag{13.55}$$

vereinfachen. In der selben Art und Weise erhält man den Rotorspannungsraumzeiger

$$\vec{U}_2^K = \vec{I}_2^K R_2 + \frac{d\vec{\Psi}_2^K}{dt} + j(\Omega_K - \Omega_L) \vec{\Psi}_2^K \tag{13.56}$$

im K-System. Mit den beiden Flussverkettungsgleichungen

$$\vec{\Psi}_1^K = L_1 \vec{I}_1^K + M \vec{I}_2^K \tag{13.57}$$

$$\vec{\Psi}_2^K = M \vec{I}_1^K + L_2 \vec{I}_2^K \tag{13.58}$$

der Beziehung für das Luftspaltmoment

$$M_{Mi} = \frac{3}{2} Z_p \operatorname{Im} \left\{ \vec{\psi}_1^{*K} \vec{I}_1^K \right\} = -\frac{3}{2} Z_p \operatorname{Im} \left\{ \vec{\psi}_2^{*K} \vec{I}_2^K \right\} \quad (13.59)$$

welche sich mit Hilfe der Flussverkettungsgleichungen und den Regeln der komplexen Rechnung zu

$$M_{Mi} = -\frac{3}{2} \frac{M}{L_1} Z_p \operatorname{Im} \left\{ \vec{\psi}_1^{*K} \vec{I}_2^K \right\} \quad (13.60)$$

umformen lässt und der vom Koordinatensystem unabhängigen mechanischen Bewegungsgleichung

$$\frac{d\Omega_m}{dt} = \frac{1}{\Theta} (M_{Mi} - M_W) \quad (13.61)$$

liegen die Systemgleichungen der Aynchronmaschine im K-System vor. Zur endgültigen Darstellung in einem Signalfussplan werden diese in die Zustandsform übergeführt. Mit der Definition des Blondelschen Streukoeffizienten

$$\sigma = 1 - \frac{M^2}{L_1 L_2} \quad (13.62)$$

und der Relativdrehgeschwindigkeit

$$\Omega_2 = \Omega_K - \Omega_L = \Omega_K - Z_p \Omega_m \quad (13.63)$$

zwischen dem K-System und der elektrischen Rotorgeschwindigkeit ergeben sich letztlich die Systemgleichungen der Asynchronmaschine im K-System.

Komplexe Systemgleichungen der Asynchronmaschine

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{\psi}_1^K}{dt} &= -\frac{R_1}{\sigma L_1} \left(\vec{\psi}_1^K - \frac{M}{L_2} \vec{\psi}_2^K \right) - j\Omega_K \vec{\psi}_1^K + \vec{U}_1^K \\ \frac{d\vec{\psi}_2^K}{dt} &= -\frac{R_2}{\sigma L_2} \left(\vec{\psi}_2^K - \frac{M}{L_1} \vec{\psi}_1^K \right) - j\Omega_2 \vec{\psi}_2^K + \vec{U}_2^K \\ \vec{I}_1^K &= \vec{\psi}_1^K \frac{1}{\sigma L_1} - \vec{\psi}_2^K \frac{M}{\sigma L_1 L_2} \\ \vec{I}_2^K &= \vec{\psi}_2^K \frac{1}{\sigma L_2} - \vec{\psi}_1^K \frac{M}{\sigma L_1 L_2} \\ \vec{\psi}_1^K &= L_1 \vec{I}_1^K + M \vec{I}_2^K \\ \vec{\psi}_2^K &= M \vec{I}_1^K + L_2 \vec{I}_2^K \\ M_{Mi} &= -\frac{3}{2} Z_p \frac{M}{L_1} \operatorname{Im} \left\{ \vec{\psi}_1^{*K} \cdot \vec{I}_2^K \right\} = \frac{3}{2} Z_p \frac{M}{L_2} \operatorname{Im} \left\{ \vec{\psi}_2^{*K} \cdot \vec{I}_1^K \right\} \\ \frac{d\Omega_m}{dt} &= \frac{1}{\Theta} (M_{Mi} - M_W) \\ \Omega_2 &= \Omega_K - Z_p \Omega_m \end{aligned} \quad (13.64)$$

Die Gleichungen (13.64) können auch in die Zustandsdarstellung

$$\frac{d}{dt} \vec{x} = \mathbf{A} \cdot \vec{x} + \mathbf{B} \cdot \vec{u}$$

gebracht werden. Dabei ergeben sich abhängig von der Wahl des Zustandsvektors verschiedene Darstellungsformen.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \vec{\psi}_1^K \\ \vec{\psi}_2^K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{\psi}_1^K \\ \vec{\psi}_2^K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{U}_1^K \\ \vec{U}_2^K \end{bmatrix} \quad (13.65)$$

$$A_{11} = -\frac{R_1}{\sigma L_1} - j\Omega_K$$

$$A_{12} = \frac{R_1 M}{\sigma L_1 L_2}$$

$$A_{21} = \frac{R_2 M}{\sigma L_1 L_2}$$

$$A_{22} = -\frac{R_2}{\sigma L_2} - j\Omega_2$$

mit $\vec{x} = \begin{bmatrix} \vec{\psi}_1^K & \vec{\psi}_2^K \end{bmatrix}^T$ $\vec{u} = \begin{bmatrix} \vec{U}_1^K & \vec{U}_2^K \end{bmatrix}^T$

oder

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \vec{I}_1^K \\ \vec{I}_2^K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{I}_1^K \\ \vec{I}_2^K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_1} & -\frac{M}{\sigma L_1 L_2} \\ -\frac{M}{\sigma L_1 L_2} & \frac{1}{\sigma L_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{U}_1^K \\ \vec{U}_2^K \end{bmatrix} \quad (13.66)$$

$$A_{11} = -\frac{R_1}{\sigma L_1} - j\frac{\Omega_K}{\sigma} + j\frac{\Omega_2 M^2}{\sigma L_1 L_2}$$

$$A_{12} = \frac{R_2 M}{\sigma L_1 L_2} - j(\Omega_K - \Omega_2) \frac{M}{\sigma L_1}$$

$$A_{21} = \frac{R_1 M}{\sigma L_1 L_2} + j(\Omega_K - \Omega_2) \frac{M}{\sigma L_2}$$

$$A_{22} = -\frac{R_2}{\sigma L_2} - j\frac{\Omega_2}{\sigma} + j\frac{\Omega_K M^2}{\sigma L_1 L_2}$$

$$\text{mit } \vec{x} = \begin{bmatrix} \vec{I}_1^K & \vec{I}_2^K \end{bmatrix}^T \quad \vec{u} = \begin{bmatrix} \vec{U}_1^K & \vec{U}_2^K \end{bmatrix}^T$$

Wenn die beiden ersten Gleichungen des Gleichungssystems (13.64) nach $\vec{\Psi}_1^K$ bzw. $\vec{\Psi}_2^K$ aufgelöst und alle Gleichungen in den Laplace-Bereich transformiert werden, dann gilt beispielsweise für die erste Gleichung:

$$\vec{\Psi}_1^K(s) = \frac{\sigma L_1}{R_1} \left[\vec{U}_1^K(s) - s \cdot \vec{\Psi}_1^K(s) - j\Omega_K \vec{\Psi}_1^K(s) \right] + \frac{M}{L_2} \vec{\Psi}_2^K(s) \quad (13.67)$$

Damit ergibt sich der komplexe Teil-Signalfussplan des Stators (Abb. 13.4) zu:

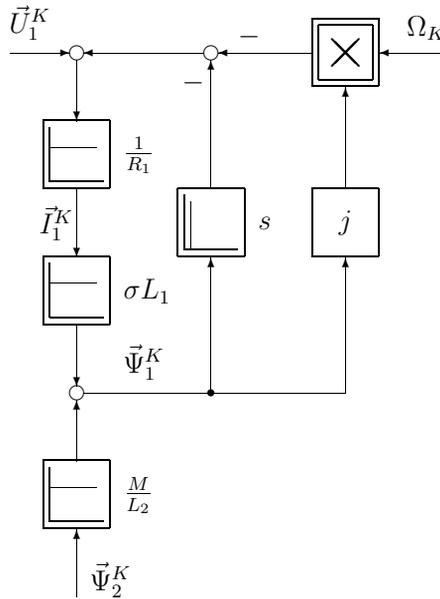


Abb. 13.4: *Komplexer Teil-Signalfussplan der ASM*

In gleicher Weise können die Gleichungen für den Rotor, die Ströme, das Drehmoment und die mechanische Bewegungsgleichung in den Signalfussplan übertragen werden, und es ergeben sich die Signalfusspläne der allgemeinen Drehfeldmaschine bei Spannungseinprägung (Abb. 13.5) sowie der Teil-Signalfussplan des Stators bei Stromeinprägung (Abb. 13.6).

Den Übertragungsgliedern „j“ und „*“ entsprechen Rechenoperationen „Multiplikation mit der imaginären Einheit“ (Drehung des betreffenden Raumzeigers um $\pi/2$) und „Konjugation“ (Spiegelung an der reellen Achse). Die Aussage „Im“ bedeutet, daß der Imaginärteil ausgewählt werden muß.

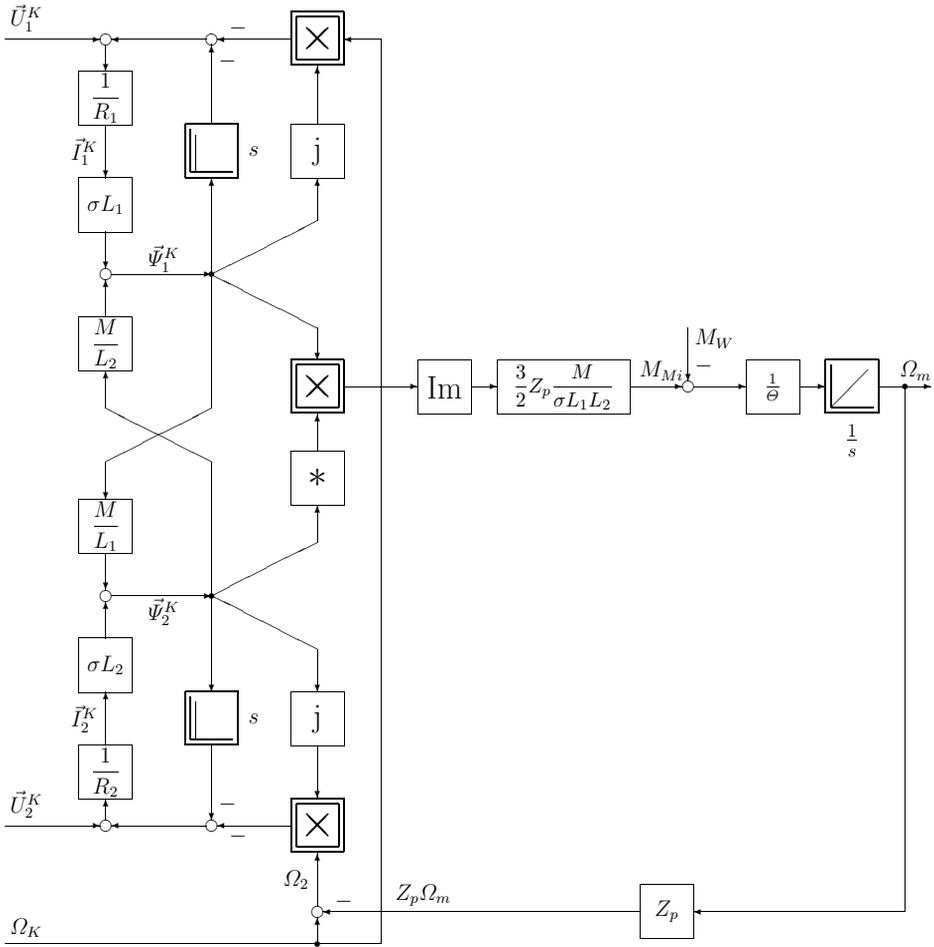


Abb. 13.5: *Komplexer Signalflussplan bei Spannungseinprägung in Stator und Rotor*

Diese Darstellung ist sehr komprimiert und wird später im Kapitel „Entkopp- lung“ genutzt werden. Die komplexen Systemgleichungen der Asynchronmaschine können beispielsweise in den Laplace-Bereich transformiert und in die Zustands- form aufgelöst werden.

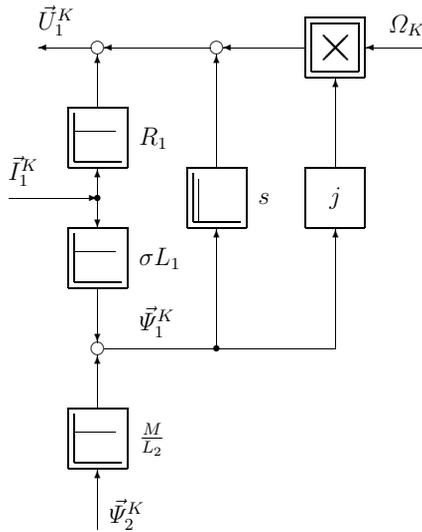


Abb. 13.6: Komplexer Teil-Signalflussplan bei Stromeinprägung auf der Statorseite

Es ergibt sich:

Komplexe Systemgleichungen im Laplace-Bereich

$$\begin{aligned}
 s \cdot \vec{\Psi}_1^K &= -\frac{R_1}{\sigma L_1} \left(\vec{\Psi}_1^K - \frac{M}{L_2} \vec{\Psi}_2^K \right) - j\Omega_K \vec{\Psi}_1^K + \vec{U}_1^K \\
 s \cdot \vec{\Psi}_2^K &= -\frac{R_2}{\sigma L_2} \left(\vec{\Psi}_2^K - \frac{M}{L_1} \vec{\Psi}_1^K \right) - j\Omega_2 \vec{\Psi}_2^K + \vec{U}_2^K \\
 \vec{I}_1^K &= \vec{\Psi}_1^K \frac{1}{\sigma L_1} - \vec{\Psi}_2^K \frac{M}{\sigma L_1 L_2} \\
 \vec{I}_2^K &= \vec{\Psi}_2^K \frac{1}{\sigma L_2} - \vec{\Psi}_1^K \frac{M}{\sigma L_1 L_2} \\
 \vec{\Psi}_1^K &= L_1 \vec{I}_1^K + M \vec{I}_2^K \\
 \vec{\Psi}_2^K &= M \vec{I}_1^K + L_2 \vec{I}_2^K \\
 M_{Mi} &= -\frac{3}{2} Z_p \frac{M}{L_1} \operatorname{Im} \left\{ \vec{\Psi}_1^{*K} * \vec{I}_2^K \right\} = \frac{3}{2} Z_p \frac{M}{L_2} \operatorname{Im} \left\{ \vec{\Psi}_2^{*K} * \vec{I}_1^K \right\} \\
 s \cdot \Omega_m &= \frac{1}{\Theta} (M_{Mi} - M_W) \\
 \Omega_2 &= \Omega_K - Z_p \Omega_m
 \end{aligned} \tag{13.68}$$

Analog zu Gl. (13.65) und Gl. (13.66) können auch die Systemgleichungen (13.68) der Asynchronmaschine im Laplace-Bereich abhängig von der Wahl des Zustandsvektors in unterschiedliche Zustandsformen gebracht werden.

$$s \cdot \begin{bmatrix} \vec{\psi}_1^K \\ \vec{\psi}_2^K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{\psi}_1^K \\ \vec{\psi}_2^K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{U}_1^K \\ \vec{U}_2^K \end{bmatrix} \quad (13.69)$$

$$A_{11} = -\frac{R_1}{\sigma L_1} - j\Omega_K$$

$$A_{12} = \frac{R_1 M}{\sigma L_1 L_2}$$

$$A_{21} = \frac{R_2 M}{\sigma L_1 L_2}$$

$$A_{22} = -\frac{R_2}{\sigma L_2} - j\Omega_2$$

mit $\vec{x} = [\vec{\psi}_1^K \quad \vec{\psi}_2^K]^T$ $\vec{u} = [\vec{U}_1^K \quad \vec{U}_2^K]^T$

oder

$$s \cdot \begin{bmatrix} \vec{I}_1^K \\ \vec{I}_2^K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{I}_1^K \\ \vec{I}_2^K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_1} & -\frac{M}{\sigma L_1 L_2} \\ -\frac{M}{\sigma L_1 L_2} & \frac{1}{\sigma L_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{U}_1^K \\ \vec{U}_2^K \end{bmatrix} \quad (13.70)$$

$$A_{11} = -\frac{R_1}{\sigma L_1} - j\frac{\Omega_K}{\sigma} + j\frac{\Omega_2 M^2}{\sigma L_1 L_2}$$

$$A_{12} = \frac{R_2 M}{\sigma L_1 L_2} - j(\Omega_K - \Omega_2)\frac{M}{\sigma L_1}$$

$$A_{21} = \frac{R_1 M}{\sigma L_1 L_2} + j(\Omega_K - \Omega_2)\frac{M}{\sigma L_2}$$

$$A_{22} = -\frac{R_2}{\sigma L_2} - j\frac{\Omega_2}{\sigma} + j\frac{\Omega_K M^2}{\sigma L_1 L_2}$$

mit $\vec{x} = [\vec{I}_1^K \quad \vec{I}_2^K]^T$ $\vec{u} = [\vec{U}_1^K \quad \vec{U}_2^K]^T$

Um die Anschaulichkeit des komplexen Gleichungssystems zu erhöhen, werden anschließend die Gleichungen in den Real- und Imaginärteil aufgespalten (Gleichungssystem (13.71)), und es ergibt sich der Signalflussplan in Abb. 13.7.

Reelle Systemgleichungen der Asynchronmaschine

$$\begin{aligned}
 \frac{d\Psi_{1A}}{dt} &= -\frac{R_1}{\sigma L_1} \left(\Psi_{1A} - \frac{M}{L_2} \Psi_{2A} \right) + \Omega_K \Psi_{1B} + U_{1A} \\
 \frac{d\Psi_{1B}}{dt} &= -\frac{R_1}{\sigma L_1} \left(\Psi_{1B} - \frac{M}{L_2} \Psi_{2B} \right) - \Omega_K \Psi_{1A} + U_{1B} \\
 \frac{d\Psi_{2A}}{dt} &= -\frac{R_2}{\sigma L_2} \left(\Psi_{2A} - \frac{M}{L_1} \Psi_{1A} \right) + \Omega_2 \Psi_{2B} + U_{2A} \\
 \frac{d\Psi_{2B}}{dt} &= -\frac{R_2}{\sigma L_2} \left(\Psi_{2B} - \frac{M}{L_1} \Psi_{1B} \right) - \Omega_2 \Psi_{2A} + U_{2B} \\
 I_{1A} &= \Psi_{1A} \frac{1}{\sigma L_1} - \Psi_{2A} \frac{M}{\sigma L_1 L_2} \\
 I_{1B} &= \Psi_{1B} \frac{1}{\sigma L_1} - \Psi_{2B} \frac{M}{\sigma L_1 L_2} \\
 I_{2A} &= \Psi_{2A} \frac{1}{\sigma L_2} - \Psi_{1A} \frac{M}{\sigma L_1 L_2} \\
 I_{2B} &= \Psi_{2B} \frac{1}{\sigma L_2} - \Psi_{1B} \frac{M}{\sigma L_1 L_2} \\
 M_{Mi} &= \frac{3}{2} Z_p \frac{M}{L_1} (\Psi_{1B} I_{2A} - \Psi_{1A} I_{2B}) \\
 \frac{d\Omega_m}{dt} &= \frac{1}{\Theta} (M_{Mi} - M_W) \\
 \Omega_2 &= \Omega_K - Z_p \Omega_m
 \end{aligned} \tag{13.71}$$

Anmerkungen Überkreuzkopplung

Die Abbildung 13.7 zeigt u. a. die Struktur des Statorkreises. Die Struktur im Statorkreis hat zwei PT_1 -Glieder, die aufgrund der beiden Gegenspannungen $\Omega_K \Psi_{1A}$ bzw. $\Omega_K \Psi_{1B}$ miteinander verkoppelt sind, es bildet sich ein Regelkreis mit PT_2 -Verhalten. Die Verkopplung wird beispielsweise in Kapitel 14.6 durch einen komplexen Term im Nenner der Übertragungsfunktion berücksichtigt. Da die beiden Gegenspannungen mit Ω_K zeitvariant sind, wird die Verkopplung mit zunehmendem Ω_K , d. h. mit zunehmender Drehzahl, ebenso zunehmen. Dies führt zu einer Zunahme der Verstärkung mit Ω_K^2 im Regelkreis mit PT_2 -Verhalten und damit zur unerwünschten Polverschiebung. Die Polverschiebung ist durch die Kompensation der Gegenspannungen zu vermeiden. Allerdings ist die Kompensation nur dann erfolgreich, wenn das Stellglied nahezu verzögerungsfrei die Gegenspannungen bereitstellen kann. Diese Bedingung ist bis heute schwierig zu erfüllen, da die Signalverarbeitung zeitdiskret mit Abtastung arbeitet und somit die Verzögerungszeit des Stellglieds zu groß ist.

Ein bis heute üblicher Ausweg ist die Entwicklung von Entkopplungsverfahren. Die Veröffentlichungen [428, 458] beschreiben den Stand der Technik in den neunziger Jahren des vorigen Jahrhunderts, in [433, 450] den Stand um die Jahrhundertwende, in [451] wird eine zeitdiskrete Regelung mit Entkopplung vorgeschlagen und in [425, 481] sowie in Kapitel 14.6 den derzeitigen Stand.

Ein weiterer Ansatz ist das in den Kapiteln 14.7 und 14.8 beschriebene Verfahren der kaskadierten Zustandsregelung. Wie bekannt, berücksichtigt die Zustandsregelung alle Zustände im System, so dass der Einfluss der zeitvarianten Gegenspannung unterdrückt wird.

Weiterhin werden in Kapitel 14.10 die Verfahren „Beobachter mit Polfesselung“ und „Regler mit Polfesselung“ vorgestellt. Beide Verfahren verhindern die Polverschiebungen.

Die Polverschiebungen sind sowohl bei der ASM als auch bei der SM, siehe Kapitel 16.1.3 - Abb. 16.5, Kapitel 16.3.1 - Abb. 16.17 und Kapitel 16.6.1 - Abb. 16.46, zu beachten.

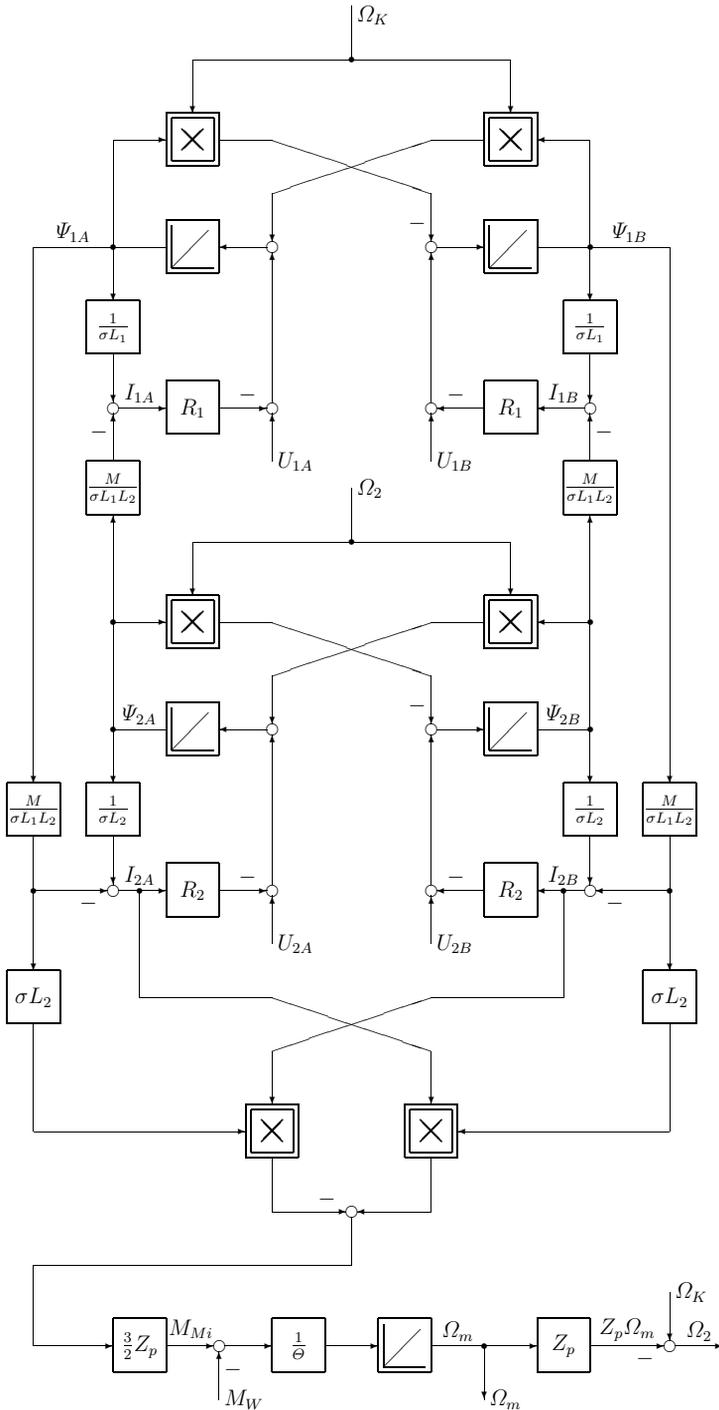


Abb. 13.7: Signalflussplan der Asynchronmaschine bei Verwendung des mit Ω_K rotierenden Koordinatensystems K

Die reellen Systemgleichungen der Asynchronmaschine können wieder abhängig von der Wahl der Zustandsgrößen in unterschiedliche Zustandsformen gebracht werden.

Es gilt:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Psi_{1A} \\ \Psi_{1B} \\ \Psi_{2A} \\ \Psi_{2B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{1A} \\ \Psi_{1B} \\ \Psi_{2A} \\ \Psi_{2B} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{1A} \\ U_{1B} \\ U_{2A} \\ U_{2B} \end{bmatrix} \quad (13.72)$$

$$\begin{aligned} A_{11} &= -\frac{R_1}{\sigma L_1} & A_{12} &= \Omega_K \\ A_{13} &= \frac{R_1 M}{\sigma L_1 L_2} & A_{14} &= 0 \\ A_{21} &= -\Omega_K & A_{22} &= -\frac{R_1}{\sigma L_1} \\ A_{23} &= 0 & A_{24} &= \frac{R_1 M}{\sigma L_1 L_2} \\ A_{31} &= \frac{R_2 M}{\sigma L_1 L_2} & A_{32} &= 0 \\ A_{33} &= -\frac{R_2}{\sigma L_2} & A_{34} &= \Omega_2 \\ A_{41} &= 0 & A_{42} &= \frac{R_2 M}{\sigma L_1 L_2} \\ A_{43} &= -\Omega_2 & A_{44} &= -\frac{R_2}{\sigma L_2} \end{aligned}$$

mit $\vec{x} = [\Psi_{1A} \ \Psi_{1B} \ \Psi_{2A} \ \Psi_{2B}]^T$ $\vec{u} = [U_{1A} \ U_{1B} \ U_{2A} \ U_{2B}]^T$

oder bei Verwendung der Stator- und Rotorströme als Zustandsgrößen:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{1A} \\ I_{1B} \\ I_{2A} \\ I_{2B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} & A_{14} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & A_{24} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & A_{34} \\ A_{41} & A_{42} & A_{43} & A_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{1A} \\ I_{1B} \\ I_{2A} \\ I_{2B} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_1} & 0 & \frac{-M}{\sigma L_1 L_2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_1} & 0 & \frac{-M}{\sigma L_1 L_2} \\ \frac{-M}{\sigma L_1 L_2} & 0 & \frac{1}{\sigma L_2} & 0 \\ 0 & \frac{-M}{\sigma L_1 L_2} & 0 & \frac{1}{\sigma L_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{1A} \\ U_{1B} \\ U_{2A} \\ U_{2B} \end{bmatrix} \quad (13.73)$$

$$\begin{aligned} A_{11} &= -\frac{R_1}{\sigma L_1} & A_{12} &= \frac{\Omega_K}{\sigma} - \frac{\Omega_2 M^2}{\sigma L_1 L_2} \\ A_{13} &= \frac{R_2 M}{\sigma L_1 L_2} & A_{14} &= (\Omega_K - \Omega_2) \frac{M}{\sigma L_1} \\ A_{21} &= -\frac{\Omega_K}{\sigma} + \frac{\Omega_2 M^2}{\sigma L_1 L_2} & A_{22} &= -\frac{R_1}{\sigma L_1} \\ A_{23} &= -(\Omega_K - \Omega_2) \frac{M}{\sigma L_1} & A_{24} &= \frac{R_2 M}{\sigma L_1 L_2} \\ A_{31} &= \frac{R_1 M}{\sigma L_1 L_2} & A_{32} &= -(\Omega_K - \Omega_2) \frac{M}{\sigma L_2} \\ A_{33} &= -\frac{R_2}{\sigma L_2} & A_{34} &= \frac{\Omega_2}{\sigma} - \frac{\Omega_K M^2}{\sigma L_1 L_2} \\ A_{41} &= (\Omega_K - \Omega_2) \frac{M}{\sigma L_2} & A_{42} &= \frac{R_1 M}{\sigma L_1 L_2} \\ A_{43} &= -\frac{\Omega_2}{\sigma} + \frac{\Omega_K M^2}{\sigma L_1 L_2} & A_{44} &= -\frac{R_2}{\sigma L_2} \end{aligned}$$

mit $\vec{x} = [I_{1A} \ I_{1B} \ I_{2A} \ I_{2B}]^T$ $\vec{u} = [U_{1A} \ U_{1B} \ U_{2A} \ U_{2B}]^T$

Wie aus den Darstellungen dieses Kapitels zu entnehmen ist, gibt es die unterschiedlichsten Formen. Eine Erweiterung dieser Formen ergibt sich, wenn die ASM statt mit eingepprägter Spannung mit eingepprägtem Strom, mit Statorfluss- bzw. Rotorfluss-Orientierung betrachtet wird. Eine ausführliche Ableitung dieser verschiedenen Darstellungsformen und Betriebsweisen ist in [57–61] zu finden. Nachfolgend werden nur die wesentlichen Gesichtspunkte abgehandelt.

13.2.2 Verallgemeinerter Signalfussplan der spannungsgesteuerten Asynchronmaschine

Im Gleichungssystem (13.64) wurden die komplexen Systemgleichungen der Asynchronmaschine sowie in Abb. 13.5 der komplexe Signalfussplan bei Spannungseinprägung vorgestellt.

In gleicher Weise werden im Gleichungssystem (13.71) die reellen Systemgleichungen sowie in Abb. 13.7 der reelle Signalfussplan dargestellt.

Wesentlich bei diesen Darstellungen ist, daß das Koordinatensystem K verwendet wird. Eine ausführliche Diskussion, an welchen Größen sich dieses Koordinatensystem K orientieren soll, beispielsweise Statorfluss oder Luftspaltfluss oder Rotorfluss, erfolgt ab Kap. 13.3.1.

In diesem Kapitel soll auf die Verbindungen der obigen Gleichungssysteme und damit Signalfusspläne zur reellen Umwelt der Asynchronmaschine speziell eingegangen werden.

Wichtig ist, daß statt der Statorkreisfrequenz Ω_1 die Kreisfrequenz Ω_K in den Darstellungen verwendet wird. Dies soll am folgenden Beispiel erklärt werden.

Wir wollen annehmen, daß — wie später dargestellt — die A-Achse des Koordinatensystems K sich beispielsweise am Statorfluss $\vec{\Psi}_1^K = \Psi_{1A}$ orientiert (d.h. $\Psi_{1B} = 0!$). Das Koordinatensystem K wird daher mit der Kreisfrequenz Ω_K des Statorflusses $\vec{\Psi}_1^K = \Psi_{1A}$ umlaufen.

Wenn nun weiterhin aufgrund von Steuereinflüssen des die Statorwicklungen versorgenden leistungselektronischen Stellglieds der Statorspannungswert U_{1A} oder U_{1B} sprunghaft verstellt wird, dann wird sich sowohl die Amplitude $|\vec{U}_1^K| = \sqrt{U_{1A}^2 + U_{1B}^2}$ als auch die Phasenlage $\tan \gamma = U_{1B}/U_{1A}$ ändern. Damit ändert sich der resultierende Spannungsraumzeiger sprunghaft, der Flussraumzeiger bleibt aber zum Zeitpunkt der Spannungsänderung noch nach Amplitude und Kreisfrequenz erhalten.

Aus diesem Beispiel ist zu erkennen, daß bei dynamischen Zuständen $\Omega_K \neq \Omega_1$ sein kann und daher zwischen diesen beiden Kreisfrequenzen unterschieden werden muß. Aus Abb. 13.3 ist zu entnehmen, daß einer Kreisfrequenzänderung die Ableitung des Winkels entspricht, bzw. eine wie oben diskutierte begrenzte Winkeländerung eine kurzzeitige Kreisfrequenzänderung — d.h. Integration — benötigt.

Wesentlich ist, daß die Signalfusspläne der Asynchronmaschine in Abb. 13.5 und Abb. 13.7 regelungstechnische Modelle sind, die reale Asynchronmaschine aber mit den dreiphasigen Spannungen und Strömen für den Stator und den Rotor versorgt werden muss.

Wie schon am Anfang dieses Kapitels hingewiesen, liegen die Eingangs- und Ausgangsgrößen der realen Maschine (Spannungen und Ströme an den Klemmen) als Dreiphasen-Größen im bezüglich der jeweiligen Wicklung ruhenden System vor, d.h. Statorgrößen bezogen auf die Statorwicklung und Rotorgrößen bezogen auf die Rotorwicklung. Um das Klemmenverhalten der Maschine zu beschreiben, muß man sich den Signalfussplan nach Abb. 13.7 in die Transfor-

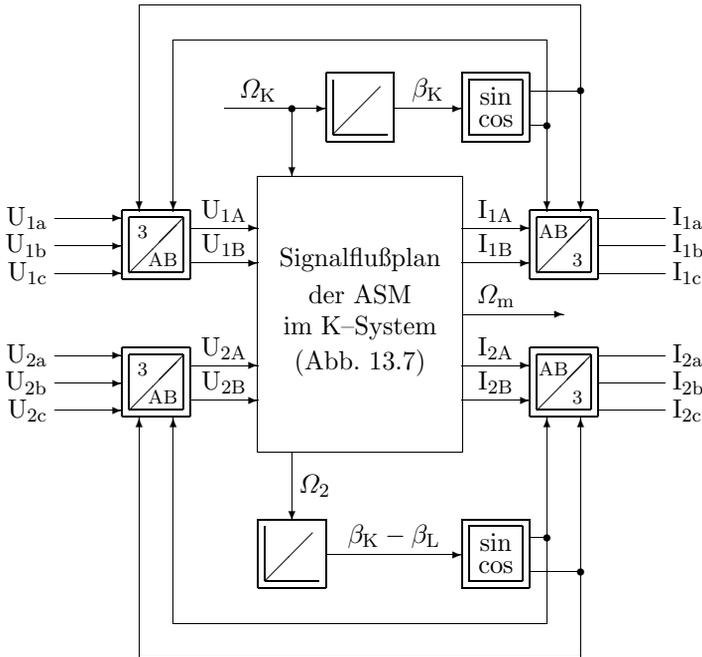


Abb. 13.8: Blockschaltbild der Asynchronmaschine mit realen Dreiphasen-Größen

mationen nach Abb. 13.8 eingebunden denken. Die Modelleingangsgrößen Stator- und Rotorspannungen werden durch die Beziehungen

$$\begin{aligned} \vec{U}_1^K &= U_{1A} + jU_{1B} = (U_{1\alpha} + jU_{1\beta})(\cos \beta_K - j \sin \beta_K) & (13.74) \\ \vec{U}_2^K &= U_{2A} + jU_{2B} = (U_{2k} + jU_{2l})(\cos(\beta_K - \beta_L) - j \sin(\beta_K - \beta_L)) \end{aligned}$$

vom S-System beziehungsweise L-System in das K-System transformiert, wobei sich der statorfeste ($U_{1\alpha} + jU_{1\beta}$) und der rotorfeste Spannungszeiger ($U_{2k} + jU_{2l}$) durch

$$\begin{aligned} U_{1\alpha} &= U_{1a} & \text{und} & & U_{1\beta} &= \frac{1}{\sqrt{3}}(U_{1b} - U_{1c}) \\ U_{2k} &= U_{2a} & \text{und} & & U_{2l} &= \frac{1}{\sqrt{3}}(U_{2b} - U_{2c}) \end{aligned} \quad (13.75)$$

aus den jeweiligen Dreiphasen-Spannungen von Stator und Rotor der Maschine bestimmen. Bei den Modellausgangsgrößen der Stator- und Rotorströme erfolgt die Transformation durch

$$\begin{aligned} \vec{I}_1^S &= I_{1\alpha} + jI_{1\beta} = (I_{1A} + jI_{1B})(\cos \beta_K + j \sin \beta_K) \\ \vec{I}_2^L &= I_{2k} + jI_{2l} = (I_{2A} + jI_{2B})(\cos(\beta_K - \beta_L) + j \sin(\beta_K - \beta_L)) \end{aligned} \quad (13.76)$$

entsprechend in umgekehrter Richtung. Die messtechnisch zugänglichen Dreiphasen-Ströme von Stator und Rotor ergeben sich durch Anwendung der Transformationsbeziehungen in den folgenden Gleichungen:

$$\begin{aligned}
 I_{1a}(t) &= I_{1\alpha} \\
 I_{1b}(t) &= \frac{1}{2} (-I_{1\alpha} + \sqrt{3}I_{1\beta}) \\
 I_{1c}(t) &= \frac{1}{2} (-I_{1\alpha} - \sqrt{3}I_{1\beta}) = -I_{1a} - I_{1b}
 \end{aligned}
 \tag{13.77}$$

Die Rotorgrößen (Index 2) sind über das Übersetzungsverhältnis \ddot{u} der Asynchronmaschine mit den physikalisch realen Werten verknüpft. Wichtig zu erwähnen bleibt auch die Tatsache, daß diese Transformationsbeziehungen nur im Falle des symmetrischen Betriebs der Asynchronmaschine, d.h.

$$\begin{aligned}
 U_{1a} + U_{1b} + U_{1c} &= 0 & \text{und} & & I_{1a} + I_{1b} + I_{1c} &= 0 \\
 U_{2a} + U_{2b} + U_{2c} &= 0 & \text{und} & & I_{2a} + I_{2b} + I_{2c} &= 0
 \end{aligned}
 \tag{13.78}$$

gültig sind. Sie sind in Abb. 13.9 und Abb. 13.10 — aufgespalten in Real- und Imaginärteil — als Signalflussplan dargestellt.

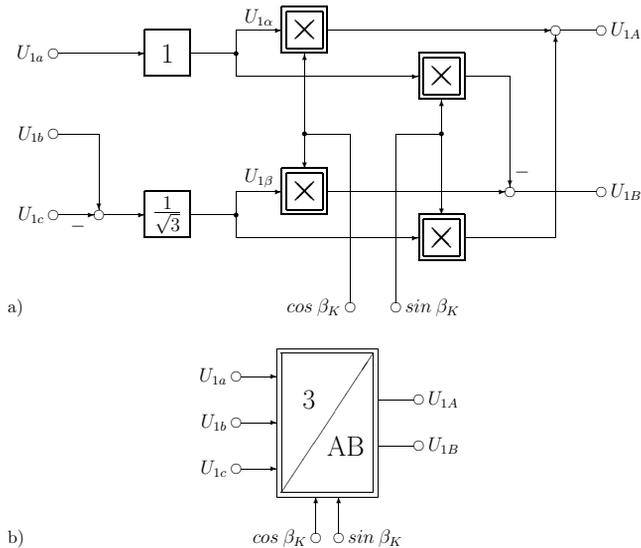


Abb. 13.9: Umwandlung der Dreiphasen-Spannungen in das K-System: a) Signalflussplan, b) Blockdarstellung

Sind die Klemmenspannungen dagegen nicht mittelwertfrei, d.h. der Sternpunkt liegt nicht auf 0V, ist die folgende erweiterte Transformationsvorschrift

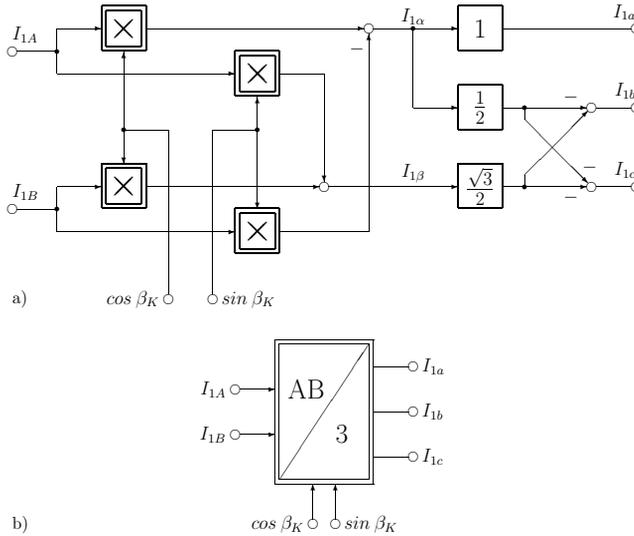


Abb. 13.10: Umwandlung der Raumzeigergrößen im K-System in Dreiphasen-Größen: a) Signalflussplan, b) Blockdarstellung

zur Umrechnung der Statorspannungen in das K-System anstelle von Gl. (13.75) zu verwenden. Dies ist insbesondere der Fall, wenn das Bezugspotential zur Messung bzw. Berechnung einer Schaltung nicht mit dem Potential des (gedachten) Sternpunktes übereinstimmt.

$$\begin{aligned}
 U_{1\alpha} &= \frac{1}{3} (2U_{1a} - U_{1b} - U_{1c}) \\
 U_{1\beta} &= \frac{1}{\sqrt{3}} (U_{1b} - U_{1c})
 \end{aligned}
 \tag{13.79}$$

Durch diese Umrechnung hebt sich der Gleichanteil heraus.

13.2.3 Signalflussplan der stromgesteuerten Asynchronmaschine

In den meisten Antriebsanordnungen wird, aufgrund ihrer Robustheit, eine Asynchronmaschine mit einem Kurzschlußläufer, d.h. $U_{2A} = U_{2B} = 0$, eingesetzt. Der verwendete Umrichter ist zumeist mit einer Statorstromregelung ausgestattet, so daß als Modelleingangsgrößen die Statorströme und nicht mehr die Statorspannungen der Maschine von Interesse sind. Unter diesen Voraussetzungen vereinfacht sich der allgemeine Signalflussplan nach Abb. 13.7.

Der Statorfluss $\vec{\Psi}_1$ bestimmt sich nach den Gleichungen (13.71) aus den Statorströmen zu

$$\Psi_{1A} = \sigma L_1 I_{1A} + \frac{M}{L_2} \Psi_{2A} \quad (13.80)$$

$$\Psi_{1B} = \sigma L_1 I_{1B} + \frac{M}{L_2} \Psi_{2B} \quad (13.81)$$

womit sich der Signalfussplan nach Abb. 13.11 zeichnen läßt.

Die Eingangsgrößen I_{1A} und I_{1B} in das Modell der Asynchronmaschine nach Abb. 13.11 ergeben sich wie bereits im Fall der spannungsgesteuerten Asynchronmaschine aus den Dreiphasen-Größen durch eine Koordinatentransformation gemäß Abb. 13.9 mit den Eingangsgrößen I_{1a} , I_{1b} und I_{1c} . Die Ausführungen bezüglich der verschiedenen Schaltungsvarianten von Drehfeldmaschinen sind hier ebenfalls zu beachten.

Gegenüber der spannungsgesteuerten Asynchronmaschine vereinfacht sich der Signalfussplan bei stromgesteuerter Betrachtungsweise erheblich. Das Verhalten der Asynchronmaschine hat sich dadurch jedoch nicht verändert. Es ist jetzt lediglich Aufgabe der unterlagerten Statorstromregelung, daß der Umrichter die erforderliche Statorspannung an die Maschinenklemmen zur Verfügung stellt, so daß sich die entsprechenden Stator-Istströme einstellen. Zu beachten ist, daß bei begrenzter Statorspannung nur mit begrenzter Dynamik Statorstromänderungen möglich sind. Die Einprägung der Statorströme stellt an den Umrichter höhere Anforderungen als an die Einprägung der Statorspannungen, da — im Grenzfall — nahezu sprungförmige Stromänderungen erhebliche Statorspannungsamplituden erfordern würden. Für den Entwurf einer Drehzahl- und Drehmomentregelung wird das Verhalten der Stromregelung meist durch ein vereinfachtes dynamisches Übertragungsverhalten (PT_1) approximiert. Die Ströme I_{1A} und I_{1B} , die die Eingangsgrößen des Signalfussplans nach Abb. 13.11 darstellen, können also nicht sprungförmig verändert werden. Bei den folgenden Untersuchungen des dynamischen Verhaltens von Asynchronmaschinen in einem am Stator-, am Rotor- bzw. am Luftspaltfluss orientierten Koordinatensystem dient der Signalfussplan nach Abb. 13.11 als Grundlage, anhand der die weiteren Ableitungen erfolgen.

13.2.4 Stationärer Betrieb der Asynchronmaschine

Bei der Drehfeldasynchronmaschine spricht man vom stationären Betrieb, sofern die Asynchronmaschine durch ein symmetrisches Drehspannungssystem, d.h.

$$\begin{aligned} U_{1a} &= \hat{U} \cos(\Omega_1 t) \\ U_{1b} &= \hat{U} \cos(\Omega_1 t - 120^\circ) \\ U_{1c} &= \hat{U} \cos(\Omega_1 t - 240^\circ) \end{aligned}$$

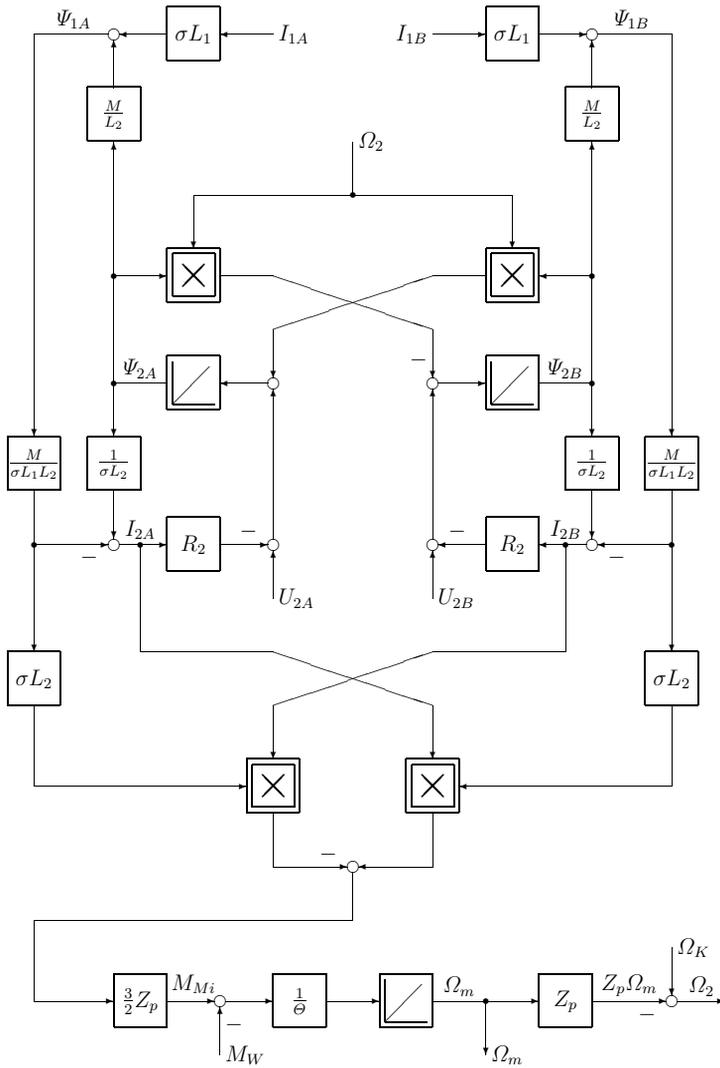


Abb. 13.11: *Signalflussplan der Asynchronmaschine mit eingepprägten Statorströmen und Kurzschlußläufer bei Verwendung des Koordinatensystems K*

gespeist und mit konstanter mechanischer Drehzahl

$$\frac{d\Omega_m}{dt} = 0$$

betrieben wird. Die Herleitung des elektrischen Ersatzschaltbildes der Asynchronmaschine erfolgt in den meisten Fällen im statorfesten Koordinatensystem (Index S oder mit $\Omega_K = 0$ im K-System), worin sich der Statorspannungsraumzeiger

durch

$$\vec{U}_1^S = \hat{U} e^{j\Omega_1 t}$$

darstellen läßt.

Ausgehend von den Flussdifferenzialgleichungen im S-System

$$\frac{d\vec{\Psi}_1^S}{dt} = -\frac{R_1}{\sigma L_1} \left(\vec{\Psi}_1^S - \frac{M}{L_2} \vec{\Psi}_2^S \right) + \vec{U}_1^S \tag{13.82}$$

$$\frac{d\vec{\Psi}_2^S}{dt} = -\frac{R_2}{\sigma L_2} \left(\vec{\Psi}_2^S - \frac{M}{L_1} \vec{\Psi}_1^S \right) + j\Omega_m Z_p \vec{\Psi}_2^S + \vec{U}_2^S \tag{13.83}$$

werden zu deren Lösung für den stationären Betriebsfall die Flüsse zu

$$\vec{\Psi}_1^S = |\vec{\Psi}_1| e^{j\Omega_1 t} e^{j\varphi_1} \tag{13.84}$$

$$\vec{\Psi}_2^S = |\vec{\Psi}_2| e^{j\Omega_1 t} e^{j\varphi_2} \tag{13.85}$$

angesetzt. Die zeitlichen Ableitungen der beiden Flüsse bestimmen sich damit zu

$$\frac{d\vec{\Psi}_1^S}{dt} = j\Omega_1 \vec{\Psi}_1^S \quad \text{und} \quad \frac{d\vec{\Psi}_2^S}{dt} = j\Omega_1 \vec{\Psi}_2^S \tag{13.86}$$

womit man durch Umformung die Maschengleichungen für den Stator- und den Rotorkreis der Maschine erhält:

Stationäres elektrisches Ersatzschaltbild

$$\vec{U}_1^S = R_1 \vec{I}_1^S + j\Omega_1 L_1 \vec{I}_1^S + j\Omega_1 M \vec{I}_2^S \tag{13.87}$$

$$\frac{\vec{U}_2^S}{s} = \frac{R_2}{s} \vec{I}_2^S + j\Omega_1 L_2 \vec{I}_2^S + j\Omega_1 M \vec{I}_1^S$$

Daraus ergibt sich für den stationären Betriebsfall ein elektrisches Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine mit Kurzschlußläufer, d.h. $\vec{U}_2 = 0$, gemäß Abb. 13.12. Die Variable s bezeichnet den sogenannten **Schlupf** der Asynchronmaschine, welcher durch

$$s = \frac{\Omega_1 - Z_p \Omega_m}{\Omega_1} \tag{13.88}$$

als bezogene Differenzdrehzahl zwischen Stator- und elektrischer Rotordrehfrequenz definiert ist. Die Eigeninduktivitäten

$$L_1 = M + L_{\sigma 1} \tag{13.89}$$

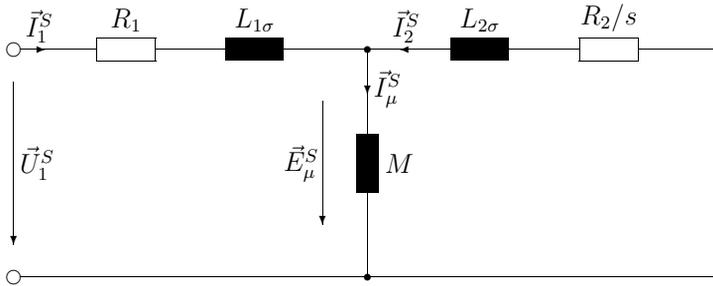


Abb. 13.12: Stationäres elektrisches Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine mit Kurzschlußläufer ($u^* = w_1/w_2 = 1$)

$$L_2 = M + L_{\sigma 2} \tag{13.90}$$

von Stator und Rotor der Maschine werden in eine jeweilige Streuinduktivität und die Koppelinduktivität M aufgeteilt, wodurch die magnetische Kopplung zwischen Stator und Rotor in der Maschine im stationären Ersatzschaltbild durch eine elektrische Kopplung ($\vec{I}_\mu^S = \vec{I}_1^S + \vec{I}_2^S$) ersetzt wird.

13.2.5 Umrechnung für Stern- und Dreieckschaltung

In der Anwendung der oben hergeleiteten Raumzeigergrößen und Signalfusspläne der Asynchronmaschine stellt sich vielfach das Problem der unterschiedlichen Schaltungsvarianten von Drehfeldmaschinen. Diese können sowohl im Stator, als auch bei ausgeführten Wicklungen im Rotor z.B. bei Großantrieben mit untersynchroner Stromrichter-kaskade (USK) in Stern- oder Dreieckschaltung betrieben werden. Wir beschränken uns bei der folgenden Betrachtung auf den Fall der Kurzschlußläufermaschine, d.h. $\vec{U}_2 = 0$ und nicht meßbare Rotorströme I_{2a} , I_{2b} und I_{2c} .

Zu Beginn dieses Kapitels wurde vorausgesetzt, daß die Maschinenparameter als Strangwerte bekannt sind. Es sind daher auch die elektrischen Eingangs- und Ausgangsgrößen in das Modell nach Abb. 13.7 und 13.8 als Stranggrößen anzusehen. Um eine Asynchronmaschine physikalisch äquivalent in einem der obigen Signalfusspläne darzustellen, müssen die meßbaren Eingangs- und Ausgangsgrößen in die zugehörigen Raumzeiger transformiert werden. In Ausnahmen müssen außerdem die Parameter der Maschine und der Phasenwinkel der Raumzeiger angepaßt werden.

Alle verwendeten Größen seien bereits Amplituden, also Spitzenwerte, und keine Effektivwerte. Zur Umrechnung siehe Kap. 13.1.2.5.

Dreieckschaltung

Bei einer Asynchronmaschine in Dreieckschaltung werden die Klemmenspannungen und -ströme auf die Strangspannungen und -ströme umgerechnet. Mit diesen

Größen wird dann ein Modell in Sternschaltung modelliert, an dessen Wicklungen die identischen Spannungen und Ströme anliegen wie am realen Motor. Damit können die auf Stranggrößen bezogenen Maschinenparameter verwendet werden.

Bei der Dreieckschaltung nach Abb. 13.13 erhält man die Strangspannungen, sofern diese nicht bereits vorliegen, als verkettete Spannungen zwischen den Leiterspannungen U_1 , U_2 und U_3 zu

$$\begin{aligned} U_{1a} &= U_1 - U_2 \\ U_{1b} &= U_2 - U_3 \\ U_{1c} &= U_3 - U_1 \end{aligned} \quad (13.91)$$

Die Spannungen U_{1a} , U_{1b} und U_{1c} bilden nun die Eingangsgrößen der Transformation nach Abb. 13.9 zur weiteren Umrechnung in einen Spannungsraumzeiger.

Auch die in den Zuleitungen gemessenen Leiterströme I_1 , I_2 und I_3 bei einer Dreieckschaltung entsprechen nicht den Strömen in den Strängen 1a, 1b und 1c der Maschine. Falls eine stromgesteuerte und symmetrisch gespeiste Asynchronmaschine betrachtet wird, sind die Strangströme als Eingangsgrößen des Modells zu verwenden. Sie lassen sich durch Anwendung der Kirchhoff'schen Regeln aus den meßbaren Leiterströmen bestimmen zu:

$$\begin{aligned} I_{1a} &= \frac{1}{3}(I_1 - I_2) \\ I_{1b} &= \frac{1}{3}(I_2 - I_3) \\ I_{1c} &= \frac{1}{3}(I_3 - I_1) \end{aligned} \quad (13.92)$$

Ebenso wie die Eingangsgrößen der Asynchronmaschine müssen auch die Ausgangsgrößen wieder in ihre physikalisch korrespondierenden Größen zurücktransformiert werden.

Da eine symmetrisch betriebene Maschine betrachtet wird, ergeben sich die Ströme an den Anschlußklemmen in Umkehrung von Gl. (13.92) zu:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_{1a} - I_{1c} \\ I_2 &= I_{1b} - I_{1a} \\ I_3 &= I_{1c} - I_{1b} \end{aligned} \quad (13.93)$$

Die Ausgangsspannungen einer stromgesteuerten Asynchronmaschine ergeben sich analog; allerdings ist diese Rücktransformation nicht eindeutig, da hierbei ein eventueller Gleichspannungsanteil verloren geht.

Sollen nicht nur das Klemmenverhalten sondern auch die inneren Vorgänge der Maschine phasenrichtig dargestellt werden, ist außerdem der Winkelversatz zwischen den Spannungsraumzeigern einer Stern- und einer Dreieckschaltung von 30° zu beachten.

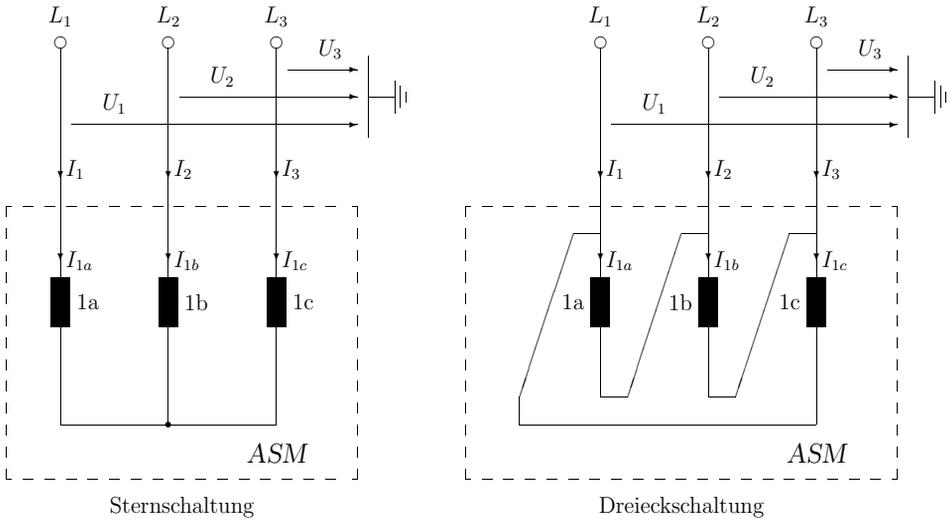


Abb. 13.13: Schaltungsvarianten von Drehfeldmaschinen

Sternschaltung

Im Falle der Sternschaltung sind die Leiterströme gleich den Strangströmen und die Leiterspannungen gleich den Strangspannungen der Maschine. Eine zusätzliche Transformation wie bei der Dreieckschaltung ist daher nur dann notwendig, wenn das speisende Spannungssystem durch verkettete Spannungen U_{12} , U_{23} und U_{31} anstelle von Leiterspannungen beschrieben ist. Die entsprechende Umrechnung erfolgt nach

$$\begin{aligned}
 U_{1a} &= \frac{1}{3}(U_{12} - U_{31}) \\
 U_{1b} &= \frac{1}{3}(U_{23} - U_{12}) \\
 U_{1c} &= \frac{1}{3}(U_{31} - U_{23})
 \end{aligned}
 \tag{13.94}$$

Umrechnung der Maschinenparameter

In vielen Fällen sind die Parameter der Asynchronmaschine bereits für eine Sternschaltung angegeben. Dann können diese **unverändert** in die hier beschriebenen Modelle eingesetzt werden.

Sind dagegen die Maschinenparameter für eine Dreieckschaltung (Index Δ) gegeben, müssen die Induktivitäten und Widerstände für die im Signalfussplan vorausgesetzte Sternschaltung ermittelt werden.

$$\begin{aligned}
 L_1 &= \frac{1}{3} L_{1\Delta} & \text{und} & & R_1 &= \frac{1}{3} R_{1\Delta} \\
 L_2 &= \frac{1}{3} L_{2\Delta} & \text{und} & & R_2 &= \frac{1}{3} R_{2\Delta}
 \end{aligned}
 \tag{13.95}$$

Beispiel

Als Fortsetzung des Beispiels in Kap. 13.1.2.5 soll die darin angenommene Asynchronmaschine in Dreieckschaltung mit Spannungssteuerung modelliert werden. Dabei werden die notwendigen Umrechnungen für eine Phase gezeigt.

Die verkettete Eingangsspannung an Wicklung 1a ist durch die Spannung des Netzes bereits gegeben und beträgt

$$U_{1a} = |\vec{U}_1^S| = 327 \text{ V}$$

Die Statorspannungen U_{1a} , U_{1b} und U_{1c} werden über die Transformation in Abb. 13.9 in einen Spannungsraumzeiger (U_{1A}, U_{1B}) umgerechnet, der die Eingangsgröße des Modells in Abb. 13.7 bildet.

Der Statorstromzeiger (I_{1A}, I_{1B}) wird über eine Transformation nach Abb. 13.10 wieder in Stranggrößen I_{1a} , I_{1b} und I_{1c} zurückgewandelt. Die Ströme I_1 , I_2 und I_3 an den Anschlußklemmen des Motors erhält man schließlich über die Umrechnung in Gl. (13.93).

$$I_1 = I_{1a} - I_{1c}$$

Die übrigen Ströme errechnen sich analog.

13.3 Steuerverfahren der Asynchronmaschine

Wie bereits in [57–61] beschrieben, gibt es für die drehzahlvariable Asynchronmaschine drei grundlegende Steuerverfahren. Diese sind durch die Orientierung des allgemeinen Koordinatensystems (Index K)

- am Statorfluss, d.h. $\Psi_{1A} = |\vec{\Psi}_1|$ und $\Psi_{1B} = 0$
- am Rotorfluss, d.h. $\Psi_{2A} = |\vec{\Psi}_2|$ und $\Psi_{2B} = 0$
- am Luftspaltfluss, d.h. $\Psi_{\mu A} = |\vec{\Psi}_\mu|$ und $\Psi_{\mu B} = 0$

gekennzeichnet und werden in den nachfolgenden Abschnitten eingehend beschrieben, wobei stets von einer Maschine mit Kurzschlußläufer ($U_{2A} = U_{2B} = 0$) ausgegangen wird.

Bevor die einzelnen Steuerverfahren genauer betrachtet werden, ist es sinnvoll, sich in diesem Zusammenhang die Verkettung der verschiedenen Maschinenflüsse anzusehen. Der Stator- und der Rotorfluss der Maschine stellen die wesentlichen Bezugsgrößen bei der Orientierung des Koordinatensystems K dar. Abbildung 13.14 veranschaulicht die Bedeutung dieser Flüsse. Wie daraus leicht zu erkennen ist, erzeugt der Statorstrom zusammen mit dem Rotorstrom den Statorfluss Ψ_1 , der sich wiederum in einen Luftspaltfluss Ψ_μ und einen Statorstreuffluss aufteilt. Ebenso kann der Rotorfluss Ψ_2 in den Luftspaltfluss und den Rotorstreuffluss aufgeteilt werden. Der Luftspaltfluss, d.h. die magnetische

Kopplung von Stator- und Rotorkreis, ist für die Drehmomenterzeugung von entscheidender Bedeutung.

Diese anschauliche Darstellung hat im Signalfussplan und natürlich auch im stationären Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine, siehe Abb. 13.12, ihre Entsprechung. Die Stator- und die Rotorinduktivität können, wie bereits erläutert wurde, in eine Hauptinduktivität M und eine jeweilige Streuinduktivität aufgeteilt werden. Die Spannungsabfälle an den Streuinduktivitäten verringern die an der Hauptinduktivität anstehende Spannung und damit den verfügbaren Luftspaltfluss. In [57–61] wurden ausführlich die Steuerverfahren und Signalfusspläne bei eingprägter Spannung bzw. bei eingprägtem Strom vorgestellt, wobei das Koordinatensystem K am Stator- oder am Rotorfluss orientiert ist. Aufgrund dieser ausführlichen Darstellung in [57–61] soll hier nur noch der Signalfussplan bei eingprägter Statorspannung und Statorflussorientierung (Kap. 13.3.1) und der Signalfussplan bei eingprägten Statorströmen und Rotorflussorientierung (Kap. 13.3.2) dargestellt werden.

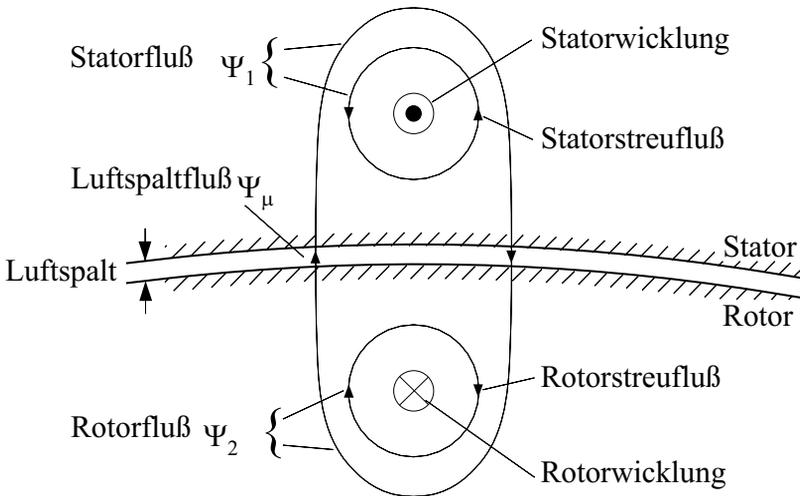


Abb. 13.14: Schematische Darstellung der Flussverkettenungen

13.3.1 Signalfussplan bei Statorflussorientierung

Bei dem ersten Steuerverfahren dient der Statorfluss zur Orientierung des freien Koordinatensystems K , d.h. die A -Achse des Koordinatensystems K und der flussraumzeiger $\vec{\Psi}_1$ fallen zusammen.

$$\Psi_{1A} = |\vec{\Psi}_1| \tag{13.96}$$

$$\Psi_{1B} = 0 \tag{13.97}$$

$$\frac{d\Psi_{1B}}{dt} = 0 \quad (13.98)$$

Nachdem nun die Lage des Koordinatensystems K festgelegt ist, kann der Signalfussplan für dieses Steuerverfahren abgeleitet werden. Hierzu setzt man obige Bedingungen in die beschreibenden Gleichungen (13.71) der Asynchronmaschine ein. Aus der allgemeinen Beziehung für die zeitliche Ableitung von Ψ_{1B} folgt unmittelbar die Steuerbedingung

$$U_{1B} = \underbrace{\Omega_K \Psi_{1A}}_{\text{Leerlaufeinfluss}} - \underbrace{\frac{R_1 M}{\sigma L_1 L_2} \Psi_{2B}}_{\text{Momenteneinfluss}} \quad (13.99)$$

$$\Omega_K = \frac{1}{\Psi_{1A}} \left(\frac{R_1 M}{\sigma L_1 L_2} \Psi_{2B} + U_{1B} \right)$$

Diese legt die Umlaufgeschwindigkeit Ω_K des Koordinatensystems K und damit die Spannung U_{1B} so fest, daß $\Psi_{1B} = 0$ dynamisch gewährleistet ist. Wie man dem Signalfussplan in Abb. 13.15 entnimmt und wie in [9] ausführlich abgeleitet, ist U_{1A} die Spannung, die den Fluss Ψ_{1A} steuert (z.B. Feldschwächung) und die Spannung U_{1B} folgt aus der Steuerbedingung in Gl. (13.99). Der Rotorfluss Ψ_{2A} bzw. Ψ_{2B} baut sich mit der Zeitkonstanten $T_{2K} = \sigma L_2 / R_2$ auf. Das innere Moment M_{Mi} der Maschine kann somit über Ω_2 mit der Zeitkonstanten T_{2K} für die Veränderung von Ψ_{2B} eingestellt werden. Allerdings müssen bei eingepprägten Spannungen U_{1A} und U_{1B} die Rückkopplungen des Rotorkreises auf den Statorkreis beachtet werden. Zudem sind an die statische und insbesondere an die dynamische Verstellbarkeit insbesondere von U_{1B} hohe Anforderungen zu stellen, um $\vec{\Psi}_1 = \Psi_{1A}$ und damit $\Psi_{1B} = 0$, d.h. die Bedingung für Statorflussorientierung, einzuhalten. Dies gilt insbesondere dann, wenn die Zeitkonstante T_{2K} klein ist und aufgrund der Darstellung von Ω_2 sich Ψ_{2B} schnell ändert.

13.3.2 Signalfussplan bei Rotorflussorientierung

Als Basis für weitere Überlegungen und aufgrund der großen Bedeutung der Rotorfluss-Orientierung sollen die entscheidenden Gleichungen schrittweise hergeleitet werden. Hierzu setzt man die Voraussetzungen

$$\Psi_{2A} = |\vec{\Psi}_2| \quad (13.100)$$

$$\Psi_{2B} = 0 \quad (13.101)$$

$$\frac{d\Psi_{2B}}{dt} = 0 \quad (13.102)$$

welche die Orientierung des Koordinatensystems K am Rotorfluss $\vec{\Psi}_2$ beschreiben (siehe auch Abb. 13.16), in die allgemeinen Systemgleichungen (13.71) der Asynchronmaschine ein.

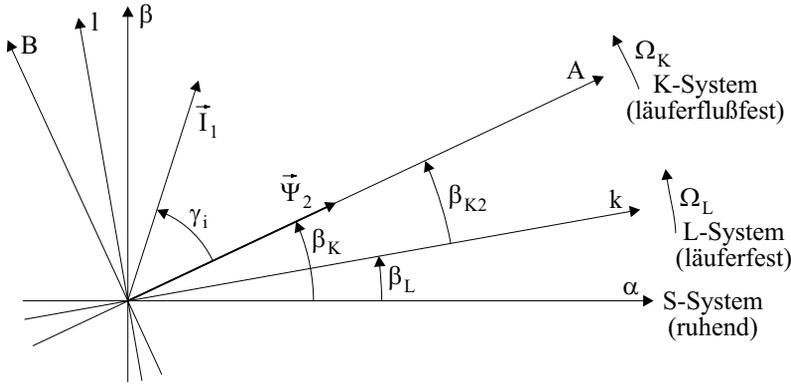


Abb. 13.16: Koordinatensysteme bei Rotorflussorientierung

Die Betrachtungen erfolgen rein mathematisch abstrakt anhand der allgemeinen Systemgleichungen. Später werden die daraus erhaltenen Erkenntnisse anschaulich dargestellt.

Als Maschineneingangsgrößen werden die Statorstromkomponenten I_{1A} und I_{1B} betrachtet. Die Maschine habe einen Kurzschlußläufer, d.h. $\vec{U}_2 = 0$. Den Ausgangspunkt der Überlegungen bilden die sich unmittelbar ergebenden Beziehungen für die Maschinenströme im K-System.

$$\begin{aligned}
 I_{1A} &= \Psi_{1A} \frac{1}{\sigma L_1} - \Psi_{2A} \frac{M}{\sigma L_1 L_2} \\
 I_{1B} &= \Psi_{1B} \frac{1}{\sigma L_1} \\
 I_{2A} &= \Psi_{2A} \frac{1}{\sigma L_2} - \Psi_{1A} \frac{M}{\sigma L_1 L_2} \\
 I_{2B} &= -\Psi_{1B} \frac{M}{\sigma L_1 L_2}
 \end{aligned}$$

Aus der Gleichung für die Ableitung der imaginären Komponente $\Psi_{2B}/dt = 0$ des Rotorflusses

$$0 = \frac{R_2 M}{\sigma L_1 L_2} \Psi_{1B} - \Omega_2 \Psi_{2A} \tag{13.103}$$

folgt durch einfache Umformung mit

$$\Psi_{1B} = \sigma L_1 I_{1B} \tag{13.104}$$

die Steuerbedingung

$$\Omega_2 = \frac{R_2 M}{L_2} \cdot \frac{I_{1B}}{\Psi_{2A}} \tag{13.105}$$

$$\Omega_K = \Omega_2 + Z_p \Omega_m \quad (13.106)$$

welche die aktuelle Umlaufgeschwindigkeit Ω_K des K-Systems festlegt, so daß die Annahme $\Psi_{2B} = 0$ dynamisch gewährleistet ist. Im nächsten Schritt wird das Verhalten des Rotorflusses $\vec{\Psi}_2^K = \Psi_{2A}$ betrachtet. Hierzu setzen wir in die bereits bekannte Beziehung

$$\frac{d\Psi_{2A}}{dt} = -\frac{R_2}{\sigma L_2} \left(\Psi_{2A} - \frac{M}{L_1} \Psi_{1A} \right) + \Omega_2 \Psi_{2B} \quad (13.107)$$

die im Falle der Rotorflussorientierung gültigen Vereinfachungen ein.

$$\Psi_{2B} = 0 \quad (13.108)$$

$$\Psi_{1A} = \sigma L_1 I_{1A} + \frac{M}{L_2} \Psi_{2A} \quad (13.109)$$

Als Ergebnis erhalten wir für den Rotorfluss

$$T_2 \frac{d\Psi_{2A}}{dt} + \Psi_{2A} = M I_{1A} \quad (13.110)$$

mit der Rotorzeitkonstante der Asynchronmaschine

$$T_2 = \frac{L_2}{R_2} \quad (13.111)$$

Es muß nun noch das innere Moment der Maschine im am Rotorfluss orientierten Koordinatensystem bestimmt werden. Dies kann aus der Beziehung

$$M_{Mi} = \frac{3}{2} \frac{M}{L_2} Z_p \operatorname{Im} \left\{ \vec{\Psi}_2^{*K} \vec{I}_1^K \right\} \quad (13.112)$$

durch Einsetzen von $\vec{\Psi}_2^{*K} = \Psi_{2A}$ und $\vec{I}_1^K = I_{1A} + j I_{1B}$ zu

$$M_{Mi} = \frac{3}{2} Z_p \frac{M}{L_2} \Psi_{2A} I_{1B} \quad (13.113)$$

bestimmt werden. Bei Orientierung des Koordinatensystems K am Rotorfluss und bei Verwendung der Statorströme als Eingangsgrößen lassen sich somit die beschreibenden Gleichungen der Asynchronmaschine bei Stromsteuerung wie folgt zusammenfassen.

Asynchronmaschine bei Rotorfluss-Orientierung

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_{2A}}{dt} &= \frac{R_2}{L_2} (M I_{1A} - \Psi_{2A}) \\ \Omega_2 &= \frac{R_2 M}{L_2} \cdot \frac{I_{1B}}{\Psi_{2A}} \\ M_{Mi} &= \frac{3}{2} Z_p \frac{M}{L_2} \Psi_{2A} I_{1B} \\ \frac{d\Omega_m}{dt} &= \frac{1}{\Theta} (M_{Mi} - M_W) \end{aligned} \quad (13.114)$$

Die erste Gleichung besagt, daß der Rotorfluss (d.h. seine Amplitude) über eine Verzögerung 1. Ordnung (rückgekoppelter Integrierer) durch die Stromkomponente I_{1A} eingestellt werden kann. Die dritte Gleichung zeigt, daß bei konstantem Fluss das Drehmoment **verzögerungsfrei** über die Stromkomponente I_{1B} steuerbar ist.

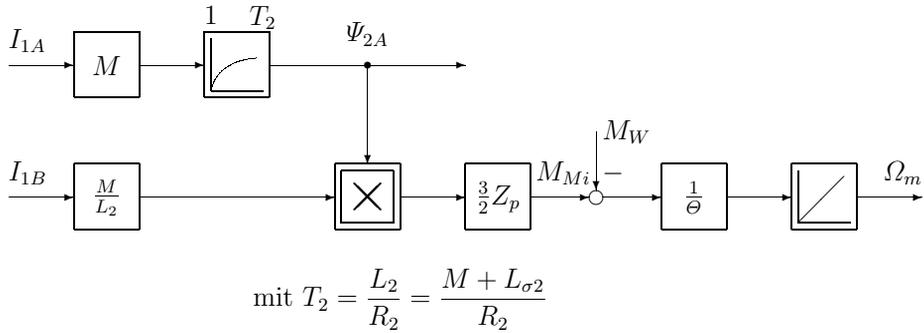


Abb. 13.17: *Signalflussplan der Asynchronmaschine bei rotorflussfestem Koordinatensystem K und eingprägten Statorströmen als Eingangsgrößen*

Diese Zusammenhänge sind im Signalflussplan nach Abb. 13.17 dargestellt, welcher das dynamische Verhalten der Asynchronmaschine im rotorflussfesten Koordinatensystem K beschreibt. Die Einprägung der Statorstromkomponenten I_{1A} und I_{1B} wird z.B. durch einen Wechselrichter mit eingprägtem Strom oder einen Wechselrichter mit eingprägter Spannung und einer zusätzlichen Stromregelung (siehe auch Kap. 14) realisiert.

Bei der Betrachtung des Signalflussplans treten Analogien zur Gleichstromnebenschlußmaschine auf, sofern man sich die Stromkomponente I_{1A} als Erregerstrom I_E , bzw. als Erregerspannung U_E und die Stromkomponente I_{1B} als Ankerstrom I_A denkt. Wie bei der Gleichstromnebenschlußmaschine kann mit I_{1B} ($\cong I_A$) — bei konstantem Fluss Ψ_{2A} — ohne Verzögerung das Drehmoment M_{Mi} gesteuert werden. Die Vereinfachung im Signalflussplan ist auch im stationären Fall beim T-Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine nach Abb. 13.12 (siehe auch [57–61]) erkennbar.

Nachdem nun der Signalflussplan der Asynchronmaschine im rotorflussorientierten Koordinatensystem vorliegt, müssen dessen Eingangsgrößen I_{1A} und I_{1B} in die Statorströme $I_{1\alpha}$ und $I_{1\beta}$ der Maschine, d.h. in das statorfeste Koordinatensystem transformiert werden. Hierzu benutzt man die Steuerbedingung aus der zweiten Gleichung von (13.114), welche die Relativgeschwindigkeit zwischen der elektrischen Rotorgeschwindigkeit ($\Omega_L = Z_p \Omega_m$) und der Drehfrequenz des Koordinatensystems K festlegt.

Mit Hilfe der bereits bekannten und in Abb. 13.16 dargestellten Beziehungen

$$\Omega_L = \frac{d\beta_L}{dt} \quad \text{und} \quad \Omega_2 = \frac{d\beta_{K2}}{dt}$$

sowie mit

$$\vec{I}_1^K = \vec{I}_1^S e^{-j\beta_K}$$

erfolgt in Block $\boxed{3/AB}$ die komponentenweise Transformation der Eingangsströme I_{1a} , I_{1b} und I_{1c} der Maschine gemäß Abb. 13.9 in das rotorflussfeste Koordinatensystem. Damit läßt sich der vollständige Signalfussplan der Asynchronmaschine im betrachteten Koordinatensystem K nach Abb. 13.18 zeichnen.

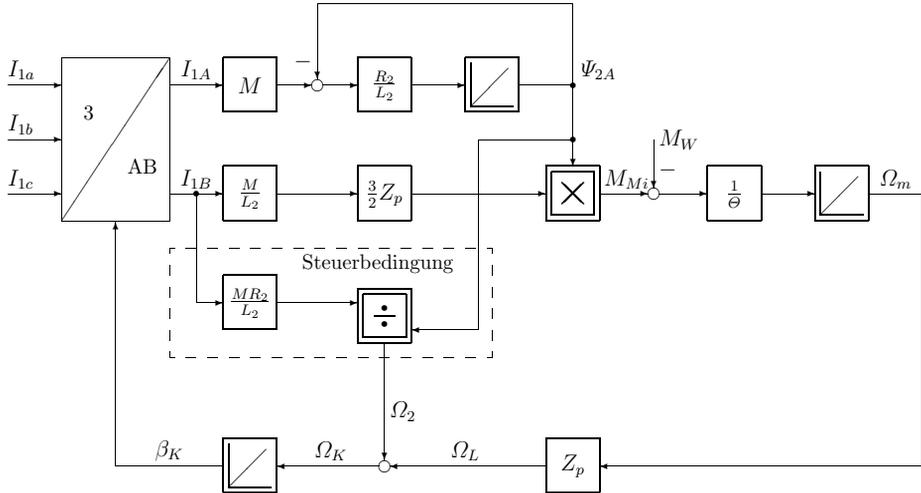


Abb. 13.18: *Signalfussplan der Asynchronmaschine bei rotorflussorientiertem Koordinatensystem K und den Statorströmen als Eingangsgrößen*

Der so erhaltene Signalfussplan ist äquivalent zu der bekannten von Blaschke [278, 279] verwendeten Darstellung. Die Darstellungen von Hasse [308] und Blaschke lassen sich direkt ineinander überführen. Wesentlich ist, wie bereits erwähnt, daß die beiden Maschinengrößen Fluss und Drehmoment **voneinander unabhängig** durch die Flussparallele bzw. die flusssenkrechte Komponente des Statorstromes I_{1A} bzw. I_{1B} eingestellt werden können.

Die bisherigen Aussagen wurden abstrakt aus mathematischen Umformungen des Gleichungssystems (13.71) gewonnen. Im folgenden sollen diese Erkenntnisse unter der Annahme, daß keine Streuflüsse entstehen, veranschaulicht werden. Dies bedeutet, daß in diesem idealisierten Fall Stator-, Rotor- und Luftspaltfluss gleich sind, d.h. $\vec{\Psi} = \vec{\Psi}_1 = \vec{\Psi}_2 = \vec{\Psi}_\mu$. Betrachtet man des weiteren nur stationäre Zustände, so bietet sich als eine Möglichkeit zur Veranschaulichung der feldorientierten Darstellung der Asynchronmaschine der Vergleich mit einer idealisierten Gleichstromnebenschlußmaschine nach Abb. 13.19a an.

Im Stator sind zwei aufeinander senkrecht stehende Wicklungen **I** und **II** angeordnet. Wicklung **I** erzeugt den Fluss Ψ in der Maschine, der aus den hier waagrecht verlaufenden Feldlinien besteht. Der Fluss Ψ und der zugehörige Strom I_1 sind in Teilbild b) durch Raumzeiger in der entsprechenden Richtung

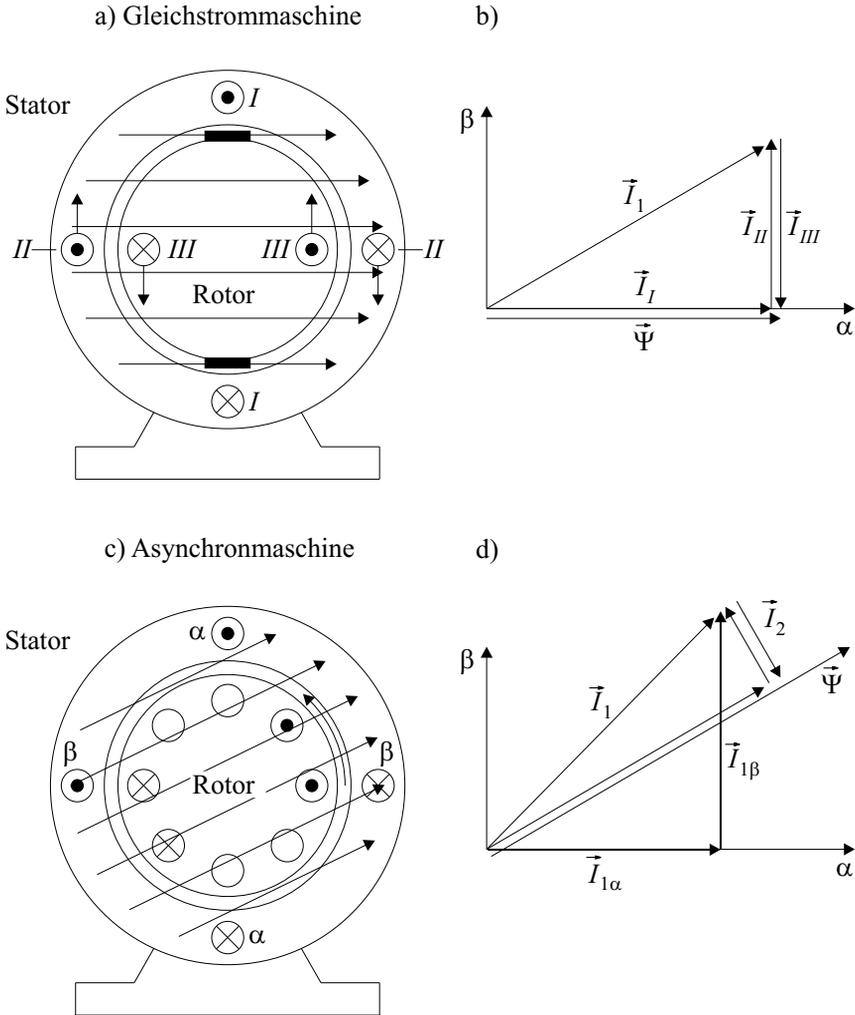


Abb. 13.19: Vergleichende Betrachtung von Gleichstrommaschine und Asynchronmaschine: a) Aufbau der Gleichstrommaschine, b) Zeigerdiagramm, c) Aufbau der Asynchronmaschine, d) Zeigerdiagramm

(auf der Wicklungsebene senkrecht stehend) dargestellt. Die rotierende Rotorwicklung **III**, die vom Ankerstrom I_{III} durchflossen wird, wirkt wegen des Kommutators ebenfalls wie eine feststehende Wicklung, die in einer waagerechten Ebene (parallel zu den Feldlinien von Ψ) liegt. Der Raumzeiger \vec{I}_{III} weist mit den angenommenen Stromrichtungen senkrecht nach unten. Wicklung **II** ist eine Kompensationswicklung, die vom Strom $I_{II} = -I_{III}$ durchflossen wird. Sie kompensiert damit die Feldänderung, die vom Ankerstrom I_{III} erzeugt würde. Die bei-

den Stromraumzeiger \vec{I}_I und \vec{I}_{II} kann man sich zu einem Statorstromraumzeiger \vec{I}_I zusammengefaßt denken.

Ein Strom durch die Ankerwicklung (Rotorwicklung) bewirkt zusammen mit dem Feld $\vec{\Psi}$ eine Lorenz-Kraft (Rechte-Hand-Regel) auf den Leiter in der angegebenen Pfeilrichtung. Die Summe der Kräfte bewirkt ein Drehmoment auf die Wicklung und damit auf den Rotor. Eine entgegengesetzte Kraftwirkung (actio = reactio) entsteht auf die mit dem Stator fest verbundene Wicklung **II**. Aufgrund der Eigenschaften der Lorenz-Kraft bewirkt also die flusssenkrechte Komponente I_{II} des Statorstromraumzeigers \vec{I}_I direkt das Drehmoment. Die flussparallele Komponente I_I erzeugt den Fluss. Die beiden Stromkomponenten sind bei der Gleichstrommaschine von außen getrennt vorgebar.

Bei der Asynchronmaschine mit Käfigrotor liegen die Verhältnisse etwas anders. Die Rotorwicklungen sind von außen nicht zugänglich. Rotorströme werden lediglich durch Induktion, das heißt hier durch die Bewegung des Feldes relativ zum Rotor verursacht — es ist also ein *Schlupf* notwendig. Die Bewegung des Feldes (Drehfeld) entsteht durch Speisung der Statorwicklungen α , β (der orthogonal gedachte Ersatz einer dreisträngigen Wicklung) mit sinusförmigen, um 90° phasenverschobenen Strömen. Das rotierende Gesamtfeld resultiert aus der Wirkung von Stator- und Rotorströmen. Abbildung 13.19c zeigt eine Momentaufnahme der möglichen Feldlinienrichtung bei der angenommenen Stromverteilung, die zum Flussraumzeiger $\vec{\Psi}$ in Teilbild d) führt. Die induzierten Rotorströme werden sich in den einzelnen Leitern des Rotorkäfigs um so stärker ausbilden, je größer die Relativbewegung des jeweiligen Leiters zum Feld ist. Es ergibt sich die in Teilbild c) gezeigte Stromverteilung. Der resultierende Rotorstromzeiger \vec{I}_2 steht auf dem momentanen Feldvektor senkrecht (Die Flussamplitude ist dabei als konstant angenommen, d.h. keine Feldänderung in flussparalleler Richtung; siehe auch Abb. 13.18), und erzeugt damit das Drehmoment. Die Verhältnisse sind somit gleich wie oben bei der Gleichstrommaschine. Die flussparallele Komponente des Statorstromes bestimmt die Flussamplitude. Die flusssenkrechte Komponente kompensiert die Wirkung des Rotorstromes auf das Feld und hängt damit direkt mit dem Drehmoment zusammen. Damit ergeben sich also auf anschaulichem Wege die selben Aussagen, die oben theoretisch hergeleitet wurden.

13.3.3 Signalfussplan bei Luftspaltflussorientierung

Die Überlegungen im vorherigen Kapitel bezogen sich auf eine Darstellung der Asynchronmaschine in einem am Rotorfluss $\vec{\Psi}_2$ orientierten Koordinatensystem. Um diese Methodik zur Regelung der Maschine auszunutzen — siehe auch Kap. 13.4.4 — ist die Kenntnis des Rotorflusses notwendig. Meßtechnisch läßt sich jedoch lediglich der Luftspaltfluss $\vec{\Psi}_\mu$ erfassen, daher ist eine Schätzung des Rotorflusses durch Modelle wie z.B. Parallelmodelle, siehe auch Kap. 13.5, erforderlich. In der Literatur gibt es daher auch Ansätze für Regelverfahren, die auf der Orientierung des Koordinatensystems K am Luftspaltfluss beruhen.

Bevor das Verhalten der Asynchronmaschine bei Orientierung des Koordinatensystems K am Luftspaltfluss aus den Grundgleichungen (13.71) abgeleitet wird, soll hier als Einführung in die Problematik der Luftspaltflussorientierung eine weitere anschauliche Betrachtungsweise der Asynchronmaschine erläutert werden.

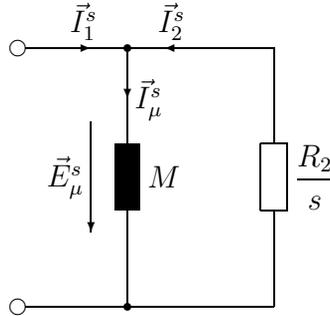


Abb. 13.20: Stationäres Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine bei Stromeinprägung und vernachlässigter Rotorstreuung im statorfesten Koordinatensystem S

Zu diesem Zweck betrachtet man das stationäre Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine nach Abb. 13.12. Bei Vernachlässigung der Streuung im Stator ($L_{\sigma 1}$) und im Rotor ($L_{\sigma 2}$) der Maschine und Stromeinprägung im Stator vereinfacht sich das Ersatzschaltbild zu Abb. 13.20. Die Variable s beschreibt darin den Schlupf der Maschine nach Gl. (13.88). Ausgehend von dem eingepprägten Statorstromraumzeiger \vec{I}_1^S wird im idealen Leerlauf, d.h. $s = 0$, der Statorstrom gleich dem Magnetisierungsstrom \vec{I}_μ^S . Der Flussraumzeiger $\vec{\Psi}_\mu^S$ des Luftspaltflusses liegt in diesem Fall in Richtung des Statorstromraumzeigers \vec{I}_1^S . Wird ein Lastmoment abgegeben, d.h. $s \neq 0$, so ist hierzu ein Rotorstrom \vec{I}_2^S erforderlich, welcher bei Vernachlässigung der Rotorstreuung ($L_{\sigma 2} = 0$) bezüglich der inneren Maschinenspannung \vec{E}_μ^S ein reiner Wirkstrom ist. Der Rotorstromzeiger \vec{I}_2^S steht senkrecht zum Flussstromzeiger \vec{I}_μ^S und ist für die Drehmomenterzeugung ausschlaggebend. Der Statorstromraumzeiger $\vec{I}_1^S = \vec{I}_\mu^S - \vec{I}_2^S$ teilt sich somit in einen flussbildenden Stromanteil \vec{I}_μ^S und einen drehmomentbildenden Stromanteil $-\vec{I}_2^S$ auf.

Die beiden Raumzeiger \vec{I}_μ^S und \vec{I}_2^S bilden, siehe auch in Abb. 13.21, ein rechtwinkliges Dreieck. Die Stromaufteilung hängt vom aktuellen Schlupf s ab. Bei idealem Leerlauf P_0 ist $\gamma_i = 0$, bei Nennleistung P_N ergibt sich $\gamma_i = \gamma_{iN}$. Der Zusammenhang zwischen dem Schlupf s und dem Winkel γ_i ist im stationären Betriebsfall durch Umformung aus der Spannungsmaschengleichung

$$\vec{I}_2^S \frac{R_2}{s} = -\vec{E}_\mu^S = -j\Omega_1 M \vec{I}_\mu^S \tag{13.115}$$

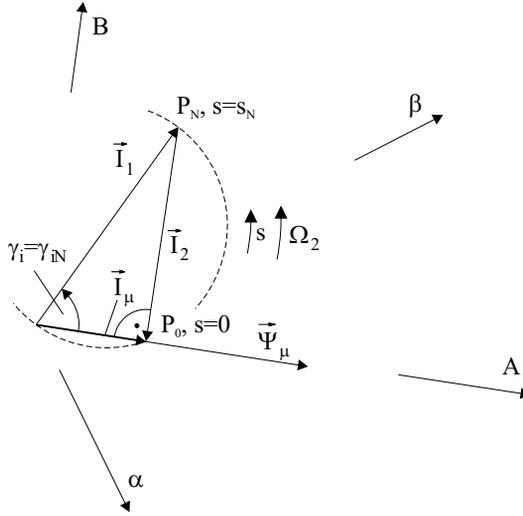


Abb. 13.21: Stromortskurven der Stromraumzeiger bei Statorstromeinprägung und vernachlässigter Rotorstreuung

zu bestimmen. Mit der Beziehung

$$\Omega_2 = s\Omega_1 \tag{13.116}$$

ergibt sich unmittelbar $\tan \gamma_i$ zu

$$\tan \gamma_i = \frac{|\vec{I}_2^S|}{|\vec{I}_\mu^S|} = \frac{M}{R_2} \Omega_2 \tag{13.117}$$

An dieser Stelle soll auch darauf hingewiesen werden, daß sich der Rotorwiderstand R_2 und damit auch der Winkel γ_i bei Erwärmung im Betrieb der Maschine temperaturabhängig verändern.

Als nächstes wird das Drehmoment der Maschine in Abhängigkeit von γ_i bestimmt. Ausgehend von der allgemeinen Beziehung in Gl. (13.47)

$$M_{Mi} = -\frac{3}{2} Z_p \operatorname{Im} \left\{ \vec{\Psi}_2^* \vec{I}_2 \right\}$$

sowie der Voraussetzung

$$L_{\sigma 2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{\Psi}_2 = \vec{\Psi}_\mu = M \vec{I}_\mu \tag{13.118}$$

ergibt sich unmittelbar

$$M_{Mi} = -\frac{3}{2} Z_p M \operatorname{Im} \left\{ \vec{I}_\mu^* \vec{I}_2 \right\} \tag{13.119}$$

und mit $\vec{I}_2 = -j\vec{I}_\mu \tan \gamma_i$ sowie den geometrischen Beziehungen in Abb. 13.21 vereinfacht zu

$$M_{Mi} = \frac{3}{2} Z_p M |\vec{I}_1|^2 \frac{\sin(2\gamma_i)}{2} \quad (13.120)$$

Das Drehmoment wird bei vorgegebener Statorstromamplitude bei einem Winkel von $\gamma_i = 45^\circ$ zwischen Magnetisierungs- und Rotorstromzeiger maximal. Die Auslegung der Asynchronmaschine erfolgt im allgemeinen auf einen kleinen Magnetisierungsstrom (30 % des Nennstroms) hin, so daß im Nennbetrieb $\gamma_{iN} > 45^\circ$ ist. Bei Feldschwächbetrieb ergeben sich noch größere Winkel γ_i . Aus diesen Überlegungen ergibt sich, daß bei normal ausgelegten Maschinen ($\gamma_{iN} > 45^\circ$) und lediglich Einprägung der Statorstromamplitude der Motor im abfallenden Bereich der Drehmomentkennlinie für steigendes γ_i betrieben wird, d.h. im instabilen Bereich. Um einen stabilen Arbeitspunkt zu erhalten, muß damit neben der Statorstromamplitude z.B. die Schlupffrequenz eingepreßt werden.

Nach anschaulichen Betrachtungen des stationären Verhaltens der Asynchronmaschine wird im folgenden das dynamische Verhalten in einem am Luftspaltfluss orientierten Koordinatensystem untersucht und wie bereits bei der Orientierung am Rotorfluss ein Signalflussplan abgeleitet. Wie aus vorigen Abschnitten bekannt ist, bestimmt sich der Luftspaltfluss in der Asynchronmaschine allgemein zu:

$$\vec{\Psi}_\mu = M(\vec{I}_1 + \vec{I}_2). \quad (13.121)$$

Diese Grundbeziehung und die Voraussetzungen

$$\Psi_{\mu A} = |\vec{\Psi}_\mu| \quad (13.122)$$

$$\frac{d\Psi_{\mu B}}{dt} = 0 \quad (13.123)$$

$$\Psi_{\mu B} = 0 \quad (13.124)$$

für die Orientierung des Koordinatensystems K am Luftspaltfluss werden in Gl. (13.64) bzw. (13.71) eingesetzt. Daraus ergibt sich durch Umformung die komplexe Differentialgleichung für den Luftspaltfluss $\vec{\Psi}_\mu$:

$$\frac{L_2}{R_2} \frac{d\vec{\Psi}_\mu^K}{dt} + \vec{\Psi}_\mu^K = M\vec{I}_1^K - j\Omega_2 \frac{L_2}{R_2} \vec{\Psi}_\mu^K + L_{\sigma 2} \frac{M}{R_2} \left(\frac{d\vec{I}_1^K}{dt} + j\Omega_2 \vec{I}_1^K \right) \quad (13.125)$$

Durch Aufspaltung der obigen Gleichungen in Real- und Imaginärteil ergeben sich die gültigen Beziehungen für die Darstellung der Asynchronmaschine im luftspaltflussorientierten Koordinatensystem:

Asynchronmaschine bei Luftspaltfluss-Orientierung

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi_{\mu A}}{dt} &= \frac{R_2}{L_2} \left(M I_{1A} - \Psi_{\mu A} + L_{\sigma 2} \frac{M}{R_2} \left(\frac{dI_{1A}}{dt} - \Omega_2 I_{1B} \right) \right) \\ \Omega_2 &= \frac{M}{L_2} \cdot \frac{R_2 I_{1B} + L_{\sigma 2} \frac{dI_{1B}}{dt}}{\Psi_{\mu A} - L_{\sigma 2} \frac{M}{L_2} I_{1A}} \\ M_{Mi} &= \frac{3}{2} Z_p \Psi_{\mu A} I_{1B} \end{aligned} \quad (13.126)$$

Die zweite Gleichung beschreibt dabei — analog zu den Überlegungen bei der Rotorflussorientierung — die Steuerbedingung und legt durch

$$\Omega_K = \Omega_2 + Z_p \Omega_m \quad (13.127)$$

wiederum die Umlaufgeschwindigkeit des K-Systems fest, so daß $\Psi_{\mu B} = 0$ dynamisch gewährleistet ist. Die Beziehung für das innere Moment M_{Mi} der Maschine bestimmt sich durch elementare Umformung aus:

$$\begin{aligned} M_{Mi} &= \frac{3}{2} Z_p \operatorname{Im} \left\{ \vec{\Psi}_1^* \vec{I}_1 \right\} \\ &= \frac{3}{2} Z_p \operatorname{Im} \left\{ (L_{\sigma 1} \vec{I}_1 + \vec{\Psi}_\mu)^* \vec{I}_1 \right\} \\ &= \frac{3}{2} Z_p \Psi_{\mu A} I_{1B} \end{aligned} \quad (13.128)$$

Ein Vergleich mit den entsprechenden Gleichungen bei der Orientierung des Koordinatensystems K am Rotorfluss ergibt, daß auch bei Luftspaltflussorientierung und konstantem Fluss $\Psi_{\mu A}$ das Drehmoment M_{Mi} der Maschine verzögerungsfrei durch die flusssenkrechte Statorstromkomponente I_{1B} eingestellt werden kann. Die Flussdifferentialgleichung zeigt allerdings, daß der Luftspaltfluss nicht nur von der flussparallelen Statorstromkomponente I_{1A} , sondern auch von der flusssenkrechten Komponente I_{1B} abhängig ist. Die Entkopplung, d.h. die unabhängige Einstellbarkeit, von Fluss und Drehmoment ist daher im Falle der Orientierung des K-Systems an $\vec{\Psi}_\mu$ nicht mehr gegeben. Auch die Steuerbedingung, d.h. Ω_2 , errechnet sich vergleichsweise aufwendiger gegenüber der Rotorflussorientierung.

Aus den abgeleiteten Gleichungen läßt sich wiederum ein Signalflussplan zeichnen, welcher in Abb. 13.22 dargestellt ist. Daraus ist zu erkennen, daß im

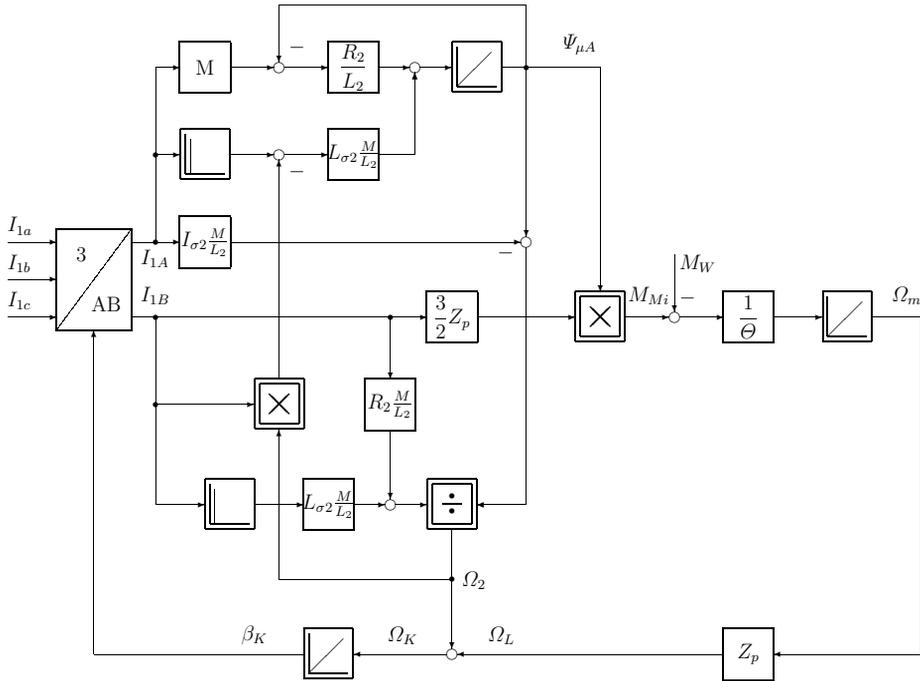


Abb. 13.22: *Signalflussplan der Asynchronmaschine bei Orientierung des Koordinatensystems K am Luftspaltfluss $\vec{\Psi}_\mu$ und Stromeinprägung*

Falle vernachlässigter Rotorsteuerung, d.h. $L_{\sigma 2} = 0$, der Luftspaltfluss gleich dem Rotorfluss wird, d.h. $\Psi_2 = \vec{\Psi}_\mu$, und somit die Darstellung nach Abb. 13.22 in die Darstellung nach Abb. 13.18 übergeht. Wesentlich ist, daß im Gegensatz zur Rotorflussorientierung bei Luftspaltflussorientierung die Größen Drehmoment und fluss nicht voneinander unabhängig beeinflussbar sind.

Zusammenfassung

Nachdem die Signalflusspläne für die drei Steuerverfahren

- Orientierung des Koordinatensystems K am Statorfluss
- Orientierung des Koordinatensystems K am Rotorfluss
- Orientierung des Koordinatensystems K am Luftspaltfluss

mathematisch abgeleitet und durch Vergleiche mit einer Gleichstromneben-schlußmaschine anschaulich gemacht wurden, sollen die wesentlichen Ergebnisse nochmals kurz zusammengefaßt werden.

Generell läßt sich festhalten, daß der Signalflussplan der Asynchronmaschine bei der Orientierung des Koordinatensystems K am Rotorfluss $\vec{\Psi}_2$ und

Statorstromeinprägung am einfachsten ist. Im Vergleich dazu ist der Signalflussplan bei der Orientierung am Statorfluss $\vec{\psi}_1$ und Statorspannungseinprägung wesentlich komplexer. Die anderen Varianten liegen bezüglich der Komplexität zwischen diesen beiden Extremen. Es erhebt sich daher durchaus die Frage, warum nicht ausschließlich die einfachste Struktur zur Regelung der Maschine verwendet wird. Die Antwort ist in erster Linie in zusätzlichen Randbedingungen zu sehen, die aus dem praktischen Einsatz resultieren. So läßt sich prinzipiell feststellen, daß je einfacher ein Signalflussplan ist, d.h. je weniger Elemente er enthält, desto größer wird im allgemeinen der Einfluss einzelner Elemente auf das Gesamtverhalten. Bei der Umsetzung der Signalflusspläne in Regelverfahren (siehe Entkopplung bzw. feldorientierte Regelung) ist jedoch häufig ein geringer Einfluss einzelner Elemente, d.h. einzelner Maschinenparameter, gewünscht, da manche Parameter veränderlich oder unzureichend genau bekannt sind. Welche der Konfigurationen daher insgesamt am günstigsten ist, hängt sehr stark vom jeweiligen Anwendungsfall ab.

13.4 Regelungsverfahren der Asynchronmaschine

In diesem Kapitel werden verschiedene Möglichkeiten zur Regelung der Asynchronmaschine dargestellt. Aufbauend auf den Überlegungen in den vorigen Kapiteln erfolgt die schrittweise Ableitung von unterschiedlichen Regelungsverfahren. Am Anfang wird die Regelung der Asynchronmaschine mittels Entkopplungsverfahren betrachtet. Wesentlicher Ausgangspunkt bei diesem Vorgehen ist, den Fluss nur zu steuern, das Drehmoment aber zu regeln. Durch die Vorgabe, den Fluss nur zu steuern, wird die aufwendige Schätzung der Orientierung des Flusses vermieden. Die Regelung mittels Entkopplungsverfahren ist deshalb besonders einfach auszuführen.

Bei der Feldorientierung wird dagegen vorausgesetzt, daß die Orientierung und die Amplitude des betreffenden Flusses bekannt ist (Messung oder Schätzung).

Für beide Regelungsarten sind Modelle der Asynchronmaschine unterschiedlicher Komplexität nötig, um meßtechnisch nicht zugängliche innere Signale zu schätzen, bzw. die Orientierung des Koordinatensystems im Regler am jeweiligen fluss (Feldorientierung) zu gewährleisten. Weitere neuartige Verfahren, wie z.B. die Direkte Selbstreglung, zur Regelung von Drehfeldmaschinen werden in einem eigenen Abschnitt am Ende ausführlich behandelt. Hier beschränken wir uns zunächst auf die Verfahren der Entkopplungsregelung und der feldorientierten Regelung von Drehfeldasynchronmaschinen.

13.4.1 Entkopplungsregelung der Asynchronmaschine

Die folgenden Überlegungen wurden den Arbeiten von Flügel [297–300] und Weninger [375] entnommen. Aus Kap. 13.2 sind das komplexe Gleichungssystem (13.64) und die komplexen Signalfusspläne entsprechend Abb. 13.5 und 13.6 bekannt. Diese komplexen Signalfusspläne sind die Ausgangsbasis für die Ableitung der Entkopplungsregelungen.

Wie aus den vorherigen Kapiteln bekannt ist, sind die Stator- und Rotorgrößen verkoppelt und der Signalfussplan daher entsprechend komplex. Ziel der Regelungsverfahren für die Asynchronmaschine und damit auch der Entkopplungsregelung ist, eine entkoppelte Regelung von Fluss und Drehmoment zu erhalten, d.h. ein resultierendes Verhalten wie bei einer Gleichstromnebenschlussmaschine.

Wie bereits in den obigen Kapiteln mehrfach diskutiert, gibt es den Stator-, den Luftspalt- und den Rotorfluss. Weiterhin kann die Asynchronmaschine mit eingepprägten Statorspannungen oder eingepprägten Statorströmen betrieben werden. Im einfachsten Fall wird von Rotorflussorientierung und eingepprägten Statorströmen ausgegangen. In diesem Fall lautet das Steuergesetz zur Einhaltung der Bedingung $\Psi_{2B} = d\Psi_{2B}/dt = 0$:

$$\Omega_2 = \frac{I_{1B}}{\Psi_{2A}} \frac{M \cdot R_2}{L_2} \quad (13.129)$$

Die Rotorkreisfrequenz Ω_2 und die Stromkomponente I_{1B} müssen somit die obige Gleichung einhalten. Aus den Ableitungen ist weiterhin bekannt, daß I_{1B} — und damit Ω_2 — das Drehmoment M_{Mi} direkt steuern. In komplexerer Weise war die Rotorkreisfrequenz Ω_2 auch bei Statorflussorientierung die Steuergröße für das Drehmoment M_{Mi} . Das Entkopplungsnetzwerk EK soll nun diese Erkenntnisse nutzen, um das gewünschte Ziel mit geringstem Aufwand zu erreichen. Abbildung 13.23 zeigt die Grundstruktur der Anordnung. Die Eingangsgrößen des Entkopplungsnetzwerks EK sind der gewählte Fluss und die Rotorkreisfrequenz Ω_2 . Wie schon oben hingewiesen, wird der Fluss Ψ nur gesteuert; die Rotorkreisfrequenz Ω_2 ist aber im Drehzahlregelkreis eingebunden. Das Entkopplungsnetzwerk erhält diese beiden Größen Ψ' und Ω_2^* als Eingangswerte des EK, und es ist gewünscht, daß die Maschinengrößen direkt und entkoppelt voneinander vorgegeben werden können. Ω_2^* bezeichnet den Sollwert des Drehzahlregelkreises und Ψ' die Steuergröße für den Fluss.

Die vollständige Entkopplung der Asynchronmaschine läßt sich am einfachsten realisieren, wenn das EK ein zur Asynchronmaschine inverses Übertragungsverhalten aufweist. Zu beachten ist allerdings, daß das in Abb. 13.23 nicht dargestellte Stellglied (Umrichter) zwischen dem Entkopplungsnetzwerk und dem elektrischen Teil der Asynchronmaschine den Statorspannungsraumzeiger $\vec{U}_1^{K'*}$ fehlerfrei erzeugen muß, um die Gleichheit von Soll- und Istwert des Statorflusses sicherzustellen.

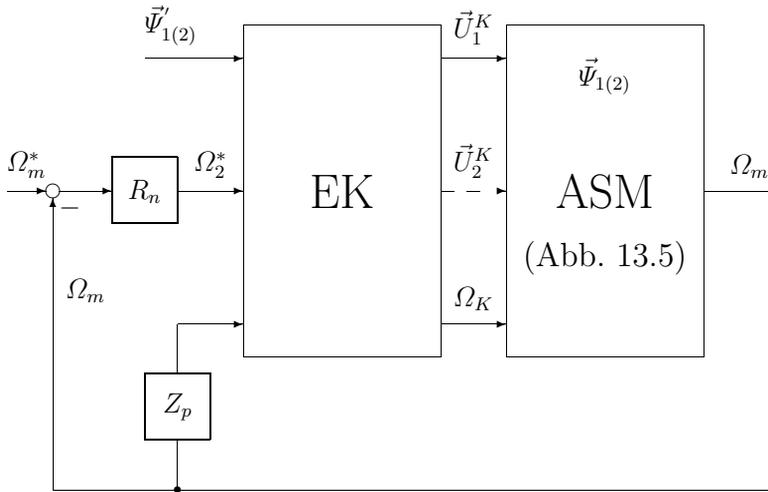


Abb. 13.23: *Prinzipielle Struktur der Entkopplung*

Wesentlich bei der Entkopplung ist somit, daß die Drehzahl über den Sollwert Ω_2^* mittels geschlossenem Regelkreis (Drehzahlregelkreis) geregelt wird, der Fluss dagegen (in obigem Beispiel der Statorfluss $\vec{\psi}'_1$) aber nur gesteuert wird. Diese Tatsache hat die folgenden Auswirkungen auf die Eigenschaften der Entkopplungsregelung von Asynchronmaschinen.

- Jeder Fehler in der Steuerung des Flusses führt zu Abweichungen des realen Flusses in der Asynchronmaschine.
- In den Ableitungen wird zwar mit dem am Stator- oder Rotorfluss orientierten Koordinatensystem K gearbeitet; dies erfolgt aus Gründen des einfachen Verständnisses. Allerdings wird weder die genaue Orientierung noch die Amplitude des jeweiligen Fluss-Istwerts benötigt. Dies ist der entscheidende Unterschied zur Feldorientierung (Kap. 13.4.4), die diese Informationen benötigt, da sowohl Fluss als auch Drehzahl geregelt werden.

Nachdem das Grundprinzip der Entkopplung am Beispiel der Statorflusststeuerung kurz erläutert wurde, wird in den folgenden Abschnitten die Realisierung der Entkopplungsnetzwerke für verschiedene Steuerverfahren und Stellglieder mit eingprägter Spannung und eingprägtem Strom ausgeführt. Diese Überlegungen bilden eine gute Basis für das Verständnis der feldorientierten Regelung von Asynchronmaschinen.

13.4.2 Entkopplung bei Umrichtern mit eingepprägter Spannung

Aus den Systemgleichungen (13.64) läßt sich durch Umformung die Beziehung

$$\vec{U}_1^K = j\Omega_K \vec{\Psi}_1^K + \frac{d\vec{\Psi}_1^K}{dt} + \frac{R_1}{\sigma L_1} \left(\vec{\Psi}_1^K - \frac{M}{L_2} \vec{\Psi}_2^K \right) \quad (13.130)$$

für den Statorspannungsraumzeiger der Asynchronmaschine ableiten. Nehmen wir nun an, das Entkopplungsnetzwerk soll den Statorfluss $\vec{\Psi}_1$ steuern, d.h. $\vec{\Psi}_1 = \vec{\Psi}_1'$ und hierfür als Ausgang den geeigneten Statorspannungsraumzeiger generieren, so muß die Entkopplung das folgende Verhalten besitzen:

$$\vec{U}_1^{K'*} = j\Omega'_K \vec{\Psi}_1^{K'} + \frac{d\vec{\Psi}_1^{K'}}{dt} + \frac{R'_1}{\sigma' L'_1} \left(\vec{\Psi}_1^{K'} - \frac{M'}{L'_2} \vec{\Psi}_2^{K'} \right) \quad (13.131)$$

Die Eingangsgröße $\vec{\Psi}_1'$ bzw. $\vec{\Psi}_2'$ des Entkopplungsnetzwerkes EK sind Steuergrößen und sind mit einem ' versehen, da Steuerungen im allgemeinen fehlerbehaftet sind.

Die vom Modell geschätzten Größen und Steuergrößen werden dabei durch einen Strich, Sollwerte durch einen Stern gekennzeichnet. Da im Falle eines idealen Stellgliedes die Sollstatorspannung immer gleich der Iststatorspannung ist, d.h. $\vec{U}_1^{K'*} = \vec{U}_1^K$, kann man die Gleichungen (13.130) und (13.131) gleichsetzen. Wenn zusätzlich alle Parameter der Asynchronmaschine und des Modells exakt gleich und die Anfangsbedingungen ebenso gleich — z.B. Null — sind, dann müssen **statisch und dynamisch** $\vec{\Psi}_1^{K'} = \vec{\Psi}_1^K$ und $\vec{\Psi}_2^{K'} = \vec{\Psi}_2^K$ sein. Der Statorfluss $\vec{\Psi}_1^K$ kann somit direkt gesteuert werden. Mit dem komplexen Signalflussplan der Asynchronmaschine nach Abb. 13.5 ergibt sich der komplexe Signalflussplan für die Asynchronmaschine mit vorgeschaltetem Entkopplungsnetzwerk bei gesteuertem Statorfluss und eingepprägter Statorspannung entsprechend Abb. 13.24.

Analog zu Abb. 13.24 zeigt Abb. 13.25 den Signalflussplan, wenn anstelle des Statorflusses $\vec{\Psi}_1^K$ der Rotorfluss $\vec{\Psi}_2^K$ vorgegeben wird.

Von der prinzipiellen, komplexen Darstellung der Entkopplungsnetzwerke für konstanten Stator- und Rotorfluss ausgehend, soll nun die Realisierung des Entkopplungsnetzwerkes abgeleitet werden. Um diese Realisierung verständlich werden zu lassen, muß von der komplexen Darstellung abgegangen und zur Aufspaltung in Real- und Imaginäranteil übergegangen werden. Es gilt für das Entkopplungsnetzwerk beispielsweise:

$$\vec{U}_1^{K'*} = j\Omega'_K \vec{\Psi}_1^{K'} + \frac{d\vec{\Psi}_1^{K'}}{dt} + \frac{R'_1}{\sigma' L'_1} \left(\vec{\Psi}_1^{K'} - \frac{M'}{L'_2} \vec{\Psi}_2^{K'} \right) \quad (13.132)$$

Diese Gleichung kann nun aufgespalten werden in die Gleichungen des Real- (A) und des Imaginärteils (B) (Gleichungen im Zeitbereich):

$$U'_{1A} = \frac{R'_1}{\sigma' L'_1} \left(\Psi'_{1A} - \frac{M'}{L'_2} \Psi'_{2A} \right) + \frac{d\Psi'_{1A}}{dt} - \Omega'_K \Psi'_{1B} \quad (13.133)$$

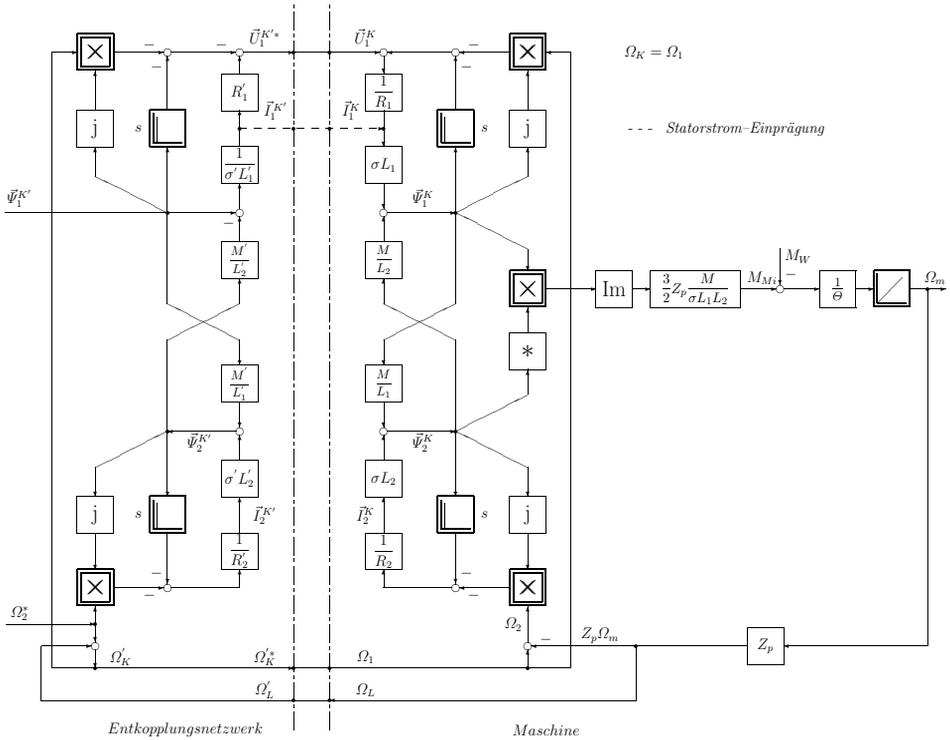


Abb. 13.24: Asynchronmaschine mit vorgeschaltetem Entkopplungsnetzwerk für gesteuerten Statorfluss Ψ_1 und eingepprägter Statorspannung

$$U'_{1B} = \frac{R'_1}{\sigma' L'_1} \left(\Psi'_{1B} - \frac{M'}{L_2} \Psi'_{2B} \right) + \frac{d\Psi'_{1B}}{dt} + \Omega'_K \Psi'_{1A} \quad (13.134)$$

Der Betrag $|\vec{U}'_{1*}| = \sqrt{U'^2_{1A} + U'^2_{1B}}$ des Sollwerts des Statorspannungsraumzeigers entspricht der erforderlichen Amplitude der Statorspannung.

Weiterhin gilt:

$$I'_{1A} = \frac{1}{\sigma' L'_1} \left[\Psi'_{1A} - \frac{M'}{L_2} \Psi'_{2A} \right] \quad (13.135)$$

$$I'_{1B} = \frac{1}{\sigma' L'_1} \left[\Psi'_{1B} - \frac{M'}{L_2} \Psi'_{2B} \right] \quad (13.136)$$

Die fehlenden Größen Ψ'_{2A} und Ψ'_{2B} können aus den Systemgleichungen (13.71) mit den bekannten Gleichungen der Rotorseite bestimmt werden. Damit ergibt sich in Abb. 13.26 der Signalfussplan des Entkopplungsnetzwerks bei eingepprägter Spannung ($\vec{U}_1 = \vec{U}'_{1*}$) und bei Steuerung des Statorflusses $\vec{\Psi}_1$.

Im vorliegenden Fall wurden Differenzierglieder im Signalfussplan des Entkopplungsnetzwerks eingezeichnet. Diese können als DT₁-Glieder bzw. als nu-

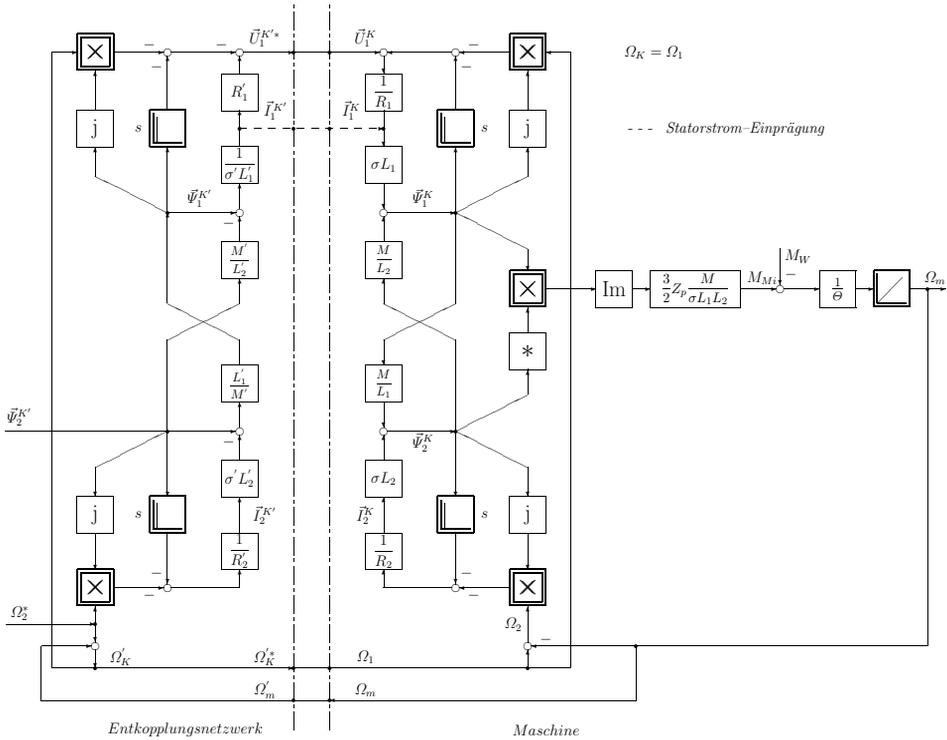


Abb. 13.25: Asynchronmaschine mit vorgeschaltetem Entkopplungsnetzwerk für gesteuerten Rotorfluss $\vec{\Psi}_2$ und eingepprägter Statorspannung

merische Differentiation realisiert werden. Wie im allgemeinen Signalflussplan der Asynchronmaschine können auch rückgekoppelte Integrierer verwendet werden. Das Gesamtübertragungsverhalten ist immer ein Verzögerungsglied 1. Ordnung. Je nach Realisierungsart des Entkopplungsnetzwerks — analog oder digital — kann die eine oder andere Variante günstiger sein.

Der Signalflussplan des Entkopplungsnetzwerks vereinfacht sich, sofern das Koordinatensystem K am Statorfluss orientiert wird. In diesem Fall wird $|\vec{\Psi}_1| = \Psi_{1A}$ und $\Psi_{1B} = 0$, womit sich der Signalflussplan nach Abb. 13.27 zeichnen lässt.

Aufgrund des verzögerungsfreien Durchgriffs zum inneren Moment M_{M_i} der Maschine ist eine Entkopplung, die den Rotorfluss $\vec{\Psi}_2$ der Asynchronmaschine konstant hält, günstiger als die bereits eingeführte Variante mit Steuerung des Statorflusses. Mit den gleichen Überlegungen kann nun ausgehend von Abb. 13.25 das Entkopplungsnetzwerk für die Steuerung des Rotorflusses abgeleitet werden. Dieses ist in Abb. 13.28 als Signalflussplan dargestellt. Analog zur Steuerung des Statorflusses kann auch eine Orientierung am Rotorfluss, d.h. $|\vec{\Psi}_2| = \Psi_{2A}$ und $\Psi_{2B} = 0$, vorgenommen werden, wodurch sich das Entkopplungsnetzwerk zu Abb. 13.29 vereinfacht.

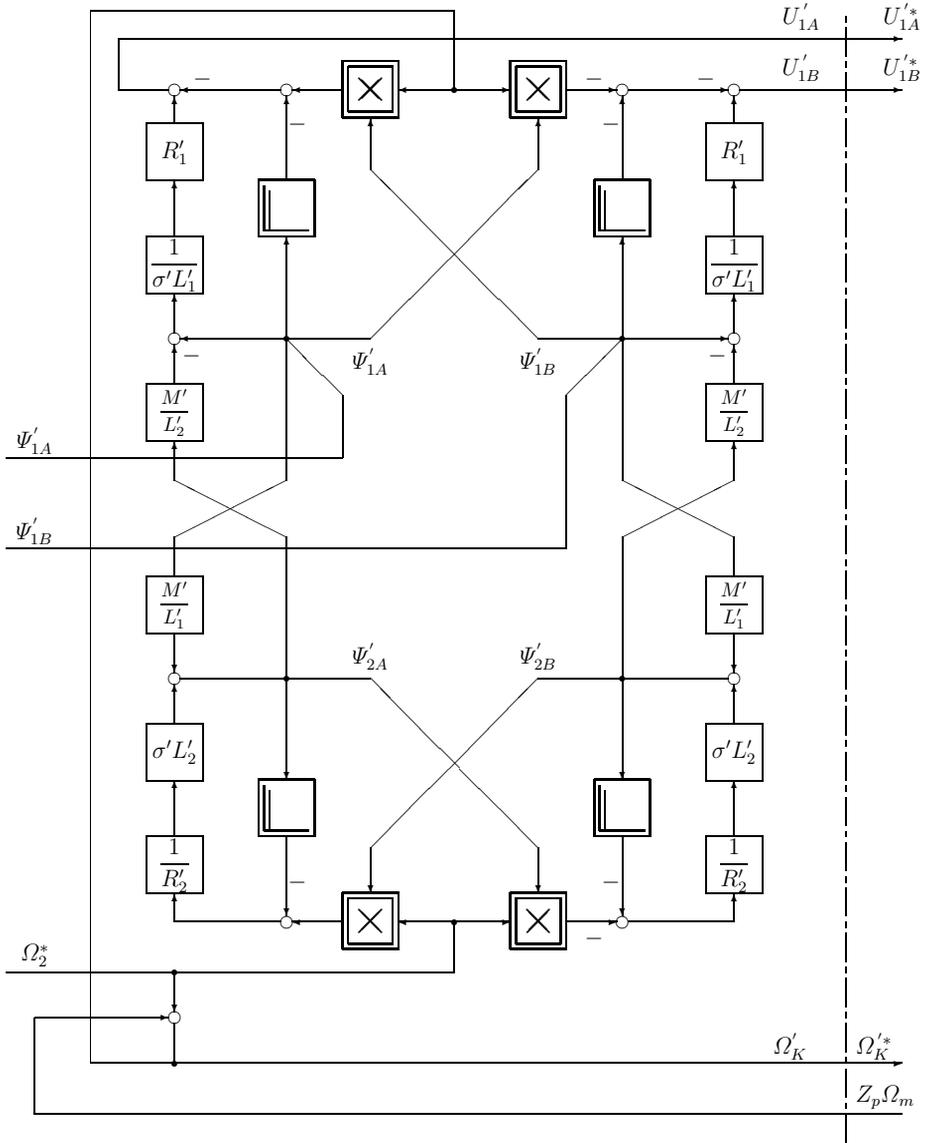


Abb. 13.26: Signalflussplan des Entkopplungsnetzwerks bei Steuerung des Statorflusses $\vec{\Psi}_1$

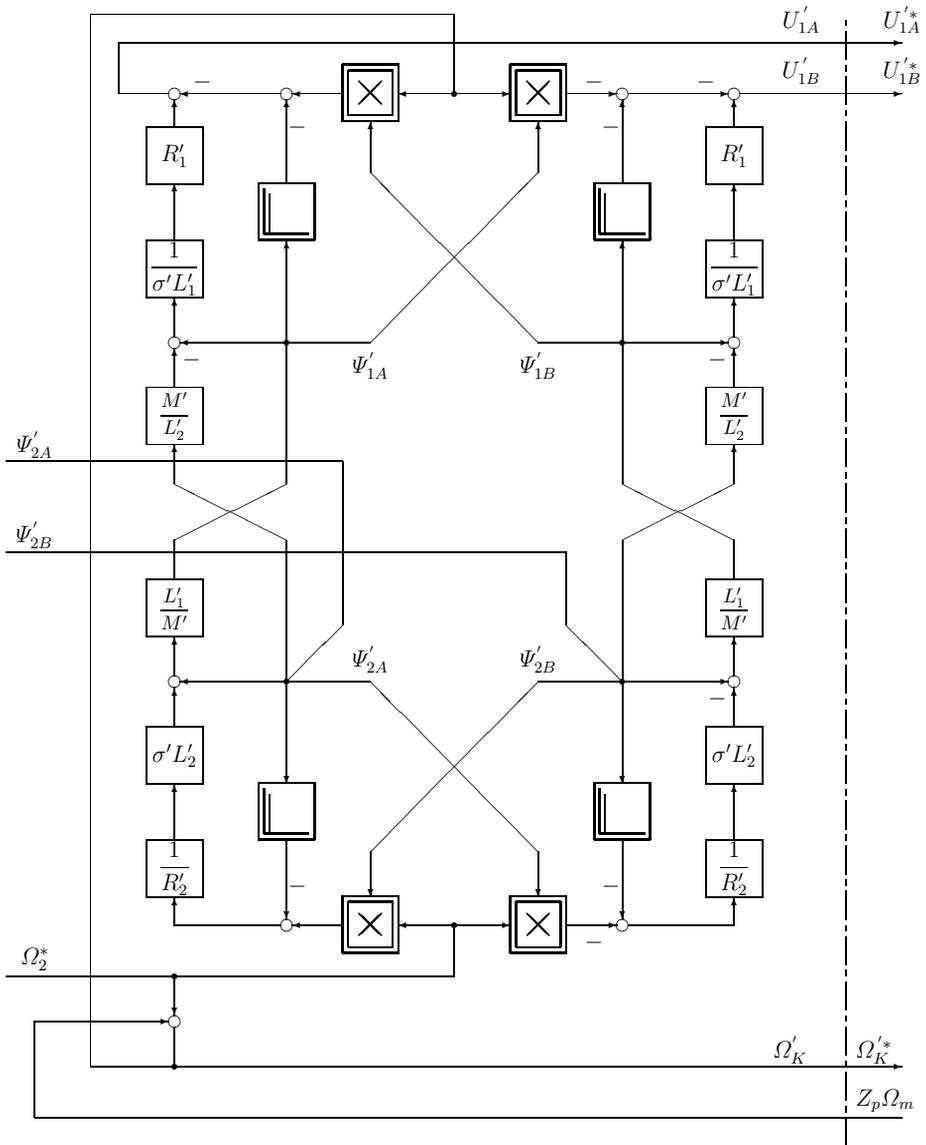


Abb. 13.28: *Signalflussplan des Entkopplungsnetzwerks bei Steuerung des Rotorflusses $\vec{\Psi}_2$*

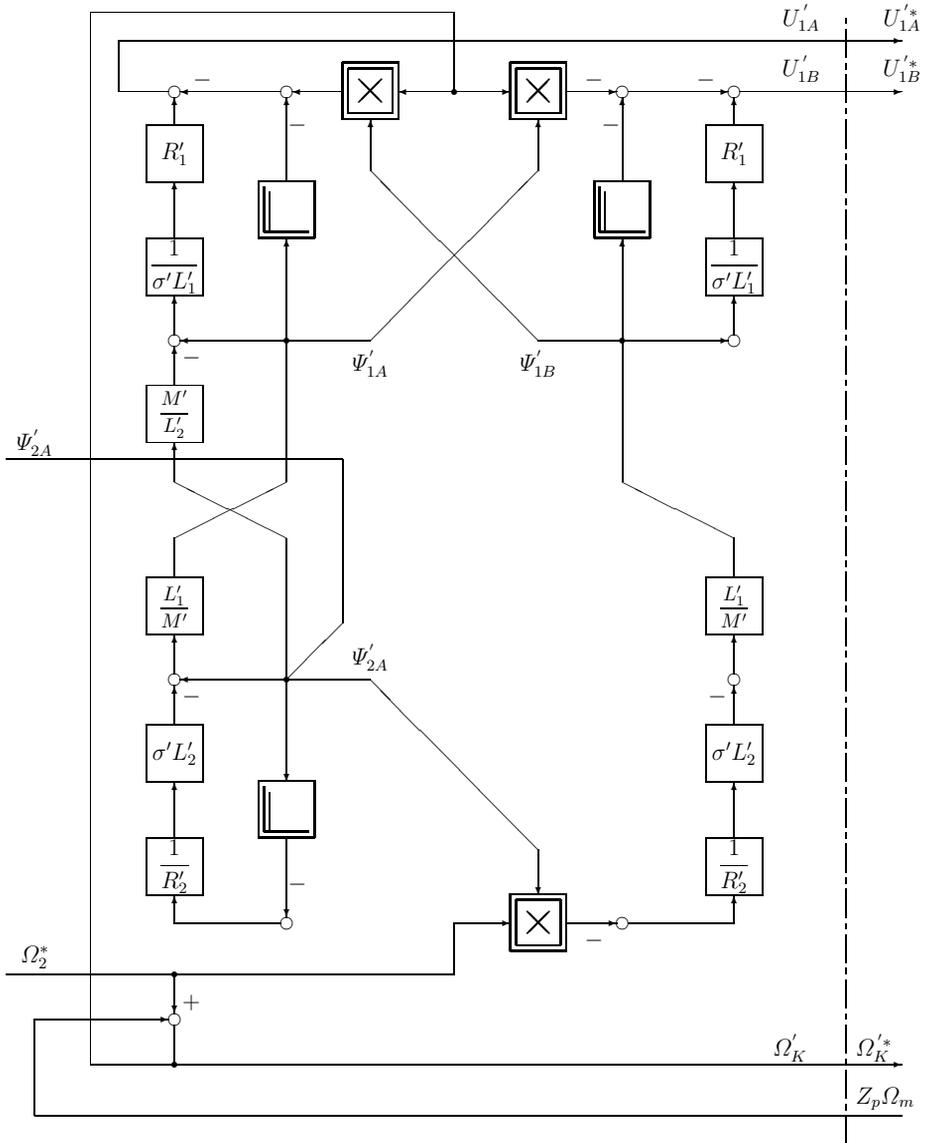


Abb. 13.29: Signalflussplan des Entkopplungsnetzwerks bei Orientierung am Rotorfluss $|\vec{\Psi}_2| = \Psi_{2A}$, $\Psi_{2B} = 0$

Die Entkopplungsnetzwerke nutzen die Vorteile des Koordinatensystems K aus. Das reale Stellglied Umrichter und die Asynchronmaschine setzen dagegen das Koordinatensystem S voraus, d.h. aus den Raumzeigersollgrößen U'_{1A} , U'_{1B} und $\Omega'_K = \Omega'_K$ müssen die Umrichteransteuersignale Amplitude $|\vec{U}'_{1*}|$ und Frequenz Ω'_u ermittelt werden. Die Amplitude bestimmt sich, wie bereits ausgeführt, zu

$$|\vec{U}'_{1*}| = \sqrt{U'^2_{1A} + U'^2_{1B}} \quad (13.137)$$

Der Winkel γ'_u

$$\gamma'_u = \arctan \frac{U'_{1B}}{U'_{1A}} \quad (13.138)$$

beschreibt den Winkel zwischen den Raumzeigern $\vec{U}'_{1K'*}$ und $\vec{\Psi}'_{1(2)K'}$, sofern das Koordinatensystem K am jeweiligen Fluss orientiert ist. Wie aus dem Signalfussplan leicht zu erkennen ist, wird sich dieser Winkel arbeitspunktabhängig — insbesondere dynamisch — ändern, um die Verzögerungen in der Asynchronmaschine zu kompensieren. Der Umrichter und die Maschine sind allerdings von der Signalverarbeitung aus gesehen in einem statorfesten Koordinatensystem zu betrachten. In diesem läuft die Spannung \vec{U}'_{1*} mit der Kreisfrequenz Ω'_u und der Fluss $\vec{\Psi}'_{1(2)}$ mit der Kreisfrequenz Ω'_K um. Damit besteht die folgende Beziehung

$$\Omega'_u - \Omega'_K = \frac{d\gamma'_u}{dt} \quad (13.139)$$

zwischen der erforderlichen Umrichterfrequenz Ω'_u und der Umlauffrequenz Ω'_K des Koordinatensystems K. Dies bedeutet, daß im stationären Betrieb die Kreisfrequenzen der Spannungs- und Flussraumzeiger gleich sind. Andererseits muß sich in dynamischen Betriebszuständen die Kreisfrequenz Ω'_u des Spannungsraumzeigers gegenüber dem flussraumzeiger ändern, um bei gleichbleibender Kreisfrequenz des flussraumzeigers eine Stromänderung zu erzielen. Dies bedeutet, daß der Umrichter die folgenden dynamischen Ansteuersignale erhält.

$$\Omega'_u = \Omega'_K + \frac{d\gamma'_u}{dt} \quad \text{und} \quad |\vec{U}'_{1*}| \quad (13.140)$$

Diese Überlegungen liefern die Struktur einer drehzahleregelten Asynchronmaschine mittels Entkopplungsnetzwerk gemäß Abb. 13.30.

Wenn wir die **Reglerauslegung** in Abb. 13.30 überlegen, dann ist — wie schon mehrfach betont — nur der **Drehzahlregelkreis** zu optimieren. Das Ausgangssignal des Drehzahlregelkreises ist die Kreisfrequenz Ω'_2 ; es ist somit die Strecke — ausgehend von dem Sollwert Ω'_2 als Eingangsgröße und der Kreisfrequenz Ω_m als Istwert — zu ermitteln. Diese Fragestellung kann aus Abb. 13.24 bzw. 13.27 bei $|\vec{\Psi}'_1| = \Psi'_{1A}$ und Abb. 13.25 bzw. 13.29 bei $|\vec{\Psi}'_2| = \Psi'_{2A}$ beantwortet werden. In Abb. 13.24 ist zu erkennen, daß der Sollwert Ω'_2 als identischer Istwert Ω_2 im Maschinenbereich ohne Verzögerung erscheint (Vernachlässigung der Totzeit des selbstgeführten Wechselrichters).

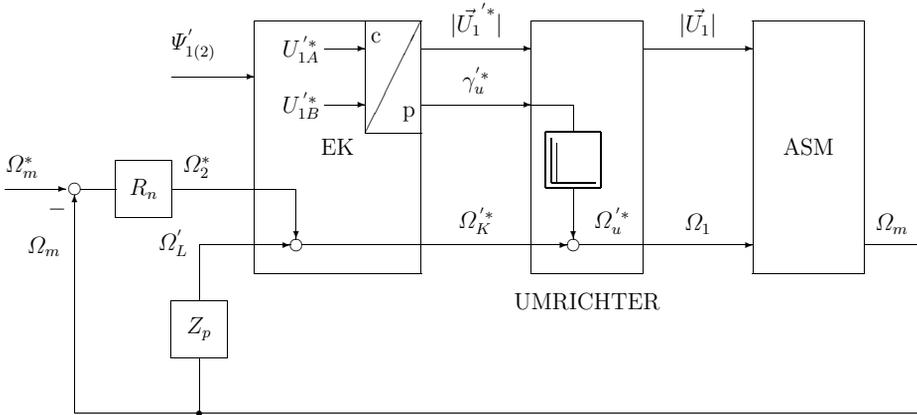


Abb. 13.30: Prinzipielle Struktur der drehzahleregelten Asynchronmaschine bei Umrichtern mit eingepprägter Spannung

Der Istwert Ω_2 wirkt auf ein PT_1 -Glied mit der Übertragungsfunktion ($\Psi_{1B} = 0$) in Abb. 13.27

$$G_{\Psi_{2B}}(s) = \frac{\Psi_{2B}(s)}{\Omega_2(s) * \Psi_{2A}(s)} = \frac{\sigma L_2}{R_2} \frac{-1}{1 + s \sigma L_2 / R_2} \quad (13.141)$$

d.h. es gilt

$$\Psi_{2B}(s) = \frac{\sigma L_2}{R_2} \frac{-1}{1 + s \sigma L_2 / R_2} \Omega_2(s) * \Psi_{2A}(s) \quad (13.142)$$

wenn die Rückkopplung von Ψ_{2B} auf Ψ_{2A} in der Faltung berücksichtigt wird. Der Fluss Ψ_{2B} wirkt dann verzögerungsfrei zur Drehmomentbildung $M_{Mi}(s)$. Es verbleibt die **Übertragungsfunktion des mechanischen Bereichs der ASM**. Die Strecke von Ω_2 zu Ω_m ist somit wiederum die **Serienschaltung einer PT_1 - und einer I-Übertragungsfunktion**, es gelten somit die Überlegungen wie bei der Auslegung des Drehzahlreglers bei der Gleichstrom-Nebenschlußmaschine, d.h. es wird vorzugsweise das SO (siehe Kap. 3) verwendet.

Wie bereits in [57–61] abgeleitet und aus Abb. 13.25 zu erkennen, wird bei $|\vec{\Psi}_2| = \Psi_{2A}$ und somit $\Psi_{2B} = 0$ die Momentbildung M_{Mi} über U_{1B} und Ψ_{1B} erfolgen; die Übertragungsfunktion ist wiederum eine PT_1 -Übertragungsfunktion

$$G_{\Psi_{1B}}(s) = \frac{\Psi_{1B}(s)}{U_{1B}(s)} = \Omega_{1K}^{-1} \frac{1}{1 + T_{1K}s} \quad \text{mit} \quad \Omega_{1K}^{-1} = T_{1K} = \frac{\sigma L_1}{R_1} \quad (13.143)$$

mit der mechanischen Übertragungsfunktion in Serie. Es verbleibt wiederum die SO-Auslegung des Drehzahlreglers.

Wesentlich bei der Entkopplungsregelung ist, daß der Fluss (Stator oder Rotor) nur gesteuert wird, d.h. es wird angenommen, daß der Eingangswert $\vec{\Psi}'_{1(2)}$ des Entkopplungsnetzwerks und der Istwert $\vec{\Psi}_{1(2)}$ übereinstimmen. In gleicher

Weise wird vorausgesetzt, daß die reale Rotorkreisfrequenz Ω_2 und ihr Sollwert Ω_2^* gleich sind. Diese Voraussetzungen gelten, solange die Parameter von Maschine und Modell (Entkopplungsnetzwerk) übereinstimmen und durch die Signalverarbeitung keine zusätzlichen Einschränkungen hervorgerufen werden. Im allgemeinen werden aber die Parameter nicht exakt gleich sein, was insbesondere für den Rotorwiderstand R_2 (thermische Erwärmung) und die magnetische Kopplung M (Entsättigung bei Feldschwächbetrieb) der Fall ist. Die Parameterempfindlichkeit und deren Nachführung ist ein eigenes weites Gebiet und soll zu einem späteren Zeitpunkt vertieft werden.

13.4.3 Entkopplung bei Umrichtern mit eingprägtem Strom

Wie schon in Abb. 13.24 und 13.25 angedeutet, kann die Entkopplung auch bei Umrichtern mit eingprägtem Strom eingesetzt werden. Die Abbildungen 13.31 und 13.32 zeigen sowohl für Stator- als auch für Rotorflussvorgabe die prinzipielle Gesamtstruktur in komplexer Darstellung.

Wie aus den komplexen Signalfussplänen zu erkennen ist, ist durch die Stromeinprägung die Struktur des Entkopplungsnetzwerks und der ASM gegenüber der Spannungseinprägung vereinfacht. Besonders einfach wird die Entkopplung bei der Steuerung des Statorflusses mit $\Psi_1 = \Psi_{1A}$, beziehungsweise des Rotorflusses mit $\Psi_2 = \Psi_{2A}$.

Da die Struktur der Maschine — wie schon in Kap. 13.3 kurz dargestellt — bei der Rotorflussvorgabe einfacher ist als bei Statorflussvorgabe, soll ab hier nur noch die Rotorflussvorgabe behandelt werden.

Aus Abb. 13.32 ist zu entnehmen, daß $\vec{\Psi}_1^{K'}$ bei der Rotorflussvorgabe nur noch eine Zwischengröße ist. Der Signalfussplan kann daher wie folgt vereinfacht werden:

$$\vec{I}_1^{K'*} = \frac{1}{\sigma' L_1'} \left[\vec{\Psi}_1^{K'} - \frac{M'}{L_2'} \vec{\Psi}_2^{K'} \right] \quad (13.144)$$

und

$$\vec{\Psi}_1^{K'} = \frac{L_1'}{M'} \left[\vec{\Psi}_2^{K'} - \sigma L_2' \vec{I}_2^{K'} \right] \quad (13.145)$$

somit

$$\vec{I}_1^{K'*} = \frac{1}{M'} \vec{\Psi}_2^{K'} - \frac{L_2'}{M'} \vec{I}_2^{K'} \quad (13.146)$$

In gleicher Weise können die Asynchronmaschinen-Gleichungen umgeformt werden, und es ergibt sich der komplexe Signalfussplan nach Abb. 13.33.

Wie vorher muß nun von der komplexen Darstellung zur Aufspaltung in Real- und Imaginärteil übergegangen werden, um die Realisierung durchführen zu können. Außerdem ist zu beachten, daß $\Psi_{2B} = 0$ gesetzt werden soll (Steuerbedingung $\Psi_{2A} \Omega_2 = I_{1B} \cdot M R_2 / L_2$).

Damit ergibt sich der Signalfussplan in Komponentendarstellung nach Abb. 13.34.

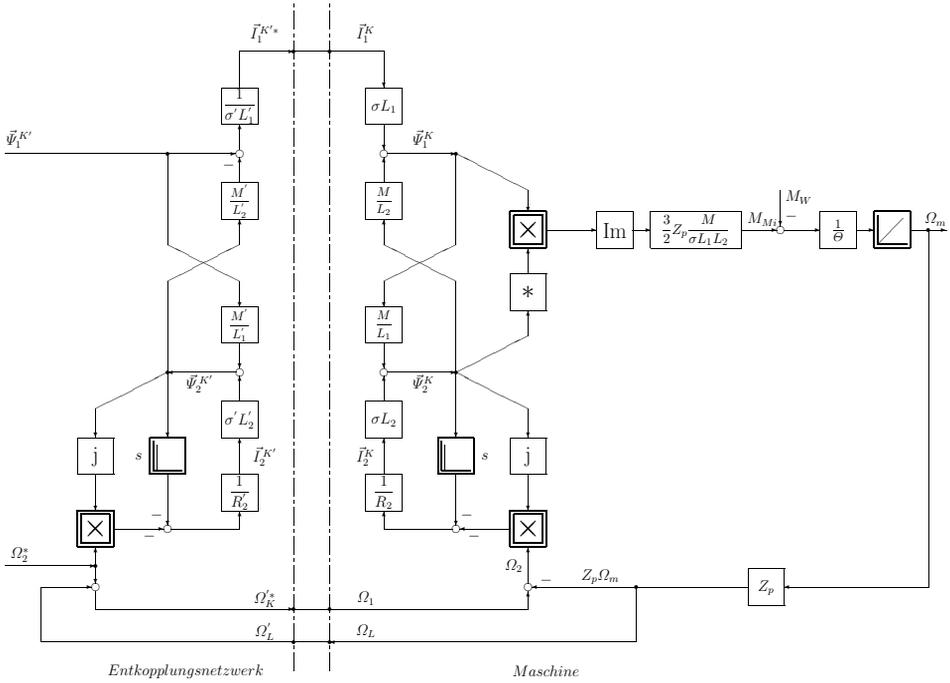


Abb. 13.31: Prinzip der Flusssteuerung (Statorfluss Ψ_1) mit Entkopplungsnetzwerk und eingeprägten Statorstrom

Beispielsweise gelten folgende Gleichungen für das Entkopplungsnetzwerk:

$$\Psi'_{2A} \frac{1}{M'} \left[1 + sT'_2 \right] - \frac{T'_2}{M'} \Omega_2^* \Psi'_{2B} = I'_{1A} \quad \text{mit } T'_2 = \frac{L'_2}{R_2} \quad (13.147)$$

$$\Psi'_{2B} \frac{1}{M'} \left[1 + sT'_2 \right] + \frac{T'_2}{M'} \Omega_2^* \Psi'_{2A} = I'_{1B} \quad (13.148)$$

Auch aus der zweiten Gleichung läßt sich die Steuerbedingung für $\Psi'_{2B} = 0$ erkennen:

$$I'_{1B} = \Omega_2^* \Psi'_{2A} \frac{T'_2}{M'} \quad (13.149)$$

In Abb. 13.34 ist der Vollständigkeit halber noch der ausführliche Signalflossplan dargestellt. Wenn $\Psi'_{2B} = 0$ gesetzt wird, dann entfallen die gestrichelten Linien; wenn zusätzlich auch noch $\Psi'_{2A} = \text{const.}$ ist, dann entfällt auch das Differenzierglied sT'_2 und es bleibt ein Proportionalglied mit der Verstärkung 1 übrig.

Auf der Asynchronmaschinenseite ist noch einmal der Signalflossplan der gesamten Rotorseite gezeichnet. Auch dieser Signalflossplan vereinfacht sich wie bereits im Band „Grundlagen“ dieser Reihe [57–61] besprochen.

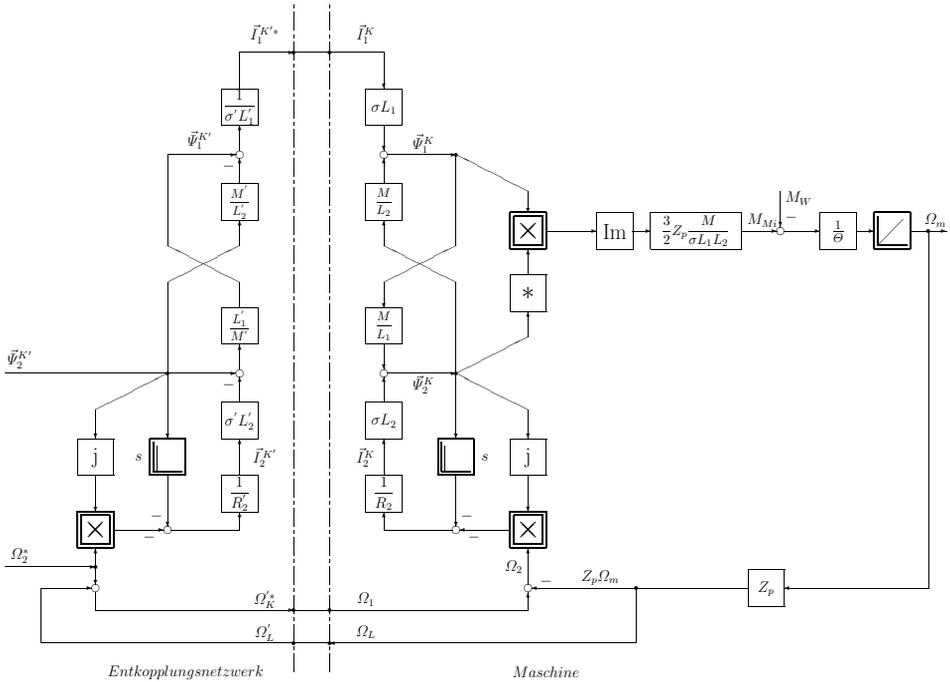


Abb. 13.32: Prinzip der Flusssteuerung (Rotorfluss Ψ_2) mit Entkopplungsnetzwerk und eingepägten Statorstrom

Zusätzlich ist in Abb. 13.34 noch der Einfluss des Stromregelkreises mit dem Verzögerungsglied 1. Ordnung und der Zeitkonstanten $T_{ers i}$ berücksichtigt.

Wenn $\Psi_{2B} = 0$ erzwungen wird, dann gilt der Signalfussplan wie in Abb. 13.35 dargestellt. Daraus ist die Entkopplung sehr leicht zu erkennen. Aus Abb. 13.35 ist die Streckenstruktur für den Drehzahlregler zu entnehmen, es ist angenähert die PT_1 -Übertragungsfunktion

$$G_{wi}(s) = \frac{1}{1 + T_{ers i} s} \tag{13.150}$$

und in Serie die Übertragungsfunktion der Momentbildung und des mechanischen Teils der ASM

$$G_{S1}(s) = \frac{3}{2} Z_p \frac{M}{L_2} \frac{1}{\Theta s} \Big|_{\Psi_{2A} = const.} \tag{13.151}$$

Es verbleibt somit die SO-Optimierung des Drehzahlreglers.

Nun kann — wie im Kap. 13.4.2 mit der Realisierung der Entkopplung für Umrichter mit eingepägter Spannung — für die Umrichter mit eingepägtem Strom nur der Betrag des Stroms $|I_1^{*}|$, die Kreisfrequenz Ω_K^{*} und ein dynamischer Verstellwinkel γ_i^{*} vorgegeben werden.

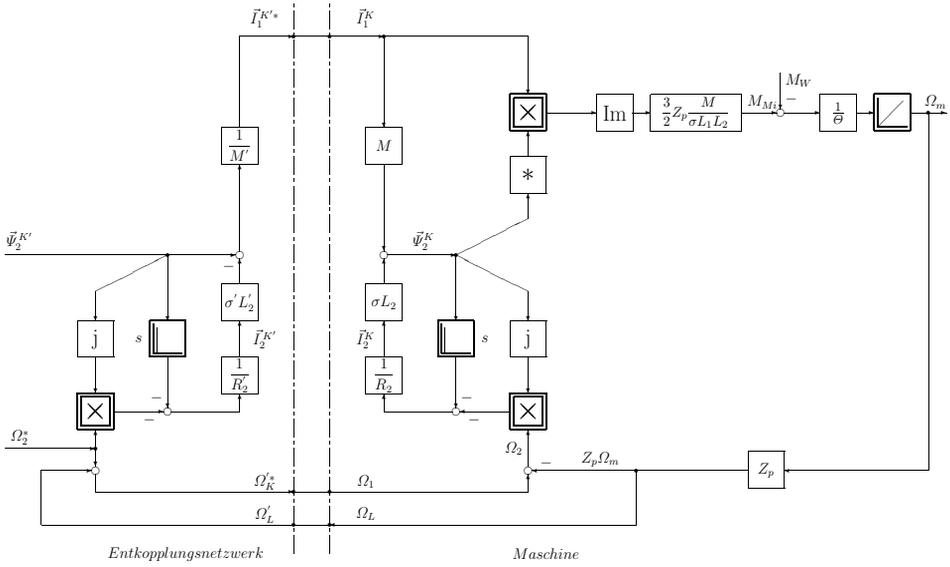


Abb. 13.33: *Komplexer Signalflussplan für Entkopplungsnetzwerk und ASM bei Rotorflußsteuerung*

Wiederum muß realisiert werden:

$$|\vec{I}_1^{*}| = \sqrt{I_{1A}^{2*} + I_{1B}^{2*}} \tag{13.152}$$

$$\gamma_i^{*} = \arctan \frac{I_{1B}^{*}}{I_{1A}^{*}} \tag{13.153}$$

Das heißt, es muß in gleicher Weise von kartesischen in Polar-Koordinaten umgewandelt werden. Damit ergibt sich endgültig der Signalfussplan in Abb. 13.36.

Wie bei der Steuerung des Stator- bzw. des Rotorflusses bei Umrichtern mit eingepprägter Spannung, wird ebenso beim Umrichter mit eingepprägtem Strom der Winkel γ_i^{*} bzw. die Ableitung des Winkels $d\gamma_i^{*}/dt$ verwendet, um eine dynamische Vorsteuerung des Statorstroms zu erzielen. Der Winkel γ_i ist definiert als Winkel zwischen den Raumzeigern \vec{I}_1^K und $\vec{\Psi}_2^K$ im mit Ω_K rotierenden Koordinatensystem. Der Flussraumzeiger $\vec{\Psi}_2 = \Psi_{2A}$ ist in die reelle Achse gelegt. Im statorfesten Koordinatensystem des Umrichters bzw. der Maschine läuft aber der Raumzeiger \vec{I}_1^* mit der Kreisfrequenz Ω_i^* , der Raumzeiger $\vec{\Psi}_2$ mit der Kreisfrequenz Ω_K um. Damit gilt die Beziehung:

$$(\Omega_i^{*} - \Omega_K^{*}) = \frac{d\gamma_i^{*}}{dt} \tag{13.154}$$

Es verbleiben somit die Ansteuergrößen $|\vec{I}_1^{*}|$ und $\Omega_i^{*} = \Omega_K^{*} + d\gamma_i^{*}/dt$.

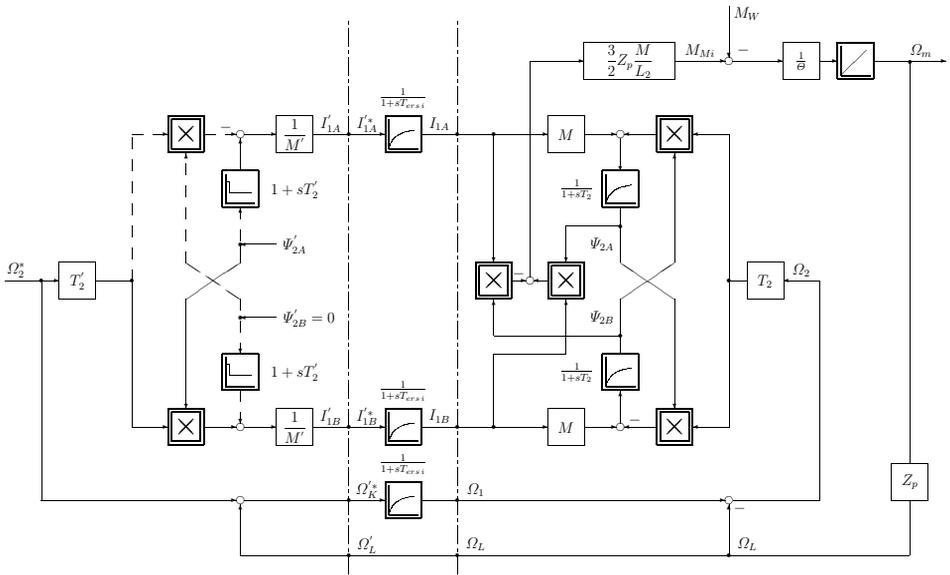


Abb. 13.34: Signalflussplan von Entkopplungsnetzwerk und ASM bei Rotorflusssteuerung

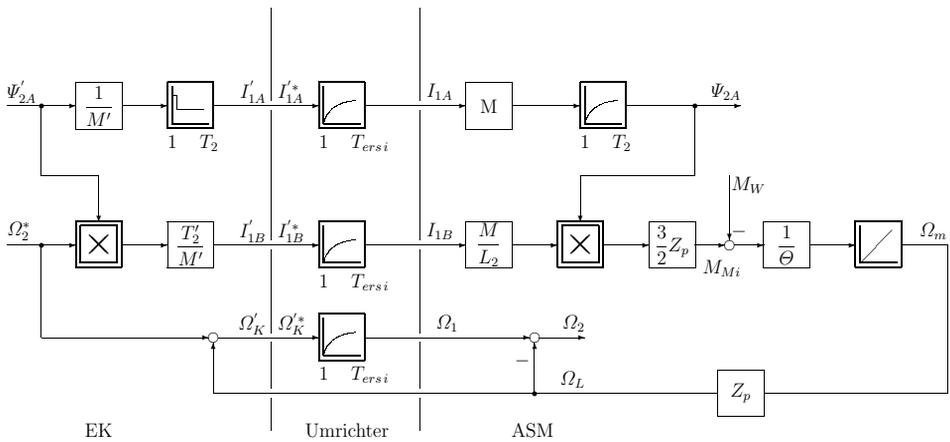


Abb. 13.35: Signalflussplan von Entkopplungsnetzwerk und Asynchronmaschine bei Rotorflussorientierung und eingprägten Statorströmen

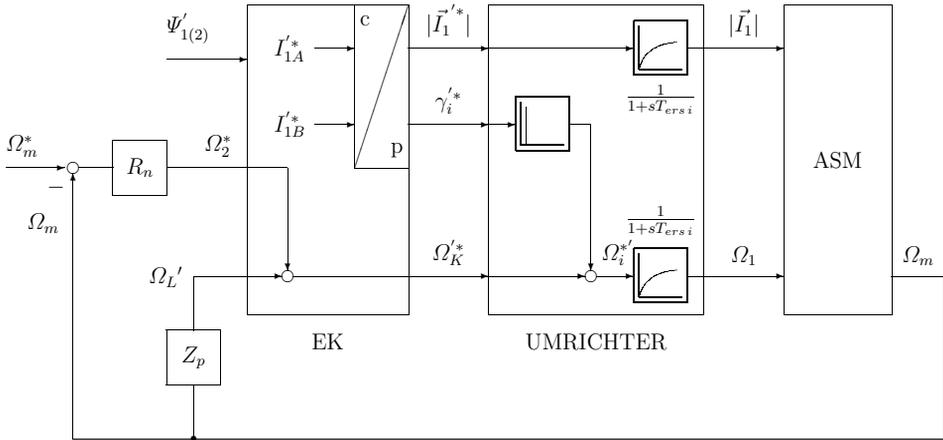


Abb. 13.36: Steuerung des Statorstroms nach Betrag und Phasenlage beim Umrichter mit eingprägtem Strom

Da zwischen Soll- und Istwert des Stromes eine Zeitverzögerung $T_{ers i}$ durch die Stromregelung nicht zu vermeiden ist, muß in den Vorsteuerkanal ebenso eine Zeitverzögerung $T_{ers i}$ eingefügt werden.

Die Regelung kann auch um den Feldschwächbereich erweitert werden. Eine der möglichen Lösungen zeigt Abb. 13.37. In dieser Abbildung wird der Fluss gesteuert im Feldschwächbereich reduziert. Diese Lösung ist immer dann unkritisch, wenn die Statornennspannung um einige Prozent überschritten werden kann und der Umrichter diese geringfügige Spannung liefern kann. Eine Adaption der Kreisverstärkung des Drehzahlreglers ist — wie bei der Gleichstrommaschine — notwendig.

Zu beachten ist, daß bei dem hier vorgestellten Verfahren der Entkopplung bei Umrichtern mit eingprägtem Strom die Parameterempfindlichkeit relativ groß ist gegenüber Änderungen des Rotorwiderstandes R_2 und einer fehlerbehafteten Drehzahlmessung.

Es ist somit bei diesem Verfahren eine on-line Identifikation des Parameters R_2 notwendig oder es müssen Lösungen gefunden werden, die weniger parameterempfindlich sind. Dies soll in einem späteren Kapitel ausführlich dargestellt werden. Eine einfache Lösung zeigt Abb. 13.38.

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß die Entkopplungsverfahren einfache und preisgünstige Verfahren sind, um der ASM ein Regelverhalten wie bei der Gleichstromnebenschlufmaschine zu geben.

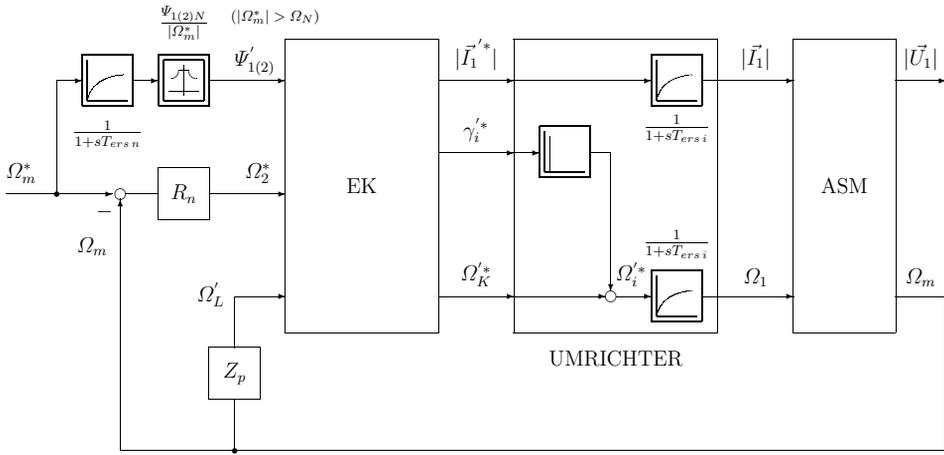


Abb. 13.37: Feldschwächung mit Flussvorgabe in Abhängigkeit vom Drehzahl-sollwert

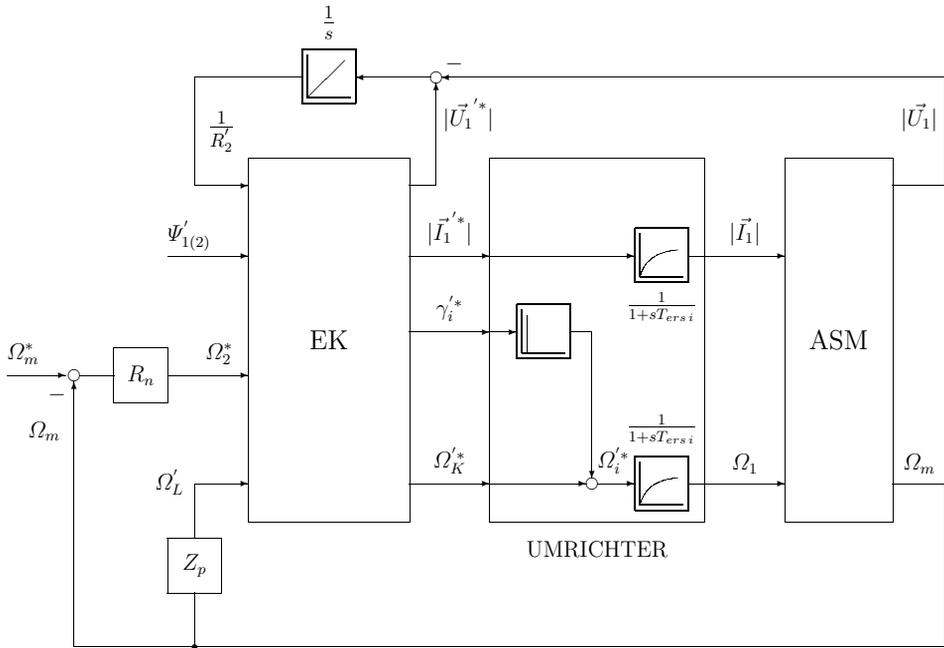


Abb. 13.38: Drehzahlregelkreis mit Anpassschaltung für den Rotorwiderstandswert R_2^*

13.4.4 Feldorientierte Regelung der Asynchronmaschine

Wie bereits in Kap. 13.4.1 erläutert, soll durch die Regelung der Asynchronmaschine der Fluss und das Drehmoment unabhängig voneinander einstellbar sein. Im Gegensatz zur Entkopplung, die in den vorherigen Kapiteln dargestellt wurde, werden bei der feldorientierten Regelung sowohl der Fluss als auch das Drehmoment geregelt. Dies bedeutet, daß einerseits die Amplitude und die Orientierung der Flusses sowie andererseits die bestimmende Größe für das Drehmoment als Istwerte verfügbar sein müssen. Wenn damit insbesondere der Fluss (Stator-, Rotor- oder Luftspaltfluss) als Istwert vorliegt, dann können die Überlegungen von Kap. 13.4.2 genutzt werden, um gezielt Vereinfachungen des Signalflussplans der Asynchronmaschine zu erreichen und damit auch eine entsprechende Vereinfachung der Regelung.

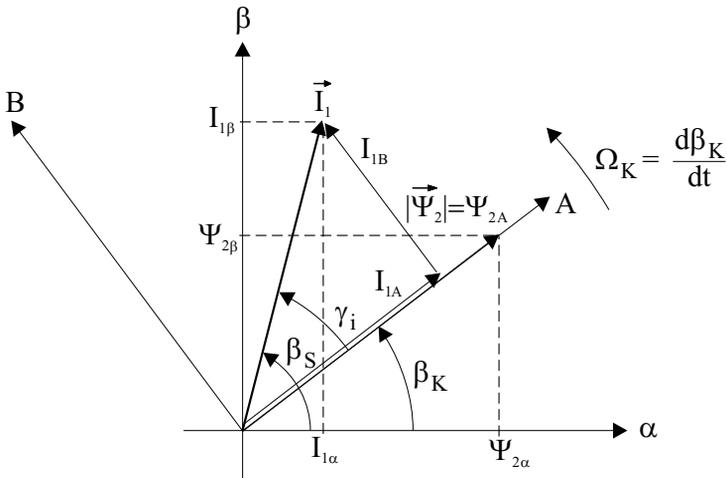


Abb. 13.39: Statorstromzeiger \vec{I}_1 und Rotorflusszeiger $\vec{\Psi}_2$ im statorfesten α - β -Koordinatensystem und im rotorflussfesten A-B-Koordinatensystem

Wie bereits in Kap. 13.4.2 und in [57–61] ausführlich dargestellt, wird durch die Orientierung des Koordinatensystems K an einem der Flüsse, z.B. $\vec{\Psi}_2^K$, der Realteil $\Psi_{2A} \hat{=} \vec{\Psi}_2^K$ und damit $\Psi_{2B} = 0$ (siehe Abb. 13.39). Somit ergibt sich eine erste Vereinfachung des Signalflussplans, da der Teil des Signalflussplans, der mit Ψ_{2B} verknüpft ist, entfällt. Wenn zusätzlich außerdem Statorstrom-Einprägung gewählt wird, dann vereinfacht sich der Signalflussplan des Statorkreises in beschriebener Art. Die Kombination beider Bedingungen führte zu dem besonders einfachen Signalflussplan in Abb. 13.17 (Kap. 13.3.2), bei der die Statorstrom-Komponente I_{1A} den Fluss Ψ_{2A} und die Statorstrom-Komponente I_{1B} das Drehmoment M_{Mi} bestimmte. Dieser besonders einfache Signalflussplan soll in den folgenden Darstellungen aus didaktischen Gründen verwendet werden. Selbstverständlich sind in analoger Weise die Verfahren bei Speisung mit

eingepprägter Spannung oder Stator- bzw. Luftspaltfluss-Orientierung anwendbar.

In Abb. 13.39 werden die für die praktische Realisierung der feldorientierten Regelung notwendigen Zusammenhänge des Statorstroms im K- und S-System im Zeigerdiagramm dargestellt.

Es ist zu erkennen, daß einerseits

$$|\vec{I}_1^K| = \sqrt{I_{1A}^2 + I_{1B}^2} \quad (13.155)$$

$$\tan \gamma_i = \frac{I_{1B}}{I_{1A}} \quad (13.156)$$

und andererseits

$$|\vec{I}_1^S| = \sqrt{I_{1\alpha}^2 + I_{1\beta}^2} = |\vec{I}_1^K| \quad (13.157)$$

$$\beta_S = \gamma_i + \beta_K \quad \beta_S : \angle(\vec{I}_1, \alpha), \beta_K : \angle(A, \alpha) \quad (13.158)$$

sind.

Diese Aussagen bedeuten, daß in den realen dreiphasigen Statorwicklungen die Statorströme I_{1a} , I_{1b} und I_{1c} fließen, diese drei Ströme im statorfesten Koordinatensystem S durch die Ströme $I_{1\alpha}$ und $I_{1\beta}$ ersetzt werden können und sich somit die Gleichungen (13.157) und (13.158) ergeben. Die drei Statorströme I_{1a} , I_{1b} und I_{1c} können aber auch in das Koordinatensystem K transformiert werden und ergeben die Gleichungen (13.155) und (13.156). Diese Grundsatzüberlegungen wurden bereits auch im Kapitel „Entkopplung“ diskutiert, nur liegt jetzt die besondere Situation vor, daß die Orientierung des Flusses — hier von $\Psi_2 \hat{=} \Psi_{2A}$ — bekannt ist. Damit ist auch der Winkel β_K bekannt und die Umrechnung der Stromkomponenten — und aller anderen Signale — möglich. Dies hatte in Kap. 13.3.2 bereits zu Abb. 13.18 geführt.

Wesentlich war bei dieser Ableitung, daß in der Realität nur die drei realen Statorwicklungen vorhanden sind, die mit den drei Stellgliedströmen I_{1a} , I_{1b} und I_{1c} gespeist werden. Dies bedeutet, das leistungselektronische Stellglied und die zugehörige Statorstromregelung des Stellglieds müssen die Istwerte I_{1a} , I_{1b} und I_{1c} zur Verfügung stellen. Das bedeutet letztendlich, sowohl das Stellglied als auch die Asynchronmaschine sind in der Realität als Dreiphasen-Systeme aufgebaut und müssen deshalb eine entsprechende Signalverarbeitung aufweisen. Dies führt zu Abb. 13.40, in der diese Überlegungen dargestellt sind.

Wenn wir annehmen, daß das Teilsystem „leistungselektronisches Stellglied und Dreiphasen-Statorwicklungen“ eine ideale Stromregelung hat, dann sind die Sollwerte gleich den Istwerten, d.h. $I_{1a}^* = I_{1a}$, $I_{1b}^* = I_{1b}$, $I_{1c}^* = I_{1c}$.

Wenn — wie oben vorausgesetzt — der Winkel β_K zwischen den Koordinatensystemen S und K bekannt ist, dann kann eine fehlerfreie Koordinatentransformation vom K-System zum S-System und umgekehrt erfolgen; damit sind

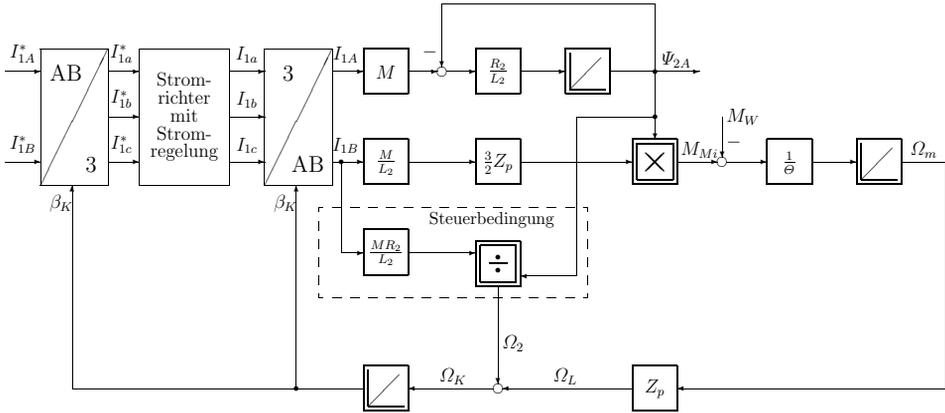


Abb. 13.40: Kernstück der feldorientierten Regelung bei Rotorflussorientierung

die Sollwerte und die Istwerte im K-System ebenso gleich, d.h. $I_{1A}^* = I_{1A}$ und $I_{1B}^* = I_{1B}$.

Mit diesen Überlegungen ist die prinzipielle Schwierigkeit bei der feldorientierten Regelung der Asynchronmaschine herausgearbeitet. Einerseits werden wir im flussorientierten Koordinatensystem K regelungstechnische Überlegungen zum Verständnis der Asynchronmaschine durchführen (Kap. 13.3.2) und darauf aufbauend in diesem Kapitel die entsprechenden Steuer- bzw. Regelverfahren entwickeln. Andererseits muß die reale Spannungs- oder Stromeinprägung im Dreiphasen-System erfolgen. Dies führt zur Grundstruktur von Abb. 13.40 und Abb. 13.41.

Der prinzipielle Grundgedanke der entkoppelten Regelung von Fluss und Ankerstrom (Drehmoment) für die Gleichstromnebenschlußmaschine ist damit auf die Asynchronmaschine übertragen.

In den obigen Ausführungen waren ideale Stromregelungen angenommen worden, dies ist in der Realität nicht immer gegeben. Um diesem idealen Verhalten soweit wie möglich nahe zu kommen, sind prinzipiell die gleichen Überlegungen wie bei der Regelung der Gleichstromnebenschlußmaschine notwendig. Wie die EMK bei der Gleichstromnebenschlußmaschine wirkt erstens die induzierte Spannung an der Gegeninduktivität M sowie die Rückkopplungen des Rotorkreises als Störgrößen und die zusätzlichen Signalpfade erhöhen die Streckenordnung. Eine entsprechende Störgrößen-Aufschaltung zur Kompensation ist daher sinnvoll (siehe Kap. 14).

Ebenso wie bei der Gleichstromnebenschlußmaschine gibt es die Unterschiede zwischen nichtlückendem und lückendem Strom; auch in diesem Fall müssen entsprechende Gegenmaßnahmen unternommen werden.

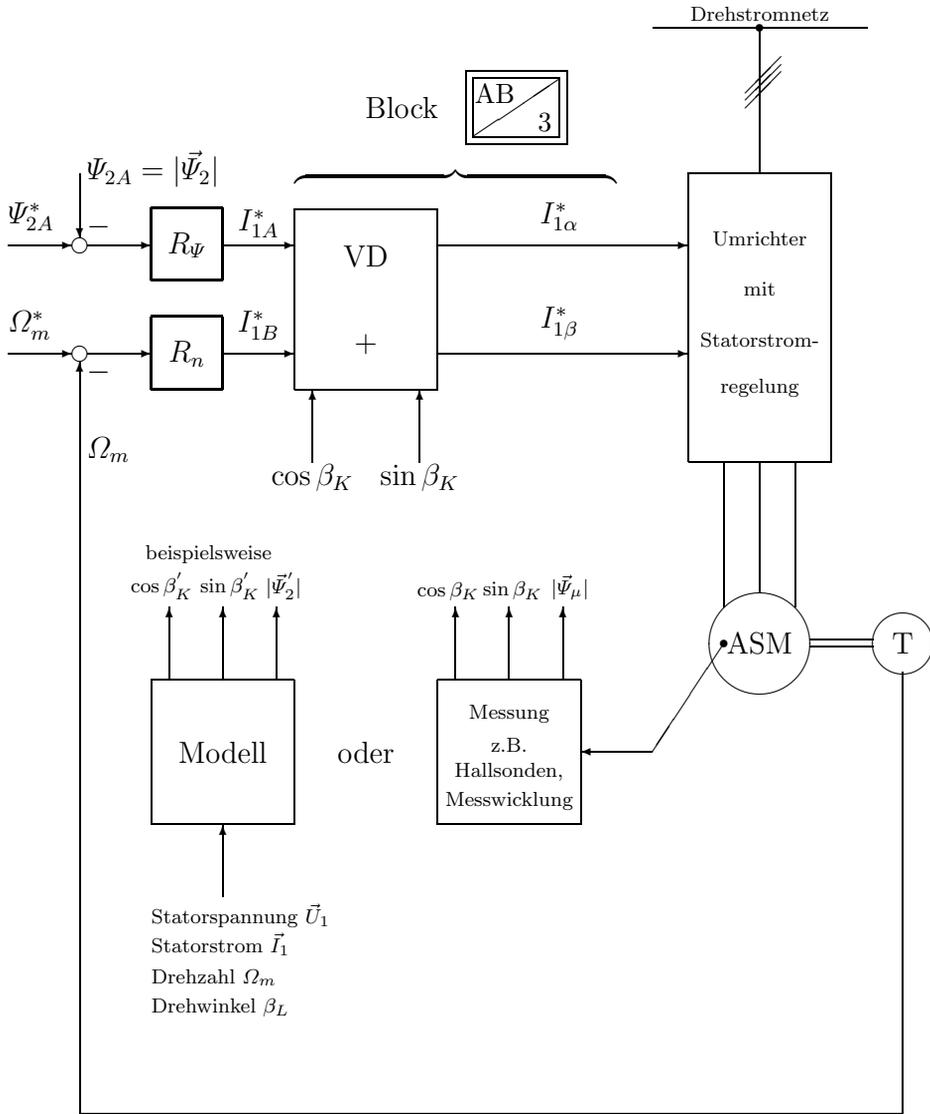


Abb. 13.41: Vereinfachte Struktur einer feldorientierten Drehzahl- und Flussregelung mit Umrichter mit unterlageter Statorstromregelung (gestrichelte Größen können fehlerbehaftet sein)

Wenn die obigen Anmerkungen für die Stromregelungen in Abb. 13.40 berücksichtigt werden, dann können die geschlossenen Stromregelkreise für I_{1A} und I_{1B} als PT_1 -Übertragungsfunktion

$$G_{wi}(s) = \frac{1}{1 + T_{ers} s} \quad (13.159)$$

approximiert werden (siehe auch Kap. 13.4.3).

Im flussbildenden Kanal folgt in Serie die Übertragungsfunktion

$$G_{\vec{\psi}_{2A}}(s) = \frac{M}{1 + T_2 s} \quad \text{mit} \quad T_2 = \frac{L_2}{R_2} \quad (13.160)$$

d.h. der Flussregler in Abb. 13.41 hat als Strecke zwei PT_1 -Übertragungsfunktionen, und es kann somit das BO (Kap. 3) verwendet werden. Im momentbildenden Kanal folgt die proportionale Momentbildung $V_S = \frac{3}{2} Z_p \frac{M}{L_2}$ und die Integration mit $\frac{1}{\Theta_s}$ des mechanischen Teils der ASM (Annahme: $\vec{\psi}_{2A} = \text{const.}$), d.h. der Drehzahlregler in Abb. 13.41 kann mittels des SO (Kap. 3) ausgelegt werden.

In Abb. 13.40 wurde vorausgesetzt, daß der Flusswinkel β_K des Rotorflusses $\vec{\psi}_{2A}$ mittels der bekannten Steuerbedingung in Abb. 13.40 und der Drehzahlmessung fehlerfrei zu ermitteln ist. Das ist aber im allgemeinen nicht gegeben, da beispielsweise der Parameter R_2 temperaturabhängig ist und somit eventuell nicht genau bekannt ist. In gleicher Weise ist das Verhältnis $\frac{M}{L_2}$ bei Feldschwächung nicht konstant. Aufgrund dieser Problematik werden im allgemeinen komplexe Maschinenmodelle (siehe Kap. 13.5 — Modellbildung der Asynchronmaschine) oder Identifikationsmethoden (Kap. 13.6) eingesetzt. Eine andere Variante ist, den Luftspaltfluss Ψ_μ zu messen.

Beide Varianten sind in Abb. 13.41 dargestellt. Abbildung 13.41 zeigt, wie aufbauend auf den Überlegungen zu Abb. 13.40, die Realisierung der Vorgabe der dreiphasigen Statorstrom-Sollwerte erfolgt. Wie bereits mehrfach dargestellt, ist der flussbildende Sollwert I_{1A}^* das Ausgangssignal des Flussreglers R_ψ mit den Eingangsgrößen, beispielsweise dem Flussollwert Ψ_{2A}^* und dem Flussistwert ψ_{2A} . In gleicher Weise ist der momentbildende Sollwert I_{1B}^* das Ausgangssignal des Drehzahlreglers R_n . Die beiden Sollwerte I_{1A}^* und I_{1B}^* können nun mit dem Vektordreher $\boxed{\text{VD} +}$ (Abb. 13.42) vom Koordinatensystem K in das Koordinatensystem S mit den Sollwerten $I_{1\alpha}^*$ und $I_{1\beta}^*$ transformiert und anschließend in die dreiphasigen Sollwerte I_{1a}^* , I_{1b}^* und I_{1c}^* gewandelt werden.

Diese Sollwerte werden dann mittels der Umrichter-Stromregelung in die entsprechenden Statorstrom-Istwerte umgesetzt. Damit hat sich der Kreis von Abb. 13.40 zu Abb. 13.41 geschlossen. (Zu beachten ist, daß eine dreiphasige Stromregelung, wie in Abb. 13.40 und Abb. 13.41 dargestellt, in der Realität im allgemeinen nicht erfolgen sollte – siehe Kap. 14 — dies erfolgte hier nur aus didaktischen Gründen.)

In Abb. 13.40 war angenommen worden, daß der Winkel β_K aus der Steuerbedingung bestimmbar ist. In Abb. 13.41 sind — wie schon oben besprochen —

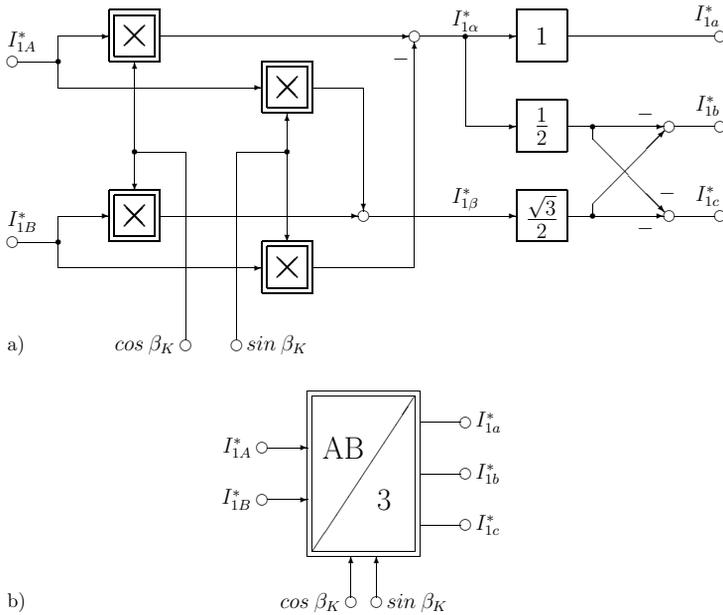


Abb. 13.42: Koordinatentransformation der Stromsollwerte vom Koordinatensystem K in die realen Dreiphasen-Sollwerte

die zwei Varianten zur Bestimmung der beiden Größen β_K und Ψ dargestellt. Die erste und heute allgemein verwendete Variante ist die Ermittlung der beiden Größen aus leicht mekbaren Größen, wie den Statorspannungen und/oder den Statorströmen.

Die Ausgangsgrößen sind dann die aus dem Modell ermittelten Größen β'_K und beispielsweise $|\Psi'|$. Die Ausgangsgrößen sind mit einem Strich versehen, da sie geschätzt sind und damit fehlerbehaftet sein können. Diese Variante der feldorientierten Regelung wird **indirekte Regelung** genannt.

Wenn stattdessen die Orientierung β_K und der Betrag des Luftspaltflusses $|\vec{\Psi}_\mu|$ gemessen wird, dann wird diese Variante **direkte Regelung** genannt. In Abb. 13.41 wurde angenommen, daß die Messung fehlerfrei sei. Damit sind die für die feldorientierte Regelung notwendigen Größen Orientierung β_K und der jeweilige Fluss — hier aus didaktischen Gründen vorzugsweise Ψ_{2A} — bekannt und die vorhergehenden Überlegungen zu Abb. 13.40 und Abb. 13.41 sind damit durchführbar.

Zu beachten ist, daß sich der Statorstrom der Asynchronmaschine bestimmt zu $I_1 = \sqrt{I_{1\alpha}^2 + I_{1\beta}^2}$ und damit dem Umrichterstrom äquivalent ist. Dieser ist nicht beliebig einstellbar, so daß bei der Vorgabe der Ströme I_{1A}^* und I_{1B}^* Begrenzungen vorzusehen sind, welche in Abb. 13.40 und Abb. 13.41 nicht gezeichnet wurden. Die Stromkomponente I_{1A}^* muß so begrenzt werden, daß der Maximalwert dem fiktiven Nenn-Erregerstrom, d.h. dem Nennfluss $\vec{\Psi}_2 = \vec{\Psi}_{2N}$,

der Asynchronmaschine entspricht. Für I_{1B}^* verbleibt die Differenz zwischen dem Maximalwert und dem Nenn-Erregerstrom, sofern die Maschine im Ankerstellbereich, d.h. mit Nennfluss betrieben wird.

Es besteht nun noch die Frage, wie ein Feldschwächbetrieb zu erzielen ist. Wie bereits mehrfach ausgeführt wurde, ist in diesem Fall in Abb. 13.41 der Fluss-Sollwert Ψ_{2A}^* abzusenken, eine prinzipielle Lösung zeigt Abb. 13.43, für genauere Informationen wird auf Kap. 13.8 verwiesen.

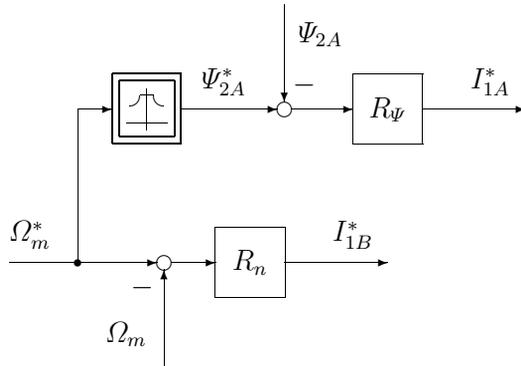


Abb. 13.43: Feldschwächung

Es besteht auch die Möglichkeit dem Umrichter die Sollwerte in Polarkoordinaten, d.h. als Amplitude $|\vec{I}_1^*|$ und aktuelle Winkelgeschwindigkeit Ω_i^* , vorzugeben. Der Betrag des Sollstromes errechnet sich dann zu

$$|\vec{I}_1^*| = \sqrt{I_{1A}^{2*} + I_{1B}^{2*}} \tag{13.161}$$

Die erforderliche Ansteuerfrequenz

$$\Omega_i^* = \Omega_1 + \frac{d\gamma_i^*}{dt} = \Omega_2 + \Omega_L + \frac{d\gamma_i^*}{dt} \tag{13.162}$$

mit

$$\gamma_i^* = \arctan \frac{I_{1B}^*}{I_{1A}^*} \tag{13.163}$$

erhält man analog zu den Überlegungen zu den Entkopplungsverfahren. An dieser Stelle soll nochmals auf die Unterschiede im stationären und dynamischen Betriebszustand hingewiesen werden. Im stationären Betriebszustand ist die Umrichter-Sollfrequenz Ω_i^* gleich der aktuellen Umlaufgeschwindigkeit des K-Systems Ω_1 , d.h. $\Omega_i^* = \Omega_1$ oder mit anderen Worten, die Statorfrequenz Ω_i^* ist gleich der aktuellen Umlaufgeschwindigkeit des K-Systems. Durch den Term $d\gamma_i^*/dt$ wird im dynamischen Betriebszustand eine Frequenzänderung und damit eine Änderung der Phasenlage des Stromsollwerts gegenüber dem Fluss (der mit Ω_K rotiert) in der Art erzwungen, daß kein transienter Ausgleichsvorgang durch

eine falsche Phasenlage auftritt. Das bedeutet, daß der Term $d\gamma_i^*/dt$ eine dynamisch richtige Vorsteuerung des Stromsollwerts gegenüber dem aktuellen Fluss in der Maschine bewirkt (siehe auch Diskussion in Kap. 13.2.2).

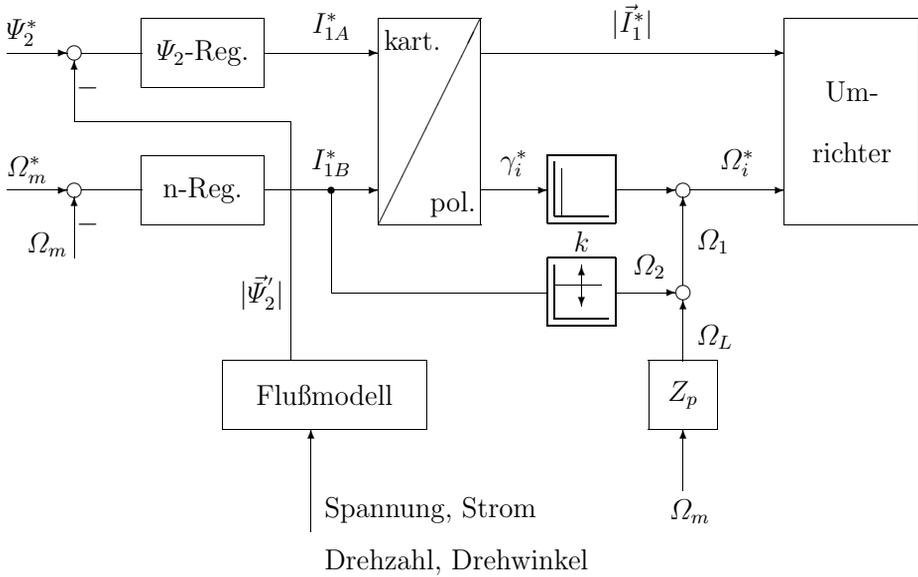


Abb. 13.44: Prinzipielles Regelschema bei einem Umrichter mit Ansteuerung in Polarkoordinaten

In Abb. 13.44 wird Ω_2 nach dem Steuergesetz bei Rotorflussorientierung aus Kap. 13.3.2 berechnet.

$$\Omega_2 = I_{1B}^* \frac{MR_2}{\Psi_{2A}L_2} = I_{1B}^* \cdot k \tag{13.164}$$

Hierbei wird vorausgesetzt, daß der Strom I_{1B} durch die Stromregelung und das Stellglied stationär und dynamisch exakt erzeugt wird. Diese Vorgehensweise ist damit ein Kompromiß zwischen feldorientierter Regelung und Entkopplung.

Die Maschinendrehzahl $\Omega_L = Z_p \Omega_m$ steht als Meßgröße zur Verfügung. Bei der Verwendung von Impulsgebern ist insbesondere die Messung kleiner Drehzahlen sehr schwierig, da der Impulsgeber in diesem Fall nur eine niedrige Zahl von Impulsen pro Zeiteinheit liefern kann. Dies bedeutet, daß einerseits eine erste Impulsfolge vom Impulsgeber und eine zweite Impulsfolge von Ω_2 (Regelung) geliefert wird. Bei der Addition beider Pulsfolgen entsteht eine ungleichmäßige Pulsfolge, d.h. die Abstände der Impulse sind nicht äquidistant. Dies ist besonders bei kleinen Drehzahlen signifikant und kann zu unerwünschten Frequenzänderungen des Umrichters führen. Diesem Effekt kann man durch eine ausreichend hohe Pulsfrequenz der Impulsgeber, z.B. sin/cos-Geber, entgegenwirken.

Zusammenfassung

Die feldorientierte Regelung von Asynchronmaschinen besitzt zusammenfassend folgende Eigenschaften:

- Es gibt sowohl für die Drehzahl als auch für den Rotorfluss einen geschlossenen Regelkreis.
- Es ist eine Messung von $|\vec{\Psi}_\mu|$ und β_μ oder eine Schätzung von $|\vec{\Psi}'|$, β'_K erforderlich.

Im allgemeinen werden Modelle oder Beobachterstrukturen verwendet, um aufwendige konstruktive Eingriffe in der Asynchronmaschine zu vermeiden. Für die Modellbildung bzw. die Beobachter ergeben sich — je nach Auflösung der Spannungs- und Verkettungsgleichung — eine große Zahl von Variationen zur Ermittlung der notwendigen Größen. Wesentlich bei den Modellen bzw. Beobachtern ist, daß die Parameter der Modelle bzw. Beobachter sich von den realen Parametern unterscheiden können, so daß die Schätzwerte zum Teil fehlerbehaftet sind. Verschiedene Arten von Modellen und ihre wesentlichen Eigenschaften werden in dem folgenden Kapitel ausführlich vorgestellt.

13.5 Modellbildung der Asynchronmaschine

Die Realisierung der feldorientierten Regelung von Asynchronmaschinen in Kap. 13.4.4 erforderte eine genaue Kenntnis der Lage und Amplitude des Flusses, in diesem speziellen Fall des Rotorflusses $\vec{\Psi}_2$, an dem sich die Regelung, d.h. das Koordinatensystem K, orientieren soll. Da sich der Fluss im allgemeinen meßtechnisch nicht oder nur mit erheblichen Aufwand bestimmen läßt, werden im folgenden Modelle vorgestellt, die eine Rekonstruktion von Flussamplitude und Flusswinkel aus meßtechnisch zugänglichen Größen erlauben. Diese Modelle zur Bestimmung der Amplitude $|\vec{\Psi}_2| = \Psi_{2A}$ und der aktuellen Lage β_K des Rotorflusses in der Maschine unterscheiden sich bezüglich Aufwand, Genauigkeit und Parameterempfindlichkeit zum Teil erheblich. Die gezeigten Untersuchungen zur Parameterempfindlichkeit basieren auf der Arbeit [379].

13.5.1 I_1 -Modell (Strommodell)

Zu Beginn steht ein sehr einfaches Modell zur Flusssschätzung, das so bezeichnete Strommodell. In Abb. 13.45 ist der Einbau des Strommodells in die feldorientierte Regelung dargestellt. Dieses hat die Aufgabe, aus den Statorströmen der Asynchronmaschine den aktuellen Rotorfluss Ψ'_{2A} und die aktuelle Rotorfrequenz Ω'_2 zu bestimmen. Dadurch steht dem Flussregler R_Ψ der aktuelle Istfluss zur Verfügung, und es kann über die bekannte Beziehung

$$\Omega'_K = \Omega'_2 + Z_p \Omega_m$$

mit Hilfe der mechanischen Winkelgeschwindigkeit die aktuelle Umlaufgeschwindigkeit des am Rotorfluss orientierten Koordinatensystems bestimmt werden. Durch Integration ergibt sich die aktuelle Lage des Flussraumzeigers, welche sowohl für die Koordinatentransformation vom flussfesten in das statorfeste System **VD +** (Sollwertkanal) und vom statorfesten in das flussfeste System **VD -** (Istwertkanal) benötigt wird.

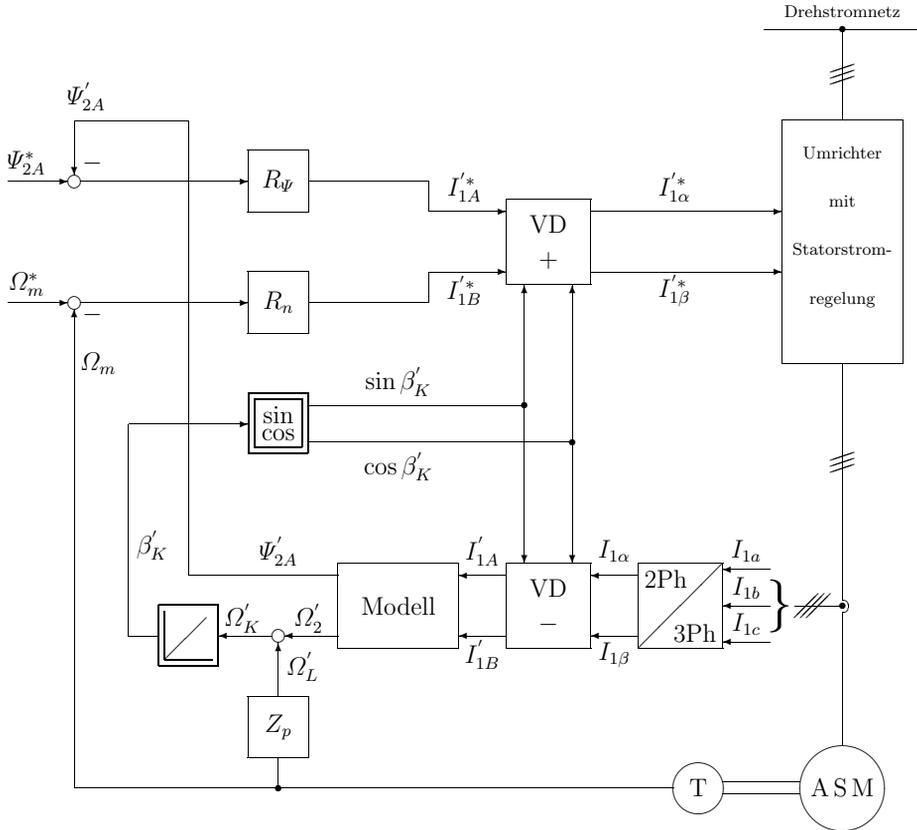


Abb. 13.45: Prinzipdarstellung der feldorientierten Regelung der Asynchronmaschine mit Strommodell (gestrichene Größen können fehlerbehaftet sein)

Je nach eingesetztem Umrichtertyp können die beiden Stromsollwertkomponenten $I_{1\alpha}^*$ und $I_{1\beta}^*$ im statorfesten Koordinatensystem S in ein Polarkoordinatensystem (Ansteuersignale $|\vec{I}_1^*$ und Ω_i^*), wie es bei den Entkopplungsverfahren dargestellt wurde, oder in ein Dreiphasen-System (Ansteuersignale I_{1a}^* , I_{1b}^* und I_{1c}^*) transformiert werden, wie es im vorliegenden Fall nach Abb. 13.45 geschieht. Die Koordinatentransformation vom rotorflussfesten Koordinatensystem in das Dreiphasen-System ist in Abb. 13.42 für den Sollwertkanal dargestellt. Hierin sind auch die Zwischengrößen $I_{1\alpha}^*$ und $I_{1\beta}^*$ im statorfesten Koordinatensystem

zu erkennen. Die Umkehrung dieser Transformation für die Umwandlung der Dreiphasen-Ströme I_{1a} , I_{1b} und I_{1c} in das rotorflussfeste K-System I'_{1A} und I'_{1B} geschieht analog zu Abb. 13.9. Mit diesen beiden Strom-Istwertkomponenten werden nun mit dem Strommodell nach Abb. 13.46 der Fluss Ψ'_{2A} und die Rotorkreisfrequenz Ω'_2 der Asynchronmaschine geschätzt.

Der Aufbau des Strommodells ist sehr einfach, wenn man die im Falle der Rotorflussorientierung gültigen Beziehungen (13.114) anwendet. Daraus ergeben sich unmittelbar die Zusammenhänge

$$\Omega'_2 = \frac{M' R'_2}{L'_2} \cdot \frac{I'_{1B}}{\Psi'_{2A}} \tag{13.165}$$

$$\frac{d\Psi'_{2A}}{dt} = \frac{R'_2}{L'_2} \left(M' I'_{1A} - \Psi'_{2A} \right) \tag{13.166}$$

welche in Abb. 13.46 als Signalfussplan dargestellt sind. Falls $\Psi_{2A} = \Psi_{2N} = \text{const.}$ (Ankerstellbereich), kann der Dividierer durch einen Proportionalfaktor ersetzt werden.

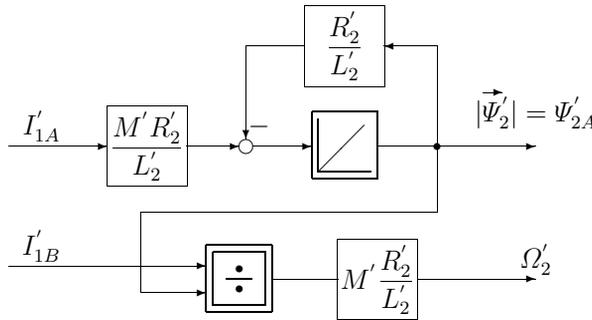


Abb. 13.46: Strommodell zur Bestimmung von Ψ'_{2A} und Ω'_2 im Flusskoordinatensystem

Durch Addition von $\Omega'_L + \Omega'_2$ in Abb. 13.45 ergibt sich die geschätzte aktuelle Umlaufgeschwindigkeit Ω'_K des am Rotorfluss orientierten Koordinatensystems und als Ausgangssignal des Integrators der gesuchte Feldwinkel β'_K . Damit ist die Grundstruktur der Feldorientierung vollständig bekannt.

Wesentlich beim vorliegenden Ansatz ist, daß die überlagerte Regelung für die Drehzahl und den Rotorfluss Ψ'_{2A} als Ausgangsgrößen die Sollwerte der fluss- und momentbildenden Ströme I'_{1A} und I'_{1B} in dem am Rotorfluss Ψ'_{2A} orientierten Koordinatensystem vorgibt. Das Modell muß daher die Istsignale im selben Koordinatensystem liefern [359]. Wenn die Eingangssignale mit den Ausgangssignalen im Modell vertauscht werden, dann ergibt sich die bereits aus dem Kapitel „Entkopplung“ bekannte Regelungsstruktur, die in Abb. 13.47 und 13.48 dargestellt ist [373].

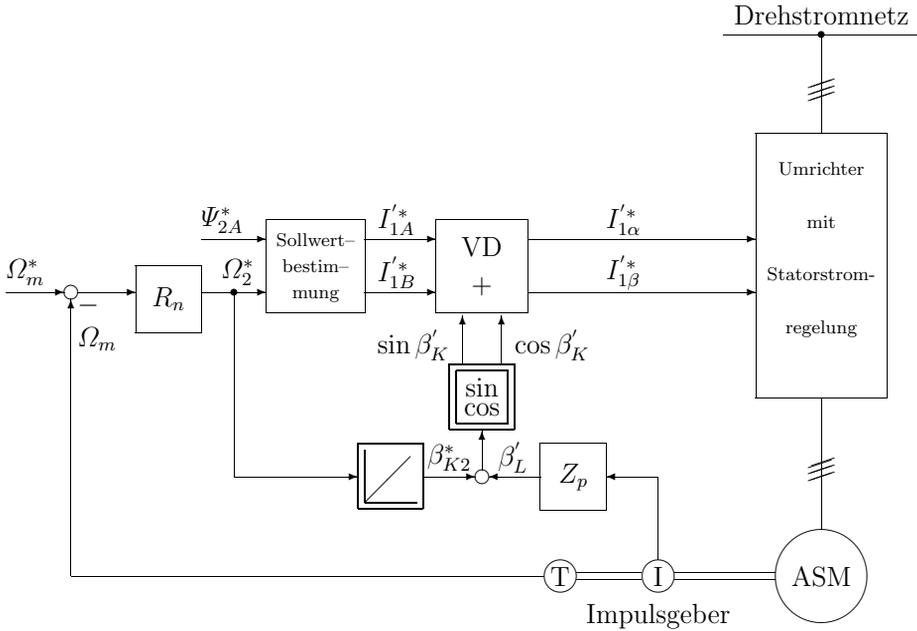


Abb. 13.47: Prinzipdarstellung einer feldorientierten Regelung mit Rotorstellungsmessung und gesteuerter Vorgabe des Flusses (ähnlich Entkopplung)

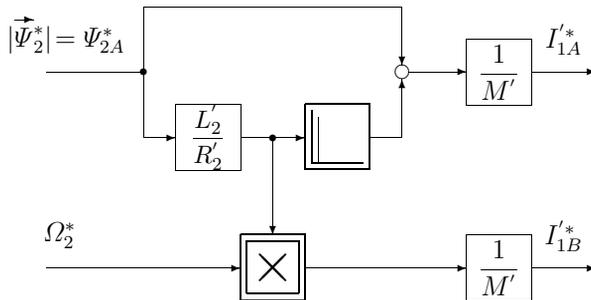


Abb. 13.48: Stromsollwertbestimmung in Flusskoordinaten

Bei der vorliegenden Lösung werden — wie bereits bei der Entkopplung dargestellt — über die Struktur in Abb. 13.48 die Ströme I'_{1A} und I'_{1B} vorgegeben. Die Ermittlung des Winkels β'_K erfolgt durch

$$\beta'_K = \int \Omega_2^* dt + \beta'_L = \beta_{K2}^* + \beta'_L$$

Schwierig bei diesen Lösungen ist die Bildung des Winkels β'_K bei kleinen Drehzahlen Ω_m , da die Impulse eines Drehwinkelgebers bei niedrigen Drehzahlen

nur noch vereinzelt erzeugt werden und sich mit Ω_2^* nicht äquidistante Pulsfolgen für Ω_1' bilden. Das Ausgangssignal des Impulsaddierers muß deshalb geglättet werden, was, da die Glättungszeitkonstante mit abnehmender Drehzahl größer werden muß, die Dynamik des Antriebssystems verschlechtert. Günstiger ist eine Lösung, wie sie bereits im Abschnitt der Entkopplungsregelung beschrieben wurde.

Parameterempfindlichkeit des Strommodells

Eine besondere Schwierigkeit besteht darin, daß einerseits die Maschinenparameter zeitvariant sind (z.B. die Temperaturabhängigkeit von R_1 und R_2) und die Maschineninduktivitäten durch die Hysterese Kennlinie kein lineares Verhalten aufweisen. Andererseits sind die Modellparameter R_1', R_2', M', L_1' und L_2 im allgemeinen fest, d.h. auf konstante Werte eingestellt. Daher sind Abweichungen zwischen den tatsächlichen Maschinensignalen und den Modellsignalen unvermeidbar.

Am Beispiel der für die Regelung besonders relevanten Abweichung des geschätzten Rotorflusses Ψ_{2A}' vom realen Fluss Ψ_{2A} nach Betrag und Phase wird die Parameterempfindlichkeit des Strommodells eingehend untersucht. Es ergibt sich ein Differenz-Raumzeiger $\Delta\vec{\Psi}^{K}$ der Form

$$\Delta\vec{\Psi}^K = \vec{\Psi}_2^K - \vec{\Psi}_2^{K'} \tag{13.167}$$

welcher die Abweichung des Modells beschreibt (vgl. Abb. 13.49).

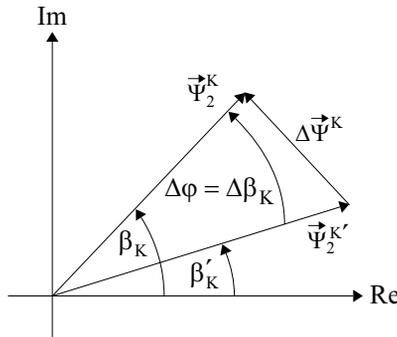


Abb. 13.49: Definition des Fehlerraumzeigers $\Delta\vec{\Psi}^K$

Bei der Untersuchung der stationären Empfindlichkeit des Strommodells entsprechend [379] gehen wir von einer fehlerfreien Messung der Statorströme (bzw. der Statorspannungen) der Maschine aus. Im vorliegenden Fall haben daher fehlerhafte Schätzwerte der Maschinenparameter R_2, M und L_2 einen Einfluss auf das Modellverhalten. Aus der Vielzahl der Kombinationsmöglichkeiten sind in den folgenden Bildern einige typische Fälle gezeigt.

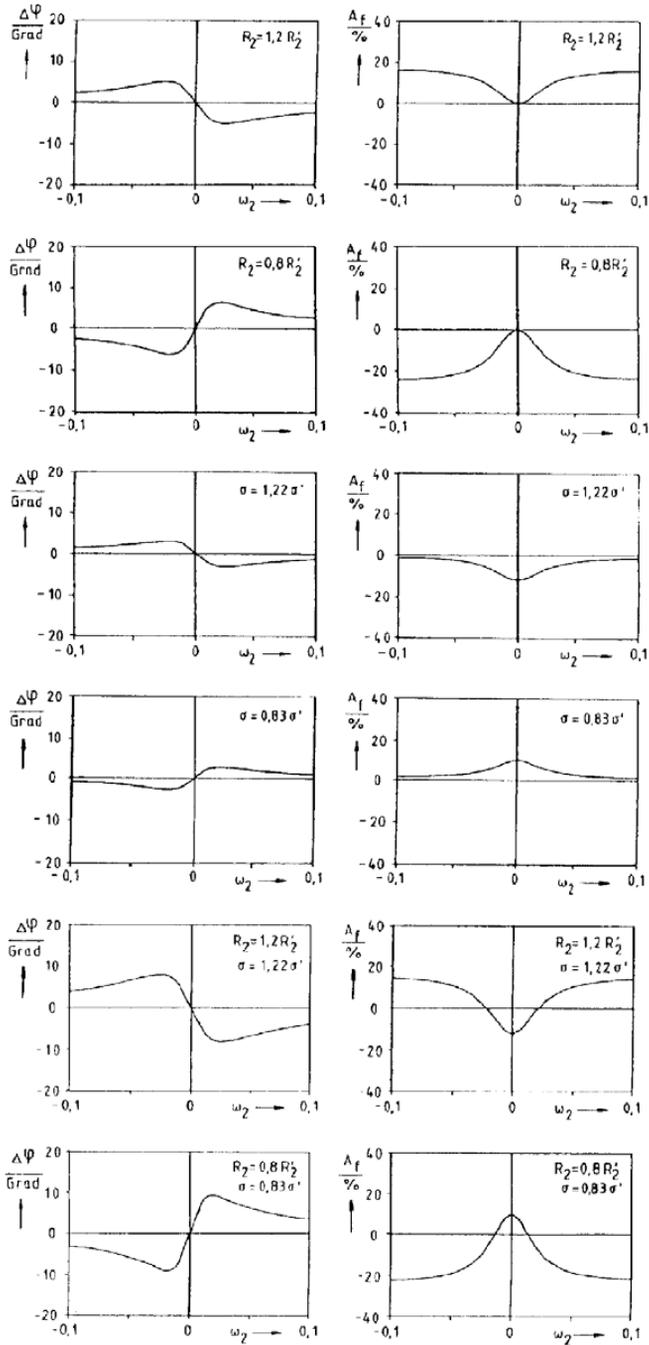


Abb. 13.50: Stationärer Phasen- und Amplitudenfehler der Rotorflussnachbildung des Strommodells bei Fehlanpassung des Rotorwiderstandes bzw. der Maschinenreaktanzen

Der Fehlerraumzeiger wird darin gemäß

$$A_F = \frac{|\vec{\Psi}_2^K| - |\vec{\Psi}_2^{K'}|}{|\vec{\Psi}_2^K|} \quad (13.168)$$

$$\Delta\varphi = \Delta\beta_K = \beta_K - \beta'_K \quad (13.169)$$

$$\omega_2 = \frac{\Omega_2}{\Omega_{1N}} \quad \text{mit } \Omega_{1N}: \text{ Statornennkreisfrequenz} \quad (13.170)$$

durch den bezogenen Amplitudenfehler A_F und den Winkelfehler $\Delta\varphi = \Delta\beta_K$ über der bezogenen Rotorkreisfrequenz ω_2 dargestellt. Wesentlich ist, wie in Abb. 13.50 dargestellt, daß auch Kombinationen von Parameterabweichungen — z.B. beim Feldschwächbetrieb — auftreten können. Des weiteren ist zu beachten, daß aufgrund der Notwendigkeit der Benutzung des Drehzahlwertes Ω_m (Abb. 13.45) zur Bestimmung von β'_K ein Fehler bei der Drehzahlerfassung ebenfalls Auswirkungen auf das Gesamtverhalten hat.

13.5.2 $I_1\beta_L$ -Modelle und $I_1\Omega_L$ -Modelle

Die Parameterempfindlichkeit des Strommodells aus Kap. 13.5.1 wird dadurch verstärkt, daß auch die Modelleingangsgrößen I'_{1A} und I'_{1B} ihrerseits geschätzte und damit fehlerbehaftete Größen sind. Sie werden durch den Vektordreher VD - (Abb. 13.45) aus dem am statorfesten Koordinatensystem orientierten Raumzeiger $\vec{I}_1^{S'}$ des Statorstroms durch Transformation in das rotorflussfeste Koordinatensystem errechnet. Da diese mit dem vom Modell geschätzten Flusswinkel β'_K arbeitet, wirkt sich ein Fehler im Feldwinkel zusätzlich auf den transformierten Stromraumzeiger aus, der wiederum als Eingangsgröße in das Strommodell dient.

Um diese Fehlerrückkopplung zu vermeiden, wählt man Modelle, die entweder im rotorfesten ($\Omega'_K = \Omega'_L = Z_p\Omega_m$) oder im statorfesten Koordinatensystem ($\Omega_K = 0$) arbeiten. In diesem Fall entsprechen gemessene Größen direkt den Eingangsgrößen der Modelle. Aus den Rotorflusskomponenten $\Psi'_{2\alpha}$ und $\Psi'_{2\beta}$ im statorfesten Koordinatensystem lassen sich die für die Feldorientierung benötigten Größen Ψ'_{2A} und β'_K leicht berechnen.

$I_1\beta_L$ -Modell

Im Falle der Orientierung am Rotorfluss gilt bekanntermaßen

$$\Psi'_{2A} = |\vec{\Psi}'_2| \quad (13.171)$$

und damit auch

$$\Psi'_{2A} = \sqrt{\Psi'^2_{2\alpha} + \Psi'^2_{2\beta}} \quad (13.172)$$

womit die aktuelle Amplitude des Rotorflusses bestimmt ist.

Es bleiben die Beziehungen für den geschätzten Feldwinkel β'_K , welche sich mit

$$\Psi'_{2\alpha} = \Psi'_2 \cos \beta'_K$$

$$\Psi'_{2\beta} = \Psi'_2 \sin \beta'_K$$

einfach durch

$$\cos \beta'_K = \frac{\Psi'_{2\alpha}}{|\vec{\Psi}'_2|} \tag{13.173}$$

$$\sin \beta'_K = \frac{\Psi'_{2\beta}}{|\vec{\Psi}'_2|} \tag{13.174}$$

darstellen lassen. Das zu entwerfende Flussmodell der Asynchronmaschine muß somit den Schätzwert für den Rotorfluss $\vec{\Psi}'_2$ im statorfesten Koordinatensystem als Ausgangsgröße zur Verfügung stellen. Dieser kann anschließend mit den obenstehenden Beziehungen in die interessierenden Größen Ψ'_{2A} und β'_K umgerechnet werden. Bei der Modellbeschreibung gehen wir wiederum von einer Asynchronmaschine mit Kurzschlußläufer, d.h. $\vec{U}_2 = 0$, aus. Als Eingangsgrößen in das Modell stehen der Statorstromraumzeiger \vec{I}_1^S und die aktuelle elektrische Lage des Rotors der Asynchronmaschine zur Verfügung:

$$\beta'_L = \int \Omega_L dt = Z_p \int \Omega_m dt \tag{13.175}$$

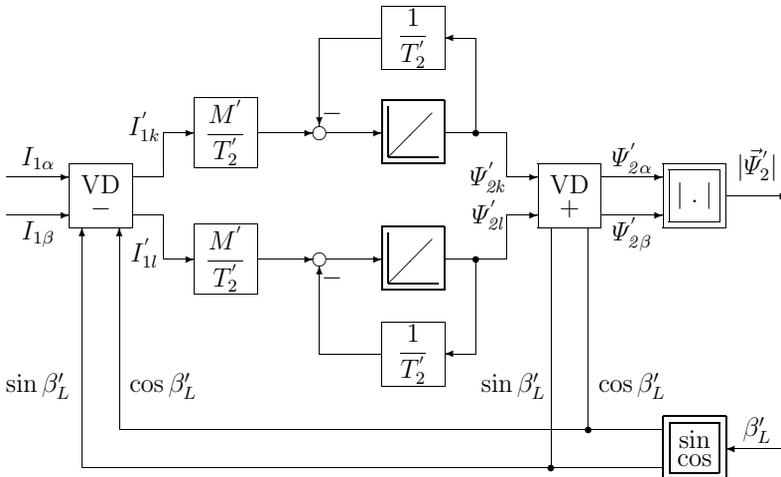


Abb. 13.51: Nachbildung der Rotorflusskomponenten Ψ_{2k}, Ψ_{2l} durch Verwendung des Strommodells im rotorfesten Koordinatensystem

Bei der Betrachtung der Asynchronmaschine im rotorfesten Koordinatensystem, d.h. $\Omega'_K = \Omega'_L$ lassen sich aus den allgemeinen Systemgleichungen (13.71) die Gleichungen

$$\frac{d\Psi'_{2k}}{dt} = -\Psi'_{2k} \frac{R'_2}{L'_2} + \frac{M' R'_2}{L'_2} I_{1k} \tag{13.176}$$

$$\frac{d\Psi'_{2l}}{dt} = -\Psi'_{2l} \frac{R'_2}{L'_2} + \frac{M' R'_2}{L'_2} I_{1l} \tag{13.177}$$

für den Rotorfluss der Maschine ableiten. Damit läßt sich der Signalfussplan nach Abb. 13.51 für das $I_1\beta_L$ -Modell zeichnen, wobei mit $T'_2 = L'_2/R'_2$ die Rotorzeitkonstante der Maschine bezeichnet wird.

Im Gegensatz zum Strommodell nach Kap. 13.5.1 werden hier die Flusskomponenten Ψ'_{2k} und Ψ'_{2l} nicht in einem mit der Kreisfrequenz $\Omega'_K = \Omega'_1$ rotierenden, rotorflussorientierten Koordinatensystem, sondern in einem mit der mechanischen Kreisfrequenz $\Omega'_L = Z_p \Omega_m = d\beta_L/dt$ rotierenden Koordinatensystem betrachtet. Dies bedeutet, daß die Rotorsignale sich relativ zum Rotor mit einer Kreisfrequenz von $\Omega'_2 = \Omega'_1 - \Omega'_L$ bewegen, was in Abb. 13.52 zu sehen ist.

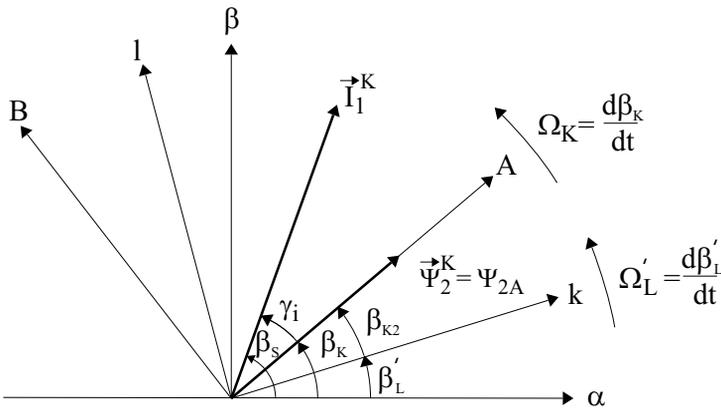


Abb. 13.52: Statorstrom-Raumzeiger \vec{I}_1^K und Fluss $\vec{\Psi}_2^K$ zu einem Zeitpunkt t im statorfesten α - β -Koordinatensystem, im rotorfesten k - l -Koordinatensystem und im rotorflussfesten A - B -Koordinatensystem

Da der Statorstrom der Asynchronmaschine $\vec{I}_1^L = I'_{1k} + jI'_{1l}$ nicht direkt im rotorfesten Koordinatensystem vorliegt, muß dieser aus den meßbaren Strömen $I_{1\alpha}$ und $I_{1\beta}$ im statorfesten Koordinatensystem berechnet werden. Dies erfordert zwei Vektordreher VD + und VD -, welche in Abb. 13.51 dargestellt sind. Diese Vektordreher bewirken zwar eine Entkopplung des restlichen Modells auf zwei unabhängige Systeme 1. Ordnung (PT₁-Glieder), jedoch muß zur Bildung der erforderlichen Modellausgangsgrößen gerade diese Entkopplung mit VD + wieder aufgehoben werden. Aus den so ermittelten statorfesten Komponenten

werden, wie zu Beginn des Abschnitts erläutert, Betrag und Winkel des Rotorflusses gebildet und der feldorientierten Regelung zugeführt.

$I_1\Omega_L$ -Modell

Werden die Rotorflusskomponenten stattdessen direkt im statorfesten Koordinatensystem rekonstruiert, so erhält man aus den Systemgleichungen der Asynchronmaschine das $I_1\Omega_L$ -Modell. Die Rotorflusskomponenten ergeben sich somit im statorfesten Koordinatensystem zu

$$\frac{d\Psi'_{2\alpha}}{dt} = \frac{M' R'_2}{L'_2} I_{1\alpha} - \frac{R'_2}{L'_2} \Psi'_{2\alpha} - \Omega_L \Psi'_{2\beta} \tag{13.178}$$

$$\frac{d\Psi'_{2\beta}}{dt} = \frac{M' R'_2}{L'_2} I_{1\beta} - \frac{R'_2}{L'_2} \Psi'_{2\beta} + \Omega_L \Psi'_{2\alpha} \tag{13.179}$$

womit der Signalfussplan des Strom-Drehzahl-Modells nach Abb. 13.53 gezeichnet werden kann.

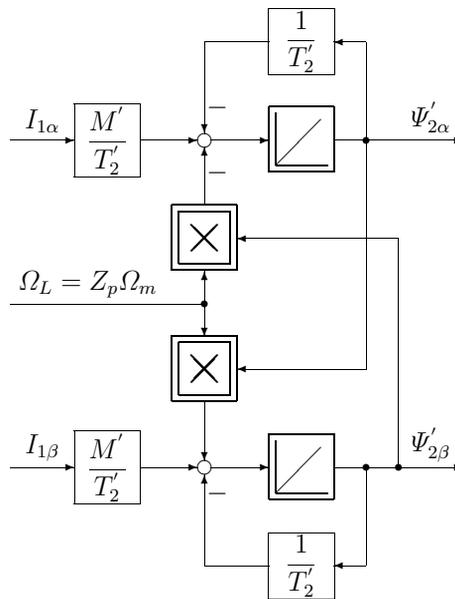


Abb. 13.53: Signalfussplan des $I_1\Omega_L$ -Modells im statorfesten Koordinatensystem

Der Vorteil dieses Modells ist, daß die Raumzeigerkomponenten $I_{1\alpha}$ und $I_{1\beta}$ direkt verwendet werden und so die Raumzeigerkomponenten $\Psi'_{2\alpha}$ und $\Psi'_{2\beta}$ ebenfalls im statorfesten Koordinatensystem berechnet werden können. Als Nachteil ist der hohe Aufwand im Modell zu sehen. Wie beim vorgestellten $I_1\beta_L$ -Modell

muß zusätzlich noch der Betrag $|\vec{\Psi}'_2|$ und die aktuelle Lage bzw. der aktuelle Winkel β'_K des geschätzten Rotorflusses berechnet werden.

Die Gegenüberstellung des Aufwands und der Parameterempfindlichkeit der unterschiedlichen Strommodelle bringt folgende Ergebnisse. Im rotorflussorientierten I_1 -Modell (Abb. 13.46) war die Struktur des Modells selbst am einfachsten, und es waren nur die Maschinenparameter M' und T'_2 zur Schätzung des Rotorflusses notwendig. Beim $I_1\beta_L$ -Modell (Abb. 13.51) bestehen im Signalteil im wesentlichen zwei Signalpfade ähnlich dem I_1 -Modell (Abb. 13.46) mit den Parametern M' und T'_2 . Zusätzlich sind die relativ aufwendige β_L -Erfassung (Rotorlage) und die zwei Vektordreher erforderlich. Ein ähnlicher Aufwand ist beim $I_1\Omega_L$ -Modell (Abb. 13.53) notwendig.

Sollen die Strommodelle hinsichtlich ihrer Parameterempfindlichkeit gegenübergestellt werden, so muß der Bereich der Parameterschwankungen definiert werden. In [379] wird angenommen, daß die Widerstände in Stator und Rotor sich um $\pm 20\%$, die Induktivitäten L_1 , L_2 und M um jeweils $\pm 10\%$ ändern. Weiterhin wird ein Fehler von $\pm 2\%$ bei der Drehzahlerfassung $\Omega'_L = Z_p\Omega_m$ angesetzt. Die Ergebnisse bei fehlerhaftem Rotorwiderstand und Reaktanzen entsprechen den Ergebnissen beim Strommodell (Abb. 13.50). Zusätzlich wird beim $I_1\Omega_L$ -Modell nun noch der Einfluss des Fehlers bei der Drehzahlerfassung auf die Schätzung des Flusses Ψ'_{2A} untersucht. Abbildung 13.54 zeigt den Fehlerflussraumzeiger $\Delta\vec{\Psi}'_2$ als Amplituden- und Phasenfehler über der bezogenen Drehzahl. n' ist dann der fehlerbehaftete Meßwert der bezogenen Drehzahl.

$$n' = \frac{\Omega'_L}{\Omega_{1N}} = \frac{Z_p\Omega_m}{\Omega_{1N}} \quad (13.180)$$

Aus den Grafiken auf der rechten Spalte ist zu erkennen, daß bei fehlerhafter Drehzahlerfassung mit einer Tachomaschine von 2% bei einer Drehzahl $n = 0,3$ ein Amplitudenfehler von 12% entsteht. Die Zusammenhänge in Abb. 13.54 weisen deshalb darauf hin, daß die Erfassung des Winkels β_L mit einem Impulsgeber hoher Pulszahl der Drehzahlerfassung mit Tachomaschine überlegen ist, solange keine sehr gute Drehzahlerfassung vorhanden ist. Prinzipiell sind somit die Strommodelle bis zu kleinen Drehzahlen einsetzbar, sofern die Parametervariation relativ gering bleibt.

13.5.3 U_1I_1 -Modell

Anstatt der verschiedenen Strommodelle mit den Eingangsgrößen Statorstrom und Drehzahl $\Omega'_L = Z_p\Omega_m$ bzw. der aktuellen Rotorlage β'_L kann ein um die Statorspannungskomponenten erweitertes Modell verwendet werden. Die Motivation für dieses Vorgehen ist, daß bei den Strommodellen zur flusskomponentenschätzung die stark veränderlichen Maschinenparameter T'_2 und M' verwendet werden. Damit treten bei Unterschieden zwischen den Modellparametern und

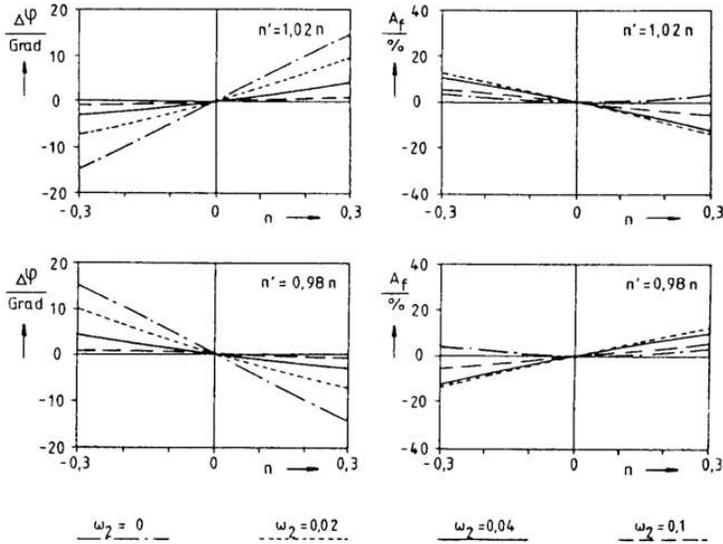


Abb. 13.54: Stationärer Phasen- und Amplitudenfehler der Rotorflussnachbildung des $I_1\Omega_L$ -Modells aufgrund eines Drehzahlmeßfehlers bei unterschiedlichen Belastungen

den realen Parametern der Asynchronmaschine Schätzfehler auf, die die Regelgüte erheblich beeinflussen. Werden stattdessen zusätzliche Informationen, wie die Statorspannung, genutzt, so kann der Fehlereinfluss unter Umständen verringert werden. Ausgehend von den beiden Systemgleichungen

$$\vec{U}_1^K = \frac{R_1}{\sigma L_1} \vec{\psi}_1^K - \frac{M R_1}{\sigma L_1 L_2} \vec{\psi}_2^K + \frac{d\vec{\psi}_1^K}{dt} + j\Omega_K \vec{\psi}_1^K \quad (13.181)$$

und

$$\vec{I}_1^K = \frac{1}{\sigma L_1} \vec{\psi}_1^K - \frac{M}{\sigma L_1 L_2} \vec{\psi}_2^K \quad (13.182)$$

der Asynchronmaschine werden diese so umgeformt, daß sich der Rotorfluss $\vec{\psi}_2^K$ aus den Eingangsgrößen \vec{U}_1^K und \vec{I}_1^K errechnet.

Nach kurzer Umformung ergibt sich

$$\vec{U}_1^K = R_1 \vec{I}_1^K + \sigma L_1 \frac{d\vec{I}_1^K}{dt} + \frac{M}{L_2} \frac{d\vec{\psi}_2^K}{dt} + j\Omega_K \vec{\psi}_1^K \quad (13.183)$$

was sich bei Betrachtung im statorfesten Koordinatensystem, d.h. $\Omega_K = 0$, zu

$$\frac{d\vec{\psi}_2^S}{dt} = \frac{L_2}{M} \left(\vec{U}_1^S - R_1 \vec{I}_1^S - \sigma L_1 \frac{d\vec{I}_1^S}{dt} \right) \quad (13.184)$$

vereinfacht und im Modell in die Komponenten Real- und Imaginärteil aufgespalten werden kann.

$$\frac{d\Psi'_{2\alpha}}{dt} = \frac{L'_2}{M'} \left(U_{1\alpha} - R'_1 I_{1\alpha} - \sigma' L'_1 \frac{dI_{1\alpha}}{dt} \right) \quad (13.185)$$

$$\frac{d\Psi'_{2\beta}}{dt} = \frac{L'_2}{M'} \left(U_{1\beta} - R'_1 I_{1\beta} - \sigma' L'_1 \frac{dI_{1\beta}}{dt} \right) \quad (13.186)$$

Somit sind die Modellgleichungen gegeben, welche in Abb. 13.55 als Signalfussplan dargestellt sind.

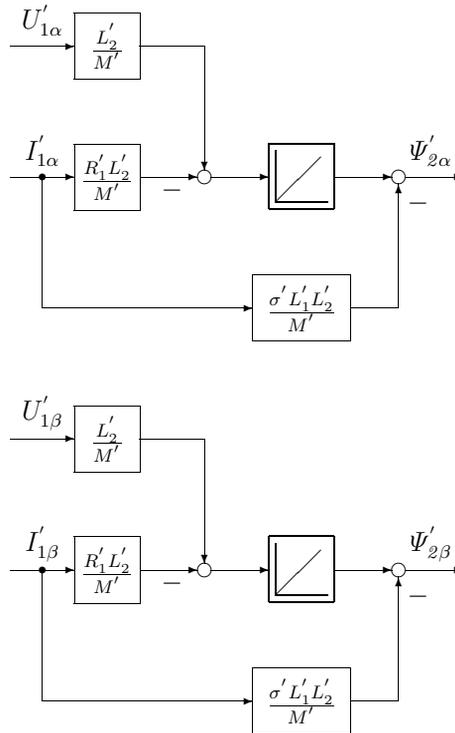


Abb. 13.55: Signalfussplan des U_1I_1 -Modells im statorfesten Koordinatensystem

Der wesentliche Vorteil dieses Modells liegt darin, daß es unabhängig vom stark temperaturabhängigen Rotorwiderstand R_2 ist. Der Statorwiderstand R_1 ist zwar ebenso temperaturabhängig, jedoch durch die bessere Wärmeabfuhr der Kupferwicklungen bleiben dessen Schwankungen in einem geringeren Bereich. Es verbleibt letztlich der Einfluss der Gegeninduktivität M der Maschine. Aus den Modellgleichungen und dem zugehörigen Signalfussplan nach Abb. 13.55 ist der entscheidende Nachteil des U_1I_1 -Modells unmittelbar zu erkennen. Die beiden geschätzten Flusskomponenten $\Psi'_{2\alpha}$ und $\Psi'_{2\beta}$ werden durch eine offene Integration

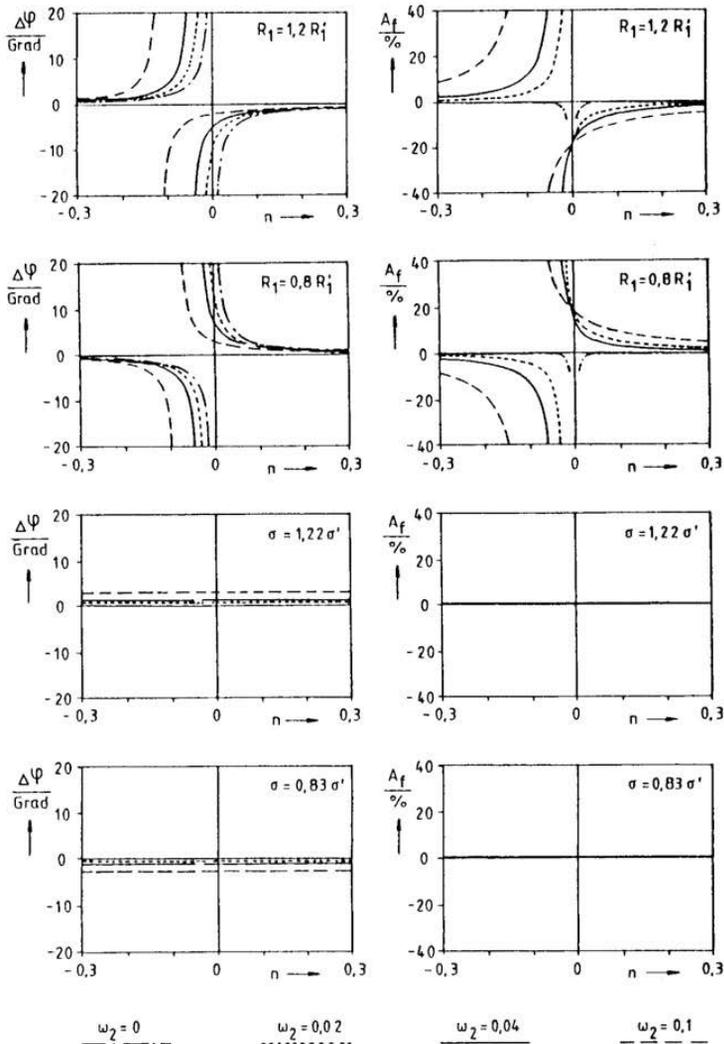


Abb. 13.56: Stationärer Phasen- und Amplitudenfehler der Rotorflussnachbildung des $U_1 I_1$ -Modells bei Fehlanpassung des Statorwiderstands bzw. der Maschinenreaktanzen

bestimmt. Obwohl das Verhalten dieser Art von Modellen häufig untersucht und gleichzeitig versucht wurde, die offene Integration zu umgehen, kann das Modell im Drehzahlbereich um Null (ca. $|n| = 0, 1 \dots 0, 2$) nicht eingesetzt werden. Da insbesondere die Änderungen des Widerstandes R_1 bei der Drehzahl Null zu unendlich großen Phasen- und Amplitudenfehlern führen, ist der Drehzahlbereich um Null somit ausgeschlossen. Wesentlich günstiger verhält sich dieses

Modell gegenüber Variationen der Maschineninduktivitäten, was besonders im Feldschwächbetrieb (Entsättigung) von Vorteil ist. Analog zu den bisher betrachteten Strommodellen wird in Abb. 13.56 die stationäre Parameterempfindlichkeit des $U_1 I_1$ -Modells dargestellt.

Bei den beiden Strommodellen aus dem vorigen Abschnitt — $I_1 \beta_L$ -Modell und $I_1 \Omega_L$ -Modell — waren in Abhängigkeit von Ω_2 die stationären Phasenfehler punktsymmetrisch zum Ursprung und die stationären Amplitudenfehler achsensymmetrisch zur Ordinate. Da dies bei allen weiteren Modellen ebenfalls der Fall ist, wird die Empfindlichkeit nur noch für positive Ω_2 untersucht.

13.5.4 $U_1 I_1 \Omega_L$ -Modell

Um den Nachteil der offenen Integration des $U_1 I_1$ -Modells aus dem vorherigen Abschnitt zu vermeiden, wird das $U_1 I_1 \Omega_L$ -Modell eingesetzt. Es bietet zudem den Vorteil, daß alle leicht verfügbaren Informationen (Meßwerte) verwendet werden, um die Parameterempfindlichkeit zu vermindern. Für das $U_1 I_1$ -Modell ergab sich die Beziehung

$$\frac{d\vec{\Psi}_2^{S'}}{dt} = \frac{L_2'}{M'} \left(\vec{U}_1^S - R_1' \vec{I}_1^S - \sigma' L_1' \frac{d\vec{I}_1^S}{dt} \right) \quad (13.187)$$

für den Rotorfluss der Asynchronmaschine im statorfesten Koordinatensystem S. Mit Hilfe der allgemeinen Systemgleichungen für den Rotorfluss (Kurzschlußläufer, d.h. $\vec{U}_2 = 0$) und den Statorstrom der Maschine

$$\frac{d\vec{\Psi}_2^S}{dt} = -\frac{R_2}{\sigma L_2} \vec{\Psi}_2^S + \frac{M R_2}{\sigma L_1 L_2} \vec{\Psi}_1^S + j \Omega_L \vec{\Psi}_2^S \quad (13.188)$$

$$\vec{I}_1^S = \frac{1}{\sigma L_1} \vec{\Psi}_1^S - \frac{M}{\sigma L_1 L_2} \vec{\Psi}_2^S \quad (13.189)$$

kann man die Gleichung des $U_1 I_1$ -Modells zu

$$\vec{\Psi}_2^{S'} \frac{R_2'}{L_2'} = j \Omega_L \vec{\Psi}_2^{S'} + \frac{L_2'}{M'} \left(-\vec{U}_1^S + \vec{I}_1^S \left(R_1' + \frac{M'^2}{L_2'^2} R_2' \right) + \sigma' L_1' \frac{d\vec{I}_1^S}{dt} \right) \quad (13.190)$$

umformen. Deren Aufspaltung in die Komponenten Real- und Imaginärteil ergibt die beschreibenden Gleichungen des $U_1 I_1 \Omega_L$ -Modells:

$$\Psi'_{2\alpha} = -\frac{L_2'}{R_2'} \Omega_L \Psi'_{2\beta} + \frac{L_2'}{R_2' M'} \left(-U'_{1\alpha} + I'_{1\alpha} \left(R_1' + \frac{M'^2}{L_2'^2} R_2' \right) + \sigma' L_1' \frac{dI'_{1\alpha}}{dt} \right) \quad (13.191)$$

$$\Psi'_{2\beta} = \frac{L_2'}{R_2'} \Omega_L \Psi'_{2\alpha} + \frac{L_2'}{R_2' M'} \left(-U'_{1\beta} + I'_{1\beta} \left(R_1' + \frac{M'^2}{L_2'^2} R_2' \right) + \sigma' L_1' \frac{dI'_{1\beta}}{dt} \right) \quad (13.192)$$

Der zugehörige Signalflossplan ist in Abb. 13.57 dargestellt. Durch diesen

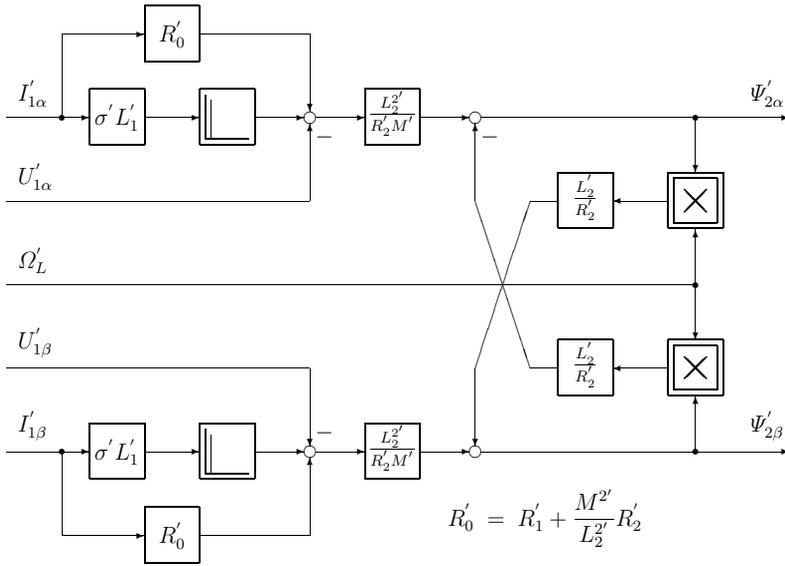


Abb. 13.57: Signalflussplan des $U_1I_1\Omega_L$ -Modells im statorfesten Koordinatensystem

Modellansatz wird die offene Integration im Modell vermieden. Nachteilig sind jedoch die notwendigen Differenzierglieder, welche insbesondere bei ober-schwingungsbehafteten Strömen störend wirken. In Abb. 13.57 wird die Wirkung des Stator- und Rotorwiderstands zu einem Widerstand R'_0 zusammengefaßt.

$$R'_0 = R'_1 + \frac{M'^2}{L'_2}R'_2$$

Beim $U_1I_1\Omega_L$ -Modell zur Rotorfluss-schätzung treten als Parameter der Stator- und der Rotorwiderstand sowie alle Induktivitäten auf. Die Untersuchungen der Parameterempfindlichkeit unter der Annahme gleichsinniger Verstimmung der Widerstände (Erwärmung) zeigen, daß die Phasen- und Amplitudenfehler insbesondere im Bereich $|n| \leq 0,2 \dots 0,3$ bereits sehr große Werte annehmen, die bei $n = 0$ gegen unendlich gehen. Somit ist auch dieses Modell bei kleinen Drehzahlen nicht nutzbar (Abb. 13.58 bis 13.60).

Die Empfindlichkeit gegenüber Änderungen der Induktivitäten ist — ebenso bei der Drehzahl Null — größer als beim Strommodell und wesentlich größer als beim U_1I_1 -Modell.

13.5.5 $U_1\Omega_L$ -Modell

Aus dem Abschnitt der Entkopplungsregelung von Asynchronmaschinen ist prinzipiell das $U_1\Omega_L$ -Modell bereits bekannt, das den gesamten Statorkreis der

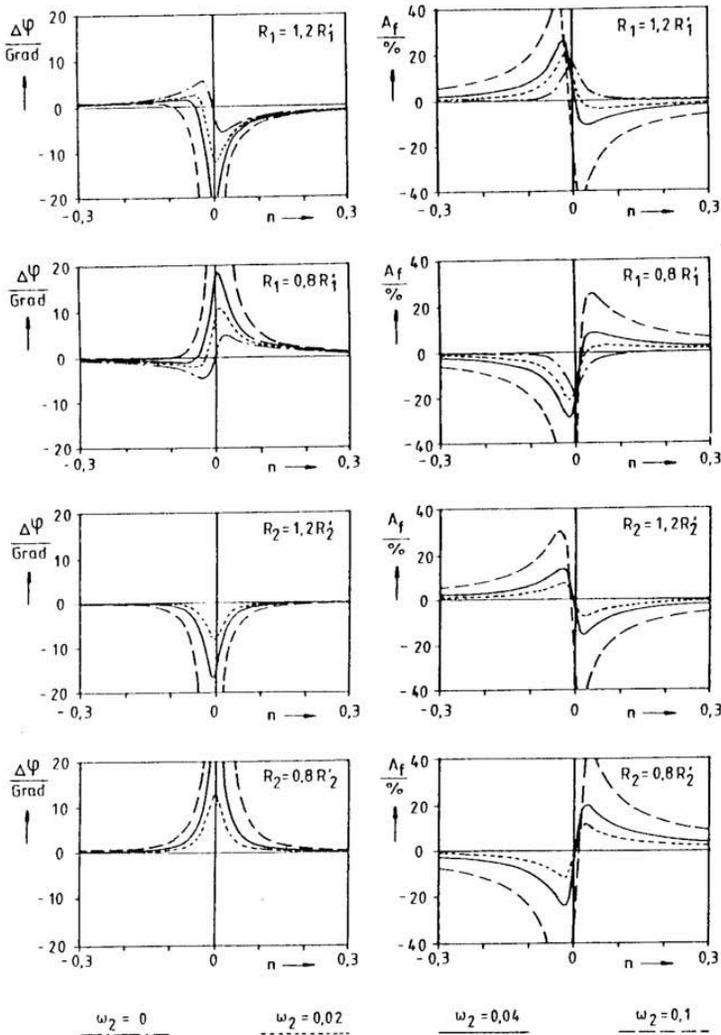


Abb. 13.58: Stationärer Phasen- und Amplitudenfehler der Rotorflussnachbildung des $U_1 I_1 \Omega_L$ -Modells bei Fehlanpassung des Stator- bzw. Rotorwiderstandes

Asynchronmaschine nachbildet. Ohne auf die Ableitung näher einzugehen (siehe Kap. 13.4.2, Auflösung der Systemgleichungen nach $\vec{\Psi}_2^K$), wird in Abb. 13.61 der Signalflossplan für das Modell im statorfesten Koordinatensystem dargestellt.

Dieses Modell beschreibt den gesamten elektrischen Teil der Asynchronmaschine und ist prinzipiell bis zur Drehzahl Null einsetzbar. Statt im statorfesten Koordinatensystem mit $\Omega_K = 0$ kann auch im rotorflussfesten Koordinatensystem mit $\Omega_K = \Omega_1$ und $\Psi_{2B} = 0$ ein Modell gebildet werden. Die Annahme

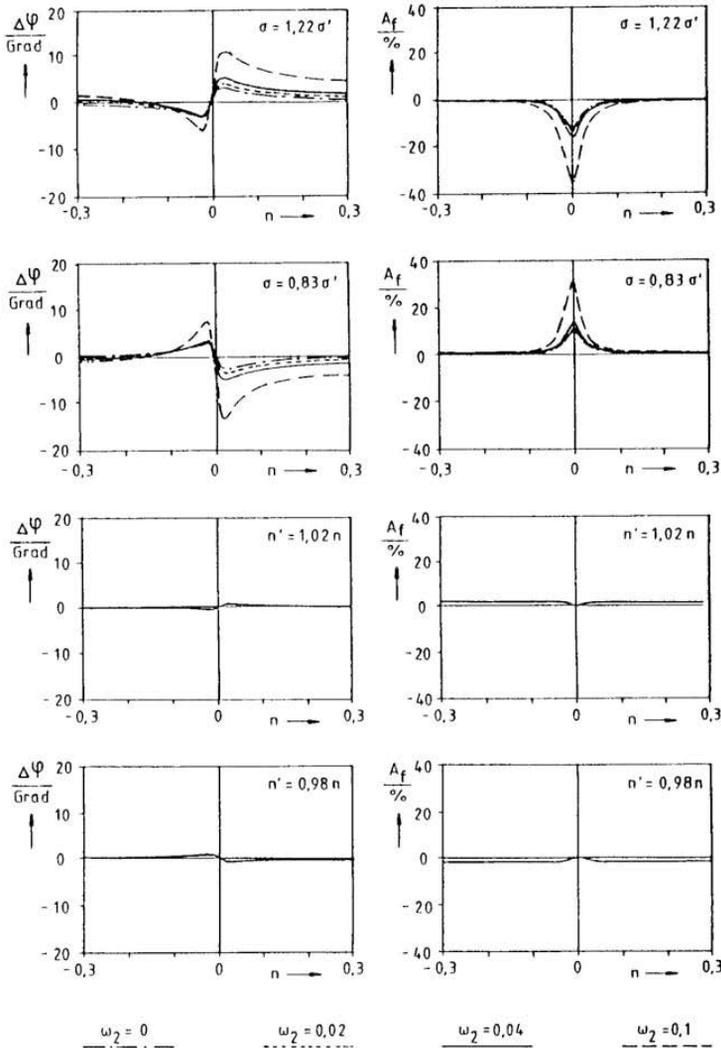


Abb. 13.59: Stationärer Phasen- und Amplitudenfehler der Rotorflussnachbildung des $U_1 I_1 \Omega_L$ -Modells bei Fehlanpassung der Reaktanzen bzw. einem Drehzahlmeßfehler

$\Psi_{2B} = 0$ hatte bekanntlich zu dem besonders einfachen Signalfussplan der Asynchronmaschine geführt.

Am $U_1 \Omega_L$ -Modell können wiederum Untersuchungen der stationären Phasen- und Amplitudenfehler in Abhängigkeit von abweichenden Modellparametern durchgeführt werden. Deren Ergebnisse sind in Abb. 13.62 und 13.63 dargestellt. Bemerkenswert ist, daß die Fehlerkurven bei Stator- und Rotorwiderstandsän-

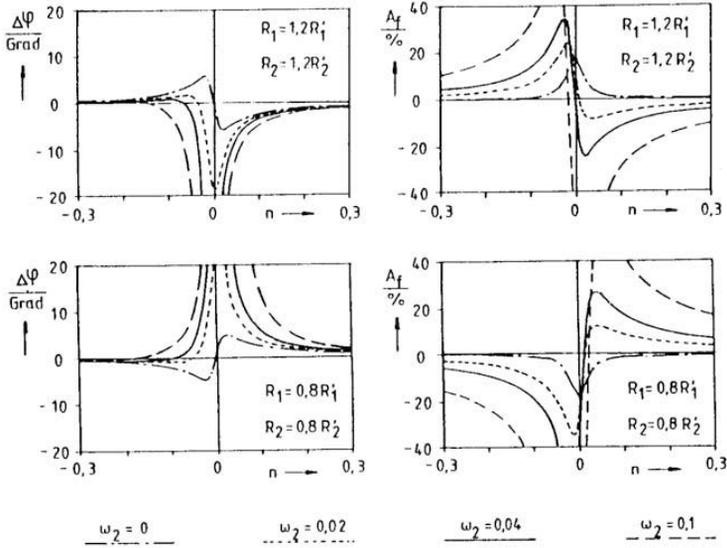


Abb. 13.60: Stationärer Phasen- und Amplitudenfehler der Rotorflussnachbildung des $U_1 I_1 \Omega_L$ -Modells bei gleichzeitiger Fehlanpassung des Stator- und Rotorwiderstandes

derung zueinander gegenläufig sind, d.h. bei gleichartiger Verstimmung (Erwärmung der Maschine) ergibt sich ein geringerer resultierender stationärer Fehler (Abb. 13.64). Ebenso verhält sich das Modell günstig gegenüber fehlerbehafteten Drehzahlmeßwerten.

13.5.6 Zusammenfassung der Modelle

Wesentlich bei der Betrachtung der Eigenschaften verschiedener Modelle zur Rotorflussschätzung ist, wie sich Abweichungen zwischen den realen Parametern in der Maschine und den verwendeten Parametern in dem Modell auswirken. Grundsätzlich wird sich bei Abweichungen zwischen Modell und realer Maschine ein Schätzfehler sowohl in Amplitude als auch Phasenwinkel einstellen. Folgende Fehler sind dabei in beliebiger Kombination möglich:

- unterschiedliche Widerstände R
- unterschiedliche Induktivitäten L
- Fehler bei der Drehzahlerfassung Ω_m

Der Realisierungsaufwand der einzelnen Modelle steigt beginnend beim $U_1 I_1$ -Modell über das $I_1 \Omega_L$ -, das $U_1 I_1 \Omega_L$ - und das $U_1 \Omega_L$ -Modell.

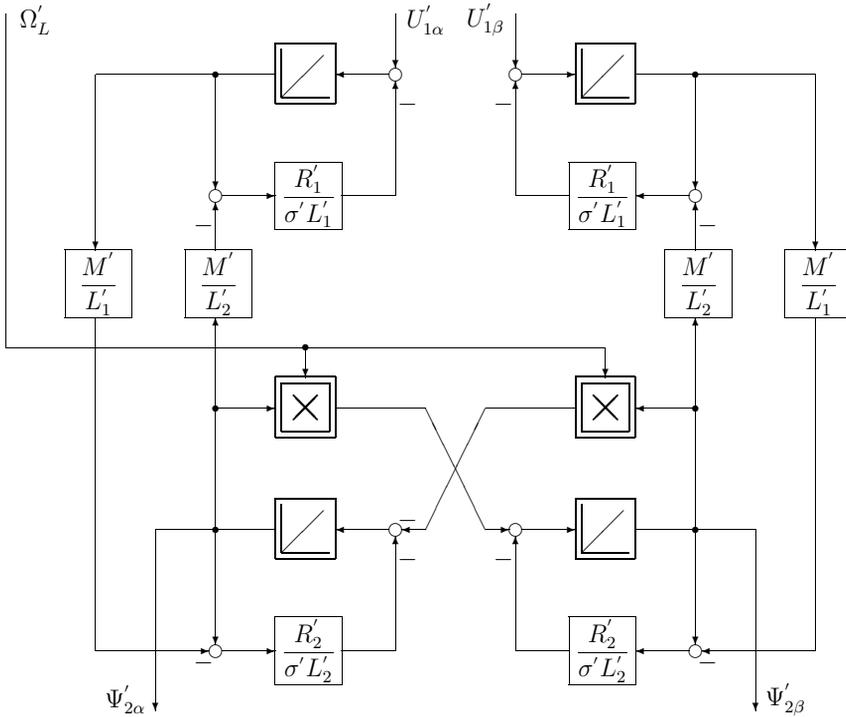


Abb. 13.61: *Signalflussplan des $U_1\Omega_L$ -Modells im statorfesten Koordinatensystem*

Das $I_1\beta_L$ -Modell ist für sich betrachtet sehr einfach, benötigt aber eine Erfassung der Drehzahl über Impulsgeber und Vektordreher für die Transformation der Größen in das rotorfeste Koordinatensystem L.

Das ebenso sehr einfache U_1I_1 -Modell besitzt den entscheidenden Nachteil, daß es bei kleinen Drehzahlen aufgrund der offenen Integration im Modell nicht eingesetzt werden kann.

Beim $U_1I_1\Omega_L$ -Modell sind dagegen algebraische Schleifen vorhanden, die bei der Realisierung Schwierigkeiten bereiten können.

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß alle Modelle, bei denen die Statorspannung als Eingangsgröße auftritt, mit zunehmender Drehzahl eine kleinere Parameterempfindlichkeit aufweisen. Das Maximum des Nachbildungsfehlers ist stets in der Umgebung kleiner Drehzahlen, bzw. kleiner Statorfrequenzen zu finden. Ein relativ ausgeglichenes Verhalten über den gesamten Betriebsbereich bezüglich des stationären Fehlers zeigt das $U_1\Omega_L$ -Modell. Das „Strommodell“ hat die Eigenschaft, daß das Fehlermaximum zwar meist kleiner als bei den anderen Modellvarianten ist, jedoch aber für alle Drehzahlen gleich bleibt. Für den Fall eines Drehzahlmeßfehlers kommt sogar noch eine Vergrößerung des Modellfehlers mit wachsender Drehzahl hinzu.

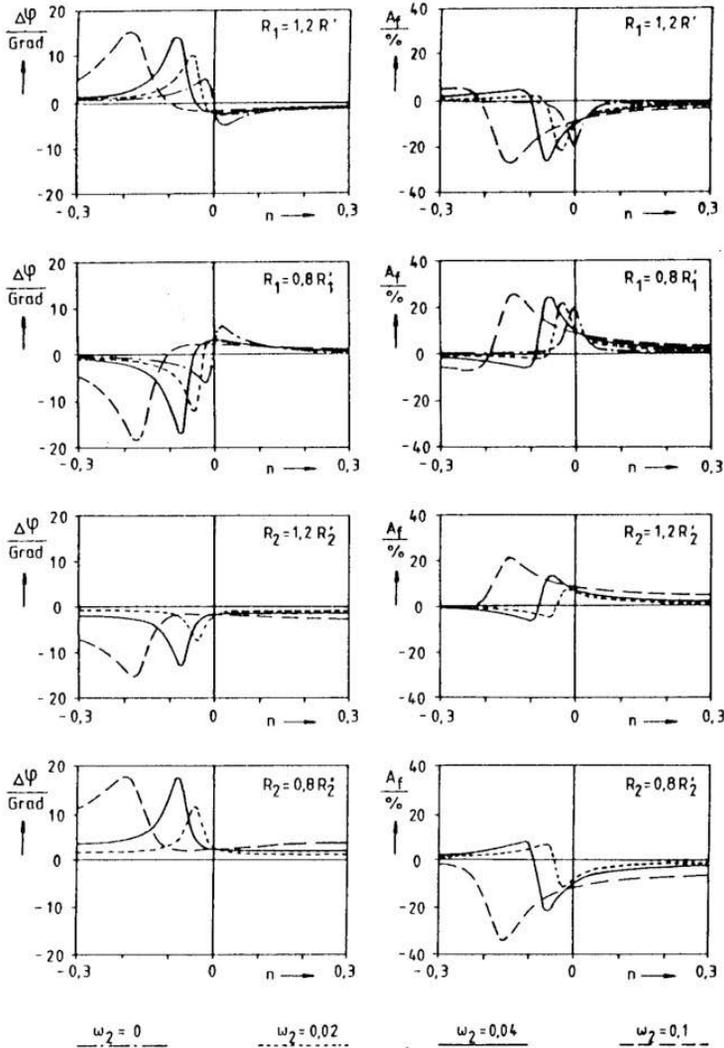


Abb. 13.62: Stationärer Phasen- und Amplitudenfehler der Rotorflussnachbildung des $U_1\Omega_L$ -Modells bei Fehlanpassung des Stator- bzw. Rotorwiderstandes

Eine Beurteilung der Modelle auf der Grundlage des stationären Nachbildungsfehlers scheint auf den ersten Blick schwierig, weil dieser in erheblichem Maße vom jeweiligen Arbeitspunkt abhängt. Es existieren z.B. Betriebsbereiche, bei denen sich eine Modellvariante als günstig erweist, während in anderen Betriebspunkten eine andere Modellvariante vorteilhafte Ergebnisse liefert. Es wurde deshalb versucht, ein allgemeines Gütekriterium zu entwickeln, das einen Vergleich der verschiedenen Modellstrukturen ermöglicht. Die

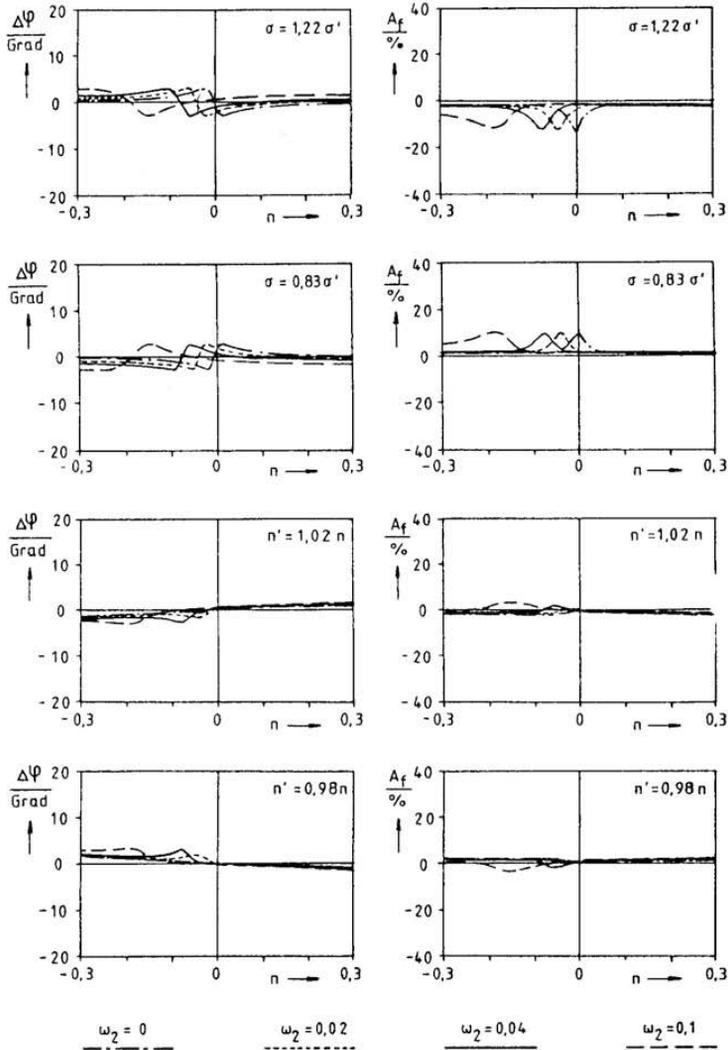


Abb. 13.63: Stationärer Phasen- und Amplitudenfehler der Rotorflussnachbildung des $U_1\Omega_L$ -Modells bei Fehlanpassung der Reaktanzen bzw. bei fehlerhafter Drehzahlerfassung

hier durchgeführten Untersuchungen gelten auch für die Modellformen, bei denen der gewünschte Fluss (Modellfluss) und die geforderte Belastung als Sollwerte auftreten (Abb. 13.47). Ein bezüglich der Parameter fehlangepaßtes Modell berechnet daraus fehlerhafte Werte für die erforderlichen Statorstrom- bzw. Statorspannungskomponenten. Dies bewirkt wiederum, daß der Maschinenfluss vom vorgegebenen Modellfluss abweicht.

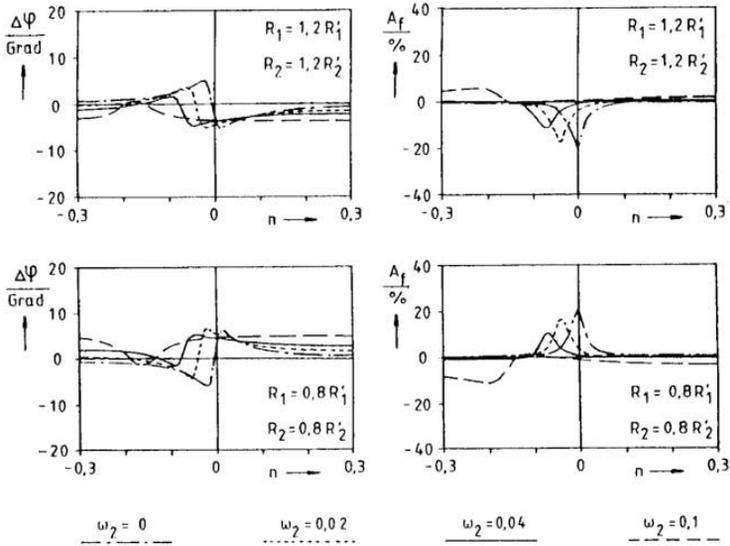


Abb. 13.64: Stationärer Phasen- und Amplitudenfehler der Rotorflussnachbildung des $U_1\Omega_L$ -Modells bei gleichzeitiger Fehlanpassung des Stator- und des Rotorwiderstandes

Eine vertiefte Darstellung alle dieser Fragestellungen wird in Kap. 15 erfolgen. In Kap. 15 wird ausgehend von der Schätzung der Drehzahl ebenso die Schätzung der Orientierung des Koordinatensystems und die Fehlerkorrektur ausführlich dargestellt. Allerdings ist dieses Gebiet teilweise noch ein Gebiet von Forschungsvorhaben, so daß eine endgültige und allgemeine Darstellung noch nicht gegeben werden kann.

Hingewiesen werden soll an dieser Stelle auch auf Kap. 13.9, in dem Fehlerinflüsse aufgrund der Art der Signalverarbeitung dargestellt werden.

13.6 Parameterbestimmung an Drehstrom-Asynchronmaschinen (DASM)

Prof. W. Michalik, Dresden

13.6.1 Übersicht zu Methoden der Parameterbestimmungen an Drehstrom-Asynchronmaschinen

Moderne modellorientiert arbeitende Verfahren der Steuerung und Regelung sowie der Stückprüfung von Drehstrom-Asynchronmaschinen erfordern genaue Kenntnisse einer repräsentativen Maschinenmodellierung sowie der aktuellen Parameter für dieses Maschinenmodell. Beides ist für die meisten Anwender im Allgemeinen nicht bekannt.

So fehlen charakteristische und zuverlässige Vorzugsmodellansätze, die die spezielle Maschinenkonstruktion in allen wichtigen Betriebszuständen repräsentativ beschreiben. Einfache Vier- bzw. Fünfparametermodelle mit konstanten Parametern sind zwar für viele Anwendungen häufig ausreichend, können aber erhöhten Anforderungen an die Modellgenauigkeit und Nachbildungssicherheit kaum gerecht werden. Erweiterte Modellstrukturen berücksichtigen insbesondere Parameternichtlinearitäten, wie die Sättigung des magnetischen Kreises oder der Stromverdrängung im Läufer von Kurzschlusskäfigmaschinen.

Ebenso weisen Hersteller von elektrischen Maschinen für ihre Erzeugnisse üblicherweise nicht alle die für die Anwendung erforderlichen charakteristischen Parameter und Kennlinien in allgemein zugänglichen Unterlagen aus. Neben fehlenden Herstellerangaben muss darüber hinaus von erheblichen Exemplarstreuungen der Parameter eines Maschinentyps ausgegangen werden. Davon sind insbesondere Kleinmaschinen betroffen, bei denen Exemplarstreuungen von ca. 10...15% nachgewiesen worden sind [411]. Weiterhin lässt sich an elektrischen Maschinen auch zeitvariantes Parameterverhalten beobachten, wie z.B. die Erhöhung der Wicklungswiderstände infolge der Maschinenerwärmung.

Ein einfaches Verfahren, diese Parameter lediglich aus den meistens verfügbaren Typenschildangaben zu gewinnen, ist z.B. in [417] beschrieben. Da hierbei aber von erheblichen Vereinfachungen ausgegangen wird, sowie Parameterstreuungen an baugleichen Exemplaren und zeitvariantes Parameterverhalten nicht berücksichtigt werden können, sind erhebliche Parameterfehler die Folge. Untersuchungen an verschiedenen Maschinentypen führen im Vergleich mit anderen Tests zu Parameterfehlern bis zu 50...100%.

Damit stellen solche Parameter nur grobe Näherungswerte mit orientierendem Charakter dar. Ihre Verwendung als Startwerte für rekursiv oder iterativ arbeitende Parameteridentifikationsverfahren erscheint sinnvoll.

Genauere Parameterbestimmungen können damit nur durch Messungen an den elektrischen Maschinen beim Anwender vor Ort selbst vorgenommen werden. Solche messtechnischen Parameterbestimmungen sind seit langem bekannt und werden allgemein akzeptiert.

Leider entziehen sich aber alle wichtigen Maschinenparameter der Drehstrom-Asynchronmaschine einer direkten Messung. Eine Ausnahme davon macht lediglich der Ständerwicklungswiderstand, dessen messtechnische Bestimmung bei Gleichspannungsspeisung der Ständerwicklung und Strom-Spannungsmessungen trivial ist.

Für die verbleibenden Maschinenparameter ist nur eine indirekte Parameterbestimmung aus den leicht messbaren Klemmengrößen Strom und Spannung möglich, gegebenenfalls ergänzt durch Drehzahl- oder Leistungswerte. In Verbindung mit einem geeigneten Maschinenmodell kann im Anschluss an die Messung eine Parameterberechnung erfolgen. Somit stellt sich die Aufgabe der Wahl geeigneter Messmethoden und Messwertauswertungen. Abb. 13.65 zeigt dazu eine Übersicht.

Zu den experimentellen Methoden zählen einmal die klassischen Prüfmethoden. Sie kommen insbesondere im Bereich der Maschinenprüfung bzw. Qualitätskontrolle zum Einsatz, insbesondere als genormte Prüfvorschriften. Die Normung berücksichtigt, dass die Vergleichbarkeit experimentell ermittelter Maschinenparameter nur unter exakt gleichen Prüf- und Auswertebedingungen möglich ist. Wichtige genormte traditionelle Verfahren zur Maschinenprüfung sind z.B. in [382, 383] oder [381] zu finden.

Daneben existieren nichtgenormte Anwendervorschläge z.B. in [414, 415] und [82]. Die Unterschiede zeigen sich insbesondere in veränderten Modellvereinfachungen und Maschinenmodellierungen wie der näherungsweise Berücksichtigung der Ummagnetisierungsverluste im aktiven Eisen als auch des Stromverdrängungsverhaltens im Läuferkäfig der Asynchronmaschine, in der experimentellen Durchführungen einschließlich der Maschinenspeisung und/oder der Durchführung und mathematischen Auswertung.

Im Ergebnis der traditionellen Prüfverfahren werden verfahrensspezifische und nur bedingt vergleichbare Parameter bestimmt, die nur für diesen Betriebspunkt repräsentativ sind. Alle Modell- und Messfehler schlagen sich in Parameterfehlern nieder. Es ergeben sich methoden-, modell- und messabhängige Parameterabweichungen. Darüber hinaus wird die Anwendung traditioneller Prüfverfahren immer dann nicht möglich sein, wenn keine Effektivwertmessungen beim stationären oder quasistationären Betrieb der Asynchronmaschine durchführbar sind, keine Belastungseinheiten mit Kuppelvorrichtungen eingesetzt werden können, Echtzeitforderungen bestehen, oder aber diese Prüfungen keine für den beabsichtigten Betrieb angepassten Parameter liefern.

Alternativ zu den klassischen Prüfmethoden werden zunehmend Parameterbestimmungen auf der Grundlage der Anwendung von Methoden der experimentellen Prozessanalyse vorgenommen [34, 85, 376, 395, 403]. Diese Methoden gehen im einfachsten Fall von ungestörten Messwerten aus und nehmen keine Störunterdrückung vor (deterministische Algorithmen, Kennwertermittlungsverfahren). Sie sind in dieser Hinsicht mit den traditionellen Prüfverfahren vergleichbar. Damit ist die Parametergenauigkeit dieser Methoden begrenzt, da sich auch hier alle Messungenauigkeiten und Modellvereinfachungen als Störungen

bemerkbar machen und vollständig als Fehler in den Parametern niederschlagen. Als Anregung werden einfach generier- und messbare Anregungssignale genutzt, wie z.B. einphasige Spannungssprünge auf die stillstehende Asynchronmaschine und Messung der Stromantwort. Die Auswertungen erfolgen überwiegend mit einfachen mathematischen Algorithmen sowie unter der Annahme vereinfachter Modellstrukturen mit ein oder zwei Parametern. Um weitere Parameter zu bestimmen helfen Prüfvorschriften, die nacheinander abgearbeitet werden müssen. Beispiele dieser Vorgehensweise sind z.B. in [406, 422] oder [417] zu finden.

Eine wirkungsvolle Störunterdrückung ermöglichen dagegen Methoden der Parameterschätzung. Bei diesen Methoden wird von Messsignalen ausgegangen, denen stochastische Störsignale z.B. durch Modellungenauigkeiten oder Messfehler überlagert sind. Diese Fehlereinflüsse können durch Parameterschätzverfahren deutlich reduziert werden, die Genauigkeit der Parameterbestimmung erheblich verbessert werden. In Abb. 13.65 erfolgt für diese in Kap. 13.6.3 beschriebenen Methoden eine Unterteilung in Methoden für schwach gestörte Systeme und (stärker) gestörte Systeme.

Darüber hinaus sind Identifikations- bzw. Parameterschätzverfahren im Gegensatz zu konventionellen Maschinenprüfungen vielfach einfacher und schneller experimentell durchführbar. Die Messwerte eines einzigen Tests können ausreichend sein, um alle interessierenden Parameter der Maschine zu bestimmen. Die Anwendung spezieller Betriebsbedingungen, die zu vereinfachten Maschinenmodellen führen und die bei den klassischen Prüfverfahren notwendig waren, kann entfallen. Damit können auch vollständige und nicht stark vereinfachte Maschinenmodelle genutzt werden. Grenzen zeigen sich erst bei zu umfangreichen Modellen. So sollten z.B. Modelle nicht mehr als ca. fünf bis sechs Parameter enthalten, wenn die einfache MKQ-Methode (siehe Kap. 13.6.3), angewendet wird.

Die Anregung des Untersuchungsobjektes bei der Anwendung von Parameterschätzverfahren kann in einem breiten Bereich gewählt und speziellen Betriebsbedingungen der zu untersuchenden Maschine angepasst werden. Bedingung ist, dass diese Anregungen zu ausreichenden und möglichst unterschiedlichen Wirkungen der Parameter auf die gemessene Ausgangsgröße führen (Parameterempfindlichkeit) sowie dass keine anregungsabhängige Parameterbeeinflussung möglich ist.

Nachteilig bei der Anwendung von Parameterschätzverfahren sind die zum Teil aufwendigen mathematischen Algorithmen im Vergleich mit den ansonsten üblichen Auswertalgorithmen der herkömmlichen Prüfungen. Die Nutzung vorgefertigter und angepasster Softwaremodule bietet sich an und ist empfehlenswert. Werden ungeeignete Schätzverfahren ausgewählt, können Anwendungen unter Echtzeitbedingungen und mit herkömmlichen Controllern problematisch werden oder aber zu einem ungünstigen und nicht akzeptablen Aufwand-Nutzen-Verhältnis führen. Darüber hinaus können nichtrepräsentative Modellansätze, ungeeignete Anregungssignale oder experimentelle Durchführungen sowie Einflüsse von Einstellungen und Startwerten des Schätzalgorithmus

die Parameterfehler erheblich vergrößern. Eine einfache Übernahme von erfolgreichen Lösungen auf andere Maschinen mit anderen Betriebsbedingungen sollte kritisch geprüft werden.

Auf die in Abb. 13.65 weiterhin aufgeführten Parameterbestimmungen mit Fuzzy-Algorithmen und neuronalen Netzen wird im Folgenden nicht weiter eingegangen. Für Parameterbestimmungen haben diese Verfahren geringe Bedeutung, es sind nur wenige Anwendungen bekannt.

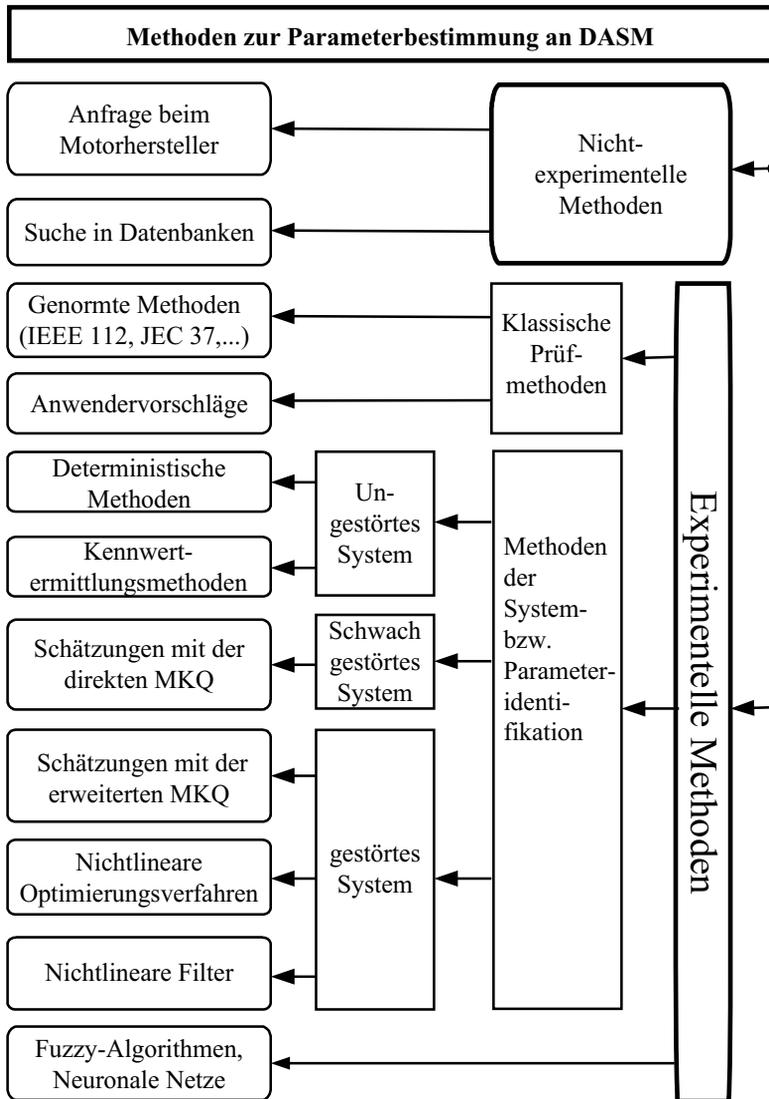


Abb. 13.65: Übersicht zu Verfahren der Parameterbestimmung an Asynchronmaschinen

13.6.2 Parameterbestimmungen mit herkömmlichen Verfahren der Maschinenprüfung

Parameterbestimmungen mit traditionellen Maschinenprüfverfahren nutzen Leerlauf-, Kurzschluss- oder Belastungsversuche der Asynchronmaschine. Bei diesen Versuchen kann das Betriebsverhalten dieser Maschine näherungsweise unter Vernachlässigung des Einflusses einzelner Baugruppen betrachtet und durch vereinfachte Modelle mit ein oder zwei Parametern beschrieben werden. Die Fehler infolge dieser Modellvereinfachungen sind überwiegend gering und vernachlässigbar. Gemessen werden die Effektivwerte von Strom, Spannung sowie die aufgenommene Wirkleistung. Die Parameterbestimmung erfolgt über das Lösen einfacher algebraischer Gleichungen (deterministische Parameterbestimmung). Eine serielle Prüfstrategie mit einem abgestimmten und schrittweisen experimentellen Vorgehen gestattet nacheinander die Bestimmung aller Parameter des Maschinenmodells. Abb. 13.66 zeigt das prinzipielle Vorgehen bei der traditionellen Maschinenprüfung. Die folgenden Beispiele zu traditionellen Maschinenprüfungen verdeutlichen das Vorgehen. Dem Betriebsverhalten der Asynchronmaschine für den stationären Betrieb wird ein Modell nach Abb. 13.67 zugrunde gelegt [414]. Es sollen eine Eingangsimpedanz $Z(j\omega)$ und eine Zwischenkreisimpedanz $Z_Z(j\omega)$ eingeführt werden. Der fluss-, strom- und frequenzabhängige Eisenverlustwiderstand R_{fe} dient der Berücksichtigung der Ummagnetisierungsverluste. Die Läuferparameter $R_2(s)$ und $X_{\sigma 2}(s, I_2)$ berücksichtigen durch ihre Schlupfabhängigkeit die Stromverdrängung im Läufer und durch die Läuferstromabhängigkeit der Läuferstreureaktanz $X_{\sigma 2}$ die Sättigung. Eine Teilmodellbildung des Modells der Asynchronmaschine nach Abb. 13.67 mit reduzierter Parameterzahl ist möglich durch

- eine Gleichspannungspeisung im Maschinenstillstand (Schlupf $s = 1$) und Bestimmung des Ständerwicklungswiderstandes R_1 ,
- einen Leerlaufversuch bei variabler Spannung (Schlupf $s \approx 0$ und $I_2 \approx 0$) und Bestimmung des spannungs- bzw. flussabhängigen Eisenverlustwiderstandes $R_{fe}(\psi)$ und der spannungsabhängigen Hauptfeldreaktanz $X_h(U_h)$, sowie durch einen
- Kurzschluss- oder Belastungsversuch (Schlupf $s = 1$ oder $s \approx s_N$) und der Bestimmung des schlupfabhängigen Rotorwiderstandes $R_2(s)$ sowie der schlupfabhängigen Läuferstreureaktanz $X_{\sigma 2}(s)$.

Beim *Leerlaufversuch* setzt sich die Leerlaufleistung P_{1L} überwiegend aus Kupfer- und Ummagnetisierungsverlusten sowie reibungs- und lastunabhängigen Zusatzverlusten zusammen, wobei letztere im allgemeinen vernachlässigt werden. Um die Bremsmomente der räumlichen Oberfelder und Reibmomente aus der Leerlaufleistung herauszuhalten, werden häufig Leerlaufmessungen unter Synchronbedingungen durchgeführt, z.B. mit antreibender Synchronmaschine. Das

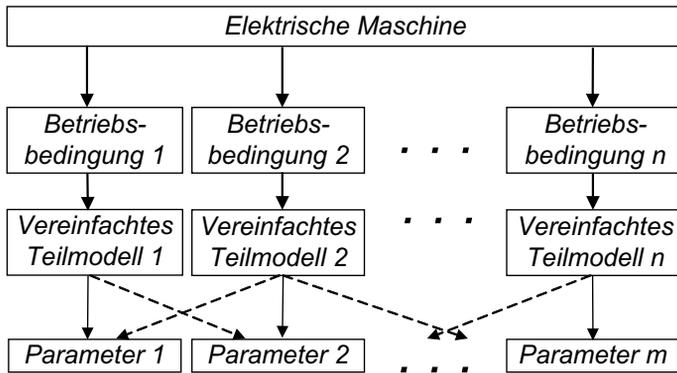


Abb. 13.66: Prinzipielles Vorgehen bei der traditionellen Maschinenprüfung

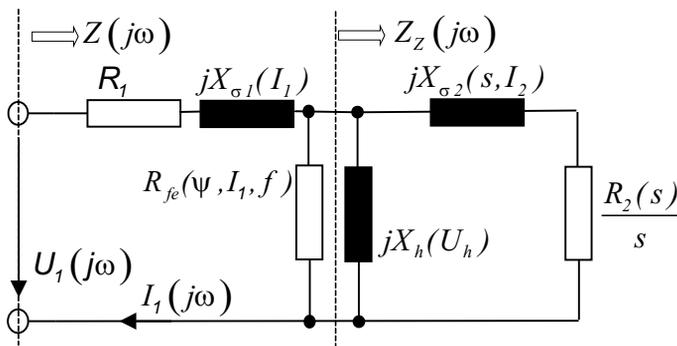


Abb. 13.67: Erweitertes T-Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine mit der Eingangsimpedanz $Z(j\omega)$ und der Zwischenimpedanz $Z_z(j\omega)$

ist insbesondere bei Kleinmaschinen mit ihren relativ hohen Reibmomenten und räumlichen Oberfeldern von deutlichem Einfluss.

Die schlupfabhängigen Läuferparameter $R_2(s)$ und $X_{\sigma 2}(s)$ können prinzipiell in jedem Betriebspunkt $s \neq 0$ bestimmt werden. Vorzugsweise wird der Kurzschlussversuch im Maschinenstillstand bei Bemessungsstrom und damit geringerer Ständerspannung angewendet, bei dem keine Schlupf- bzw. Drehzahlmessung notwendig ist. Mögliche Stromverdrängungseffekte sind im Kurzschlussversuch allerdings stärker ausgeprägt als beim Belastungsversuch und führen zu höheren Läuferwiderständen und geringeren Streuinduktivitäten. Andererseits sind wegen der hohen Läuferfrequenz im Kurzschluss die vernachlässigten Zusatzverluste im Läufer größer als im Bemessungsbetrieb, dies beeinflusst ebenfalls den Läuferwiderstand.

Im Kurzschlussversuch wird die gesamte aufgenommene Leistung P_{1K} nahezu ausschließlich zur Deckung der Kupferverluste benötigt. Infolge der geringen Ständerspannungen und damit geringer Flüsse machen die Ummagnetisierungsverluste nur etwa 3-8% der gesamten Kurzschlussverluste aus und sind somit im allgemeinen vernachlässigbar [415]. Üblicherweise wird auch hier

der Einfluss der Zusatzverluste vernachlässigt, da zum einen ihr Anteil relativ gering ist, zum anderen die Trennung der Kupfer- und Zusatzverluste nur beim Schleifringläufermotor möglich ist, nicht aber beim Kurzschlussläufer mit Stromverdrängungserscheinungen.

Im Leerlauf-, Kurzschluss- oder Belastungsversuch kann mit den gemessenen Stranggrößen Strom, Spannung und Leistung eine Eingangsimpedanz $Z(j\omega)$ bestimmt werden:

$$Z(j\omega) = \frac{U_1(j\omega)}{I_1(j\omega)} = \Re\{Z(j\omega)\} + j\Im\{Z(j\omega)\} = |Z(j\omega)| e^{j\varphi(\omega)} \quad (13.193)$$

Daraus lässt sich ganz allgemein ein ohmscher Widerstand R , eine Reaktanz X , und ein Phasenwinkel φ berechnen:

$$R = \frac{U_1}{I_1} \cdot \cos \varphi \quad ; \quad X = \frac{U_1}{I_1} \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \varphi} \quad ; \quad \varphi = \arccos\left(\frac{P_1}{U_1 \cdot I_1}\right) \quad (13.194)$$

13.6.2.1 Vorgehensweise

1. Kurzschlussversuch bei Gleichstromspeisung:

Teilmodell für den Kurzschlussversuch mit Gleichstromspeisung:

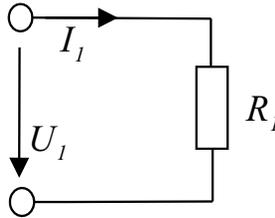


Abb. 13.68: Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine bei Gleichstromspeisung
Bestimmung des Ständerwicklungswiderstandes:

$$R_1 = \frac{U_1}{I_1} \quad (13.195)$$

Der Ständerwicklungswiderstand R_1 ist der einzige Maschinenparameter der Asynchronmaschine, der im Stillstand mit Gleichspannung direkt gemessen werden kann, wobei mit $X = 0$ bzw. $\varphi = 0$ triviale Verhältnisse entstehen.

2. Kurzschlussversuch bei Wechselstromspeisung — erste Auswertung:

Bei festgebremsten Läufer ($s = 1$) ergibt sich ein vereinfachtes Teilmodell der Asynchronmaschine mit der Eingangs- bzw. Kurzschlussimpedanz $Z_K(j\omega)$ (Abb. 13.69).

Für eine erste Auswertung werden gleiche Ständer- und Läuferstreureaktanzen angenommen, d.h. es gilt $X_{\sigma 1} = X_{\sigma 2}$.

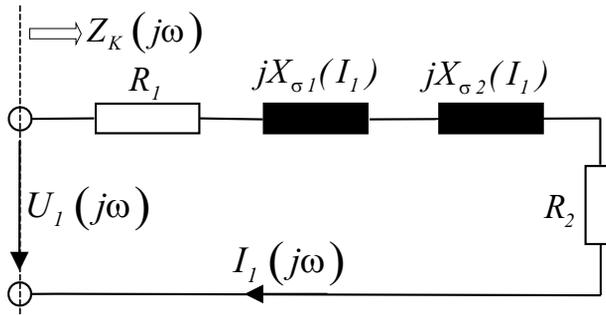


Abb. 13.69: Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine im Kurzschlussversuch bei Wechselstromspeisung

Damit lassen sich die Streureaktanzen von Ständer und Läufer aus der Eingangsimpedanz beim Kurzschlussversuch bestimmen:

$$X_{\sigma 1} = X_{\sigma 2} \approx 0,5 \cdot X_K \tag{13.196}$$

Aus dem Eingangswiderstand R_K beim Kurzschlussversuch könnte anschließend bereits eine grobe Abschätzung des Läuferwiderstandes R_2 über $R_2 = R_K - R_l$ vorgenommen werden. Eine genauere Bestimmung wird dagegen erst im nächsten Abschnitt durch einen verfeinerten Auswertalgorithmus mit Berücksichtigung des Eisenverlustwiderstandes R_{fe} und der Hauptfeldreaktanz X_h möglich.

3. Leerlaufversuch:

Im Leerlauf kann die Asynchronmaschine durch das Teilmodell nach Abb. 13.70 angenähert werden:

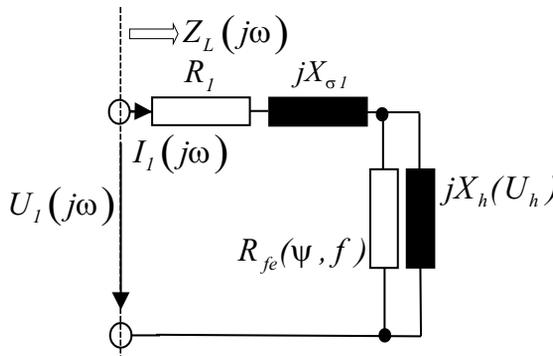


Abb. 13.70: Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine im Leerlauf

Die Leerlaufimpedanz

$$Z_L(j\omega) = \Re \{Z_L(j\omega)\} + j\Im \{Z_L(j\omega)\} \tag{13.197}$$

bestimmt sich zu

$$Z_L(j\omega) = R_1 + jX_{\sigma 1} + \frac{R_{fe} \cdot jX_h}{R_{fe} + jX_h} \quad (13.198)$$

Für den Eisenverlustwiderstand R_{fe} und die Hauptfeldreaktanz X_h gelten:

$$R_{fe} = \frac{(\Re\{Z_L(j\omega)\} - R_1)^2 + (\Im\{Z_L(j\omega)\} - X_{\sigma 1})^2}{\Re\{Z_L(j\omega)\} - R_1} \quad (13.199)$$

$$X_h = \frac{(\Re\{Z_L(j\omega)\} - R_1)^2 + (\Im\{Z_L(j\omega)\} - X_{\sigma 1})^2}{\Im\{Z_L(j\omega)\} - X_{\sigma 1}} \quad (13.200)$$

4. Zweite Auswertung der Ergebnisse des Kurzschlussversuchs bei Wechselstromspeisung:

Bei der zweiten Auswertung der Ergebnisse des Kurzschlussversuchs wird vom vollständigen Maschinenmodell nach Abb. 13.67 ausgegangen und mit der Eingangsimpedanz

$$Z_K(j\omega) = \Re\{Z_K(j\omega)\} + j\Im\{Z_K(j\omega)\} \quad (13.201)$$

die Zwischenkreisimpedanz

$$Z_Z(j\omega) = \Re\{Z_Z(j\omega)\} + j\Im\{Z_Z(j\omega)\} \quad (13.202)$$

bestimmt:

$$Z_Z(j\omega) = R_{fe}$$

$$\begin{aligned} & \frac{(R_{fe} - (\Re\{Z_K(j\omega)\} - R_1)) \cdot (\Re\{Z_K(j\omega)\} - R_1) - (\Im\{Z_K(j\omega)\} - X_{\sigma 1})^2}{(R_{fe} - (\Re\{Z_K(j\omega)\} - R_1))^2 + (\Im\{Z_K(j\omega)\} - X_{\sigma 1})^2} \\ & + j \left(R_{fe}^2 \cdot \frac{\Im\{Z_K(j\omega)\} - X_{\sigma 1}}{(R_{fe} - (\Re\{Z_K(j\omega)\} - R_1))^2 + (\Im\{Z_K(j\omega)\} - X_{\sigma 1})^2} \right) \end{aligned} \quad (13.203)$$

Daraus können die aktuellen Läuferparameter berechnet werden:

$$R_2(s) = \frac{s \cdot \Re\{Z_Z(j\omega)\} \cdot X_h^2}{(\Re\{Z_Z(j\omega)\})^2 + (X_h - \Im\{Z_Z(j\omega)\})^2} \quad (13.204)$$

$$X_{\sigma 2}(s) = \frac{(X_h - \Im\{Z_Z(j\omega)\}) \cdot X_h^2}{(\Re\{Z_Z(j\omega)\})^2 + (X_h - \Im\{Z_Z(j\omega)\})^2} - X_h \quad (13.205)$$

Die Bestimmung der beiden Läuferparameter durch den Algorithmus der Gleichungen (13.203) bis (13.205) kann auch durch einen Belastungsversuch bei möglichst unterschiedlichen Schlupfwerten durchgeführt werden. Werden jetzt immer etwa gleichgroße Werte für $R_2(s)$ und $X_{\sigma 2}(s)$ bestimmt, kann von einem

stromverdrängungsfreien Einfachkäfigläufer mit $R_2 = \overline{R_2(s)}$ bzw. $X_{\sigma 2} = \overline{X_{\sigma 2}(s)}$ ausgegangen werden. Ergibt dagegen steigender Schlupf wachsende R_2 - bzw. fallende $X_{\sigma 2}$ -Werte, kann Stromverdrängungsverhalten angenommen werden. Die jetzt notwendige erweiterte Prüfprozedur geht von einem Maschinenmodell mit Doppelkäfig-Näherungen aus. Vorschläge dazu finden sich z.B. in [414] oder [415].

Häufig sind solche Erweiterungen zur Doppelkäfig-Näherung in Hinblick auf die Auswirkungen von unvermeidlichen Messfehlern und Modellvereinfachungen allerdings nicht gerechtfertigt. Auch bei geregelten Asynchronmaschinenantrieben mit Betriebsweisen, die typischerweise zu geringen Schlupfwerten führen, sind Doppelkäfig-Näherungen überwiegend nicht notwendig.

Die oben vorgestellte Auswertung der Leerlauf- und Kurzschlussversuche ist vergleichsweise aufwendig. In der Antriebstechnik werden daher häufig vereinfachte Auswertelgorithmen angewendet, z.B. in [78, 419]. Zwei vereinfachte Algorithmen sollen dazu vorgestellt werden. Beide Algorithmen verwenden Modelle der Asynchronmaschine mit konzentrierten Streuinduktivitäten, die zuvor erläutert werden sollen.

- Modelle der DASM mit konzentrierter Streuinduktivität:

Ohne Berücksichtigung des Eisenverlustwiderstandes R_{fe} nach Abb. 13.67 wird die Asynchronmaschine durch ein Fünfparametermodell mit getrennten Ständer- und Läuferstreuinduktivitäten, $L_{\sigma 1}$ und $L_{\sigma 2}$, beschrieben (Γ -Ersatzschaltbild).

Die Ständerimpedanz der Asynchronmaschine wird aber nur durch vier unabhängige Parameter beschrieben. Es tritt ein zusätzlicher Freiheitsgrad auf und das Asynchronmaschinenmodell mit drei Induktivitäten kann durch eine unendliche Anzahl unterschiedlicher Kombinationen beschrieben werden, die alle die gleichen Zusammenhänge zwischen den Flüssen und Strömen beschreiben. Damit ist dieses Modell in allen fünf physikalischen Parametern nicht identifizierbar.

Häufig wird daher eine Aufteilung der gesamten Streuinduktivität vorgenommen, z.B. auf der Grundlage der Nutgeometrien und der Wickelköpfe von Ständer und Läufer, z.B. in [382]. Wenn diese Daten nicht bekannt sind, wird überwiegend von gleichen Werten ausgegangen ($L_{\sigma} = L_{\sigma 1} = L_{\sigma 2}$) oder aber mit Einführung neuer Übersetzungsverhältnisse \ddot{u}' und \ddot{u}'' zwischen Rotor und Stator zu einem vierparametrischen Modell mit konzentrierter Streuinduktivität übergegangen.

Dabei führt das Übersetzungsverhältnis

- $\ddot{u}' = L_h / L_2$ zu einer konzentrierten Ständerstreuinduktivität, siehe Abb. 13.71, (Inverses- Γ -Ersatzschaltbild) und
- $\ddot{u}'' = L_1 / L_h$ zu einer konzentrierten Läuferstreuinduktivität, siehe Abb. 13.72, (Γ -Ersatzschaltbild).

Vom Ständer aus betrachtet verhalten sich alle Modelle völlig identisch, die Umwandlung führt zu keinem Informations- oder Genauigkeitsverlust. Nachteilig

ist die Abhängigkeit des Übersetzungsverhältnisses von der Hauptfeldsättigung, welche die Anzahl sättigungsabhängiger Parameter vergrößert.

Für das Übersetzungsverhältnis $\ddot{u}' = L_h/L_2$ ergibt sich ein neuer Läuferwiderstand zu

$$R_2' = R_2 \left(\ddot{u}' \right)^2 = R_2 (L_h/L_2)^2 \tag{13.206}$$

die neue Läuferflussverkettung zu

$$\psi_2'(j\omega) = \psi_2(j\omega) \cdot \ddot{u}' = \psi_2(j\omega) \cdot \frac{L_h}{L_2} \tag{13.207}$$

die neue Hauptfeldinduktivität¹⁾ zu

$$L_h' = L_2' = L_2 \left(\ddot{u}' \right)^2 = (1 - \sigma) \cdot L_1 \tag{13.208}$$

wobei mit

$$\sigma = 1 - \frac{L_h^2}{L_2 \cdot L_1}$$

die Streuziffer eingeführt wird und der neue Läuferstrom zu

$$I_2'(j\omega) = I_2(j\omega) \cdot \frac{1}{\ddot{u}'} = I_2(j\omega) \cdot \frac{L_2}{L_h} \tag{13.209}$$

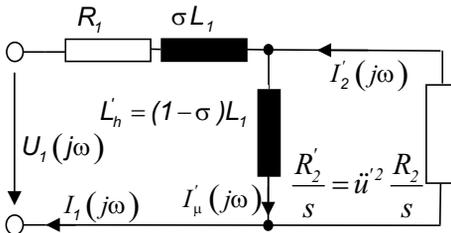


Abb. 13.71: Einsträngiges Inverses- Γ -Ersatzschaltbild der DAM für stationären Betrieb

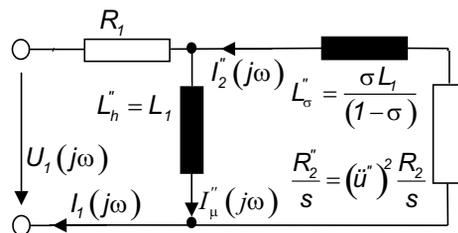


Abb. 13.72: Einsträngiges Γ -Ersatzschaltbild der DAM für stationären Betrieb

Als konzentrierte Ständerstreuinduktivität tritt der Parameter σL_1 auf, der mit geringem Fehler gleich der transienten Induktivität gesetzt werden kann (ideelle Kurzschlussinduktivität):

$$\sigma L_1 = L_{\sigma 1} + L_{\sigma 2} \cdot \left(\frac{L_h}{L_2} \right)^2 = L_{\sigma 1} + \frac{L_h \cdot L_{\sigma 2}}{L_h + L_{\sigma 2}} = L_1 - \frac{L_h^2}{L_2} \tag{13.210}$$

Analog dazu bestimmen sich die Parameter des Γ -Ersatzschaltbildes.

¹⁾ L_h entspricht M in den vorherigen Kapiteln

Zwischen den Parametern beider Ersatzschaltbilder existieren folgende Beziehungen:

$$L'_h = L''_h - \frac{L''_\sigma L''_h}{L''_h + L''_\sigma} \quad ; \quad \sigma L_1 = \frac{L''_\sigma L''_h}{L''_h + L''_\sigma} \quad ; \quad R'_2 = R''_2 \left(1 - \frac{L''_\sigma}{(L''_h + L''_\sigma)} \right)^2 \quad (13.211)$$

- Parameterbestimmung mit dem vereinfachten Algorithmus 1:

Es wird von einem vierparametrischen Einfachkäfigmodell mit konzentrierter Streuinduktivität im Rotor und einem Eisenverlustwiderstand parallel zur Hauptfeldinduktivität ausgegangen, dem erweiterten Γ -Ersatzschaltbild nach Abb. 13.73 (R_1 wird als bekannt angesetzt).

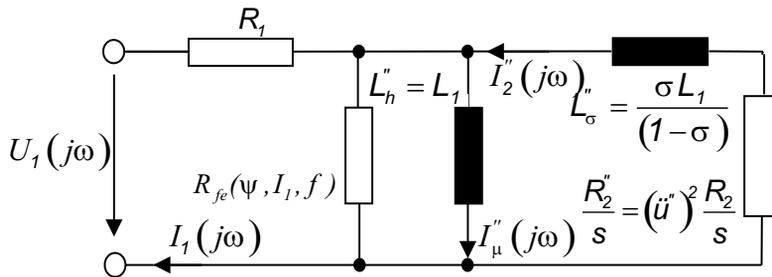


Abb. 13.73: Erweitertes Γ -Ersatzschaltbild der Drehstrom-Asynchronmaschine

Die Bestimmung der Parameter erfolgt über folgende Versuchsdurchführung:

• **Leerlaufversuch:**

Das Maschinenmodell im Leerlauf zeigt Abb. 13.74 mit der Eingangsimpedanz $Z_L(j\omega)$:

$$Z_L(j\omega) = \frac{U_1(j\omega)}{I_1(j\omega)} = \frac{R_1 \cdot R_{fe} + jX_1(R_1 + R_{fe})}{R_{fe} + jX_1} \quad (13.212)$$

Die Auswertung des Leerlaufversuchs führt zur Bestimmung der Ständerreaktanz $X_1 = \omega_1 L_1$ und des Eisenverlustwiderstandes R_{fe} :

$$X_1 = \frac{-1}{\Im m \left\{ \frac{I_1 e^{-j\varphi_L}}{U_1 - I_1 R_1 e^{-j\varphi_L}} \right\}} \quad (13.213)$$

$$R_{fe} = \frac{1}{\Re e \left\{ \frac{I_1 e^{-j\varphi_L}}{U_1 - I_1 R_1 e^{-j\varphi_L}} \right\}} \quad (13.214)$$

• **Kurzschlussversuch:**

Die Eingangsimpedanz $Z_K(j\omega)$ im Kurzschlussversuch

$$Z_K(j\omega) = \frac{U_1(j\omega)}{I_1(j\omega)} = R_1 + \frac{jX_1R_2'' - X_1X_\sigma''}{R_2'' + jX_1 + jX_\sigma''} \tag{13.215}$$

entspricht dem Maschinenmodell nach Abb. 13.75.

Die Auswertung führt zur Bestimmung der Streureaktanz und des Läuferwiderstandes:

$$X_\sigma'' = \frac{1}{\Im m \left\{ \frac{I_1 e^{-j\varphi_K}}{U_1 - I_1 e^{-j\varphi_K} R_1} - \frac{1}{jX_1} \right\}} \tag{13.216}$$

$$R_2'' = \frac{1}{\Re e \left\{ \frac{I_1 e^{-j\varphi_K}}{U_1 - I_1 e^{-j\varphi_K} R_1} - \frac{1}{jX_1} \right\}} \tag{13.217}$$

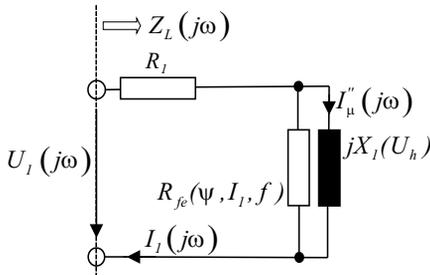


Abb. 13.74: Erweitertes Γ -Ersatzschaltbild für den Leerlaufversuch bei Anwendung des vereinfachten Algorithmus 1

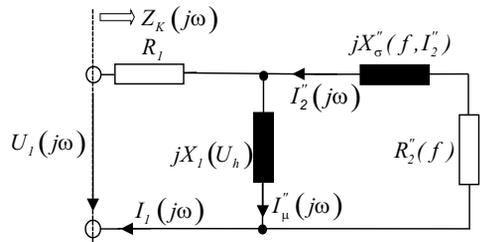


Abb. 13.75: Γ -Ersatzschaltbild für den Kurzschlussversuch bei Anwendung des vereinfachten Algorithmus 1

Der Ständerwicklungswiderstand R_1 muss zuvor nach Gl. (13.195) bestimmt werden. Ungenaue Vorgaben können bei diesem Algorithmus insbesondere zu erheblichen Läuferwiderstandsfehlern führen. Da im Kurzschlussversuch starke Wicklungserwärmung auftritt, wird ein konstanter Ständerwiderstand schwierig zu realisieren sein.

- Parameterbestimmung mit dem vereinfachten Algorithmus 2:

Es wird vom vierparametrischen Maschinenmodell mit konzentrierter Streuinduktivität im Ständer entsprechend Abb. 13.71 ausgegangen. Ummagnetisierungsverluste werden nicht berücksichtigt, ein Eisenverlustwiderstand R_{fe} somit vernachlässigt. Der Ständerwicklungswiderstand R_1 wird über eine Gleichstrommessung bestimmt (Gl. (13.195)). Im Leerlaufversuch erfolgt die Bestimmung der Ständerreaktanz entsprechend Gl. (13.213). Im Kurzschlussversuch

wird diese Ständerreaktanz vernachlässigt, was bei $R_2 \ll X_h$ gerechtfertigt ist. Es verbleiben die zwei unbekannt Parameter R'_2 und σL_1 im Maschinenmodell der Asynchronmaschine [83].

• **Kurzschlussversuch:**

Die Eingangsimpedanz $Z_K(j\omega)$ ergibt sich zu

$$Z_K(j\omega) = R_1 + R_2 \cdot \left(\frac{L_h}{L_2}\right)^2 + j\omega\sigma L_1 \tag{13.218}$$

Die Auswertung des Kurzschlussversuchs führt zum Rotorwiderstand

$$R'_2 = R_2 \cdot \left(\frac{L_h}{L_2}\right)^2 = \Re \left\{ \frac{U_1}{I_1} e^{j\varphi_k} \right\} - R_1 \tag{13.219}$$

und zur konzentrierten Streuinduktivität

$$\sigma L_1 = \frac{1}{\omega} \cdot \Im m \left\{ \frac{U_1}{I_1} e^{j\varphi_k} \right\} \tag{13.220}$$

Tabelle 13.1: Ergebnisse herkömmlicher Prüfungen an einer kleinen DASM, Klammerwerte = Parameter umgerechnet auf das Modell mit konzentrierter Ständerstreuinduktivität

Algorithmus nach Gl. (13.195)-(13.205)	Vereinfachter Algorithmus 1	Vereinfachter Algorithmus 2
$R_2=6,06 \Omega$ ($R'_2=5,54 \Omega$)	$R''_2=6,61 \Omega$ ($R'_2=5,50 \Omega$)	$R'_2=5,53 \Omega$
$L_{\sigma 2}=0,018 \text{ H}$ ($\sigma L_1=0,035 \text{ H}$)	$L''_{\sigma}=0,038 \text{ H}$ ($\sigma L_1=0,035 \text{ H}$)	$\sigma L_1=0,035 \text{ H}$
$L_h=0,396 \text{ H}$ ($L'_h=0,38 \text{ H}$)	$L_1=0,41 \text{ H}$ ($L'_h=0,38 \text{ H}$)	
$R_{fe}=2,22 \text{ k}\Omega$	$R_{fe}=2,43 \text{ k}\Omega$	

Für die oben beschriebenen Algorithmen zeigt zusammenfassend Tab. 13.1 die mit gleichen Messwerten ermittelten Maschinenparameter einer kleinen Asynchronmaschine mit $P_N=1500 \text{ W}$. Werden die Parameter auf ein einheitliches Maschinenmodell mit konzentrierter Ständerstreuinduktivität umgerechnet (siehe Klammerwerte) sind die Abweichungen zwischen den Parametern R'_2 , L'_h und σL_1 vernachlässigbar gering. Lediglich die vereinfachte Berücksichtigung des

Eisenverlustwiderstandes im vereinfachten Algorithmus 1 führt zu ca. 20% Abweichungen dieses Widerstandes gegenüber dem ausführlichen Algorithmus nach den Gleichungen (13.195) bis (13.205).

Zu ähnlichen Ergebnissen an Kleinmaschinen kommt [388].

Die Asynchronmaschine, deren Parameter Tab. 13.1 zeigt, ist überwiegend auch in allen folgenden experimentellen Untersuchungen verwendet worden, ohne dass darauf nachfolgend extra hingewiesen werden soll.

13.6.3 Parameterbestimmungen mit Parameterschätzverfahren

13.6.3.1 Prinzip der Parameterschätzung

Parameterschätzverfahren benötigen von einem Prüfling ein Systemmodell sowie Messwerte der Systemantwort nach geeigneter Anregung. Im Gegensatz zu traditionellen Prüfverfahren gehen Parameterschätzverfahren aber von Messwerten aus, denen ein Störsignal $z(t)$ überlagert ist. Die ausgangsfehlerorientierten Schätzverfahren schlagen diese Störung der Ausgangsgröße $y_0(t)$ zu.

Damit gilt für die gemessene gestörte Ausgangsgröße $y(t)$:

$$y(t) = y_0(t) + z(t) \quad (13.221)$$

Diese Störungen sollten den Mittelwert Null besitzen und unkorreliert zum Eingangssignal sein. Das Systemmodell des Prüflings soll m unbekannte Parameter enthalten und die Systemausgangsgröße $y_M(t)$ liefern. Es werden N Messwerte der Ein- und Ausgangsgröße benötigt, wobei $N \gg m$ gelten muss. Mit dem Systemmodell kann damit ein überbestimmtes Gleichungssystem gebildet werden, das durch den Einfluss des Störsignals nicht widerspruchsfrei ist. Es wird die Einführung eines Fehlers e für jeden Messwert notwendig, der als Differenz gemessener und berechneter Systemausgangsgrößen gebildet wird.

$$y(t) - y_M(t) = e(t) \quad (13.222)$$

Die Summation der Quadrate dieser Fehler ergibt das Gütekriterium $J(\underline{p})$, das zu einem Minimum geführt werden muss. Parameterschätzmethoden auf Basis dieses Gütekriteriums sind als Methode der kleinsten Fehlerquadrate (MKQ) bekannt.

Abbildung 13.76 verdeutlicht die Unterschiede zwischen deterministischen Parameterbestimmungen und Parameterschätzungen.

Im zeitdiskreten Raum ergibt sich

$$J(\underline{p}) = \sum_{k=1}^N (y[k] - y_M[k])^2 = \sum_{k=1}^N e^2[k] = \underline{e}^T \underline{e} \Rightarrow \min \quad (13.223)$$

Da die gemessene Ausgangsgröße y vorgegeben ist, kann diese Minimierung nur über die Anpassung der Systemparameter des Systemmodells mit den Parametern $p_1 \dots p_m$, $\underline{p}^T = [p_1, p_2, \dots, p_m]$ über die berechnete Systemausgangsgröße

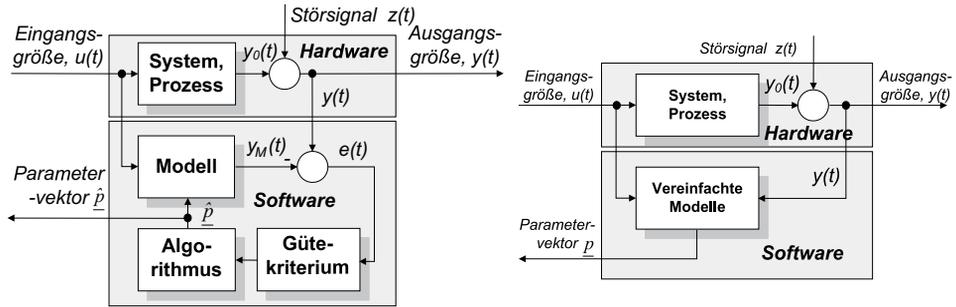


Abb. 13.76: Prinzip der Parameterschätzung (links) und der deterministischen Parameterbestimmung (rechts)

y_M erfolgen. Es verbleibt ein nicht ausgleichbarer Restfehler e , der genauso wie dessen Standardabweichung s_e die verbleibende Abweichung des gemessenen Ausgangssignalverlaufs vom berechneten Modellverlauf wiedergibt. Beides sind Gütemaße der Annäherung des berechneten an das gemessene Systemverhalten. Dagegen kann die Genauigkeit der geschätzten Parameter \hat{p}_i , $i = 1 \dots m$, mit der Standardabweichung der geschätzten Parameter s_{p_i} über die Variationskoeffizienten s_{p_i}/\hat{p}_i bestimmt werden.

Parameterschätzungen unter Beachtung eines Gütekriteriums sind Optimierungsaufgaben. Ihre Lösung kann prinzipiell mit allen mathematischen Methoden der Optimierungsrechnung erfolgen. Dazu muss vorausgesetzt werden, dass das Optimierungsproblem eine eindeutige Lösung hat, die vollständig steuerbare und beobachtbare Systeme erfordert.

13.6.3.2 Parameterschätzungen an Asynchronmaschinen bei linearem Parametereinfluss auf die Schätzfehler

Besonders einfach wird die Optimierungsaufgabe, wenn ein Modell als lineare Differentialgleichung der Form

$$\begin{aligned}
 y_M(t) &+ a_1 \frac{dy_M(t)}{dt} + a_2 \frac{d^2 y_M(t)}{dt^2} + \dots \\
 &= b_0 u(t) + b_1 \frac{du(t)}{dt} + b_2 \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + \dots
 \end{aligned}
 \tag{13.224}$$

gefunden werden kann.

In einem solchen Modell ist der Fehler e nach Gl. (13.222) linear von den m Parametern $\hat{a}_1, \hat{a}_2, \dots, \hat{b}_0, \hat{b}_1, \hat{b}_2, \dots$ abhängig und Parameterschätzungen können mit der Methode der kleinsten Fehlerquadrate als *lineares Ausgleichs- bzw. Quadratmittelpproblem* behandelt werden.

Dazu müssen die Ein- und Ausgangssignale $u(t)$ und $y(t)$ des realen Systems N -mal zu den diskreten Zeiten $t = kT_{Abtast}$, $k = 0, 1, 2, \dots, N$, gemessen werden und die Ableitungen dieser Signale existieren.

Mit dem Fehler \underline{e} ergibt sich nach Überführung in Matrixdarstellung das Schätzmodell

$$\underline{y} = \mathbf{X}\hat{\underline{p}} + \underline{e} \tag{13.225}$$

mit dem Parametervektor $\hat{\underline{p}}$,

$$\hat{\underline{p}}^T = \left[\hat{a}_1 \quad \hat{a}_2 \quad \dots \quad \hat{b}_0 \quad \hat{b}_1 \quad \hat{b}_2 \quad \dots \right] \tag{13.226}$$

sowie den Matrizen und Vektoren

$$\mathbf{X}[N] = \begin{bmatrix} -\frac{dy[0]}{dt} & -\frac{d^2y[0]}{dt^2} & \dots & u[0] & \frac{du[0]}{dt} & \frac{d^2u[0]}{dt^2} & \dots \\ -\frac{dy[1]}{dt} & -\frac{d^2y[1]}{dt^2} & \dots & u[1] & \frac{du[1]}{dt} & \frac{d^2u[1]}{dt^2} & \dots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & \\ -\frac{dy[N]}{dt} & -\frac{d^2y[N]}{dt^2} & \dots & u[N] & \frac{du[N]}{dt} & \frac{d^2u[N]}{dt^2} & \dots \end{bmatrix} \tag{13.227}$$

$$\underline{y}[N] = \begin{bmatrix} y[0] \\ y[1] \\ \vdots \\ y[N] \end{bmatrix} ; \quad \underline{e}[N] = \begin{bmatrix} e[0] \\ e[1] \\ \vdots \\ e[N] \end{bmatrix} \tag{13.228}$$

Über den Ansatz

$$\frac{\partial J}{\partial \hat{\underline{p}}} = 0 = \frac{\partial}{\partial \hat{\underline{p}}} \cdot \left[(\underline{y} - \mathbf{X}\hat{\underline{p}})^T (\underline{y} - \mathbf{X}\hat{\underline{p}}) \right] = -2\mathbf{X}^T (\underline{y} - \mathbf{X}\hat{\underline{p}}) \tag{13.229}$$

$$(\mathbf{X}^T \mathbf{X}) \hat{\underline{p}} = \mathbf{X}^T \underline{y} \tag{13.230}$$

kann eine direkte (oder auch unmittelbare) Lösung des gesuchten Parametervektors $\hat{\underline{p}}$ in einem Schritt über den Ausdruck

$$\hat{\underline{p}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \underline{y} \tag{13.231}$$

gefunden werden.

Eine wichtige Voraussetzung für eine erfolgreiche Parameterschätzung ist die Invertierbarkeit der Matrix $(\mathbf{X}^T \mathbf{X})$ in Gl. (13.231). Dazu wird ein geeignetes Anregungssignal benötigt, das alle zu identifizierenden Parameter ausreichend anregt („fortdauernde Anregung“ [395, 403]). Diese Bedingung erfüllen fortlaufend sich ändernde Eingangssignale. Im Frequenzbereich ist diese Aussage identisch mit der Forderung, dass an mindestens M Stellen die Leistungsdichte des Signals ungleich Null sein muss, wobei M die Systemordnung darstellt. Für m Parameter wird eine Mindestfrequenzanzahl von $\text{int}((m+1)/2)$ benötigt, um einen ausreichenden Fehlerausgleich zu ermöglichen. Ist eine Leistungsdichte für alle

Frequenzen vorhanden, wie z.B. beim weißen Rauschen, ist fortdauernde Anregung für jede Ordnung gegeben, während mit einer einzigen Sinusschwingung höchstens ein System 1. Ordnung identifiziert werden kann.

Diese Forderung sichert die prinzipielle Lösbarkeit der MKQ. Sie sichert jedoch nicht eine Lösung mit bester Anpassung bzw. Güte, d.h. bei kleinstem Restfehler. Dazu sind Optimierungen des Eingangssignals als hinreichende Bedingung notwendig, die u.a. in [396, 410] beschrieben sind.

Bei elektrischen Maschinen als Identifikationsobjekte sind hierbei aber Einschränkungen und Kompromisse notwendig. Aus Sicht des Parameterschätzverfahrens sollten Eingangssignale beispielsweise eine möglichst große Amplitude aufweisen. Große Spannungsanregungen führen bei Asynchronmaschinen aber zu Parameternichtlinearitäten, die bei einfachen Maschinenmodellen zu Parameterfehlern führen. Ähnlich sind Anregungssignale mit hohen Frequenzanteilen zu beurteilen.

Die beschriebene MKQ wird in vielen praktischen Anwendungen wegen ihrer unzweifelhaft einfachen und überschaubaren Form vorteilhaft und mit überwiegend zufrieden stellenden Ergebnissen eingesetzt. Allerdings ist bei einer Parameterschätzung an Asynchronmaschinen eine Biasfreiheit (Konvergenz) dieses Verfahrens nur bei kleinen Störungen möglich. Bei größeren Störungen kann ein nicht mehr zu vernachlässigender Bias auftreten. Verursacht wird dieser Bias von modellbedingt korrelierten Störsignalen, die als Voraussetzung der MKQ nicht vorliegen dürfen [403].

Sollen solche Fehler nicht erst zugelassen werden, müssen erweiterte Parameterschätzmethoden angewendet werden, z.B. die Methode der verallgemeinerten kleinsten Fehlerquadrate, die Methode der erweiterten kleinsten Fehlerquadrate, die Methode der Biaskorrektur, die Methode der totalen kleinsten Fehlerquadrate oder die Methode der Hilfsvariablen [78, 85, 395, 403].

Untersuchungen an verschiedenen Modelltypen — z.B. in [403] — zeigen allerdings, dass diese aufwendigen Ansätze praktisch kaum wesentlich bessere Schätzergebnisse liefern, insbesondere wenn nur wenige Messwerte zur Verfügung stehen.

- Modell der Asynchronmaschine mit linearem Parametereinfluss auf die Schätzfehler:

Für die Asynchronmaschine ist eine Modellierung als lineare Differentialgleichung entsprechend Gl. (13.224) im stationären Betrieb mit $dn/dt = 0$ möglich, d.h. im Leerlauf, im stationären Belastungslauf und im Maschinenstillstand. Für den dynamischen Betrieb gelingt eine solche Modellierung dagegen nur unter Einschränkungen, wie z.B. der Notwendigkeit einer Drehzahlmessung oder der messtechnischen oder rechnerischen Bestimmung der Flussverkettungen der Asynchronmaschine.

Wird von einem Modell der Asynchronmaschine mit getrennten Ständer- und Läuferstreuinduktivitäten ausgegangen (T-Ersatzbild nach Abb. 13.67), das sich

im Ständerkoordinatensystem zu

$$\begin{aligned}\vec{u}_1^S &= \vec{i}_1^S R_1 + \frac{d\vec{\psi}_1^S}{dt} \\ 0 &= \vec{i}_2^S R_2 + \frac{d\vec{\psi}_2^S}{dt} - j\Omega_L \vec{\psi}_2^S\end{aligned}\quad (13.232)$$

ergibt und werden die nicht messbaren Größen Läuferflussverkettung $\vec{\psi}_2^S$, Ständerflussverkettung $\vec{\psi}_1^S$ und Läuferstrom \vec{i}_2^S durch den messbaren Ständerstrom \vec{i}_1^S ersetzt, kann folgendes linearisiertes Maschinenmodell gefunden werden:

$$\frac{d\vec{u}_1^S}{dt} = p_1 \frac{d^2 \vec{i}_1^S}{dt^2} + p_2 \frac{d\vec{i}_1^S}{dt} - j p_3 \frac{d\vec{i}_1^S}{dt} + p_4 \vec{i}_1^S - j p_5 \vec{i}_1^S + j p_6 \vec{u}_1^S - p_7 \vec{u}_1^S \quad (13.233)$$

Die Parameter $p_1 \dots p_7$ stellen mathematischen Hilfsparameter dar, die den gewünschten linearen Einfluss auf den Schätzfehler aufweisen. Sie sind in einem ersten Schritt durch eine Parameterschätzung zu bestimmen.

Mit den physikalischen Parametern stehen sie in folgendem Zusammenhang:

$$\begin{aligned}p_1 &= \sigma L_1 \quad ; \quad p_2 = R_1 + \frac{L_1 R_2}{L_2} \quad ; \quad p_3 = \sigma L_1 \Omega_L \\ p_4 &= \frac{R_1 R_2}{L_2} \quad ; \quad p_5 = R_1 \Omega_L \quad ; \quad p_6 = \Omega_L \quad ; \quad p_7 = \frac{R_2}{L_2}\end{aligned}\quad (13.234)$$

und genügen folgenden Abhängigkeiten:

$$p_7 p_5 = p_6 p_4 \quad ; \quad p_3 = p_6 p_1 \quad \text{und} \quad p_2 > \frac{p_5}{p_6} \quad (13.235)$$

In einem zweiten Schritt erfolgt die Rückrechnung der fünf physikalischen Parameter $\sigma L_1, R_1, R_2, L_2, \Omega_L$ aus den sieben mathematischen Parametern $p_1 \dots p_7$. Diese Rückrechnung ist trivial. Beide Schritte sind Voraussetzung für die vollständige Identifizierbarkeit der physikalischen Parameter, die beim vorliegenden Modell der Drehstrom-Asynchronmaschine gegeben ist. Die mechanische Winkelgeschwindigkeit $\Omega_m = 2\pi N$ und die Drehzahl N sind im stationären Betrieb konstante Größen und über die Polpaarzahl Z_p mit der elektrischen Läuferwinkelgeschwindigkeit Ω_L verbunden:

$$\Omega_L = Z_p \cdot \Omega_m \quad (13.236)$$

Die elektrische Läuferwinkelgeschwindigkeit Ω_L in den Gleichungen (13.233) und (13.234) ist als „Pseudoparameter“ Bestandteil des Parametervektors.

Als Modellausgangsgröße y_M ist in Gl. (13.233) der Ausdruck $y_M = d\vec{u}_1^S/dt$ gewählt worden, der insbesondere in Hinblick auf spätere Umrichterspeisung als stärker gestörte Meßgröße betrachtet werden kann. Bei ausgangsfehlerorientierten Parameterschätzverfahren sollte die Modellausgangsgröße immer die am meisten gestörte Messgröße sein.

Wird Gl. (13.233) in ihre Real- und Imaginärkomponente mit $\vec{g}^S = g_\alpha + jg_\beta$ zerlegt, ergeben sich zwei lineare zeitvariante Differentialgleichungen 2. Ordnung:

$$\begin{aligned} \frac{du_{1\alpha}}{dt} &= p_1 \left(\frac{d^2 i_{1\alpha}}{dt^2} \right) + p_2 \left(\frac{di_{1\alpha}}{dt} \right) + p_3 \left(\frac{di_{1\beta}}{dt} \right) \\ &\quad + p_4 i_{1\alpha} + p_5 i_{1\beta} - p_6 u_{1\beta} - p_7 u_{1\alpha} \end{aligned} \tag{13.237}$$

$$\begin{aligned} \frac{du_{1\beta}}{dt} &= p_1 \left(\frac{d^2 i_{1\beta}}{dt^2} \right) + p_2 \left(\frac{di_{1\beta}}{dt} \right) - p_3 \left(\frac{di_{1\alpha}}{dt} \right) \\ &\quad + p_4 i_{1\beta} - p_5 i_{1\alpha} + p_6 u_{1\alpha} - p_7 u_{1\beta} \end{aligned} \tag{13.238}$$

bzw.

$$y_{M\alpha} = \underline{p}^T \underline{a} = p_1 a_1 + p_2 a_2 + p_3 a_3 + p_4 a_4 + p_5 a_5 + p_6 a_6 + p_7 a_7 \tag{13.239}$$

$$\text{für } \underline{a} \in \mathbb{R}^7 \text{ und } \underline{p} \in \mathbb{R}^7$$

$$y_{M\beta} = \underline{p}^T \underline{b} = p_1 b_1 + p_2 b_2 + p_3 b_3 + p_4 b_4 + p_5 b_5 + p_6 b_6 + p_7 b_7 \tag{13.240}$$

$$\text{für } \underline{b} \in \mathbb{R}^7 \text{ und } \underline{p} \in \mathbb{R}^7$$

mit

$$y_{M\alpha} = \frac{du_{1\alpha}}{dt} \text{ und } y_{M\beta} = \frac{du_{1\beta}}{dt} \tag{13.241}$$

Es wird deutlich, dass sowohl die Struktur als auch die Parametrierung beider Achsen prinzipiell gleich sind. Damit ist eine Parameterbestimmung grundsätzlich in jeder der beiden Achsen möglich — ein Vorgehen, das überwiegend angewendet wird, und zu gleichen Ergebnissen führen sollte. Abweichende Ergebnisse können hier auf Parameterunsymmetrien in der Maschine hindeuten. Auch der Einbezug beider Achsen in die Parameterschätzung ist möglich, was allerdings die Einführung eines komplexen Gütekriteriums erfordert [384].

Wird nur eine Komponente ausgewertet, beispielsweise die Realkomponente nach Gl. (13.237), so enthält die Matrix \mathbf{X} die $N + 1$ gemessenen Werte und Ableitungen des Stromes bzw. der Spannung:

$$\mathbf{X} [N] =$$

$$\left[\begin{array}{cccccc} \frac{d^2 i_{1\alpha} [0]}{dt^2} & \frac{di_{1\alpha} [0]}{dt} & \frac{di_{1\beta} [0]}{dt} & i_{1\alpha} [0] & i_{1\beta} [0] & -u_{1\beta} [0] & -u_{1\alpha} [0] \\ \frac{d^2 i_{1\alpha} [1]}{dt^2} & \frac{di_{1\alpha} [1]}{dt} & \frac{di_{1\beta} [1]}{dt} & i_{1\alpha} [1] & i_{1\beta} [1] & -u_{1\beta} [1] & -u_{1\alpha} [1] \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{d^2 i_{1\alpha} [N]}{dt^2} & \frac{di_{1\alpha} [N]}{dt} & \frac{di_{1\beta} [N]}{dt} & i_{1\alpha} [N] & i_{1\beta} [N] & -u_{1\beta} [N] & -u_{1\alpha} [N] \end{array} \right] \tag{13.242}$$

Der Vektor \underline{y} enthält die Ableitungen der Spannung:

$$\underline{y}[N] = \begin{bmatrix} \frac{du_{1\alpha}}{dt} [0] \\ \frac{du_{1\alpha}}{dt} [1] \\ \vdots \\ \frac{du_{1\alpha}}{dt} [N] \end{bmatrix} \quad (13.243)$$

Eine Vereinfachung der Modellstruktur nach Gl. (13.233) wird bei gemessener Drehzahl möglich. Die elektrische Läuferwinkelgeschwindigkeit Ω_L wird Bestandteil der Ausgangsgröße y_M .

Es verbleibt folgendes Fünfparametermodell

$$\frac{d}{dt} \vec{u}_1^S - j\Omega_L \vec{u}_1^S = p_1 \left(\frac{d^2 \vec{i}_1^S}{dt^2} - j\Omega_L \frac{d\vec{i}_1^S}{dt} \right) + p_2 \frac{d\vec{i}_1^S}{dt} + p_4 \vec{i}_1^S - p_7 \vec{u}_1^S - j\Omega_L p_9 \vec{u}_1^S \quad (13.244)$$

mit $p_9 = R_1$ und folgenden Parameterabhängigkeiten

$$p_4 = p_7 p_9 \quad ; \quad p_2 > p_9 \quad (13.245)$$

Weitere Modellvereinfachungen sind bei gemessenem Ständerwiderstand möglich,

$$\frac{d\vec{u}_1^S}{dt} - R_1 \frac{d\vec{i}_1^S}{dt} = p_1 \frac{d^2 \vec{i}_1^S}{dt^2} + p_8 \frac{d\vec{i}_1^S}{dt} - j p_3 \frac{d\vec{i}_1^S}{dt} + p_7 \vec{i}_1^S (R_1 - \vec{u}_1^S) - j p_6 (\vec{i}_1^S R_1 - \vec{u}_1^S) \quad (13.246)$$

mit

$$p_8 = \frac{L_1 R_2}{L_2} \quad \text{und der Parameterabhängigkeit} \quad p_3 = p_1 p_6 \quad (13.247)$$

oder, wenn sowohl die Drehzahl und der Ständerwiderstand gemessen werden können:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{u}_1^S}{dt} - R_1 \frac{d\vec{i}_1^S}{dt} - j\Omega_L (\vec{u}_1^S - \vec{i}_1^S R_1) &= p_1 \left(\frac{d^2 \vec{i}_1^S}{dt^2} - j\Omega_L \frac{d\vec{i}_1^S}{dt} \right) \\ &+ p_8 \frac{d\vec{i}_1^S}{dt} + p_7 (\vec{i}_1^S R_1 - \vec{u}_1^S) \end{aligned} \quad (13.248)$$

Hier sind keine Parameterabhängigkeiten der drei Parameter p_1 , p_8 und p_7 vorhanden.

Die zeitkontinuierliche Modellierung der Asynchronmaschine erfordert die Bildung der Ableitung des Eingangs- und Ausgangssignals $u_1(t)$ und $i_1(t)$ bis zur ersten bzw. zweiten Ordnung. Das setzt differenzierbare Zeitfunktionen voraus und geeignete Verfahren zur Bestimmung dieser Ableitungen. Damit kann die Differentialgleichung in eine lineare algebraische Gleichung überführt werden.

Im einfachsten Fall kann das Euler-Verfahren zur numerischen Differentiation genutzt werden. Da hierbei der Einfluss höherfrequenter Störungen verstärkt wird, werden nachgeschaltete Filter oder Interpolationsgleichungen (Spline- oder Newton-Interpolation) notwendig. Trotzdem sind nach [403] damit erfahrungsgemäß Anwendungen höchstens auf Modelle zweiter oder dritter Ordnung beschränkt.

Daneben können auch digitale Filter angewendet werden, wie z.B. Zustandsvariablen-Filter oder modulierende Funktionen, die unempfindlicher und sicherer im Einsatz sind und die gleichzeitig Rauschunterdrückungen vornehmen. Solche Filter sind z.B. in [394, 399, 401, 403] beschrieben und in [394, 401] für Parameterschätzungen an Asynchronmaschine angewendet worden.

- Parameterschätzungen im Stillstand der Drehstrom-Asynchronmaschine:

Parameterschätzungen im Maschinenstillstand sind besonders einfach experimentell durchführbar und mit vergleichsweise geringem Aufwand auswertbar. Eine dreiphasige Maschinenspeisung ist nicht zwingend notwendig, so dass einphasige Maschinenanregungen mit einer Vielzahl von kontinuierlichen und diskontinuierlichen Anregungssignalen möglich werden. Geeignet sind z.B. Spannungssprünge, Multisinusanregungen oder auch PRB-Signale (**p**seudo-**r**andom-**b**inary-**s**ignals) [410]. Weiterhin sind keine Drehzahlmess- und Blockiereinrichtungen für den Läufer notwendig. Durch die großen Empfindlichkeiten der Läuferparameter im Maschinenstillstand können besonders genaue Ergebnisse der Läuferparameter erwartet werden. Im Vergleich zur dreiphasigen Anregung führen einphasige Anregungen allerdings zu veränderten Magnetisierungszuständen in der Maschine. Daraus resultieren veränderte Ummagnetisierungsverluste im Verlauf der sättigungsabhängigen Hauptfeldinduktivität sowie die Berücksichtigung einer Anfangsremanenz bei aperiodischer Anregung [406]. Diese Einflüsse sind aber meist schwach ausgeprägt und werden daher auch überwiegend vernachlässigt.

Nach Gl. (13.233) und Gl. (13.234) ergibt sich im Stillstand folgendes Modell der Asynchronmaschine

$$\frac{du_{1\alpha}}{dt} = p_1 \frac{d^2 i_{1\alpha}}{dt^2} + p_2 \frac{di_{1\alpha}}{dt} + p_4 i_{1\alpha} - p_7 u_{1\alpha} \quad (13.249)$$

$$\frac{du_{1\beta}}{dt} = p_1 \frac{d^2 i_{1\beta}}{dt^2} + p_2 \frac{di_{1\beta}}{dt} + p_4 i_{1\beta} - p_7 u_{1\beta} \quad (13.250)$$

Das Modell im Maschinenstillstand wird nur noch von den vier mathematischen Parametern p_1 , p_2 , p_4 und p_7 bestimmt. Durch die Drehzahl $N = 0$ liegen weiterhin entkoppelte α - und β -Komponenten des Maschinenmodells vor.

Einphasige Anregungen der Asynchronmaschine können im Stillstand in der α - oder β -Achse als α - bzw. β -Erregung vorgenommen werden. Abbildung 13.77 zeigt dazu die Speisung der Maschine ohne Stromrichter an einem Testsignal-generator, Abb. 13.78 bei Speisung mit Umrichter. Wesentlich ist, dass bei einer

Speisungen in der β -Achse bei gleicher Amplitude des Ständerstromraumzeigers ein um den Faktor $\sqrt{3}/2$ kleineren Strangstrom gegenüber einer Speisung in der α -Achse benötigt wird. Nachteilig ist die Einhaltung der Bedingung $i_{1\alpha} = 0$, die häufig nur über das Abklemmen eines Stranges realisiert werden kann und insbesondere bei Selbstbetriebsnahmen vor Ort ungeeignet ist.

Für die α -Erregung sind die Ströme und Spannungen der β -Achse gleich Null und es gilt

$$i_{1b} = i_{1c} = -\frac{i_{1a}}{2} \quad (13.251)$$

$$\vec{i}_1^S = \frac{2}{3}(i_{1a} + \underline{a}i_{1b} + \underline{a}^2i_{1c}) = i_{1a} = i_{1\alpha} = i_1$$

mit den komplexen Drehoperatoren

$$\underline{a} = e^{j\frac{2}{3}\pi} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\underline{a}^2 = e^{j\frac{4}{3}\pi} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}$$

sowie

$$i_{1\beta} = \Im m(\vec{i}_1^S) = 0$$

$$u_{1b} = u_{1c} = -\frac{u_{1a}}{2} \quad (13.252)$$

$$\vec{u}_1^S = \frac{2}{3}(u_{1a} + \underline{a}u_{1b} + \underline{a}^2u_{1c}) = u_{1a} = u_{1\alpha} = \frac{2}{3}u_1$$

$$u_{1\beta} = \Im m(\vec{u}_1^S) = 0$$

Bei der Umrichterspeisung der Asynchronmaschine nach Abb. 13.78 ist eine Spannungsmessung vorgenommen worden. Darauf kann verzichtet werden, wenn mit den Spannungssollwerten gearbeitet wird und das Wechselrichterverhalten in das Identifikationsmodell der Maschine eingearbeitet wird. Hierbei sind insbesondere Verriegelungstotzeiten und nichtlineare stromabhängige Umrichterspannungsabfälle zu berücksichtigen, die insbesondere bei kleinen Spannungen oder in der Umgebung der Spannungsnulldurchgänge nicht unberücksichtigt bleiben dürfen. Vorschläge dazu finden sich z.B. in [418] oder [417].

Die Berücksichtigung des Umrichterspannungsabfalls erfolgt über einen nichtlinearen Ventilspannungsabfall $U_V(I_1)$ sowie über den Spannungsabfall über einen Wechselrichter-Ersatzwiderstand R_W .

Bei Gleichstromspeisung gilt für den nichtlinearen Spannungsabfall U_W am Wechselrichter:

$$U_W(I_1) = U_V(I_1) + R_W I_1 \quad (13.253)$$

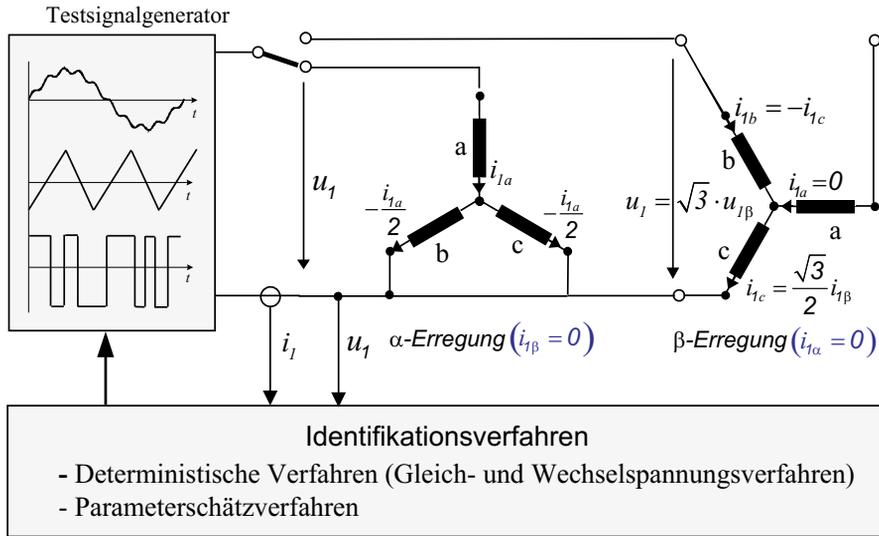


Abb. 13.77: Parameterschätzungen im Maschinenstillstand mit α - und β -Erregung

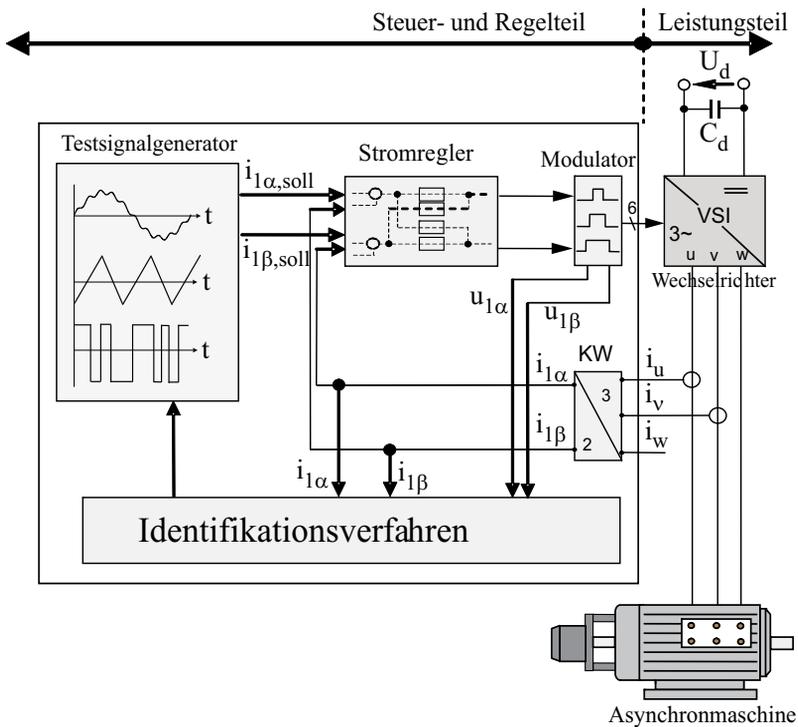


Abb. 13.78: Parameterschätzungen bei geregelter Drehstrom-Asynchronmaschinen

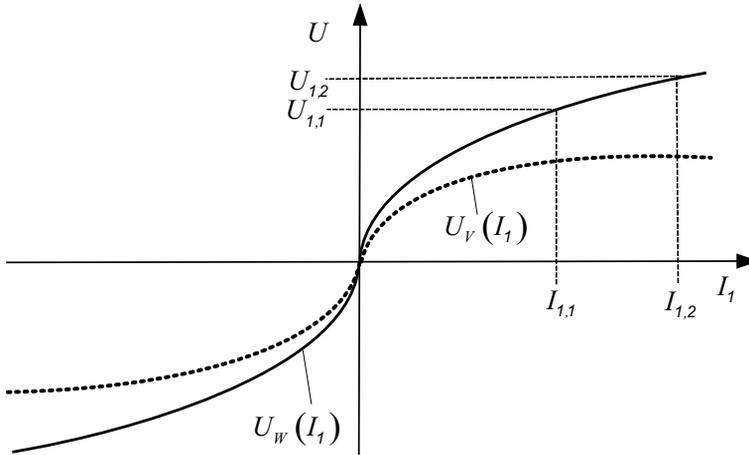


Abb. 13.79: Nichtlineares Strom-Spannungsverhalten eines Wechselrichters

Die Wechselrichtercharakteristik kann punktwise bei Gleichstromspeisung aufgenommen werden, siehe Abb. 13.79. Da für höhere Ströme der Anstieg der Spannungskurve des Wechselrichters nur noch vom ohmschen Ersatzwiderstand R_W bestimmt wird, lässt sich dieser Ersatzwiderstand über

$$R_W = \frac{U_{1,1} - U_{1,2}}{I_{1,1} - I_{1,2}} \quad (13.254)$$

bestimmen. Der verbleibende Ventilspannungsabfall U_V kann über Näherungsbeziehungen beschrieben werden, wozu häufig Exponentialfunktionen zum Einsatz kommen [418]. Die Berücksichtigung der Wechselrichter-Spannungsabfälle $U_W(I_1)$ erfolgt durch eine vorzeichen- und phasenrichtige Aufschaltung auf die Spannungssollwerte.

Als Beispiel einer Parameterschätzung im Maschinenstillstand einer kleinen Asynchronmaschine zeigen die Abbildungen 13.80 und 13.81 sowie Tabelle 13.2 Ergebnisse bei einer Multisinusanregung mit den zwei Frequenzen $f_{1,1} = 2 \text{ Hz} / f_{1,2} = 20 \text{ Hz}$ bzw. mit $f_{1,3} = 20 \text{ Hz} / f_{1,4} = 40 \text{ Hz}$. Es wird vom Maschinenmodell nach Gl. (13.249) mit $L_1 = L_2$ ausgegangen. Zur Bildung der Ableitungen wird das Euler-Verfahren mit anschließender Messwertglättung über ein gleitendes Mittelwertfilter verwendet. Der Ständerwicklungswiderstand R_1 wird dabei sowohl als unbekannter Parameter als auch als bekannte gemessene Größe behandelt. Neben der zeitkontinuierlichen Maschinenmodellierung der

Asynchronmaschine ist auch eine zeitdiskrete Modellierung mit parameterlinearen Modellen für Parameterschätzungen geeignet. Es entfällt die Bildung der Ableitungen.

Wird das Maschinenmodell der Asynchronmaschine im Maschinenstillstand nach Gl. (13.249) in den zeitdiskreten Raum überführt, ergibt sich zu den Abtastzeitpunkten k folgender Ausdruck

$$i_{1a}(k) = -a_1 i_{1a}(k-1) - a_2 i_{1a}(k-2) + b_1 u_{1a}(k-1) + b_2 u_{1a}(k-2) \quad (13.255)$$

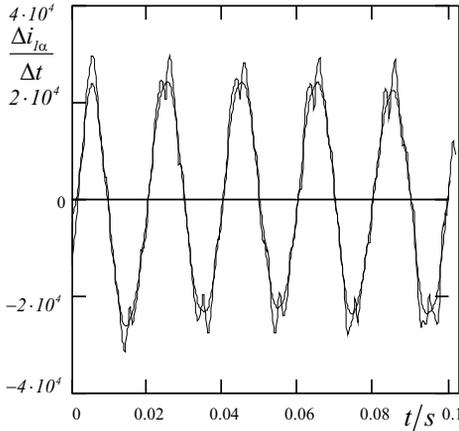


Abb. 13.80: Ungeglätteter und geglätteter Verlauf des Differenzenquotienten $\Delta i_{1\alpha} / \Delta t$

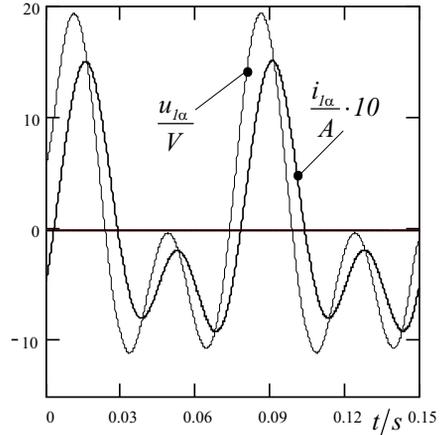


Abb. 13.81: Spannungs- und Stromverläufe bei Multisinusanregung mit $f_{1,3} = 20 \text{ Hz}$ und $f_{1,4} = 40 \text{ Hz}$

Tabelle 13.2: Geschätzte Parameter im Maschinenstillstand bei Anregung mit Zweifachsinsussignalen (Klammerwerte = Ergebnisse mit $f_{1,3} = 20 \text{ Hz}$ und $f_{1,4} = 40 \text{ Hz}$, ansonsten $f_{1,1} = 2 \text{ Hz}$ und $f_{1,2} = 20 \text{ Hz}$) sowie Parameter des klassischen Leerlauf- und Kurzschlussversuchs und Differenz zu den Parametern des Parameterschätzverfahrens

	Kurzschluss-/ Leerlaufversuch	Schätzung ohne R_1	Differenz	Schätzung mit R_1	Differenz
\hat{R}_1 / Ω	6,7	-	-	7,4 (9,48)	10,4% (41,5%)
$\widehat{\sigma L}_1 / H$	0,035	0,038 (0,041)	8,5% (17,1%)	0,046 (0,05)	31,4% (42,8%)
\hat{R}_2 / Ω	6,05	5,85 (5,65)	-3,3% (6,6%)	6,0 (7,03)	-0,8% (16,2%)
$\hat{L}_1, \hat{L}_2 / H$	0,41	0,38 (0,33)	-7,3% (-19,5%)	0,29 (0,29)	-29,26% (-29,26%)

mit den mathematischen Parametern a_1, a_2, b_1 und b_2

$$a_1 = -e^{\lambda_1 T_{Abtast}} - e^{\lambda_2 T_{Abtast}} \tag{13.256}$$

$$a_2 = e^{\lambda_1 T_{Abtast}} \cdot e^{\lambda_2 T_{Abtast}} \tag{13.257}$$

$$b_1 = r_1 (e^{\lambda_1 T_{Abtast}} - 1) + r_2 (e^{\lambda_2 T_{Abtast}} - 1) \tag{13.258}$$

$$b_2 = r_1 e^{\lambda_1 T_{Abtast}} \cdot (1 - e^{\lambda_1 T_{Abtast}}) + r_2 e^{\lambda_2 T_{Abtast}} \cdot (1 - e^{\lambda_2 T_{Abtast}}) \tag{13.259}$$

den Residuen r_1 und r_2 , der Abtastzeit T_{Abtast} sowie den Polstellen (Eigenwerten) λ_1 und λ_2 .

Die Rückrechnung der physikalischen Parameter aus den mathematischen Parametern ist z.B. in [419] oder [410] beschrieben.

Mit den gemessenen Spannungen und Strömen folgt:

$$\underline{y} = \mathbf{X}\hat{\underline{p}} + \underline{e} \tag{13.260}$$

$$\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{N+1,2m} =$$

$$\begin{bmatrix} -i_{1\alpha}[k-1] & -i_{1\alpha}[k-2] & \cdots & -u_{1\alpha}[k-1] & u_{1\alpha}[k-2] \\ -i_{1\alpha}[k] & -i_{1\alpha}[k-1] & \cdots & -u_{1\alpha}[k] & u_{1\alpha}[k-1] \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -i_{1\alpha}[k+N-1] & -i_{1\alpha}[k+N-2] & \cdots & -u_{1\alpha}[k+N-1] & u_{1\alpha}[k+N-2] \end{bmatrix} \tag{13.261}$$

$$\underline{y}^T = (i_{1\alpha}[k] \quad i_{1\alpha}[k+1] \quad \cdots \quad i_{1\alpha}[k+N]) \in \mathbb{R}^{N+1} \tag{13.262}$$

$$\underline{e}^T = (e[k] \quad e[k+1] \quad \cdots \quad e[k+N]) \in \mathbb{R}^{N+1} \tag{13.263}$$

Die zu schätzenden Parameter können mit der direkten Lösung der MKQ bestimmt werden:

$$\hat{\underline{p}} = [\mathbf{X}^T \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T \underline{y} \tag{13.264}$$

Bei Parameterschätzungen mit dem zeitdiskreten Maschinenmodell ist die Wahl der Abtastzeit T_{Abtast} von großer Bedeutung und meist kritischer als bei der Identifikation zeitkontinuierlicher Modelle. Der Optimierung des Anregungssignals kommt bei diesen Modellen große Bedeutung zu. Ohne diese Optimierung können leicht Fehler in unakzeptablen Größenordnungen auftreten, die zu unbrauchbaren Ergebnissen führen, siehe z.B. [410].

Die direkte MKQ nach Gl. (13.264) nutzt für die Schätzung des Parametervektors stets alle N gemessenen Wertepaare des Stromes und der Spannung bzw. deren Ableitungen. Fallen während der Parameterschätzung laufend neue Messdaten an, muss der gesamte Algorithmus für alle betrachteten Werte neu gestartet werden. Wächst deren Zahl mit der Zeit, so erhält man schnell unhandlich große Datensätze und aufwendige Matrizeninversionen.

Anders bei der *rekursiven Lösung* des linearen Ausgleichsproblems, wo durch laufende Hinzunahme weiterer Messwerte in die Schätzung eine Korrektur des bisherigen Parametervektors erfolgt. Dazu wird der geschätzte Parametervektor $\hat{\underline{p}}[k]$ in jedem Abtastschritt über den Beobachtungsfehlervektor $\underline{e}[k]$ um eine Parameterdifferenz $\Delta\hat{\underline{p}}[k+1]$ korrigiert. Es entsteht ein neuer Parametervektor $\hat{\underline{p}}[k+1]$:

$$\hat{\underline{p}}[k+1] = \hat{\underline{p}}[k] + \Delta\hat{\underline{p}}[k+1] \tag{13.265}$$

$$\hat{\underline{p}}[k+1] = \hat{\underline{p}}[k] + \mathbf{P}[k+1] \cdot \underline{x}[k+1] \cdot (y[k+1] - \underline{x}^T[k+1] \cdot \hat{\underline{p}}[k]) \tag{13.266}$$

Der Ausdruck $\mathbf{P}[k + 1] \cdot \underline{x}[k + 1]$ kann hierbei als Korrekturvektor $\underline{g}[k]$ aufgefasst werden:

$$\begin{aligned} \underline{g}[k] &= \mathbf{P}[k + 1] \cdot \underline{x}[k + 1] \\ &= \mathbf{P}[k] \cdot \underline{x}[k + 1] \cdot (\underline{x}^T[k + 1] \cdot \mathbf{P}[k] \cdot \underline{x}[k + 1] + 1)^{-1} \quad (13.267) \end{aligned}$$

mit der Kovarianzmatrix der Parameterschätzfehler zum Zeitpunkt $[k + 1]$:

$$\mathbf{P}[k + 1] = (\mathbf{E} - \underline{g}[k] \cdot \underline{x}^T[k + 1]) \cdot \mathbf{P}[k] \quad (\mathbf{E} = \text{Einheitsmatrix}) \quad (13.268)$$

Dem Vorteil der fehlenden Inversion der Informationsmatrix $\mathbf{X}^T \mathbf{X}$ bei der rekursiven Form der MKQ steht der Nachteil der geeigneten Wahl der Anfangswerte des Parametervektors $\hat{\underline{p}}[0]$ sowie der Kovarianzmatrix der Parameterschätzfehler $\mathbf{P}[0]$ gegenüber. Während Annahmen für die Anfangswerte der Parameter aus theoretischen Überlegungen, a-priori-Schätzwerten oder Annahmen möglich sind, lassen sich für die Kovarianzmatrix nur grobe Abschätzungen angeben, so z.B. in [403] aus Abschätzungen der Signaländerung oder nach [85] in Abhängigkeit der zu erwartenden Störung:

- Bei geringen Störungen: $\mathbf{P}[0] = c \cdot \mathbf{E}; \quad 10^{10} \leq c \leq 10^{15}$
- Bei größeren Störungen: $\mathbf{P}[0] = c \cdot \mathbf{E}; \quad 10^3 \leq c \leq 10^6$

Eine Variante der rekursiven MKQ stellt die gewichtete rekursive MKQ dar, die z.B. zur Identifikation von langsam zeitveränderlichen Parametern geeignet ist. Dazu wird als Wichtungsfaktor ein Vergessensfaktor eingesetzt, der weiter zurückliegende Fehler schwächer wichtet als aktuelle Fehler. Werden dazu z.B. Exponentialfunktionen eingesetzt, können Schätzalgorithmen mit exponentiell nachlassendem Gedächtnis aufgebaut werden, allerdings auf Kosten der Stör-signalunterdrückung.

Rekursive Parameterschätzungen werden insbesondere im Echtzeitbetrieb eingesetzt, z.B. im Zusammenhang mit Parameterbestimmungen und -nachführungen bei feldorientiert geregelten Drehstromantrieben [401, 410, 419].

Die Abbildungen 13.82 und 13.83 zeigen Ergebnisse einer rekursiven Parameterschätzung unter Verwendung eines zeitdiskreten Maschinenmodells der Asynchronmaschine nach Gl. (13.255). Als Anregungssignal ist ein einphasiger Spannungssprung verwendet worden, die Abtastfrequenz ist nach [410] optimiert worden.

Der gemessene und mit ausgeglichenen Parametern berechnete Stromverlauf zeigt Abb. 13.83a. beide Verläufe sind nahezu deckungsgleich und mit einer Standardabweichung des Restfehlers von $s_e=0,0032 \text{ A}$ nicht mehr unterscheidbar. Die dazugehörigen Parameter zeigt Tabelle 13.3. Wird dagegen der Stromverlauf beim Spannungssprung mit Parametern aus dem klassischen Kurzschluss- und Leerlaufversuch berechnet, ergibt sich der Verlauf nach Abb. 13.83b. Die Abweichungen der beiden Stromverläufe sind hier beträchtlich größer als in Abb. 13.83a,

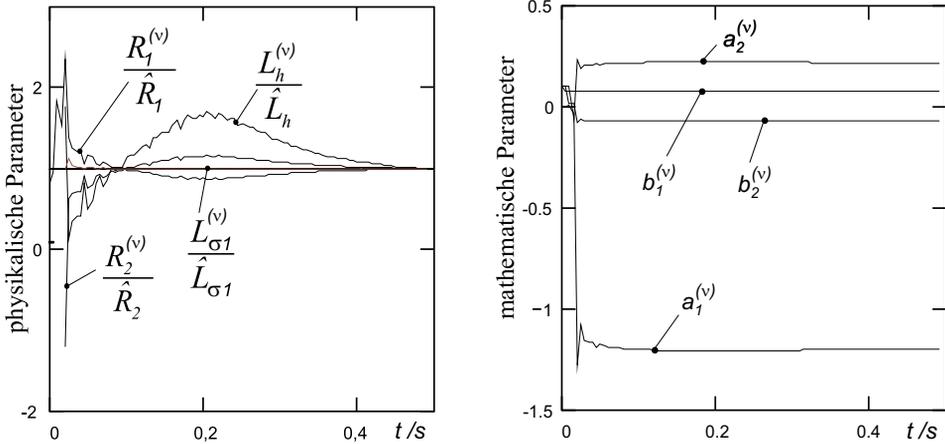
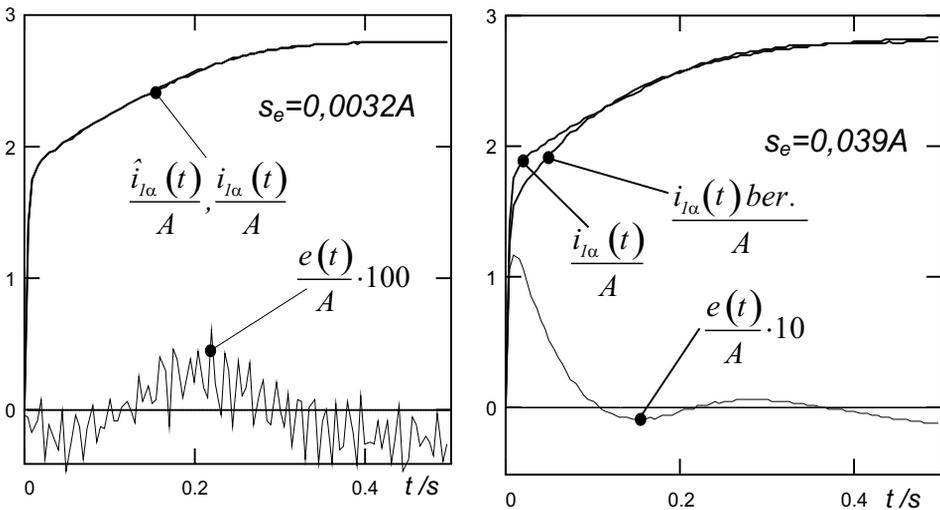


Abb. 13.82: Rekursionsverlauf der mathematischen und physikalischen Parameter bei Anwendung eines rekursiv arbeitenden Parameterschätzverfahrens und Maschinenanregung mit einem Spannungssprung, (Abtastfrequenz $f = 200$ Hz, $I_{1\alpha} = 3,0$ A bei $U \approx 30$ V)



a) Gemessener Stromverlauf ($i_{1\alpha}(t)/A$), mit den geschätzten Parametern berechneter Stromverlauf ($\hat{i}_{1\alpha}(t)/A$) sowie Restfehlerverlauf ($e(t)/A$)

b) Gemessener Stromverlauf ($i_{1\alpha}(t)/A$), mit den Parametern des Leerlauf- und Kurzschlussversuchs berechneter Stromverlauf ($i_{1\alpha}(t) \text{ ber.}/A$) sowie Restfehlerverlauf ($e(t)/A$)

Abb. 13.83: Ergebnisse von Parameterschätzungen mit dem zeitdiskreten Maschinenmodell, Vergleich der Sprungantworten des Stromes

Tabelle 13.3: Parameter der Asynchronmaschine nach Abb. 13.82 und 13.83

	Anfangswerte $p_i^{(0)}$	Geschätzte Parameter nach fünf Rekursionen, $\hat{p}_i^{(5)}$	Variationskoeffizient $s_{p_i}/\hat{p}_i^{(5)}$
$\widehat{\sigma L_1}/H$	0,056	0,025	6,6%
\hat{L}_h/H	0,42	0,44	8,0%
\hat{R}_1/Ω	7,9	6,76	4,54%
\hat{R}_2/Ω	8,5	5,12	5,5%

Weitere Beispiele für Parameterschätzungen im Maschinenstillstand sind auch in [418, 419] und [385] beschrieben.

dies zeigt sich in den Restfehlerverläufen $e(t)$ sowie in der Standardabweichung $s_e=0,039$ A.

- Parameterschätzungen im Leerlauf der Drehstrom-Asynchronmaschine

Zur Parameterschätzung im Leerlauf der Asynchronmaschine mit der direkten MKQ kann von der parameterlinearen Modellgleichung, Gl. (13.233), ausgegangen werden. Um alle Maschinenparameter zu identifizieren, sind nichtsinusförmige Eingangsgrößen notwendig, die ein breites Frequenzspektrum anregen (fortdauernde Anregung). Ein monoharmonisches Anregungssignal, das z.B. beim klassischen Leerlaufversuch bei Speisung des Prüflings mit dem sinusförmigen Drehstromnetz verwendet wird, erfüllt nicht die Forderung der fort dauernden Anregung des gesamten Maschinenmodells. Auch das Frequenzspektrum einer umrichter gespeisten Asynchronmaschine ist dazu kaum geeignet. Bei modernen PWM-Umrichtern mit Sinusmodulation liegt der Effektivwert der Umrichterspannung U_1 zum Effektivwert der Grundschwingung $U_{1(1)}$ etwa bei $U_1/U_{1(1)} \approx 1,14...1,23$. Die besonders interessanten unmittelbar auf die Grundschwingung folgenden niederen Harmonischen mit ungerader Ordnungszahl sind nur mit einem verschwindend geringen Anteil von etwa <2% feststellbar. Und nur diese niederen Harmonischen führen zu nennenswerten Parameterempfindlichkeiten, während der dominierend hohe Anteil Harmonischer mit Pulsfrequenz und ganzzahligem Vielfachen der Pulsfrequenz mit jeweils zugeordneten Seitenbändern kaum Parameterempfindlichkeiten liefert und durch ihre hohe Frequenz zu Parameternichtlinearitäten führt [410]. Das gleiche gilt für Parameterschätzungen im stationären Belastungslauf.

Um verbesserte Identifikationsbedingungen im Leer- oder Belastungslauf zu ermöglichen, könnten einem Umrichter Oberschwingungen niederer Ordnung — wie 5. und 7. Ordnung — künstlich überlagert werden. Da dadurch allerdings erhöhte Leistungsverluste und Stromverdrängungseffekte auftreten können, müssten einstellbare Filter (anti-aliasing-Filter) und ein Doppelkäfigmodell zur Berücksichtigung der Stromverdrängung eingesetzt werden.

In [394] wird zur Parameter- und Schlupfschätzung im Leerlauf von Asynchronmaschinen ein Umrichter im Blockbetrieb verwendet. Damit stehen größere Amplituden der niederen Harmonischen zur Verfügung. Damit werden Parameter- und Schlupfschätzungen mit zufriedenstellenden Ergebnissen möglich. Allein der Läuferwiderstand wird zusätzlich aus einer separaten Spektralanalyse der Impedanzwerte im Maschinenstillstand bestimmt. Es wird eine hohe Reproduzierbarkeit der Schätzergebnisse unter gleichen Testbedingungen von unter 1% angegeben. Vergleiche der geschätzten Parameter mit klassisch bestimmten Werten fehlen.

In anderen Veröffentlichungen wird versucht, die geringe Anregung eines modernen Umrichters wenigstens zur Ermittlung und Nachführung eines einzelnen Parameters zu nutzen. So wird in [347] die für feldorientierte Regelungen notwendige Nachführung der temperaturabhängigen Rotorzeitkonstante T_2 und des Ständerwiderstandes R_1 bei laufender Maschine im stationären Betrieb in Echtzeit vorgenommen. Alle anderen Parameter werden offline im Leerlauf bzw. im Belastungsversuch bestimmt.

Es ist festzustellen, dass der Betrieb der Drehstrom-Asynchronmaschine im stationären Leer- oder Lastlauf sich wenig für eine umfassende Parameterschätzung eignet, da die erforderliche Maschinenanregung durch ein ausreichendes Frequenzspektrum nicht gegeben ist.

13.6.3.3 Parameterschätzungen an Drehstrom-Asynchronmaschinen bei nichtlinearem Parametereinfluss auf die Schätzfehler

- Parameterschätzungen mit nichtlinearer Ausgleichsrechnung²⁾

Ein nichtlineares Ausgleichs- bzw. Quadratmittelproblem liegt vor, wenn die Zielfunktion Nebenbedingungen genügen muss oder die zu identifizierenden Modellparameter nichtlinear in die Fehlergleichung eingehen (fehlerbezogene Parameter-nichtlinearität), d.h. eine Modellierung der Asynchronmaschine nach Gl. (13.224) ist nicht mehr gegeben. Dazu zählen insbesondere Maschinenmodellierungen für dynamische Betriebszustände ohne Drehzahlmessung oder auch Maschinenmodellierungen im Stillstand bzw. stationären Betrieb mit Hilfe von Frequenzgängen bzw. Admittanzfunktionen.

Die Identifikation des Parametervektors der Asynchronmaschine in einem Schritt ist mit einem solchen Modell nicht mehr möglich und wird durch eine *iterative Lösung* über das Suchverfahren $\partial J / \partial \underline{\hat{p}} \rightarrow 0$ ersetzt und führt zur nichtlinearen Ausgleichsrechnung.

Ähnlich wie beim rekursiven Algorithmus nach Gl. (13.265) wird hierbei von einem Anfangsvektor $\underline{\hat{p}}^{(0)}$ der Parameter ausgegangen und schrittweise über das Gütekriterium eine Parameteränderung $\Delta \underline{\hat{p}}^{(\nu+1)}$ bestimmt, die die Parameter im Vektor $\underline{\hat{p}}$ iterativ so verbessert, dass sie das Suchverfahren erfüllt:

²⁾ Eine ausführliche Beschreibung zu den Grundlagen der nichtlinearen Optimierung finden Sie in [71].

$$\underline{\hat{p}}^{(\nu+1)} = \underline{\hat{p}}^{(\nu)} + \Delta \underline{\hat{p}}^{(\nu+1)} \tag{13.269}$$

Gegenüber den Lösungen bei linearem Parametereinfluss auf den Schätzfehler erfordert dieser iterative Algorithmus einen erheblich größeren Berechnungsaufwand. Parameterschätzungen unter Echtzeitforderungen können damit schnell problematisch werden.

Bekannte Verfahren der nichtlinearen Ausgleichsrechnung basieren insbesondere auf nichtlinearen Gradientenverfahren (Gauss-Newton-Verfahren, Levenberg-Marquardt-Verfahren, ...) und unterscheiden sich insbesondere in der Bestimmung der Parameterveränderung $\Delta \underline{\hat{p}}$ in Gl. (13.269).

Bei den Gradientenverfahren wird das Gütekriterium $J(\underline{\hat{p}})$ für kleine Parameterabweichungen $\Delta \underline{\hat{p}}$ aus einer Taylorreihe entwickelt:

$$J(\underline{\hat{p}} + \Delta \underline{\hat{p}}) = \underline{J}(\underline{\hat{p}}) + \left(\frac{\partial J(\underline{\hat{p}})}{\partial \underline{\hat{p}}} \right)^T \cdot \Delta \underline{\hat{p}} + \frac{1}{2} \Delta \underline{\hat{p}}^T \cdot \left(\frac{\partial^2 J(\underline{\hat{p}})}{\partial \underline{\hat{p}}^T \partial \underline{\hat{p}}} \right) \cdot \Delta \underline{\hat{p}} + \dots \tag{13.270}$$

mit dem Gradientenvektor

$$\left[\frac{\partial J(\underline{\hat{p}})}{\partial \underline{\hat{p}}} \right]^T = \left[\frac{\partial J(\underline{\hat{p}})}{\partial \hat{p}_1} \quad \frac{\partial J(\underline{\hat{p}})}{\partial \hat{p}_2} \quad \dots \quad \frac{\partial J(\underline{\hat{p}})}{\partial \hat{p}_m} \right] \tag{13.271}$$

und der Hessematrix

$$\frac{\partial^2 J(\underline{\hat{p}})}{\partial \underline{\hat{p}}^T \partial \underline{\hat{p}}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 J(\underline{\hat{p}})}{\partial \hat{p}_1 \partial \hat{p}_1} & \dots & \frac{\partial^2 J(\underline{\hat{p}})}{\partial \hat{p}_1 \partial \hat{p}_m} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial^2 J(\underline{\hat{p}})}{\partial \hat{p}_m \partial \hat{p}_1} & \dots & \frac{\partial^2 J(\underline{\hat{p}})}{\partial \hat{p}_m \partial \hat{p}_m} \end{bmatrix} \tag{13.272}$$

Ein *Gradientenalgorithmus erster Ordnung* entsteht durch Abbruch der Taylorreihe nach dem Glied mit der ersten Ableitung:

$$J(\underline{\hat{p}} + \Delta \underline{\hat{p}}) \approx J(\underline{\hat{p}}) + \left[\frac{\partial J(\underline{\hat{p}})}{\partial \underline{\hat{p}}} \right]^T \cdot \Delta \underline{\hat{p}} = J(\underline{\hat{p}}) + \Delta J \underline{\hat{p}} \tag{13.273}$$

Die Veränderung des Gütekriteriums $\Delta J \underline{\hat{p}}$ hängt von der gewählten Parameterveränderung $\Delta \underline{\hat{p}}$ ab. Sie wird iterativ bestimmt und erreicht einen Maximalwert (steilster Abstieg) für den ν -ten Iterationsschritt über die Beziehung

$$\Delta \underline{\hat{p}}^{(\nu)} = -\alpha^{(\nu)} \cdot \frac{\partial J(\underline{\hat{p}}^{(\nu)})}{\partial \underline{\hat{p}}} \tag{13.274}$$

wobei $\alpha^{(\nu)}$ eine positive skalare Größe ist, die eine Funktion des Iterationsschrittes ν sein kann.

Als Gradientenalgorithmus 1. Ordnung ergibt sich der Ausdruck

$$\underline{\hat{p}}^{(\nu+1)} = \underline{\hat{p}}^{(\nu)} - \alpha^{(\nu)} \cdot \frac{\partial J(\underline{\hat{p}}^{(\nu)})}{\partial \underline{\hat{p}}} \tag{13.275}$$

Dieser Ausdruck ist zwar rechnerisch einfach, in der Nähe des Optimums aber nur sehr langsam konvergierend. Eine Konvergenzverbesserung lässt sich durch Abbruch der Taylorreihe nach Gl. (13.270) nach dem Glied zweiter Ordnung erreichen, so dass das Extremum des Gütekriteriums über die Beziehung

$$\frac{\partial J(\underline{\hat{p}} + \Delta \underline{\hat{p}})}{\partial \Delta \underline{\hat{p}}} = \frac{\partial J(\underline{\hat{p}})}{\partial \underline{\hat{p}}} + \frac{\partial^2 J(\underline{\hat{p}})}{\partial \underline{\hat{p}}^T \partial \underline{\hat{p}}} \cdot \Delta \underline{\hat{p}} = 0 \tag{13.276}$$

bestimmt werden kann und für die Wahl von $\Delta \underline{\hat{p}}$ gilt:

$$\Delta \underline{\hat{p}} = - \left(\frac{\partial^2 J(\underline{\hat{p}})}{\partial \underline{\hat{p}}^T \partial \underline{\hat{p}}} \right)^{-1} \cdot \frac{\partial J(\underline{\hat{p}})}{\partial \underline{\hat{p}}} \tag{13.277}$$

Daraus folgt der wesentlich schneller konvergierende *Newton-Algorithmus*:

$$\underline{\hat{p}}^{(\nu+1)} = \underline{\hat{p}}^{(\nu)} - \left(\frac{\partial^2 J(\underline{\hat{p}}^{(\nu)})}{\partial \underline{\hat{p}}^T \partial \underline{\hat{p}}} \right)^{-1} \cdot \left[\frac{\partial J(\underline{\hat{p}}^{(\nu)})}{\partial \underline{\hat{p}}} \right] \tag{13.278}$$

Bei der direkten Implementierung des Newton-Algorithmus ist jedoch nicht gewährleistet, dass das Verfahren gegen ein Minimum konvergiert! Die Ableitung nach Gl. (13.276) ist auch bei einem Sattelpunkt oder bei einem Maximum Null. Damit das Optimierungsverfahren stabil arbeitet, muss die Abstiegsbedingung $J(\underline{\hat{p}}^{(\nu+1)}) < J(\underline{\hat{p}}^{(\nu)})$ erfüllt sein. Das ist gegeben, wenn die Hessematrix (Gl. (13.272)) positiv definit ist, wenn also alle Eigenwerte der Matrix größer Null sind (dann ist die quadratische Approximation des Gütekriteriums nach oben geöffnet).

Der Rechenaufwand für den Newton-Algorithmus ist durch die Bildung der Hessematrix allerdings relativ hoch. Deshalb wird die Hessematrix meist durch die Jacobimatrix angenähert:

$$\mathbf{Jac}(\underline{\hat{p}}^{(\nu)}) = \frac{\partial \underline{e}(\underline{\hat{p}}^{(\nu)})}{\partial \underline{\hat{p}}^{(\nu)}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial e_1(\underline{\hat{p}}^{(\nu)})}{\partial \hat{p}_1} & \dots & \frac{\partial e_1(\underline{\hat{p}}^{(\nu)})}{\partial \hat{p}_m} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial e_N(\underline{\hat{p}}^{(\nu)})}{\partial \hat{p}_1} & \dots & \frac{\partial e_N(\underline{\hat{p}}^{(\nu)})}{\partial \hat{p}_m} \end{bmatrix} \tag{13.279}$$

Der Fehlervektor \underline{e} wurde bereits in den Gl. (13.222) und Gl. (13.223) eingeführt und beinhaltet die Fehlerwerte zu verschiedenen Zeitpunkten.

In Matrix-Vektor Schreibweise folgt daraus für den Gradienten:

$$\frac{\partial J(\hat{\underline{p}}^{(\nu)})}{\partial \hat{\underline{p}}^{(\nu)}} = 2 \cdot \mathbf{Jac}^T(\hat{\underline{p}}^{(\nu)}) \cdot \underline{e}(\hat{\underline{p}}^{(\nu)}) \tag{13.280}$$

Für die Hessematrix gilt näherungsweise:

$$\frac{\partial^2 J(\hat{\underline{p}}^{(\nu)})}{\partial \hat{\underline{p}}^T \partial \hat{\underline{p}}} \approx 2 \cdot \mathbf{Jac}^T(\hat{\underline{p}}^{(\nu)}) \cdot \mathbf{Jac}(\hat{\underline{p}}^{(\nu)}) \tag{13.281}$$

Setzt man diese Näherung sowie den Gradienten nach Gl. (13.280) in die Berechnungsvorschrift des Newton-Algorithmus ein, so erhält man die Berechnungsvorschrift nach dem *Gauss-Newton-Verfahren*:

$$\hat{\underline{p}}^{(\nu+1)} = \hat{\underline{p}}^{(\nu)} - \left(\mathbf{Jac}^T(\hat{\underline{p}}^{(\nu)}) \cdot \mathbf{Jac}(\hat{\underline{p}}^{(\nu)}) \right)^{-1} \cdot \mathbf{Jac}^T(\hat{\underline{p}}^{(\nu)}) \cdot \underline{e}(\hat{\underline{p}}^{(\nu)}) \tag{13.282}$$

Der große Vorteil dieser Berechnungsvorschrift besteht darin, dass keine zweiten Ableitungen berechnet werden müssen. Jedoch gewährleistet das Gauss-Newton-Verfahren analog zum Newton-Algorithmus keine Konvergenz der Parameter!

Um die Konvergenz unabhängig von den Parameterstartwerten $\hat{\underline{p}}_i^{(0)}$ zu sichern bzw. zu verbessern, wurde von *Levenberg/Marquardt* ein Algorithmus entworfen, der über ein Skalierungsverfahren die vorher erwähnte Abstiegsbedingung erzwingt:

$$\hat{\underline{p}}^{(\nu+1)} = \hat{\underline{p}}^{(\nu)} - \left(\mathbf{Jac}^T(\hat{\underline{p}}^{(\nu)}) \cdot \mathbf{Jac}(\hat{\underline{p}}^{(\nu)}) + \mu^{(\nu)} \cdot \mathbf{E} \right)^{-1} \cdot \mathbf{Jac}^T(\hat{\underline{p}}^{(\nu)}) \cdot \underline{e}(\hat{\underline{p}}^{(\nu)}) \tag{13.283}$$

\mathbf{E} ist dabei die Einheitsmatrix, die Größe $\mu^{(\nu)}$ stellt einen Skalierungsfaktor dar, der über einen festen Faktor $\vartheta > 1$ angepasst wird. Wenn der aktuelle Optimierungsschritt zu einem schlechteren Gütekriterium $J(\hat{\underline{p}}^{(\nu+1)})$ führt, so wird $\mu^{(\nu)}$ solange mit ϑ multipliziert, bis der Optimierungsschritt eine Verbesserung erreicht. Führt der aktuelle Optimierungsschritt gleich zu einer Verbesserung, so wird mittels Division von $\mu^{(\nu)}$ durch ϑ eine höhere Konvergenzgeschwindigkeit erreicht. Diese so genannte Skalierung gewährleistet die Konvergenz der Parameter. Ist der Skalierungsfaktor $\mu^{(\nu)}$ groß, so garantiert der Algorithmus die Konvergenz nach dem Gradientenabstieg mit der Lernschrittweite $\alpha^{(\nu)} = 1/\mu^{(\nu)}$. Bei kleinem Skalierungsfaktor $\mu^{(\nu)}$ geht das Levenberg-Marquardt-Verfahren in das Gauss-Newton-Verfahren über.

Die Anwendung des Levenberg-Marquardt-Algorithmus wird vor allen Dingen auch bei schlecht konditionierten Gleichungssystemen empfohlen. Weitere ausführliche Darstellungen sind z.B. in [403] oder [85] zu finden.

- Parameterschätzung mit einem Vierparametermodell der Asynchronmaschine im dynamischen Betrieb

Ein Beispiel für Parameterschätzungen mit nichtlinearer Ausgleichsrechnung zeigt Abb. 13.84. Ausgewertet wurde ein dynamischer Vorgang, der Schnellhochlauf der Asynchronmaschine bei Nennspannung und ohne zusätzliche Massenträgheitsmomente. Als Maschinenmodell ist ein Modell mit konzentrierter Ständerstreuintduktivität, das inverse Γ -Modell analog Abb. 13.71 verwendet worden (R_1 wird wiederum als bekannt vorausgesetzt).

Im Ständerkoordinatensystem ergeben sich folgende Spannungs- und Flussverkettungsgleichungen³⁾:

$$\begin{aligned}\vec{u}_1^S &= \vec{i}_1^S R_1 + \sigma L_1 \frac{d\vec{i}_1^S}{dt} + L_h' \frac{d\vec{i}_\mu^S}{dt} \\ 0 &= \vec{i}_2^S R_2' + L_h' \frac{d\vec{i}_\mu^S}{dt} - j\Omega_L L_h' \vec{i}_\mu^S\end{aligned}\quad (13.284)$$

$$\begin{aligned}\vec{\psi}_1^S &= \sigma L_1 \vec{i}_1^S + L_h' \vec{i}_\mu^S \\ \vec{\psi}_2^S &= L_h' \vec{i}_\mu^S\end{aligned}\quad (13.285)$$

sowie die Drehmoment- und Bewegungsgleichung:

$$M_{Mi} = -\frac{3}{2} Z_p \Im m \left\{ \vec{\psi}_1^S \vec{i}_1^{S*} \right\} \quad (13.286)$$

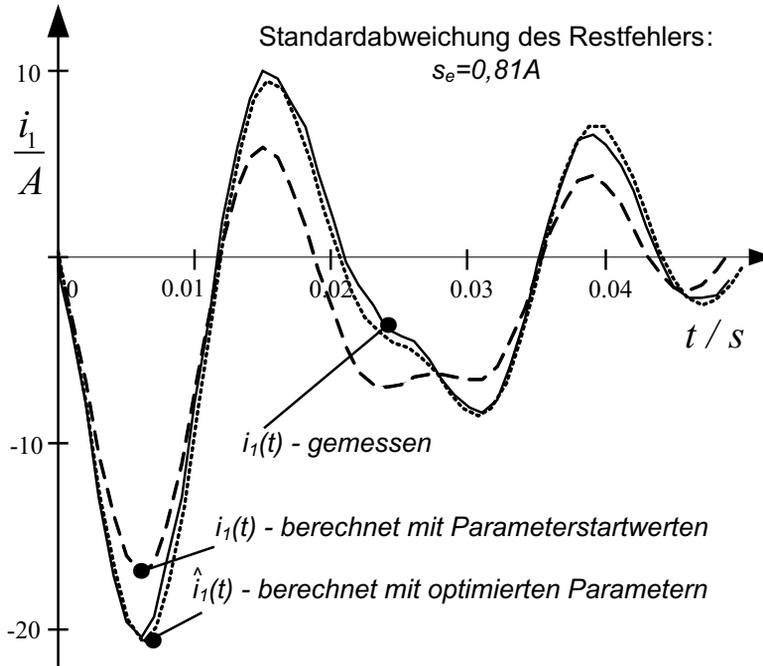
$$\Theta \frac{d\Omega}{dt} = M_{Mi} - M_W \quad (13.287)$$

Das Widerstandsmoment M_W wurde zu Null gesetzt, die numerische Differentiation des Differentialgleichungssystems in der Ausgleichsrechnung mit dem Runge-Kutta-Verfahren durchgeführt.

Gemessen wurden einphasige Spannungs- und Stromverläufe. In Abb. 13.84 ist der gemessene Stromverlauf $i_1(t)$ dargestellt, nach dem ausgeglichen worden ist, der berechnete Stromverlauf unter Verwendung der Parameterstartwerte sowie der ausgeglichene Verlauf mit den optimierten Parametern. Abbildung 13.84 zeigt die Ergebnisse in Tabellenform nach sechs Iterationen der Ausgleichsrechnung. Weitere Iterationen führen nur noch zu vernachlässigbaren Parameterkorrekturen. Zur Parameterschätzung ist ein nichtlineares Optimierungsverfahren auf der Grundlage des Levenberg-Marquardt-Verfahrens eingesetzt worden.

Nach der Parameterschätzung verbleibt ein nicht ausgleichbarer Restfehler, der zu einer Restfehlerstandardabweichung von $s_e=0,81$ A führt. Diese Standardabweichung ist in der Umgebung der ausgeglichenen Maschinenparameter $\widehat{\sigma L_1}$

³⁾ Bei symmetrischem Aufbau von Stator und Rotor, räumlich sinusförmig verteilte Durchflutungen und Felder, der Vernachlässigung von Eisen- und Zusatzverlusten und der Annahme konstanter Parameter.



	Startwerte $p_i^{(0)}$	Geschätzte Parameter nach sechs Iterationen $\hat{p}_i^{(6)} \pm s_{p_i}$	Variationskoeffizient $s_{p_i} / \hat{p}_i^{(6)}$	Differenz $\frac{\hat{p}_i^{(6)} - p_i^{(0)}}{p_i^{(0)}}$
$\frac{\widehat{\sigma L_1}}{H}$	0,023	0,0317 $\pm 0,0012$	3,78%	+37,8%
$\frac{\hat{L}'_h}{H}$	0,44	0,2100 $\pm 0,0243$	11,57%	-52,3%
$\frac{\hat{R}'_2}{\Omega}$	7,23	5,02 $\pm 0,252$	5,02%	-30,56%

Abb. 13.84: Ausgeglicherer und gemessener Stromverlauf beim Schnellhochlauf (oben) und Ergebnisse der Parameterschätzung (unten)

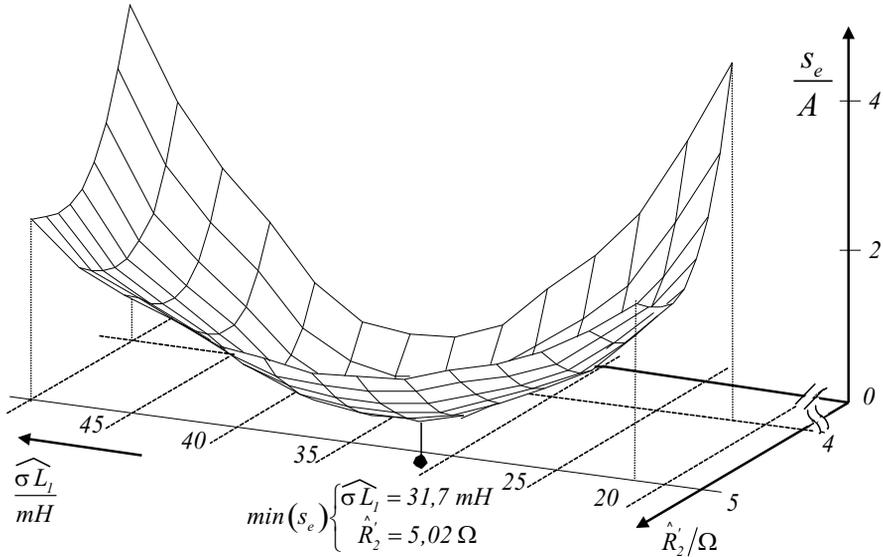


Abb. 13.85: Standardabweichung des Restfehlers in der Umgebung der ausgeglichenen Parameter

und \hat{R}_2' in Abb. 13.85 dargestellt. Innerhalb eines größeren Wertebereichs der beiden Parameter zeigt sich ein deutliches und ausgeprägtes Minimum der Standardabweichung mit den ausgeglichenen Parametern.

- Parameterschätzung mit einem erweiterten Modell der Asynchronmaschine im dynamischen Betrieb

Beim Schnellhochlauf führen hohe Einschaltstromspitzen zur Sättigung der Streuinduktivitäten, die mit wachsendem Strom kleiner werden. Es ist bekannt, dass infolge dieser Streufeldsättigung beim direkten Einschalten einer Asynchronmaschine bei Nennspannung der gemessene Kurzschlussstrom um ca. 15...30% größer ausfällt als durch die üblichen Berechnungsmethoden mit konstanten Parametern ermittelt [410].

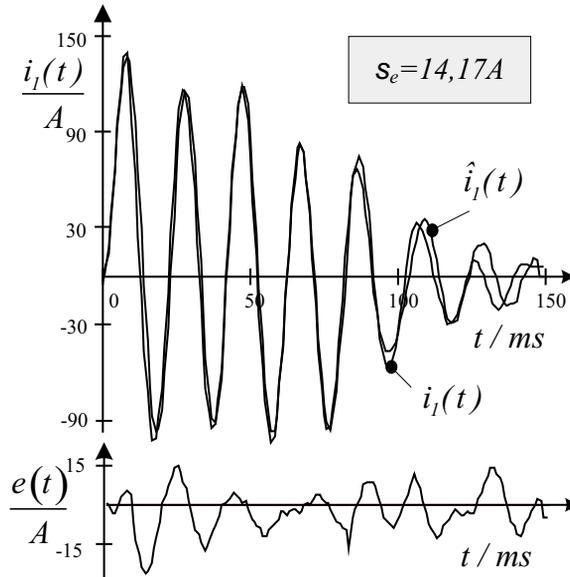
Zur Parameteridentifikation von Asynchronmaschinenmodellen mit Berücksichtigung der Streufeldsättigung bei größeren Strömen bieten sich empirische Methoden mit ihren einfachen Näherungen an, die z.B. in [405] beschrieben und dort auch für Parameteridentifikationen angewendet worden sind. Hierbei wird davon ausgegangen, dass sich die gesamte Streufeldinduktivität in einen sättigungsunabhängigen Anteil σL_{1u} sowie einen sättigungsabhängigen Anteil $\sigma L_{1u} \cdot \chi$ aufspalten lässt:

$$\sigma L_1(i_1) = 0,5 \cdot \sigma L_{1u} (1 + \chi) \quad (13.288)$$

Der Streufeldsättigungsfaktor χ ist ein Maß für die Abnahme der Streufeldinduktivität mit steigendem Ständerstrom i_1 und lässt sich mit dem Nennstrom I_{1N} über die Näherung

$$\chi = \frac{I_{1N}}{i_1} \cdot k_a + k_b \quad (13.289)$$

ausdrücken. Die beiden Parameter k_a und k_b sind konstruktionsabhängige Größen und müssen über das Identifikationsverfahren bestimmt werden.



	Geschätzte Parameter $\hat{p}_i \pm s_{p_i}$	Variationskoeffizienten s_{p_i} / \hat{p}_i
$\frac{\widehat{\sigma L_{1u}}}{H}$	$0,015 \pm 0,0018$	12%
$\frac{\hat{L}'_h}{H}$	$0,36 \pm 0,011$	30,55%
$\frac{\hat{R}'_2}{\Omega}$	$1,6 \pm 0,011$	6,8%
\hat{k}_a	$0,191 \pm 0,021$	11,05%
\hat{k}_b	$0,867 \pm 0,12$	13,84%

Abb. 13.86: Gemessener und ausgeglichener Stromverlauf beim Schnellhochlauf einer Asynchronmaschine mit $P_N = 7,5 \text{ KW}$, erweitertes Modell mit Berücksichtigung der Streufeldsättigung

Der Einfluss der Berücksichtigung der sättigungsabhängigen Streureaktanz soll am Beispiel des Schnellhochlaufs einer Asynchronmaschine mit $P_N = 7,5 \text{ KW}$ gezeigt werden. Eine Parameterschätzung mit dem Vierparametermodell nach Abb. 13.71 und der nichtlinearen Ausgleichsrechnung analog dem vorherigen Beispiel ergibt einen Fehler von $s_e = 18,7 A$ und Parameterwerte von $\widehat{\sigma L_1} = 0,025 \text{ H}$, $\hat{L}'_h = 0,406 \text{ H}$ und $\hat{R}'_2 = 1,47 \Omega$.

Wird das Asynchronmaschinenmodell um den Einfluss der sättigungsabhängigen Streufeldinduktivität entsprechend Gl. (13.288) und Gl. (13.289) erweitert, zeigt sich eine deutlich bessere Anpassung des berechneten Stromverlaufs \hat{i}_1 an den gemessenen Verlauf i_1 .

Abbildung 13.86 zeigt die Ergebnisse. Die Standardabweichung des Restfehlers sinkt von $s_e = 18,7 \text{ A}$ auf $s_e = 14,17 \text{ A}$ und führt zu den ebenfalls in Abb. 13.86 dargestellten Parametern.

Die schlechtere Anpassung des Stromverlaufs der Maschine mit dem Vierparametermodell wird überwiegend durch die Vernachlässigung des Einflusses der sättigungsabhängigen Streufeldinduktivität hervorgerufen. Weitere Parameter-nichtlinearitäten entstehen durch Stromverdrängungseffekte im Läufer.

Parameteridentifikationen mit dieser Maschine und einem Doppelkäfigmodell in [410] führen ebenfalls zu deutlich besseren Anpassungen des Stromverlaufs. Die Standardabweichung des Restfehlers sinkt von $s_e = 18,7 \text{ A}$ auf $s_e = 15,4 \text{ A}$.

Die Anwendung der nichtlinearen Ausgleichsrechnung führt immer zu konstanten Parameterwerten für den gesamten ausgewerteten dynamischen Vorgang. Tritt nichtlineares Parameterverhalten während dieses Vorgangs auf, das nicht vom Modell erfasst wird, sind nichtrepräsentative und fehlerhafte Parameterwerte die Folge. Unter Umständen sind umfangreiche Modellverfeinerungen und damit Erweiterungen des Parametervektors notwendig, die schnell die Grenze der Möglichkeiten von Parameterschätzverfahren erreichen.

Die Identifikation zeitabhängiger, variabler Parameterverläufe gelingt dagegen mit nichtlinearen Filtern. Anwendbar sind hierbei insbesondere das Erweiterte-Kalman-Filter (EKF) oder das Erweiterte-Kalman-Bucy-Filter (EKBF).

Parameterschätzungen mit dem Erweiterten-Kalman-Filter (EKF)

Ausgangspunkt des Kalman-Filters bildet der rekursiv arbeitende Schätzalgorithmus im zeitdiskreten Zustandsraum nach Gl. (13.265), wobei der Parametervektor $\hat{p}[k]$ durch den Zustandsgrößenvektor $\hat{x}[k]$ ersetzt wird:

$$\begin{aligned} \hat{x}[k/k] &= \hat{x}[k/k-1] + \Delta \hat{x}[k] \quad ; \quad k \geq 0 \quad ; \quad \hat{x}(t_0) = \hat{x}[0] \\ &= \hat{x}[k/k-1] + \mathbf{K}[k] \left(\underline{y}[k] - \underline{\hat{y}}_M[k] \right) \end{aligned} \quad (13.290)$$

(\mathbf{K} = Kalman-Verstärkungsmatrix; zum besseren Verständnis ist die Notation in Gl. (13.290) für die Zustände um den Zeitpunkt erweitert, der ihrer Bestimmung zugrunde liegt)

Diese Korrektur des Zustandsgrößenvektors führt bei gaußverteilten Störungen zu biasfreien Zustandsgrößen mit minimaler Fehlervarianz und somit zu einer im Sinne des quadratischen Gütekriteriums optimalen Lösung.

Erweitert man den Zustandsgrößenvektor des Kalman-Filters um unbekannte Parameter des Systems, ist die Filterung auch für Parameterschätzungen geeignet und führt zum *Erweiterten-Kalman-Filter (EKF)*. Das EKF nimmt in jedem Abtastschritt eine neue Parameter- und Zustandsgrößenschätzung vor. Es ist

damit zur Parameterschätzung konstanter als auch zeitvarianter bzw. variabler Parameter geeignet. Dabei ist die Schätzung konstanter Parameter mit dem EKF identisch mit der eines MKQ-Schätzers.

Da bei dieser gleichzeitigen Schätzung von Parametern und Zuständen durch das EKF Produkte unbekannter Größen entstehen, ist das Schätzproblem grundsätzlich nichtlinear, unabhängig davon ob das System in linearer oder nichtlinearer Form vorliegt. Um trotzdem den Algorithmus des Kalman-Filters in angepasster Form einsetzen zu können, ist generell eine Systemlinearisierung notwendig.

Obwohl selbst im Vergleich zu nichtlinearen Optimierungsverfahren nichtlineare Filter mit ihrer rekursiven Arbeitsweise vergleichsweise zeitintensiv und mit hohem mathematischem Aufwand verbunden sind, wird bei praktischen Anwendungen trotzdem überwiegend Echtzeitfähigkeit angestrebt. Allerdings ist nach [399] das EKF gegenüber anderen Filtern noch vergleichsweise günstig im Aufwand. Es bietet sich an, auf fertige Programmpakete zurückzugreifen, die lediglich die Implementation des Maschinenmodells erfordern.

Filteralgorithmus des EKF:

Der eigentliche Filteralgorithmus des EKF ist vom gewählten Modell unabhängig. Wird ein (nichtlineares) Modell eines Prüflings in den zeitdiskreten Raum überführt und durch zwei vektorielle Rauschprozesse ergänzt, durch das Systemrauschen $\underline{\nu}'[k]$, das die Stochastik von Eingangsgrößen- und Modellfehlern wiedergibt, als auch durch das Messrauschen $\underline{n}'[k]$, das die Stochastik von Messfehlern des Ausgangsvektors repräsentiert, ergibt sich das Systemmodell zu

$$\begin{aligned} \underline{x}[k + 1] &= \mathbf{f}(\underline{x}[k], \underline{u}[k]) + \mathbf{F}[k] \underline{\nu}'[k] \\ &= \mathbf{A}_d(\underline{x}[k]) \underline{x}[k] + \mathbf{B}_d(\underline{x}[k]) \underline{u}[k] + \mathbf{F}[k] \underline{\nu}'[k] \end{aligned} \quad (13.291)$$

und das Ausgangs- bzw. Beobachtungsmodell zu

$$\begin{aligned} \underline{y}_M[k] &= \mathbf{h}(\underline{x}[k]) + \underline{n}'[k] \\ &= \mathbf{C}_d(\underline{x}[k]) \underline{x}[k] + \underline{n}'[k] \end{aligned} \quad (13.292)$$

mit der $(n + m) \times (n + m)$ -Dynamikmatrix \mathbf{A}_d , der $(n + m) \times u$ -Steuermatrix \mathbf{B}_d , der $(n + m) \times (u + m)$ -Eingangsmatrix des Systemrauschens \mathbf{F} und der $y \times (u + m)$ -Ausgangsmatrix \mathbf{C}_d (n =Anzahl der Zustandsgrößen, m =Anzahl der Parameter, u =Anzahl der Eingangsgrößen, y =Anzahl der Ausgangsgrößen).

Der Zustandsvektor \underline{x} mit den Zustandsgrößen $x_1 \dots x_n$ ist um die unbekannt Parameter $p_1 \dots p_m$ erweitert:

$$\underline{x}[k]^T = (x_1[k] \ \cdots \ x_n[k] \quad p_1[k] \ \cdots \ p_m[k]) \quad (13.293)$$

Es sei angenommen, dass die Rauschprozesse gaußförmig, mittelwertfrei sowie zeitlich und untereinander unkorreliert seien, d.h. es gilt

$$E \{n_i\} = 0 \quad ; \quad E \{\nu_i\} = 0 \quad ; \quad E \{n_i n_j^T\} = 0$$

$$E \{ \nu_i \nu_j^T \} = 0 \quad ; \quad E \{ n_i \nu_i^T \} = 0 \quad ; \quad i \neq j \quad (13.294)$$

und durch die $(u + m) \times (u + m)$ -Kovarianzmatrix des Systemrauschens \mathbf{V} und die $y \times y$ -Kovarianzmatrix des Messrauschens \mathbf{N} beschrieben werden können:

$$E \left\{ \underline{x}' \left(\underline{x}' \right)^T \right\} = \mathbf{N} ; \quad E \left\{ \underline{\nu}' \left(\underline{\nu}' \right)^T \right\} = \mathbf{V} \quad (13.295)$$

Die Linearisierung des nichtlinearen System- und Ausgangsmodells ist bei kleinen Zustandsgrößen- bzw. Parameterabweichungen mit Hilfe der Taylorreihenentwicklung in der Umgebung der aktuellen geschätzten Entwicklungsstelle möglich und führt zur Jacobimatrix der System- und Ausgangsfunktion:

$$\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \underline{x}} = \frac{\partial (\mathbf{A}_d(\underline{x}[k]) \cdot \underline{x}[k] + \mathbf{B}_d(\underline{x}[k]) \cdot \underline{u}[k])}{\partial \underline{x}} \quad (13.296)$$

$$\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \underline{x}} = \frac{\partial (\mathbf{C}_d(\underline{x}[k]) \cdot \underline{x}[k])}{\partial \underline{x}} = \mathbf{C}_d(\underline{x}[k]) \quad (13.297)$$

Der nichtlineare, rekursiv arbeitende Filteralgorithmus des EKF lässt sich durch Filter- und Prädiktionsgleichungen beschreiben. Durch die Filtergleichungen wird für den Abtastzeitpunkt kT_{Abtast} der aktuelle Zustands- und Parametervektor $\hat{\underline{x}}[k]$ und die dazugehörige $(n + m) \times (n + m)$ -Kovarianzmatrix $\mathbf{P}[k]$ berechnet, während in den Prädiktionsgleichungen eine Vorhersage des Zustands- und Parametervektors $\hat{\underline{x}}[k + 1/k]$ und der Kovarianzmatrix $\mathbf{P}[k + 1/k]$ für den folgenden Abtastpunkt gemacht wird. Die Vorhersage des Zustands- und Parametervektors wird im nächsten Abtastschritt durch die Abbildung auf den Ausgangsvektor \underline{y} bewertet.

Filtergleichungen:

- Korrektur der Prädiktion durch die neue Messung $\underline{y}[k]$:

$$\hat{\underline{x}}[k/k] = \hat{\underline{x}}[k/k-1] + \mathbf{K}[k] \cdot (\underline{y}[k] - \mathbf{h}(\hat{\underline{x}}[k/k-1], k)) \quad (13.298)$$

$$\hat{\underline{x}}[k/k] = \hat{\underline{x}}[k/k-1] + \mathbf{K}[k] \cdot (\underline{y}[k] - \mathbf{C}_d(k, \hat{\underline{x}}[k/k-1]) \cdot \hat{\underline{x}}[k/k-1]) \quad (13.299)$$

- Berechnung der Kovarianzmatrix des erweiterten Zustandsvektors \underline{x} :

$$\mathbf{P}[k/k] = \mathbf{P}[k/k-1] - \mathbf{K}[k] \cdot \left. \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \underline{x}} \right|_{\underline{x}=\hat{\underline{x}}[k/k-1]} \cdot \mathbf{P}[k/k-1] \quad (13.300)$$

- Berechnung der Kalman-Verstärkungsmatrix:

$$\mathbf{K}[k] = \mathbf{P}[k/k-1] \cdot \left. \frac{\partial \mathbf{h}^T}{\partial \underline{x}} \right|_{\underline{x}=\hat{\underline{x}}[k/k-1]} \cdot \left(\left. \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \underline{x}} \right|_{\underline{x}=\hat{\underline{x}}[k/k-1]} \cdot \mathbf{P}[k/k-1] \cdot \left. \frac{\partial \mathbf{h}^T}{\partial \underline{x}} \right|_{\underline{x}=\hat{\underline{x}}[k/k-1]} + \mathbf{N} \right)^{-1} \quad (13.301)$$

Prädiktionsgleichungen:

- Prädiktion:

$$\hat{\underline{x}}[k+1/k] = \mathbf{A}_d(k, \hat{\underline{x}}[k/k]) \cdot \hat{\underline{x}}[k/k] + \mathbf{B}_d(k, \hat{\underline{x}}[k/k]) \cdot \underline{u}[k] \quad (13.302)$$

- Korrigierte Kovarianzmatrix:

$$\mathbf{P}[k+1|k] = \left. \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \underline{x}} \right|_{\underline{x}=\hat{\underline{x}}[k|k]} \cdot \mathbf{P}[k/k] \cdot \left. \frac{\partial \mathbf{f}^T}{\partial \underline{x}} \right|_{\underline{x}=\hat{\underline{x}}[k|k]} + \mathbf{F}[k] \cdot \mathbf{V} \cdot (\mathbf{F}[k])^T \quad (13.303)$$

Abbildung 13.87 zeigt die Arbeitsweise der Filterung, die auch als Modellabgleich betrachtet werden kann.

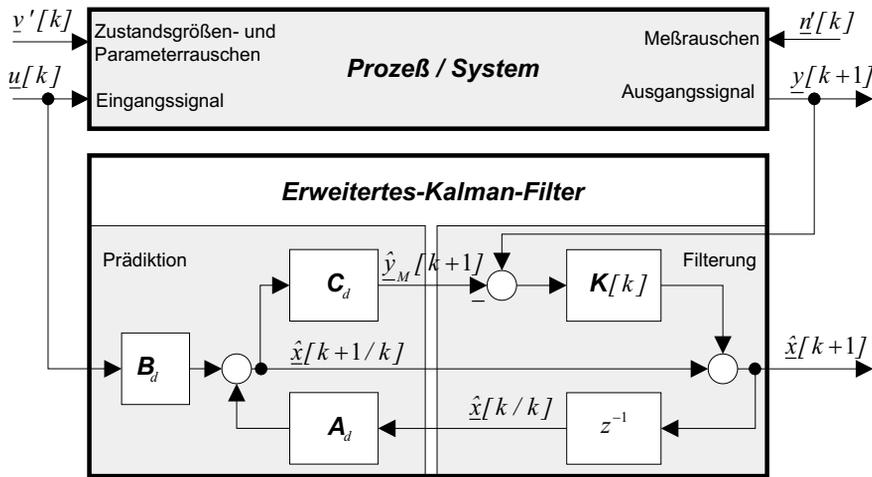


Abb. 13.87: Arbeitsweise des Erweiterten-Kalman-Filters

Das Wesentliche beim EKF-Algorithmus ist die Berechnung der Kalman-Verstärkungsmatrix \mathbf{K} in Gl. (13.298), die beim EKF auf der Optimierung eines quadratischen Gütekriteriums beruht und angibt, wie stark die gemessene Ausgangsgröße den durch die Prädiktion ermittelten erweiterten Zustandsvektor korrigiert. Ist die Messgenauigkeit der Ausgangsgrößen klein, wird die Matrix \mathbf{K} in der Bewertung ebenfalls klein ausfallen, dies führt zu geringem Einfluss der gemessenen Ausgangsgrößen auf das Ergebnis. Ist andererseits das Modell mit einem großen Fehler behaftet, was in einem großen Systemrauschen in den Hauptdiagonalelementen der Matrix \mathbf{V} berücksichtigt wird, erhöht sich über eine größere Bewertung in der Matrix \mathbf{K} der Einfluss der Ausgangsgröße. Damit ist beim EKF die Korrekturmatrix \mathbf{K} nicht konstant und wird ständig entsprechend den Empfindlichkeiten und stochastischen Eigenschaften über das System- und Messrauschen an das System angepasst. Somit berücksichtigt das EKF über das Messrauschen Messfehler und über das Systemrauschen ungenaue mathematische

$$\mathbf{B}_d^T(\underline{x}[k]) = \begin{bmatrix} T_{Abtast}x_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T_{Abtast}x_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{u}[k] = \begin{bmatrix} u_{1x} \\ u_{1y} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C}_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \underline{y}_M[k] = \begin{bmatrix} i_{1x} \\ i_{1y} \end{bmatrix} \quad (13.307)$$

Für die Parameter ergibt sich die Systemzustandsgleichung damit zu

$$\underline{p}[k+1] = \underline{p}[k] \quad (13.308)$$

Die Anpassung der gemessenen an die gefilterten Stromverläufe wird über die beiden Stromkomponenten i_{1x} und i_{1y} vorgenommen, die als Ausgangsgrößen den Vektor \underline{y}_M bilden. Wenn weniger Zustandsgrößen bzw. Parameter geschätzt werden müssen als in obigem Modell vorgegeben, weil beispielsweise Zusatzinformationen vorhanden sind, ergeben sich reduzierte Modelle und damit reduzierte Filter.

Nach Gl. (13.296) muss das oben beschriebene Asynchronmaschinenmodell linearisiert werden.

Es ergibt sich folgende Jacobimatrix, die aus \mathbf{A}_d und einem Korrekturterm besteht, über die die Anpassung der unbekannt Parameter $\underline{p}[k]$ erfolgt:

$$\frac{\partial(\mathbf{A}_d\underline{x} + \mathbf{B}_d\underline{u})}{\partial\underline{x}} = \mathbf{A}_d \quad (13.309)$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & x_4x_6T_{Abtast} & a_1[k] \cdot T_{Abtast} & (x_8x_3 - x_1)x_6T_{Abtast} & x_3x_7x_6T_{Abtast} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -x_3x_6T_{Abtast} & a_2[k] \cdot T_{Abtast} & (x_8x_4 - x_2)x_6T_{Abtast} & x_4x_7x_6T_{Abtast} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -x_4T_{Abtast} & 0 & (x_1 - x_3x_8)T_{Abtast} & -x_3x_7T_{Abtast} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x_3T_{Abtast} & 0 & (x_2 - x_4x_8)T_{Abtast} & -x_4x_7T_{Abtast} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

mit

$$a_1[k] = x_3x_7x_8 - x_1(R_1 + x_7) + x_4x_5 + u_{1x}[k]$$

$$a_2[k] = -x_3x_5 - x_2(R_1 + x_7) + x_4x_7x_8 + u_{1y}[k]$$

Beim vorliegenden Modell mit den Zustandsgrößen Ständerstrom und Läuferflussverkettung ($i_1\text{-}\psi_2$ -Modell) wird von ungesättigten Hauptfeldinduktivitäten ausgegangen. Sollen Sättigungen berücksichtigt werden, müssen Modelle mit $\psi_1\text{-}\psi_2$ -Besetzung des Zustandsgrößenvektors untersucht werden ($\psi_1\text{-}\psi_2$ -Modell) mit:

$$\underline{x}^T = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8]$$

$$= [\psi_{1x} \ \psi_{1y} \ \psi'_{2x} \ \psi'_{2y} \ \Omega_L \ 1/\sigma L_1 \ R'_2 \ 1/T'_2] \quad (13.310)$$

$$\mathbf{A}_d(\underline{x}[k]) = \begin{bmatrix} 1-R_1x_5T_{Abtast} & -\omega T_{Abtast} & R_1x_5T_{Abtast} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \omega T_{Abtast} & 1-R_1x_5T_{Abtast} & 0 & R_1x_5T_{Abtast} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ x_6x_5T_{Abtast} & 0 & 1-(x_5x_6+x_7)T_{Abtast} & -(x_4+\omega)T_{Abtast} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x_6x_5T_{Abtast} & (x_4+\omega)T_{Abtast} & 1-(x_5x_6+x_7)T_{Abtast} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (13.311)$$

$$\mathbf{B}_d^T = \begin{bmatrix} T_{Abtast} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & T_{Abtast} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \underline{u}[k] = \begin{bmatrix} u_{1x} \\ u_{1y} \end{bmatrix} \quad (13.312)$$

$$\mathbf{C}_d(\underline{x}[k]) = \begin{bmatrix} x_6 & 0 & -x_6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x_6 & 0 & -x_6 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \underline{y}_M[k] = \begin{bmatrix} i_{1x} \\ i_{1y} \end{bmatrix} \quad (13.313)$$

Die Zustandsgrößenbesetzung im Vektor \underline{x} beeinflusst über veränderte Zustandsgrößen- und Parameterempfindlichkeiten die Schätzergebnisse.

In den oben aufgeführten beiden Modellen wird die elektrische Rotorwinkelgeschwindigkeit Ω_L wie ein unbekannter Parameter behandelt und als Bestandteil des erweiterten Zustandsvektors über den Ansatz

$$\Omega_L[k+1] = \Omega_L[k] \quad (13.314)$$

mitgeschätzt.

Das EKF eignet sich in dieser Form auch zur sensorlosen Drehzahlbestimmung der Asynchronmaschine und ist z.B. in [389] dazu eingesetzt worden.

Wird die mechanische Winkelgeschwindigkeit Ω_m dagegen gemessen und steht somit als Ausgangsgröße in einem erweiterten Ausgangsgrößenvektor der Form

$$\underline{y}_M[k]^T = [i_{1x} \ i_{1y} \ \Omega_m] \quad (13.315)$$

zur Verfügung, ergibt sich mit $\Omega_L = Z_p \Omega_m$ ein Modell der Asynchronmaschine 7. Ordnung mit verbesserten Schätzbedingungen.

Eine dritte Möglichkeit der Berücksichtigung der mechanischen Winkelgeschwindigkeit besteht in der Berechnung von Ω_m mit Hilfe der Zustandsgrößen i_1 und ψ_2 über die Bewegungs- bzw. Momentengleichung, Gl. (13.286) und Gl. (13.287). Die mechanische Winkelgeschwindigkeit lässt sich dann als quasi verrauschter Messwert auffassen und wird ebenfalls Bestandteil des Ausgangsvektors (siehe [389]).

Ergebnisse einer Parameterschätzung mit dem EKF sowie einer Asynchronmaschine im Stillstand und einer Maschinenanregung durch einphasige Gleichspannungssprünge zeigen die Abb. 13.88 bis 13.91. Als Maschinenmodelle sind das i_1 - ψ_2 -Modell und das ψ_1 - ψ_2 -Modell verwendet worden. Als Ausgangsgröße

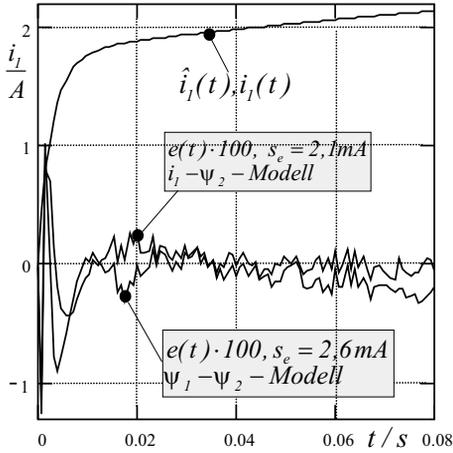


Abb. 13.88: Gemessener und ausgeglichener Stromverlauf mit Restfehlerverlauf beim Gleichspannungssprung, $f = 5 \text{ kHz}$, $U = 30 \text{ V}$

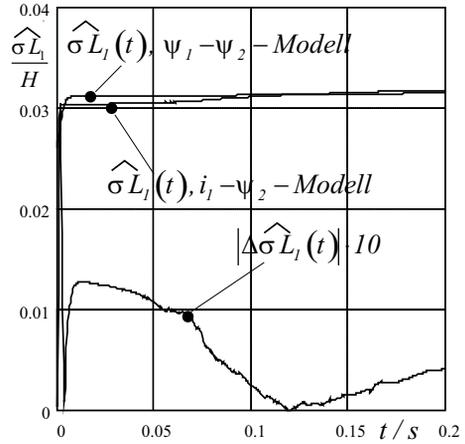


Abb. 13.89: Verlauf der konzentrierten Streuinduktivität $\hat{\sigma}L_1$ mit Differenzverlauf zwischen dem $i_l - \psi_2$ -Modell und dem $\psi_1 - \psi_2$ -Modell

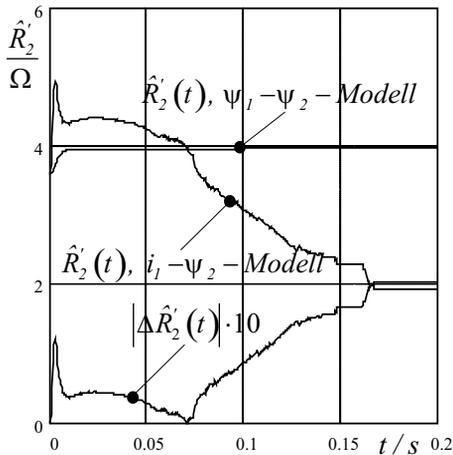


Abb. 13.90: Verlauf des Läuferwiderstandes \hat{R}_2 mit Differenzverlauf zwischen dem $i_l - \psi_2$ -Modell und dem $\psi_1 - \psi_2$ -Modell

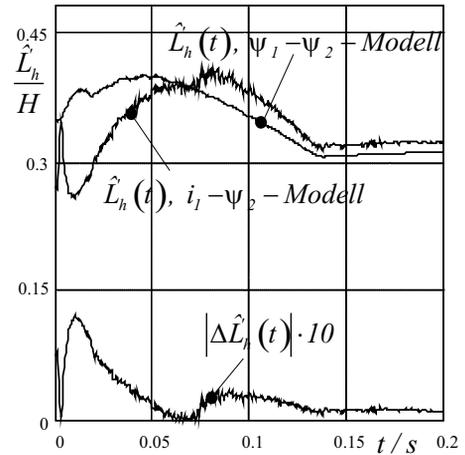


Abb. 13.91: Verlauf der Hauptfeldinduktivität \hat{L}_h mit Differenzverlauf zwischen dem $i_l - \psi_2$ -Modell und dem $\psi_1 - \psi_2$ -Modell

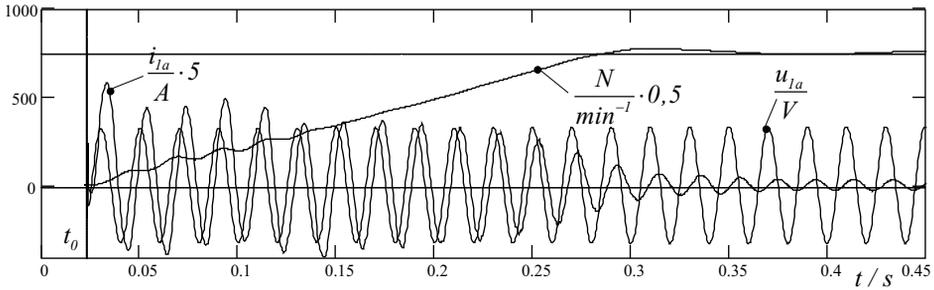


Abb. 13.92: Gemessener Verlauf von Spannung, Strom und Drehzahl beim Schnellhochlauf einer Asynchronmaschine ($P_N = 15 \text{ KW}$)

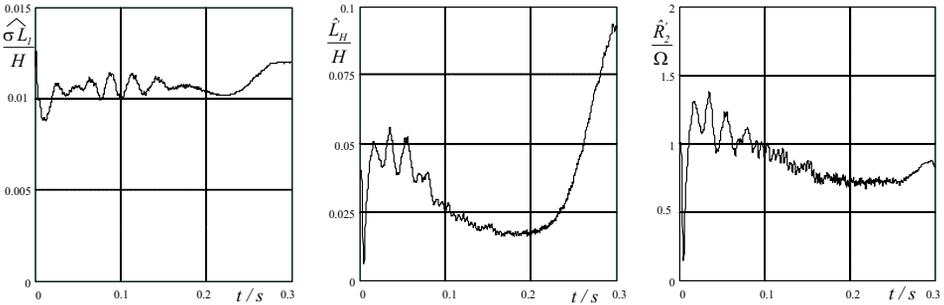


Abb. 13.93: Geschätzte Parameterverläufe aus dem Schnellhochlauf einer Asynchronmaschine mit $P_N = 15 \text{ KW}$ bei Anwendung des Erweiterten-Kalman-Filters

Tabelle 13.4: Restfehlerstandardabweichung und Vergleich von Parametern, bestimmt durch traditionelle Prüfmethode (Methode 1), durch nichtlineare Ausgleichsrechnung aus der Auswertung des Schnellhochlaufs (Methode 2) sowie durch Anwendung des Erweiterten-Kalman-Filters und Auswertung des Schnellhochlaufs (Methode 3)

Method	\hat{s}_e / A	$\widehat{\sigma L_1} / H$	\hat{L}'_h / H	\hat{R}'_2 / Ω
1	28,2	0,015	0,15	1,3
2	16,1	$0,0115 \pm 0,0043$	$0,07 \pm 0,0125$	$0,93 \pm 0,037$
3	4,0-6,7	siehe Abb. 13.93		

dient der gemessene Stromverlauf $i_1(t)$. In Abb. 13.88 ist dieser Verlauf deckungsgleich mit dem ausgeglichenen Stromverlauf $\hat{i}_1(t)$ und führt zu äußerst geringen Standardabweichung des Restfehlers mit $s_e = 2,1 \text{ mA}$ bzw. $s_e = 2,6 \text{ mA}$.

Weitere Parameterschätzungen mit dem EKF zeigt Abb. 13.93. Ausgewertet ist der Schnellhochlauf einer Asynchronmaschine mit einer Bemessungsleistung von

$P_N=15\text{kW}$ bei Nennspannung. Die Spannungs-, Strom- und Drehzahlverläufe zeigt Abb. 13.92.

Die Ergebnisse bei Anwendung des EKF sind in der Abb. 13.93 als Methode 3 dargestellt und zeigen die Verläufe der drei Maschinenparameter σL_1 , R'_2 und L'_h . Zum Vergleich sind die Ergebnisse bei Anwendung der nichtlinearen Ausgleichsrechnung (Methode 2) sowie mit dem klassischen Leerlauf- und Kurzschlussversuch (Methode 1) angegeben. Wie die Parameterverläufe beim Einsatz des EKF zeigen, besitzt diese Maschine deutliche Parameternichtlinearitäten. Da diese Parameterveränderungen durch das EKF berücksichtigt werden können, ist das EKF auch hier in der Lage, die gemessenen und berechneten Ständerströme i_{1x} und i_{1y} nahezu deckungsgleich mit den berechneten Stromverläufen anzupassen. Die Standardabweichung der Restfehler ist mit $s_e = 4,0..6,7\text{A}$ vergleichsweise gering. Der nichtlinearen Ausgleichsrechnung, die nur konstante Parameter während des Schnellhochlaufs bestimmen kann, gelingt mit $s_e = 16,1\text{A}$ erwartungsgemäß eine schlechtere Annäherung der Stromverläufe.

Mit der größten Standardabweichung von $s_e = 28,2\text{A}$ kann sich das Maschinenmodell den gemessenen Stromverläufen annähern, dessen Parameter durch klassische Prüfverfahren bestimmt worden sind.

Weitere Anwendungen des Kalmanfilters zur Parameterschätzung an Asynchronmaschinen sind z.B. in [408] oder [404] zu finden.

Parameterschätzungen mit Frequenzgängen

Die Aufgabe dieser Parameterschätzung besteht darin, den Frequenzgang eines parametrischen Modells der Form

$$F_M(j\omega) = \frac{b_0 + j\omega b_1 - \omega^2 b_2 + \dots - \dots}{1 + j\omega a_1 - \omega^2 a_2 + \dots - \dots} = \frac{B(j\omega)}{A(j\omega)} \tag{13.316}$$

an gemessene diskrete Frequenzgangwerte des Systems

$$F(j\omega_i) = \Re e(F(j\omega_i)) + j\Im m(F(j\omega_i)) = |F(j\omega_i)|e^{j\omega_i\varphi} \tag{13.317}$$

mit

$$\varphi(\omega_i) = \arg(F(j\omega_i)), \quad i = 0, 1, \dots, N \tag{13.318}$$

anzupassen. Als Ergebnis erhält man die geschätzten mathematischen Koeffizienten a_j und b_j des Nenner- und Zählerpolynoms in Gl. (13.316).

Die gemessenen diskreten Frequenzgangwerte des Systems $F(j\omega_i)$ werden als gestört angenommen, wobei von einer additiven Überlagerung des ungestörten Frequenzgangs $F_u(j\omega_i)$ mit dem Frequenzgang der Störung $\Delta F_n(j\omega_i)$ ausgegangen wird:

$$F(j\omega_i) = F_u(j\omega_i) + \Delta F_n(j\omega_i) \tag{13.319}$$

Werden alle (unbekannten) Abweichungen vom ungestörten Frequenzgang gleich bewertet und wird der Betrag des Fehlers als bekannt angenommen, liegt der gemessene Frequenzgangwert auf einem Kreisbogen mit dem Radius $|\Delta F_n(j\omega_i)|$ um den Wert $F_u(j\omega_i)$, siehe Abb. 13.95.

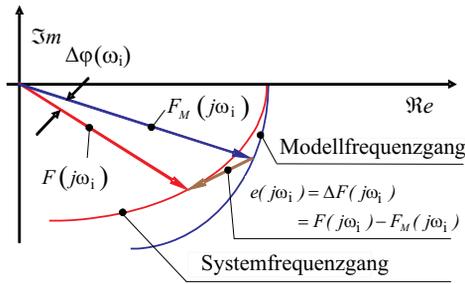


Abb. 13.94: Anpassung des Modell- an den System-Frequenzgang

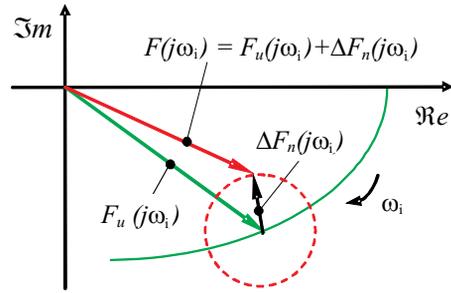


Abb. 13.95: Fehler eines Frequenzganges

Für komplexe Größen ergibt sich das zu minimierende Gütekriterium als Summe der Betragsfehlerquadrate zu

$$J(\underline{p}) = \sum_{i=0}^N w_i e(j\omega_i) e^*(j\omega_i) = \sum_{i=0}^N w_i |e(j\omega_i)|^2 \rightarrow \min \quad (13.320)$$

wobei w_i einen frequenzabhängigen Wichtungsfaktor der Frequenzgangwerte darstellt, siehe Abb. 13.94. Leider ist bei Frequenzgängen der komplexe Ausgangsfehler zwischen System und Modell

$$e(j\omega_i) = F(j\omega_i) - \frac{B(j\omega_i)}{A(j\omega_i)} \quad (13.321)$$

durch die im Nenner auftretenden mathematischen Koeffizienten a_j nichtlinear von den zu identifizierenden Parametern abhängig. Somit kann die Schätzaufgabe in dieser Form nicht geschlossen gelöst werden.

In der Literatur sind verschiedene Möglichkeiten angegeben, um asymptotisch erwartungstreue Parameterschätzungen aus Frequenzgängen zu ermöglichen, z.B. in [77] oder [403]. Neben der Behandlung als nichtlineares Schätzproblem, z.B. mit den Methoden der nichtlinearen Ausgleichsrechnung, bieten sich Methoden an, die von einem so genannten verallgemeinerten Fehler (Gleichungsfehler) ausgehen, der ausgehend von Gl. (13.321) hier in der Form

$$\varepsilon(j\omega_i) = A(j\omega_i) e(j\omega_i) = A(j\omega_i) F(j\omega_i) - B(j\omega_i) \quad (13.322)$$

angegeben werden kann. Da jetzt durch den Ausdruck $A(j\omega_i)e(j\omega_k)$ ein korrelierter Gleichungsfehler vorliegt, der zu biasbehafteten Schätzwerten führen würde, wird ein Gütekriterium der Form

$$J(\underline{p}) = \sum_{i=0}^N w_i |\varepsilon(j\omega_i) W(j\omega_i)|^2 \quad (13.323)$$

eingeführt.

Der Ausdruck $W(j\omega_i)$ stellt hierbei ein Filter dar, das wieder zu einem entkorrelierten Gleichungsfehler führt:

$$W(j\omega_i) = \frac{1}{A(j\omega_i)} = \frac{1}{1 + j\omega_i a_1 - \omega_i^2 a_2 + \dots - \dots} \tag{13.324}$$

Da dieses Störfilter $W(j\omega_i)$ aber eine Funktion der unbekanntenen Koeffizienten a_j ist, wird eine iterative Störfilteradaption und damit iterative Parameterschätzung notwendig. Die Startwerte für die a_j -Koeffizienten des Filters müssen vorgegeben werden.

Der Frequenzgang der Asynchronmaschine im Stillstand ist durch folgenden Ausdruck gegeben (Invers T -Ersatzschaltbild):

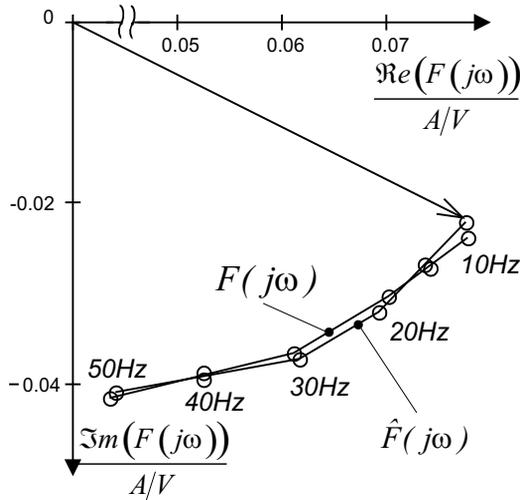
$$F_M(j\omega) = \frac{I_1(j\omega)}{U_1(j\omega)} = \frac{1 + j\omega a_1}{b_0 + j\omega b_4 - \omega^2 b_3} \tag{13.325}$$

Die vier mathematischen Parameter a_1 , b_0 , b_3 und b_4 sind durch folgende Beziehungen mit den Maschinenparametern verbunden:

$$b_0 = R_1; \quad b_4 = \sigma L_1 + L'_h + \frac{R_1 L'_h}{R'_2}; \quad b_3 = \frac{\sigma L_1 \cdot L'_h}{R'_2}; \quad a_1 = \frac{L'_h}{R'_2} \tag{13.326}$$

Ein Beispiel zur Parameterschätzung mit Hilfe eines Frequenzganges einer Asynchronmaschine zeigen die Ortskurven in Abb. 13.96. Der Frequenzgang $F(j\omega)$ der stillstehenden Maschine ist im Frequenzbereich von $f = 10 \dots 50$ Hz gemessen worden, d.h. mit der unteren Frequenz $f_u = 10$ Hz bis zur oberen Frequenz $f_o = 50$ Hz. Der dazugehörige ausgeglichene Frequenzgang $\hat{F}(j\omega)$ im gleichen Frequenzbereich weicht mit $s_e = 0,0014$ A/V nur geringfügig vom gemessenen Frequenzgang ab. Die geschätzten Parameter nach fünf Iterationen des Schätzalgorithmus zeigt die Tabelle in Abb. 13.96.

Bei der Auswertung des Frequenzganges wird die Frequenzabhängigkeit der Maschinenparameter besonders deutlich. Wird der ausgewertete Frequenzbereich variiert und die obere Frequenz von $f_o = 50$ Hz nach oben verschoben, zeigen sich deutlich typische Parameternichtlinearitäten der Asynchronmaschine (siehe Abb. 13.97).



	Startwerte $\hat{p}^{(0)}$	Endwerte nach fünf Iterationen $\hat{p}^{(5)}$	Variations- koeffizienten
$\widehat{\sigma L}_1 / H$	0,029	0,035	8,6%
\hat{L}'_h / H	0,438	0,39	9,1%
\hat{R}'_2 / Ω	7,23	5,81	5,4%

Standardabweichung des Restfehlers: $s_e = 0,0014 \text{ A/V}$

Abb. 13.96: Ortskurve des gemessenen und ausgeglichenen Frequenzgangs mit $f = 10 \dots 50 \text{ Hz}$ sowie Ergebnisse der Parameterschätzung nach fünf Iterationen

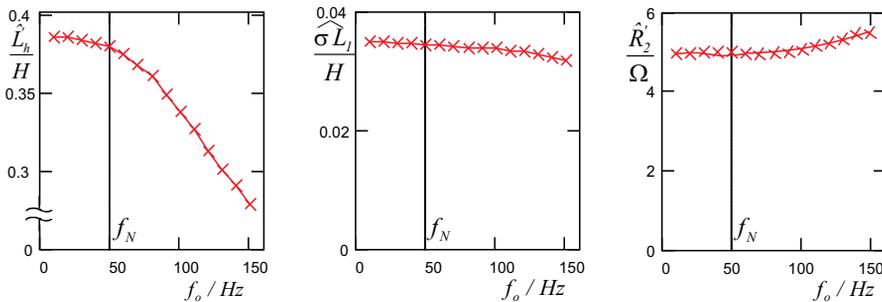


Abb. 13.97: Geschätzte Parameterverläufe in Abhängigkeit der ausgewerteten Frequenzbereiche bei Variation der oberen Frequenz f_o

13.7 Asynchronmaschine in normierter Darstellung

Die Normierung von Maschinengleichungen bietet den Vorteil, daß die Behandlung von Systemen in Rechenprogrammen vereinfacht wird und alle Größen ihre Einheiten verlieren. Außerdem ergeben sich in etwa gleiche Zahlenwerte für Maschinen verschiedener Größe und damit eine bessere Vergleichbarkeit.

Im folgenden werden für normierte Größen Kleinbuchstaben und für nicht normierte Größen wie bisher Großbuchstaben verwendet.

Bei der hier gezeigten Normierung der Asynchronmaschine wird als Basis für das Normierungssystem die Normierung von Spannung, Strom, Frequenz und Drehmoment entsprechend den Nennwerten der jeweiligen Maschine zugrunde gelegt. Die Zeit wird bei diesem Normierungssystem nicht normiert.

Demnach gilt:

$$U_{Norm} = U_{1N} \cdot \sqrt{2} \quad (13.327)$$

$$I_{Norm} = I_{1N} \cdot \sqrt{2} \quad (13.328)$$

$$F_{Norm} = F_{1N} ; \quad \Omega_{Norm} = \Omega_{1N} = 2\pi F_{1N} \quad (13.329)$$

$$M_{Norm} = \frac{P_N}{2\pi N_N} \quad (13.330)$$

Die Spannung wird also mit dem Scheitelwert der Strangspannung im Nennpunkt normiert, der Strom in analoger Weise. Frequenzen werden mit der Statornennfrequenz, Momente mit dem Nennmoment normiert. Dabei ist P_N die mechanische Leistung und N_N die Drehzahl im Nennpunkt der Maschine (Nennfrequenz $N_N \neq$ Leerlaufnennfrequenz N_{0N}). Entsprechend ergeben sich die Normierungsgleichungen:

$$\vec{i}_1 = \frac{\vec{I}_1}{I_{Norm}} ; \quad \vec{i}_2 = \frac{\vec{I}_2}{I_{Norm}} \quad (13.331)$$

$$\vec{u}_1 = \frac{\vec{U}_1}{U_{Norm}} ; \quad \vec{u}_2 = \frac{\vec{U}_2}{U_{Norm}} \quad (13.332)$$

$$f_1 = \frac{\Omega_1}{\Omega_{Norm}} = \frac{\Omega_1}{2\pi F_{1N}} = \frac{F_1}{F_{1N}} \quad (13.333)$$

$$m_{Mi} = \frac{2\pi N_N}{P_N} M_{Mi} \quad (13.334)$$

Die Normierung aller übrigen Größen wird von diesen Normierungen abgeleitet. Die Drehzahl wird mit der Leerlaufnennfrequenz normiert:

$$N_{Norm} = N_{0N} = \frac{F_{1N}}{Z_p} \quad (13.335)$$

$$n = \frac{N}{F_{1N}/Z_p} = \frac{\Omega_m}{2\pi F_{1N}/Z_p} = \frac{\Omega_m}{\Omega_{1N}/Z_p} = \frac{\Omega_L}{\Omega_{1N}} \quad (13.336)$$

Für Widerstände ergibt sich allgemein:

$$Z_{Norm} = \frac{U_{Norm}}{I_{Norm}} \quad \longrightarrow \quad z = \frac{Z}{Z_{Norm}} = Z \cdot \frac{I_{Norm}}{U_{Norm}} \quad (13.337)$$

z.B.

$$r_1 = R_1 \cdot \frac{I_{Norm}}{U_{Norm}} = R_1 \cdot \frac{I_{1N}}{U_{1N}} \quad (13.338)$$

Zur Normierung der Induktivitäten und Gegeninduktivitäten werden zunächst Reaktanzen gebildet gemäß:

$$X_{\sigma 1} = \Omega_{1N} \cdot L_{\sigma 1}; \quad X_1 = \Omega_{1N} \cdot L_1; \quad \dots \quad (13.339)$$

Die zur Gegeninduktivität M gehörige Reaktanz wird allgemein als Hauptreaktanz bezeichnet:

$$X_H = \Omega_{1N} \cdot M \quad (13.340)$$

Das weitere Vorgehen ist wie bei den Widerständen, z.B.

$$x_{\sigma 1} = X_{\sigma 1} \cdot \frac{I_{Norm}}{U_{Norm}} = L_{\sigma 1} \cdot \Omega_{1N} \cdot \frac{I_{Norm}}{U_{Norm}} \quad (13.341)$$

Die übrigen Maschinengrößen werden in folgender Weise normiert:

$$\Psi_{Norm} = \frac{U_{1N} \cdot \sqrt{2}}{2\pi F_{1N}} = \frac{U_{Norm}}{\Omega_{Norm}} \quad \longrightarrow \quad \vec{\psi}_1 = \frac{\vec{\Psi}_1}{\Psi_{Norm}} = \frac{\Omega_{Norm}}{U_{Norm}} \cdot \vec{\Psi}_1 \quad (13.342)$$

$$P_{Norm} = 3 \cdot U_{1N} I_{1N} \quad \longrightarrow \quad p = \frac{P}{P_{Norm}} = \frac{P}{3 \cdot U_{1N} I_{1N}} \quad (13.343)$$

Dieses Normierungssystem soll nun auf die grundlegenden Maschinengleichungen im allgemeinen bewegten K-Koordinatensystem aus Kap. 13.1 angewendet werden:

$$\vec{U}_1^K = R_1 \vec{I}_1^K + \frac{d\vec{\Psi}_1^K}{dt} + j \Omega_K \vec{\Psi}_1^K \quad (13.344)$$

$$\vec{U}_2^K = R_2 \vec{I}_2^K + \frac{d\vec{\Psi}_2^K}{dt} + j \Omega_2 \vec{\Psi}_2^K \quad (13.345)$$

$$\text{mit:} \quad \Omega_2 = \Omega_K - \Omega_L$$

$$\vec{\Psi}_1^K = L_1 \vec{I}_1^K + L_H \vec{I}_2^K \quad (13.346)$$

$$\vec{\Psi}_2^K = L_H \vec{I}_1^K + L_2 \vec{I}_2^K \quad (13.347)$$

$$M_{Mi} = \frac{3}{2} Z_p \operatorname{Im} \left\{ \vec{\psi}_1^{*K} \cdot \vec{I}_1^K \right\} \quad (13.348)$$

$$\Theta \frac{d\Omega_m}{dt} = M_{Mi} - M_W \quad (13.349)$$

Aus der Statorspannungsgleichung ergibt sich durch Einsetzen der Normierungsgleichungen:

$$\vec{u}_1^K U_{Norm} = r_1 \frac{U_{Norm}}{I_{Norm}} \cdot \vec{i}_1^K I_{Norm} + \frac{d\psi_1^K}{dt} \cdot \frac{U_{Norm}}{2\pi F_{1N}} + j 2\pi F_{1N} \cdot f_K \cdot \vec{\psi}_1^K \frac{U_{Norm}}{2\pi F_{1N}} \quad (13.350)$$

Mit $T_N = \frac{1}{2\pi F_{1N}}$ entsteht:

$$\vec{u}_1^K = r_1 \vec{i}_1^K + T_N \frac{d\vec{\psi}_1^K}{dt} + j f_K \vec{\psi}_1^K \quad (13.351)$$

Für die Rotorspannungsgleichung ergibt sich entsprechend:

$$\vec{u}_2^K = r_2 \vec{i}_2^K + T_N \frac{d\vec{\psi}_2^K}{dt} + j f_2 \vec{\psi}_2^K \quad (13.352)$$

Zur Normierung der Statorflussgleichung werden zunächst Reaktanzen eingeführt:

$$\vec{\psi}_1^K = \frac{X_1}{\Omega_{Norm}} \vec{I}_1^K + \frac{X_H}{\Omega_{Norm}} \vec{I}_2^K \quad (13.353)$$

Mit

$$\vec{\psi}_1^K \frac{U_{Norm}}{\Omega_{Norm}} = x_1 \frac{U_{Norm}}{\Omega_{Norm} I_{Norm}} \cdot \vec{i}_1^K I_{Norm} + x_H \frac{U_{Norm}}{\Omega_{Norm} I_{Norm}} \cdot \vec{i}_2^K I_{Norm} \quad (13.354)$$

errechnet sich die normierte Gleichung für den Statorfluss:

$$\vec{\psi}_1^K = x_1 \vec{i}_1^K + x_H \vec{i}_2^K \quad (13.355)$$

und analog für den Rotorfluss:

$$\vec{\psi}_2^K = x_H \vec{i}_1^K + x_2 \vec{i}_2^K \quad (13.356)$$

Die Anwendung der Normierung auf die Drehmomentgleichung ergibt:

$$\frac{P_N}{2\pi N_N} m_{Mi} = \frac{3}{2} Z_p \operatorname{Im} \left\{ \vec{\psi}_1^{*K} \frac{U_{Norm}}{2\pi F_{1N}} \cdot \vec{i}_1^K I_{Norm} \right\} \quad (13.357)$$

$$\begin{aligned} m_{Mi} &= \frac{2\pi N_N Z_p}{P_N} \cdot \frac{3\sqrt{2} U_{1N} \sqrt{2} I_{1N}}{2 \cdot 2\pi F_{1N}} \operatorname{Im} \left\{ \vec{\psi}_1^{*K} \cdot \vec{i}_1^K \right\} \\ &= \frac{n_N}{p_N} \operatorname{Im} \left\{ \vec{\psi}_1^{*K} \cdot \vec{i}_1^K \right\} \end{aligned}$$

$$= \frac{1 - f_{2N}}{p_N} \operatorname{Im} \left\{ \vec{\psi}_1^{*K} \cdot \vec{i}_1^K \right\} \quad (13.358)$$

Dabei ist $f_{2N} = s_N$ die normierte Rotorfrequenz bzw. der Schlupf im Nennpunkt der Maschine und p_N die normierte Nennleistung.

Für die Bewegungsgleichung ergibt sich:

$$\Theta \frac{dn}{dt} \cdot \frac{2\pi F_{1N}}{Z_p} = (m_{Mi} - m_W) \cdot M_{Norm} \quad (13.359)$$

$$T_{\Theta N} \frac{dn}{dt} = m_{Mi} - m_W \quad (13.360)$$

Die Zeitkonstante $T_{\Theta N}$ wird als Trägheitsnennzeitkonstante bezeichnet.

$$T_{\Theta N} = \frac{\Theta \cdot 2\pi F_{1N}}{Z_p M_N} \quad (13.361)$$

Damit sind alle grundlegenden Gleichungen in normierter Darstellung angegeben. Alle abgeleiteten Gleichungen lassen sich analog zur unnormierten Darstellung herleiten.

Beispielsweise ergibt sich aus den Spannungsgleichungen durch Elimination der Ströme:

$$T_N \frac{d\vec{\psi}_1^K}{dt} = \vec{u}_1^K - \frac{r_1}{\sigma x_1} \vec{\psi}_1^K + \frac{r_1 x_H}{\sigma x_1 x_2} \vec{\psi}_2^K - j f_K \vec{\psi}_1^K \quad (13.362)$$

$$T_N \frac{d\vec{\psi}_2^K}{dt} = \vec{u}_2^K - \frac{r_2}{\sigma x_2} \vec{\psi}_2^K + \frac{r_2 x_H}{\sigma x_1 x_2} \vec{\psi}_1^K - j f_2 \vec{\psi}_2^K \quad (13.363)$$

wobei: $f_2 = f_K - n$

Die Drehmomentgleichung kann abhängig vom Statorfluss und vom Rotorstrom geschrieben werden:

$$m_{Mi} = k_m \cdot \frac{x_H}{x_1} (\psi_{1B} i_{2A} - \psi_{1A} i_{2B}) \quad (13.364)$$

mit: $k_m = \frac{1 - f_{2N}}{p_N}$

Aus diesen Gleichungen läßt sich analog zu Abb. 13.7 der normierte Signalflussplan nach Abb. 13.98 zeichnen.

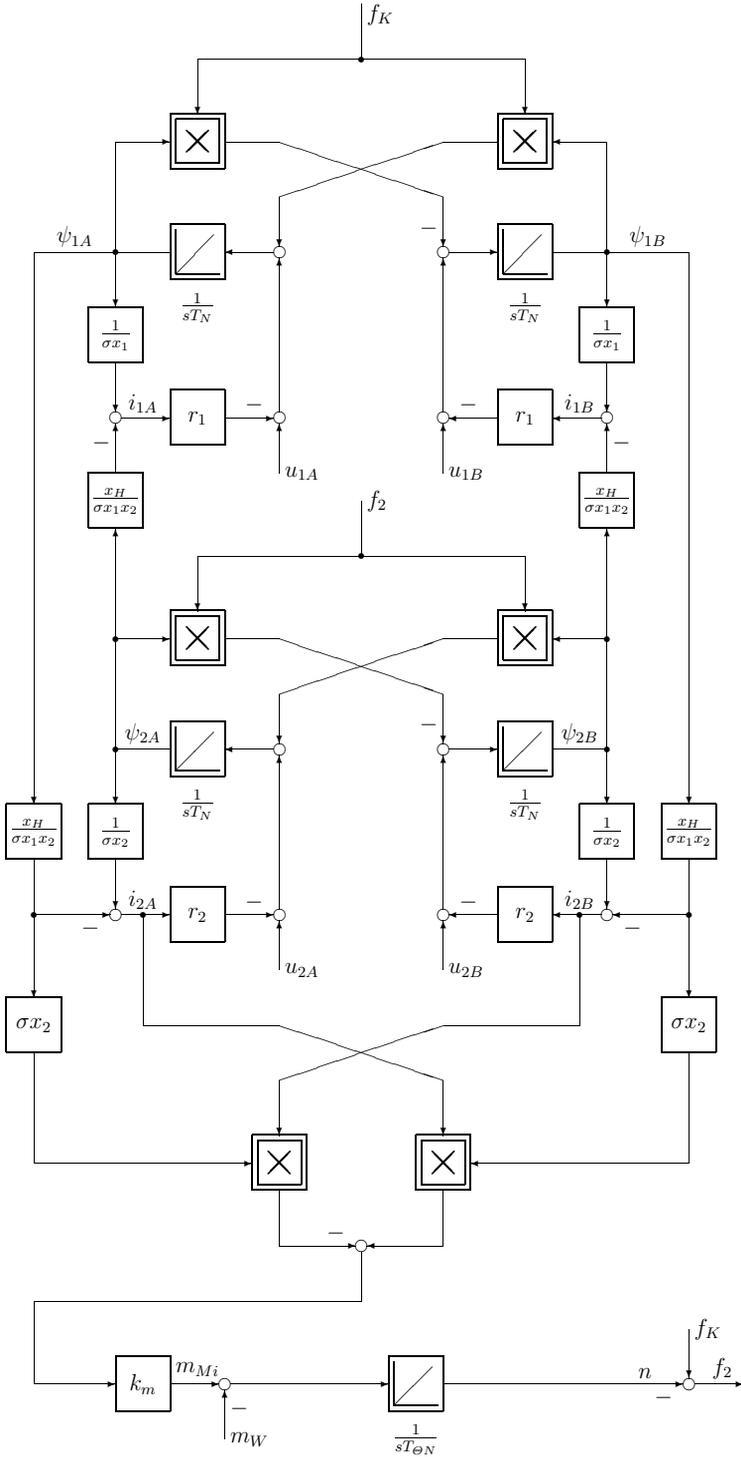


Abb. 13.98: Signalflussplan der normierten Asynchronmaschine

13.8 Feldschwächbetrieb der Asynchronmaschine

In Kap. 13.4.4 war die feldorientierte Regelung der Asynchronmaschine im Ankerstellbereich und in Kap. 13.5 die Modellbildung zur Ermittlung der Orientierung und der Amplitude des Flusses Ψ sowie der Rotorfrequenz Ω_2 dargestellt worden. In Abb. 13.43 war die Feldschwächung prinzipiell dargestellt worden, indem der Drehzahlsollwert Ω_m^* über eine nichtlineare Kennlinie den flusssollwert Ψ_{2A}^* vorgibt. Wie bereits bei der Gleichstrom-Nebenschlußmaschine (GNM) ausführlich diskutiert wurde, ist das Drehmoment M_{Mi} aber eine Funktion vom Ankerstrom I_A und dem Erregerfluss Ψ_E :

$$m_{Mi} = i_A \cdot \psi_E \quad (13.365)$$

In gleicher Weise ist aus Gl. (13.114) und Abb. 13.17 zu entnehmen, daß bei der Asynchronmaschine mit eingepprägten Statorströmen und Rotorfluss-Orientierung gilt:

$$M_{Mi} = \frac{3}{2} Z_p \frac{M}{L_2} \Psi_{2A} \cdot I_{1B} \quad (13.366)$$

Dies bedeutet, daß wie bei der GNM gilt:

$$\begin{aligned} \text{Ankerstellbereich: } \Psi_0 &= \Psi_{2AN} : T_{\Theta N}^* = T_{\Theta N} \\ \text{Feldschwächbereich: } \Psi_0 &< \Psi_{2AN} : T_{\Theta N}^* = \frac{T_{\Theta N}}{\Psi_0} > T_{\Theta N} \end{aligned}$$

Mit zunehmender Feldschwächung ergibt sich somit eine regelungstechnisch verringerte Verstärkung des integrierenden mechanischen Systemteils, d.h. die Multiplikation mit Ψ_{2A} in Gl. (13.366) muß mit einer Division durch Ψ_{2A} beim Drehzahlregler kompensiert werden, damit gilt:

$$I_{1B}^* = \frac{2}{3} \frac{L_2}{Z_p} \frac{1}{M} \cdot \frac{1}{\Psi_{2A}} \cdot M_{Mi}^* \quad (13.367)$$

$$I_{1B}^* = K_1 \cdot \frac{1}{\Psi_{2A}} \cdot M_{Mi}^* \quad (13.368)$$

Aus der Gleichung

$$M I_{1B}^* = \Omega_2 T_2 \Psi_{2A} \quad (13.369)$$

zur Einhaltung der Bedingung $\Psi_{2B} = \frac{d\Psi_{2B}}{dt} = 0$ ergibt sich außerdem:

$$\Omega_2 = \frac{M}{T_2} \cdot \frac{1}{\Psi_{2A}} \cdot I_{1B}^* = K_2 \cdot \frac{1}{\Psi_{2A}} \cdot I_{1B}^* \quad (13.370)$$

d.h. auch im Strommodell muß wie in Abb. 13.46 die Division durch Ψ_{2A} berücksichtigt werden. Im Ankerstellbereich kann die Division in der normierten

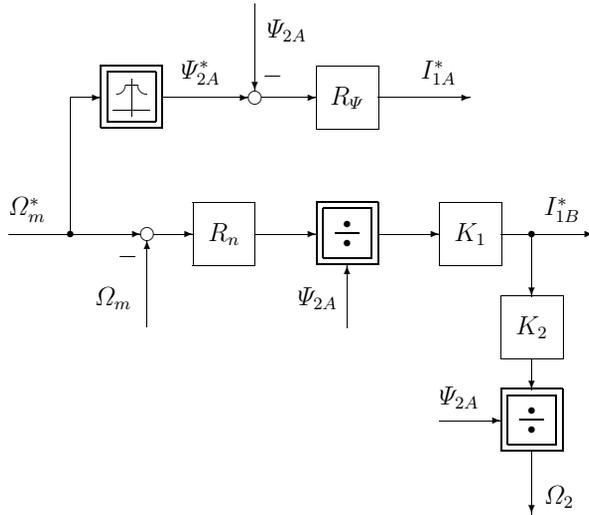


Abb. 13.99: *Signalflussplan des adaptiven Drehzahlreglers bei Feldschwächung*

Darstellung aufgrund $\psi_{2A} = 1$ entfallen. Damit ergibt sich eine Abänderung des Signalflussplans entsprechend Abb. 13.99.

In gleicher Weise kann der Feldschwächbereich bei Orientierung des Koordinatensystems K am Stator- oder Luftspaltfluss berücksichtigt werden.

In Kap. 13.4.4, Abb. 13.43 war eine prinzipielle Darstellung für den Signalflussplan zur Feldschwächung vorgestellt worden. In diesem Kapitel wurde diese Darstellung erweitert. In Kap. 16.7 wird die Feldschwächung bei Begrenzungen der Statorspannung und des Statorstroms ausführlich behandelt. Es sei außerdem auf Kap. 7.2 verwiesen.

Im allgemeinen sind die Stromsollwerte I_{1A}^* und I_{1B}^* in der Amplitude begrenzt. In diesem Fall muß, wie bereits in Kap. 7.1.2.2 (GNM) diskutiert, der Integratoranteil des Drehzahlreglers während der Begrenzungsdauer festgehalten werden. Weitergehende Erläuterungen finden sich in Kap. 5.6 (Windup) und Kap. 16.7.

13.9 Einschränkungen bei der Realisierung der Regelung von Drehfeldantrieben

In den obigen Beispielen wurde überwiegend eine idealisierte Darstellung des Systems „geregelte Drehfeldmaschine“ angenommen. Bei der Realisierung der feldorientierten Regelung oder der Entkopplungsregelung können Unterschiede zwischen der Idealisierung und der Realität auftreten, von denen nun einige diskutiert werden. Folgende Ursachen sind von wesentlicher Bedeutung:

- Wird die Regelung mittels eines Mikroprozessors oder DSP⁴⁾ realisiert, dann werden die Stell- und Meßgrößen abgetastet. Ebenso ist eine Tiefpaßfilterung der Meßwerte notwendig (Anti-Aliasing-Filter). Dies führt zu Verzögerungen bzw. Totzeiten im Regelkreis. Eine ähnliche Abweichung vom idealisierten Zustand tritt ein, wenn entsprechend Abb. 13.40 eine Stromregelung realisiert wird und damit das dynamische Verhalten des Stromregelkreises zwischen dem Soll- und dem Istwert zu beachten ist.
- In realen Maschinen treten Sättigungseffekte und die Hysterese des Eisens auf. Dadurch weicht das Verhalten von dem idealisierter Maschinenmodelle ab.
- Wird die ASM mit Spannungseinprägung betrieben, die feldorientierte Regelung (bzw. Sollwertvorgabe) aber auf Stromeinprägung ausgelegt, ist eine Entkopplungsstruktur notwendig, die differenzierende Anteile enthält. Um die auftretenden Stellgrößen zu begrenzen, ist eine nicht-ideale Realisierung der Ableitungen nach der Zeit als DT_1 -Glieder erforderlich.

Die angesprochenen Punkte gelten allgemein für Drehfeldantriebe und werden beispielhaft an ASM-Regelungen veranschaulicht.

13.9.1 Abtastender Regler

24 Diskrete Regler tasten Eingangs- und Ausgangssignale mit Haltegliedern nullter Ordnung ab. Zusammen mit der Verarbeitungszeit des Reglers bewirkt dies eine mittlere Totzeit im Regelkreis von mindestens einer halben Zykluszeit. Diese führt zu einer Phasenverschiebung zwischen Soll- und Ist-Raumzeigern, wie im Vergleich von Abb. 13.100 mit 13.101 bei einer Entkopplungsregelung erkennbar ist.⁵⁾

Die genannte Phasendrehung entspricht in etwa dem durch $\Delta\varphi = \Omega_1 T_v$ festgelegten Winkel. Mit der Verzögerungszeit $T_v \approx T = 110 \mu s$ und der Speisefrequenz $\Omega_1 \approx 840 \text{ rad/s}$ ergibt sich so ein zusätzlicher Winkel $\Delta\varphi = 5,3^\circ$ in

⁴⁾ Digital Signal Processor

⁵⁾ Daten der ASM: $R_1 = 12 \text{ m}\Omega$, $R_2 = 4,6 \text{ m}\Omega$, $L_1 = 759 \mu H$, $L_2 = 830 \mu H$, $M = 751 \mu H$, $\Psi = 27,3 \text{ mVs}$, $Z_p = 8$, $\Omega_m = 105 \text{ rad/s} = \text{const.}$ Die Differenzierer werden mit einer Zeitkonstante von $\tau = 20 \mu s$ geglättet, sofern nichts anderes angegeben ist.

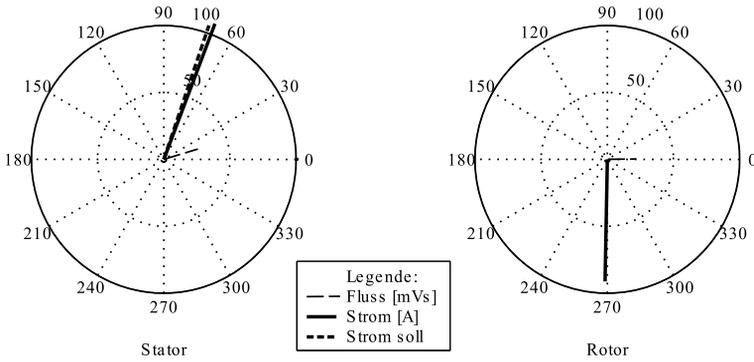


Abb. 13.100: Raumzeiger einiger Stator- und Rotorgrößen bei nahezu idealem System

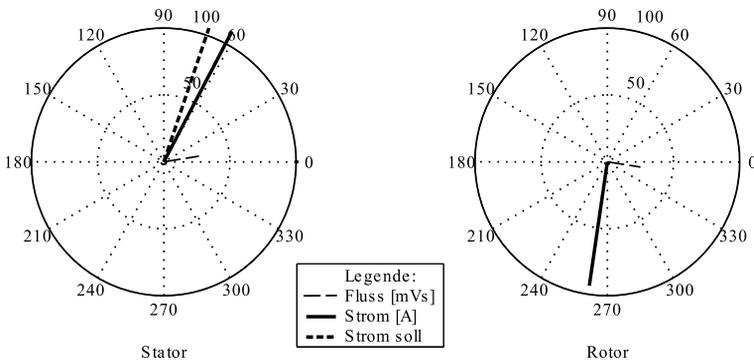


Abb. 13.101: Raumzeiger einiger Stator- und Rotorgrößen bei abgetastetem System mit $T_a = 110 \mu s$

Abb. 13.101 zwischen Soll- und Istwert des Stator-Stromraumzeigers. Zu der Verzögerungszeit T_v tragen alle Abtastvorgänge, Totzeiten sowie Meßwertglättungen, Filterlaufzeiten und der selbstgeführte Stromrichter anteilig bei.

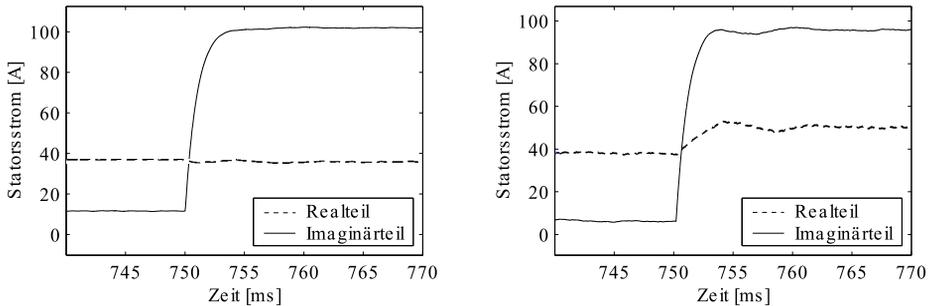


Abb. 13.102: Übersprechen der Real- und Imaginärkomponenten des Stator-Stromraumzeigers bei einer Abtastzeit von $T_a = 110 \mu s$ (rechts) zum Idealfall ohne Abtastung (links)

Die Phasendrehung wiederum führt zu einem gegenseitigen Übersprechen der Real- und Imaginärkomponenten (siehe auch Abb. 13.102). Aus Sicht des Sollwert-Koordinatensystems erscheinen die Maschinengrößen deshalb um den entsprechenden Winkel verzögert. Bei einer reinen Entkopplungsregelung bedeutet dies keine Schwierigkeit, solange gleichartig wirkende Größen (z.B. Real- und Imaginärkomponente des Soll-Spannungsraumzeigers) synchron abgetastet werden, da die relative Phasenlage der Raumzeiger zueinander gesteuert und nicht geregelt wird.

Bei einer feldorientierten Regelung dagegen besteht eine Rückkopplung über den gemessenen Stator-Stromraumzeiger und gegebenenfalls Maschinenmodelle, wodurch sich, je nach Ausmaß der Verzögerung bzw. Abtast-Totzeit für die Sollwerte (Vorwärtszweig), eine verschlechterte Regelgüte bis hin zur Instabilität des Systems einstellen kann.

In gleicher Weise wirken sich bei feldorientierter Regelung auch Abtastvorgänge im Meßzweig (Rückwärtszweig, z.B. Einlesen der Strom-Meßwerte) aus.

Die Schwierigkeit der Verkopplung durch die Verzögerungszeit im Vorwärtszweig kann durch eine geeignete Ausführung der Stromregelung in Abb. 13.40 vermieden werden. Eine Lösung sind Stromregelungen nach dem Hystereseverfahren. Bei einer Regelung der kartesischen Komponenten I_{1A} und I_{1B} bzw. $I_{1\alpha}$ und $I_{1\beta}$ wird die Spitze des Sollraumzeigers \vec{I}_1^K bzw. \vec{I}_1^S vom Hexagon der drei Hysteresebänder der drei realen Statorströme I_{1a} , I_{1b} , I_{1c} umgeben. Die Spitze des Istraumzeigers umfaßt alle Punkte innerhalb dieses Hysterese-Hexagons, d.h. der Istraumzeiger kann sowohl vor- oder nachteilend als auch kleiner oder größer als der Sollraumzeiger sein. Dies bedeutet, im statistischen Mittel stimmen Soll- und Istraumzeiger in Betrag und Phase überein. Die diesbezüglichen Verfahren sind in Kap. 14 dargestellt. Besonders vorteilhaft sind prädiktive Stromregelverfahren (online erzeugte Pulsmuster), da außerdem noch die Schaltfrequenz des selbstgeführten Wechselrichters minimiert wird.

Eine andere Möglichkeit besteht in der Berücksichtigung der zeitdiskreten Arbeitsweise der Signalverarbeitung und des selbstgeführten Wechselrichters [330].

13.9.2 Sättigungseffekte

Es treten in einer realen Drehfeldmaschine Sättigungseffekte auf, die dazu führen, daß der Fluß der Drehfeldmaschine bei hohem Magnetisierungsstrom nicht mehr linear mit diesen zunimmt. Wird dieser Effekt nicht im Maschinenmodell bzw. in der Steuerbedingung berücksichtigt, führt dies, bedingt durch die Nichtlinearität der Sättigung generell zu einer Abweichung des tatsächlichen Flusses von seinem Sollwert.

Bei der feldorientierten Regelung wird beim Strommodell nach Abb. 13.46 mit dem Strom I_{1A} der Rotorfluß Ψ_{2A} festgelegt. Bei Sättigungseinfluß muß somit die nichtlineare Hysterese-Kennlinie berücksichtigt werden, um diesen Fehler zu verhindern. Außerdem wird aber mit dem momentbildenden Strom I_{1B} die Rotor-

kreisfrequenz Ω_2 gebildet, so daß außer der fehlerhaften Bestimmung des Flusses Ψ_{2A} auch noch eine fehlerhafte Bestimmung von Ω_2 infolge des geschätzten Flusses Ψ_{2A} auftreten kann.

Dieser Effekt ist in Abb. 13.103 für den oben gezeigten Fall eines positiven Lastsprungs bei konstanter Drehzahl einer ASM gezeigt. Die auftretende Zeitkonstante, mit der der Fluß einschwingt, entspricht der Rotorzeitkonstante $T_2 = L_2/R_2$, welche im vorliegenden Fall 180 ms beträgt. Das dynamische Verhalten ist sowohl beim Aufbau des Flusses zu Beginn wie auch bei der Änderung des Flusses nach einem Lastwechsel bei $0,75\text{ s}$ zu erkennen. Der Einfluß des geschätzten Flusses auf Ω_2 und die entsprechende Winkeländerung des Flußraumzeigers führt zu dem deutlich erkennbaren Übersprechen. Um diese unerwünschten Einflüsse zu vermindern, ist in beiden Signalpfaden des Strommodells — entsprechend bei allen anderen Modellen in Kap. 13.5 — die Berücksichtigung des Sättigungseinflusses notwendig. Beispielhaft ist dies für die Flußermittlung in Abb. 13.67 aus [62–65] durchgeführt. Weitere Informationen zur Berücksichtigung der Sättigung sind im Kap. 3.1 in [58–61] dargestellt.

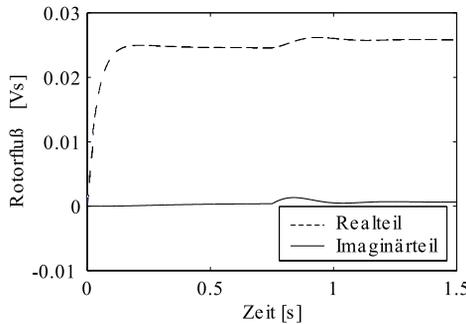


Abb. 13.103: Auswirkung der Sättigungseffekte bei feldorientierter Regelung der ASM, positiver Lastsprung von 3 auf 28 Nm bei 0,75 s

13.9.3 Realisierbare Entkopplungsstruktur

In der Entkopplungsstruktur für eingeprägte Statorspannungen gemäß Abb. 13.25 sind Differenzierer eingesetzt. Diese lassen sich teilweise durch Umformen des Signalflußplans in Strukturen mit Integrierern umwandeln. Die verbleibenden Differenzierer müssen dagegen — der besseren Realisierbarkeit wegen — durch DT_1 -Glieder ersetzt werden. Dabei ist die Zeitkonstante zur Glättung möglichst klein zu wählen, um die dadurch verursachte Verzögerung zu minimieren. Diese wirkt sich als eine zusätzliche Phasendrehung bzw. Verzerrung zwischen Soll- und Istgrößen aus.

Ein weiterer Effekt dieser Glättung ist ein verstärktes Einschwingen bei Änderungen des Betriebspunkts der ASM, wie im Vergleich von Abb. 13.104 (mit minimaler Glättung) und Abb. 13.105 (Glättung mit $200\ \mu\text{s}$) für einen Drehmomentsprung bei konstanter Drehzahl der ASM gezeigt wird. Die Problematik der

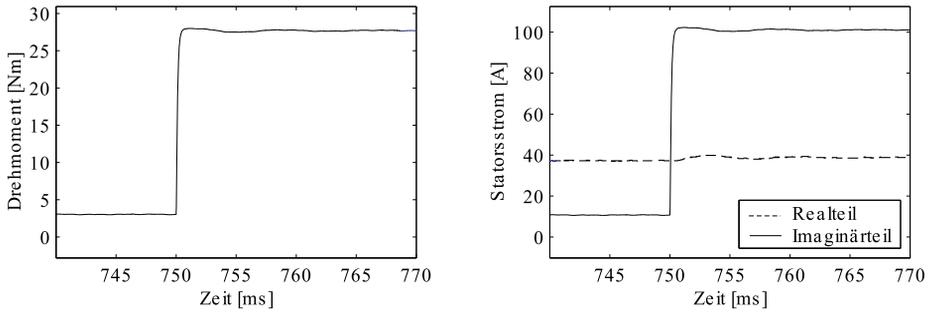


Abb. 13.104: Drehmoment und Statorströme bei minimaler Glättung ($\tau = 20 \mu s$) innerhalb der Entkopplungsstruktur

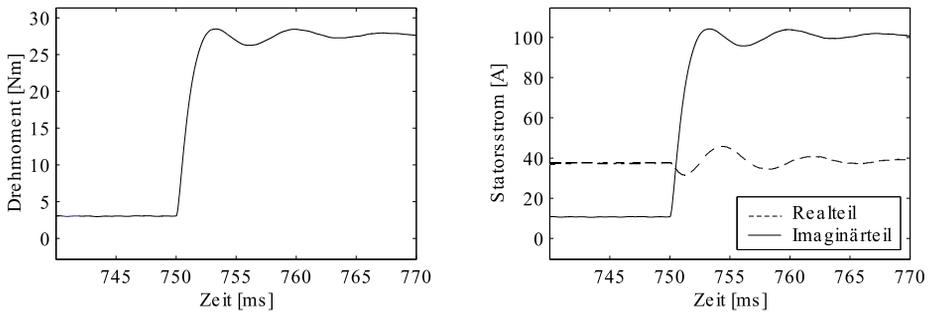


Abb. 13.105: Drehmoment und Statorströme bei einer Glättungszeitkonstante von $200 \mu s$ der DT_1 -Glieder in der Entkopplungsstruktur

Glättung und insbesondere der Abtastzeiten kann durch eine analog implementierte Stromregelung abgeschwächt werden. Theoretisch kann dafür eine Hystereseregulierung jeweils für den Real- und Imaginärteil des Stator-Stromraumzeigers eingesetzt werden, wobei Fragen des Meßrauschens sowie der maximal zulässigen Schaltgrenzen der verwendeten Halbleiter zu berücksichtigen sind.

Wie oben bereits diskutiert, stimmt bei Hysteres-Stromreglern die Phasenlage und die Amplitude des Ist-Stromraumzeigers im Mittel mit dem Soll-Stromraumzeiger überein. Daher ist keine Entkopplungsstruktur mehr notwendig und somit auch keine DT_1 -Glieder mit der Zeitkonstante τ . Als Fehler bleiben lediglich die augenblicklichen Abweichungen des Stromraumzeigers infolge des Hysteresebands bestehen.

Entsprechende Strom- und Drehmomentverläufe wurden in Abb. 13.106 simuliert. Idealisierend wurden keine Verzögerungszeiten durch Messung oder Totzeiten bzw. Abtastglieder implementiert. Hochfrequente Störungen der Signale müssen jedoch durch geeignete Signalfilterung unterdrückt und die damit verbundene Verzögerungszeitkonstante bei der Auslegung der Hystereseregulierung berücksichtigt werden.

Bei einer softwaregesteuerten Hystereseregulierung sind zusätzlich Abtastzeiten und Rechentotzeiten zu berücksichtigen.

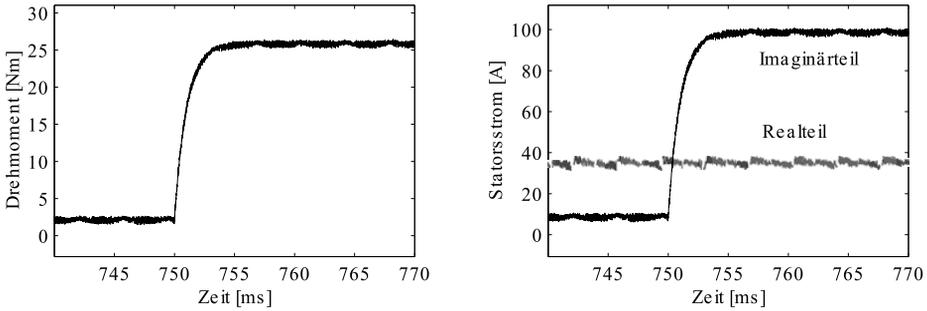


Abb. 13.106: Drehmoment und Statorströme bei Hystereseregung des Stator-Stromraumzeigers

Diese wirken sich entsprechend ihrer Lage unterschiedlich aus:

- Verzögerungen im Sollwertzweig (I_1^*) verzögern das Ansprechverhalten (z.B. einer Drehzahlregelung). Geringe Verzögerungen wirken sich aber kaum aus, sofern sie nicht die Charakteristik oder Stabilität der Flussregelung beeinflussen.
- Geringe Verzögerungen im Frequenzzweig (Ω_1^* bzw. Ω_2^*) bewirken eine allmähliche Drift (Drehung) des (gedachten) Maschinen-Koordinatensystems, haben auf das Regelverhalten jedoch geringe Auswirkung.
- Verzögerungen im Zweig der Spannungsgenerierung (U_1 , Vorwärtszweig) bzw. der Strommessung (I_1 , Rückwärtszweig) beeinflussen in jedem Fall das Schaltverhalten (Bereich der Schaltfrequenz, Toleranzband) der Hystereseregung. Verzögerungen im Vorwärtszweig wirken sich auf das Ansprechverhalten bezüglich Änderungen im Strom-Sollwert aus.

13.9.4 Zusammenfassung

Abschließend bleibt festzuhalten, daß bei der Realisierung geregelter Drehfeldantriebe insbesondere Verzögerungen (z.B. durch Sensoren, Filterung, Abtastung, Totzeiten) der Signale beachtet werden müssen. Wird dadurch die Stabilität feldorientierter Regelungen beeinträchtigt, müssen diese Verzögerungen minimiert werden. Als Abhilfe kann auch eine entsprechende Phasenkorrektur vorgesehen oder z.B. eine Hysterese-Stromregelung eingesetzt werden.

Des weiteren sind Abweichungen des realen Maschinenverhaltens von den zur Regelung verwendeten Maschinenmodellen zu berücksichtigen, wie sie z.B. durch Sättigungseffekte und nicht-ideale Differenzierer der Entkopplungsstruktur bei Spannungseinprägung entstehen.

14 Stromregelverfahren für Drehfeldmaschinen

Sowohl in Kap. 13 mit der Regelung der Asynchronmaschine, als auch in Kap. 16 mit der Regelung der Synchronmaschine und ihrer Varianten werden mehrfach in den Signalflussplänen Umrichter mit unterlagerter Statorstromregelung vorausgesetzt. Im Falle von I-Umrichtern geschieht dies unmittelbar durch Regelung des Zwischenkreisstroms (Amplitude) und Vorgabe eines entsprechenden Pulsmusters (Amplitude und Phasenlage) beim Wechselrichter. Im Falle von U-Umrichtern ist zusätzlich ein geeignetes Stromregelverfahren notwendig, welches das Pulsmuster im Wechselrichter und damit die erforderliche Statorspannung in Amplitude und Phasenlage festlegt. In der Literatur findet sich eine Vielzahl von Verfahren, aus denen in den folgenden Abschnitten eine Auswahl vorgestellt wird.

14.1 Regelstrecke und Stellglied der Statorstromregelung

Zur Erläuterung der prinzipiellen Problematik werden zunächst die Regelstrecke und das Stellglied des Stromregelkreises behandelt. Die Regelstrecke sei beispielhaft der Statorkreis der Asynchronmaschine, für den die bekannte Statorspannungsgleichung

$$\vec{U}_1^S = R_1 \vec{I}_1^S + \frac{d\vec{\Psi}_1^S}{dt} \quad (14.1)$$

gilt. Um das für die Stromregelung relevante Verhalten zu verstehen, wird zunächst das dynamische komplexe Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine hergeleitet, wozu die bereits bekannte Rotorspannungsgleichung

$$\vec{U}_2^S = R_2 \vec{I}_2^S + \frac{d\vec{\Psi}_2^S}{dt} - j\Omega_L \vec{\Psi}_2^S \quad (14.2)$$

und die Flussgleichungen

$$\vec{\Psi}_1^S = L_1 \vec{I}_1^S + M \vec{I}_2^S \quad (14.3)$$

$$\vec{\Psi}_2^S = M \vec{I}_1^S + L_2 \vec{I}_2^S \quad (14.4)$$

benötigt werden. Die Herleitung erfolgt zweckmäßig im statorfesten Koordinatensystem. Die Stator- (L_1) und Rotoreigeninduktivitäten (L_2) werden analog

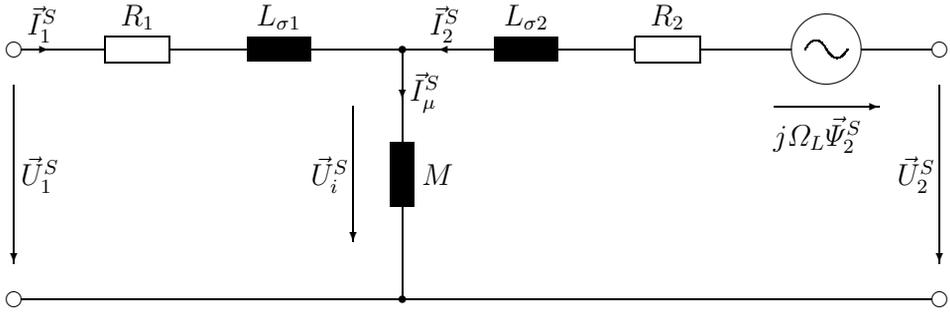


Abb. 14.1: Komplexes Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine im Koordinatensystem S

zur Herleitung des stationären Ersatzschaltbilds in eine Hauptinduktivität (M) und eine jeweilige Streuinduktivität (L_{σ}) aufgeteilt:

$$L_1 = M + L_{\sigma 1} \tag{14.5}$$

$$L_2 = M + L_{\sigma 2} \tag{14.6}$$

Mit der bekannten Definition für den Magnetisierungsstrom des Hauptfeldes

$$\vec{I}_{\mu}^S = \vec{I}_1^S + \vec{I}_2^S \tag{14.7}$$

ergibt sich

$$\vec{\Psi}_1^S = L_{\sigma 1} \vec{I}_1^S + M \vec{I}_{\mu}^S \tag{14.8}$$

$$\vec{\Psi}_2^S = M \vec{I}_{\mu}^S + L_{\sigma 2} \vec{I}_2^S. \tag{14.9}$$

Setzt man diese Beziehungen für die Maschinenflüsse in die Spannungsgleichungen ein, so erhält man die beiden Maschengleichungen für das dynamische Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine gemäß Abb. 14.1.

$$\begin{aligned} \vec{U}_1^S &= R_1 \vec{I}_1^S + L_{\sigma 1} \frac{d\vec{I}_1^S}{dt} + M \frac{d\vec{I}_{\mu}^S}{dt} \\ \vec{U}_2^S &= R_2 \vec{I}_2^S + L_{\sigma 2} \frac{d\vec{I}_2^S}{dt} + M \frac{d\vec{I}_{\mu}^S}{dt} - j\Omega_L \vec{\Psi}_2^S \end{aligned} \tag{14.10}$$

Man erkennt, dass prinzipiell ähnliche Verhältnisse vorliegen wie bei der Gleichstrommaschine mit einem Widerstand ($R_1 \hat{=} R_A$), einer Induktivität ($L_{\sigma 1} \hat{=} L_A$)

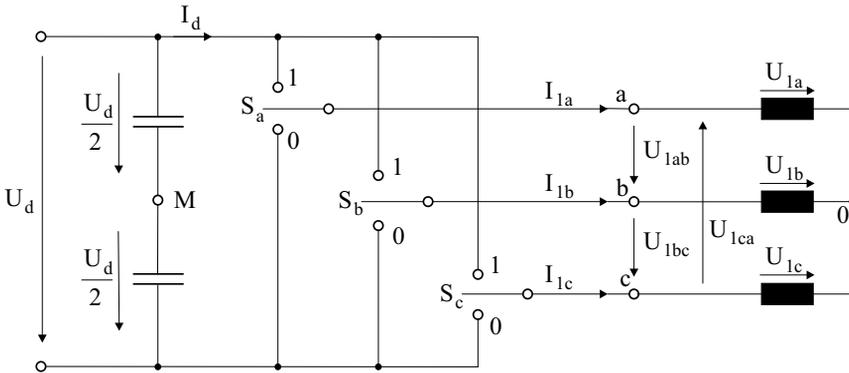


Abb. 14.2: Prinzipschaltbild eines U-Wechselrichters

und einer inneren Gegenspannung \vec{U}_i^S , d.h.

$$\vec{U}_1^S = R_1 \vec{I}_1^S + L_{\sigma 1} \frac{d\vec{I}_1^S}{dt} + \vec{U}_i^S \quad (14.11)$$

Im Gegensatz zur Gleichstrommaschine liegt in diesem Fall ein zweidimensionales Problem vor (komplexe Darstellung). Zudem ist die Gegenspannung \vec{U}_i^S nicht nur proportional zur Drehzahl (bei konstantem Fluss), sondern zusätzlich von der Belastung abhängig. Die Regelstrecke des Stromregelkreises hat demnach nur in erster Näherung ein Verhalten 1. Ordnung (PT_1), wobei die Statorspannung \vec{U}_1^S als Stellgröße dient.

Als Stellglied, welches die erforderlichen Statorspannungen \vec{U}_1^S an die Maschinenklemmen legt, wird ein Wechselrichter mit konstanter Zwischenkreisspannung („Pulswechselrichter“) betrachtet. Abbildung 14.2 zeigt ein vereinfachtes Modell bestehend aus idealen Schaltern.

Es ergeben sich $2^3 = 8$ erlaubte Schalterkombinationen, d.h. es können acht **diskrete** Werte der Stellgröße $\vec{U}_1^S = \vec{U}_{11}^S \dots \vec{U}_{18}^S$ realisiert werden, welche in Tabelle 14.1 aufgeführt sind. Sie werden durch die Nummer k ($k = 1 \dots 8$) unterschieden. Zwei der Kombinationen ($k = 7, 8$) erzeugen die Spannung Null in allen Phasen. Mit den übrigen sechs Kombinationen werden die Phasenspannungen auf entweder $\pm U_d/3$ oder $\pm 2U_d/3$ eingestellt. In der komplexen Raumzeigerdarstellung bilden sich daraus sechs Zeiger mit der Länge $2U_d/3$, die mit Phasenunterschieden von 60° el. in der Orientierung angeordnet sind (Abb. 14.3).

Entscheidend ist, dass das Stellglied keine kontinuierlich verstellbare Stellgröße, d.h. keine kontinuierlichen Werte für die Amplitude und die Phasenlage des Spannungsraumzeigers, erzeugen kann. Der gewünschte kontinuierliche Verlauf des Sollraumzeigers \vec{U}_1^S muss daher durch eine Pulsweitenmodulation angenähert werden. Dies hat zur Folge, dass bei einer gewünschten Lage des Raumzeigers z.B. zwischen \vec{U}_{11} und \vec{U}_{12} , die Raumzeiger \vec{U}_{11} , \vec{U}_{12} und \vec{U}_{17} oder \vec{U}_{18} nacheinander eingeschaltet werden, so dass sich nur im zeitlichen Mittel der Sollraumzeiger nach Betrag und Phase ergibt.

Tabelle 14.1: Ausgangsspannungsraumzeiger des U-Wechselrichters

Nr. k	Schalter- stellung $S_a S_b S_c$	Spannungen						Raumzeiger \vec{U}_1^S
		verkettet			Phasen-			
		U_{1ab}	U_{1bc}	U_{1ca}	U_{1a}	U_{1b}	U_{1c}	
1	1 0 0	U_d	0	$-U_d$	$\frac{2}{3} U_d$	$-\frac{1}{3} U_d$	$-\frac{1}{3} U_d$	$\vec{U}_{11}^S = \frac{2}{3} U_d e^{j0}$
2	1 1 0	0	U_d	$-U_d$	$\frac{1}{3} U_d$	$\frac{1}{3} U_d$	$-\frac{2}{3} U_d$	$\vec{U}_{12}^S = \frac{2}{3} U_d e^{j\frac{\pi}{3}}$
3	0 1 0	$-U_d$	U_d	0	$-\frac{1}{3} U_d$	$\frac{2}{3} U_d$	$-\frac{1}{3} U_d$	$\vec{U}_{13}^S = \frac{2}{3} U_d e^{j\frac{2\pi}{3}}$
4	0 1 1	$-U_d$	0	U_d	$-\frac{2}{3} U_d$	$\frac{1}{3} U_d$	$\frac{1}{3} U_d$	$\vec{U}_{14}^S = \frac{2}{3} U_d e^{j\pi}$
5	0 0 1	0	$-U_d$	U_d	$-\frac{1}{3} U_d$	$-\frac{1}{3} U_d$	$\frac{2}{3} U_d$	$\vec{U}_{15}^S = \frac{2}{3} U_d e^{j\frac{4\pi}{3}}$
6	1 0 1	U_d	$-U_d$	0	$\frac{1}{3} U_d$	$-\frac{2}{3} U_d$	$\frac{1}{3} U_d$	$\vec{U}_{16}^S = \frac{2}{3} U_d e^{j\frac{5\pi}{3}}$
7	1 1 1	0	0	0	0	0	0	$\vec{U}_{17}^S = 0$
8	0 0 0	0	0	0	0	0	0	$\vec{U}_{18}^S = 0$

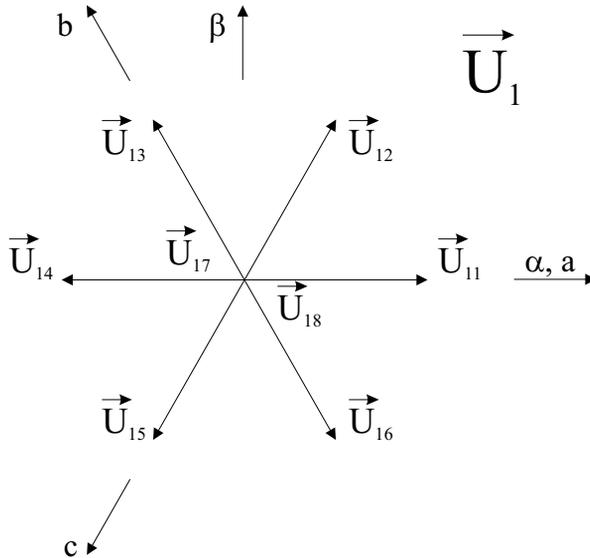


Abb. 14.3: Raumzeigerdarstellung der Ausgangsspannungen beim U-Umrichter

Die tatsächlichen Ausgangsspannungen enthalten daher Oberschwingungen und erzeugen damit auch Stromüberschwingungen. Allerdings werden diese bedingt durch die Maschineninduktivitäten bedämpft und sind so wesentlich kleiner als die Spannungsüberschwingungen gleicher Frequenz. Die Stromüberschwingungen erzeugen ihrerseits Drehmomentschwankungen, zusätzliche Verluste und Geräusche. Ein Ziel der Verfahren zur Pulsmustererzeugung ist, das Oberschwingungsspektrum der Spannungen möglichst gering zu halten und zu hohen Frequenzen hin zu verschieben, damit sie durch die Maschineninduktivitäten besser gefiltert werden.

Die verschiedenen Verfahren zur Statorstromregelung lassen sich in zwei Gruppen einteilen. Die erste Gruppe verwendet einen konventionellen Regler (z.B. PI-Regler), dessen Ausgangsgröße (Stellgröße) ein Spannungssollwert \vec{U}_1^{S*} ist. Dieser Sollwert wird dann durch ein entsprechendes Modulationsverfahren im zeitlichen Mittel vom Wechselrichter realisiert. Abbildung 14.4 zeigt diese Vorgehensweise, die wir im folgenden als **indirekte Stromregelung** bezeichnen. Das Modulationsverfahren bestimmt dabei die Folge der Schaltzustände k des Wechselrichters.

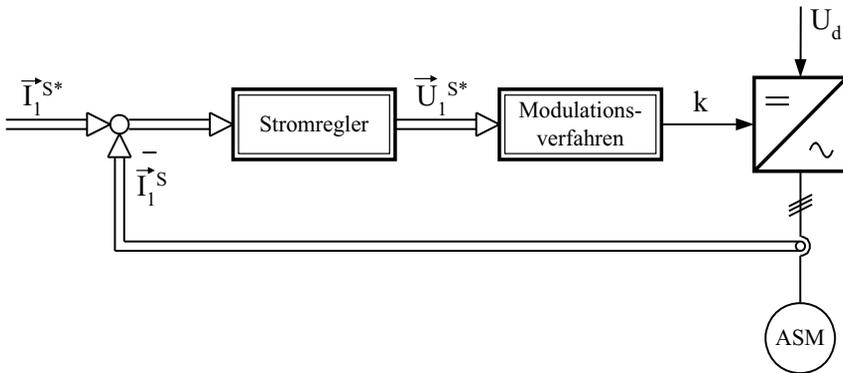


Abb. 14.4: *Prinzipbild der indirekten Stromregelung*

Die zweite Gruppe von Verfahren, die wir hier als **direkte Stromregelung** bezeichnen, ermittelt die Pulsfolge unmittelbar aus den zur Verfügung stehenden Größen. Im einfachsten Fall sind dies die Stromsoll- und Stromist-Werte. Kompliziertere Verfahren verwenden auch andere Größen wie etwa die innere Maschinenspannung \vec{U}_i^S , die aus einem Maschinenmodell gewonnen werden kann (Abb. 14.5). Ein typisches Beispiel für direkte Stromregelungen sind die Stromregelverfahren mit on-line optimierten Pulsmustern, die kein Modulationsverfahren benötigen und in Kap. 14.4.2 behandelt werden.

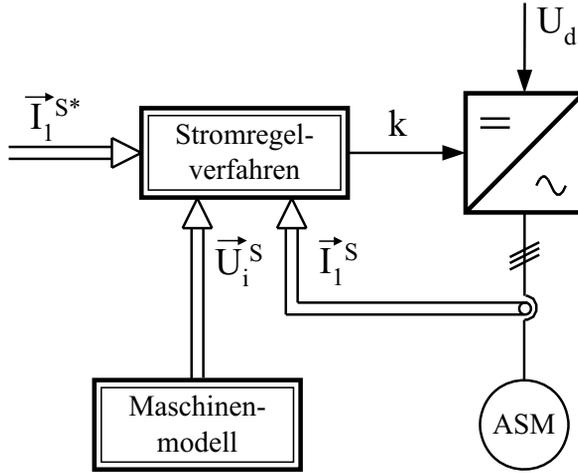


Abb. 14.5: Prinzipbild der direkten Stromregelung

14.2 Indirekte Verfahren der Statorstromregelung

Bei den „indirekten“ Verfahren gibt es eine Vielzahl von Methoden, die sich je nach Art des Stromreglers bzw. des Modulationsverfahrens in Abb. 14.4 unterscheiden. Als Stromregler werden sehr häufig PI-Regler verwendet, wobei je ein Regler für die beiden Raumzeigerkomponenten $I_{1\alpha}$ und $I_{1\beta}$ zur Verfügung steht. Für das Führungsverhalten in jeder Komponente ergibt sich dann näherungsweise ein Verzögerungsglied 1. (Approximation) oder 2. Ordnung (Betragsoptimierung ohne Istwertglättung). Bei der in Abb. 14.4 dargestellten Vorgehensweise werden alle Größen, wie z.B. die Stromsollwerte $I_{1\alpha}^*$ und $I_{1\beta}^*$, im ruhenden Koordinatensystem S verarbeitet und sind somit stationär sinusförmig.

Aufgrund des nicht idealen Verhaltens der Statorstromregelung entstehen somit unerwünschte stationäre Phasen- bzw. Amplitudenfehler zwischen dem Sollsystem im informationsverarbeitenden Bereich und im Istbereich in der elektrischen Maschine. Diese Fehler – insbesondere Phasenfehler – führen zu einer Verkopplung der fluss- und momentenbildenden Regelkreise. Diese Folgen dieser Verkopplung werden in Kap. 13.9 ausführlich diskutiert. Eine Verbesserung des Regelverhaltens ist prinzipiell auf zwei Arten zu erreichen. Eine Möglichkeit besteht darin, die sinusförmige Sollstatorspannung vorzusteuern, indem man die Gegenspannung \vec{U}_i^S und die Spannungsabfälle an R_1 und $L_{\sigma 1}$ in einem Modell, siehe Abb. 14.6, rekonstruiert. Diese Störgrößenaufschaltung von $\vec{U}_1^{S'}$ entspricht der EMK-Aufschaltung zur Ankerstromregelung einer Gleichstrommaschine. Die Stromregler werden bei diesem Regelungsverfahren nur noch dynamisch aktiv bzw. gleichen Fehler im Modulationsverfahren und bei der Vorsteuerung aus.

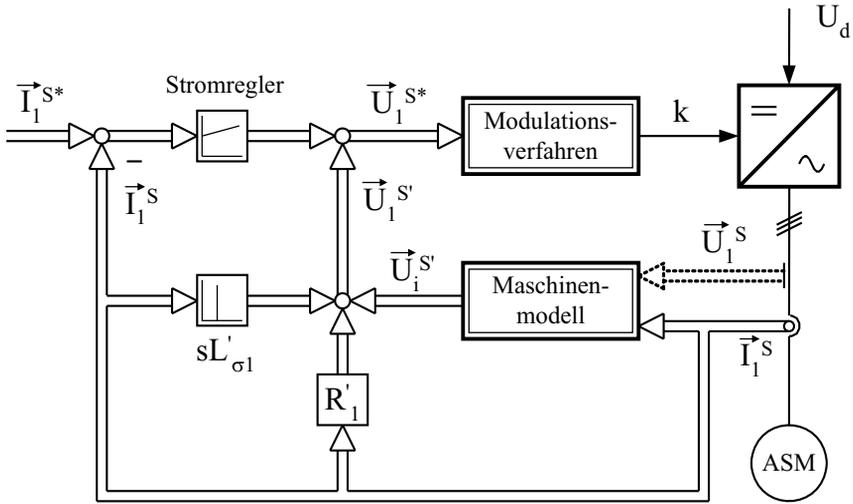


Abb. 14.6: Indirekte Stromregelung mit Vorsteuerung $\vec{U}_1^{S'}$ der Satorspannung

Als zweite Variante zur Verbesserung des dynamischen Regelverhaltens bietet sich an, alle Größen in einem flussfesten Koordinatensystem (K-System orientiert am Stator- oder Rotorfluss) zu verarbeiten (Abb. 14.7). Darin ergeben sich im stationären Betrieb der Asynchronmaschine Gleichgrößen für die Soll- und Istwerte, die durch die I-Anteile der Regler ohne Regeldifferenz ausgeglichen werden können.

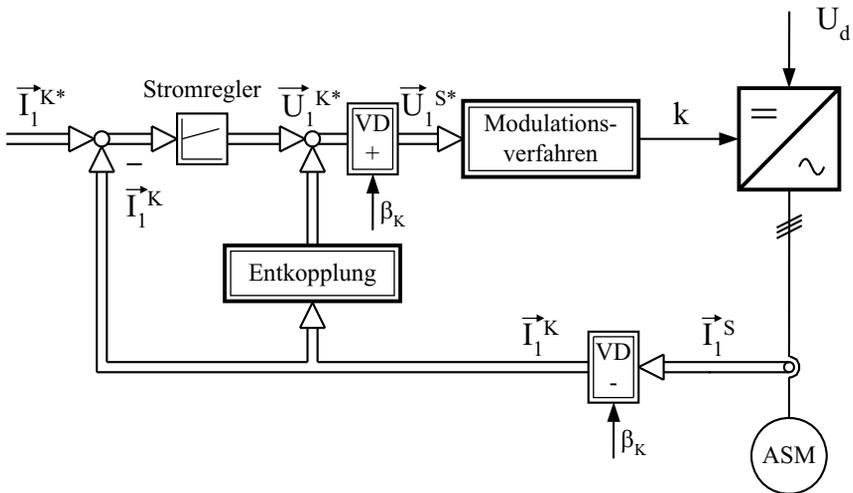


Abb. 14.7: Indirekte Stromregelung in einem flussfesten Koordinatensystem

Zusätzlich müssen allerdings Koordinatentransformationen (VD+ und VD–) eingebaut werden, welche die im Koordinatensystem S vorliegenden Messgrößen in das flussfeste Koordinatensystem K transformieren bzw. die flussfesten Stromsollwerte wieder in das statorfeste Koordinatensystem umwandeln. Das Verfahren setzt folglich die Kenntnis des aktuellen Phasenwinkels β_K des flussorientierten Koordinatensystems voraus. Zudem ist zu beachten, dass im K-System die Statorstromkomponenten miteinander verkoppelt sind. Dies bedeutet, dass Änderungen in einer der Stromkomponenten im Regelkreis der jeweils anderen Komponente als Störung wirken. Eine entsprechende Vorsteuerung, siehe in Abb. 14.7 den Block „Entkopplung“ besitzt die Aufgabe, diese Verkopplungen zu verhindern.

Damit sind die prinzipiellen Strukturen der Stromregelkreise hinsichtlich ihrer grundlegenden Eigenschaften bekannt. Es fehlen allerdings noch Darstellungen über das statische und insbesondere dynamische Verhalten des Wechselrichters. Dies wird in den nächsten Abschnitten näher erläutert.

14.3 Modulationsverfahren

Prof. A. Steimel, Bochum

Ziel aller Modulationsverfahren ist, die gewünschte Wechselrichter-Ausgangsspannung im zeitlichen Mittel (über geeignet definierte Intervalle) möglichst gut an den vorgegebenen Sollwertverlauf \vec{U}_1^{S*} anzunähern. Da es eine Vielzahl verschiedener Verfahren gibt (siehe [68–70]), werden in diesem Abschnitt nur die wesentlichen Grundzüge behandelt.

Die Wahl des geeigneten Modulationsverfahrens wird von der maximalen Schaltfrequenz des eingesetzten Wechselrichters beeinflusst. Nur relativ niedrige Schaltfrequenzen (von einigen hundert Hertz) sind mit Hochleistungs-GTOs zu erreichen. Im Gegensatz dazu können MOSFETs und SiC-JFETs sehr hohe Schaltfrequenzen (über 100 kHz) erzielen. Insbesondere bei Wechselrichtern mit niedrigen Schaltfrequenzen ist das Modulationsverfahren von großer Bedeutung, da einerseits die Spannungsausbeute gut und andererseits der Oberschwingungsgehalt des Stroms gering sein sollen. Die folgenden Ausführungen gelten insbesondere für selbstgeführte Wechselrichter im Hochleistungsbereich, die nur relativ geringe zulässige Schaltfrequenzen aufweisen.

14.3.1 Grundfrequenztaktung

Im folgenden wird ein selbstgeführter spannungseinprägender Zweipunkt-Wechselrichter nach Abb. 14.2 vorausgesetzt. Die Zwischenkreisspannung U_d wird als glatt angenommen. Die drei Schalter werden mit der gewünschten Ausgangsfrequenz F_1 jeweils über den Winkel 180° el. positiv bzw. negativ (bipolare Taktung) und mit jeweils 120° el. Phasenverschiebung angesteuert; die Schalt-

oder Taktfrequenz F_T ist identisch mit der Grundswingungsfrequenz F_1 des gewünschten Drehspannungssystems.

Diesen Betrieb nennt man Grundfrequenz- oder Vollblocktaktung. Abbildung 14.8 zeigt (oben) die drei gegen den Mittelpunkt M des Zwischenkreises gemessenen WR-Strang-Ausgangsspannungen U_{aM} , U_{bM} und U_{cM} .

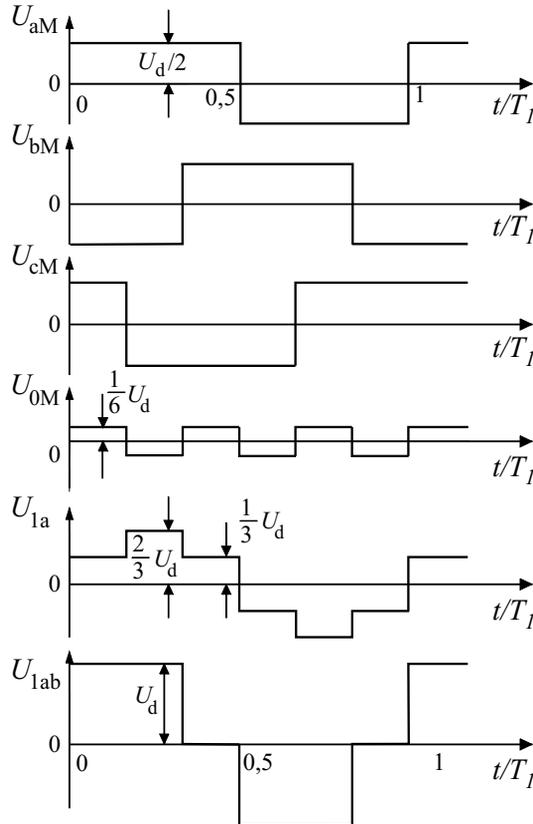


Abb. 14.8: Zeitlicher Verlauf von WR-Ausgangsspannungen $U_{\nu M}$ ($\nu = a, b, c$), Nullsystemspannung U_{0M} , Motorstrangspannung U_{1a} sowie verketteter Spannung U_{1ab}

Die Spannung zwischen dem Sternpunkt 0 der symmetrischen Last und dem Mittelpunkt M ist gleich dem Nullsystem der drei WR-Ausgangsspannungen (Abb. 14.8, 4. Zeile).

$$U_{0M} = U''' = \frac{1}{3} \cdot (U_{aM} + U_{bM} + U_{cM}) \quad (14.12)$$

Die Motorstrang- oder Motorsternpunktspannungen (U_{1a} in der 5. Zeile) sind dann

$$U_{1v} = U_{vM} - U_{0M} \quad (14.13)$$

und somit nullsystemfrei. Damit sich diese Spannung ausbilden kann, darf der Zwischenkreismittelpunkt M auf keinen Fall mit dem Motorsternpunkt 0 verbunden werden!

In der 6. Zeile ist die verkettete (Leiter-) Spannung

$$U_{1ab} = U_{aM} - U_{bM} = U_{1a} - U_{1b} \tag{14.14}$$

dargestellt.

Die Grundschnwingungen der WR-Strang-Ausgangs- wie der Motorstrangspannung sind identisch; ihr Effektivwert ist

$$U_{aM(1)eff} = U_{1a(1)eff} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{4 U_d}{\pi \cdot 2} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} U_d = 0,45 \cdot U_d \tag{14.15}$$

(später $U_{1a(1)}$ in Abb. 14.14) und der Effektivwert der (verketteten) Leiterspannungen entsprechend

$$U_{1ab(1)eff} = \frac{\sqrt{6}}{\pi} U_d = 0,78 \cdot U_d = \sqrt{3} \cdot U_{1a(1)eff} \tag{14.16}$$

Sowohl die Grundschnwingungs-Effektivwerte der Phasenspannungen als auch der verketteten Spannungen sind nur vom Wert der Zwischenkreisspannung U_d abhängig. In diesem Betrieb des Wechselrichters kann bei konstanter Zwischenkreisspannung nur die Frequenz, aber nicht die Ausgangsspannungsamplitude verstellt werden, womit diese als Stellgröße entfällt. Dieser Betrieb ist damit nur für bestimmte Anwendungsfälle wie etwa den Feldschwächbereich von Drehfeldmaschinen überhaupt möglich.

Die Fourieranalyse zeigt, dass die Amplituden der Grundschnwingungen wie der nur auftretenden Oberschnwingungen mit den Ordnungszahlen $n = 6 \cdot g \pm 1$, mit Laufindex $g = 1, 2, 3, \dots$, der WR-Ausgangsspannungen (gegen M) und der Motorstrangspannungen (gegen 0) gleich sind; die für ungeradzahlige g sind gegenphasig (dies erklärt die unterschiedlichen Zeitverläufe), die für geradzahlige g gleichphasig. In den Motorstrangspannungen sind keine Oberschnwingungen mit den Ordnungszahlen $n = 3 \cdot g$ enthalten, die bei der 120°-Symmetrie Nullsysteme bilden (Die mit- und gegenlaufenden Oberschnwingungsströme führen – zusätzlich zur Grundschnwingung – zu ca. 10% erhöhten Verlusten). Um die Strangströme zu berechnen, wird die als symmetrische Last angenommene Drehfeldmaschine im einphasigen Ersatzschaltbild durch eine der Motorstrangspannungs-Grundschnwingung entsprechende Spannungsquelle sowie die für die Oberschnwingungen wirksame Kurzschlussinduktivität

$$L_{K-OS} = k_{l\sigma} \cdot \sigma \cdot L_1 = k_{l\sigma} \cdot \left(L_1 - \frac{M^2}{L_2} \right) \tag{14.17}$$

beschrieben, wobei der Faktor $k_{l\sigma}$ pauschal den die Rotorstreuinduktivität vermindern den Einfluss der Stromverdrängung erfassen soll. Die Wicklungswiderstände können vernachlässigt werden, da ihr Wert bei den hohen Oberschnwingungsfrequenzen – auch bei Berücksichtigung der Stromverdrängung – völlig gegenüber dem Wert der Streuinduktivität zurücktritt.

Die relative Kurzschlussspannung (bei Bezugsfrequenz F_{1N})

$$u_\sigma = \frac{2\pi \cdot F_1 \cdot \sigma \cdot L_1 \cdot I_{1a(1)N}}{U_{1a(1)N}} \tag{14.18}$$

wird zu einem üblichen Wert von $u_\sigma = 10\%$ angenommen, $k_{l\sigma}$ wird gleich 1 gesetzt.

Abbildung 14.9 zeigt von oben nach unten die Motorstrangspannung U_{1a} und (dünn gestrichelt) ihre Grundschiwingung $U_{1a(1)}$, darunter die Oberschwingungsspannung U_{1a-o} (dünn strichpunktiert) und den Oberschwingungsstrom

$$I_{1a-o} = \frac{1}{L_{K-Os}} \cdot \int U_{1a-o} dt + K \tag{14.19}$$

K wird so bestimmt, dass I_{1a-o} bei $t = T_1/4 = 1/(4F_1)$ gleich Null und damit mittelwertsfrei ist. In der 3. Zeile sieht man — dünn gestrichelt — die Grundschiwingung $I_{1a(1)}$ und den gesamten Strangstrom I_{1a} dargestellt.

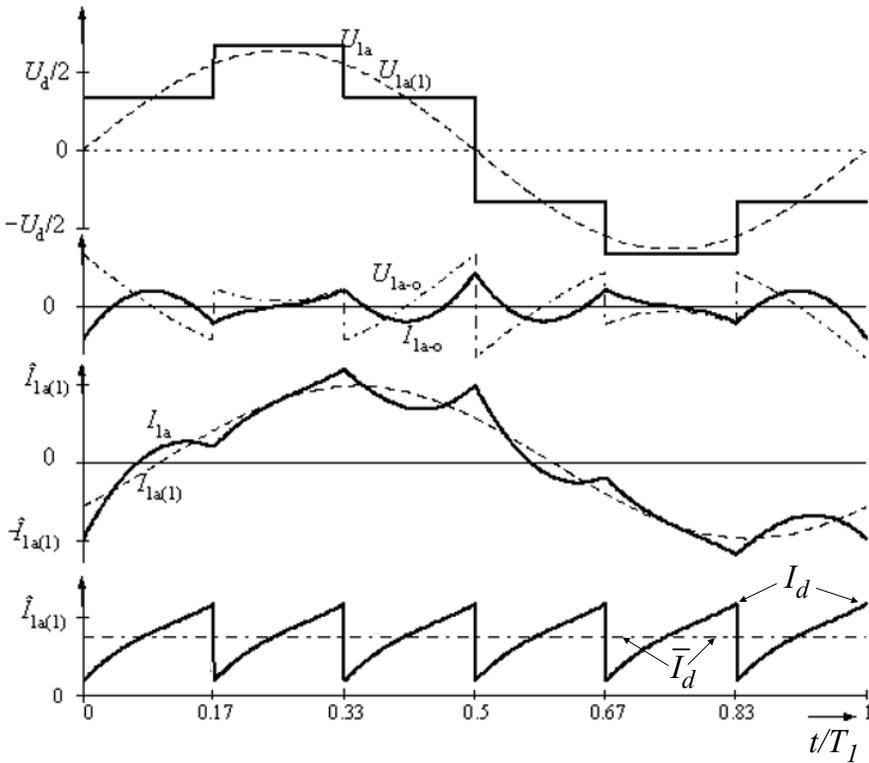


Abb. 14.9: WR-Spannungen und -ströme bei Grundfrequenztaktung; $u_\sigma=10\%$, $\varphi_1=37,6^\circ$

Der Zwischenkreisstrom I_d bestimmt sich nach der Vorschrift

$$I_d = S_a \cdot I_{1a} + S_b \cdot I_{1b} + S_c \cdot I_{1c} \tag{14.20}$$

wobei S_v die so genannte Schaltfunktion (nach Abb. 14.2) darstellt:

$$S_v = 1 \text{ wenn } U_{vM} = +U_d/2 \tag{14.21}$$

$$S_v = 0 \text{ wenn } U_{vM} = -U_d/2 \tag{14.22}$$

Der Zwischenkreisstrom I_d und sein Mittelwert \bar{I}_d (strichpunktiert) sind in der untersten Zeile von Abb. 14.9 wiedergegeben. Letzteren erhält man aus der Gleichheit von Ausgangs- und Eingangsleistung des ideal angenommenen, d.h. verlustlosen Wechselrichters. Dabei wird berücksichtigt, dass die Oberschwingungen des Laststroms bei vernachlässigten Wicklungswiderständen orthogonal zu den sie treibenden Oberschwingungsspannungen sind und somit nicht zur Wirkleistung beitragen. Aus

$$U_d \cdot \bar{I}_d \stackrel{!}{=} 3 \cdot U_{aM(1)eff} \cdot I_{1a(1)eff} \cdot \cos \varphi_1 = 3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{\pi} U_d \cdot I_{1a(1)eff} \cdot \cos \varphi_1 \tag{14.23}$$

ergibt sich

$$\bar{I}_d = 3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{\pi} U_d \cdot I_{1a(1)eff} \cdot \cos \varphi_1 \tag{14.24}$$

mit $\varphi_1 = 37,6^\circ$ im Beispiel.

14.3.2 Nichtsynchronisierte („freie“) Pulsweitenmodulation

Eine Verstellung der Motorspannungsamplitude über die Zwischenkreisspannung (z.B. durch einen zwischengeschalteten Gleichstromsteller) ist zwar möglich und wird in Sonderfällen auch realisiert. Im Allgemeinen ist aber die Geschwindigkeit der Verstellung von U_d durch die große Kapazität C des Zwischenkreises so stark beschränkt, dass praktisch nur die Spannungsverstellung durch Pulsen der WR-Zweigpaare selbst in Frage kommt.

Bei der Pulsweitenmodulation (PWM) geht man von einer festen Umschaltfrequenz aus und moduliert die Pulsweite so, dass sich im *Mittel über eine Pulsperiode* der Mittelwert der Ausgangsspannung entsprechend dem gewünschten Mittelwert der Sollwertspannung ändert.

14.3.2.1 Sinus-Dreieck-Modulation

Abbildung 14.10 zeigt eine übliche Ausführungsart einer solchen Pulsweitenmodulation für sinusförmige Ausgangsspannungen, das so genannte nicht-synchronisierte Unterschwingungsverfahren oder auch Sinus-Dreieck-Modulationsverfahren, das bereits in [68–70] vorgestellt wurde.

Zunächst werden aus der zweiachsigen Raumzeigerdarstellung der Sollspannung \vec{U}_1^{S*} die drei Sollphasenspannungen $U_{1a}^*, U_{1b}^*, U_{1c}^*$ errechnet. Diese werden

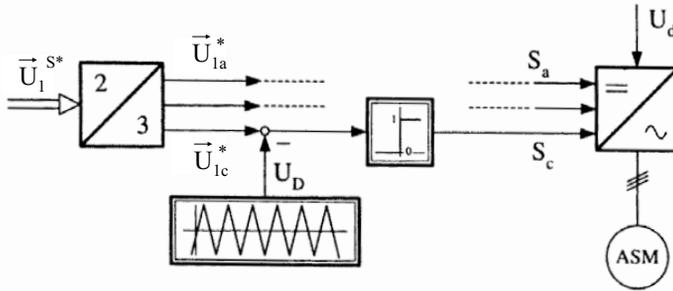


Abb. 14.10: Signalflussplan des Unterschwingungsverfahrens

dann mit der Dreiecksspannung U_D verglichen, deren Frequenz der gewünschten Ventilschaltfrequenz F_T entspricht und die in ihrer Höhe der halben Zwischenkreisspannung entsprechen soll. Sie ist für alle drei Zweigpaare gleich. Die Schnittpunkte der beiden Verläufe legen die Umschaltunkte für die Schalter S_a , S_b und S_c aus Abb. 14.2 und damit den Verlauf der Ausgangsspannung fest.

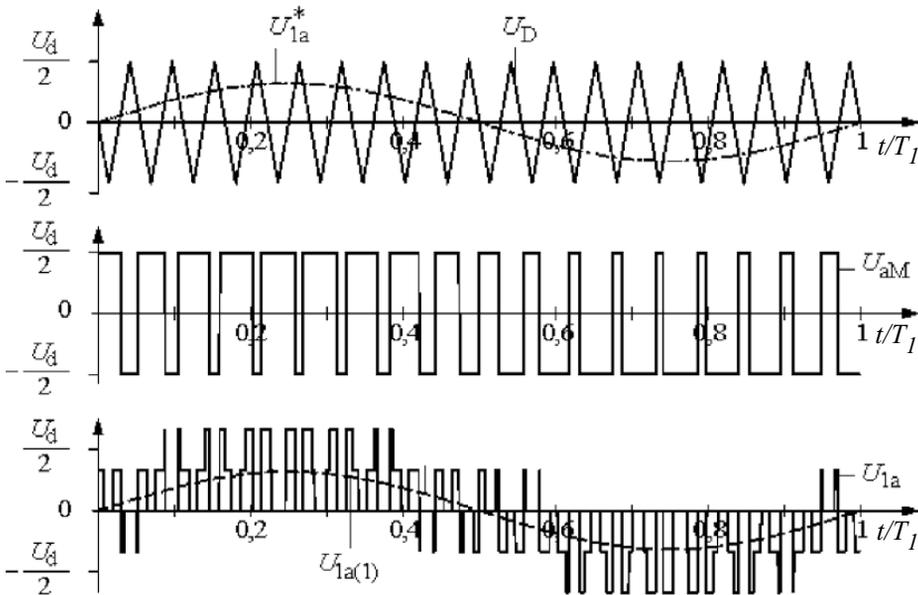


Abb. 14.11: Signalverläufe in Phase a beim nichtsynchronisierten Unterschwingungsverfahren

Abbildung 14.11 zeigt diesen Vorgang für Strang a. Die Schaltfrequenz F_T der Pulsweitenmodulation beträgt hier im Beispiel aus Darstellungsgründen das $n_T = 18$ -fache der Ausgangs-Grundschnwingungsfrequenz F_1 . Das Verhältnis ist

aber grundsätzlich beliebig und wird wesentlich durch die Schaltverluste der Leistungshalbleiter im WR nach oben begrenzt.

Von oben nach unten sind die Sinussollwertspannung U_{1a}^* und die Dreieckspannung U_D mit der Amplitude $U_d/2$, die WR-Ausgangsspannung U_{aM} (mit den Werten $\pm U_d/2$) und die (nullsystemfreie) Motorstrangspannung U_{1a} mit ihrem Grundswingungsverlauf $U_{1a(1)}$ gezeigt. U_{1a} kann die Werte Null, $\pm U_d/3$ und $\pm 2U_d/3$ annehmen.

Die auf $U_d/2$ bezogene Motorspannungs-Grundswingungsamplitude \hat{U}_{1a} ist für große Schaltzahlen n_T gleich dem Quotienten $\hat{U}_{1a(1)}^*/U_D$; die auf den Maximalwert nach Gl. (14.15) bezogene Grundswingungsspannung („Aussteuerung“ a_0) erreicht maximal nur den Wert

$$a_{0max, sinus, i} = \frac{\pi}{4} = 0,785 \quad (14.25)$$

Der WR wird bei Sinus-Dreieck-Modulation spannungsmäßig also relativ schlecht ausgenutzt!

Die Umschaltpunkte liegen im allgemeinen, d.h. bei nicht-ganzzahligem n_T , nicht an den gleichen Stellen innerhalb jeder Periode der Ausgangsspannung. Dies hat zur Folge, dass außer der gewünschten Grundswingung und den Oberschwingungen auch noch Zwischenharmonische sowie Unterschwingungen in den Spannungen (und den Strömen) vorhanden sind, die zu störenden Drehmomentpendelungen führen können. Deshalb soll das Verhältnis der Schaltfrequenz zur Grundfrequenz den Wert von 10 nicht unterschreiten.

14.3.2.2 Symmetrierte Sinus-Dreieck-Modulation mit Zusatzsignalen

Die unbefriedigende Spannungsausnutzung des ursprünglichen Sinus-Dreieck-Verfahrens kann durch die Symmetrierung mittels eines Steuer-Nullsystems U_{1-symm}''' , das den drei Sinus-Sollwertspannungen U_{1a}^* , U_{1b}^* und U_{1c}^* überlagert wird, wesentlich verbessert werden (siehe Kap. 8.4.6 in [68–70]).

In Abb. 14.12 sind oben die (willkürlich gewählten und für die Taktperiode $T = 1/F_T$ konstant angenommenen) Sollwertspannungen $U_{1a}^* = 0,75 \cdot U_d/2$; $U_{1b}^* = -0,25 \cdot U_d/2$; $U_{1c}^* = -0,5 \cdot U_d/2$ als abgetastete Augenblickswerte mit $\sum U_{1v}^* = 0$ und die (gemeinsame) Dreieckspannung U_D (mit $\hat{U}_D = U_d/2$) für eine Taktperiode T gezeigt; aus ihrem Vergleich gehen die darunter gezeigten WR-Schaltfunktionen S_a , S_b und S_c hervor. Bis zum ersten und nach dem zweiten Flankenwechsel von S_c liegen alle Umschalter auf der oberen Position („Nullspannung“ vom Typ 111); die verketteten und die Motorstrangspannungen sind damit gleich null. Ebenso liegen zwischen den beiden Flankenwechseln von S_a alle Umschalter auf der unteren Position, die verketteten und die Motorstrangspannungen sind wieder gleich Null („Nullspannung“ vom Typ 000).

Jedoch ist die Zeitdauer, in der alle Umschalter in der oberen Position sind, nicht gleich der Dauer des anderen Nullintervalls. Dies hat zum einen nachteilige Auswirkungen auf die Stromverzerrung und das Oberschwingungs-Drehmoment einer gespeisten Drehfeldmaschine. Viel wichtiger ist aber, dass eine Sollwertspannung hier U_{1a}^* betragsmäßig sehr viel größer ist als die beiden anderen und

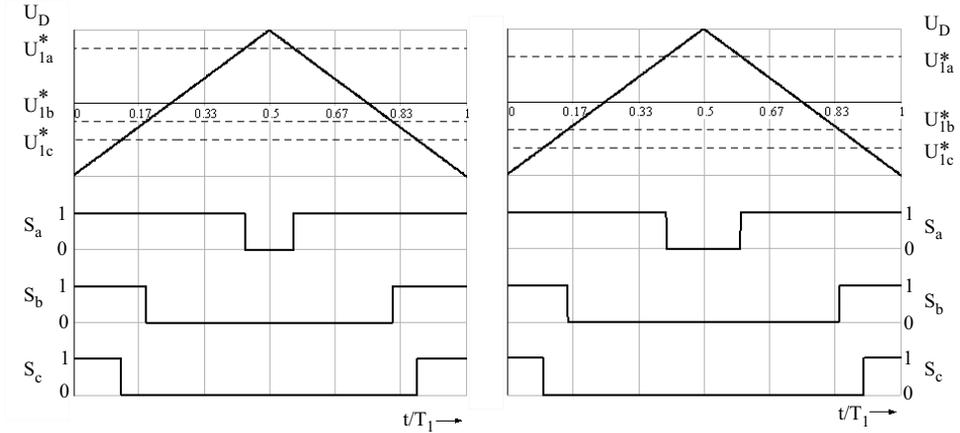


Abb. 14.12: Sollwertspannungs-Dreieckspannung-Vergleich und WR-Schaltfunktionen bei (links) Sinus-Dreiecks-Modulation und (rechts) symmetrierter Sinus-Dreieck-Modulation

damit bei Zunahme der Aussteuerung zuerst an den begrenzenden Wert Eins stößt. Dies ist der Grund für die unbefriedigend kleine maximale Aussteuerung bei Sinusmodulation.

Ziel muß es deshalb sein, die *betragsmäßig größte* ($U_{1|max|}^*$) und die *betragsmäßig zweitgrößte (mittlere)* ($U_{1|mit|}^*$) Sollwertspannung entgegengesetzt gleich zu machen, indem man ein Nullsystem auf alle drei Sollwertspannungen addiert. Dies wirkt sich wegen des freien Sternpunkts der Maschine nicht auf deren Strangspannungen und damit die Ströme aus [259, 374].

Dieses Nullsystem $\Delta = U_{1-symm}'''$ bestimmt sich aus der Forderung

$$U_{1|max|}^* + \Delta \stackrel{!}{=} -(U_{1|mit|}^* + \Delta) \quad (14.26)$$

zu

$$-2\Delta = U_{1|max|}^* + U_{1|mit|}^* \quad (14.27)$$

bzw. mit

$$\sum U_{1v}^* = U_{1|max|}^* + U_{1|mit|}^* + U_{1|min|}^* = 0 \quad (14.28)$$

zu

$$\Delta = U_{1-symm}''' = 0,5 \cdot U_{1|min|}^* \quad (14.29)$$

also gleich der Hälfte des jeweils *betragsmäßig kleinsten* Sollwertspannungswerts, $\Delta = -0,125 \cdot U_d/2$ im Beispiel, siehe Abb. 14.12-rechts.

Damit sind

$$U_{1a}^* = 0,625 \cdot U_d/2 \tag{14.30}$$

$$U_{1b}^* = -0,375 \cdot U_d/2 \tag{14.31}$$

$$U_{1c}^* = -0,625 \cdot U_d/2 = -U_{1a}^* \tag{14.32}$$

Man erkennt, dass die Nullzustandsdauern jetzt gleich sind (Strahlensatz!). War vorher eine Sollwertspannung auf ihrem die Aussteuerung begrenzenden Maximalwert 1, waren die beiden anderen Sollwertspannungen bei Vorgabe eines nullsystemfreien symmetrischen Sollwertsystems beide bei $-0,5$. Die Symmetrierung verschiebt alle Kurven um $-0,125 \cdot U_d/2$. Der kritische, die Maximalaussteuerung begrenzende Punkt ist jetzt der mit $|U_{1a}^*| = |U_{1b}^*| = |U_{1c}^*| = \sqrt{3}/2 \cdot U_d/2$, da ab diesem keine aussteuerungssenkende Verschiebung mehr möglich ist.

Die symmetrierende Verschiebung der Sollwertspannung begrenzt also die maximal zu realisierende Aussteuerung bei einer Grundschwingungs-Amplitudenvorgabe von 1 auf $\sqrt{3}/2 = 0,866$. Dies bedeutet, dass bei gegebener Zwischenkreisspannung eine um $2/\sqrt{3} - 1 = 15,5\%$ höhere Ausgangsspannungs-Grundschwingung eingestellt werden kann; sie erreicht damit jetzt ideell immerhin 90,7% des Wertes bei Vollaussteuerung. Es ist zu beachten, dass diese Definition für alle Augenblickswerte der Sollwertspannungen gilt und nicht nur für sinusförmige Sollwertspannungen, wie die häufig dargestellte Überlagerung von Harmonischen mit den Ordnungszahlen 3g („triplen harmonics“).

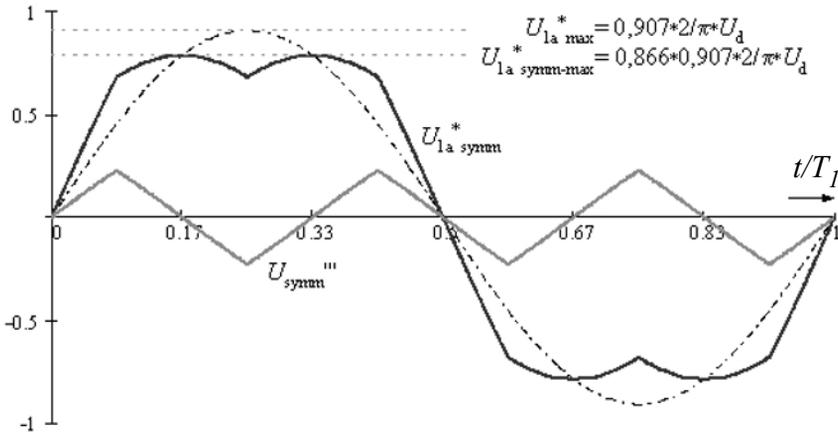


Abb. 14.13: Nicht-symmetrierte (- · -) und symmetrierte (-) Sollwertspannung, symmetrierendes Nullsystem

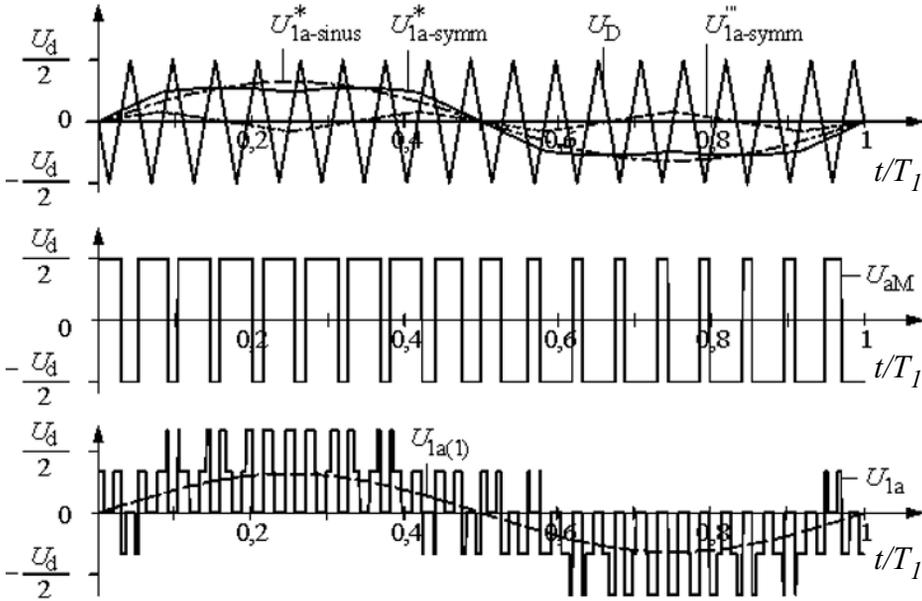


Abb. 14.14: Symmetrierte Sinus-Dreieck-Modulation: Sollwertspannung U_{1a}^* und Dreieckspannung U_D , WR-Ausgangsspannung U_{aM} sowie Strangspannung U_{1a} und deren Grundschiwingung $U_{1a(1)}$; $a_0 = 0,5$, $n_T = 18$, $u_\sigma = 10\%$.

Abbildung 14.13 zeigt noch einmal die ursprüngliche, sinusförmige Sollwertspannung (strichpunktiert), das Nullsystem U_{1-symm}''' und die neue, symmetrierte Sollwertspannung $U_{1a-symm}^*$.

Die Amplitude '1' entspricht in diesem Bild der Grundschiwingungsamplitude einer 180°-Rechteck-Halbschwingung mit der Höhe $2/\pi \cdot U_d$. Man erkennt deutlich, wie das Betragsmaximum der neuen Sollwertspannung $U_{1a-symm}^*$ bei $F_1 \cdot t = k \cdot 1/6$ (mit $k = 1 \dots 4$) erreicht wird.

Abbildung 14.14 stellt schließlich die gleichen Größen wie Abb. 14.11 dar, jetzt jedoch für symmetrierte Sollwertspannungen.

Bei Halbleiterschaltern müssen bestimmte Mindestein-/ausschaltzeiten eingehalten werden, die bei GTO-Wechselrichtern bis zu $200 \mu s$ betragen, bei IGBT-WR zwischen $1 \mu s$ (bei 600-V-Elementen) bis über $10 \mu s$ (bei 6500-V-Elementen) liegen können. Bei der hier vorliegenden bipolaren Taktung geht damit der erreichbare Scheitelwert der Ausgangsspannung auf

$$k_{umin} = 1 - 2 \cdot F_T \cdot T_{min} \tag{14.33}$$

zurück.

Als Beispiel:

$$\begin{aligned}
 F_T = 2 \text{ kHz} \quad T_{min} = 10 \mu\text{s}: \quad k_{amin} = 0,96 \text{ (IGBT-WR) bzw.} \\
 F_T = 300 \text{ Hz} \quad T_{min} = 200 \mu\text{s}: \quad k_{amin} = 0,88 \text{ (GTO-WR)}
 \end{aligned}$$

Mit diesen Faktoren sind die oben angegebenen ideellen maximalen Grundschwingungs-Aussteuerungswerte noch einmal zu multiplizieren.

14.3.2.3 Ströme des Wechselrichters bei symmetrierter Sinus-Dreieck-Modulation

Abbildung 14.15 zeigt — unter den gleichen Bedingungen wie in Abb. 14.14 — die Zeitverläufe der WR-Ausgangsspannung U_{aM} , des WR-Ausgangsstroms I_{1a} und seiner Grundschwingung $I_{1a(1)}$ (gestrichelt), darunter den Strom I_{T1} im oberen IGBT 1 von Strang a und wiederum darunter den in der zugehörigen antiparallelen Diode 1; ganz unten ist der Zwischenkreisstrom I_d dargestellt.

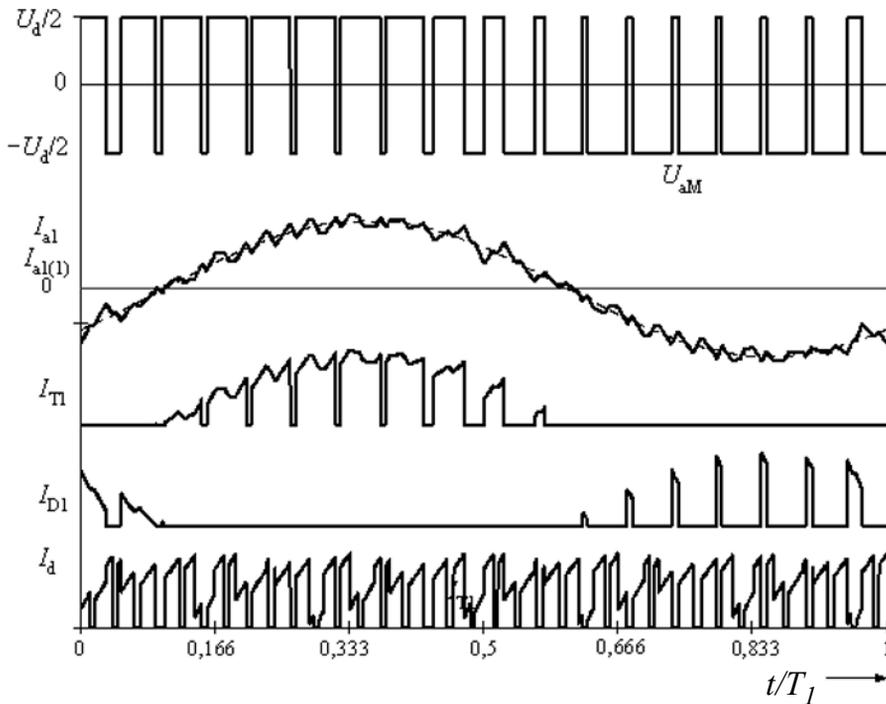


Abb. 14.15: WR-Ausgangsstrom I_{1a} und seine Grundschwingung $I_{1a(1)}$ (gestrichelt), Ströme in IGBT 1 und Diode 1, Zwischenkreisstrom I_d ; $a_0 = 0,5$, $n_T = 18$, $u_\sigma = 10\%$.

Der Strom I_{T1} fließt, wenn $U_{aM} = U_d/2$ und $I_{1a} \geq 0$ sind; Strom I_{D1} in Diode 1 entsprechend, wenn $U_{aM} = -U_d/2$ und $I_{1a} < 0$ gelten. Der Zwischen-

kreisstrom I_d ergibt sich aus der Summe der Ströme der oberen Ventile der Umschalter a, b und c, wie in Gl. (14.20) beschrieben.

Die Schaltfrequenz F_T pro Ventil ist gleich der Frequenz der Dreieckspannung und damit n_T -mal so groß wie die Grundfrequenz. Dann sind die Frequenzen der dominierenden Oberschwingungen der Motorstrangspannung und des Strangstroms das $(2n_T \pm 1)$ -fache und die des Zwischenkreisstroms das $2n_T$ -fache sowie das $n_T \pm 3 \cdot (2g - 1)$ -fache der Grundfrequenz ($g = 1, 2, 3, \dots$), Anteile mit $3g$ -facher Frequenz treten nicht auf. Dies gilt näherungsweise auch bei nicht-ganzzahligen n_T für die Zentralfrequenzen der spektralen Pakete. Dieser Oberschwingungsanteil wird — wie der Grundschiebungsbildanteil — vom Zwischenkreiskondensator C geliefert.

14.3.2.4 Digitale Realisierung der Pulsweitenmodulation

Bisher wurden die Pulsweitenmodulation in analoger Realisierung des Vergleichs mit sinusförmigen, stetig verlaufenden Sollwert- und Dreieckhilfsspannungen betrachtet; diese Art der Modulation nennt man auch „*natural sampling*“. Moderne leistungselektronische Schaltungen sind heute nahezu ausnahmslos mit digitalen Regelungen und Steuerungen ausgerüstet. Während die Wertediskretisierung nur bei den Analog-Digital-Umsetzern der Meßkreise eine relevante Rolle spielt, hat die Zeitdiskretisierung nicht unerhebliche Folgen auch für die Pulsweitenmodulation.

In digitalen Regelungen werden im Allgemeinen zum Anfang des Abtastintervalls $k \cdot T_A$ die Messwerte von Strömen und Spannungen (und ggfs. sonstigen für den Prozeß wichtigen Größen) abgetastet und in Abtast-Halte-Schaltungen für das Intervall gespeichert. Die gespeicherten Werte werden dann in einem Analog-Digital-Umsetzer in digitale Werte umgesetzt, aus denen mit den — heute meist auch digital vorliegenden — Sollwertgrößen die nötigen Schaltzeitpunkte für die Ventile berechnet werden. Sie werden zu Beginn des nächsten Abtastintervalls $(k+1) \cdot T_A$ an die Stellglieder ausgegeben und damit wirksam.

Soll- und Istwertgrößen liegen immer nur als Mittelwerte für das Abtastintervall vor, entsprechend sind die PWM-Sollwertspannungen für das Abtastintervall konstant; dieses entspricht im Allgemeinen einer halben Schaltperiode. Bei sehr hohen Schaltfrequenzen kann die Rechner-Abtastperiode ein geradzahliges Vielfaches der halben Schaltperiode betragen; bei den niedrigen Schaltfrequenzen von Hochleistungswechselrichtern kann die Abtastperiode der Regelung ein Bruchteil der Schaltperiode betragen, jedoch werden die PWM-Sollwertspannungen weiterhin für die halbe Schaltperiode konstant gehalten.

Das Prinzip des Sollwertspannungs-Dreieckspannungs-Vergleichs wird häufig beibehalten und mit Zählern realisiert. Abb. 14.16 zeigt das auch „*regular sampling*“ genannte digitale symmetrierte Sinus-PWM-Verfahren, für den gleichen Arbeitspunkt wie Abb. 14.11 und Abb. 14.15. Man beachte, dass die beschriebene Nullsystemüberlagerung zur Symmetrierung ein Augenblickswertverfahren ist, das in den Berechnungszyklus leicht eingefügt werden kann. Daneben ist die in den 80er Jahren entwickelte so genannte „Raumzeigermodula-

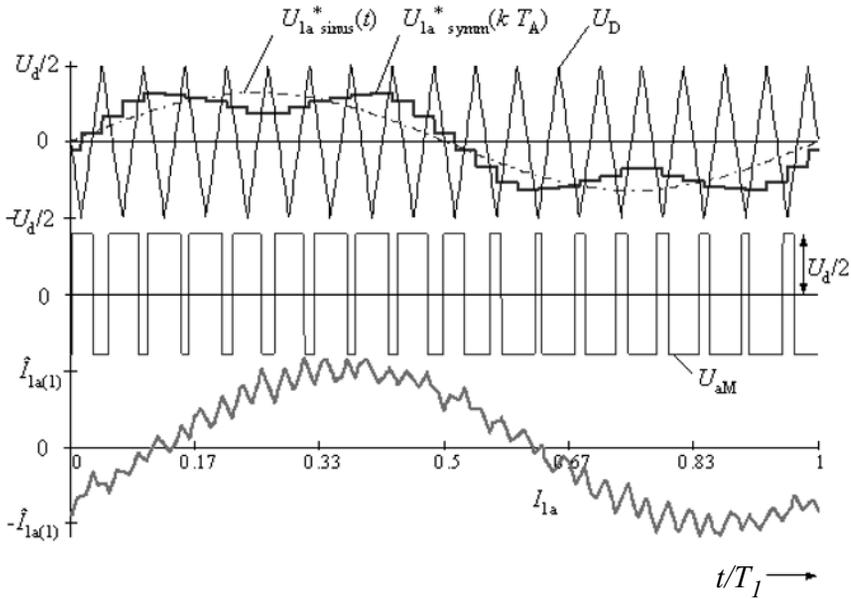


Abb. 14.16: Regular-Sampling-PWM: Sollwertspannung $U_{1a\text{-symm}}^*(kT_A)$ und Dreieckspannung U_D sowie äquivalente Sinus-Sollwertspannung $U_{1a\text{-sinus}}^*(t)$; WR-Ausgangsspannung U_{aM} und Strangstrom I_{1a} ; $a_0 = 0,5$, $n_T = 18$, $u_\sigma = 10\%$.

tion“ (vgl. Kap. 14.4) üblich; sie liefert mit gleich langen Nullspannungszeiten am Anfang und am Ende der Schaltperiode dieselben Spannungs- und Stromverläufe.

14.3.3 Diskontinuierliche Taktungen

Digitale Steuerungen (mit Mikro- oder Signalprozessoren) erlauben die Realisierung viel komplizierterer Steueralgorithmen als die analoge Technik der Addierer, Multiplizierer und Komparatoren; es können jetzt ganz gezielt spezielle Optimierungen erreicht werden. Es sollen hier zwei spezielle Verfahren kurz geschildert werden.

14.3.3.1 Flat-Top-Modulation

Durch ein besonderes Nullsystem wird erreicht, dass die steuerbaren Leistungshalbleiter in einem Strang über zwei um 180° versetzte Intervalle, die „Flat-Tops“, von je 60° el. Dauer (im stationären Betrieb) nicht schalten, sondern nur jeweils die Ventile in den anderen beiden Strängen [374]. Damit können bei gleicher

Frequenz F_D der Dreiecksspannung die mittlere Schaltfrequenz jedes steuerbaren Ventils und damit die Ventilschaltverluste auf $2/3$ gesenkt werden.

Alternativ können bei eineinhalbfacher Frequenz der Dreiecksspannung und damit gleicher mittlerer Schaltfrequenz der Ventile die Stromüberschwingungen in bestimmten Aussteuerbereichen gesenkt werden.

Die Definitionsgleichung für das Nullsystem bei der Flat-Top-Modulation lautet

$$U_{1-symm}''' = \text{sign}\{U_{1\nu sinus}^*\} - U_{1\nu sinus}^* \tag{14.34}$$

wobei ν immer den Strang mit dem größten Betrag der — nullsystemfreien — Sollwertspannungen $U_{1\nu sinus}^*$ bedeutet.

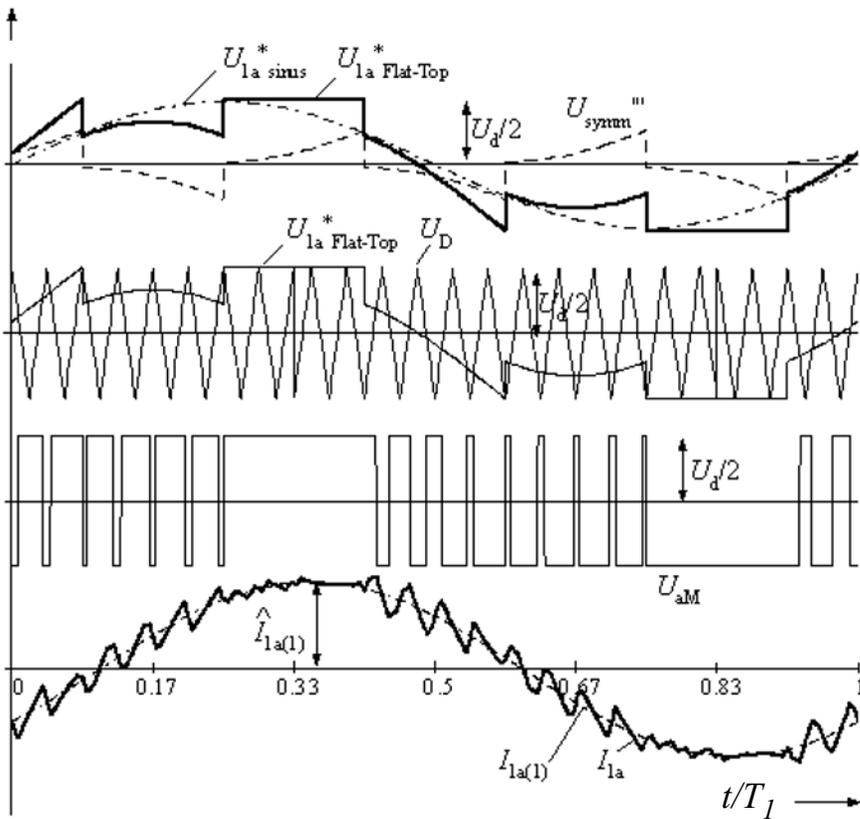


Abb. 14.17: Flat-Top-Modulation: Sollwertspannung $U_{1a-sinus}^*$, Nullsystemspannung U_{1-symm}''' und Flat-Top-Sollwertspannung $U_{1a Flat-Top}^*$, Dreiecksspannung U_D , WR-Ausgangsspannung U_{aM} sowie Strangstrom I_{1a} und dessen Grundschwingung $I_{1a(1)}$; $a_0 = 0,75$, $F_D = 27 \cdot F_1$, $\bar{F}_T = 18 \cdot F_1$, $u_\sigma = 10\%$.

Zur Vereinfachung wird wieder die zeitkontinuierliche Darstellungsform mit sinusförmigen Sollwertspannungen gewählt. Abb. 14.17 zeigt in der obersten Zeile die Sollwertspannung $U_{1a}^* \text{ sinus}$ (strichpunktiert), das Nullsystem U_{1-symm}'''' und die modifizierte Sollwertspannung $U_{1a}^* \text{ Flat-Top}$, darunter dieselbe und die Dreieckspannung U_D , dann die WR-Ausgangsspannung U_{aM} und (ganz unten) den WR-Strangstrom I_{1a} und dessen Grundschiwingung $I_{a(1)}$. Der „Flat-Top“ kann um $\pm 30^\circ$ gegenüber dem Betragsmaximum der Sinussollwertspannung verschoben werden (in Abb. 14.17 zu -30° gewählt); damit kommt der Bereich, in dem nicht geschaltet wird, bei üblichen Maschinenlasten mit $\varphi_1 \approx 30^\circ$ ind. gerade in den Bereich der größten Stromaugenblickswerte zu liegen, womit die (mittleren) Schaltverluste noch einmal verringert werden. (Zur Minimierung der Schalthäufigkeit wird in der Mitte des Flat-Tops die Phasenlage der Dreieckspannung gewechselt).

Die maximal erreichbare ideelle Spannungs-Grundschiwingungsamplitude / Aussteuerung entspricht der bei symmetrierter Sinus-Dreieck-Modulation.

Abbildung 14.18 stellt den auf $U_d / (\bar{F}_T \cdot L_{K-OS})$ bezogenen Oberschwingungsstrom-Spitzenwert \hat{I}_0 (links) bzw. den bezogenen Oberschwingungsstrom-Effektivwert I_o (rechts) in Abhängigkeit von der Grundschiwingungsaussteuerung $a_0 = U_{1a(1)} / (\sqrt{2}U_d / \pi)$ für die drei PWM-Steuerverfahren

- Sinusmodulation
- Symmetrierte Sinusmodulation
- Flat-Top-Modulation

jeweils für gleiche (mittlere) Ventilschaltfrequenz dar.

Man erkennt, dass

- die Sinus-Dreieck-Modulation nur bis $a_0 = 0,785$ (bei vernachlässigten Mindestschaltzeiten) einsetzbar ist,
- die symmetrierte Sinus-Dreieck-Modulation im gesamten Aussteuerbereich (bis $a_0 = 0,907$ bei vernachlässigten Mindestschaltzeiten) günstiger als die Sinus-Dreieck-Modulation ist und
- die Flat-Top-Modulation im Bereich hoher Aussteuerungen ($a_0 > 0,7$) die niedrigsten Oberschwingungswerte liefert; sie ist damit besonders für selbstgeführte Netzstromrichter mit konstant relativ hoher Aussteuerung geeignet.

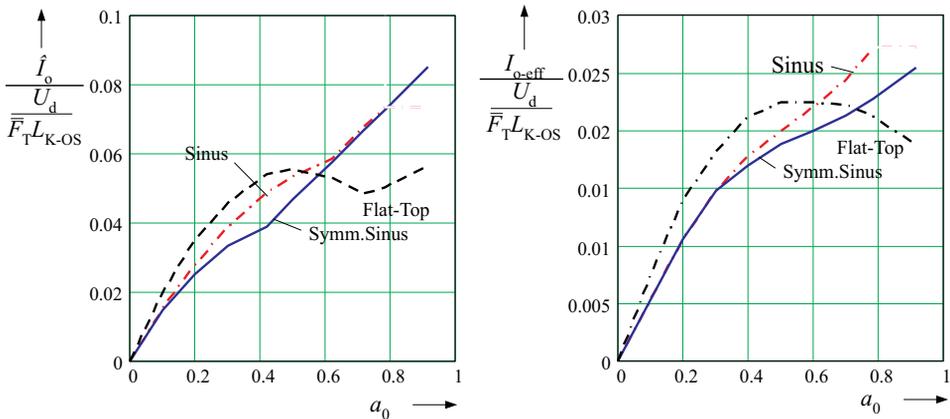


Abb. 14.18: Auf $U_d/(\bar{F}_T L_{K-OS})$ bezogene Oberschwingungsstrom-Spitzenwerte \hat{I}_o (links) bzw. bezogene Oberschwingungsstrom-Effektivwerte I_o (rechts) für Sinus-Dreieck-Modulation (gestrichelt), symmetrierte Sinus-Dreieck-Modulation (durchgezogen) und Flat-Top-Modulation (strichpunktiert), für gleiche (mittlere) Ventilschaltfrequenz, in Abhängigkeit von der Grundswingungsaussteuerung a_0 ; $T_{min} = 0$ gesetzt.

Das Verfahren ist für augenblickswertorientierte Regelungen geeignet, da das Nullsystem und auch die Sektorwechsel immer aus den *Augenblickswerten* berechnet werden.

14.3.3.2 Übermodulation

Wie erläutert, ist der maximal erreichbare Grundswingungseffektivwert der WR-Ausgangs- bzw. Strangspannung bei der meist bei Antrieben eingesetzten symmetrierten Sinus-Dreieck-Modulation (ebenso bei der Flat-Top-Modulation):

$$U_{1a(1)} = (1 - 2 \cdot \bar{F}_T \cdot T_{min}) \cdot 0,907 \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot U_d \tag{14.35}$$

Das ist unter Umständen weniger als 88% des bei Grundfrequenztaktung erreichbaren Werts. Muß aus betrieblichen Gründen bei steigender Drehzahl/Statorfrequenz in die Grundfrequenztaktung gewechselt werden, ist der Spannungssprung sehr hoch, der zu unerwünschten Transienten mit z.T. kurzschlußähnlichem Charakter führen kann. Es können dann die im nächsten Abschnitt beschriebenen synchronen Taktverfahren eingeschoben werden, wie bei Traktionsumrichtern gebräuchlich.

Im begrenzten Rahmen ist aber auch ein Betrieb mit „Übermodulation“ möglich. Sind die Augenblickswerte der (sinusförmig gedachten) Sollwertspannung größer als der Spitzenwert von U_D , kommt es dort nicht mehr zum Schnitt, einzelne Zwischenpulse fallen heraus (*pulse dropping*), wodurch die Spannungsgrundswingung steigt. Außerdem wird die Sollwertspannung „trapezförmiger“,

womit die Spannungsgrundschwingung zusätzlich vergrößert wird. Man nimmt allerdings in Kauf, dass Spannungs- (und Strom-) Harmonische mit den Ordnungszahlen $n = g \cdot 6 \pm 1$ auftreten.

Überläßt man dies dem „Zufall“ des augenblicklichen Sollwertspannungsverlaufs, verschlechtert sich das Regelungsverhalten drastisch. Dies kann man vermeiden, wenn man durch Modifikation der Sollwertspannungen den Zustand herbeiführt, daß die zwei Stränge mit den jeweils größten Beträgen der Sollwertspannung auf den dem Vorzeichen entsprechenden Maximalwerten $+U_d/2$ bzw. $-U_d/2$ festgehalten werden und nur mehr der dritte Strang durch Taktung die Spannung steuert (Zweisträngig-begrenzte Übermodulation, [513]).

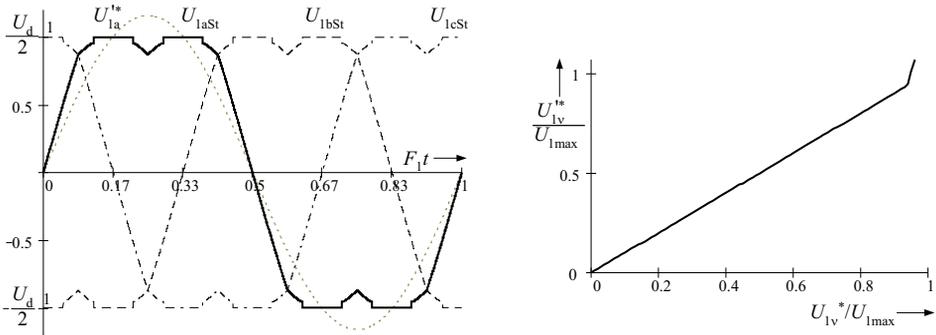


Abb. 14.19: Die drei Sollwertspannungen U_{1aSt} , U_{1bSt} und U_{1cSt} für zweisträngig-begrenzte Übermodulation bei $a_0 = 0,92$ (links) und Steuerkurve $U'_{1v*} = f(U'_{1v*})$ (rechts, jeweils bezogen auf $U'_{1max} = \sqrt{2}/\pi \cdot U_d$).

Abbildung 14.19 (links) zeigt die drei so modifizierten Sollwertspannungen U_{1aSt} , U_{1bSt} und U_{1cSt} und die zugehörige Sinus-Sollwertspannung U'_{1a*} von Strang a für $a_0 = 0,92$. Da der Zusammenhang zwischen der Amplitude der Sollwertspannung U'_{1a} und der Grundschwingung der WR-Ausgangsspannung U'_{1a} bei hoher Aussteuerung stark nichtlinear wird, muß dies durch eine Korrekturkurve vorgesteuert werden (Abb. 14.19 rechts):

Abbildung 14.20 zeigt (wieder in quasi-analoger Darstellung) in der obersten Zeile die modifizierte Sinus-Sollwertspannung U'_{1a*} (strichpunktiert), die modifizierte Sollwertspannung U_{1aSt} und die Dreiecksspannung U_D , die WR-Ausgangsspannung U_{aM} und (ganz unten) den WR-Strangstrom I_{1a} und dessen Grundschwingung $I_{1a(1)}$.

Mit diesem Steuerverfahren läßt sich die „Lücke“ im Steuerbereich nach Gl. (14.35) bei $k_{umin} \geq 0,95$ bis ca. $a_0 = 0,95$ gut überbrücken, bei gutem Führungsverhalten und tolerablen Oberschwingungen (deutlich geringer als bei Grundfrequenztaktung!). Ein positiver Nebeneffekt ist, dass die Ventilschaltverluste sinken, weil durch die zunehmende Übermodulation die mittlere Schaltfrequenz (hier auf nur noch $10 \cdot F_1$) reduziert wird.

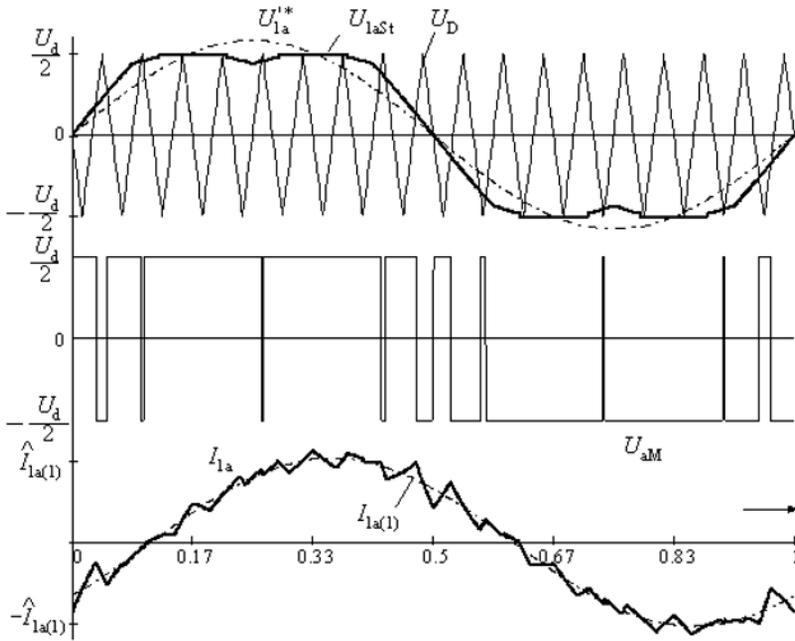


Abb. 14.20: Spannungs- und Stromverläufe bei zweisträngig-begrenzter Übermodulation der symmetrierten Sinus-Dreieck-Modulation [513]; $a_0 = 0,92$, $F_D = 18 \cdot F_1$, $u_\sigma = 10\%$; $\bar{F}_T = 10 \cdot F_1$.

14.3.4 Synchrone Taktungen

Die symmetrierte Sinus-Modulation (bzw. die Raumzeigermodulation) hat sich inzwischen bei nahezu allen Pulsumrichtern durchgesetzt, weil die mit IGBTs zur Verfügung stehenden Schaltfrequenzen hoch genug gegenüber der maximalen Grundfrequenz sind. Dies gilt allerdings — wie erwähnt — nur beschränkt bei Hochleistungs- und Hochspannungsumrichtern ($P_N \geq 2 \text{ MW}$ und/oder $U_{dN} \geq 3 \text{ kV}$). Sinkt das Verhältnis n_T von Schaltfrequenz F_T zu Grundfrequenz F_1 unter den Wert Zehn — weil es die Schaltverluste nicht mehr zulassen — können unerwünschte subharmonische Pendelungen mit sehr niedrigen Frequenzen und hohen Amplituden in Drehmoment und Zwischenkreisleistung auftreten.

In diesem Fall ist es vorteilhaft und üblich, die Schaltfrequenz mit der Grundfrequenz zu *synchronisieren*. Hierzu sind beim Dreieck-Schnitt-Verfahren grundsätzlich ungerade und durch drei teilbare Frequenzverhältniszahlen (wegen Halbperioden-Symmetrie und Dreiphasen-Symmetrie) notwendig. Meist wird

auch eine $f(\Omega t) = -f(-\Omega t)$ -Symmetrie (Viertelperioden-Symmetrie) zugrunde gelegt.

14.3.4.1 Dreifachtaktung

Das einfachste synchrone Taktverfahren ist die so genannte *Dreifachtaktung*; wie bei allen synchronen Taktungen sind zwei Ausführungsformen möglich:

1. Mittenpulstaktung

Die Spannungsflanke bei $\Omega_1 t = 0$ (und 2π) hat eine positive, die bei $\Omega_1 t + \pi$ eine negative Steigung. Abb. 14.21 zeigt den Verlauf der WR-Ausgangsspannung U_{aM} oben für eine ganze Periode, darunter (links) noch einmal nur die erste Viertelperiode. Der Winkel des 1. Wechsels (bei $\Omega_1 t = 0$) wird α_1 gezählt, bei α_2 ($\geq 60^\circ$) wechselt die WR-Ausgangsspannung nach $-U_d/2$ und bei $180^\circ - \alpha_2$ wieder nach $+U_d/2$ zurück, usw.

Da der Spannungspuls entgegengesetzter Polarität in der Mitte des 180° -Grundblocks eingefügt wird, spricht man von *Mittenpulstaktung*. Die Amplitude der Grundschwingung findet man zu

$$\hat{U}_{aM(1)} = \hat{U}_{1a(1)} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{U_d}{2} \cdot (\cos \alpha_1 - 2 \cdot \cos \alpha_2) = \frac{2}{\pi} \cdot U_d \cdot (1 - 2 \cdot \cos \alpha_2) \quad (14.36)$$

die Grundschwingungsaussteuerung a_0 zu

$$a_0 = \frac{\hat{U}_{aM(1)}}{\frac{4}{\pi} \frac{U_d}{2}} = 1 - 2 \cdot \cos \alpha_2 \quad (14.37)$$

Abb. 14.21 stellt rechts den Schaltwinkel α_2 in Abhängigkeit von a_0 dar.

Ist die Mindesteinschaltzeit des (negativen) Spannungspulses T_{min} , kann α_2 nicht über den Wert $90^\circ - (T_{min} \cdot 180^\circ / T_1)$ gesteigert werden, die Grundschwingungsaussteuerung ist damit nicht über

$$a_{0max} = 1 - 2 \cdot \sin \left(\frac{T_{min}}{T_1} 180^\circ \right) \approx 1 - 2\pi \frac{T_{min}}{T_1} \quad \text{zu erhöhen.} \quad (14.38)$$

Die Dreifach-Mittenpulstaktung läßt sich in Analogtechnik leicht durch Vergleich von drei (um 120° verschobenen) rechteckförmigen Sollwertspannungen der Höhe h mit $0 \leq h \leq \hat{U}_D$ mit einer Dreiecksspannung U_D mit dreifacher Frequenz und entgegengesetzter Nullphasenlage realisieren [526]; der Zusammenhang zwischen der Grundschwingungsaussteuerung a_0 und h ist nur leicht nichtlinear.

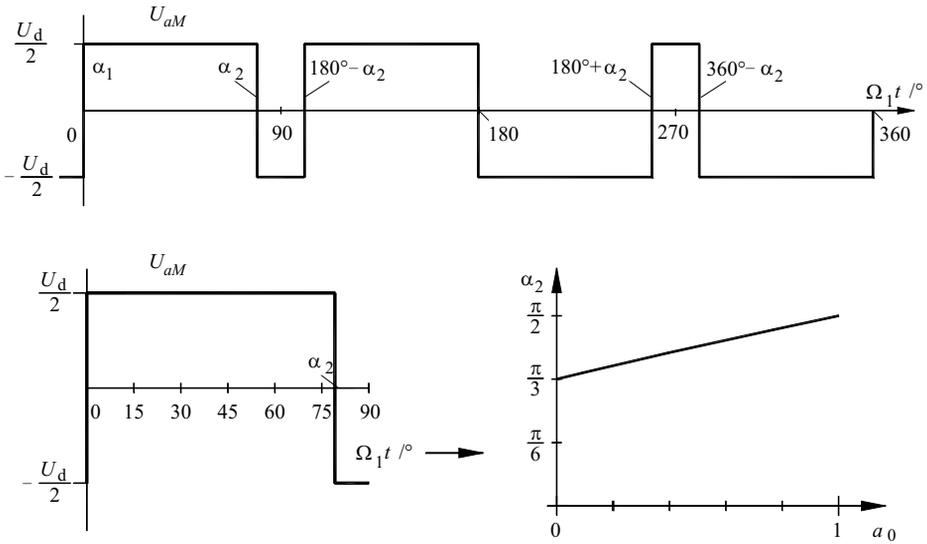


Abb. 14.21: Dreifach-Mittelpulstaktung: Zeitverlauf U_{aM} für $a_0 = 0,7$; ($\alpha_2 = 81,37^\circ$) und Schaltwinkel $\alpha_2 = f(a_0)$.

2. Flankenpulstaktung

Die Spannungsflanke bei $\Omega_1 t = 0$ (und 2π) hat jetzt eine negative, dem Grundblock entgegengesetzte, die bei $\Omega_1 t + \pi$ eine positive Steigung. Abb. 14.22 zeigt (links) den Verlauf der WR-Ausgangsspannung (gegen M) für die erste Viertelperiode. Der Winkel des 1. Wechsels ist bei $\alpha_1 = 0$, α_2 ist $< 60^\circ$. Da der entgegengesetzte Spannungspuls an der Flanke des 180° -Grundblocks eingefügt wird, spricht man von *Flankenpulstaktung*.

Die Amplitude der Grundschwingung findet man zu

$$\hat{U}_{aM(1)} = \hat{U}_{1a(1)} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{U_d}{2} \cdot (-\cos 0 + 2 \cdot \cos \alpha_2) = \frac{2}{\pi} U_d \cdot (2 \cdot \cos \alpha_2 - 1) \tag{14.39}$$

die Grundschwingungsaussteuerung a_0 zu

$$a_0 = \frac{\hat{U}_{aM(1)}}{\frac{4}{\pi} \frac{U_d}{2}} = 2 \cdot \cos \alpha_2 - 1 \tag{14.40}$$

Abb. 14.22 stellt rechts den Schaltwinkel α_2 in Abhängigkeit von a_0 dar.

Mit der Mindesteinschaltzeit des (negativen) Spannungspulses T_{min} kann α_2 nicht unter $T_{min} \cdot 2\pi/T_1$ verkleinert werden, die Grundschwingungsaussteuerung a_0 übersteigt den Wert

$$a_{0max} = 2 \cdot \cos \left(\frac{T_{min}}{T_1} 180^\circ \right) - 1 \tag{14.41}$$

nicht. Bei gleichem T_{min} kann bei Flankenmodulation eine wesentlich größere Grundschwingungsaussteuerung erreicht werden, so etwa bei $T_{min}/T_1 = 0,01$:

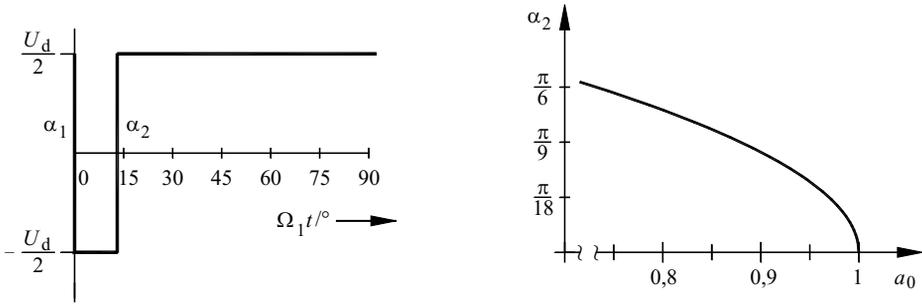


Abb. 14.22: Dreifach-Flankenpulstaktung: Zeitverlauf U_{aM} für $a_0 = 0,95$; ($\alpha_2 = 12,8^\circ$) und Schaltwinkel $\alpha_2 = f(a_0)$.

$$a_{0max} = 0,937 \text{ bei Mittenpulstaktung}$$

$$a_{0max} = 0,996 \text{ bei Flankenpulstaktung}$$

Ein in der Mitte des Grundblocks eingefügter entgegengesetzter Puls hat damit einen sehr viel größeren Einfluß auf die Amplitude der Grundschwingung als einer an der Flanke mit gleicher Breite! Die Flankenmodulation läßt sich mit dem analogen Dreieck-Schnitt-Verfahren nicht mehr sinnvoll realisieren.

Infolge der beschriebenen Symmetrien treten in den WR-Ausgangsspannungen nur noch Harmonische mit den Ordnungszahlen $n = 6 \cdot g + 1$ auf, im Zwischenkreis-Strom (und im Drehmoment) mit $m = 6 \cdot g$, niederfrequente Schwebungen werden sicher vermieden. Es können auch die Amplituden der auftretenden Harmonischen relativ einfach und sicher vorausberechnet werden (z.B. [526]), was bei der Sinus-Dreieck-Modulation relativ schwierig und bei nicht-ganzzahligen Verhältnissen n_T nicht (exakt) definiert ist (frequency leakage).

Steht mehr Schaltfrequenz zur Verfügung (oder erlaubt es das durch die reduzierte Grundfrequenz im Bereich unterhalb der Nenndrehzahl höhere Verhältnis F_{Tmax}/F_1), könnte beim Dreieck-Schnitt-Verfahren als nächstes Taktverhältnis $n_T = 6$ gewählt werden. Wegen der höheren erreichbaren Grenzaussteuerung werden durchwegs rechteckförmige Sollwertspannungen verwendet. Abb. 14.23 zeigt von oben nach unten die drei Sollwertspannungen U_{1a}^* , U_{1b}^* und U_{1ca}^* jeweils mit der Dreieckspannung U_D , darunter die drei WR-Ausgangsspannungen U_{aM} , U_{bM} und U_{cM} und ganz unten die Motorstrangsspannung U_{1a} .

Man stellt jedoch fest, dass in jedem Strang vier Schalthandlungen *gemeinsam mit Schalthandlungen in den beiden anderen Strängen* ablaufen. So schaltet im Intervall N1 mit Strang a auch Strang c nach Minus, um eine Nullspannung (des Typs 000) zu erreichen. Dies kann aber günstiger, mit nur einer Umschaltung, durch Wechsel des Strangpotential b nach Plus erzielt werden (Nullspannung vom Typ 111). Man ersetzt so die gleichzeitigen Umschaltungen in den äußeren 60°-Sektoren jeder Sollwertspannung durch eine äquivalente Umschaltung im mittleren 60°-Block des dritten Strangs, womit die Schaltfrequenz eines

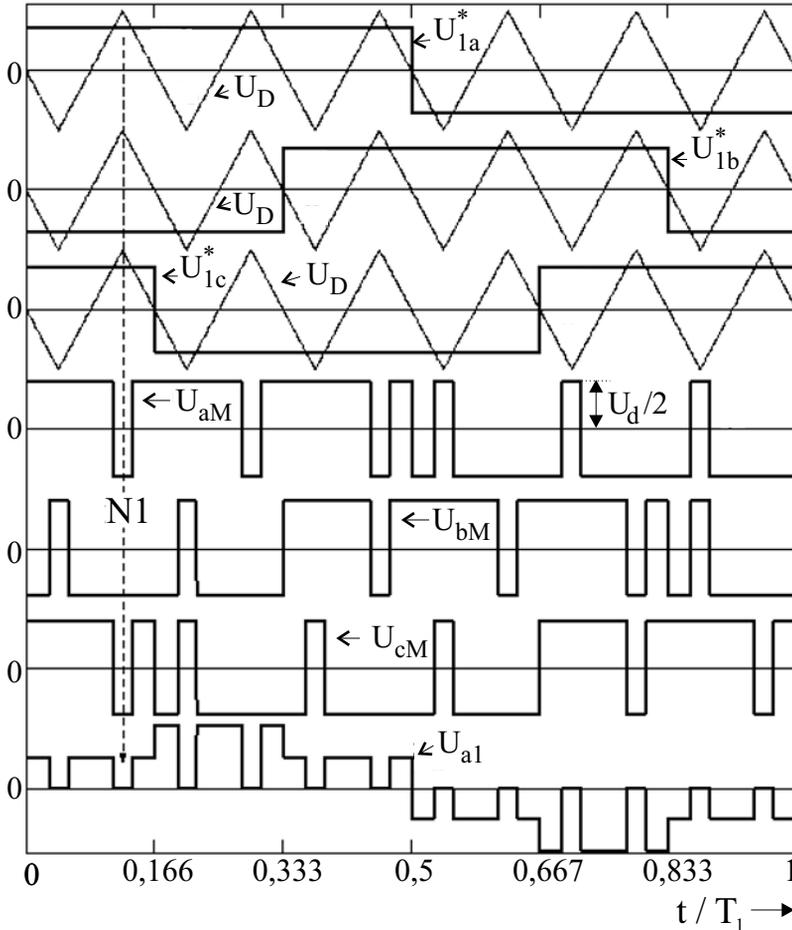


Abb. 14.23: Sechsfachtaktung nach dem Dreieck-Schnittverfahren: Zeitverläufe der Rechteck-Sollwertspannungen U_{1a}^* , U_{1b}^* und U_{1c}^* sowie der Dreieckspannungen U_D , der WR-Ausgangsspannungen U_{aM} , U_{bM} und U_{cM} sowie der Motorstrangspannung U_{a1} für $a_0 = 0,7$.

Ventils vom Sechsfachen auf das Fünffache der Grundfrequenz sinkt, bei gleichem Verlauf der Motorstrangspannung und damit der Ströme und des Drehmoments [271]. Man erhält so zwei Mittenpulse.

Das unsymmetrische Pulsmuster der WR-Ausgangsspannungen wirkt sich aber, wie man erkennt, nicht auf die Symmetrie der Motorstrangspannungen aus.

14.3.4.2 Fünffachtaktung

1. Mittenpulstaktung

Die zwei Mittenpulse pro Grundschwingungs-Halbperiode, die durch die Winkel α_2 und α_3 abgegrenzt werden, werden bei $\Omega_1 t = 90^\circ \pm 15^\circ$ eingefügt; man erhält

so für die Grundschwingungsaussteuerung a_0

$$a_0 = 1 - 2 \cdot \cos \alpha_2 + 2 \cdot \cos \alpha_3 \tag{14.42}$$

und für die Grenzaussteuerung mit $\alpha_3 - \alpha_2 = 2\pi \cdot T_{min}/T_1$:

$$a_{0max} \approx 1 - 12,14 \cdot \frac{T_{min}}{T_1} \approx 1 - 2 \cdot 6 \cdot \frac{T_{min}}{T_1} \tag{14.43}$$

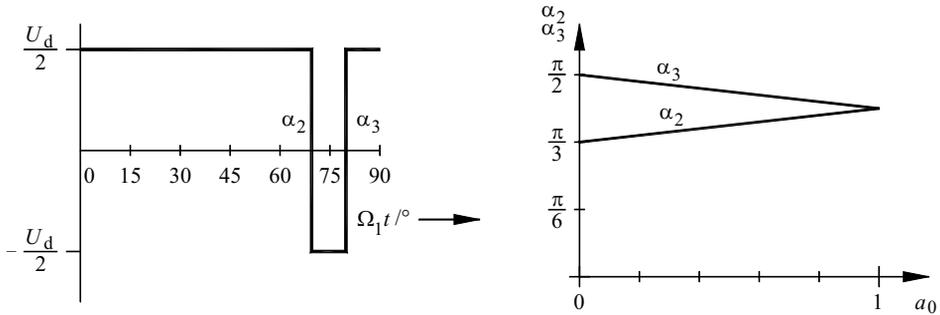


Abb. 14.24: Fünffach-Mittelpulstaktung: Zeitverlauf U_{aM} für $a_0 = 0,6$ ($\alpha_2 = 69^\circ$ und $\alpha_3 = 81^\circ$) sowie Schaltwinkel $\alpha_2, \alpha_3 = f(a_0)$.

Abbildung 14.24 zeigt links den Verlauf der WR-Ausgangsspannung U_{aM} für die erste Viertelperiode für $a_0 = 0,6$ und stellt rechts die Schaltwinkel α_2 und α_3 in Abhängigkeit von a_0 dar.

Die Strangspannungsform entspricht der einer Sechsfachtaktung mit rechteckförmigen Sollwertspannungen und gleichphasiger Dreieckspannung. Dies wird auch am Abstand der Zwischenpulse deutlich, der $360^\circ/(2 \cdot 6) = 30^\circ$ beträgt.

2. Flankenpulstaktung

Alternativ kann eine Flankenschaltung (wie bei Dreifach-Flankenmodulation) mit einem Mittenpuls (wie bei Dreifach-Mittenpulstaktung) kombiniert werden. Dabei steuert im Wesentlichen der Mittenpuls die Aussteuerung, während mit dem Flankenpuls der harmonische Gehalt beeinflusst werden kann. Mit Winkeln α_2 um $12^\circ \dots 18^\circ$ erhält man angenähert minimale 6. Harmonische im Drehmoment oder im Zwischenkreisstrom.

Das Steuergesetz dafür lautet

$$\alpha_3 = 90^\circ - 23,11^\circ \cdot (0,975 - a_0) \tag{14.44}$$

$$\alpha_2 = \arccos\left\{\frac{1 + a_0 + 2 \cdot \cos \alpha_3}{2}\right\} \tag{14.45}$$

Abbildung 14.25 zeigt wieder links den Verlauf der WR-Ausgangsspannung U_{aM} für die erste Viertelperiode für $a_0 = 0,9$, rechts die Schaltwinkel α_2 und α_3 in Abhängigkeit von a_0 .

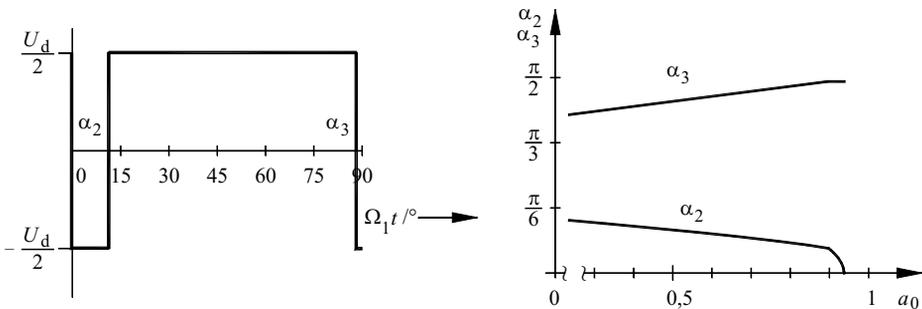


Abb. 14.25: Fünffach-Mittenpulstaktung: Zeitverlauf U_{aM} für $a_0 = 0,9$ ($\alpha_2 = 11,4^\circ$ und $\alpha_3 = 88,3^\circ$) sowie Schaltwinkel $\alpha_2, \alpha_3 = f(a_0)$ für minimale 6. Harmonische in Drehmoment oder Zwischenkreisstrom.

Die Grundschwingungsaussteuerung wird durch die Gleichung

$$a_0 = 2 \cdot \cos \alpha_2 - 2 \cdot \cos \alpha_3 - 1 \tag{14.46}$$

beschrieben. Für die Grenzaussteuerung mit $90^\circ - \alpha_3 = \pi \cdot T_{min}/T_1$ erhält man

$$a_{0max} \approx 0,975 - 7,8 \cdot \frac{T_{min}}{T_1} \tag{14.47}$$

Alternativ kann das Steuergesetz auch so gewählt werden, dass je nach Aussteuerbereich die betragsgrößte Oberschwingung — die 5. oder die 7. — eliminiert wird, womit im Allgemeinen die Motor-Oberschwingungsverluste minimiert werden, oder der Strangspitzenstromwert minimiert wird.

14.3.4.3 Siebenfachtaktung

Bei noch höherem Verhältnis von F_{Tmax}/F_1 kann das Taktverhältnis n_T zu 7 gewählt werden. Die Zahl der Freiheitsgrade steigt; mit den $(n_T - 1)/2 = 3$ freien Schaltungen pro Viertelperiode können neben der Aussteuerung z.B. zwei Harmonische der WR-Ausgangsspannung eliminiert werden.

Vorab soll aber die ältere, einfachere Mittenpulstaktung behandelt werden, die drei Zwischenpulse symmetrisch im mittleren 60°-Block der Grundschwingungshalbperiode anordnet.

1. Mittenpulstaktung

Die drei Zwischenpulse werden symmetrisch zu $\Omega_1 t = 70^\circ, 90^\circ$ und 110° der Halbperiodendauer eingefügt und — entsprechend dem Ergebnis beim Dreieckschnittverfahren — gleich lang gewählt. Die Grundschwingungsaussteuerung wird durch die Gleichung

$$a_0 = 1 - 2 \cdot \cos \alpha_2 + 2 \cdot \cos \alpha_3 - 2 \cdot \cos \alpha_4 \tag{14.48}$$

beschrieben, die Maximalaussteuerung durch

$$a_{0max} \approx 1 - 18,1 \cdot \frac{T_{min}}{T_1} \approx 1 - 2 \cdot 9 \cdot \frac{T_{min}}{T_1} \tag{14.49}$$

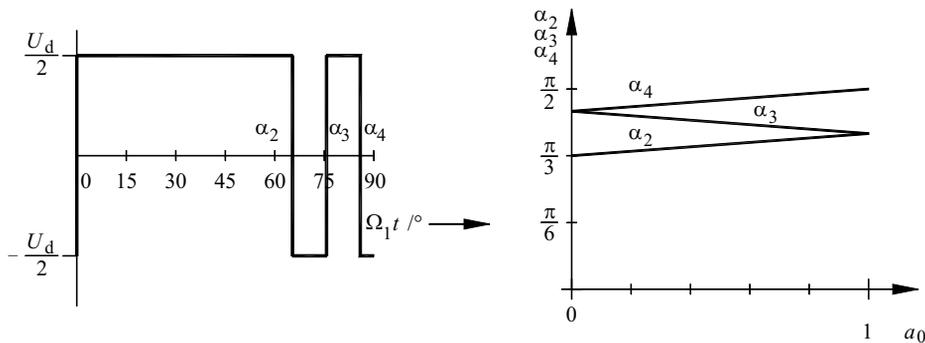


Abb. 14.26: Siebenfach-Mittenpulstaktung: Zeitverlauf U_{aM} für $a_0 = 0,6$ ($\alpha_2 = 66^\circ$ und $\alpha_3 = 74^\circ$ und $\alpha_4 = 86^\circ$) sowie Schaltwinkel $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4 = f(a_0)$.

Abbildung 14.26 zeigt wieder links den Verlauf der WR-Ausgangsspannung für die erste Viertelperiode für $a_0 = 0,6$, rechts die Schaltwinkel α_2, α_3 und α_4 in Abhängigkeit von a_0 .

Der Motorstrangspannungs- (und Strom-) Verlauf entspricht nach den obigen Überlegungen dem einer Neunfachtaktung mit rechteckförmigen Sollwertspannungen und gleichphasigen Dreieckspannungen. Dies wird auch am Abstand der

Zwischenpulse deutlich, der $360^\circ / (2 \cdot 9) = 20^\circ$ beträgt. Die thermisch wirksame Schaltfrequenz beträgt aber nur das Siebenfache der Grundfrequenz.

2. Flankenpulstaktung

Während im vorigen Beispiel die 5. und 7. Harmonischen der WR-Ausgangsspannung zwar abgeschwächt, aber nicht eliminiert wurden, kommt bei der Flankenpulstaktung (mit zwei Mittenpulsen pro Halperiode) häufig das Verfahren der Harmonischen Elimination ([258, 331]) zur Anwendung, wobei im Allgemeinen die 5. und die 7. gewählt werden. Die Harmonische Elimination lässt sich mit drei Winkeln und den vorliegenden Symmetrien wie folgt als nichtlineares Gleichungssystem formulieren:

$$a_{(1)} = -1 + 2 \cos(1 \cdot \alpha_2) - 2 \cos(1 \cdot \alpha_3) + 2 \cos(1 \cdot \alpha_4) \stackrel{!}{=} a_0 \quad (14.50)$$

$$a_{(5)} = -1 + 2 \cos(5 \cdot \alpha_2) - 2 \cos(5 \cdot \alpha_3) + 2 \cos(5 \cdot \alpha_4) \stackrel{!}{=} 0 \quad (14.51)$$

$$a_{(7)} = -1 + 2 \cos(7 \cdot \alpha_2) - 2 \cos(7 \cdot \alpha_3) + 2 \cos(7 \cdot \alpha_4) \stackrel{!}{=} 0 \quad (14.52)$$

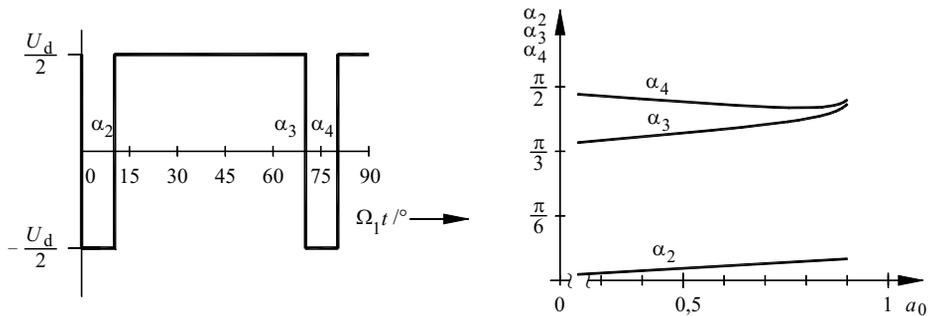


Abb. 14.27: Siebenfach-Flankenpulstaktung: Zeitverlauf U_{aM} für $a_0 = 0,6$ ($\alpha_2 = 6,8^\circ$ und $\alpha_3 = 70,32^\circ$ und $\alpha_4 = 81,73^\circ$) sowie Schaltwinkel $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4 = f(a_0)$.

Abbildung 14.27 zeigt links den Verlauf der WR-Ausgangsspannung U_{aM} für die erste Viertelperiode für $a_0 = 0,6$, rechts die Schaltwinkel α_2, α_3 und α_4 in Abhängigkeit von a_0 .

Die Grenzaussteuerung ergibt sich näherungsweise zu

$$a_{0max} \approx 0,915 - 650 \cdot \left(\frac{T_{min}}{T_1}\right)^2 \quad (14.53)$$

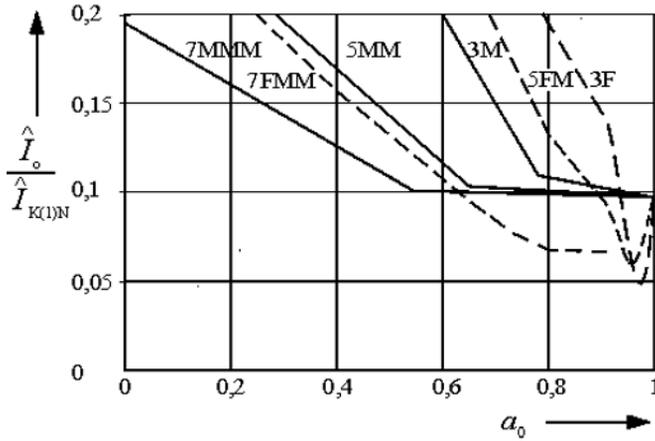


Abb. 14.28: Oberschwingungsstrom-Spitzenwert \hat{I}_o , bezogen auf $\hat{I}_{K(1)N}$, für die synchronen Taktungen in Abhängigkeit von der Grundschwingungsaussteuerung a_0 .

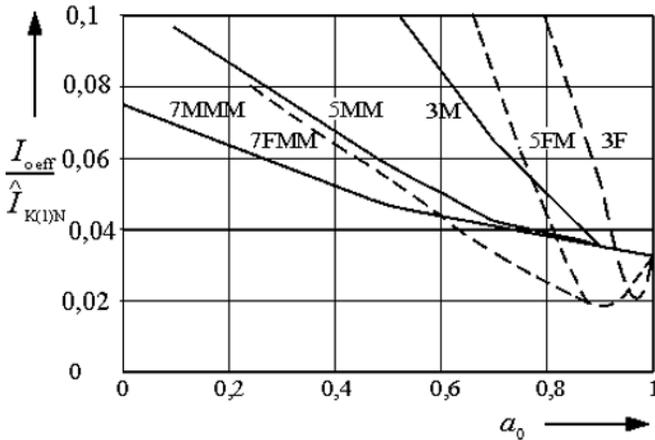


Abb. 14.29: Oberschwingungsstrom-Effektivwert $I_{o\text{eff}}$, bezogen auf $\hat{I}_{K(1)N}$, für die synchronen Taktungen in Abhängigkeit von der Grundschwingungsaussteuerung a_0 .

wobei die Eliminationsbedingungen die Begrenzung bei hohen Aussteuerungswerten bilden.

Für höhere Taktzahlen n_T lassen sich meist verschiedene Lösungen zur Elimination der niedrigsten Harmonischen finden. Im Allgemeinen wird man jedoch ab $n_T = 9$ die symmetrierte Sinus-Dreieck-Modulation wegen der einfacheren Realisation bevorzugen. Neben der Elimination von bestimmten Harmonischen kann aber auch z.B. der Oberschwingungs-Spitzen- oder Effektivwert minimiert werden.

Abbildung 14.28 stellt die auf die Grundswingungsamplitude des Motorkurzschlußstroms bei sinusförmiger Speisung mit Vollaussteuerung und Nennfrequenz

$$\hat{I}_K(1)N = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{U_d}{\Omega_{1N} \cdot L_{K-OS}} = \frac{U_d}{\pi^2 \cdot F_1 \cdot L_{K-OS}} \quad (14.54)$$

bezogenen Oberschwingungsstrom-Spitzenwerte \hat{I}_o für die beschriebenen synchronen Taktungen, mit M für Mittenpulstaktung, MM für 2 Mittenpulse usw. und F für Flankenpulstaktung dar, Abb. 14.29 entsprechend die bezogenen Oberschwingungsstrom-Effektivwerte I_{oeff} , jeweils in Abhängigkeit von der Grundswingungsaussteuerung a_0 .

Man erkennt, dass die Flankenpulstaktungen im Bereich hoher Aussteuerung niedrigere, im Bereich niedriger Aussteuerung aber durchwegs höhere Oberschwingungswerte aufweisen als die Mittenpulstaktungen.

14.3.4.4 Taktfrequenzbereiche, -wechsel

Für die Wahl des Taktverhältnisses gilt grundsätzlich: Die Taktfrequenz ist so hoch wie möglich zu wählen, so wie es die zulässige Schaltfrequenz F_{Tmax} erlaubt, da dann die Stromüberschwingungen am niedrigsten sind. Daneben ist aber auch die jeweilige Aussteuerungsgrenze zu beachten.

Dies soll an einem Beispiel erläutert werden: Die zulässige Schaltfrequenz eines Traktions-Umrichterantriebs sei $F_{Tmax} = 300$ Hz, die Nennfrequenz des Asynchronmotors $F_{1N} = 60$ Hz. Eine Taktzahl kann dann bei steigender Motorfrequenz bis zum Wert $F_{1Grenz} = F_{Tmax}/n_T$ beibehalten werden, wenn nicht die Verletzung der jeweiligen Aussteuerungsgrenze dies verbietet.

Die Aussteuerungsgrenzen für die verschiedenen synchronen Taktverfahren sind — zusammen mit denen für Sinus-Dreieck-Modulation und symmetrierte Sinus-Dreieck-Modulation in Abhängigkeit von der Motorfrequenz F_1 in Abb. 14.30 dargestellt, für eine Mindestschaltzustandsdauer $T_{min} = 200 \mu s$.

Tabelle 14.2: Taktfrequenzwechsel bei $F_{Tmax} = 300$ Hz, $F_{1N} = 60$ Hz, $T_{min} = 200 \mu s$

n_T	F_{1Grenz} (F_{Tmax})	a_{0Grenz} (F_{Tmax})	a_{0Grenz} (Ausst.)	$a_{0Grenz-gew\ddot{a}hlt}$
Sinus 300 Hz	300 Hz/10 = 30 Hz	0,5		0,5
9 O	300 Hz/9 = 33,3 Hz	0,56		0,56
7 FMM	300 Hz/7 = 42,8 Hz	0,71	0,8	0,71
5 MM	300 Hz/5 = 60,0 Hz	1	0,87	0,85*
5 FM	300 Hz/5 = 60,0 Hz	1	0,935	0,9
3 M	300 Hz/3 = 100,0 Hz	$n_s = 1,667$	0,93	0,93
3 F	300 Hz/3 = 100,0 Hz	$n_s = 1,667$	0,995	0,96**
1	300 Hz	$n_s \geq 1,667$		$1,667 \leq n_s \leq 5$

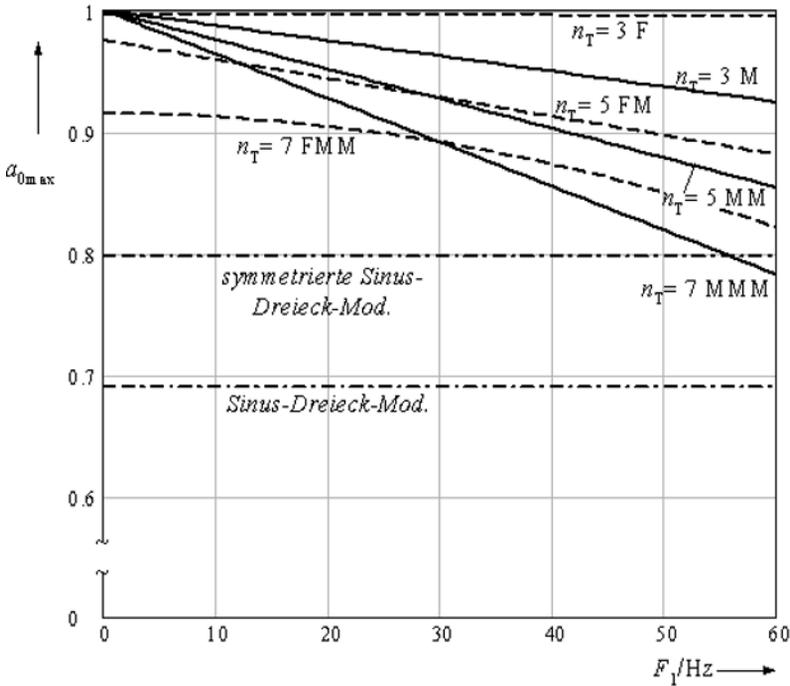


Abb. 14.30: Aussteuerungsgrenzen a_{0max} der verschiedenen Taktverfahren in Abhängigkeit von der Motorfrequenz F_1 , für eine Mindestschaltzustandsdauer $T_{min} = 200 \mu s$.

Die Wahl zwischen Mitten- und Flankenpulstaktung wird also auch von der Aussteuerungsgrenze bestimmt, sonst von der zulässigen Schaltfrequenz sowie der Frage nach niedrigerem Oberschwingungsgehalt. Dies ist in Tab. 14.2 erläutert; die Aussteuerung wird wieder proportional zur Motorfrequenz verändert. Dabei ist $a_{0Grenz}(F_{Tmax}) = F_{1Grenz}(F_{Tmax})/F_{1N}$, und $a_{0Grenz}(Ausst.)$ wird aus Abb. 14.30 durch Schnitt mit der Geraden mit der Steigung $1/F_1$ bestimmt. Dabei ist $n_s = F_1/F_{1N}$ (es fällt für $n_s < 1$ mit a_0 zusammen); bestimmend ist jeweils der niedrigere Grenzwert. Abbildung 14.31 stellt die auf F_{Tmax} bezogenen Schaltfrequenzen in den einzelnen Taktverfahren nach Tab. 14.2 über der Grundschwingungsaussteuerung a_0 dar.

Abbildung 14.32 stellt zum Schluss die behandelten synchronen Taktverfahren, dazu symmetrierte Sinus-Dreieck-Modulation und Grundfrequenztaktung,

*Die Taktwechselgrenzen werden unter anderem so bestimmt, dass die einzelnen Bereiche nicht zu schmal werden; es können auch einzelne Bereiche übersprungen werden. Daneben müssen zwischen Beschleunigen und Bremsen des Antriebs Hysteresen eingeführt werden, um unnötiges Hin- und Herschalten zu vermeiden; diese sind hier nicht berücksichtigt.

**Es ist möglich, mit Dreifach-Flankenmodulation in die Feldschwächung zu gehen; man wählt dann $\alpha_2 \approx 11,5^\circ$ ($a_0 = 0,96$) wegen der dann minimalen Stromverzerrung. Durch den Spannungsverlust vergrößert sich der Wirkstrom; dies wird im Allgemeinen durch den kleineren Magnetisierungsblindstrom bei Feldschwächung ausgeglichen.

für das oben angesprochene Beispiel in ihrem WR-Ausgangsspannungsverlauf und dem Strangstromverlauf (gepunktet dessen Grundschwingung) für ausgewählte Arbeitspunkte in ihren Taktbereichen gegenüber. Die Ströme sind auf die Grundschwingungsamplitude bei Nennfluss bezogen; $u_\sigma = 10\%$. Bei $n_s = 2$ beträgt das Drehmoment nur noch die Hälfte des Nennwerts (Bereich der Feldschwächung mit konstanter Leistung).

Realisiert werden die synchronen Taktmuster klassisch durch Auslesen der *off-line* optimierten Winkelwerte aus zum Teil mehrdimensionalen Tabellen, abhängig von Aussteuerung und Last, und Umrechnung mit der aktuellen Grundfrequenz in Schaltzeiten, die mittels Timer die einzelnen Schaltungen auslösen. Die relativ einfachen linearen Steuergesetze der beschriebenen Mittenpulstaktungen lassen sich auch noch mit einem modifizierten Dreieck-Vergleichsverfahren realisieren [526].

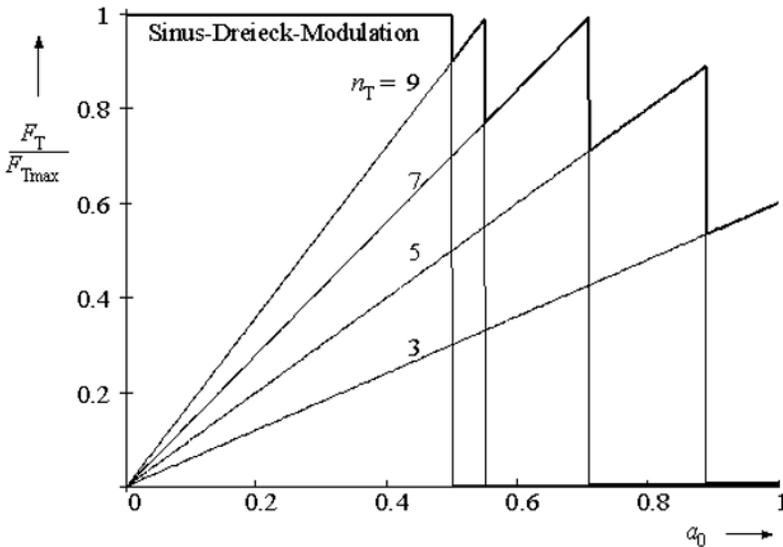


Abb. 14.31: Auf F_{Tmax} bezogene Schaltfrequenzen F_T bei Sinus-Dreieck-Modulation und synchroner Taktung in Abhängigkeit von der Grundschwingungsaussteuerung a_0 ; a_0 proportional F_1 angenommen.

Der Übergang von einer zu einer anderen Taktzahl n_T bzw. von Sinus-Modulation zu synchronisierter Taktung ist nicht trivial und ist nur bei bestimmten Zeitwinkellagen möglich, um störende Ausgleichsvorgänge zu vermeiden. Dies kann hier aber nicht im Detail dargestellt werden [363, 518]. Probleme können sich unter Umständen auch mit schnellen Zwischenkreisspannungsschwankungen einstellen, die zu unsymmetrischer Magnetisierung und damit zu (nur langsam abklingenden) Gleichgliedern in den Strangströmen führen können.

Ein neues Verfahren ([507, 529, 532]) gewinnt die Schaltzeitpunkte durch Vergleich der Augenblickswerte des Zeitintegrals der aus Zwischenkreisspannung und Schaltbefehlen berechneten Motorstrangspannung mit vorberechneten

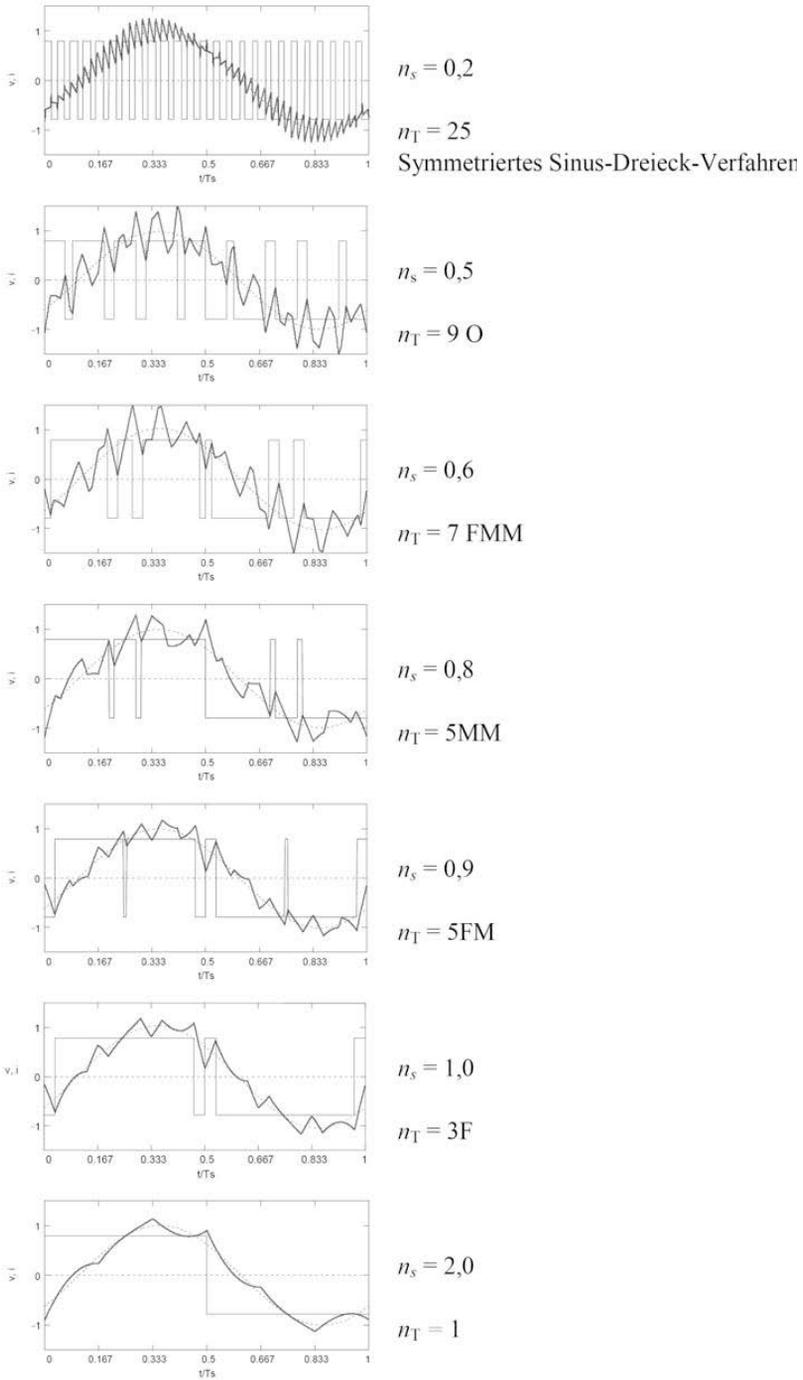


Abb. 14.32: WR-Ausgangsspannung und -strom bei verschiedenen PWM-Verfahren.

Schwellenwerten, wie bei der Flusselbststeuerung der Direkten Selbstregelung (Kap. 14.5.1). Es ist robust gegen Schwankungen der Zwischenkreisspannung und erlaubt besonders einfach die notwendigen Wechsel zwischen den Taktverfahren ohne störende Transienten. Es können alle bekannten Optimierungen durch Vorgabe geeigneter Schwellen realisiert werden; der Aufwand steigt aber für $n_T > 9$ sehr an. Der Beginn einer Nullspannungsschaltung (Mittenpuls) wird durch Flusswellenvergleich, die Dauer über Timer gesteuert. Dieses Verfahren wird seit etwa 2005 unter den Bezeichnungen Optimal Flux Tracking (OFT) bzw. Direct Flux Control (DFC) bei Traktionsantrieben höherer Leistung eingesetzt.

14.3.5 WR-Spannungsfehler

Die beschriebenen Spannungs- und Stromverläufe mit ihren Mittelwerten pro Pulsperiode bzw. Grund- und Oberschwingungen stellen sich so nur ein, wenn die Ventile ideal sind und exakt zu den angegebenen Schaltzeitpunkten schalten [512]. Abweichungen treten auf durch

- Durchlaßspannungen der Ventile,
- Schaltzeitfehler der Ventile,
- Notwendige Verriegelungs- oder Sicherheitszeiten.

1. Einfluß der Durchlassspannungen der Ventile

Abbildung 14.33 zeigt ein Ersatzschaltbild eines WR-Zweigpaars. Die Spannungsfälle an Transistor und Diode werden durch

$$U_T = U_{T0} + r_T \cdot I_T \quad (14.55)$$

$$U_D = U_{D0} + r_D \cdot I_D \quad (14.56)$$

beschrieben, mit

$U_{T0/D0}$: (stromunabhängige) Schleusenspannung an Transistor/Diode,

$r_{T/D}$: differentieller Bahnwiderstand von Transistor/Diode,

$I_{T/D}$: Strom durch Transistor/Diode.

Da bei IGBT-Modulen Transistoren und Dioden häufig ähnliche Schleusenspannungen und differentielle Widerstände aufweisen, können die Gleichungen zu

$$U_{aM} = U_{aMi} - U_{TD} \cdot \text{sign}(I_{1a}) - r_{TD} \cdot I_{1a} \quad (14.57)$$

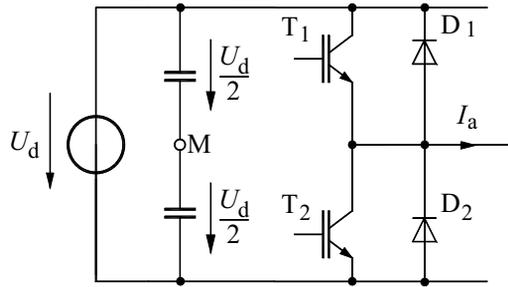


Abb. 14.33: Ersatzschaltbild eines WR-Zweigpaars.

Tabelle 14.3: WR-Ausgangsspannung des Zweigpaars in Abhängigkeit von Stromvorzeichen und Wert der Schaltfunktion, für Strang a

	$S_a = 1$	$S_a = 0$
$I_{1a} > 0$	$U_{aM} = U_d/2 - U_{T0} - r_T I_{1a}$	$U_{aM} = -U_d/2 - U_{D0} - r_D I_{1a}$
$I_{1a} < 0$	$U_{aM} = U_d/2 + U_{D0} - r_D I_{1a}$	$U_{aM} = -U_d/2 + U_{T0} - r_T I_{1a}$

vereinfacht werden mit

$$U_{TD} = \frac{1}{2} \cdot (U_{T0} + U_{D0}) \approx U_{T0} \approx U_{D0} \tag{14.58}$$

$$r_{TD} = \frac{1}{2} \cdot (r_T + r_D) \approx r_T \approx r_D \tag{14.59}$$

sowie U_{aMi} : ideale Ausgangsspannung des WR-Zweigpaars ($= \frac{U_d}{2} \cdot (2 \cdot S_a - 1)$).

2. Schaltzeitfehler der Ventile

Durch Laufzeiten in den Ansteuerkreisen und den Schaltverzug der Leistungshalbleiter verschieben sich die wirklichen Schaltzeitpunkte um bestimmte Werte $\Delta T_{E,A}$ (im Mikrosekundenbereich). Sie werden für die folgende Betrachtung mit der Verriegelungs- oder Sicherheitszeit zusammengefasst.

3. Verriegelungs- oder Sicherheitszeit

In WR-Zweigpaaren muß zwischen dem Ausschalten des einen Leistungshalbleiter und dem Einschalten des anderen Leistungshalbleiters eine — kleine — Sicherheitszeit T_{si} eingehalten werden, damit es nicht wegen der endlichen Ausschaltgeschwindigkeit zu einem Kurzschluß beider Leistungshalbleiter und damit zu einem Kreisstrom kommt, der die Verluste beider Leistungshalbleiter erhöht. Diese Sicherheitszeit kann zwischen $1 \mu s$ bei 600 V-IGBTs, $10 \mu s$ bei 6500 V-IGBTs und $50...70 \mu s$ bei GTO-Thyristoren (bedingt durch Umladungen der Schutzbeschaltungen) liegen. T_{si} beinhaltet im Folgenden die Schaltverzugszeiten $\Delta T_{E,A}$ und wird für beide Schaltrichtungen vereinfacht gleich angenommen.

Je nach Ausgangsstromrichtung kommt es dabei zu einem Fehler ΔU_a des Mittelwerts der Ausgangsspannung pro Pulsperiode, wie Abb. 14.34 verdeutlicht.

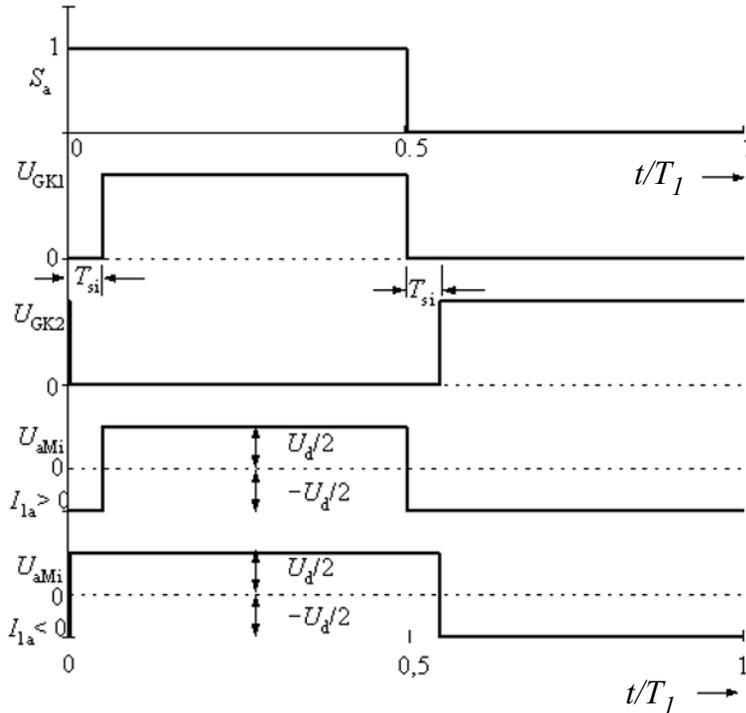


Abb. 14.34: Schaltfunktion S_a , Gatespannungen U_{GK} von IGBT 1 und IGBT 2 unter Berücksichtigung der Sicherheitszeiten T_{si} und Zweigpaar-Ausgangsspannung U_{aM} bei positivem ($I_{1a} > 0$) und negativem ($I_{1a} < 0$) WR-Ausgangsstrom.

Von oben nach unten sind die Schaltfunktion S_a und die Gatespannungen U_{GK} von IGBT 1 und 2 unter Berücksichtigung der Sicherheitszeiten T_{si} dargestellt. Man erkennt deutlich, wie jeweils das Einschalten um T_{si} verzögert wird [371, 377]. Darunter ist die Zweigpaar-Ausgangsspannung bei positivem Ausgangsstrom dargestellt: Bei T_{si} erfolgt das verzögerte Einschalten von T_1 , während das Abschalten und die Kommutation auf D_2 verzögerungsfrei erfolgt. Bei negativem Ausgangsstrom (unterste Zeile) ist es gerade umgekehrt.

Man erkennt, dass durch die Einfügung der Sicherheitszeiten ein Spannungsmittelwertfehler von

$$\Delta U_a = T_{si} \cdot F_T \cdot U_d \cdot \text{sign}(I_{1a}) \quad (14.60)$$

entsteht. Dieser muß bei PWM — wenn nötig — geeignet ausgeglichen werden (z.B. [371, 514, 607], wobei die Schwierigkeit in der sicheren Erkennung des Stromvorzeichenwechsels — auch bei Oberschwingungen — liegt.

14.4 Optimierte Pulsverfahren

14.4.1 Spannungsraumzeigermodulation

Neben den bisher beschriebenen Pulsverfahren gibt es noch eine Vielzahl anderer Verfahren. Diese versuchen, mit möglichst geringer Pulsfrequenz die Oberschwingungsstromscheitelwerte und damit den Kommutierungsaufwand oder den Oberschwingungsstromeffektivwert und damit die thermischen Beanspruchungen in den Lastkreisen zu minimieren.

Das kann z.B. erreicht werden durch besondere Ausbildung der Sollwertsignale U_{1a}^* bis U_{1c}^* in Abb. 14.9 mit Trapezform, Addition von phasengleichen n-fach dritten Harmonischen oder Rechteckstufenform. Eine andere Möglichkeit besteht darin, bei gegebenem Pulsverhältnis und bestimmter Spannungsaussteuerung die Zwischenpulse nach Breite und Lage innerhalb der Grundschwingung so zu variieren, dass sich ein Oberschwingungsstromminimum einstellt. Auch andere Optimierungskriterien sind möglich wie etwa die Minimierung einer bestimmten Zahl von Oberschwingungen oder die Vermeidung eines bestimmten Frequenzbandes. Diese Verfahren, die als **off-line optimierte Pulsmuster** bezeichnet werden, bieten bei stationären Vorgängen ein günstiges Verhalten. Bei transienten Vorgängen werden in speziell definierter Weise Sequenzen der Pulsmuster für verschiedene Pulszahlen und Amplituden zusammengesetzt, die in off-line erzeugten Tabellen abgelegt sind. Eine Möglichkeit, diese Problematik zu vermeiden, ist die Verwendung **on-line optimierter Pulsmuster**. Einige dieser Verfahren wurden bereits im Zusammenhang mit den direkten Stromregelverfahren beschrieben.

Wesentlich günstiger als die bisher beschriebenen Modulationsverfahren verhält sich bei transienten Vorgängen die sogenannte **Raumzeigermodulation**. Die Grundidee besteht dabei darin, den Sollraumzeiger $\vec{U}_1^{S*}(t)$ mit einer konstanten Periode T abzutasten und diesen abgetasteten Wert $\vec{U}_1^{S*}(kT)$ während der Abtastperiode ($kT \leq t < (k+1)T$) durch eine Folge von drei Schaltzuständen, d.h. drei Spannungszeiger \vec{k} (siehe Abb. 14.3), gemittelt zu realisieren. Dabei werden für die Mittelung ein Nullzeiger \vec{k}_0 und die beiden zu $\vec{U}_1^{S*}(kT)$ benachbarten Zeiger \vec{k}_l (links) und \vec{k}_r (rechts) verwendet.

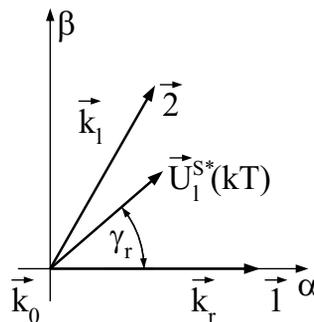


Abb. 14.35: Spannungszeiger bei der Raumzeigermodulation

Abbildung 14.35 verdeutlicht dies an einem Beispiel. In diesem Fall gilt $\vec{k}_l = \vec{2}$ und $\vec{k}_r = \vec{1}$. Für die Schaltdauer der Zeiger ungleich Null ($\vec{7}$ oder $\vec{8}$) gilt dann

$$\frac{1}{T} (t_l \vec{k}_l + t_r \vec{k}_r) = \vec{U}_1^{S*}(kT) \quad (14.61)$$

und für den Nullzeiger gilt

$$t_0 = T - t_l - t_r \quad (14.62)$$

Dies ergibt drei reelle Gleichungen, mit denen die drei Zeiten t_0 , t_l , t_r bestimmt werden können. Zur Herleitung wählt man für den Spannungssollwertzeiger $\vec{U}_1^{S*}(kT)$ eine Polardarstellung, die auf den rechten Nachbarzeiger \vec{k}_r bezogen ist. Dann gilt mit

$$\vec{k}_r = \frac{2}{3} U_d e^{j(k_r - 1)\frac{\pi}{3}} \quad (14.63)$$

sowie

$$k_r = 1 \dots 6 \quad \text{und} \quad |\vec{U}_1^{S*}(kT)| = U_1^* \\ \vec{U}_1^{S*}(kT) = U_1^* e^{j\gamma_r} \cdot e^{j(k_r - 1)\frac{\pi}{3}} \quad (14.64)$$

Durch Einsetzen in die obige Gleichung ergibt sich

$$\frac{2}{3} \frac{U_d}{T} (t_l e^{j k_r \frac{\pi}{3}} + t_r e^{j(k_r - 1)\frac{\pi}{3}}) = U_1^* e^{j\gamma_r} \cdot e^{j(k_r - 1)\frac{\pi}{3}} \quad (14.65)$$

und damit

$$t_l + t_r e^{-j\frac{\pi}{3}} = \frac{3}{2} T \frac{U_1^*}{U_d} e^{j(\gamma_r - \frac{\pi}{3})} \quad (14.66)$$

Aus dieser komplexen Gleichung folgen nach kurzer Rechnung die beiden reellen Gleichungen

$$t_r = \sqrt{3} T \frac{U_1^*}{U_d} \sin\left(\frac{\pi}{3} - \gamma_r\right) \quad (14.67)$$

$$t_l = \sqrt{3} T \frac{U_1^*}{U_d} \sin \gamma_r \quad (14.68)$$

Die Folge der drei Zeiger und die Auswahl des Nullzeigers $\vec{k}_0 = \vec{7}$ oder $\vec{8}$ wird dabei so festgelegt, dass sich eine möglichst geringe Zahl von Schaltvorgängen ergibt.

Dann gilt für die mittlere Schaltfrequenz des Wechselrichters

$$F_S = \frac{1}{2T}$$

Auch dieses Verfahren kann sowohl unsynchronisiert als auch synchronisiert betrieben werden. In letzterem Fall wird T festgelegt gemäß

$$2T = \frac{n_T}{F_1}$$

Dabei ist wieder n_T die ganzzahlige Pulszahl. Für die Auswirkungen der Synchronisation gilt das oben gesagte entsprechend. Wie aus den Abbildungen — beispielsweise Abb. 14.11 und Abb. 14.12 — zu entnehmen ist, besteht bei der PWM mit synchronisiertem Dreiecksignal im stationären Betrieb keine Phasenverschiebung zwischen den Sollwerten und den Istwerten der Spannung. Wie bereits in Kap. 9.7 hingewiesen wurde, besteht im Steuersatz leistungselektronischer Stellglieder grundsätzlich eine nichtlineare Abtastung der Eingangssignale des Steuersatzes. Die nichtlineare Abtastung ergibt sich aus der Tatsache, dass der Zündzeitpunkt (Abtastzeitpunkt) sich jeweils im Schnittpunkt zwischen Eingangssignal und Dreiecks-Modulationssignal ergibt, d.h. der Abtastzeitpunkt ist korreliert mit dem Eingangssignal. Diese Zusammenhänge — wie auch das Verhalten des Leistungsteils — werden ausführlich in Kap. 9.3 für netzgeführte Stellglieder diskutiert. Für selbstgeführte Stellglieder erfolgte — meines Wissens — eine derartige Bestimmung des dynamischen Verhaltens noch nicht. Die in Kap. 9.3 dargestellten Modellierungsansätze sind aber dazu geeignet.

Wesentlich einfacher ist das dynamische Verhalten bei der Raumzeigermodulation zu bestimmen, da es sich um eine unkorrelierte und damit lineare Abtastung mit der konstanten Abtastdauer T handelt. Das dynamische Verhalten ist somit vom Erwartungswert T_E mit $T_E = T/2$ bestimmt, d.h. einem Totzeitglied mit der Totzeit $T_t = T_E$.

14.4.2 On-line optimierte Pulsmustererzeugung

Bei den „direkten“ Verfahren zur Stromregelung wird der nächste Schaltzustand unmittelbar aus der Regelabweichung

$$\Delta \vec{I}_1 = \vec{I}_1^{S*} - \vec{I}_1^S \quad (14.69)$$

und eventuell noch weiteren Informationen gewonnen. Im folgenden werden die wesentlichen Grundgedanken für drei sinnvoll realisierbare Verfahren erläutert. Das einfachste Beispiel eines direkten Verfahrens ist die Zweipunkt-Hystereseregung nach Abb. 14.36, die allerdings in dieser Form vermieden werden sollte.

Für jede Phase werden zunächst die Regelabweichungen ΔI_{1a} , ΔI_{1b} , ΔI_{1c} gebildet. Diese Signale werden jeweils einem Komparator mit Hysterese zugeführt, der daraus unmittelbar die Schalterstellungen S_a , S_b , S_c nach Abb. 14.36 ermittelt. Der Iststromverlauf soll damit in jeder Phase in einem Hystereseband um den Sollwertverlauf gehalten werden. Abbildung 14.37 zeigt beispielhaft ein solches Verhalten.

Abbildung 14.37 verdeutlicht gleichzeitig auch die Nachteile dieses Verfahrens. Die Schaltfunktionen werden für jede Phase unabhängig ermittelt. Andererseits beeinflusst eine Schalthandlung in einem der Schalter aber die Spannungen aller drei Phasen. Außerdem ist die Summe der Ströme wegen des offenen Sternpunktes gleich Null. Es gibt also drei unabhängige Regler für ein System mit zwei unabhängigen Variablen. Die dadurch bedingte Redundanz wird aber aufgrund der

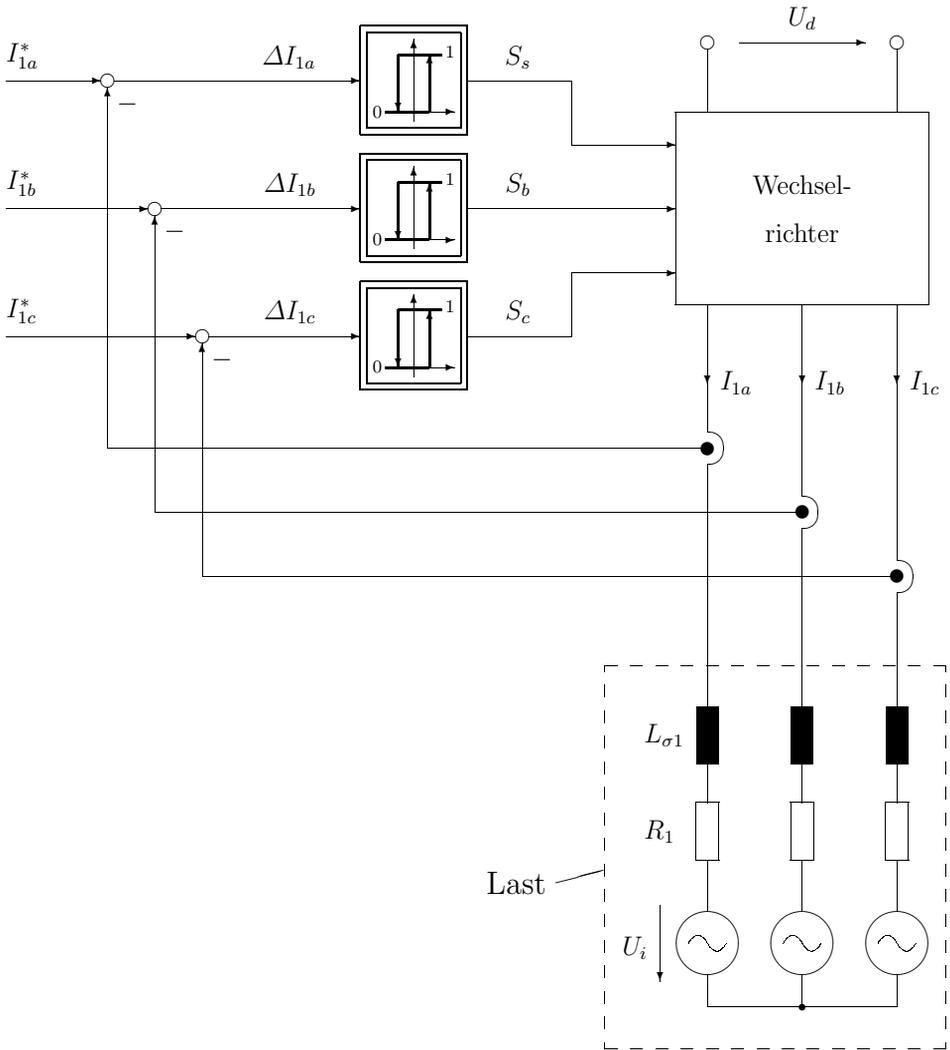


Abb. 14.36: Signalflußplan einer in der Struktur fehlerhaften Zweipunkt-Hystereseregung

drei unabhängig voneinander arbeitenden Hystereseregler nicht genutzt, sondern führt zu nicht vorhersehbaren Reaktionen. Beispielsweise werden Nullzeiger (\vec{U}_{17} , \vec{U}_{18}) nicht konsequent genutzt, d.h. es werden unter Umständen zu häufig abwechselnd nur positive, dann negative und dann wiederum positive Spannungspotentiale zu den Ausgangsklemmen durchgeschaltet. Dadurch bedingt wird die sich einstellende Schaltfrequenz unnötig erhöht und es entstehen die in Abb. 14.37 dargestellten Grenzyklen mit hohen Schaltfrequenzen.

Durch ein ungünstiges Einfügen von Schaltzuständen können auch Fehlerfälle entstehen, so dass die Regeldifferenz im Grenzfall bis auf den doppelten Wert der Hysterese ansteigt. Als weiterer Nachteil ergibt sich, dass das Spektrum der

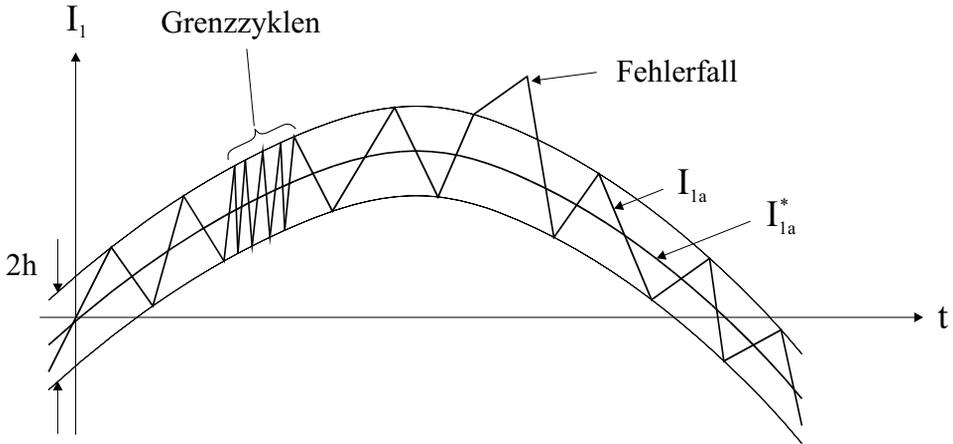


Abb. 14.37: Stromverläufe in einer Phase bei unabhängiger dreiphasiger Hysterese-Regelung nach Abb. 14.36

Ströme, das sich zufällig einstellt, trotz hoher Schaltfrequenzen niederfrequente Anteile enthalten kann. Ein derartiges Verhalten ist somit unzweckmäßig.

Grundsätzliche Abhilfemaßnahmen sind erstens die Einzelspeisung der drei Statorwicklungen mit getrennten Stellgliedern und somit auch getrennten Stromreglern, wie es beispielsweise bei Direktumrichtern möglich ist. Die zweite grundsätzliche Abhilfemaßnahme ist, nur die Raumzeigerkomponenten $I_{1\alpha}$ und $I_{1\beta}$ getrennt zu regeln (Abb. 14.38). Dabei wird vorausgesetzt, dass die geometrische Summe der drei Statorströme Null ist. Somit wären zwei Hysterese-Regler in Abb. 14.38 ausreichend zur Stromeinprägung. Wenn von dieser zweiten Abhilfemaßnahme ausgegangen wird, dann kann im nächsten Schritt überlegt werden, wie entsprechend Gl. (14.69) die Pulsmuster erzeugt werden können, um beispielsweise die Schaltfrequenz bei gegebener Hysterese zu minimieren. Dies ist der Ausgangspunkt für die Entwicklung „on-line“ optimierter Pulsmuster.

Das prinzipielle Vorgehen bei „on-line“ optimierter Pulsmustererzeugung berücksichtigt, dass bei selbstgeführten Zweipunkt-Wechselrichtern mit eingepprägter Spannung nur die sechs Spannungsraumzeiger und die beiden Nullzeiger verfügbar sind (Abb. 14.39a).

Bei der Entscheidung, welcher Schaltzustand sinnvoll bzw. optimal ist, wird davon ausgegangen, dass die Schaltfrequenz des selbstgeführten Wechselrichters begrenzt ist, so dass zwingend zwischen dem gewünschten Raumzeiger-Spannungssollwert und dem realen Raumzeiger-Spannungswert nur im Mittel Übereinstimmung bestehen kann. Die resultierende Raumzeiger-Spannungsdifferenz muss daher zu entsprechenden Stromänderungen führen. Wenn angenommen wird, die Last besteht aus einer Gegenspannung \vec{U}_i^S mit induktiv-ohmschem Widerstand $L_{\sigma 1} - R_1$, dann bildet sich an der Last eine Raumzeiger-Klemmenspannung \vec{U}_1^S :

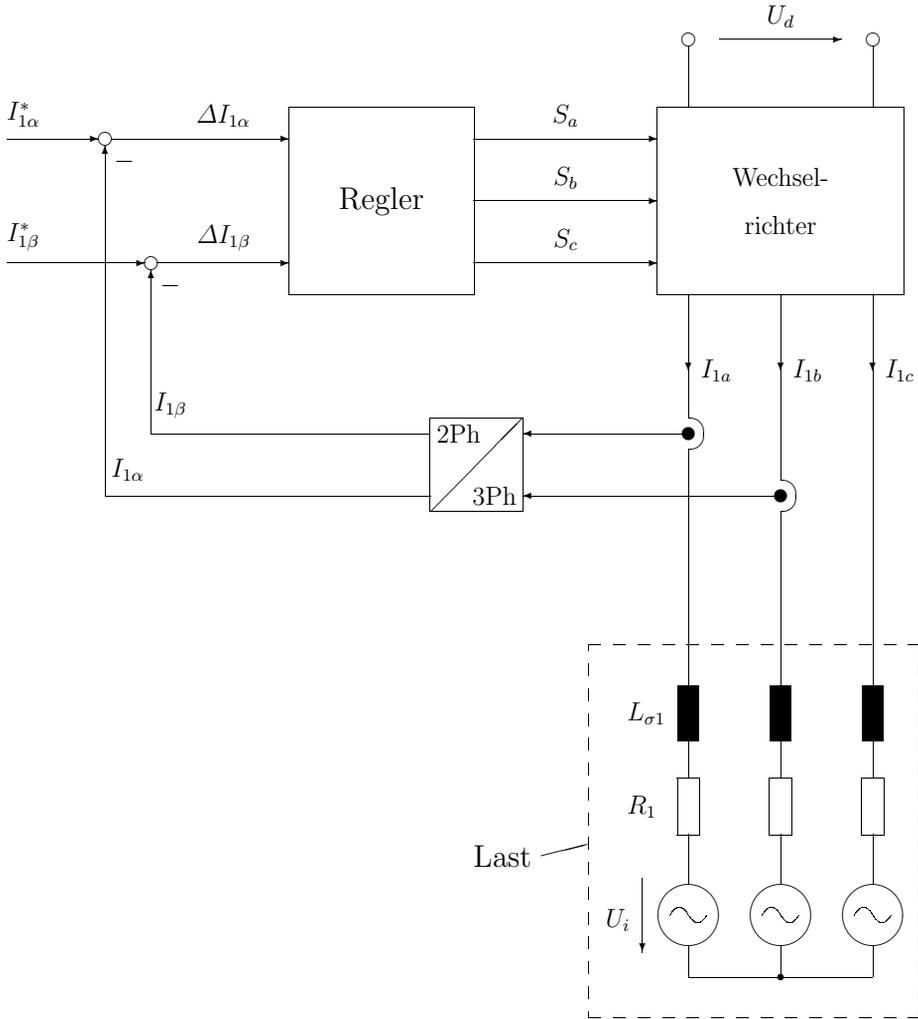


Abb. 14.38: Raumzeigerbasierte Stromregelung

$$\vec{U}_1^S = \vec{U}_i^S + R_1 \vec{I}_1^S + L_{\sigma 1} \frac{d\vec{I}_1^S}{dt} \tag{14.70}$$

Der selbstgeführte Wechselrichter kann aber nur die Raumzeiger-Spannung

$$\vec{U}_1^S = \vec{U}_{1k}^S \quad \text{mit } k = 1, 2, \dots, 8 \tag{14.71}$$

bereitsstellen.

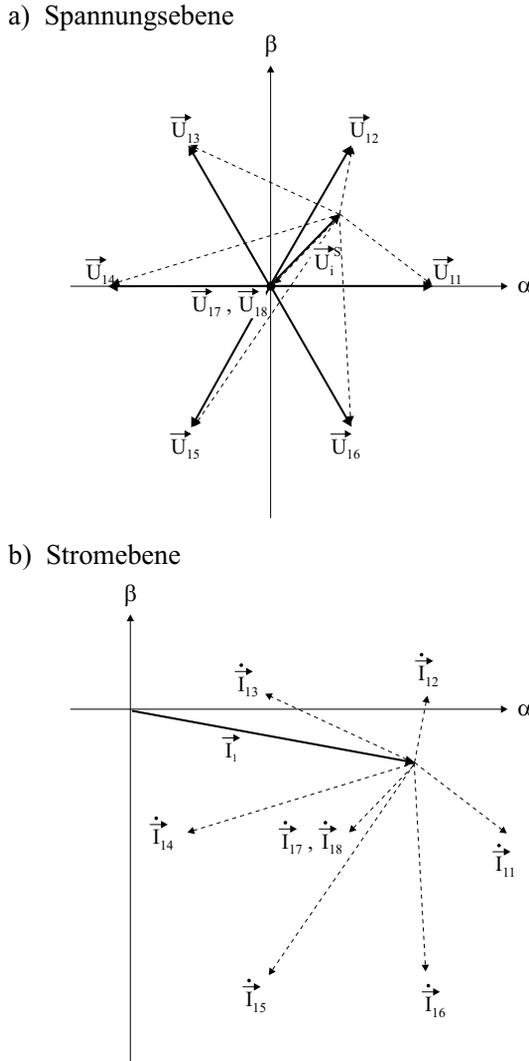


Abb. 14.39: Wirkung der Wechselrichterzeiger auf die Stromzeigerbewegung

Vernachlässigt man den ohmschen Widerstand R_1 , dann fällt die Raumzeiger-Spannungsdifferenz an der Induktivität $L_{\sigma 1}$ ab, es gilt

$$L_{\sigma 1} \frac{d\vec{I}_1^S}{dt} = \vec{U}_{1k} - \vec{U}_i^S = \Delta \vec{U}_{1k} \quad \text{mit } k = 1, 2, \dots, 8 \quad (14.72)$$

In Abb. 14.39a sind die Zeiger $\Delta \vec{U}_{1k}$ gestrichelt eingetragen. Aus dieser Abbildung ist erkennbar, dass $\Delta \vec{U}_{1k} = L_{\sigma 1} d\vec{I}_1^S/dt$ ist, d.h. die Raumzeiger-Spannungsdifferenz $\Delta \vec{U}_{1k}$ gibt sowohl die Amplitude als auch die Richtung der Stromänderung vor (vgl. Abb. 14.39b). Somit wird, je nach Schaltzustand k und

Lastspannung, die Stromänderung eine entsprechende Richtung und Amplitude aufweisen. Es ist aus Abb. 14.39a ebenso erkenntlich, dass bei $k = 7$ bzw. $k = 8$ die Last kurzgeschlossen wird und damit \vec{U}_i^S der Differenzraumzeiger ist.

Statt wie im vorigen Kapitel zu versuchen, den Mittelwert der Wechselrichterspannung zu realisieren, soll nun eine prädiktive Stromregelung vorgestellt werden. Die Regelstrategie sieht wie folgt aus (siehe Abb. 14.40). Um den Sollwertzeiger \vec{I}_1^{S*} wird ein Hysteresekreis mit \vec{I}_1^{S*} als Mittelpunkt gelegt. Die Schaltzustände des Wechselrichters sollen so gewählt werden, dass die Trajektorie des Istwertzeigers \vec{I}_1^S in diesem Hysteresekreis bleibt.

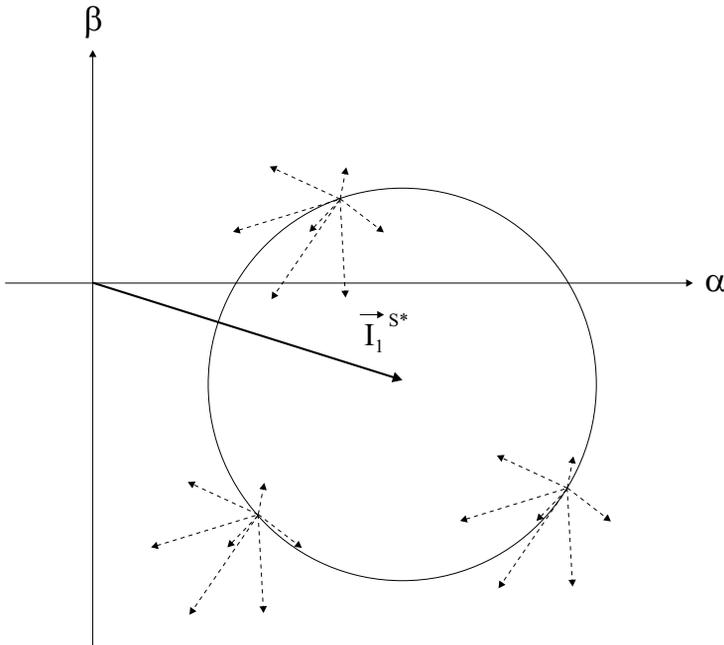


Abb. 14.40: Raumzeiger bei der Vektor-Hysteresestromregelung

Das heißt, der Betrag des Zeigers der Regelabweichung $\Delta \vec{I}_1 = \vec{I}_1^{S*} - \vec{I}_1^S$ soll auf den Radius des Kreises begrenzt werden. Jedes mal wenn der Hysteresekreis von \vec{I}_1^S berührt wird, muss somit ein neuer Wechselrichterzeiger \vec{U}_{1k} aufgeschaltet werden, der geeignet ist, die Istwerttrajektorie wieder in den Kreis zurückzubringen. Abbildung 14.40 zeigt mehrere Beispiele für einen Berührungspunkt und wie sich der Strom mit den möglichen neuen Schaltzuständen bewegen kann. Wie man erkennt, sind, je nachdem wo der Kreis berührt wird, ein oder mehrere Schaltzustände k sinnvoll. Dies kann für eine Optimierungsstrategie verwendet werden. Als Optimierungskriterium kann zum Beispiel die Minimierung der Schaltfrequenz bei gegebener Hysteresebreite dienen. Dabei wird versucht, denjenigen Schaltzustand zu finden, der eine möglichst lange Verweildauer des

Stroms im Hysteresekreis erwarten läßt. Dieses Kriterium ist vor allem bei stationären Vorgängen sinnvoll.

Ein anderes Kriterium, das bei Übergangsvorgängen verwendet wird, versucht die dynamischen Eigenschaften der Regelung zu optimieren. Hier verwendet man diejenige Stromableitung $d\vec{I}_{1k}/dt$, die eine möglichst große Komponente in Richtung der Regelabweichung $\Delta\vec{I}_1 = \vec{I}_1^{S*} - \vec{I}_1^S$ besitzt.

Diese Strategien werden als prädiktive Verfahren bezeichnet, da das zukünftige Verhalten für jede der möglichen Schalthandlungen vorausgesagt wird, um daraus die beste Lösung auszuwählen. Damit werden on-line optimierte Pulsmuster erzeugt, die sowohl stationär als auch dynamisch hervorragende Ergebnisse liefern.

Aus Abb. 14.40 ist leicht zu erkennen, dass eine exakte Vorausbestimmung des zu erwartenden Auftreffpunkts des Istwert-Raumzeigers auf den Hysteresekreis von keiner großen Relevanz ist, da nur die begrenzte Zahl der Raumzeiger zur Verfügung steht und der Auftreffzeitpunkt den Umschaltzeitpunkt erzwingt. Es kann daher vorteilhaft eine Segmentierung des Hysteresekreises mit den nächsten günstigsten Schaltbedingungen vorab vorgenommen werden. Dies ist ebenso vorteilhaft hinsichtlich der Auswirkungen von Störgrößen [244, 326, 351, 357].

Wenn statt eines selbstgeführten Wechselrichters mit eingepprägter Spannung ein selbstgeführter Wechselrichter mit eingepprägtem Strom und Pulsweitenmodulation eingesetzt wird, dann können die obigen Überlegungen dual übertragen werden, d.h. es können nur sechs reale Stromraumzeiger und drei Null-Raumzeiger realisiert werden, es wird ein Spannungs-Hysteresekreis aufgespannt und der Differenzspannungsraumzeiger hat im Hysteresekreis zu verbleiben [245–247, 313].

Beim Wechselrichter mit eingepprägtem Strom und abschaltbaren Ventilen ist parallel zur Last eine Kondensatorbatterie, vorzugsweise in Dreieckschaltung, angeordnet, so dass durch den Wechselrichter sowohl ein Ladestrom für die Kondensatorbatterie, als auch der Laststrom bereitgestellt wird. Durch die gezielte Vorgabe des Ladestroms der Kondensatorbatterie kann somit ein Drehspannungssystem mit geringem Oberschwingungsgehalt für die Last erzeugt werden. Der Laststrom wird daher bei ohmsch-induktivem Innenwiderstand der Last noch geringere Oberschwingungsanteile als das Drehspannungssystem enthalten.

Zusätzlich kann beim Wechselrichter mit eingepprägtem Strom der Zwischenkreisstrom verstellt werden, so dass in diesem Fall ein weiterer Verstellparameter, die Amplitude der Stromraumzeiger, bei der Optimierung des Pulsmusters genutzt werden kann. Die obigen Verfahren können sowohl auf der Maschinen- als auch auf der Netzseite verwendet werden.

Aus den Erläuterungen zur prädiktiven Stromregelung bei selbstgeführten Wechselrichtern mit eingepprägter Spannung bzw. prädiktiven Spannungsregelung bei selbstgeführten Wechselrichtern mit eingepprägtem Strom ist zu entnehmen, dass zur Realisierung ein gewisser Rechenaufwand notwendig ist. Es stellt sich die Frage, mit welchen Maßnahmen eine „hardware“-orientierte Lösung erreicht werden kann. Diese Überlegungen waren in den oben genannten Veröffentlichungen

auch bereits erfolgt und hatten u.a. zu einer Segmentierung des Hysteresekreises der Reglerdifferenz geführt.

14.4.3 Raumzeiger-Hystereseverfahren

Die bereits diskutierte Grundidee ist, dass die geometrische Summe der drei Phasenströme gleich Null ist, d.h. die Regelung von zwei Strömen ausreichend ist, um den dritten Strom festzulegen. Aufgrund dieser Überlegung ist die Regelung der Ströme $I_{1\alpha}$ und $I_{1\beta}$ im statorfesten Raumzeigersystem ausreichend zur Realisierung der Stromregelung im Dreiphasen-System.

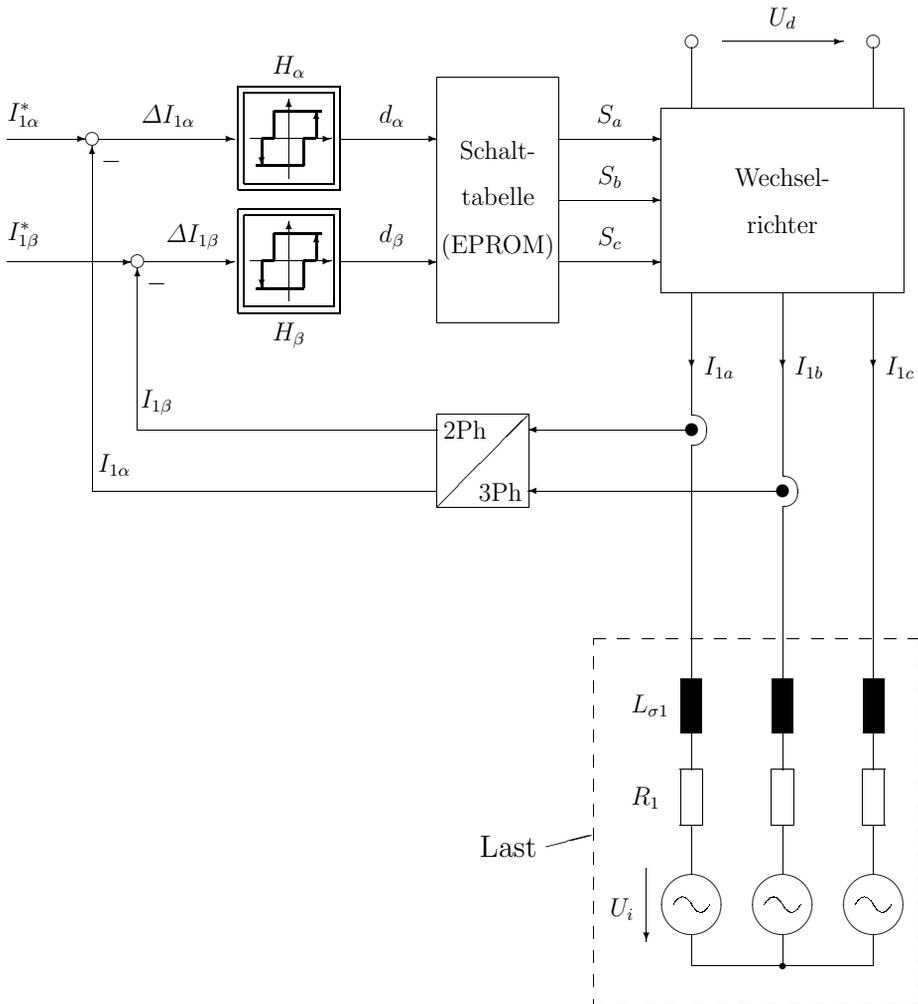


Abb. 14.41: Raumzeigerbasierte Hystereseregung

Bei dem im folgenden beschriebenen Verfahren nach [318] werden die realen Phasenströme, wie in Abb. 14.41 dargestellt, ins α, β -System mit den Komponenten $I_{1\alpha}$ und $I_{1\beta}$ transformiert. Die aus dem Vergleich der Soll- und Istströme gebildeten Regelabweichungen $\Delta I_{1\alpha}$ und $\Delta I_{1\beta}$ werden jeweils einem Dreistufen-Hysteresekomparator zugeführt. In Abb. 14.42a ist eine praktische Realisierung eines Dreistufen-Hysteresekomparators dargestellt. Die prinzipielle Funktionsweise soll anhand Abb. 14.42b kurz erklärt werden. Dabei wird der Komparator mit einem fiktiven Eingangssignal $\Delta I_{1\alpha}$ beaufschlagt und die Änderung des Ausgangssignals d_α untersucht. Befindet sich $\Delta I_{1\alpha}$ anfangs innerhalb des inneren Toleranzbereichs ($-H < \Delta I_{1\alpha} < H$) und das Ausgangssignal d_α besitzt den Wert -1, so wechselt d_α nach 0, sobald $\Delta I_{1\alpha}$ die positive Grenze H erreicht. Ein Zustandswechsel von d_α nach 1 ereignet sich, wenn $\Delta I_{1\alpha}$ auch die Grenze ($H + \Delta H$) des äußeren Toleranzbereichs trifft, d.h. $\Delta I_{1\alpha} \geq H + \Delta H$ wird. Der Komparatorausgang d_α wird erst dann wieder zu 0, wenn $\Delta I_{1\alpha}$ so lange sinkt, bis der innere Toleranzbereich vollständig durchfahren ist und $\Delta I_{1\alpha} \leq -H$ wird. Sobald das Eingangssignal $\Delta I_{1\alpha}$ auch die äußere Grenze ($-H - \Delta H$) erreicht, wird d_α wieder auf -1 gesetzt.

Zu beachten ist, dass somit beispielsweise bei einem Wechsel von $d_\alpha = 0$ zu $d_\alpha = 1$, d.h. von $H \leq \Delta I_{1\alpha} \leq H + \Delta H$ zu $\Delta I_{1\alpha} = H + \Delta H$, der Stromistwert \bar{I}_1^S generell zu klein ist und damit in der folgenden Schaltperiode zunehmen muß!

Die beiden Komparatoren bilden im α, β -Raumzeigersystem zwei viereckige Toleranzflächen für den Regelabweichungszeiger $\vec{\Delta I}_1$, die innere mit der Breite H und die äußere mit der Breite $H + \Delta H$ (vgl. Abb. 14.42c). Die Größe der Regelabweichung wird durch die Hysteresebandbreite H bestimmt. Die Komparatoren wandeln die kontinuierliche Bewegung des Zeigers $\vec{\Delta I}_1$ zu einem diskreten Ausgangssignal \vec{d} mit den Komponenten d_α und d_β um.

Die Gegenüberstellung der Werte von d_α bzw. d_β und der beiden Toleranzflächen wird anhand eines Beispiels erklärt. Es wird angenommen, der Zeiger $\vec{\Delta I}_1$ hat soeben die innere Toleranzfläche verlassen und befindet sich mit beiden Komponenten zwischen innerer und äußerer Toleranzfläche ($H < \Delta I_{1\alpha} < H + \Delta H$ und $H < \Delta I_{1\beta} < H + \Delta H$). Das Ausgangssignal $\vec{d} = (d_\alpha, d_\beta)$ besitzt den Wert $(0, 0)$. Ein Zustandswechsel von d_α bzw. d_β erfolgt, wenn $\vec{\Delta I}_1$ einen der beiden zur α -Achse bzw. β -Achse senkrechten Ränder $H + \Delta H$ der äußeren Toleranzfläche erreicht, d.h. \vec{d} wechselt nach $(1, 0)$ bzw. $(0, 1)$. Dieser Zustandswechsel veranlasst das Schalten eines Spannungsraumzeigers, der den Regelabweichungszeiger wieder ins Innere der Toleranzfläche führt. Der Zustand von d_α bzw. d_β bleibt unverändert, wenn $\vec{\Delta I}_1$ in die innere Toleranzfläche eintritt und sie anschließend durchläuft. Er wechselt erst dann wieder zu Null, wenn $\Delta I_{1\alpha}$ bzw. $\Delta I_{1\beta}$ den gegenüberliegenden Rand $-H$ der inneren Toleranzfläche erreicht. Dies bedeutet, dass die Werte von d_α bzw. d_β innerhalb der Toleranzfläche konstant bleiben und nur vom Ort des letzten Zustandswechsels abhängen.

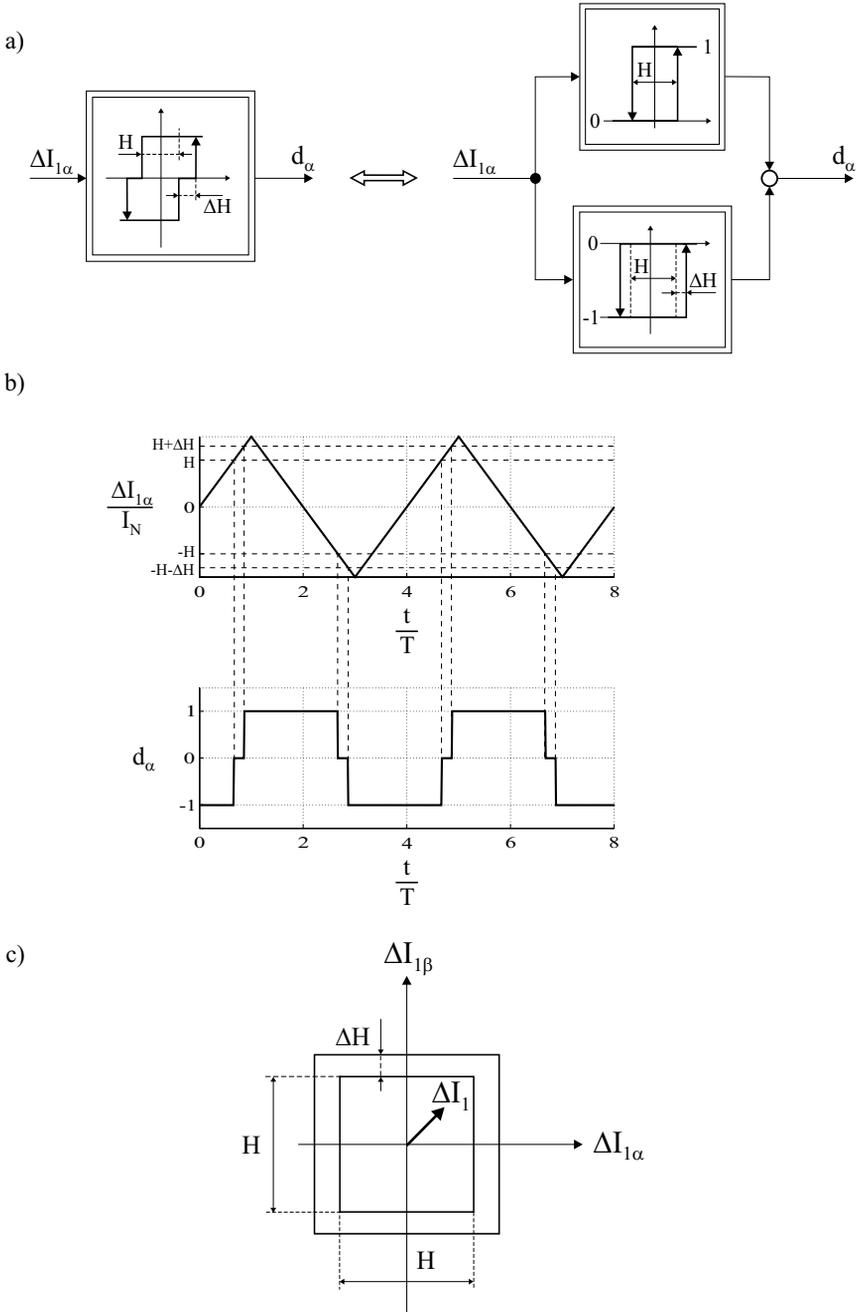


Abb. 14.42: a) Implementierung eines Dreistufen-Hysteresekomparators
 b) Funktionsweise eines Dreistufen-Hysteresekomparators
 c) Grenze der Regelabweichung ($\Delta H \ll H$)

Tabelle 14.4: Schalttablelle für raumzeigerbasierte Hystereseregulung

	d_α	-1	-1	-1	0	0	0	1	1	1
	d_β	-1	0	1	-1	0	1	-1	0	1
Spannungsvektor		\vec{U}_{15}	\vec{U}_{14}	\vec{U}_{13}	\vec{U}_{16}	$\vec{U}_{17}/\vec{U}_{18}$	\vec{U}_{13}	\vec{U}_{16}	\vec{U}_{11}	\vec{U}_{12}

oder

	d_α	-1	-1	-1	0	0	0	1	1	1
	d_β	-1	0	1	-1	0	1	-1	0	1
Spannungsvektor		\vec{U}_{15}	\vec{U}_{14}	\vec{U}_{13}	\vec{U}_{15}	$\vec{U}_{17}/\vec{U}_{18}$	\vec{U}_{12}	\vec{U}_{16}	\vec{U}_{11}	\vec{U}_{12}

Mit den Ausgangssignalen (d_α, d_β) werden unmittelbar aus der Schalttablelle 14.4 die Schaltzustände des Wechselrichters ermittelt. Diese Schalttablelle kann in einem EPROM gespeichert werden.

Um die Schalttablellen zu verstehen, muss man die Spannungsraumzeiger \vec{U}_{1k} und die neun möglichen Zeiger $\vec{d} = (d_\alpha, d_\beta)$ in Abb. 14.43 vergleichen. Die Strategie ist, immer den Spannungsraumzeiger zu wählen, der dem Zeiger \vec{d} am nächsten ist.

Wenn beide Ausgänge d_α und d_β aktiven Zustand (1 oder -1) aufweisen, wird ein Spannungsraumzeiger exakt definiert. Falls eines der Ausgangssignale d_α und d_β den Wert Null aufweist, bestimmt das aktive Signal, welcher Spannungsraumzeiger aufgeschaltet werden muß. Weisen beide Ausgangssignale d_α und d_β den Wert Null auf, schaltet man den Nullvektor ein.

Die Schalttablelle soll im folgenden genauer erläutert werden. Es wird angenommen, beide Regelabweichungskomponenten erreichen gleichzeitig den positiven Rand der äußeren Toleranzfläche, d.h. $\Delta I_{1\alpha} = H + \Delta H$ und $\Delta I_{1\beta} = H + \Delta H$, und das Ausgangssignal \vec{d} wechselt zum Zustand (1,1). Der Stromistwert \vec{I}_1^S muß in der folgenden Schaltsequenz in beiden Komponenten $I_{1\alpha}$ und $I_{1\beta}$ zunehmen, was gemäß Gl. (14.69) zu einer Verringerung von $\Delta I_{1\alpha}$ und $\Delta I_{1\beta}$ führt. Die Erhöhung der Istwertkomponenten erfordert jeweils eine Spannungserhöhung an der Induktivität $L_{\sigma 1}$ in Abb. 14.41. Diese Spannungserhöhung wird umso effektiver zu erreichen sein, je kleiner die Gegenspannung in der dreiphasigen Last ist. Dies bedeutet eine umso größere Stromänderung $d\vec{I}_1^S/dt$, und damit ein schnelleres Durchlaufen der Toleranzfläche. Dies führt letztlich auch zu einer umso größeren Schaltfrequenz, je größer $d\vec{I}_1^S/dt$ ist. Im vorliegenden Fall wird entsprechend der Tabelle der Spannungsraumzeiger \vec{U}_{12} eingeschaltet. Aufgrund dieses Raumzeigers der Wechselrichterspannung werden die beiden Komponenten $I_{1\alpha}$ und $I_{1\beta}$ zunehmen und die Regeldifferenzen $\Delta I_{1\alpha}$ und $\Delta I_{1\beta}$ verringern sich. Es werden also bei der Auswahl dieser Schaltsequenz $dI_{1\alpha}/dt$ bzw. $dI_{1\beta}/dt$

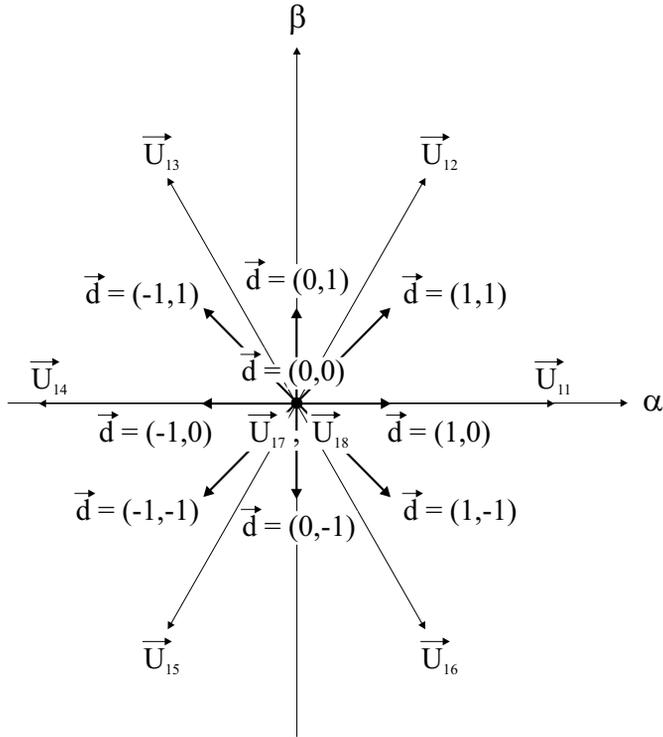


Abb. 14.43: Gegenüberstellung der Spannungsraumzeiger und der \vec{d} -Zeiger

nicht berücksichtigt, so dass nur tendenziell im statischen Mittel ein „Optimum“, wie im vorherigen Unterkapitel beschrieben, erreicht wird. Es können nun drei Fälle im Folgezustand auftreten:

1. $\Delta I_{1\alpha}$ und $\Delta I_{1\beta}$ erreichen gleichzeitig den negativen Rand der inneren Toleranzfläche ($\Delta I_{1\alpha} = -H$ und $\Delta I_{1\beta} = -H$), und \vec{d} wechselt zum Zustand $(0, 0)$. Entsprechend der Schalttable wird der Null-Raumzeiger gewählt, somit bestimmt der Gegenspannungsraumzeiger die nächste Bewegungsrichtung des Regelabweichungszeigers.
2. $\Delta I_{1\beta}$ erreicht früher als $\Delta I_{1\alpha}$ den negativen Rand der inneren Toleranzfläche ($-H < \Delta I_{1\alpha} < H$ und $\Delta I_{1\beta} = -H$) und \vec{d} wechselt zum Zustand $(1, 0)$. Aufgrund der Schalttable wird nun der Spannungsraumzeiger \vec{U}_{11} ausgewählt. Wie aus Abb. 14.43 zu ersehen ist, liegt \vec{U}_{11} auf der positiven α -Achse. Dies bedeutet, die Komponente $I_{1\alpha}$ wird durch die Spannung \vec{U}_{11} beeinflusst, die Komponente $I_{1\beta}$ wird hingegen nur durch die Gegenspannungskomponente $U_{i\beta}$ verändert.
3. Wenn $\Delta I_{1\alpha}$ den inneren negativen Rand des Hysteresebandes früher erreicht als $\Delta I_{1\beta}$ ($\Delta I_{1\alpha} = -H$ und $-H < \Delta I_{1\beta} < H$), ergeben sich zwei

mögliche Schaltsequenzen aufgrund der Kombination (0, 1). Entweder man lässt weiterhin den Spannungsraumzeiger \vec{U}_{12} geschaltet (Tabelle 14.4 unten) und erlaubt dem Regelabweichungszeiger $\Delta\vec{I}_1$ die innere Toleranzfläche zu verlassen, bis der nächste Zustandswechsel von \vec{d} eintritt, oder man schaltet den Spannungsraumzeiger \vec{U}_{13} (Tabelle 14.4 oben). Dies hat zur Folge, dass $I_{1\alpha}$ sinkt (d.h. $\Delta I_{1\alpha}$ steigt), während $I_{1\beta}$ weiter zunimmt (d.h. $\Delta I_{1\beta}$ sinkt).

Die Schalttabellen 14.4 sind für die Messung der Phasenströme in der in Abb. 14.41 gezeichneten Richtung angegeben. Sollten die Phasenströme in Gegenrichtung gemessen werden, dann ergibt die Spiegelung der Spannungsraumzeiger um ($d_\alpha = 0, d_\beta = 0$) die richtigen Schalttabellen.

Abbildung 14.44 zeigt charakteristische Resultate des Verfahrens für den Wechselrichterbetrieb, die im folgenden diskutiert werden sollen. Für die folgenden Simulationen wurde angenommen, dass $U_d = 150\text{ V}$, $L_{\sigma 1} = 300\ \mu\text{H}$, $R_1 = 50\text{ m}\Omega$, $U_i = 60\text{ V}$, $I_N = 30\text{ A}$, $F_1 = 50\text{ Hz}$, $H = 3\text{ A}$, $\Delta H = 0,4\text{ A}$ sind. Erreicht die Regelabweichung $\Delta I_{1\beta}$ in der Umgebung der Scheitelwerte von $I_{1\beta}$ (d.h. $I_{1\beta} \approx \pm \hat{I}_1$) die Untergrenze des äußeren Toleranzbandes $-H - \Delta H$, d.h. die Stromkomponente $I_{1\beta}$ trifft die Grenze $I_{1\beta}^* + H + \Delta H$, so wechselt der Komparatorausgang d_β zum Zustand -1 . Weist d_α zugleich den Wert Null auf, so wird nach der Schalttabelle entweder der Spannungsraumzeiger \vec{U}_{16} (Tabelle 14.4 oben) oder \vec{U}_{15} (Tabelle 14.4 unten) geschaltet. Diese Spannungsraumzeiger besitzen beide große negative β -Komponenten, die die Stromkomponente $I_{1\beta}$ verringern und somit sinkt die Regeldifferenz $\Delta I_{1\beta}$. Trifft $I_{1\beta}$ die Untergrenze $I_{1\beta}^* - H - \Delta H$ des äußeren Toleranzbandes und $\Delta I_{1\beta}$ folglich die Obergrenze $H + \Delta H$, so wechselt der Komparatorausgang d_α zum Zustand Eins. Unter der Annahme $d_\alpha = 0$ wird der Spannungsraumzeiger \vec{U}_{13} (Tabelle 14.4 oben) oder \vec{U}_{12} (Tabelle 14.4 unten) ausgewählt. Aufgrund der großen positiven β -Komponenten steigt $I_{1\beta}$ und die Regeldifferenz $\Delta I_{1\beta}$ sinkt wieder ins Innere des Toleranzbereichs. Sowohl \vec{U}_{16} bzw. \vec{U}_{15} , als auch \vec{U}_{13} bzw. \vec{U}_{12} besitzen auch Spannungsraumzeigern auch die Stromkomponente $I_{1\alpha}$ beeinflusst. Dies ist in Abb. 14.44 (links oben) an den nahezu identischen Schaltfrequenzen in den Stromverläufen $I_{1\alpha}$ und $I_{1\beta}$ in diesen Bereichen zu erkennen.

Erreicht die Regelabweichung $\Delta I_{1\alpha}$ in der Umgebung der Scheitelwerte von $I_{1\alpha}$ (d.h. $I_{1\alpha} \approx \pm \hat{I}_1$) die Obergrenze des äußeren Toleranzbandes $H + \Delta H$, d.h. die Stromkomponente $I_{1\alpha}$ berührt die Grenze $I_{1\alpha}^* - H - \Delta H$, so wechselt der Komparatorausgang d_α nach Eins. Weist gleichzeitig d_β den Wert Null auf, so wird nach der Schalttabelle 14.4 der Spannungsraumzeiger \vec{U}_{11} ausgewählt. Erreicht die Regelabweichung $\Delta I_{1\alpha}$ die Untergrenze des äußeren Toleranzbereichs $-H - \Delta H$, d.h. die Stromkomponente $I_{1\alpha}$ trifft die Grenze $I_{1\alpha}^* + H + \Delta H$, so wechselt der Komparatorausgang d_α nach -1 . Unter der Annahme $d_\beta = 0$ wird gemäß der Schalttabelle 14.4 der Spannungsraumzeiger \vec{U}_{14} geschaltet. Beide Wechselrichterspannungen besitzen keine Komponenten in β -Richtung. Dies bedeutet,

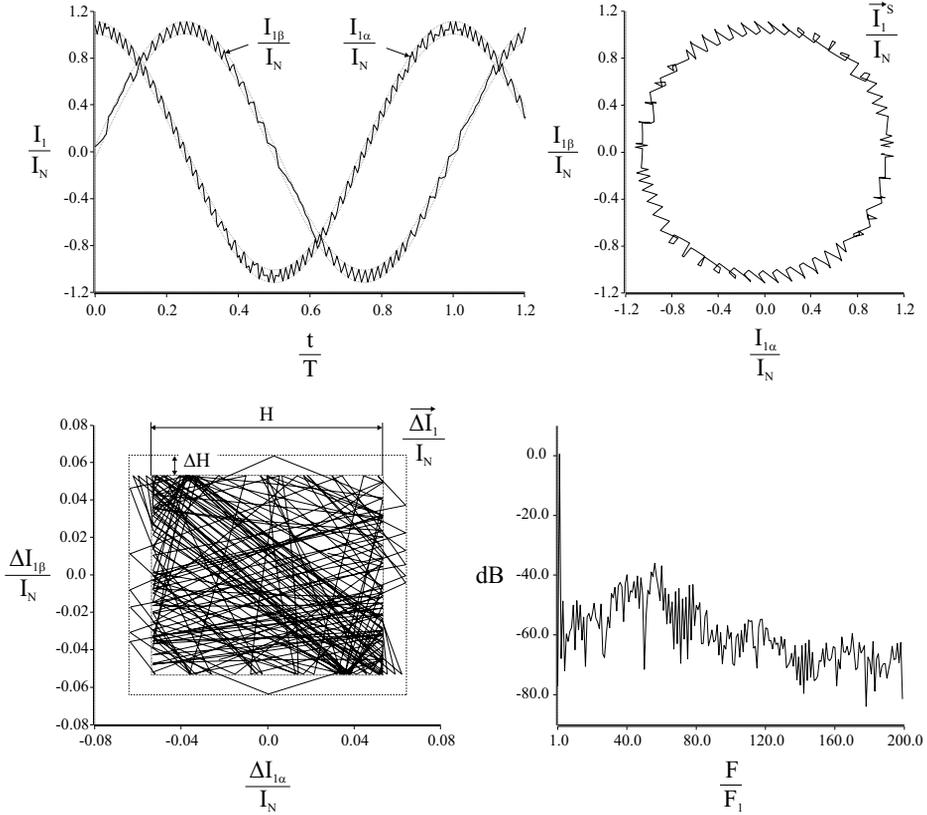


Abb. 14.44: Verhalten der raumzeigerbasierten Hystereseregulierung im stationären Fall:
 oben links: Komponenten des Stromraumzeigers
 oben rechts: Stromraumzeiger
 unten links: Zone und Zeiger der Regelabweichung
 unten rechts: Spektrum von \vec{I}_1^S , berechnet über $4T$

dass $I_{1\beta}$ nur durch die β -Komponente der Gegenspannung beeinflusst wird. Deshalb ist die hohe Schaltfrequenz im Verlauf von $I_{1\alpha}$ nicht in der Stromkomponente $I_{1\beta}$ erkennbar (Abb. 14.44 links oben). Somit kann die Stromkomponente $I_{1\alpha}$ geregelt werden, ohne $I_{1\beta}$ zu beeinflussen, während dies umgekehrt nicht möglich ist.

Wie schon erwähnt wurde, beeinflusst die Regelung der β -Komponente auch die α -Komponente. Häufig erreicht deshalb die α -Komponente nicht einmal den Rand des inneren Toleranzbandes, weil sie vorher bereits durch die Regelung der β -Komponente zur Umkehr gezwungen wird. Auch der erwartete Wechsel von einer Komparatorschleife in die nächste wird beeinflusst. Wie aus

Abb. 14.44 (links unten) ersichtlich ist, verlassen sowohl die Regeldifferenz $\Delta I_{1\alpha}$ als auch $\Delta I_{1\beta}$ mehrmals die innere Toleranzfläche. Die Ursache hierfür ist in der Aufschaltung von Nullvektoren zu sehen, da dann die Bewegungsrichtung der Stromkomponenten allein durch die Gegenspannung bestimmt wird. Wenn eine der beiden Regelabweichungskomponenten den Rand der äußeren Toleranzfläche berührt, wechselt der Zustand von \vec{d} , was die Aufschaltung eines Nichtnullspannungszeigers veranlasst und damit die Rückkehr der Komponente ins Innere der Toleranzfläche bewirkt.

Wie der Abb. 14.44 (links unten) ferner zu entnehmen ist, verlässt die Regeldifferenz $\Delta I_{1\alpha}$ das innere Toleranzband häufiger als $\Delta I_{1\beta}$. Die Ursache hierfür ist darin zu sehen, dass ein Zustandswechsel von d_α nicht automatisch zu einem anderen Spannungsraumzeiger führt. Wechselt beispielsweise das Komparatorausgangssignal \vec{d} von $(-1, 1)$ nach $(0, 1)$, weil $\Delta I_{1\alpha}$ die Grenze H des inneren Toleranzbandes überschreitet, ändert sich bei Verwendung der Schalttable 14.4 oben der geschaltete Spannungsraumzeiger \vec{U}_{13} nicht, und der Regeldifferenzzeiger $\Delta \vec{I}_1$ bewegt sich in der ursprünglichen Richtung weiter. Identische Fälle sind auch bei Verwendung der Schalttable 14.4 unten zu finden.

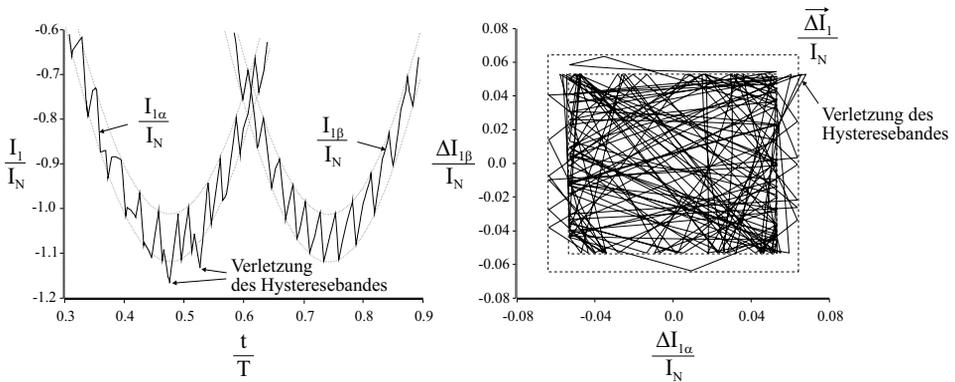


Abb. 14.45: Raumzeigerbasierte Hystereseregulung:
 links: Komponenten des Stromraumzeigers
 rechts: Zone und Zeiger der Regelabweichung

Eine Hysteresebandverletzung über das äußere Band hinaus tritt auf, wenn die Gegenspannung \vec{U}_i^S betragsmäßig größer als ein Drittel der Zwischenkreisspannung U_d wird.

$$|\vec{U}_i^S| > \frac{U_d}{3} \tag{14.73}$$

Der ungünstigste Fall ist, wenn einer der Spannungsraumzeiger $\vec{U}_{12}, \vec{U}_{13}, \vec{U}_{15}$ oder \vec{U}_{16} geschaltet wird und die α -Komponente der Gegenspannung ihren Maximalwert \hat{U}_i aufweist. Die β -Komponente von \vec{U}_i^S ist dann Null. Wenn dann z.B. der

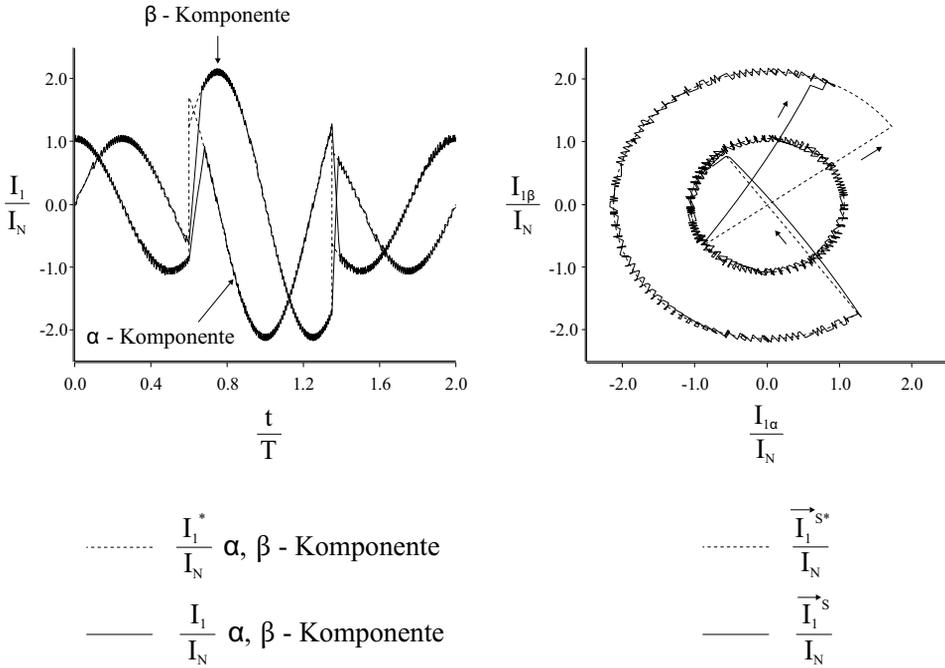


Abb. 14.46: Verhalten der raumzeigerbasierten Hystereseregulation im dynamischen Fall:

links: Komponenten des Soll- und Iststromraumzeigers
 rechts: Soll- und Iststromraumzeiger

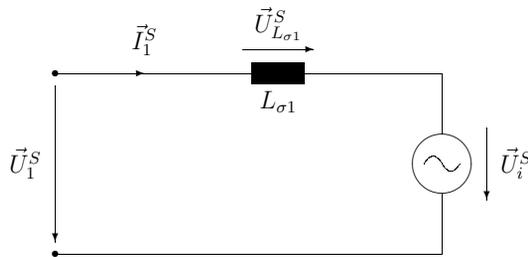


Abb. 14.47: Ersatzschaltbild des Lastkreises in der Raumzeigerdarstellung
 \vec{U}_1^S : Spannung am Wechselrichter
 \vec{U}_i^S : Gegenspannung der Last

Zustand von \vec{d} nach (1,1) gewechselt hat, müssen sowohl $\Delta I_{1\alpha}$, als auch $\Delta I_{1\beta}$ abnehmen, d.h. $I_{1\alpha}$ und $I_{1\beta}$ müssen steigen. Gemäß der Schalttabelle wird der Spannungsraumzeiger \vec{U}_{12} eingeschaltet. Dieser Spannungsraumzeiger erzeugt eine positive Spannung in beiden Richtungen (vgl. Abb. 14.43)

$$U_{1\alpha} = \frac{2}{3} U_d \cos 60^\circ = \frac{1}{3} U_d \quad \text{und} \quad U_{1\beta} = \frac{2}{3} U_d \sin 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} U_d \quad (14.74)$$

wobei $U_{1\alpha}$ und $U_{1\beta}$ die Komponenten der Wechselrichterspannung $\vec{U}_1^S = \vec{U}_{12}$ sind. Die an der Induktivität anliegenden Spannungskomponenten ergeben sich unter Vernachlässigung von R_1 zu:

$$U_{L\sigma 1\alpha} = \frac{U_d}{3} - \hat{U}_i \quad \text{und} \quad U_{L\sigma 1\beta} = \frac{U_d}{\sqrt{3}} - 0 \quad (14.75)$$

Ist $\hat{U}_i < U_d/3$, so ist $U_{L\sigma 1\alpha} > 0$, damit ist auch $dI_{1\alpha}/dt > 0$ und $I_{1\alpha}$ steigt. Wenn jedoch $\hat{U}_i > U_d/3$ ist, so ist $U_{L\sigma 1\alpha} < 0$, damit ist auch $dI_{1\alpha}/dt < 0$ und $I_{1\alpha}$ sinkt weiter und verlässt das äußere Toleranzband. Die Stromkomponente $I_{1\alpha}$ kann erst dann wieder ins Innere des Toleranzbereichs geführt werden, wenn $I_{1\beta}$ die innere negative Komparatorschleife erreicht und der Spannungsvektor \vec{U}_{11} geschaltet wird. Da dieser Spannungsraumzeiger nach Abb. 14.43 die Komponenten

$$U_{1\alpha} = \frac{2}{3} U_d \quad , \quad U_{1\beta} = 0 \quad (14.76)$$

besitzt, kann dies nur funktionieren, wenn $\hat{U}_i < 2U_d/3$ ist. Bei der Auslegung des Antriebssystems ist dies zu berücksichtigen.

Ein weiteres Beispiel für eine Hysteresebandverletzung sei im folgenden kurz beschrieben. Es wird angenommen, die Regeldifferenz $\Delta I_{1\beta}$ befindet sich im Bereich $-H - \Delta H < \Delta I_{1\beta} < -H$ und d_β besitzt den Wert Null. Wenn $\Delta I_{1\alpha}$ den Rand $H + \Delta H$ des äußeren Toleranzbandes erreicht, wechselt d_α zum Zustand Eins und nach der Schalttabelle wird der Spannungsraumzeiger \vec{U}_{11} geschaltet. Dieser Zustand wird beibehalten, wenn $\Delta I_{1\alpha}$ anschließend wieder ins Innere des Toleranzbandes sinkt. Wechselt dann d_β von Null nach -1 , weil die Regeldifferenz $\Delta I_{1\beta}$ den Rand $-H - \Delta H$ des äußeren Toleranzbereichs trifft, wird zum Spannungsraumzeiger \vec{U}_{16} gewechselt. Dieser Zeiger besitzt die α -Komponente $U_d/3$. Falls zugleich die Gegenspannungskomponente $U_{i\alpha} > U_d/3$ ist, liegt an der Induktivität $L_{\sigma 1}$ die Differenzspannungskomponente $U_{L\sigma 1\alpha} = U_d/3 - U_{i\alpha} < 0$. Dies bedeutet, dass die Stromkomponente $I_{1\alpha}$ sinkt. Somit steigt die Regeldifferenz $\Delta I_{1\alpha}$ an, bis d_β seinen Zustand wechselt. Dies kann unter Umständen so lange dauern, bis die Stromkomponente $I_{1\alpha}$ bereits das äußere Toleranzband verlassen hat. In Abb. 14.45 ist das Verlassen des äußeren Hysteresebandes der α -Komponente des Stroms mit Pfeilen markiert.

Wie in Abb. 14.46 erkennbar ist, ermöglicht das Raumzeiger-Hystereseverfahren auch eine schnelle Reaktion im dynamischen Fall.

Im vorherigen Abschnitt waren eine Pulsmustererzeugung ohne Berücksichtigung der Gegenspannung und die sich daraus ergebenden Vor- und Nachteile

dargestellt worden. Wie sich ergeben hatte, führt insbesondere die Realisierung von großen Spannungsdifferenzen zu schnellen Stromänderungen und somit im stationären Betrieb zu unerwünschten, hohen Schaltfrequenzen.

Eine Berücksichtigung der Gegenspannung \vec{U}_i^S der Last (sofern vorhanden), d.h. der Spannungsdifferenz an der Induktivität und damit der Stromänderungsgeschwindigkeit nach Amplitude und Phase ist, wie schon im vorigen Kapitel diskutiert, sinnvoll. Eine Schwierigkeit ist allerdings die Bestimmung der Gegenspannung. Die Grundlage der zu beschreibenden Pulsmustererzeugung ist die Differentialgleichung (14.77), die das Verhalten der Ersatzschaltung der Lastseite des Wechselrichters (Abb. 14.47) beschreibt.

$$\frac{d\vec{I}_1^S}{dt} = \frac{1}{L_{\sigma 1}} \vec{U}_{L_{\sigma 1}}^S = \frac{1}{L_{\sigma 1}} (\vec{U}_1^S - \vec{U}_i^S) \quad (14.77)$$

Im folgenden werden zwei Beispiele der prädiktiven Stromregelung vorgestellt.

14.4.4 Prädiktive Stromregelung mit Schalttabelle

In diesem Abschnitt wird ein Verfahren vorgestellt, das die Information über die Lage der Gegenspannung nutzt, um die beschriebene Problematik der reinen Strom-Hystereseregulation zu beseitigen. Um dies zu erreichen ist eine Schalttabelle zu finden, die von $\Delta\vec{I}_1$ und der Lage der Gegenspannung abhängig ist.

Durch Einsetzen der Ableitung der negativen Regelabweichung Gl. (14.78) in Gl. (14.77) und anschließendes Umformen erhält man Gl. (14.79) für die Bewegung des negativen Regelabweichungszeigers in Abhängigkeit von der Gegenspannung. Das negative Vorzeichen wird zur Vereinfachung der Bestimmung der Schaltzustände eingeführt (Annahme $R_1 = 0$). Dabei beschreibt \vec{U}_1^{S*} die exakte kontinuierliche Spannung, die der Wechselrichter erzeugen müsste.

$$\frac{d(-\Delta\vec{I}_1)}{dt} = \frac{d\vec{I}_1^S}{dt} - \frac{d\vec{I}_1^{S*}}{dt} \quad (14.78)$$

$$\frac{d(-\Delta\vec{I}_1)}{dt} = \frac{1}{L_{\sigma 1}} (\vec{U}_1^S - \vec{U}_i^S) - \frac{d\vec{I}_1^{S*}}{dt} = \frac{1}{L_{\sigma 1}} (\vec{U}_1^S - \vec{U}_1^{S*}) \quad (14.79)$$

mit

$$\vec{U}_1^{S*} = \vec{U}_i^S + L_{\sigma 1} \frac{d\vec{I}_1^{S*}}{dt} \quad (14.80)$$

Wie im vorigen Kapitel beschrieben, kann aber die Wechselrichterspannung \vec{U}_1^S nur die acht Werte $\vec{U}_{1k}^S = \vec{U}_{1k}$ mit $k = 1 \dots 8$ annehmen. Entsprechend sind für die Differenzspannung $\vec{U}_1^S - \vec{U}_1^{S*}$ und damit auch für die Ableitung der Regelabweichung sieben verschiedene Werte möglich. Die Wechselrichter-Klemmenspannung \vec{U}_{1k} bewegt den Zeiger $-\Delta\vec{I}_1$ in die Richtung $\vec{U}_{1k} - \vec{U}_1^{S*}$ mit der Geschwindigkeit $|\vec{U}_{1k} - \vec{U}_1^{S*}|/L_{\sigma 1}$. Die Regelstrategie sieht prinzipiell so, wie oben beschrieben, aus: Um den Sollwertzeiger \vec{I}_1^{S*} wird eine Toleranzfläche gelegt

und die Spannungsraumzeiger des Wechselrichters werden so gewählt, dass die Trajektorie des Istwertzeigers \vec{I}_1^S in dieser Toleranzfläche bleibt. Das heißt, der Betrag des Zeigers $-\Delta\vec{I}_1$ soll auf die Ränder der Toleranzfläche begrenzt werden. Jedes mal wenn er den Rand der Toleranzfläche erreicht, ist — je nachdem wo der Rand berührt wird — der Spannungsraumzeiger zu schalten, der den Zeiger $-\Delta\vec{I}_1$ mit der kleinstmöglichen Geschwindigkeit wieder in die Toleranzfläche zurückbringt.

Da die Bestimmung des günstigsten Spannungsraumzeigers einerseits die Identifizierung des Berührungspunktes des Zeigers $-\Delta\vec{I}_1$ mit dem Rand der Toleranzfläche und andererseits die Abschätzung der Differenzspannung für alle Spannungsraumzeiger benötigt, kann eine Sektorierung der Toleranzfläche sowie die Bestimmung der Segmente, in denen die Trajektorie des Differenzspannungszeigers $\vec{U}_{1k} - \vec{U}_1^{S*}$ mit $k = 1 \dots 8$, liegt, vorgenommen werden. Dabei wird angenommen, dass der Wechselrichter nicht im Übermodulationsbereich arbeitet, d.h. der Betrag von \vec{U}_1^{S*} wird auf $U_d/\sqrt{3}$ begrenzt.

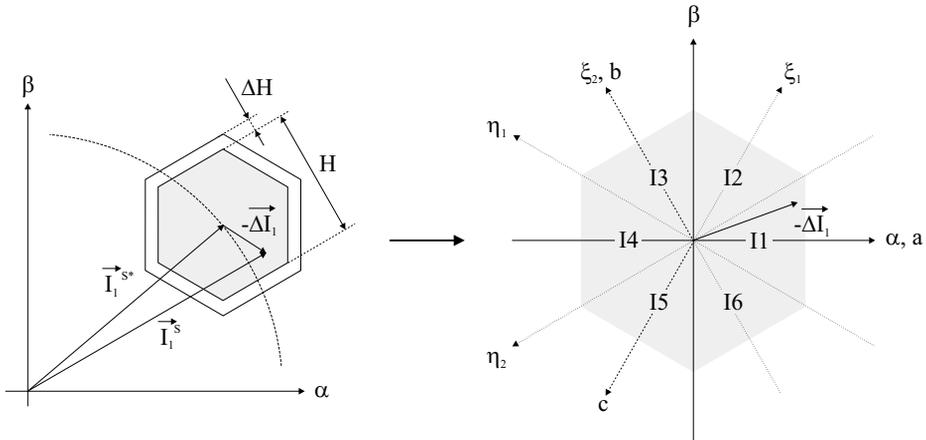


Abb. 14.48: Sechseckige Toleranzfläche

Für die Bestimmung des Treffpunktes des Zeigers $-\Delta\vec{I}_1$ mit dem Rand der Toleranzfläche wird ein Sechseck definiert, das wie in Abb. 14.48 in sechs Sektoren I1...I6 aufgeteilt werden kann. In dieser Abbildung sind auch zwei später benötigte Hilfskoordinatensysteme eingetragen. Das $\xi_1\eta_1$ -Koordinatensystem ist gegenüber dem α, β -System um 60° , das $\xi_2\eta_2$ -Koordinatensystem um 120° gedreht. Um die Lage des Zeigers \vec{U}_1^{S*} zu bestimmen, wird die Spannungsebene ebenfalls in sechs Sektoren V1...V6 aufgeteilt (vgl. Abb. 14.49).

Liegt \vec{U}_1^{S*} z.B. im Sektor V1, so ist unter der Voraussetzung $|\vec{U}_1^{S*}| < U_d/\sqrt{3}$ (kein Übermodulationsbereich) der Zeiger \vec{U}_1^{S*} auf das in der Abbildung markierte Kreissegment beschränkt. Für jeden Spannungsraumzeiger \vec{U}_1^S des Wechselrichters ergibt sich für die Differenz $\vec{U}_{1k} - \vec{U}_1^{S*}$ ein entsprechendes Kreissegment. Abb. 14.50 zeigt diese Segmente, wenn \vec{U}_1^{S*} im Sektor V1 liegt.

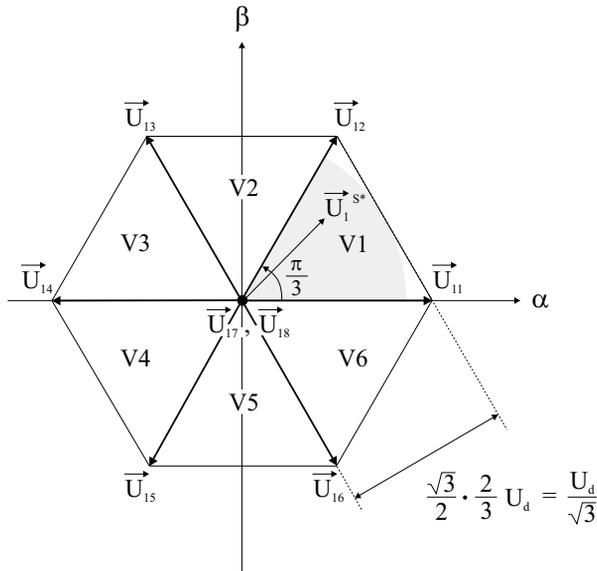


Abb. 14.49: Sektorierung der Spannungsebene

Die Schalttafel wird für diesen Fall ($\vec{U}_1^{S^*}$ im Sektor V1) wie folgt ermittelt: Berührt der Zeiger $-\Delta\vec{I}_1$ den Rand der Toleranzfläche im Sektor I1 (vgl. Abb. 14.48), so muss wegen Gl. 14.77 ein Spannungsraumzeiger gewählt werden, der einen Differenzspannungszeiger $\vec{U}_{1k} - \vec{U}_1^{S^*}$ mit negativer α -Komponente ergibt. Dadurch wird gewährleistet, dass der Zeiger $-\Delta\vec{I}_1$ wieder ins Innere der Toleranzfläche zurückkehrt. Da es bei diesem Verfahren unerheblich ist, wie sich der Zeiger $-\Delta\vec{I}_1$ innerhalb der Toleranzfläche bewegt, muss die β -Komponente des Differenzspannungszeigers nicht berücksichtigt werden. Gemäß Abb. 14.50 kann zwischen den Wechselrichterausgangsspannungen $\vec{U}_{13}, \vec{U}_{14}, \vec{U}_{15}$ und $\vec{U}_{17}/\vec{U}_{18}$ gewählt werden, da deren Kreissegmente der Differenzspannungen vollständig links der β -Achse liegen. Die Länge des Differenzspannungszeigers bestimmt die Änderungsgeschwindigkeit von $-\Delta\vec{I}_1$. Eine niedrigere Geschwindigkeit bedeutet eine längere Verweildauer im selben Schaltzustand bis der Rand der Toleranzfläche wieder berührt wird und führt so zu einer niedrigeren Schaltfrequenz im stationären Fall. Im obigen Beispiel ergeben die Spannungszeiger $\vec{U}_{17}/\vec{U}_{18}$ die kleinste Differenzspannung, da das zugehörige Kreissegment in Abb. 14.50 den geringsten Abstand vom Koordinatenursprung aufweist.

Denkt man sich diesen Fall 60° um den Koordinatenursprung gedreht, entspricht dies einem Auftreffpunkt des Zeigers $-\Delta\vec{I}_1$ an dem Rand der Toleranzfläche im Sektor I2 ($\vec{U}_1^{S^*}$ liegt im Sektor V1). Der Differenzspannungszeiger muss dann eine negative Komponente in ξ_1 -Richtung aufweisen. Von den möglichen Wechselrichterausgangsspannungen $\vec{U}_{14}, \vec{U}_{15}, \vec{U}_{16}$ und $\vec{U}_{17}/\vec{U}_{18}$, deren Kreisseg-

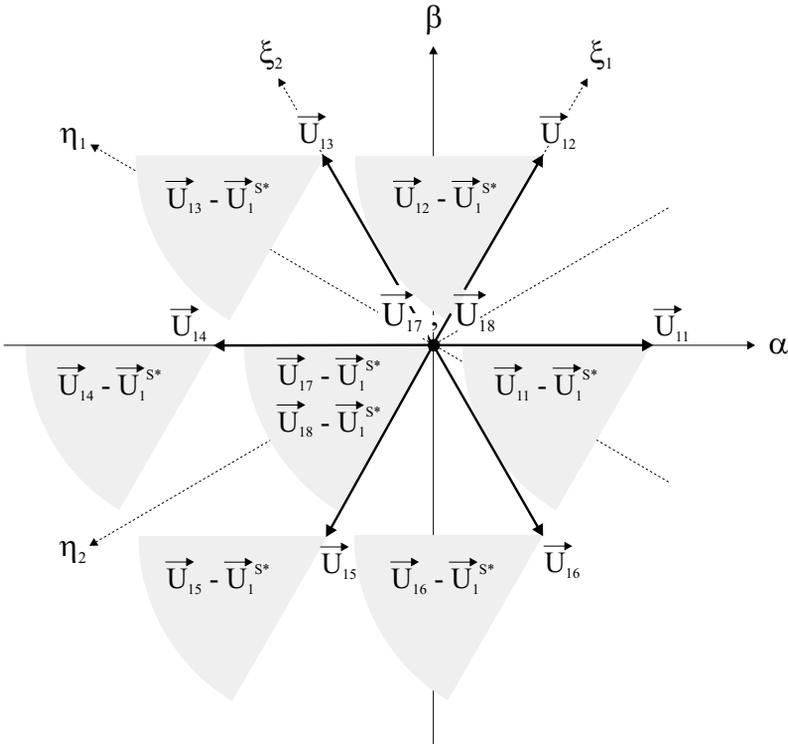


Abb. 14.50: Bereiche des Differenzspannungszeiger ($\vec{U}_{1k} - \vec{U}_1^{S*}$) bei \vec{U}_1^{S*} im Sektor V1

Tabelle 14.5: Schalttable für den stationären Fall

Sektoren	I1	I2	I3	I4	I5	I6
V1	$\vec{U}_{17}/\vec{U}_{18}$	$\vec{U}_{17}/\vec{U}_{18}$	\vec{U}_{11}	\vec{U}_{11}	\vec{U}_{12}	\vec{U}_{12}
V2	\vec{U}_{13}	$\vec{U}_{17}/\vec{U}_{18}$	$\vec{U}_{17}/\vec{U}_{18}$	\vec{U}_{12}	\vec{U}_{12}	\vec{U}_{13}
V3	\vec{U}_{14}	\vec{U}_{14}	$\vec{U}_{17}/\vec{U}_{18}$	$\vec{U}_{17}/\vec{U}_{18}$	\vec{U}_{13}	\vec{U}_{13}
V4	\vec{U}_{14}	\vec{U}_{15}	\vec{U}_{15}	$\vec{U}_{17}/\vec{U}_{18}$	$\vec{U}_{17}/\vec{U}_{18}$	\vec{U}_{14}
V5	\vec{U}_{15}	\vec{U}_{15}	\vec{U}_{16}	\vec{U}_{16}	$\vec{U}_{17}/\vec{U}_{18}$	$\vec{U}_{17}/\vec{U}_{18}$
V6	$\vec{U}_{17}/\vec{U}_{18}$	\vec{U}_{16}	\vec{U}_{16}	\vec{U}_{11}	\vec{U}_{11}	$\vec{U}_{17}/\vec{U}_{18}$

mente vollständig links der η_1 -Achse liegen, ergeben wiederum $\vec{U}_{17}/\vec{U}_{18}$ die kürzesten Differenzspannungszeiger.

Tabelle 14.6: Schalttabelle für den dynamischen Fall

Sektoren	I1	I2	I3	I4	I5	I6
V1...V6	\vec{U}_{14}	\vec{U}_{15}	\vec{U}_{16}	\vec{U}_{11}	\vec{U}_{12}	\vec{U}_{13}

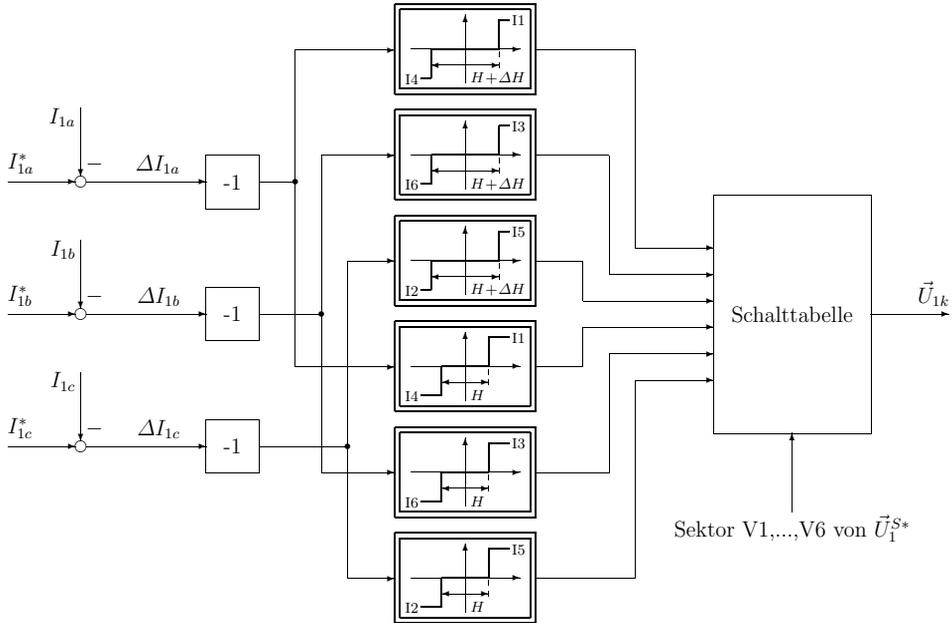


Abb. 14.51: Blockschaltbild der prädiktiven Stromregelung mit Schalttabelle

Wenn $-\Delta\vec{I}_1$ den Rand der Toleranzfläche im Sektor I3 berührt (\vec{U}_1^{S*} liegt im Sektor V1) entspricht dies dem ersten Fall um 120° um den Koordinatenursprung gedreht. Der Differenzspannungszeiger muß daher eine negative ξ_2 -Komponente besitzen. Nach Abb. 14.50 liegen nur die Kreissegmente der Wechselrichterausgangsspannungen $\vec{U}_{11}, \vec{U}_{15}$ und \vec{U}_{16} vollständig links der η_2 -Achse, wobei mit \vec{U}_{11} der kürzeste Differenzspannungszeiger erzielt wird.

Anhand dieser Überlegungen können auf analoge Weise für alle Sektoren I1...I6 und V1...V6 die günstigsten Wechselrichterausgangsspannungen ermittelt werden. Tabelle 14.5 zeigt die daraus resultierenden Ergebnisse. Die drei erwähnten Beispiele sind darin fett markiert.

Die Schalttabelle 14.5 ist so gewählt, dass der Wechselrichter mit möglichst niedriger Schaltfrequenz im stationären Zustand arbeitet. Dies erfordert die Auswahl des Spannungsraumzeigers, der die langsamste Bewegung für den Zeiger $-\Delta\vec{I}_1$ ergibt. Allerdings ist auch eine schnelle dynamische Reaktion wünschenswert. Man definiert deshalb eine zweite leicht größere sechseckige Toleranzfläche um die erste herum (Abb. 14.48). Wenn der Zeiger $-\Delta\vec{I}_1$ an den

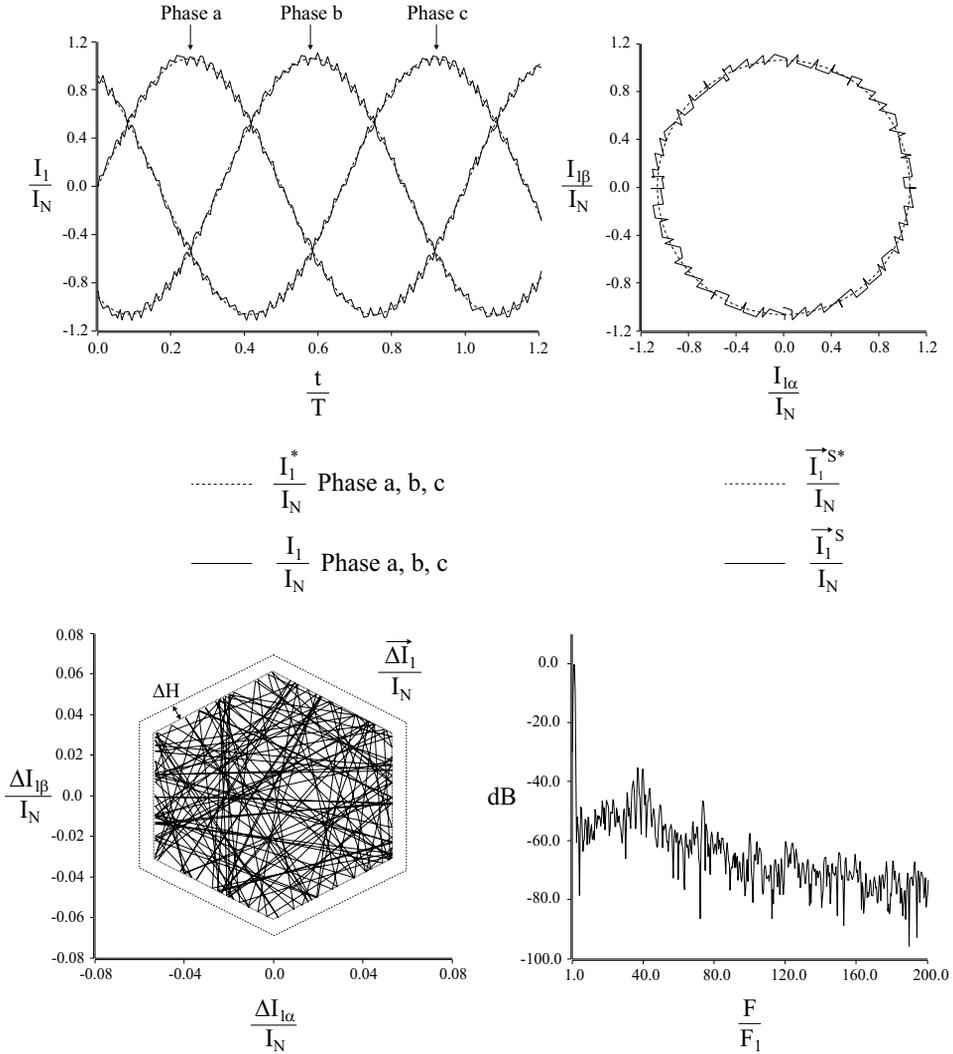


Abb. 14.52: Verhalten der prädiktiven Stromregelung im stationären Fall:
 oben links: Soll- und Istwerte der Phasenströme
 oben rechts: Soll- und Iststromraumzeiger
 unten links: Zeiger der Regelabweichung
 unten rechts: Spektrum von \vec{I}_1^S , berechnet über $4T$

Rand der äußeren Toleranzfläche stößt bzw. diese verlassen hat, werden die Spannungsraumzeiger der Schalttabelle 14.6 bevorzugt. Damit wird eine schnelle Bewegung für $-\Delta \vec{I}_1$ durch Wählen eines Spannungsraumzeigers mit großer Differenzspannung ermöglicht.

Es gibt für jeden Sektor der Toleranzfläche nur einen Spannungsraumzeiger, der für alle sechs Spannungssektoren die größte Differenzspannung $\vec{U}_{1k} - \vec{U}_1^{S*}$

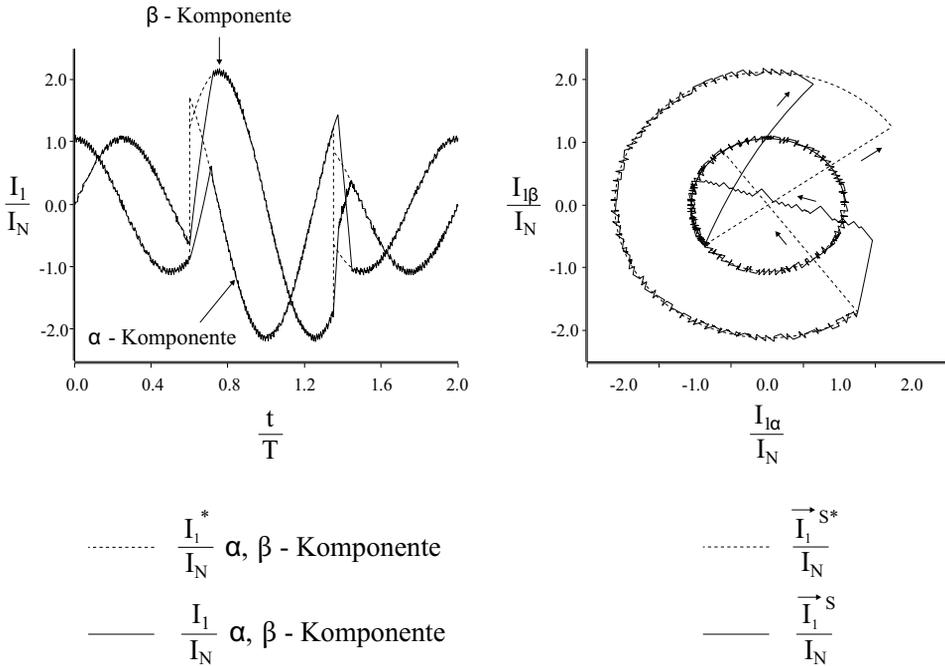


Abb. 14.53: Verhalten der prädiktiven Stromregelung im dynamischen Fall:
 links: Komponenten des Soll- und Istwertstromraumzeigers
 rechts: Soll- und Iststromraumzeiger

ergibt (d.h. sein Kreissegment liegt am weitesten vom Koordinatenursprung entfernt). Deshalb ist die Schalttabelle unabhängig von der Lage der Gegenspannung.

Abbildung 14.51 zeigt das Prinzip dieses Verfahrens. Die Ränder der Toleranzfläche werden im Dreiphasen-System durch Komparatoren realisiert. Wie es auch in Abb. 14.48 dargestellt ist, wird das Toleranz-Sechseck so eingerichtet, dass das Toleranzband für jeden Phasenstrom durch die zwei gegenüber liegenden Ränder des Sechseckes gebildet wird. Anhand dieser Konfiguration entdeckt jeder Phasenkomparator die Berührung mit dem Rand der zwei gegenüberliegenden Sektoren. Derjenige Komparator, der zuletzt angesprochen hat, ist maßgebend für die Schalttabelle.

Abbildung 14.52 zeigt Ergebnisse des Verfahrens. Die Simulationsdaten wurden wie bei der raumzeigerbasierten Hystereseregelung gewählt (Ausnahme: $\Delta H = 0,3 A$). Der wesentliche Unterschied zum Hystereseverfahren ist, dass hier der Zeiger der Regelabweichung im stationären Fall immer innerhalb der Toleranzfläche bleibt. Die Schaltfrequenz während einer Hauptperiode schwankt im Vergleich mit der einfachen Hystereseregelung kaum.

Wie aus Abb. 14.53 ersichtlich ist, wird durch die Verwendung der Schalttabelle 14.6 auch eine schnelle dynamische Reaktion erreicht.

Das beschriebene Verfahren kommt mit einer groben und ungenauen Schätzung der Lage der Gegenspannung aus, weil einerseits nur eine Sektorbestimmung notwendig ist und andererseits die dynamische Schaltabelle garantiert, dass bei einem Fehler der Sektorbestimmung oder bei anderen Störungen der Zeiger der Regelabweichung schnell wieder in die Toleranzfläche zurückgeführt wird.

14.4.5 Dead-Beat-Pulsmustererzeugung

Bei den bisher vorgestellten Verfahren war angenommen worden, dass ein neuer Schaltzustand immer dann sofort ausgelöst wird, wenn der Raumzeiger der Regeldifferenz das Hysterese-Sechseck bzw. den Hysterese-Kreis berührt. Wenn diese Annahme erfüllt ist, werden die Regeldifferenzen innerhalb der Hysteresebänder bleiben. Die Istwerte werden den Sollwerten um so besser folgen, je geringer die Hysteresebandbreite und je höher die Schaltfrequenz der Wechselrichterventile ist. Aufgrund dieses Ansatzes der Hystereseregelung wird sich die Schaltfrequenz innerhalb der Grundfrequenzperiode ändern und damit ein variables Oberschwingungsspektrum für die vorhandene Grundfrequenz erzeugen.

Um dieses variable Oberschwingungsspektrum zu vermeiden, kann das in [306] beschriebene Dead-Beat-Verfahren eingesetzt werden. Wie bei der Spannungsraumzeigermodulation handelt es sich dabei um ein Verfahren mit fester Abtastperiode T . Ein Nachteil bei diesem Vorgehen ist allerdings, dass der Spannungs-Sollwert zum Zeitpunkt kT abgetastet und erst im Zeitintervall $(k+1)T$ realisiert wird. Daher hat der Spannungsraumzeiger-Istwert eine mittlere Zeitverzögerung von $T/2$ gegenüber dem Sollwert; dies ist um so störender, je größer die Abtastperiode T ist. Voraussetzung für diese Art der Stromregelung ist die exakte Kenntnis von Lage und Amplitude der Gegenspannung. Deshalb kommt dieses Verfahren häufig bei netzseitigen Wechselrichtern zur Anwendung.

Für die Berechnung der benötigten Wechselrichterausgangsspannung \vec{U}_1^S wird die Änderung des Strom-Istwerts während eines Taktintervalls ausgehend von Gl. (14.77) linear angenähert.

$$\begin{aligned} \Delta \vec{I}_1((k+1)T) &= \vec{I}_1^S((k+1)T) - \vec{I}_1^S(kT) \\ &= \frac{T}{L_{\sigma 1}} \left(\vec{U}_1^S(kT) - \vec{U}_i^S(kT) \right) \end{aligned} \quad (14.81)$$

Das Regelprinzip fordert, dass am Ende des Intervalls der Strom-Istwert mit seinem am Anfang des Intervalls vorgegebenen Sollwert übereinstimmen soll, d.h.

$$\vec{I}_1((k+1)T) = \vec{I}_1^{S*}(kT) \quad (14.82)$$

Durch Einsetzen in Gl. (14.81) ergibt sich

$$\vec{I}_1^{S*}(kT) - \vec{I}_1^S(kT) = \frac{T}{L_{\sigma 1}} \left(\vec{U}_1^{S*}(kT) - \vec{U}_i^S(kT) \right) \quad (14.83)$$

Die benötigte Sollspannung \vec{U}_1^{S*} am Wechselrichterausgang ergibt sich dann wie folgt.

$$\vec{U}_1^{S*}(kT) = \frac{L_{\sigma 1}}{T} \left(\vec{I}_1^{S*}(kT) - I_1^S(kT) \right) + \vec{U}_i^S(kT) \quad (14.84)$$

Angenommen, die Gegenspannung bleibt für ein Abtastintervall konstant, dann garantiert die eingestellte Spannung \vec{U}_1^{S*} die Übereinstimmung des Strom-Istwertes mit dem Sollwert am Ende des Intervalls. Der geforderte Spannungsraumzeiger \vec{U}_1^{S*} wird exakt durch die Kombination der verfügbaren Spannungsraumzeiger ($\vec{U}_{11} \dots \vec{U}_{16}$ und $\vec{U}_{17}/\vec{U}_{18}$) nach dem Prinzip der Raumzeigermodulation erzeugt. Das Prinzip ist ausführlich in Kap. 14.4.1 beschrieben.

Beim Dead-Beat-Verfahren haben alle drei Zweige des Wechselrichters eine feste Schaltfrequenz, die je nach verwendetem Pulsmuster in der Modulation entweder identisch mit der Abtastfrequenz oder halb so hoch ist. Abbildung 14.54 zeigt das Verhalten des Verfahrens im stationären Zustand. Die Simulationsdaten wurden wie bei den vorherigen Beispielen gewählt. Die Schaltfrequenz betrug 3 kHz . Das Spektrum des Iststroms zeigt niedrigere Amplituden für die Oberschwingungsnebenbänder der Frequenzen $F_{1n} = n v_f F_1$ mit $n = 1, 2, \dots$. Dabei bezeichnet F_1 die Grundfrequenz und $v_f = F_T/F_1$ das Taktverhältnis.

Da die Regelung für die Übereinstimmung der Ist- und Sollwerte der Ströme ein Taktintervall Zeit benötigt, weisen die Verläufe eine Totzeit von T auf. Dies ist auch aus dem gebildeten leeren Kreis in der Mitte des Verlaufes von $\Delta \vec{I}_1$ (Abb. 14.54 links unten) zu erkennen. Um dies zu beseitigen, wird anstelle des aktuellen Sollwertes $\vec{I}_1^{S*}(kT)$ der geschätzte Wert $\vec{I}_1^{S*}((k+1)T)$ des nächsten Intervalls verwendet. Die gemäß Gl. (14.84) berechnete Sollspannung sorgt dafür, daß der Istwert exakt den gewünschten Sollwert am Ende des Intervalls erreicht. Sind die Sollwertverläufe vorab bekannt, kann die Schätzung durch Vorziehen des Sollwertes um ein Taktintervall erfolgen. Dieses Verfahren ist als **prädiktive Dead-Beat-Stromregelung** bekannt.

Die Ergebnisse der Prädiktion sind in Abb. 14.55 dargestellt. Dort ist neben dem gewünschten Sollwertverlauf \vec{I}_1^{S*} auch der vorgezogene, mit \vec{I}_{1V}^{S*} bezeichnete, abgebildet. Diese Vorgehensweise kann nur im stationären Fall angewendet werden, wenn der zukünftige Verlauf des Sollwertes \vec{I}_1^{S*} vorab bekannt ist.

Im dynamischen Fall muss die Spannungsauswahl auf andere Weise erfolgen. Dieser Fall liegt vor, wenn der Zeiger \vec{U}_1^{S*} außerhalb des Sechsecks der Spannungsraumzeiger $\vec{U}_{11} \dots \vec{U}_{16}$ liegt, d.h. der Wechselrichter kann die benötigte Spannung \vec{U}_1^{S*} nicht mehr einstellen, und daher kann der Istwert den Sollwert nicht innerhalb eines Taktintervalls erreichen.

Die Einstellung einer proportional verringerten Spannung \vec{U}_{1V}^{S*} — wie in Abb. 14.56 dargestellt — bewegt den Iststrom \vec{I}_1^S nicht in die richtige Richtung. Wie aus Gl. (14.85) und (14.86) ersichtlich ist, stimmt die Differenz der Strom-Istwerte $\Delta \vec{I}_{1V}$ nicht mit der Differenz $\Delta \vec{I}_1^S$ zwischen Stromsollwert am Ende des Intervalls und momentanen Iststrom überein. Dies bedeutet, der Strom-Istwert bewegt sich nicht in die gewünschte Richtung (vgl. Abb. 14.57).

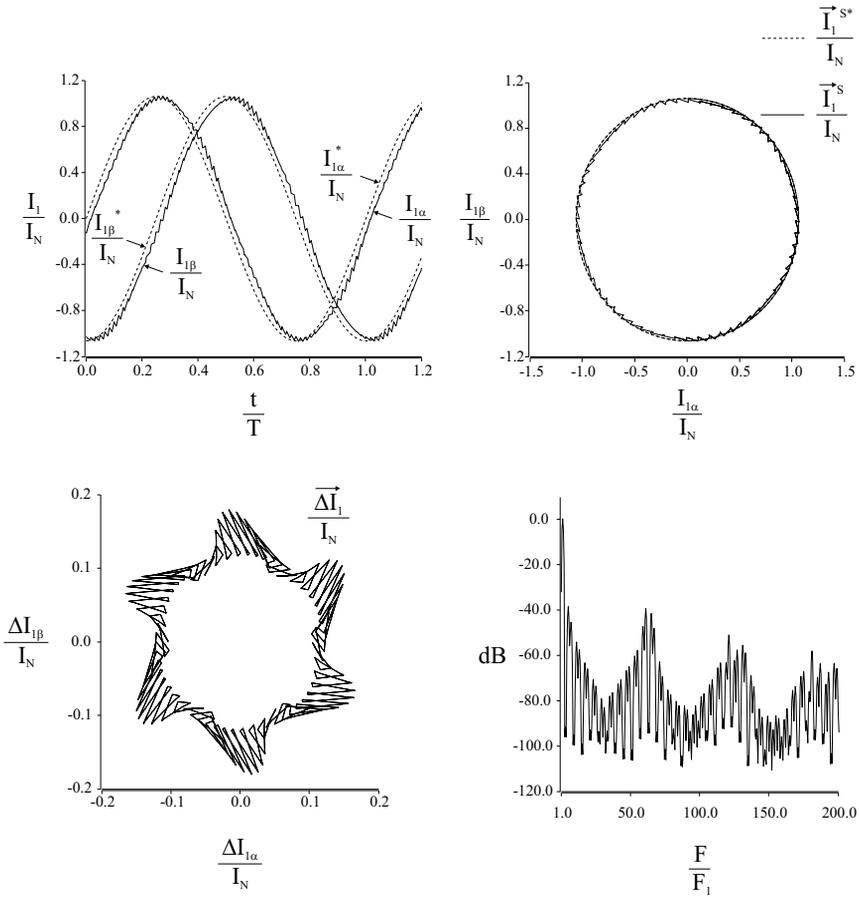


Abb. 14.54: Verhalten der Dead-Beat-Stromregelung im stationären Fall:
 oben links: Komponenten des Soll- und Iststromraumzeigers
 oben rechts: Soll- und Iststromraumzeiger
 unten links: Zone und Zeiger der Regelabweichung
 unten rechts: Spektrum von \vec{I}_1^S , berechnet über $4T$

$$\begin{aligned} \Delta \vec{I}_{1V}((k+1)T) &= \vec{I}_1^S((k+1)T) - \vec{I}_1^S(kT) \\ &= \frac{T}{L_{\sigma 1}} \left(\vec{U}_{1V}^{S*}(kT) - \vec{U}_i^S(kT) \right) \end{aligned} \quad (14.85)$$

$$\begin{aligned} \Delta \vec{I}_1^*((k+1)T) &= \vec{I}_1^{S*}((k+1)T) - \vec{I}_1^S(kT) \\ &= \frac{T}{L_{\sigma 1}} \left(\vec{U}_1^{S*}(kT) - \vec{U}_i^S(kT) \right) \end{aligned} \quad (14.86)$$

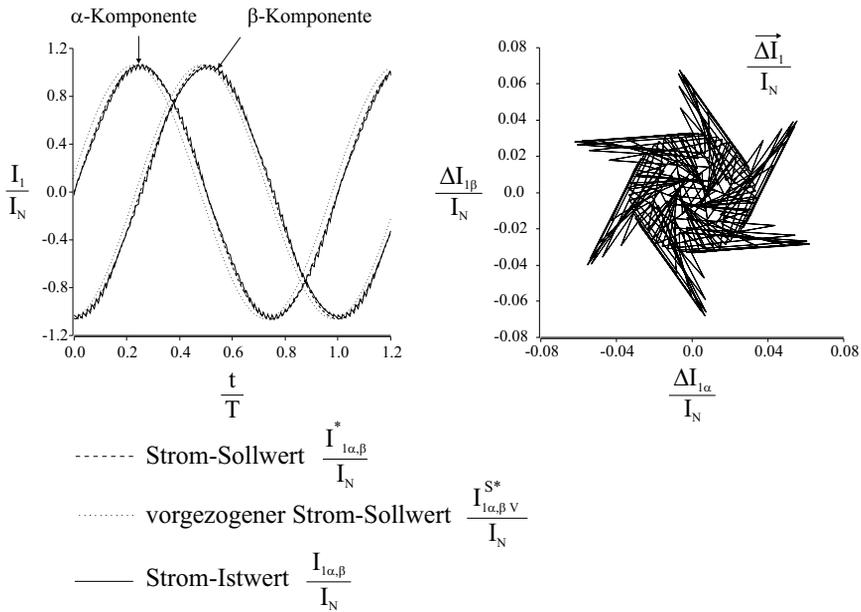


Abb. 14.55: Verhalten der prädiktiven Dead-Beat-Stromregelung im stationären Fall:
 links: Komponenten des Soll- und Iststromraumzeigers
 rechts: Zeiger der Regelabweichung

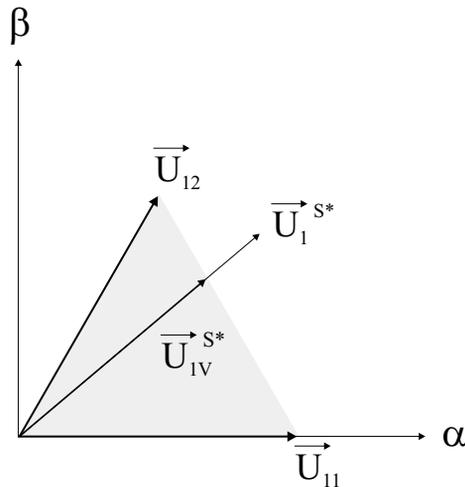


Abb. 14.56: Verringerung der Sollspannung

Für eine schnelle Reaktion im dynamischen Zustand muss $\Delta \vec{I}_1^*$ aus Gl. (14.81) stets in die gleiche Richtung wie $\Delta \vec{I}_1$ zeigen. Für die Bestimmung der Spannungsraumzeiger, die den Zeiger $\Delta \vec{I}_1$ in die Richtung von $\Delta \vec{I}_1^*$ bewegen, muß

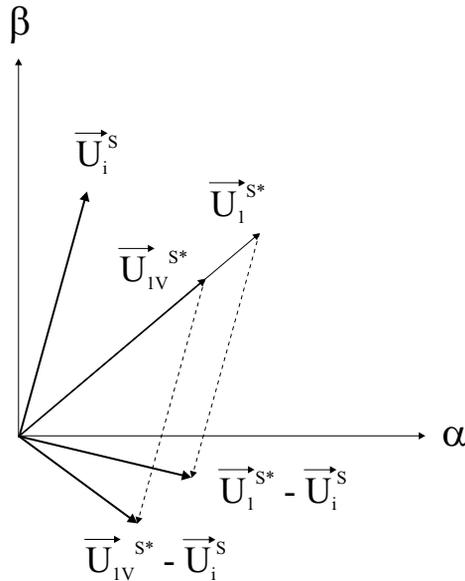


Abb. 14.57: Auswirkung der Sollspannungsverringering

man für alle sechs Nichtnullspannungsvektoren die Lage des Differenzstromvektors $\vec{\Delta I}_{1k}$ gemäß Gl. (14.87) berechnen:

$$\vec{\Delta I}_{1k} = \frac{T}{L_{\sigma 1}} (\vec{U}_{1k} - \vec{U}_i^S) \quad \text{mit } k = 1 \dots 6 \quad (14.87)$$

Man wählt die beiden Spannungsraumzeiger \vec{U}_{1k_1} und \vec{U}_{1k_2} für die Modulation, zwischen deren $\vec{\Delta I}_{1k_1}$ und $\vec{\Delta I}_{1k_2}$ der gewünschte Differenz-Zeiger $\vec{\Delta I}_1^*$ liegt. In dem Beispiel nach Abb. 14.58 kommen hierfür die Spannungsraumzeiger \vec{U}_{14} und \vec{U}_{15} in Betracht.

Die Schaltdauern der gewählten Spannungsraumzeiger T_{k_1} und T_{k_2} können anhand der folgenden Gleichung berechnet werden.

$$\vec{\Delta I}_1^* = \frac{T_{k_1}}{L_{\sigma 1}} (\vec{U}_{1k_1} - \vec{U}_i^S) + \frac{T_{k_2}}{L_{\sigma 1}} (\vec{U}_{1k_2} - \vec{U}_i^S) \quad (14.88)$$

Da die Summe $(T_{k_1} + T_{k_2})$ größer als ein Taktintervall ist, werden T_{k_1} und T_{k_2} proportional gemäß Gl. (14.89) und (14.90) verkürzt, ohne dass der Winkel von $\vec{\Delta I}_1^*$ geändert wird.

$$T'_{k_1} = T_{k_1} \frac{T}{T_{k_1} + T_{k_2}} \quad (14.89)$$

$$T'_{k_2} = T_{k_2} \frac{T}{T_{k_1} + T_{k_2}} \quad (14.90)$$

Beim oben beschriebenen Auswahlverfahren für den dynamischen Zustand bewegt sich der Istwert des Stroms stets in Richtung des Sollwerts, wodurch

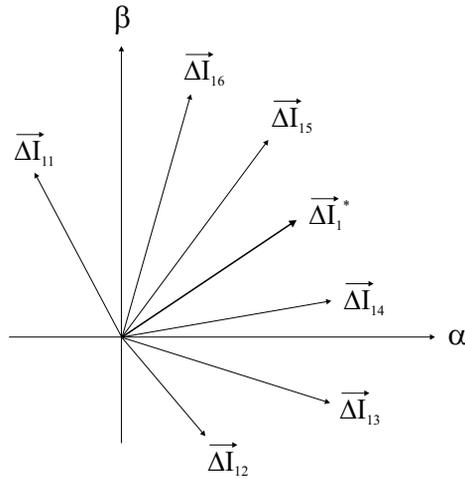


Abb. 14.58: Auswahl der Spannungsraumzeiger im dynamischen Zustand

eine schnelle dynamische Reaktion auf die Sollwertänderung gewährleistet ist (Abb. 14.59).

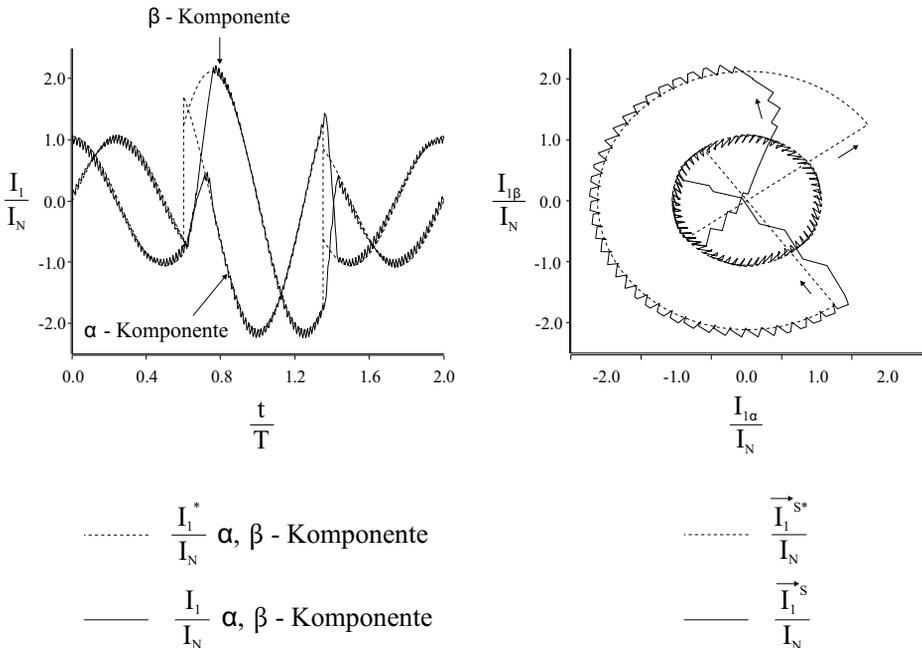


Abb. 14.59: Verhalten der Dead-Beat-Stromregelung im dynamischen Fall:
links: Komponenten des Soll- und Iststromraumzeigers
rechts: Soll- und Iststromraumzeiger

Vergleicht man die in den vorhergehenden Abschnitten vorgestellten Pulsverfahren, so zeichnet sich das Raumzeiger-Hystereseverfahren durch seine sehr einfache Realisierung aus. Bei einer hardwaremäßigen Ausführung der Schalttabelle sind sehr hohe Verarbeitungsgeschwindigkeiten zu erreichen. Durch die fehlende Berücksichtigung der Gegenspannung kann allerdings die innere und unter Umständen sogar die äußere Toleranzfläche verlassen werden. Dieser Nachteil wird bei der prädiktiven Stromregelung mit Schalttabelle vermieden. Da hierfür lediglich eine Sektorbestimmung der Lage der Gegenspannung notwendig ist, wird der Rechenaufwand im Vergleich zum Raumzeiger-Hystereseverfahren ohne Gegenspannungsberücksichtigung nur wenig erhöht. Beide Verfahren erzeugen durch die variable Schaltfrequenz ein Oberschwingungsspektrum, das keine besonders ausgeprägten Harmonischen aufweist. Vielmehr ist das Spektrum eher gleichmäßig verteilt (Abb. 14.44 und 14.52 rechts unten). Bei der Dead-Beat-Regelung sind die Vielfachen der Schaltfrequenz im Spektrum wesentlich deutlicher zu erkennen (Abb. 14.54 rechts unten) und können dadurch leichter ausgefiltert werden. Durch die feste Abtastperiode kann dieses Verfahren auch bei schaltentlasteten Umrichtern eingesetzt werden. Allerdings ist bei Verwendung des Dead-Beat-Verfahrens die Kenntnis der genauen Lage und Amplitude der Gegenspannung notwendig, wodurch dieses Verfahren hauptsächlich bei netzseitigen Stromrichtern oder/und zur Leistungsfaktor-Regelung zum Einsatz kommt.

14.5 Direkte Regelungen

Prof. A. Steimel, Bochum

14.5.1 Direkte Selbstregelung

Hochleistungsumrichterantriebe — besonders solche für hohe Eingangsspannungen von 1...3 kV, wie man sie z.B. bei Schienentriebfahrzeugen findet — weisen typischerweise, bedingt durch die Schaltverluste der Halbleiter, nur sehr niedrige zulässige Schaltfrequenzen von 250...300 Hz auf. Weiter sind aus Gewichtsgründen die Zwischenkreistützkapazitäten im allgemeinen sehr klein, so daß die Zwischenkreisspannung nicht mehr als glatt angesehen werden darf. Zusätzlich treten etwa beim Befahren von Trennstellen im Fahrdraht erhebliche dynamische Spannungsschwankungen auf, die man von Industrieumrichterantrieben nicht kennt. Diese drei Effekte bewirken, daß die Approximation des Spannungsgrundschwingungsraumzeigers durch die Spannungsraumzeigermodulation nach Kap. 14.4.3 oder die synchronisierten Pulsverfahren nach Kap. 14.3.2 hier nur unbefriedigende Ergebnisse zeigen.

Ein Steuer- und Regelverfahren, das auf diese traktionstypischen Randbedingungen besonders hin entwickelt wurde, ist die Direkte Selbstregelung oder DSR (Depenbrock 1984, [508, 510–514, 516, 521, 527–530]). Sie beruht auf zwei Grundgedanken: Der Raumzeiger des Statorflusses wird durch geeignetes, vom Fluß selbst gesteuertes Schalten der sechs von Null verschiedenen Spannungsraumzeiger $\vec{U}_{11} \dots \vec{U}_{16}$ nach Abb. 14.3 direkt gemäß der Grundgleichung

$$\vec{U} = \frac{d\vec{\Psi}}{dt} \quad (14.91)$$

mit möglichst wenigen Schaltungen auf einer relativ einfachen, definierten Bahnkurve geführt, womit der Magnetisierungszustand der Asynchronmaschine festgelegt wird. Der Augenblickswert des Drehmoments wird dann über die Geschwindigkeit, mit der der Flußraumzeiger auf dieser Bahnkurve läuft, geregelt. Diese wird durch das relative zeitliche Einschaltverhältnis zwischen den Spannungsraumzeigern $\vec{U}_{11} \dots \vec{U}_{16}$ sowie dem Nullspannungsraumzeiger kontrolliert. Es kommen dabei keine Stromkomponentenregler zum Einsatz.

Zur Berechnung der Statorfluß- und Drehmoment-Augenblickswerte ist ein vollständiges Maschinenmodell erforderlich. Es ist vorteilhaft, das statorfeste Koordinatensystem zur Beschreibung zu wählen. Um die Statorgrößen in den eingesetzten Mikro- oder Signalprozessoren möglichst einfach und schnell berechnen zu können, wird das sogenannte kanonische Γ -Ersatzschaltbild nach Abb. 14.60 verwendet, in dem die Streuinduktivität im Rotorkreis konzentriert ist. Um die von den entsprechenden Größen im T-Ersatzschaltbild (Abb. 14.1) abweichenden Größen nicht zu verwechseln, werden als Indizes für Stator- und Rotorkreis „s“ und „r“ gewählt; der hochgestellte Index $K = S(\Omega_K = 0)$ wird zur Vereinfachung nicht angeschrieben. Bei den angenommenen linearen Ersatzelementen sind die neuen Maschinenparameter durch folgende Gleichungen eindeutig aus denen des

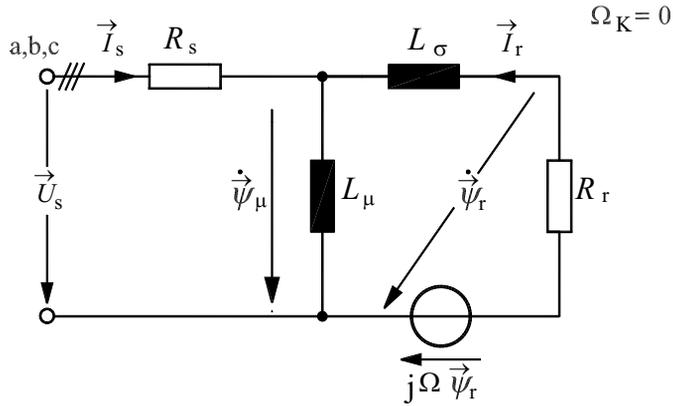


Abb. 14.60: *Kanonisches Γ -Ersatzschaltbild der Asynchronmaschine im statorwicklungsfesten Koordinatensystem*

T-Ersatzschaltbilds (Abb. 14.1, Kap. 13.6.2) zu bestimmen:

$$L_\mu = L_1 = M \tag{14.92}$$

$$L_\sigma = \left(1 + \frac{L_{1\sigma}}{L_1}\right) L_{1\sigma} + \left(1 + \frac{L_{1\sigma}}{L_1}\right)^2 L_{2\sigma} \tag{14.93}$$

$$R_r = \left(1 + \frac{L_{1\sigma}}{M}\right)^2 R_2 \tag{14.94}$$

$$\vec{\Psi}_r = \vec{\Psi}_2 \cdot \frac{M + L_{1\sigma}}{M} \tag{14.95}$$

Der Streufaktor beträgt

$$\sigma = \frac{L_\sigma}{L_\sigma + L_\mu} \tag{14.96}$$

Man erhält — analog zu Kap. 14.1 — aus Gl. (13.55) die neue Statorgleichungen

$$\vec{U}_s = \vec{I}_s R_s + \frac{d\vec{\Psi}_\mu}{dt} \tag{14.97}$$

und aus Gl. (13.56) die neue Rotorgleichung.

$$\vec{U}_r = 0 = \vec{I}_r R_r + \frac{d\vec{\Psi}_r}{dt} - j\Omega_L \vec{\Psi}_r \tag{14.98}$$

Die beiden Flußverkettungsgleichungen lauten dann:

$$\vec{\Psi}_\mu = L_\mu (\vec{I}_s + \vec{I}_r) \tag{14.99}$$

$$\vec{\Psi}_r = L_\mu \vec{I}_s + (L_\mu + L_\sigma) \vec{I}_r = \vec{\Psi}_\mu + \vec{\Psi}_\sigma \tag{14.100}$$

Mit letzterer wird die Rotorgleichung umgeformt zu:

$$\frac{d\vec{\Psi}_r}{dt} + \frac{R_r}{L_\sigma} (\vec{\Psi}_r - \vec{\Psi}_\mu) - j \Omega_L \vec{\Psi}_r = 0 \quad (14.101)$$

Die Beziehungen für das Drehmoment lauten:

$$M_{Mi} = \frac{3}{2} Z_p \operatorname{Im} \left\{ \vec{\Psi}_\mu^* \cdot \vec{I}_s \right\} = \frac{3}{2} Z_p \frac{1}{L_\sigma} \left| \vec{\Psi}_\mu \right| \left| \vec{\Psi}_r \right| \sin \vartheta \quad (14.102)$$

wobei ϑ der von $\vec{\Psi}_\mu$ und $\vec{\Psi}_r$ aufgespannte Flußwinkel ist.

Jetzt werden die beiden Spannungsmaschengleichungen (14.97) und (14.98) nach den Ableitungen der Flüsse aufgelöst. Der Statorflußraumzeiger als die direkt geregelte Größe wird in einem weiten Statorfrequenzbereich allein durch Integration der Statormaschengleichung (14.97) bestimmt.

$$\vec{\Psi}_\mu = \int (\vec{U}_s - \vec{I}_s R_s) dt \quad (14.103)$$

Der Rotorflußraumzeiger folgt aus dem Statorflußraumzeiger mit einer Verzögerung erster Ordnung gemäß der Rotorstreuzeitkonstanten L_σ/R_r :

$$\vec{\Psi}_r = \int \left(\frac{R_r}{L_\sigma} (\vec{\Psi}_\mu - \vec{\Psi}_r) + j \Omega_L \vec{\Psi}_r \right) dt \quad (14.104)$$

Wenn die sog. Außenspannungsraumzeiger des speisenden Pulswechselrichters $\vec{U}_{11} \dots \vec{U}_{16}$ zyklisch nacheinander alle für die gleiche Zeit eingeschaltet werden, wird bei Vernachlässigung von $\vec{I}_s \cdot R_s$ der Raumzeiger des Statorflusses auf einer regelmäßigen Sechseckbahnkurve geführt. Die Richtung der Bewegung entspricht derjenigen des ausgewählten Spannungsraumzeigers, die Bahngeschwindigkeit seinem Betrag (vgl. Abb. 14.61). In der sog. Flußselbststeuerung erfolgt die Weiterschaltung der Spannungen jetzt aber nicht zeitgesteuert, wie in der bekannten Grundfrequenztaktung (Kap. 14.3.1), sondern abhängig davon, daß die β -Koordinate des Statorflusses definierte Schwellen erreicht. Dazu werden analog zur $\beta = \beta_a$ -Achse die auf den b- und c-Projektionsachsen senkrecht stehenden Achsen β_b und β_c eingeführt. So wird z.B. der durch die Schalterstellung 1 0 0 (nach Tabelle 14.1) gekennzeichnete Spannungsraumzeiger \vec{U}_{11} dann eingeschaltet, wenn die Projektion des Statorflußraumzeigers auf die β_a -Achse den Wert $-\vec{\Psi}_\mu^*$ erreicht. Damit wird die Flußbahnkurve unabhängig von Störungen des Augenblickswerts der Zwischenkreisspannung eingehalten und das Verfahren besonders robust.

Damit ist der Antrieb aber erst nur für den Bereich der Grundfrequenztaktung (mit zwangsläufiger Feldschwächung bei Frequenzerhöhung und konstanter Zwischenkreisspannung) geeignet. Im Spannungsstellbereich muß der Mittelwert der Bahnumlaufgeschwindigkeit und dazu der Mittelwert der Strangspannung der gewünschten Statorfrequenz angepaßt werden. Dies geschieht üblicherweise durch Einfügen von Nullspannungsraumzeigern zwischen die vom Flußregler ausgewählten Außenspannungsraumzeiger („Pulsen“), was bei der DSR durch

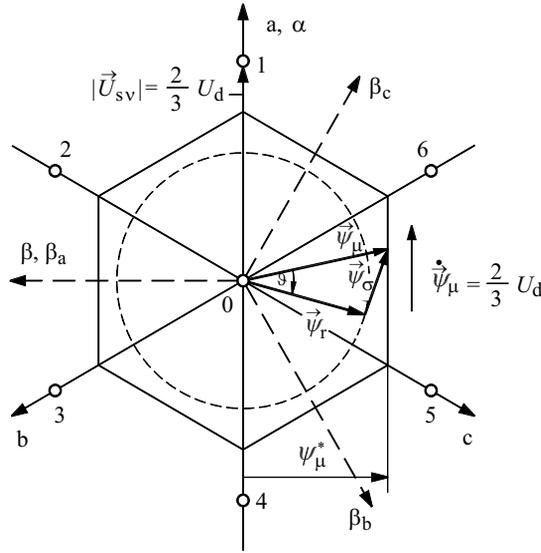


Abb. 14.61: Raumzeiger der Wechselrichterspannung und der Maschinenflüsse

einen Drehmomentzweipunktregler gesteuert wird. Während im Controller das Drehmoment nach der ersten Gleichung von (14.102) berechnet wird, zeigt die zweite Gleichung von (14.102) am besten, daß zur schnellen Veränderung des Drehmoments nur der Flußwinkel ϑ zur Verfügung steht, da der Statorfluß durch die optimale Flußbahnkurve festgelegt ist und der mit dem Kurzschlußläufer verkettete Rotorfluß sich nicht schneller als entsprechend der Rotorstreuzeitkonstante ändern kann. Die Bahnkurve des Rotorflußraumzeigers ist damit annähernd ein Kreis, der mit konstanter Winkelgeschwindigkeit durchlaufen wird. Eine schnelle Änderung des Flußwinkels ϑ erreicht man jedoch dadurch, daß man den Statorflußraumzeiger durch Einfügen einer Nullspannung anhält oder ihn wieder laufen läßt.

Abbildung 14.62 zeigt die notwendige Signalverarbeitung; sie ist vergleichsweise einfach. Drei Betaflußkomparatoren (Ψ_μ -Regler) regeln die Amplituden der drei trapezförmig verlaufenden β -Projektionen des Statorflusses und wählen damit die notwendigen Außenspannungsraumzeiger aus. Der Drehmoment-Zweipunktregler (M-Regler) schaltet immer dann, wenn das obere Drehmoment-Toleranzband noch nicht erreicht ist, die von den Flußkomparatoren vorgegebene Außenspannung in der Schaltzustandsauswahl SA durch. Bei Erreichen dieses Toleranzbands wählt der Drehmomentregler diejenige Nullspannung 1 1 1 oder 0 0 0 aus, die mit nur einer Umschaltung erreicht wird. Dies geschieht im Block Nullartauswahl (NAA). Der Schaltfrequenzregler (F_T -Regler) stellt die Hystereseweite $2\epsilon_m$ so ein, daß die zulässige Schaltfrequenz F_T^* immer voll ausgenutzt wird, und somit der Drehmomentrippel immer kleinstmöglich ist. Das Drehmoment ist prinzipiell frei von niederfrequenten Harmonischen.

bildung im WR-Modell genutzt werden. Dies wird in Kap. 14.5.2 wieder aufgegriffen.

Die sechseckförmige Bahnkurve hat den Vorteil, daß sie nur die minimale Anzahl an Schaltungen für die Flußführung braucht, nämlich sechs, die restlichen zulässigen Schaltungen stehen für die Drehmomentregelung zur Verfügung. Die für die Drehmomentwelligkeit wirksame mittlere Pulsfrequenz ist damit

$$F_p = 3 \cdot (F_T - F_s) \tag{14.105}$$

und damit um knapp 50% höher als bei der Raumzeigermodulation nach Kap. 14.4.1 ($2 \cdot F_T$). Bei dynamischem Bedarf können aber die Schaltungen auch mit wesentlich höherer Pulsfrequenz erfolgen.

Die sich bei einer fest geregelten mittleren Schaltfrequenz F_T^* im Leerlauf einstellende Drehmomentschwankungsweite kann wie folgt angegeben werden: Bezieht man das Drehmoment nach Gl. (14.102) auf das Kippmoment

$$M_{MK} = \frac{3}{4} Z_p \frac{1}{L_\sigma} \widehat{\Psi}_\mu^{(1)2} \tag{14.106}$$

erhält man mit Rotor- gleich Statorflußamplitude (Leerlauf!) und $\sin \vartheta \approx \vartheta$ für die bezogene Drehmomentschwankung:

$$\Delta m = \frac{\Delta M_{Mi}}{M_{MK}} = 2\vartheta(t) \tag{14.107}$$

Ist eine Außenspannung eingeschaltet, bewegt sich der Statorfluß im Mittel mit der Typenpunktfrequenz F_{s0} entsprechenden Winkelgeschwindigkeit Ω_{s0} , bei eingeschalteter Nullspannung mit $\Omega_s = 0$. Der Rotorflußraumzeiger bewegt sich immer mit Ω_L . Somit ist im ersten Fall das Winkelinkrement (und damit die Drehmomentschwankung) $2 \cdot (\Omega_{s0} - \Omega_L) \cdot T_{Ein}$, im letzteren Fall $-2 \cdot \Omega_L \cdot T_{Aus}$. Diese Ein-Aus-Zeiten, durch die Drehmomentschwankungsweite Δm ausgedrückt, erhält man zu:

$$T_{Ein} = \frac{1}{2(\Omega_{s0} - \Omega_L)} \Delta m ; \quad T_{Aus} = \frac{1}{2\Omega_L} \Delta m \tag{14.108}$$

Mit der Pulsfrequenz

$$F_p = \frac{1}{T_{Ein} + T_{Aus}} \tag{14.109}$$

ergibt sich die gewünschte Abhängigkeit des Drehmoments von der nach Gl. (14.105) bestimmten Pulsfrequenz:

$$\Delta m = 2 \cdot \left(1 - \frac{\Omega_L}{\Omega_{s0}}\right) \cdot \frac{\Omega_L}{F_p} \tag{14.110}$$

Bei kleiner Aussteuerung ist jedoch die Mindesteinschaltzeit der Ventile maßgebend.

In diesem Bereich wird die Drehmomentschwankungsweite durch

$$\Delta m = 2 \cdot (\Omega_{s0} - \Omega_L) \cdot T_{Ein,Min} \tag{14.111}$$

und im Bereich hoher Aussteuerung entsprechend durch die Mindestausschaltzeit bestimmt.

$$\Delta m = 2 \cdot \Omega_L \cdot T_{Aus,Min} \tag{14.112}$$

Der Mittelwert der Schaltfrequenz kann dann nicht mehr auf seinen Sollwert geregelt werden; der Mittelwert der Pulsfrequenz beträgt hier mit Gl. (14.110):

$$F'_p = \frac{\Omega_L}{\Omega_{s0}} \frac{1}{T_{Ein,Min}} \quad \text{bzw.} \quad F'_p = \left(1 - \frac{\Omega_L}{\Omega_{s0}}\right) \frac{1}{T_{Aus,Min}} \tag{14.113}$$

Abbildung 14.63 stellt die sich einstellende, auf M_{MK} bezogene Drehmomentschwankungsweite Δm in Abhängigkeit von der bezogenen Rotordrehfrequenz für $F_{s0} = 50 \text{ Hz}$, $F_T^* = 250 \text{ Hz}$ und $T_{Ein,Min} = T_{Aus,Min} = T_{Min} = 200 \mu s$ dar. Zum Vergleich ist gestrichelt die Drehmomentschwankungsweite bei der so-

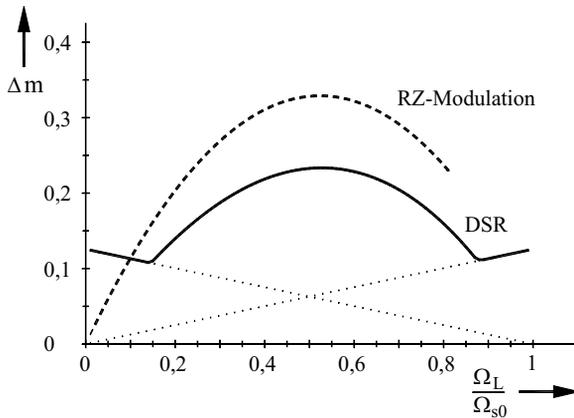


Abb. 14.63: Auf das Kippmoment bezogene Drehmomentschwankungsweite bei DSR und bei Raumzeiger-Modulation in Abhängigkeit von der bezogenen Drehzahl. Leerlauf; Typenpunktsfrequenz $F_{s0} = 50 \text{ Hz}$, Schaltfrequenz $F_T^* = 250 \text{ Hz}$ und Mindestschaltzustandszeit $T_{Min} = 200 \mu s$

nannten Raumzeiger-Modulation [117] eingetragen. Berücksichtigt man zusätzlich, daß die Pulsfrequenz bei DSR annähernd 50 % größer ist, ergibt sich bei der für die Drehzahlwelligkeit maßgeblichen Drehmoment-Zeitfläche annähernd eine Halbierung im Vergleich zur Raumzeiger-Modulation (vgl. [530]).

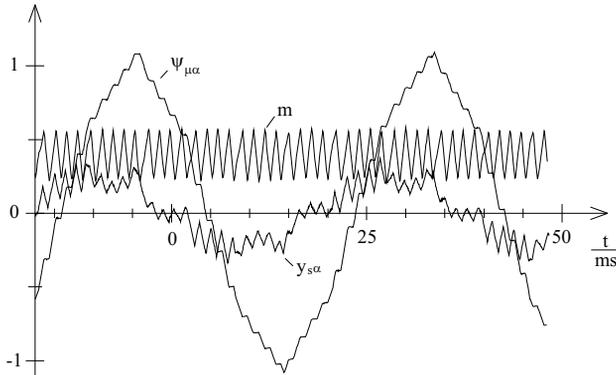


Abb. 14.64: Verläufe von α -Koordinate des Statorflusses $\Psi_{\mu\alpha}$, Drehmoment m und Statorstrom $y_{s\alpha}$ bei DSR; Statorfrequenz $F_s = 26,5 \text{ Hz}$, $F_T^* = 250 \text{ Hz}$. Bezugswerte siehe Text

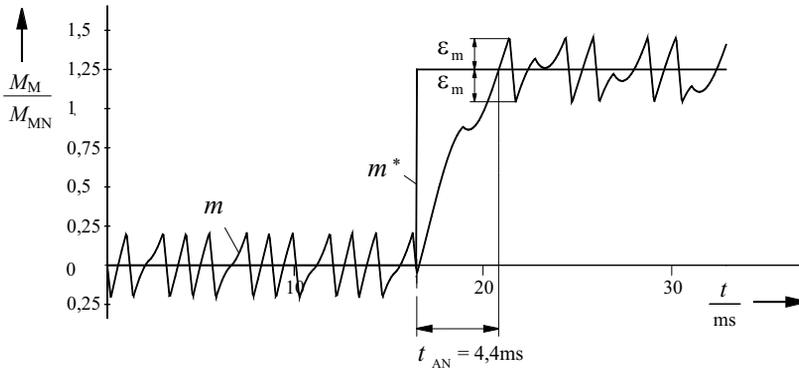


Abb. 14.65: Drehmomentsprungsantwort bei DSR; $\Omega_L = 0,75 \cdot \Omega_0$, $F_T^* = 250 \text{ Hz}$

Abbildung 14.64 gibt eine Messung an einem 15-kW-Versuchsstand wieder [529]: Die α -Koordinate des Statorflusses $\Psi_{\mu\alpha}$, bezogen auf die Nenn-Flußamplitude, das Drehmoment m , bezogen auf das Kippmoment, das bei diesem Antrieb 250 % des Nennmoments beträgt, und den Statorstrom $y_{s\alpha}$, bezogen auf den Rotorkurzschlußstrom, der hier das 3,54-fache des Nennstroms beträgt. Die Nennfrequenz F_N ist 50 Hz, die aktuelle Statorfrequenz F_s ist 26,5 Hz und die mittlere Schaltfrequenz ist $F_T^* = 250 \text{ Hz}$. Die Drehmomentschwankungsbreite beträgt 87 % des Nennmoments (infolge Stromverdrängung hat die für die Oberschwingungen wirksame Streuinduktivität nur ca. 70 % des für die Schlupffrequenz wirksamen Werts L_σ), der Statorstrom ist auch ohne die Pulsüberschwingungen notwendigerweise nicht sinusförmig, da der Statorfluß eine sechseckförmige Bahnkurve beschreibt. Trotzdem sind, wie in [530] gezeigt, nahezu alle die Verzerrung von Strom und Drehmoment beschreibenden Kennwerte besser als bei einer synchronisierten Taktung mit gleicher maximaler Schaltfrequenz.

Abbildung 14.65 stellt einen Drehmomentanregelvorgang dar, bei einem Sprung des Sollwerts auf ca. 125 % des Nenn Drehmoments und sonst gleichen

Randbedingungen. Die Modulation der Statorfluß-Winkelgeschwindigkeit beim Durchlauf durch einen Sektor ist klar zu erkennen. In diesem Betriebspunkt hoher Aussteuerung geht der Flußwinkel während des Drehmomentanstiegs sogar wieder zurück, wenn der Fluß sich um eine Ecke bewegt. Trotzdem ist die Anregelzeit nicht viel größer als bei einem idealen Wechselrichter, bei dem der Statorspannungsraumzeiger mit stets gleicher Winkelgeschwindigkeit laufen könnte.

Nachteilig am Betrieb mit sechseckförmiger Statorflußbahnkurve im Vergleich zu dem mit kreisförmiger Bahnkurve ist, daß die Flußgrundschwingung bei gleichem Scheitelwert um 9 % kleiner ist, und daß der Betrag mit sechsfacher Statorfrequenz um +9,7 % / -5 % um die Grundschwingungsamplitude schwankt. Dies führt zu entsprechenden Magnetisierungsstromspitzen und damit zu sechspulsigen Komponenten im WR-Eingangsstrom, die bei Bahnantrieben wegen möglicher Signalbeeinflussungen stören können.

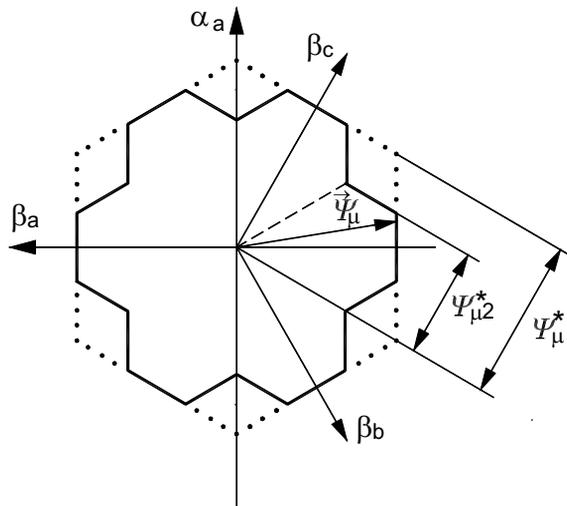


Abb. 14.66: Statorflußbahnkurve bei DSR mit Eckeneinklappung

Die nächstbessere Annäherung an den idealen Kreis ist ein symmetrisches Sechseck, bei dem die Ecken eingeklappert werden, wie in Abb. 14.66 gezeigt [529]. Hierzu sind aber $6 \cdot 2 = 12$ Schaltungen zusätzlich erforderlich, die dann für die Drehmomentregelung fehlen. Die Pulsfrequenz sinkt auf

$$F_p = 3 \cdot (F_T^* - 3F_s) \tag{14.114}$$

ab, die Drehmomentschwankungsweite wird entsprechend größer. Um diese Flußbahn zu erreichen, erhält die Flußselbststeuerung eine zweite Flußschwelle bei $\Psi_{\mu 2}^* = k_\beta \Psi_\mu^*$, die bewirkt, daß die Flußbahn rechtzeitig vor der Hauptecke eingeklappert wird. Jetzt wird im Beispiel die Projektion auf die Achse β_b überwacht. Geht diese durch Null, wird wieder auf die alte Flußrichtung zurückgesprungen, bis beim Erreichen der Hauptschwelle Ψ_μ^* endgültig

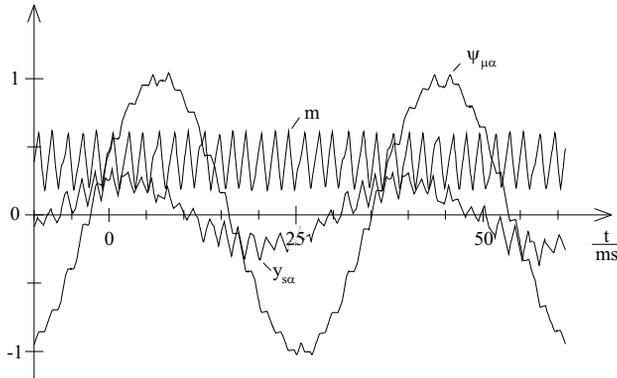


Abb. 14.67: Verläufe von α -Koordinate des Statorflusses $\Psi_{\mu\alpha}$, Drehmoment m und Statorstrom $y_{s\alpha}$ bei DSR mit achtzehneckiger Statorflußbahnkurve und $k_\beta = 0,815$. Statorfrequenz $F_s = 26,5 \text{ Hz}$, $F_T^* = 250 \text{ Hz}$. Bezugswerte und Randbedingungen wie Abb. 14.64

auf die neue Flußrichtung übergegangen wird. Die Robustheit gegen ZK-Spannungsschwankungen bleibt so voll erhalten.

Abbildung 14.67 zeigt — bei gleichen Randbedingungen wie in Abb. 14.64 — das stationäre Verhalten für ein Schwellenverhältnis $k_\beta = 0,815$, das die sechste Harmonische im Zwischenkreisstrom eliminiert. Statorfluß und -strom sind bedeutend sinusförmiger, da die fünften und siebten Harmonischen entfallen. Die Drehmomentwelligkeit hat aber um 23 % zugenommen.

Gleichung (14.103) für den Statorfluß macht deutlich, daß sich in den Zeiten, in denen eine Nullspannung geschaltet wird, der Statorflußraumzeiger entgegengesetzt zur Richtung des Stromraumzeigers bewegt. Je länger die Einschaltzeit der Nullspannungen im Verhältnis zur Einschaltzeit der Außenspannungen ist, das heißt, je niedriger die mittlere Statorfrequenz ist, um so deutlicher wird dieser Effekt. Dies führt in allen praktischen Betriebspunkten zu einer Absenkung der Rotorflußamplitude. Um dies zu vermeiden, wird durch einen integral wirkenden Rotorflußbetragsregler der Sollwert für die Betaflußkomponenten entsprechend erhöht. Der notwendige Rotorflußbetragsollwert läßt sich aus dem Drehmomentsollwert und dem ursprünglichen Betaflußollwert berechnen. Den entsprechenden Istwert liefert das Motormodell (mit Gl. (14.101)).

Hochleistungswechselrichter mit einer Schaltfrequenz von z.B. 250 Hz müssen ab einer Statorfrequenz von $1/3 \cdot 250 \text{ Hz} = 83,3 \text{ Hz}$ in Blocktaktung betrieben werden. Dies hat den Vorteil, daß die Grundschwingungsspannung und damit das verfügbare Kippmoment des Antriebs maximal sind. Im Unterschied zur bekannten Grundfrequenztaktung kann die Direkte Selbstregelung das Drehmoment auch hier hochdynamisch ändern, indem sie den Flußwinkel ϑ schnellstmöglich durch Verkürzen der Bahnkurve ändert [512]. Dazu müssen nur die Sollwerte für die Betaflußkomparatoren geeignet beaufschlagt werden. Die dazu notwendige Struktur ist in Abb. 14.68 dargestellt.

Die Pulsung ist blockiert, das Drehmoment wird über einen Schlupffrequenzregler beeinflusst, der seine Eingangsgrößen aus den entsprechenden Drehmomentgrößen durch Multiplikation mit $\frac{2}{3} \frac{R_r}{Z_p \Psi_r^2}$ gewinnt. Durch Begrenzung des Schlupffrequenzsollwerts läßt sich der Kippschutz sehr einfach realisieren.

Die stationäre Feldschwächung wird wie folgt erreicht: Sowie die Stator-sollfrequenz $\Omega_s = \Omega + \Omega_r^*$ den Bezugswert Ω_{s0} (den Wert bei Typenpunktfrequenz) überschreitet, werden die Schaltschwellen der Betaflußkomparatoren reziprok vorgesteuert abgesenkt (unten in Abb. 14.68), wobei die aktuelle Höhe der Zwischenkreisspannung sowie der ohmsche Statorspannungsfall geeignet berücksichtigt werden. Die notwendige Drehzahlinformation liefert entweder ein Drehzahlgeber oder kann einfach nach dem in [760] beschriebenen Verfahren geschätzt werden.

Die nicht triviale Aufgabe, den Statorflußraumzeiger zur richtigen Zeit auf seine neue verkürzte Bahnkurve zu zwingen, löst ein zusätzlicher Schlupffrequenz-PI-Regler (Abb. 14.68 Mitte oben). Die starke Verkürzung der Bahnkurve bewirkt eine „dynamische Feldschwächung“, wie rechts oben in Abb. 14.68 dargestellt. Mit dieser Struktur läßt sich der neue Drehmomentwert nach einer Totzeit entsprechend einem Sektordurchlauf $1/(6F_s)$ sowie eines weiteren Sektors erreichen, womit die höchstmögliche Dynamik im Feldschwächbereich mit relativ geringem Aufwand, vor allem ohne Spannungsstellreserve, erzielt wird.

Zum Abbau des Drehmoments im Feldschwächbereich muß die β -Flußschwelle entsprechend angehoben werden. Wenn aber der verlangte Drehmomentsprung so groß ist, daß er eine Nullspannung für die Mindesteinschaltdauer oder länger erfordert, wird diese dynamisch auch im Grundfrequenztaktungsbereich zuge-

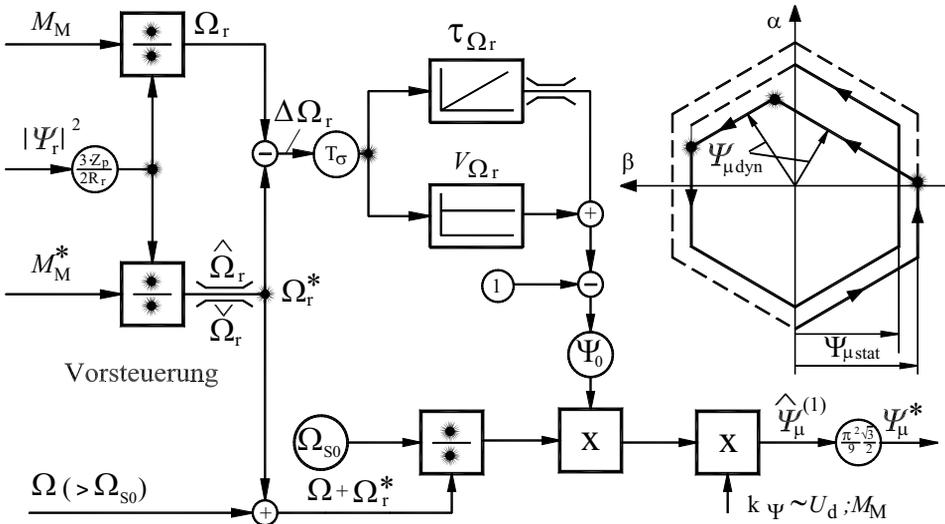


Abb. 14.68: Blockschaltbild der DSR im Feldschwächbereich und Trajektorie des Statorflusses bei Drehmomentsprung mit dynamischer Feldschwächung

lassen. Damit wird das Drehmoment extrem schnell verringert und ein Überstrom infolge Vergrößerung des Streuflusses verhindert.

Diese Regelungsstruktur läßt sich auch mit der oben beschriebenen acht-zehneckigen Flußbahnkurve kombinieren [529]. Damit kann bei Nennflußsollwert der Aussteuerbereich von etwa 93 ... 100 % besser als mit Drehmoment-Zweipunktregelung abgedeckt werden, die unter dem Einfluß der Mindestauschaltzeiten der Ventile zu starker Verringerung der mittleren Schaltfrequenz (vgl. Gl. (14.113)) und unruhigem Drehmomentverlauf neigt. Die Statorflußkurve und damit auch Strom und Drehmoment entsprechen stationär der bekannten Dreifachtaktung mit Flankenmodulation; die dynamischen Vorteile der Direkten Selbstregelung und ihre Robustheit gegen Eingangsspannungstörungen bleiben aber im Wesentlichen erhalten. Dieses Verfahren wird auch als „Bahnlängenregelung“ bezeichnet.

Zusätzlich können bei kleineren Aussteuerungen Nullspannungen abhängig vom Erreichen bestimmter Flußaugenblickswerte geschaltet werden, womit stationär quasi-synchrone optimierte Pulsmuster eingestellt werden können [529]. Abbildung 14.69 zeigt — für die Randbedingungen von Abb. 14.64, jedoch bei einer Statorfrequenz von 43 Hz entsprechend einer Aussteuerung von 86% — die quasi-synchrone Fünffachtaktung mit Flanken- und Mittenmodulation. Die

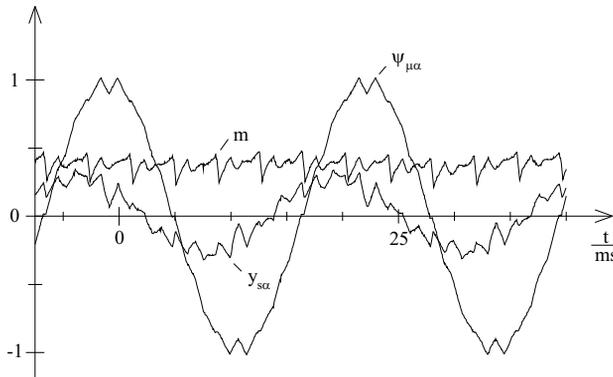


Abb. 14.69: Verläufe der α -Komponente des Statorflusses $\Psi_{\mu\alpha}$, des Drehmoments m und des Statorstroms $y_{s\alpha}$ bei Bahnlängenregelung mit Fünffachtaktung. Statorfrequenz $F_s = 43$ Hz. Bezugswerte und Randbedingungen wie Abb. 14.64

Schaltsschwellen lassen sich leicht mit den nach bekannten Verfahren der Optimierung synchroner Pulsmuster ermittelten Bahnlängen (Schaltdauern) berechnen. Die Übergänge zwischen den verschiedenen Pulsmustern lassen sich ebenfalls vergleichsweise einfach realisieren [533].

Es wurde auch eine Variante der Direkten Selbstregelung für den Dreipunkt-Wechselrichter (vgl. [57–61]) entwickelt [526], die auf einer größeren Serie Hochleistungslokomotiven in der Schweiz im Einsatz ist.

14.5.2 Indirekte Statorgrößen-Regelung

Wenn bei niedriger Drehzahl bzw. Aussteuerung die verlangten Spannungspulse kürzer als die Mindesteinschaltzeit der Leistungshalbleiter werden, ist der für die Direkte Selbstregelung typische einfache Wechsel zwischen drehmomentaufbauender Außenspannung und drehmomentabbauender Nullspannung nicht mehr möglich: Innerhalb einer Pulsperiode werden eine Nullspannung und zwei verschiedene Außenspannungen, also drei Schaltungen, benötigt. Dies vergrößert den Drehmomentrippel bei gleicher mittlerer Schaltfrequenz um etwa 50 %, wie erwähnt.

Der ohmsche Statorspannungsfall läßt die Statorflußbahnkurve nach innen vom Sechseck abweichen; die sechs den Flußbetrag bestimmenden Schalthandlungen sind bei niedriger Drehzahl trotz des Wirkens des Rotorflußbetragsreglers nicht mehr ausreichend, um Feldschwächung zu vermeiden. Die in [516] beschriebene Flußhystereseregulation mit um -120° dem von der Flußselbststeuerung ausgewählten Spannungsraumzeiger nacheilendem Spannungsraumzeiger erfordert aber zusätzliche Schaltungen, die den erwähnten Vorteil gegenüber der Sinus-PWM aufzehren. Die mit der sechseckigen Flußbahnkurve verbundenen sechspulsigen Anteile im Eingangsstrom des Wechselrichters würden bei niedriger Statorfrequenz eine unzulässig hohe Zwischenkreisspannungswelligkeit verursachen.

Ohne Nachteile kann jetzt aber auch der Statorfluß auf einer kreisförmigen Bahnkurve geführt werden, indem ein herkömmliches PWM-Verfahren (wie in Kap. 14.3.2) eingesetzt wird. Die Grundgedanken der DSR bleiben erhalten: Führung des Statorflusses auf einer definierten Trajektorie mittels Flußbetragsregler und Regelung des Drehmoments durch Änderung der Bahngeschwindigkeit. Da keine Augenblickswerte, sondern die Mittelwerte während der im Vergleich zur Statorperiode sowie zur Rotorstreuzeitkonstanten kurzen Pulsperiode $T_p = 1/(2F_T)$ verarbeitet werden, wurde der Name „Indirekte Statorgrößen-Regelung“ (ISR) geprägt (vgl. [521]). Sie wird in der Traktion sowohl im Anfahrbereich von (langsamtaktenden) GTO-Umrichtern wie jetzt auch im gesamten Spannungsstellbereich von schnelltaktenden IGBT-Umrichtern eingesetzt, also überall dort, wo der Vorteil der DSR der besonders guten Schaltfrequenzausnutzung eine untergeordnete Rolle spielt. Da die Anwendung im IGBT-Umrichter für zukünftige Anwendungen besonders von Interesse ist, soll die ISR in dieser Form beschrieben werden [517, 522, 523, 527].

Wie schon in Kap. 13.5 beschrieben, ist bei niedriger Frequenz die Integration der Statormaschengleichung (14.97) allein nicht mehr ausreichend. Es ist nötig, das Maschinenmodell um die Rotormasche (Gl. (14.101)), d.h. um ein Strom-Drehzahl-Modell, zu erweitern.

Abbildung 14.70 zeigt im Blockschaltbild die Struktur einer solchen Regelung. Das bekannte Statormodell (Strich-Doppelpunkt-Rahmen, links oben) wird um das Rotormodell ergänzt, das aus den Rotorflußkoordinaten (nach Gl. (14.101)) mit Gl. (14.98) die Koordinaten des Modell-Statorstromraumzeigers \vec{I}'_s berech-

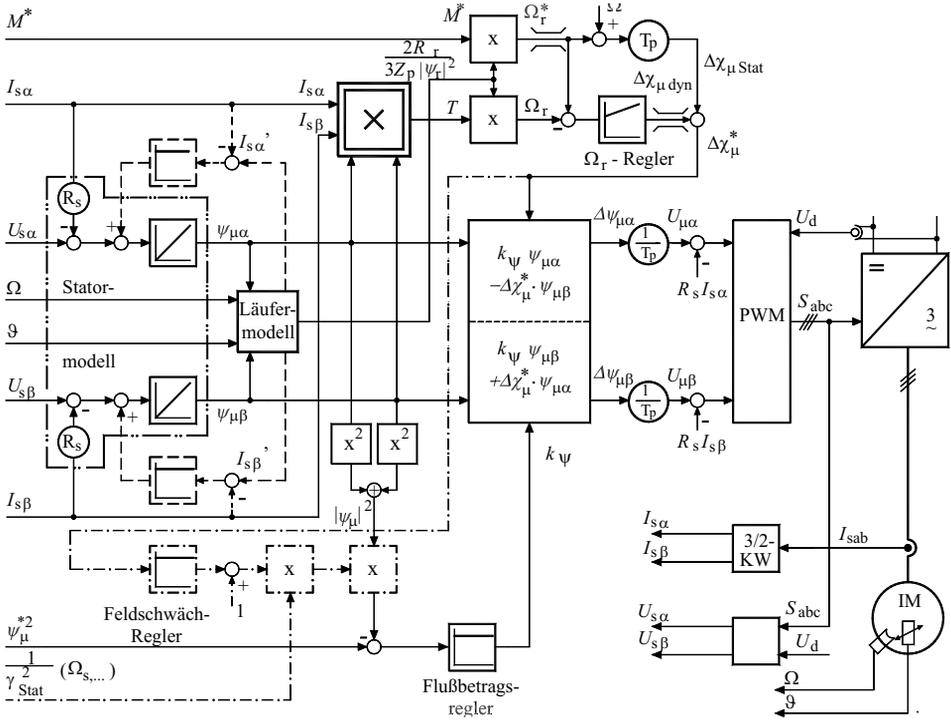


Abb. 14.70: Blockschaltbild der Indirekten Statorgrößen-Regelung (ISR)

net. Diese werden in den Stromausgleichsreglern (gestrichelt dargestellt) mit den gemessenen Statorstromkoordinaten verglichen und zur Korrektur von Fehlern der Statorspannungsnachbildung im WR-Modell und von Parameterfehlern – prinzipiell auch der sich mit der Motortemperatur ändernden Widerstände – herangezogen. Die notwendige Drehzahl liefert entweder ein Drehzahlgeber oder ein Schätzer nach [513, 517].

Letztlich kann zur Bestimmung des Statorspannungsfalls auch der Modellstrom verwendet werden [523]. Dann wird praktisch nur noch das Modell geregelt, und die wahre Maschine über den Stromausgleichsregler an dieses Modell gefesselt. Dies ermöglicht z.B. einen Testbetrieb der Regelung ohne eingeschalteten Leistungsteil des Antriebs.

Um den Statorfluß auf der Kreisbahn im Abtastintervall n der Länge T_p zu führen, muß sich der Statorfluß um $\Delta\vec{\psi}_{\mu,n}$ ändern. Dazu ist i.A. eine Drehung um einen Winkel $\Delta\chi_{\mu}$ und eine Streckung um k_{ψ} nötig:

$$\Delta\vec{\psi}_{\mu,n} = \{(1 + k_{\psi}) \cdot e^{j\Delta\chi_{\mu}} - 1\} \cdot \vec{\psi}_{\mu,n-1} \tag{14.115}$$

Der erforderliche Drehwinkel $\Delta\chi_{\mu}^*$ wird prädiktiv aus den stationären Bedingungen der vorhergehenden Pulsperiode

$$\Delta\chi_{\mu Stat} = (\Omega + \Omega_r^*) \cdot T_p \tag{14.116}$$

sowie der dynamisch erforderlichen Änderung $\Delta\chi_{\mu dyn}$ bestimmt, die der schon bei der Feldschwäch-DSR beschriebene Schlupffrequenzregler liefert. Dies wird im mittleren Teil von Abb. 14.70 dargestellt. Ein proportional wirkender Flußbetragsregler (unten) liefert den Streckungsanteil k_{ψ} . Dieser Regler arbeitet im Signalprozessor mit den Quadraten der Signalgrößen, um zeitaufwendiges Wurzelziehen zu vermeiden. Der Istwert $|\Psi_{\mu}|^2$ wird zuerst unverändert durch den zweiten strichpunktierten Multiplizierer geleitet.

Die prädierte Flußänderung wird durch die Pulsperiode T_p dividiert und um den Statorspannungsfall $\vec{I}_s R_s$ korrigiert, womit man den Statorspannungs-Sollraumzeiger \vec{U}_s erhält, der dann von der symmetrierten Sinus-PWM nach [117, 517] realisiert wird. Bei langsam taktenden GTO-Umrichtern kann dies alles noch innerhalb der minimalen WR-Schaltzustandsdauer (Größenordnung $200\mu s$) im DSP selbst berechnet werden. Bei schnelltaktenden IGBT-Wechselrichtern wird ein besonderer Schaltkreis, z.B. ein FPGA, erforderlich.

Im Spannungsstellbereich wird die gesamte Drehmomentdynamik durch Veränderung der Spannungsaussteuerung erzielt, wobei der Flußbetrag auf seinem Nennwert bleibt. Im Feldschwächbereich kann der gewünschte Winkelzuwachs nicht mehr wie beschrieben erzielt werden, da die Spannung schon ihren maximalen Wert erreicht hat. Der Kehrwert der stationären Feldschwächung $1/\gamma_{stat}^2$ wird als Vorsteuerung berechnet [517], verstärkt die Flußwertrückführung und bewirkt so die erforderliche Reduktion des Flusses. Der nicht ausgeglichene Teil des Ausgangs des Schlupffrequenzreglers wird herangezogen, um den Flußbetrag dynamisch auf den Wert zu schwächen, der für schnellen Drehmomentanstieg nötig ist (Block in strichpunktierten Linien).

Abbildung 14.71 zeigt Drehmoment-Sprungantworten an einem IGBT-WR-Versuchsstand [523] bei 105 % Nenndrehzahl mit den dazugehörigen Werten des Statorflußbetragsquadrats und der Spannungsaussteuerung $a = |\vec{U}_s| / U_{s \max}$: Bei einem positiven Sprung des Drehmomentsollwerts M^* bleibt die Aussteuerung auf ihrem maximalen Wert, während $|\Psi_{\mu}|^2$ erheblich reduziert wird. Damit wird eine Drehmomentanregelzeit von etwa 6 ms erreicht, entsprechend einem Drittel der Grundschwingungsperiode von 19 ms (in Abb. 14.71 ist das Drehmoment wieder auf das Nennkippmoment, der Fluß auf seine Nennamplitude normiert). Bei einem negativen Drehmoment-Sollwertsprung wird die Dynamik ausschließlich durch die Variation der Aussteuerung bestimmt, während der Flußbetrag langsam auf den stationär erforderlichen Wert geführt wird.

14.5.3 Direct Torque Control

Auf dem gleichen Grundgedanken wie die Direkte Selbstregelung beruht das gleichzeitig entstandene, von I. Takahashi [531] angegebene Regelverfahren, das seit etwa der Mitte der neunziger Jahre unter dem Markennamen „Direct Torque Control (DTC)“ [524] für Industrieantriebe vermarktet wird. Da nicht Hochleistungs- und Hochspannungsantriebe im Vordergrund standen, ist die Sta-

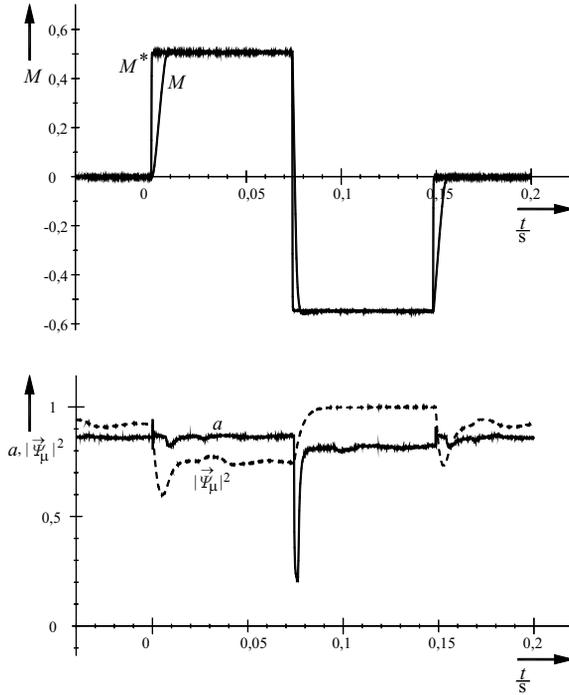


Abb. 14.71: Drehmoment-Sprungantworten im ISR-Feldschwächbereich bei $\Omega_L = 1,05 \cdot \Omega_0$: Drehmomentsoll- und Istwert, Aussteuerung a und Statorflußbetragsquadrat $|\Psi_\mu|^2$. $F_T^* = 5 \text{ kHz}$.

torflußführung nicht derart schaltzahloptimiert wie bei der DSR ausgeführt, sondern wird einem weiteren Hystereseregler anvertraut.

Abb. 14.72 stellt die Trajektorie des Statorflusses dar. Die Sektoren I...VI sind um 30° gegenüber den Sektoren der Flußselbststeuerung der DSR verschoben. Der Flußregler wählt flußaufbauende oder flußabbauende Spannungsraumzeiger, der Drehmomentregler ist als Dreipunktregler ausgeführt und schaltet auf einen Nullspannungsraumzeiger um (durch Punkte auf der Trajektorie gekennzeichnet), wenn das Drehmoment seine obere Toleranzbandgrenze erreicht.

Die Schaltungsauswahl erfolgt mit einer Schalttabelle (Tabelle 14.7). Abbildung 14.73 stellt das Blockschaltbild dazu dar (die Darstellung baut auf [309] auf). Die Reglerausgangssignale haben folgende Bedeutung:

$$\begin{aligned}
 \text{Flußregler} \quad \text{FRA} &= \begin{cases} 0 : \text{ Statorfluß abbauen} \\ 1 : \text{ Statorfluß aufbauen} \end{cases} \\
 \text{Drehmomentregler} \quad \text{MRA} &= \begin{cases} -1 : \text{ schneller Drehmomentabbau} \\ 0 : \text{ Drehmomentabbau mit Nullzeiger} \\ 1 : \text{ Drehmomentaufbau} \end{cases}
 \end{aligned}$$

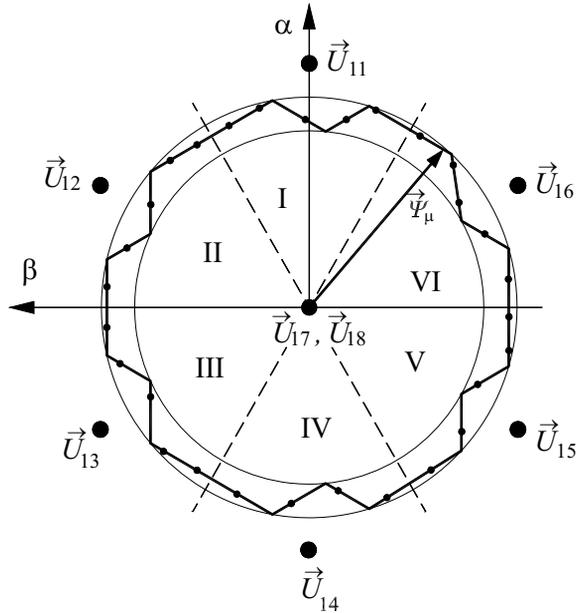


Abb. 14.72: Statorflußbahnkurve beim DTC-Regelverfahren

Tabelle 14.7: Schalttabelle zum DTC-Regelverfahren

		Sektor					
FRA	MRA	I	II	III	IV	V	VI
1	1	\vec{U}_{12}	\vec{U}_{13}	\vec{U}_{14}	\vec{U}_{15}	\vec{U}_{16}	\vec{U}_{11}
	0	\vec{U}_{17}	\vec{U}_{18}	\vec{U}_{17}	\vec{U}_{18}	\vec{U}_{17}	\vec{U}_{18}
	-1	\vec{U}_{16}	\vec{U}_{11}	\vec{U}_{12}	\vec{U}_{13}	\vec{U}_{14}	\vec{U}_{15}
0	1	\vec{U}_{13}	\vec{U}_{14}	\vec{U}_{15}	\vec{U}_{16}	\vec{U}_{11}	\vec{U}_{12}
	0	\vec{U}_{18}	\vec{U}_{17}	\vec{U}_{18}	\vec{U}_{17}	\vec{U}_{18}	\vec{U}_{17}
	-1	\vec{U}_{15}	\vec{U}_{16}	\vec{U}_{11}	\vec{U}_{12}	\vec{U}_{13}	\vec{U}_{14}

Man erkennt in Tabelle 14.7 deutlich, wie zu allen aktiven Spannungsraumzeigern mit ungerader Nummer (zwei Nullen im Schaltwort) immer der optimale Nullspannungsraumzeiger \vec{U}_{18} (drei Nullen) gewählt wird, zu solchen mit gerader Nummer immer \vec{U}_{17} . Dies war auch in der DSR schon so gelöst worden. Der schnelle Drehmomentabbau (MRA = -1) wird angefordert, wenn das Drehmoment gegen ein zweites, weiter außen liegendes Toleranzband

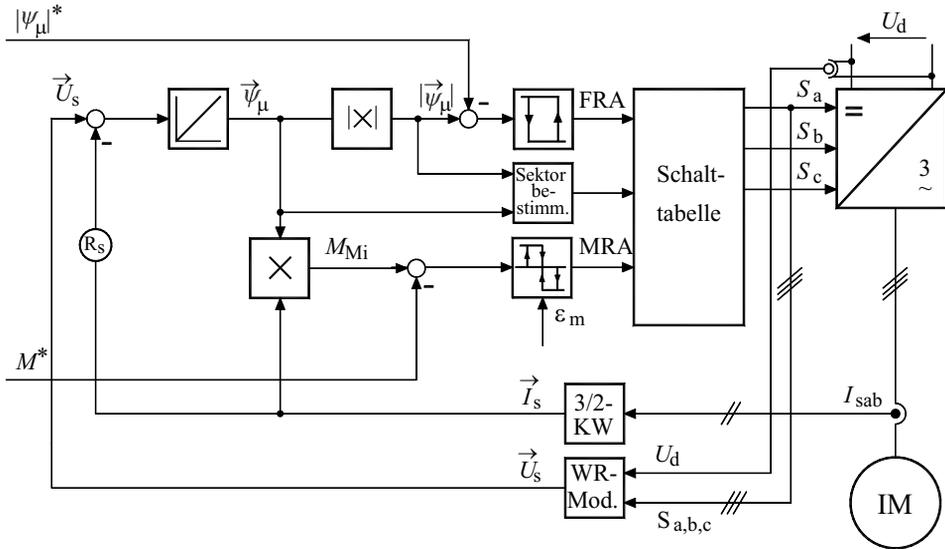


Abb. 14.73: Blockschaltbild des DTC-Regelverfahrens

läuft, weil die beim Erreichen des ersten Toleranzbandes ausgelöste Schaltung das Drehmoment nicht verringern konnte. Dies tritt vor allem bei sehr kleiner Frequenz und damit sehr steilem Anstieg des Drehmoments durch den vom Flußregler ausgewählten Spannungsraumzeiger auf. Fehler bei der Statorflußintegration werden — wie schon bei der ISR in Kap. 14.5.2 beschrieben — durch einen Stromausgleichsregler korrigiert.

Abbildung 14.74 (aus [309]) zeigt die ausgezeichnete Drehmomentdynamik eines DTC-Antriebs, bei einem Drehmomentsollwertsprung von 70 % von M_{MNenn} . Die Statorfrequenz beträgt 25 Hz, die mittlere Schaltfrequenz 3,2 kHz, die Pulsfrequenz ca. 8 kHz. Dies ist deutlich weniger als bei der DSR mit sechs- bzw. achtzehneckiger Statorflußbahnkurve (ca. 9,4 bzw. 8,9 kHz), da merklich mehr Schaltungen für die Statorflußführung benötigt werden. Erst bei einer Statorflußhysterese von 14 % ergeben sich die von der DSR her bekannten Verhältnisse, allerdings ohne die strenge sechspulsige Synchronizität.

DTC wird ebenfalls in Mittelspannungs-Dreipunkt-Wechselrichtern mit mittleren Ventilschaltfrequenzen von etwa 500 Hz eingesetzt [509].

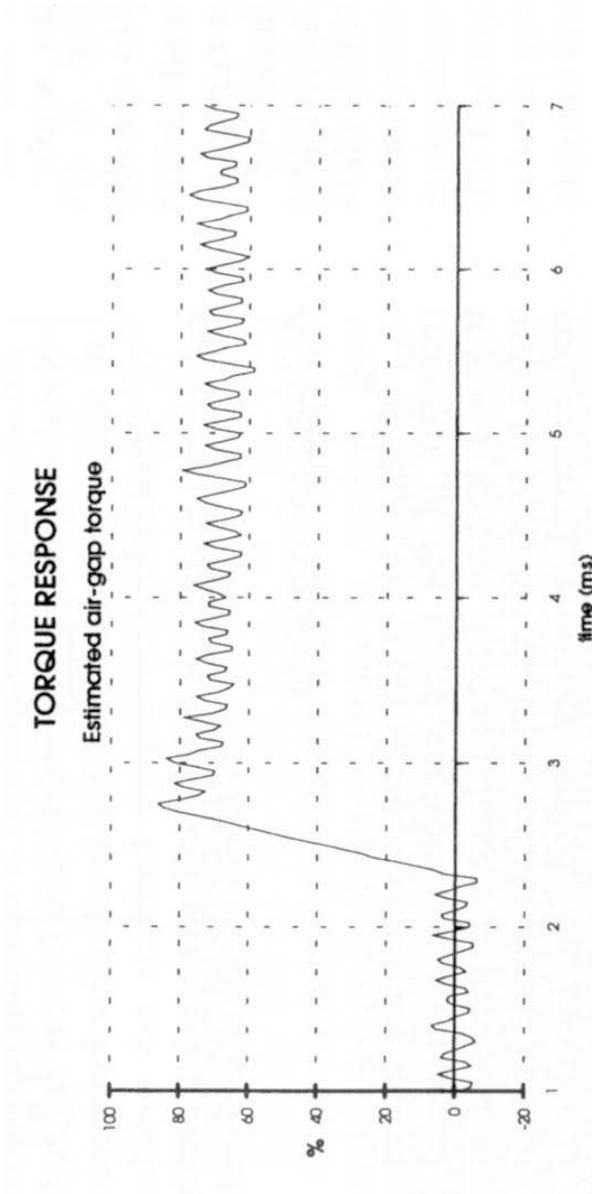


Abb. 14.74: Drehmomentsprungantwort beim DTC-Regelverfahren. Sprung auf 75 % des Nenndrehmoments, $F_T^* \approx 3,2 \text{ kHz}$

14.6 Stromregelverfahren für Drehfeldmaschinen

Dr.-Ing. N. Hoffmann, Prof. Dr.-Ing. F. W. Fuchs, Kiel

Wie bereits in Kapitel 14.1 erläutert, bezieht sich die Begrifflichkeit der indirekten Verfahren der Stromregelung für Drehfeldmaschinen auf die Verwendung eines Modulationsverfahrens zur Umsetzung der Sollspannungsgrößen (als Stellgröße der Stromregelung) auf die entsprechenden Einschaltzeiten bzw. Pulsmuster der verwendeten Leistungshalbleiter. In diesem Kapitel werden der Entwurf, die Auslegung, die Implementierung sowie praktische Aspekte von indirekten Stromregelverfahren in der Anwendung für Drehfeldmaschinen dargelegt. Die dargestellten Analysen sind übertragbar auf die Regelung von Netzpulsstromrichtern mit netzseitigen L-Filterssystemen. Besonderes Augenmerk wird hierbei auf die zeitdiskrete Modellierung der Regelstrecke gelegt. Die Motivation, eine ausführliche Betrachtung der Modellierung der Regelstrecke durchzuführen, wird damit begründet, dass ein tiefgreifendes und detailliertes Verständnis der zu regelnden Strecke die Basis für eine zielführende Auswahl von Regelungsstrategien sowie für die Festlegung von entsprechenden Auslegungskriterien bildet. Auf Grundlage des Modells der Regelstrecke und einer Gegenüberstellung verschiedener Abtaststrategien (sowie den damit verbundenen Rechenverzögerungen) wird eine Klassifizierung der Stromregelungsverfahren auf Basis des verwendeten Referenzkoordinatensystems präsentiert. Eine Möglichkeit der Implementierung der Statorstromregelung im rotierenden Referenzkoordinatensystem mit Verwendung von Proportional-Integral (PI)-basierten Reglern wird ausführlich betrachtet. Es wird neben der Auslegungsstrategie (hier: Kompensation der größten Streckenzeitkonstante) besonders auf die im rotierenden Koordinatensystem entstehenden Verkopplungseffekte und deren Verringerung durch die Wahl geeigneter Regelungsstrukturen eingegangen. Die dargestellten Betrachtungen werden durch eine Bewertung der vorgestellten Verfahren sowie durch eine Zusammenfassung abgeschlossen.

14.6.1 Motivation zur digitalen Stromregelung

Die Verwendung von Mikrocontrollern, digitalen Signal Prozessoren (DSPs), Field Programmable Gate Arrays (FPGAs) oder Industrie-PCs für die Regelung von leistungselektronischen Anwendungen hat in den letzten Jahrzehnten stark zugenommen. Die sinkenden Kosten der immer leistungsstärkeren digitalen Recheneinheiten in Relation zu den Kosten des übrigen Antriebssystems machen (zumindest bei Antrieben größerer Leistung) nur einen Bruchteil der gesamten Investitionskosten aus. Zudem bieten digital implementierte Regelungsalgorithmen die Möglichkeit, die Regelungsstrategie bzw. -auslegung direkt, d.h. lediglich durch eine Neuprogrammierung bzw. Umparametrisierung an die gegebenen Randbedingungen anzupassen. Dies geht soweit, dass es durch die digitale Implementierung von Regelalgorithmen möglich ist, die Regelungsstruktur betriebs-

punktabhängig während des Systembetriebes anzupassen. Im Vergleich zu analog implementierten Regelkreisen, bei denen Netzwerke aus passiven (Widerstände, Induktivitäten und Kapazitäten) und aktiven Bauelementen (Transistoren, Operationsverstärkern, etc.) zum Einsatz kommen, ermöglicht der Ansatz der digital implementierten Regelung ein hohes Maß an Flexibilität. Während analog umgesetzte Regelungen u.a. Bauteilvarianzen, Temperaturabhängigkeiten und Alterungsprozessen unterworfen sind, bietet die Implementierung von digitalen Regelalgorithmen auf identischen Rechnerplattformen eine gleichbleibende und einfach zu reproduzierende Grundlage für die industrielle Fertigung von geregelten Antriebsumrichtern.

Die hier dargestellten Betrachtungen basieren auf einer rein zeitdiskreten Modellierung des Systems, die dem Typ der Abarbeitung in digitalen Recheneinheiten entspricht. Auf Grundlage einer Analyse der gängigsten Abtaststrategien in Verbindung mit einer zu den Abtastzeitpunkten synchronisierten, digital implementierten (engl. *regular sampled*) Pulsweitenmodulation (PWM) wird eine verallgemeinerte Methode zur Modellierung von Totzeiten dargestellt. Basierend auf diesem zeitdiskreten Modell werden verschiedene Ansätze der Regelungsauslegung und -implementierung dargelegt, wobei auch hier die Erläuterungen ausschließlich für eine zeitdiskrete Modellierung durchgeführt werden.

14.6.2 Modellbildung

Die Modellbildung wird aufgeteilt in Betrachtungen zu dem dynamischen Verhalten des Statorstroms der Maschine, zu der Abtastung und dem dynamischen Verhalten der Pulsweitenmodulation des Stromrichters sowie in die zeitdiskrete Beschreibung des dynamischen Verhaltens der abgetasteten Regelstrecke.

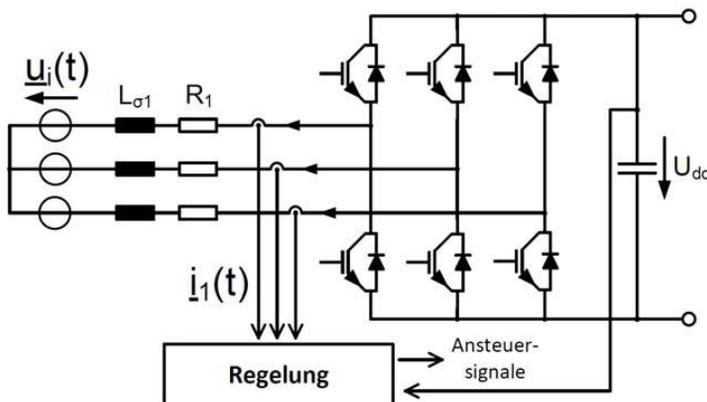


Abb. 14.75: Prinzipschaltbild eines selbstgeführten U-Wechselrichters mit Regelung der Statorströme

14.6.2.1 Stromdynamik eines Stators

In Abb. 14.75 ist das für die folgenden Betrachtungen zugrunde gelegte Prinzipschaltbild eines zweistufigen selbstgeführten Umrichters mit Spannungszwischenkreis sowie dessen Regelung dargestellt. Dieses Prinzipschaltbild sowie die im Kap. 14.1 dargelegten Funktionsprinzipien dienen als Grundlage für die weiteren Betrachtungen. Um eine verallgemeinerte, möglichst vom verwendeten Maschinentyp unabhängige Analyse des für die Stromregelung verwendeten Streckenmodells durchzuführen, wird die vom Maschinentyp und der Drehzahl abhängige induzierte Gegenspannung und die daraus resultierende elektromagnetische Kraft (EMK, vgl. Kap. 7.1.1.1 bzw. 7.1.1.2) als zeitabhängige Spannungsquelle $U_i(t)$ modelliert. Ferner wird für die Analysen angenommen, dass die Stromdynamik hauptsächlich durch die statorseitige Streuinduktivität $L_{\sigma 1}$ sowie den parasitären statorseitigen Wicklungswiderstand R_1 einer symmetrischen dreiphasigen Drehfeldmaschine bestimmt wird.

Die Vereinfachungen führen auf die Differentialgleichung der Stromdynamik des Stators im statorfesten (bzw. stationären oder ortsfesten) Koordinatensystem, d.h.:

$$\vec{U}_1^S(t) = R_1 \vec{I}_1^S(t) + L_{\sigma 1} \frac{d}{dt} \vec{I}_1^S(t) + \vec{U}_i^S(t) \tag{14.117}$$

Aus der Differentialgleichung der Stromdynamik (und der Annahme, dass $\vec{I}_1^S(t = 0) = 0$ A) lässt sich mithilfe der Laplace-Transformation sowohl die Führübertragungsfunktion $\vec{G}_{s,w}^S(s)$ als auch die Störübertragungsfunktion $\vec{G}_{s,f}^S(s)$ der Stromdynamik des Stators im statorfesten Koordinatensystem ableiten:

$$\vec{G}_{s,w}^S(s) = \frac{\vec{I}_1^S(s)}{\vec{U}_1^S(s)} = \frac{1}{R_1} \frac{1}{1 + s \frac{L_{\sigma 1}}{R_1}} = \frac{1}{R_1} \frac{1}{1 + s\tau_{\sigma 1}} \tag{14.118}$$

$$\vec{G}_{s,f}^S(s) = \frac{\vec{I}_1^S(s)}{\vec{U}_i^S(s)} = -\frac{1}{R_1} \frac{1}{1 + s\tau_{\sigma 1}} \tag{14.119}$$

Es handelt sich also um das Verhalten eines Verzögerungsgliedes erster Ordnung.

Im Weiteren werden die Betrachtungen auf ein mit beliebiger Kreisfrequenz ω_k rotierendes Koordinatensystem (vgl. z.B. Kap. 13.1.2.3) erweitert. Dabei wird die folgende Transformationsvorschrift von dem statorfesten $\vec{x}^S(t)$ in das rotierende $\vec{x}^k(t)$ Koordinatensystem zugrunde gelegt:

$$\vec{x}^k(t) = \vec{x}^S(t) e^{-j\omega_k t} \tag{14.120}$$

Wird diese Transformationsvorschrift auf die Differentialgleichung der Stromdynamik des Stators Gl. (14.117) angewendet, so führt die Transformation der Ableitung des Statorstroms in das rotierende Koordinatensystem zu folgendem allgemeingültigen Zusammenhang:

$$\frac{d}{dt} [\vec{x}^S(t)] e^{-j\omega_k t} = \frac{d}{dt} [\vec{x}^S(t) e^{-j\omega_k t}] - \vec{x}^S(t) \frac{d}{dt} [e^{-j\omega_k t}] = \frac{d}{dt} \vec{x}^k(t) + j\omega_k \vec{x}^k(t) \tag{14.121}$$

Folglich bestimmt sich die Differentialgleichung der Stromdynamik des Stators im rotierenden Koordinatensystem zu:

$$\vec{U}_1^k(t) = R_1 \vec{I}_1^k(t) + L_{\sigma 1} \frac{d}{dt} \vec{I}_1^k(t) + \underbrace{j\omega_k L_{\sigma 1} \vec{I}_1^k(t)}_{\text{Verkopplung}} + \vec{U}_i^k(t) \quad (14.122)$$

Werden die komplexwertigen Differentialgleichungen im statorfesten und rotierenden Koordinatensystem miteinander verglichen, siehe Gl. (14.117) bzw. (14.122), so ist der im rotierenden Koordinatensystem zusätzlich auftretende Verkopplungsterm bei der Beschreibung der Stromdynamik hervorzuheben. Durch die Komplexwertigkeit dieses Terms kommt es zu einer Verknüpfung (bzw. Verkopplung oder auch Kreuzkopplung) zwischen der Statorstromdynamik des Realteils (oder auch d-Komponente) und des Imaginärteils (oder auch q-Komponente) der komplexwertigen Differentialgleichung im rotierenden Koordinatensystem. Soll demnach das (skalare) Übertragungsverhalten nur einer Komponente (d- oder q-Komponentendynamik) analysiert werden, führt der dargestellte Verkopplungseffekt zu einer zwangsläufigen Abhängigkeit dieser Dynamik zu der Übertragungsdynamik der orthogonalen Stromkomponente. Ferner bleibt festzuhalten, dass der auftretende Verkopplungsterm direkt proportional zu der Rotationskreisfrequenz ω_k des Koordinatensystems sowie zu der Streuinduktivität $L_{\sigma 1}$ des Stators ist.

Mithilfe der Laplace-Transformation werden die Führübertragungsfunktion $\vec{G}_{s,w}^k$ und die Störübertragungsfunktion $\vec{G}_{s,f}^k$ der Stromdynamik des Statorstroms im rotierenden Koordinatensystem abgeleitet:

$$\vec{G}_{s,w}^k(s) = \frac{\vec{I}_1^k(s)}{\vec{U}_1^k(s)} = \frac{1}{R_1} \frac{1}{1 + s \frac{L_{\sigma 1}}{R_1} + j\omega_k \frac{L_{\sigma 1}}{R_1}} = \frac{1}{R_1} \frac{1}{1 + s\tau_{\sigma 1} + j\omega_k \tau_{\sigma 1}} \quad (14.123)$$

$$\vec{G}_{s,f}^k(s) = \frac{\vec{I}_1^k(s)}{\vec{U}_i^k(s)} = -\frac{1}{R_1} \frac{1}{1 + s\tau_{\sigma 1} + j\omega_k \tau_{\sigma 1}} \quad (14.124)$$

Die resultierenden komplexwertigen Übertragungsfunktionen der Statorstromdynamiken zeigen neben dem bereits aus dem statorfesten Koordinatensystem bekannten Verhalten eines Verzögerungsgliedes erster Ordnung zudem die bereits diskutierten Verkopplungsdynamiken ($j\omega_k \tau_{\sigma 1}$).

Die störende Rückwirkung der vom Maschinentyp und der Drehzahl abhängigen Gegenspannung $U_i(t)$ und der daraus resultierenden EMK kann durch verschiedene Ansätze reduziert werden [469]. Hierbei ist die Analogie zu dem grundlegenden Prinzip der EMK-Aufschaltung für Gleichstromantriebe, vgl. Kap. 7.1.1.1, hervorzuheben.

Um die Effekte der Verkopplungsdynamiken genauer zu untersuchen, wird im Folgenden zwischen dem komplexwertigen und dem skalaren Übertragungsverhalten einer Regelung unterschieden. Hierbei beschreibt das komplexwertige Übertragungsverhalten (gekennzeichnet durch einen Pfeil über der Variable) das Übertragungsverhalten des im verallgemeinerten Koordinatensystem rotierenden

Raumzeigers, während das skalare Übertragungsverhalten (gekennzeichnet durch die Angabe der betreffenden Komponente im tiefgestellten Variablenindex) das Übertragungsverhalten der d- bzw. q-Komponente beschreibt, d.h.:

$$\vec{G}(s) = \text{Re} \left\{ \vec{G}(s) \right\} + j \text{Im} \left\{ \vec{G}(s) \right\} = G_d(s) + j G_q(s) \quad (14.125)$$

Zusammenfassend ist das komplexwertige bzw. das skalare Blockschaltbild der Statorstromdynamik im rotierenden Koordinatensystem in Abb. 14.76 dargestellt.

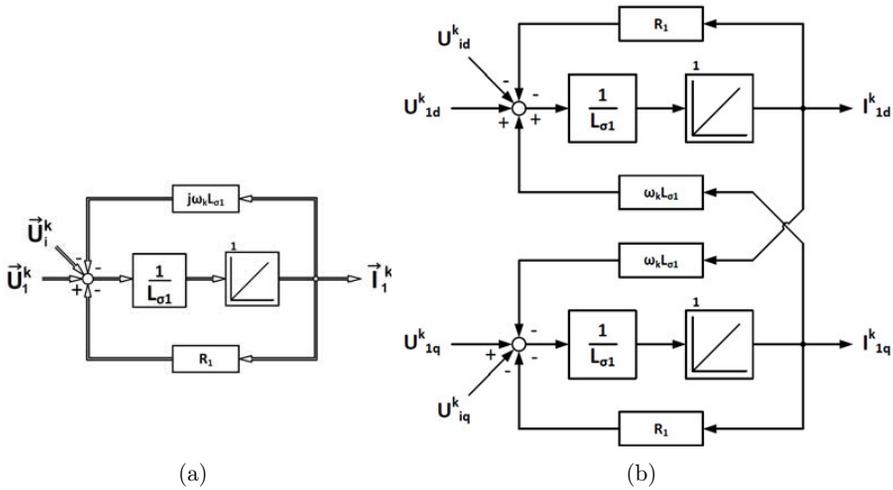


Abb. 14.76: Blockschaltbild der Stromdynamik des Stators im allgemeinen rotierenden Koordinatensystem: (a) komplexwertiges und (b) skalares Blockschaltbild

Um den Einfluss von Verkopplungen auf das Gesamtübertragungsverhalten im rotierenden Koordinatensystem zielführend zu analysieren, wird in [450] die Einführung einer Verkopplungsfunktion F vorgeschlagen. Die Verkopplungsfunktion ist allgemein definiert als der Quotient aus Imaginär- zu Realteil einer komplexwertigen Übertragungsfunktion, d.h.:

$$F(s) = \frac{\text{Im} \left\{ \vec{G}(s) \right\}}{\text{Re} \left\{ \vec{G}(s) \right\}} \quad (14.126)$$

Wird diese Definition auf die bereits diskutierte komplexwertige Stromdynamik des Stators im rotierenden Koordinatensystem bezogen, so ergibt sich die Verkopplungsfunktion des Führübertragungsverhaltens der Statorstromdynamik $F_{s,w}^k$ zu:

$$F_{s,w}^k(j\omega) = \frac{\text{Im} \left\{ \vec{G}_s^k(j\omega) \right\}}{\text{Re} \left\{ \vec{G}_s^k(j\omega) \right\}} = -\frac{L_{\sigma 1} \omega_k}{R_1 + j\omega L_{\sigma 1}} = -\frac{\omega_k \tau_{\sigma 1}}{1 + j\omega \tau_{\sigma 1}} \quad (14.127)$$

Im Folgenden wird der Amplitudengang der Verkopplungsfunktion der Statorstromdynamik näher untersucht, vgl. Abb. 14.77 (hier beispielhaft gewählt: $\tau_{\sigma 1} = 8,3 \text{ ms}$). Die Amplitudengänge sind für unterschiedliche Verhältnisse der Kreisfrequenz ω_k des rotierenden Koordinatensystems zu der Nennkreisfrequenz Ω_N des Antriebs dargestellt. Wie die Abbildung erkennen lässt, nehmen die Verkopplungseffekte für ein größer werdendes Verhältnis der Rotationskreisfrequenz zur Nennkreisfrequenz zu. Die Verstärkung der Verkopplungsfunktion, hier besonders die Verstärkung im Gleichgrößenbereich (d.h. $\omega = 0 \text{ s}^{-1}$), nimmt für steigende Verhältnisse der Rotations- zur Nennkreisfrequenz deutlich zu. Genauer berechnet sich die Gleichgrößenverstärkung nach:

$$|F_s^k(\omega = 0 \text{ s}^{-1})|_{dB} = 20 \log(\omega_k \tau_{\omega 1}) \quad (14.128)$$

Gerade der Gleichgrößenbereich ist von hohem Interesse für die Betrachtungen, da i.d.R. die Kreisfrequenz (bzw. der Transformationswinkel) des rotierenden Koordinatensystem so gewählt wird, dass die zu regelnden Größen als Gleichgrößen im rotierenden Koordinatensystem erscheinen, vgl. z.B. Kap. 13.3.

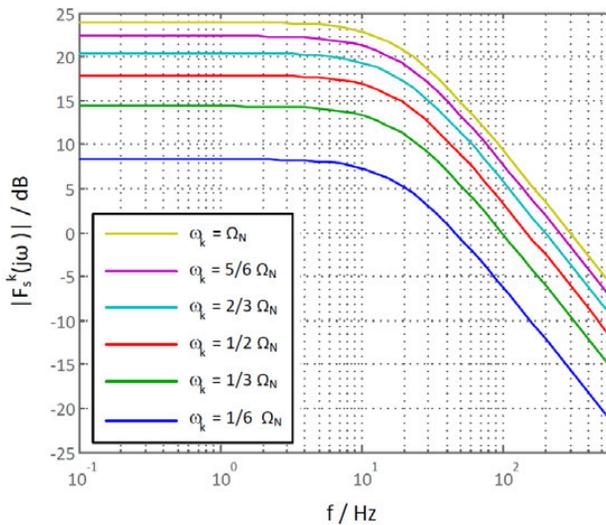


Abb. 14.77: Verkopplungsfunktion der Stromdynamik des Stators für verschiedene Kreisfrequenzen des rotierenden Koordinatensystems bezogen auf die elektrische Nennkreisfrequenz Ω_N eines Antriebssystems

Die vorhergehenden Betrachtungen offenbaren, dass die qualitativen und quantitativen Auswirkungen der Verkopplungsdynamiken auf die gesamte Statorstromdynamik im rotierenden Koordinatensystem von verschiedenen Systemparametern abhängen. Die kritischen Systemparameter sind die Kreisfrequenz des rotierenden Koordinatensystems ω_k , die Nennkreisfrequenz Ω_N sowie die elektrische (Streu-) Zeitkonstante $\tau_{\sigma 1}$ des Stators. Besonders stark äußern sich die Verkopplungseffekte, wenn das Verhältnis ω_k/Ω_N sowie das Produkt aus

ω_k und $\tau_{\sigma 1}$ besonders groß wird. Kritische Anwendungsfälle können demnach drehzahlvariable Antriebssysteme sein, welche

- eine besonders große (Streu-) Statorzeitkonstante $\tau_{\sigma 1}$ besitzen,
- in besonders hohen Bereichen der elektrischen Rotationskreisfrequenz Ω_N betrieben werden.

14.6.2.2 Abtastung und Dynamik der Pulsweitenmodulation

In den vorhergehenden Abschnitten wird die Stromdynamik des Stators dargestellt. Im Folgenden wird die Dynamik der Abtastung und der Pulsweitenmodulation (PWM) analysiert. Grundsätzlich hängt die Abtast- und PWM-Dynamik von dem verwendeten Abtastkonzept, dem verwendeten Modulationsverfahren, der benötigten Rechendauer zur Berechnung der Regelalgorithmen sowie dem Betriebsbereich der PWM ab. Während das Abtastkonzept und die benötigte Rechendauer i.d.R. aufeinander abgestimmt werden, hängt der Betriebsbereich der PWM und somit die Wahl einer geeigneten PWM-Strategie stark von der Anwendung ab [440]. Für die hier vorgestellten Analysen wird daher die Einschränkung getroffen, dass die PWM ausschließlich in einem linearen (bzw. linearisierten) Bereich betrieben wird. Demnach wird die durch die PWM hervorgerufene Amplitudenverstärkung als konstant und identisch Eins modelliert. Wird die PWM im nichtlinearen (Übermodulations-) Bereich betrieben, so ist die Amplitudencharakteristik im Allgemeinen nichtlinear und vom Modulationsverfahren abhängig [441].

Eine Einführung zu PWM-Verfahren mit abgetasteten Sollwertsignalen erfolgt im Buch „Elektrische Antriebe 4 - Leistungselektronische Schaltungen“ (vgl. Kap. 8.4.12). Diesen Betrachtungen folgend, sind die vier gängigsten Abtaststrategien, welche bei indirekten Stromregelverfahren zum Einsatz kommen, in Abb. 14.78 dargestellt. Die dargestellten Verfahren sind:

- PWM mit symmetrischen Ausgangspulsen mit Abtastung des Stroms zu Beginn einer Trägerperiode, vgl. Abb. 14.78(a) (engl. *symmetrical PWM*, oder auch *single-update PWM*),
- PWM mit symmetrischen Ausgangspulsen mit Abtastung des Stroms zur Mitte einer Trägerperiode, vgl. Abb. 14.78(b) (engl. *symmetrical PWM*, oder auch *single-update PWM*),
- PWM mit asymmetrischen Ausgangspulsen mit Abtastung des Stroms zu Beginn und zur Mitte einer Trägerperiode, vgl. Abb.14.78(c) (engl. *asymmetrical PWM*, oder auch *double-update PWM*),
- PWM mit asymmetrischen Ausgangspulsen und einer Überabtastung des Stroms innerhalb einer Trägerperiode, vgl. Abb. 14.78(d) (engl. *asymmetrical multisampled PWM*).

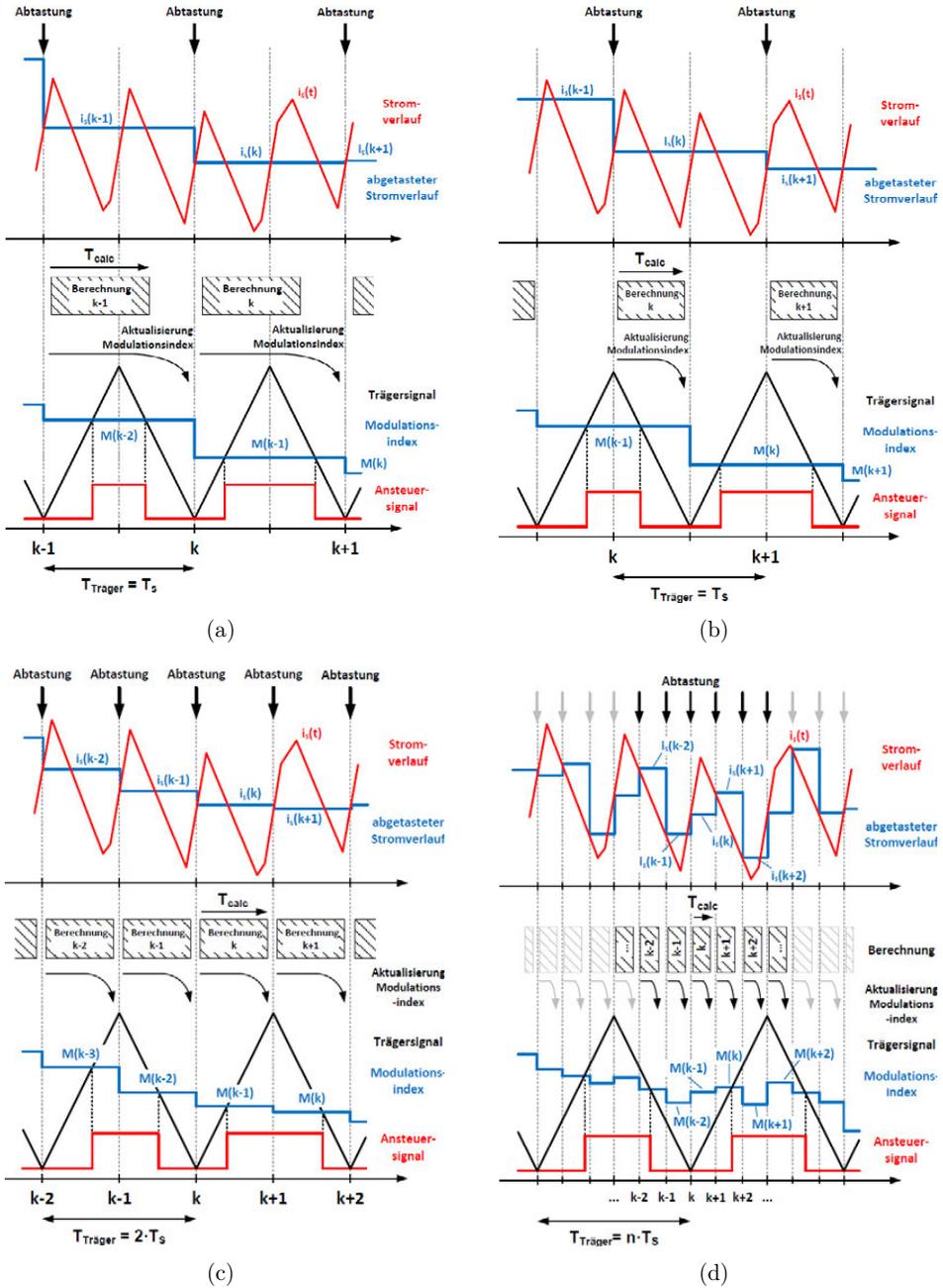


Abb. 14.78: Darstellung verschiedener synchronisierter Abtastkonzepte des Stroms bei identischer Trägerfrequenz (Gantt-Diagramm): (a) symmetrische PWM mit Abtastung zu Beginn der Trägerperiode, (b) symmetrische PWM mit Abtastung zur Mitte der Trägerperiode, (c) asymmetrische PWM mit Abtastung zu Beginn und zur Mitte der Trägerperiode und (d) asymmetrische PWM mit n -facher Überabtastung (hier beispielhaft $n = 6$)

Die verschiedenen Abtaststrategien werden für eine identische Trägerperiodendauer $T_{\text{Träger}}$ abgebildet. Durch die Festlegung der Abtaststrategie ergeben sich hingegen verschiedene Regelungs- bzw. Abtastperiodendauern T_s . Während bei den symmetrischen PWM-Verfahren die Abtastperiodendauer gleich der Trägerperiodendauer ist, wird bei dem asymmetrischen PWM-Verfahren mit Abtastung in den Trägerminima und -maxima die Abtastperiodendauer halbiert [427]. Eine n -fache Überabtastung führt weiterhin auf eine Verringerung der Abtastperiodendauer um das n -fache.

In Abbildung 14.78(a) sind in Form eines Gantt-Diagrammes die zeitlichen Abläufe der Abtastung, der Berechnung und PWM-Aktualisierung für die symmetrische PWM mit Abtastung zu Beginn der Trägerperiode schematisch illustriert. Hier wird vorausgesetzt, dass die Berechnungszeit der Regelung T_{calc} kleiner ist als die Abtastperiodendauer T_s . Unter der Annahme, dass die Nullraumzeiger symmetrisch um die Trägerminima und -maxima verteilt liegen, wird bei dieser Abtaststrategie der Stator-Phasenstrom $i_s(t)$ in seinem Mittelwert abgetastet. Werden die benötigte Rechenzeit der Regelung T_{calc} und der Umstand berücksichtigt, dass der Modulationsindex der PWM nur ein Mal pro Trägerperiode aktualisiert wird, so ergibt sich bei dieser Abtaststrategie eine gesamte Verzögerungszeit T_d zwischen Abtastung und PWM-Aktualisierung von einer Abtastperiode (gleich einer ganzen Trägerperiode $T_{\text{Träger}}$), d.h.:

$$T_d|_{(a)} = T_{\text{Träger}} = T_s \tag{14.129}$$

Des Weiteren sind in Abb. 14.78(b) die zeitlichen Abläufe der Abtastung, der Berechnung und der PWM-Aktualisierung für die symmetrische PWM mit Abtastung zur Mitte der Trägerperiode schematisch dargestellt. Festzuhalten bleibt auch hier, dass der Phasenstrom in seinem Mittelwert abgetastet wird, wenn die Nullraumzeiger symmetrisch um die Trägerminima und -maxima verteilt liegen. Unter der Voraussetzung, dass die Berechnungszeit T_{calc} der Regelung kleiner ist als die Abtastperiodendauer T_s sowie unter der Berücksichtigung der entsprechenden Zeitverläufe der Abtastung, der Berechnung und der PWM-Aktualisierung ergibt sich nun eine gesamte Verzögerungszeit T_d von einer halben Abtastperiode (gleich einer halben Trägerperiode $T_{\text{Träger}}$), d.h.:

$$T_d|_{(b)} = \frac{1}{2}T_{\text{Träger}} = \frac{1}{2}T_s \tag{14.130}$$

In Abbildung 14.78(c) sind die zeitlichen Abläufe der asymmetrischen PWM mit Abtastung sowohl in den Trägerminima als auch -maxima schematisch abgebildet. Auch hier wird der Stator-Phasenstrom bei symmetrischer Verteilung der Nullraumzeiger um die Trägermaxima in seinem Mittelwert abgetastet. Da nun jedoch die Trägerperiodendauer doppelt so groß wie die Abtastperiode ist, ergibt sich (unter Berücksichtigung der bereits erläuterten Annahmen) eine gesamte Verzögerungszeit T_d von einer Abtastperiode (gleich einer halben Trägerperiode $T_{\text{Träger}}$), d.h.:

$$T_d|_{(c)} = \frac{1}{2}T_{\text{Träger}} = T_s \tag{14.131}$$

Die asymmetrische PWM mit n -facher Überabtastung ist in Abb. 14.78(d) dargestellt. Im Weiteren wird nicht näher auf diese Abtaststrategie eingegangen, vielmehr sei auf die diesbezügliche Fachliteratur hingewiesen, siehe [435–437]. Es ist festzuhalten, dass der Stator-Phasenstrom (auch bei symmetrischer Platzierung der Nullraumzeiger um die Trägermaxima) im Allgemeinen nicht in seinem Mittelwert abgetastet wird. Zudem ist die durch die Berücksichtigung der Rechenzeit T_{calc} entstehende Verzögerungszeit T_d zwischen der Abtastung und der PWM-Aktualisierung nun abhängig von der Höhe der Überabtastung sowie der Lage vom Träger- zum Modulationsindexsignal.

Zusammenfassend lassen sich die durch die beschriebene Abtastung, Regelungsberechnung und PWM-Aktualisierung bedingten Verzögerungszeiten T_d durch ein Totzeitverhalten beschreiben. Demnach ergibt sich der zeitliche Zusammenhang zwischen dem Sollwert der Umrichter Ausgangsspannung $\vec{U}_{1,\text{ref}}^S$ und der anliegenden Umrichter Ausgangsspannung \vec{U}_1^S im statorfesten Koordinatensystem zu:

$$\vec{U}_1^S(t) = \vec{U}_{1,\text{ref}}^S(t - T_d) \quad (14.132)$$

Im Frequenzbereich ergibt sich die Übertragungscharakteristik der Abtastung, Berechnung und PWM-Aktualisierung im statorfesten Koordinatensystem zu einem Totzeitglied, d.h.:

$$\vec{G}_{\text{Sample} \rightarrow \text{update}}^S(s) = \frac{\vec{U}_1^S(s)}{\vec{U}_{1,\text{ref}}^S(s)} = e^{-sT_d} \quad (14.133)$$

Die vorhergehenden Absätze fassen die Dynamiken der verschiedenen vorgestellten Abtaststrategien im statorfesten Koordinatensystem zusammen. Im Weiteren werden die Betrachtungen auf ein mit (zunächst) beliebiger Kreisfrequenz rotierendes Koordinatensystem erweitert. Die grundlegenden Transformationsvorschriften wurden bereits zu Beginn dieses Abschnittes eingeführt und diskutiert. Da die Dynamiken der Abtastung und PWM-Aktualisierung jedoch durch ein Totzeitverhalten charakterisiert sind, müssen diese Betrachtungen erweitert werden. Bei der Transformation einer Totzeit behafteten Dynamik vom statorfesten in ein rotierendes Koordinatensystem muss die folgende Vorschrift berücksichtigt werden:

$$\vec{U}_{1,\text{ref}}^k(t - T_d) = \vec{U}_{1,\text{ref}}^S(t - T_d) e^{-j\omega_k(t - T_d)} \quad (14.134)$$

Demnach lässt sich die Dynamik der Abtastung und der PWM-Aktualisierung in einem mit beliebiger Kreisfrequenz ω_k rotierenden Koordinatensystem ableiten zu:

$$\vec{U}_1^k(t) = \vec{U}_{1,\text{ref}}^k(t - T_d) e^{-j\omega_k T_d} \quad (14.135)$$

Neben den bereits bei der Statorstromdynamik beschriebenen Verkopplungseffekten spielen also auch bei der Beschreibung der Abtast- und PWM-Dynamik im rotierenden Koordinatensystem Verkopplungseffekte zwischen den d- und

q-Komponenten eine Rolle. Neben der Totzeitdynamik tritt auch ein komplexwertiger Exponentialterm bei der Transformation der Abtast- und PWM-Aktualisierungsdynamiken in das rotierende Koordinatensystem auf. Die Dynamik der Abtastung und der PWM-Aktualisierung im rotierenden Koordinatensystem wird durch die folgende Übertragungsfunktion beschrieben, d.h.:

$$\vec{G}_{\text{Sample} \rightarrow \text{update}}^k(s) = \frac{\vec{U}_1^k(s)}{\vec{U}_{1,\text{ref}}^k(s)} = \underbrace{e^{-sT_d}}_{\text{Totzeit- verhalten}} \underbrace{e^{-j\omega_k T_d}}_{\text{Verkopplung}} \quad (14.136)$$

Dabei hängt die Höhe der Verzögerungszeit von der Abtast- bzw. der PWM-Trägerfrequenz und der Wahl der Abtaststrategie ab, vgl. Gl. (14.129)-(14.131). Das komplexwertige bzw. das skalare Blockschaltbild der Abtast- und PWM-Dynamik im rotierenden Koordinatensystem ist in Abb. 14.79 dargestellt.

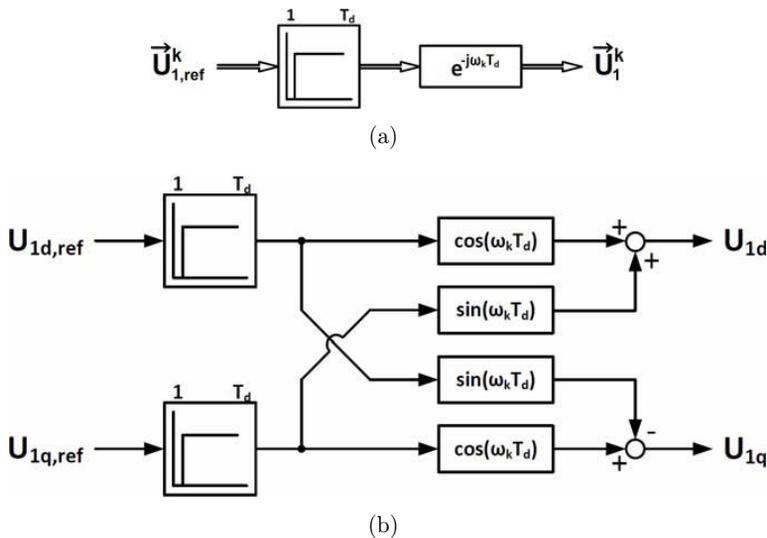


Abb. 14.79: Blockschaltbild der Abtast- und PWM-Dynamik (für den linearen Betriebsbereich) im rotierenden Koordinatensystem: (a) komplexwertiges und (b) skalares Blockschaltbild

Die vorhergehenden Betrachtungen zeigen, dass die Übertragungsdynamik der Abtastung und der PWM durch ein Totzeitverhalten charakterisiert wird. Bei den bisherigen Betrachtungen wird jedoch nicht berücksichtigt, dass die Referenzspannung (bzw. der Referenzwert der Modulationsfunktion) durch die digitale Implementierung des Modulators (engl. *regular sampled PWM*) lediglich ein Mal pro Abtastperiodendauer verändert wird. Über eine Abtastperiode T_s wird der Referenzwert des Modulationsindex konstant gehalten, vgl. dazu Abb. 14.78. Dieses Übertragungsverhalten des digital implementierten Pulsweitenmodulators wird durch ein Halteglied 0-ter Ordnung (engl. *zero-order hold element*)

modelliert. Dieses Funktionsprinzip ist in Abb. 14.80 abgebildet. Die Übertragungsdynamik eines Halteglieds 0-ter Ordnung wird im Frequenzbereich wie folgt beschrieben:

$$\vec{G}_{\text{zoh}}^k(s) = \frac{1 - e^{-sT_s}}{s} \tag{14.137}$$

Zusammenfassend wird das gesamte Übertragungsverhalten des digital implementierten Pulsweitenmodulators in einem mit beliebiger Kreisfrequenz ω_k rotierenden Koordinatensystem durch drei wesentliche Dynamiken charakterisiert. Diese sind:

1. Ein Totzeitverhalten durch die zeitlichen Abfolgen der Abtastung des Stroms, der Berechnungen des Stromreglers und des Modulationsindex sowie der PWM-Aktualisierung,
2. eine Verkopplung der d- und q-Komponenten der PWM im Falle der Transformation in ein rotierendes Koordinatensystem sowie
3. ein Verhalten eines Halteglieds 0-ter Ordnung durch die digitale Implementierung der PWM, also der Randbedingung, dass der Modulationsindex nur ein Mal pro Abtastperiode verändert wird.

Die Gesamtübertragungsdynamik der PWM, \vec{G}_{PWM}^k , welche die genannten Effekte nachbildet, wird demnach im Frequenzbereich wie folgt formuliert:

$$\vec{G}_{\text{PWM}}^k(s) = \frac{\vec{U}_1^k(s)}{\vec{U}_{1,\text{ref}}^k(s)} = \vec{G}_{\text{zoh}}^k(s) \vec{G}_{\text{Sample} \rightarrow \text{update}}^k(s) = \frac{1 - e^{-sT_s}}{s} e^{-sT_d} e^{-j\omega_k T_d} \tag{14.138}$$

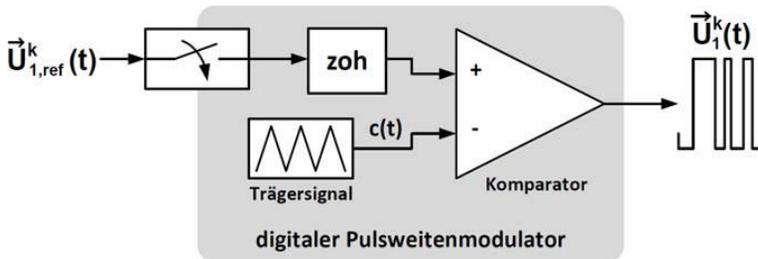


Abb. 14.80: Beschreibung der Dynamik des digital implementierten Pulsweitenmodulators (engl. regular sampled PWM) mit einem Halteglied 0-ter Ordnung

Abschließend zu den Betrachtungen der relevanten PWM-Übertragungsdynamiken ist darauf hinzuweisen, dass die vorgestellten Modellierungsansätze weder die zugrunde gelegte PWM-Methode (z.B. diskontinuierliche oder kontinuierliche PWM-Methode) noch den Betriebspunkt (im Sinne der Höhe des Modulationsindex) berücksichtigen. Außer der getroffenen Einschränkung, dass die beschriebenen Dynamiken nur im linearen

bzw. linearisierten Betriebsbereich Gültigkeit besitzen, werden keine weiteren Einschränkungen getroffen. Genauer heißt dies, dass die dargestellten Modelle lediglich das Großsignalübertragungsverhalten der digital implementierten PWM nachbilden. Die Modellierung des Kleinsignalübertragungsverhaltens für dreiphasige Umrichter mit Spannungszwischenkreis für verschiedene digital implementierte PWM-Verfahren ist Bestandteil weitergehender Analysen [435, 436, 444, 459, 477] und wird hier nicht näher diskutiert.

14.6.2.3 Zeitdiskrete Modellierung des abgetasteten Systems

Die vorhergehenden Abschnitte beschreiben sowohl die Modellierung der Statorstromdynamik als auch der Übertragungsdynamik der digital implementierten PWM unter Berücksichtigung der verwendeten Abtaststrategie. Die Analysen werden für das statorfeste (ortsfeste bzw. stationäre) Koordinatensystem und für das mit allgemeiner Kreisfrequenz ω_k rotierende Koordinatensystem dargestellt. In diesem Abschnitt wird die zeitdiskrete Modellierung des abgetasteten Systems beschrieben. Die Betrachtungen der Dynamiken im statorfesten Koordinatensystem stellen hierbei einen Sonderfall ($\omega_k = 0 \text{ s}^{-1}$) der Analysen des rotierenden Koordinatensystems dar. Daher wird im Folgenden nicht explizit auf die Übertragungsdynamiken im statorfesten Koordinatensystem eingegangen.

Werden das Übertragungsverhalten des Statorstroms und der PWM zu einer Gesamtstreckendynamik $\vec{G}_{\text{Strecke}}^k(s)$ zusammengefasst, so ergibt sich die folgende Führübertragungsdynamik:

$$\begin{aligned} \vec{G}_{\text{Strecke}}^k(s) &= \frac{\vec{I}_1^k(s)}{\vec{U}_{1,\text{ref}}^k(s)} = \vec{G}_{\text{PWM}}^k(s) \vec{G}_{s,w}^k(s) \\ &= \underbrace{\frac{1 - e^{-sT_s}}{s}}_{\text{digitale PWM-Implementierung}} \cdot \underbrace{e^{-sT_d} e^{-j\omega_k T_d}}_{\text{Rechenverzögerung}} \cdot \underbrace{\frac{1}{R_1} \frac{1}{1 + s\tau_{\sigma 1} + j\omega_k \tau_{\sigma 1}}}_{\text{Statorstromdynamik}} \end{aligned} \tag{14.139}$$

Hierbei beschreibt $\vec{U}_{1,\text{ref}}^k$ die Referenzspannung, welche durch eine übergeordnete Struktur, z.B. eine Stromregelung, an den digital implementierten Pulsweitenmodulator übergeben wird, und \vec{I}_1^k den sich unter Beachtung der Übertragungsdynamik des Modulators und der Statorstromdynamik ergebenden Statorstromverlauf. Auf gleiche Weise kann die entsprechende Störübertragungsdynamik hergeleitet werden.

Die vorgestellten Abtaststrategien (vgl. Abb. 14.78) zeigen ein Totzeitverhalten zwischen Abtastung, Berechnung und Aktualisierung des Modulationsindex. Wie die Betrachtungen weiterhin zeigen, muss die Totzeit T_d dabei nicht zwingend ein ganzzahliges Vielfaches der Abtastperiode betragen. Dieser Zusammenhang wird offensichtlich, wenn die symmetrische PWM mit Abtastung zu Beginn der Trägerperiode mit der symmetrischen PWM mit Abtastung zur Mitte der Trägerperiode verglichen wird. Während sich bei der symmetrischen PWM

mit Abtastung zu Beginn der Trägerperiode eine Totzeit von einer Abtastperiode ergibt, vgl. Gl. (14.129), so stellt sich bei der symmetrischen PWM mit Abtastung zur Mitte der Trägerperiode eine Totzeit von einer halben Abtastperiode ein, vgl. Gl. (14.130). Demnach muss für die hier dargestellten Analysen beachtet werden, dass die in der Regelungsstrecke auftretenden Totzeiten einen Bruchteil bzw. ein nicht ganzzahliges Vielfaches einer Abtastperiode betragen können. Um einen allgemeingültigen Ansatz zu erhalten, wird eine Hilfsvariable m eingeführt, welche es ermöglicht, Totzeiten zu quantifizieren, die kein ganzzahliges Vielfaches einer Abtastperiode bilden:

$$m = 1 - \frac{T_d}{T_s} \text{ mit } m \in [0; 1] \quad (14.140)$$

Dadurch ist es möglich die bereits diskutierten Abtaststrategien zu quantifizieren:

- $m = 0$ für die symmetrische PWM mit Abtastung zu Beginn der Trägerperiode, vgl. Abb. 14.78(a),
- $m = \frac{1}{2}$ für die symmetrische PWM mit Abtastung zur Mitte der Trägerperiode, vgl. Abb. 14.78(b),
- $m = 0$ für die asymmetrische PWM mit Abtastung in dem Trägerminimum sowie Trägermaximum, vgl. Abb. 14.78(c).

Weitere Totzeiteffekte, bei denen die auftretenden Totzeiten ein nicht ganzzahliges Vielfaches einer Abtastperiode sind, können durch den beschriebenen Ansatz nachgebildet werden. Dies sind z.B. eine Überabtastung mit anschließender Mittelwertbildung oder eine sequenzielle Abtastung mehrerer Messgrößen [464]. Dieser Zusammenhang ist in Abb. 14.81 für eine beliebig gewählte Totzeit T_d , welche ein nicht ganzzahliges Vielfaches einer Abtastperiode (bzw. Trägerperiode) beträgt, dargestellt.

Um eine Beschreibung der abgetasteten Regelstrecke zu erhalten, wird die zeitkontinuierliche Übertragungsdynamik $\vec{G}_{\text{Strecke}}^k(s)$ schrittweise in ihr zeitdiskretes Äquivalent $\vec{G}_{\text{Strecke}}^k(z, m)$ überführt. Dabei wird die allgemeingültige Transformationsvorschrift zwischen zeitkontinuierlicher und zeitdiskreter Streckenbeschreibung angewendet.

$$\vec{G}_{\text{Strecke}}^k(z, m) \Big|_{m=1-\frac{T_d}{T_s}} = \frac{\vec{I}_1^k(z)}{\vec{U}_{1,\text{ref}}^k(z)} = \mathcal{Z} \left\{ \mathcal{L}^{-1} \left\{ \vec{G}_{\text{Strecke}}^k(s) \right\} \Big|_{t=kT_s} \right\} \quad (14.141)$$

Hier beschreibt \mathcal{Z} die z -Transformation und \mathcal{L}^{-1} die inverse Laplace-Transformation. Die zeitkontinuierliche Streckendynamik ist neben der Statorstromdynamik durch ein Übertragungsverhalten eines Halteglieds 0-ter Ordnung und ein Totzeitverhalten charakterisiert.

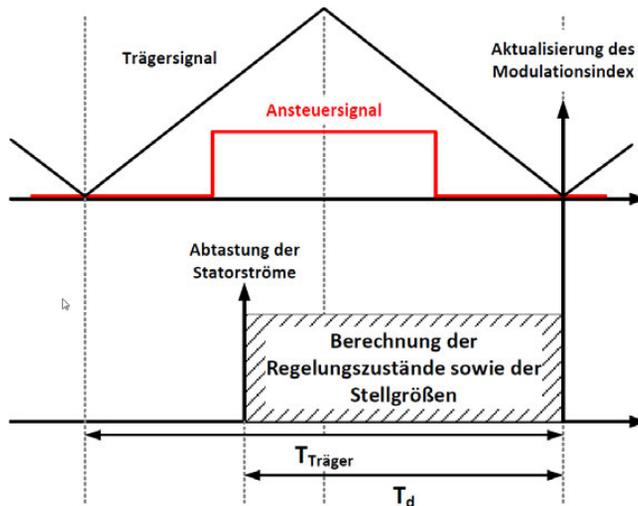


Abb. 14.81: Verzögerungszeit T_d durch die Synchronisierung des Abtastzeitpunktes zur Trägerperiodendauer $T_{\text{Träger}}$ der PWM (in Anlehnung an [464])

Um die gängigen Transformationstabellen der z -Transformation anwenden zu können, wird folgende Umformung durchgeführt:

$$\vec{G}_{\text{Strecke}}^k(z, m) \Big|_{m=1-\frac{T_d}{T_s}} = \frac{z-1}{z} \mathcal{Z} \left\{ \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s} \vec{G}'_{\text{Strecke}}(s) e^{-sT_d} \right\} \Big|_{t=kT_s} \right\} \quad (14.142)$$

$$\vec{G}'_{\text{Strecke}}(s) = \frac{1}{R_1} \frac{1}{1 + sT_{\sigma 1} + j\omega_k T_{\sigma 1}} e^{-j\omega_k T_d}$$

Für Totzeit behaftete Regelstrecken, bei denen die Totzeit ein ganzzahliges Vielfaches der Abtastzeit beträgt, ist es bereits mit der Transformationsvorschrift Gl. (14.142) möglich, eine entsprechende z -Übertragungsfunktion des betrachteten Systems anzugeben (z.B. durch Anwendung von entsprechenden Transformationstabellen [48], S. 548 ff). Bei den hier dargestellten Problematiken stellt diese Lösung jedoch nur einen Sonderfall dar. Da Streckentotzeiten auftreten können, welche ein nicht ganzzahliges Vielfaches der Abtastperiodendauer betragen, reicht diese einfache z -Transformation nicht aus, um eine adäquate Beschreibung der zeitdiskreten Übertragungsdynamik zu erhalten. Einen erweiterten Ansatz bietet hierfür die modifizierte z -Transformation (vgl. Kap. 6.2.2). Mit der modifizierten z -Transformation Z_{mod} lassen sich Streckendynamiken, bei denen die Totzeiten ein nicht ganzzahliges Vielfaches der Abtastzeit darstellen, in den zeitdiskreten Bereich überführen. Durch die Einführung der modifizierten z -Transformation kann die Transformationsvorschrift zur Berechnung der z -Übertragungsfunktion umformuliert werden zu:

$$\vec{G}_{\text{Strecke}}^k(z, m) \Big|_{m=1-\frac{T_d}{T_s}} = \frac{z-1}{z} Z_{\text{mod}} \left\{ \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s} \vec{G}'_{\text{Strecke}}(s) \right\} \Big|_{t=kT_s} \right\} \quad (14.143)$$

Auf Grundlage von Tabellen, z.B. aus [457], kann dann die z-Übertragungsfunktion der gesamten Regelstrecke berechnet werden zu:

$$\begin{aligned}
 \vec{G}_{\text{Strecke}}^k(z, m) \Big|_{m=1-\frac{T_d}{T_s}} &= \frac{\vec{I}_1^k(z)}{\vec{U}_{1,\text{ref}}^k(z)} \\
 &= \frac{1}{R_1 + j\omega_k L_{\sigma 1}} \left[\frac{1}{z} - \frac{\alpha_2(z-1)}{z(z-\alpha_1)} \right] e^{-j\omega_k(1-m)T_s} \\
 \alpha_0 &= e^{-T_s/\tau_{\sigma 1}} \\
 \alpha_1 &= \alpha_0 e^{-j\omega_k T_s} \\
 \alpha_2 &= e^{-mT_s/\tau_{\sigma 1}} e^{-j\omega_k m T_s}
 \end{aligned} \tag{14.144}$$

Die allgemeine z-Übertragungsfunktion Gl. (14.144) der Regelstrecke berücksichtigt neben den auftretenden Totzeiteffekten der Abtastung und PWM-Aktualisierung (welche hier ein nicht ganzzahliges Vielfaches der Abtastperiodendauer T_s sein können) auch das Verhalten eines Halteglieds 0-ter Ordnung sowie die beschriebene Statorstromdynamik. Die Verkopplungseffekte durch Verwendung eines rotierenden Koordinatensystems sind in der Komplexwertigkeit der einzelnen Faktoren der Übertragungsfunktion enthalten. Um den zeitdiskreten Modellierungsansatz abzuschließen, sind in Tab. 14.8 die relevanten z-Übertragungsfunktionen der verschiedenen Abtaststrategien zusammengefasst.

Die komplexwertige z-Übertragungsfunktion der asymmetrischen PWM mit Abtastung im Trägermaximum und -minimum wird im Weiteren genauer untersucht. Die Streckenverstärkung K_s im stationären Zustand ist:

$$K_s = \vec{G}_{\text{Strecke}}^k(z=1) = \frac{1}{R_1 + j\omega_k L_{\sigma 1}} e^{-j\omega_k T_s} \tag{14.148}$$

Unter der Annahme, dass sich die Kreisfrequenz ω_k des rotierenden Koordinatensystems während des Betriebes des Antriebssystems verändert (z.B. bei Drehzahlvariationen), ist die Streckenverstärkung also zeitvariant und komplexwertig. Weiterhin besitzt die komplexwertige z-Übertragungsfunktion nach Gl. (14.147) zwei Polstellen:

$$\begin{aligned}
 z_{\infty,1} &= 0 \\
 z_{\infty,2} &= e^{-T_s/\tau_{\sigma 1}} e^{-j\omega_k T_s} = [\cos(\omega_k T_s) - j \sin(\omega_k T_s)] e^{-T_s/\tau_{\sigma 1}}
 \end{aligned} \tag{14.149}$$

Die Lage der ersten Polstelle $z_{\infty,1}$ ist fest im Nullpunkt des Einheitskreises. Weiterhin besitzt die Übertragungsdynamik eine weitere von ω_k abhängige Polstelle $z_{\infty,2}$, deren Radius im Einheitskreis durch die invers-exponentielle Gewichtung des Verhältnisses von Abtastperiodendauer T_s und Statorzeitkonstante $\tau_{\sigma 1}$ bestimmt wird. In Abb. 14.82 sind diese Polstellen für verschiedene Verhältnisse der Kreisfrequenz ω_k des rotierenden Koordinatensystems zur Abtastkreisfrequenz ω_s dargestellt.

Tabelle 14.8: Komplexwertige z -Übertragungsfunktionen der Stromregelstrecke in dem mit der Kreisfrequenz ω_k rotierenden Koordinatensystem für verschiedene Abtaststrategien

<p>Symmetrische PWM mit Abtastung zu Beginn der Trägerperiode (vgl. Abb. 14.78(a), <i>Single-update Modus</i>, $T_d = T_{\text{Träger}} = T_s$, $m = 0$, $\alpha_2 = 1$)</p> $\vec{G}_{\text{Strecke}}^k(z) \Big _{(a), T_d=T_{\text{Träger}}=T_s} = \frac{1}{R_1 + j\omega_k L_{\sigma 1}} \frac{1 - \alpha_1}{z(z - \alpha_1)} e^{-j\omega_k T_s}$ $\alpha_0 = e^{-T_s/\tau_{\sigma 1}} \tag{14.145}$ $\alpha_1 = \alpha_0 e^{-j\omega_k T_s}$
<p>Symmetrische PWM mit Abtastung zur Mitte der Trägerperiode (vgl. Abb. 14.78(b), <i>Single-update Modus</i>, $T_d = \frac{1}{2}T_{\text{Träger}} = \frac{1}{2}T_s$, $m = \frac{1}{2}$)</p> $\vec{G}_{\text{Strecke}}^k(z) \Big _{(b), T_d=\frac{1}{2}T_{\text{Träger}}=\frac{1}{2}T_s} = \frac{1}{R_1 + j\omega_k L_{\sigma 1}} \frac{(1 - \alpha_2)(z + \alpha_2)}{z(z - \alpha_1)} e^{-j\frac{1}{2}\omega_k T_s}$ $\alpha_0 = e^{-T_s/\tau_{\sigma 1}} \tag{14.146}$ $\alpha_1 = \alpha_0 e^{-j\omega_k T_s}$ $\alpha_2 = e^{-\frac{1}{2}T_s/\tau_{\sigma 1}} e^{-j\frac{1}{2}\omega_k T_s}$
<p>Asymmetrische PWM mit Abtastung zu Beginn und zur Mitte der Trägerperiode (vgl. Abb. 14.78(c), <i>Double-update Modus</i>, $T_d = \frac{1}{2}T_{\text{Träger}} = T_s$, $m = 0$, $\alpha_2 = 1$)</p> $\vec{G}_{\text{Strecke}}^k(z) \Big _{(c), T_d=\frac{1}{2}T_{\text{Träger}}=T_s} = \frac{1}{R_1 + j\omega_k L_{\sigma 1}} \frac{1 - \alpha_1}{z(z - \alpha_1)} e^{-j\omega_k T_s}$ $\alpha_0 = e^{-T_s/\tau_{\sigma 1}} \tag{14.147}$ $\alpha_1 = \alpha_0 e^{-j\omega_k T_s}$

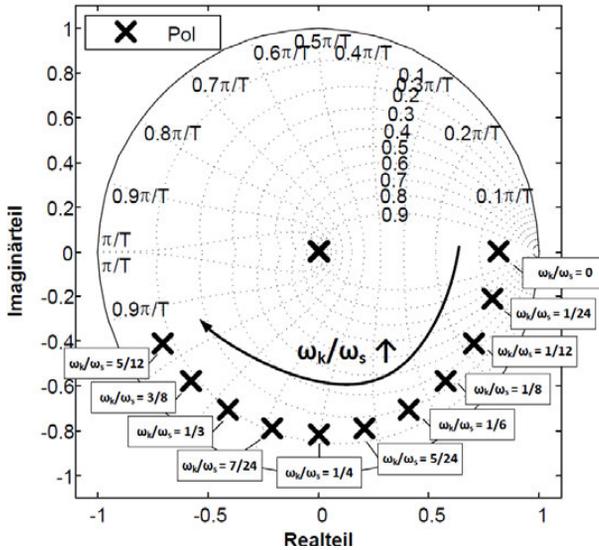


Abb. 14.82: Pol-Nullstellen-Diagramm der Regelstrecke für verschiedene Verhältnisse der Kreisfrequenz des rotierenden Koordinatensystems zur Abtastkreisfrequenz (Asymmetrische PWM, hier beispielhaft gewählt: $\tau_{\sigma 1} = 8,3$ ms)

14.6.3 Klassifizierung der indirekten Regelverfahren

Die vorhergehenden Abschnitte beschreiben die Modellierung der Statorstrom- und der PWM-Dynamik. Die Betrachtungen werden sowohl für das statorfeste als auch das mit allgemeiner Kreisfrequenz ω_k rotierende Koordinatensystem durchgeführt. Auf Basis einer zeitkontinuierlichen Modellierung der gesamten Regelstrecke wird ein äquivalentes zeitdiskretes Streckenmodell des abgetasteten Systems hergeleitet.

Im Weiteren wird eine Klassifizierung der indirekten Verfahren der Statorstromregelung auf Basis des für die Regelung verwendeten Koordinatensystems vorgestellt. In Abb. 14.83(a) ist ein allgemeines Blockschaltbild der feldorientierten Regelungsstruktur, wie sie z.B. bei der Drehzahlregelung von Asynchronmotoren Anwendung finden könnte, dargestellt. Die verwendete Feldorientierung ist dabei nicht spezifiziert, da sich die Analysen sowohl auf die Orientierung am Stator-, am Rotor- oder am Hauptfluss des Motors übertragen lassen. Für die Klassifizierung der verschiedenen Stromregelungsverfahren ist es lediglich entscheidend, dass die überlagerten Fluss- und Drehzahl-Regler (bzw. Momenten-Regler) im rotierenden Koordinatensystem implementiert werden und daher die Stromsollwerte auch an die unterlagerte Statorstromregelung in rotierenden Koordinaten übergeben werden. Unter Berücksichtigung der notwendigen Koordinatentransformationen kann die Stromregelung nun entweder in einem statorfesten Koordinatensystem, vgl. Abb. 14.83(b), oder in einem rotierenden Koordinatensystem, vgl. Abb. 14.83(c), implementiert sein.

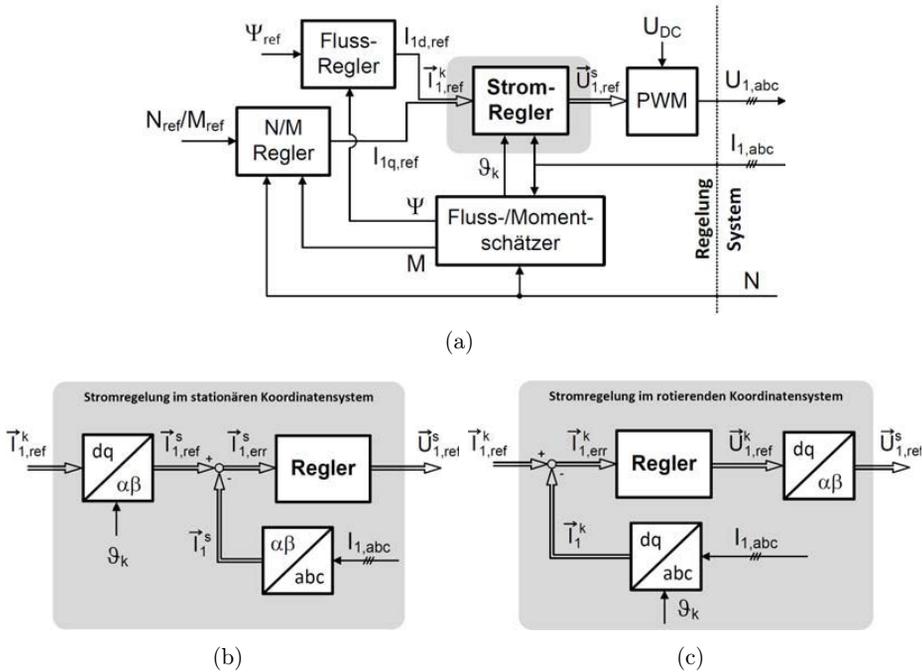


Abb. 14.83: Klassifizierung indirekter Stromregelungsverfahren aufgrund des verwendeten Koordinatensystems: (a) Blockschaltbild einer feldorientierten Regelungsstruktur, (b) Stromregelung im statorfesten und (c) im rotierenden Koordinatensystem

Grundsätzlich ist es also möglich, die Stromregelung im statorfesten oder im rotierenden Koordinatensystem zu implementieren. In der Literatur sind auch beide Ansätze zu finden. Die Wahl und die Auslegung des eigentlich verwendeten Stromreglers hängen stark von den jeweilig zu erfüllenden Randbedingungen der verschiedenen Anwendungen ab. Entscheidende Randbedingungen können dabei sein: stationäre Genauigkeit, Führgrößendynamik, Störgrößendynamik, Robustheit gegenüber Modell- oder Parameterunsicherheiten, Stellgrößenbeschränkungen, Implementierungsaufwand und Rechenaufwand. In [453] bzw. [476] sind verschiedene Ansätze der indirekten (teilweise auch direkten) Stromregelung für dreiphasige Pulswechselrichter mit Spannungszwischenkreis gegenüberstellend zusammengefasst. Es zeigt sich in diesen Arbeiten, dass verschiedenste Regelungsansätze zur Umsetzung der Stromregler angewendet werden. Je nach Festlegung der zu erfüllenden Randbedingungen können einfache Proportional-Regler (P), Proportional-Integral-Regler (PI) oder Proportional-Integral-Derivativ-Regler (PID) zur Anwendung kommen. Auch Zustandsbasierte-Regler, Prädiktive-Regler oder weiterführende nichtlineare Regelungsansätze finden Einsatz bei Stromregelungen für Antriebssysteme. Im Weiteren werden einige Referenzen aus der aktuellen Literatur, die

verschiedene Ansätze der Stromregelung enthalten, dargelegt, ohne dabei den Anspruch zu erheben, eine umfassende Literaturübersicht zu geben. Die Referenzen dienen vielmehr dem Einstieg in das Feld der indirekten Stromregelung für Drehfeldmaschinen.

Eine Übersicht möglicher Verfahren der indirekten Stromregelung im statorfesten Koordinatensystem ist in [448] dargestellt. Hier werden die wesentlichen Aspekte, welche bei der Implementierung von Stromreglern im statorfesten Koordinatensystem beachtet werden sollten, aufgezeigt. Die zu regelnden Stromverläufe im statorfesten Koordinatensystem sind i.d.R. Wechselgrößen. In [448] werden verschiedene Regelungsansätze gegenüberstellend für Wechselgrößen diskutiert. Dabei wird besonders auf die stationäre Regelgenauigkeit bei der Regelung von Wechselgrößen in Abhängigkeit von der Wahl und von der Auslegung verschiedener proportional-integrativer Regelungsstrukturen eingegangen. Genauer werden die Anwendung von PI-Reglern mit hoher Regelungsbandbreite und die Anwendung von Proportional-Resonanten-Reglern (P-Res)¹ diskutiert. Durch eine breitbandige Auslegung eines PI-basierten Stromreglers ist es möglich, Wechselgrößen mit variabler Ausgangsfrequenz unter Gewährleistung einer hohen stationären Genauigkeit zu regeln. Bei den P-Res-basierten Stromreglern wird die stationäre Genauigkeit durch den parallel zum Proportionalpfad implementierten resonanten Regler erreicht. Dieser fungiert als verallgemeinerter, auf die zu regelnde Wechselgrößenfrequenz angepasster Integrator [461]. Weiterführende bzw. vertiefende Analysen sind in [482] (PI-Regler mit hoher Regelungsbandbreite) und in [482] (P-Res-Regler) zu finden. Ferner werden in [479] und [480] die für die praktische Umsetzung von resonanten Regelungsstrukturen notwendigen Implementierungsschritte präsentiert. Weitere indirekte Stromregelungsansätze im statorfesten Koordinatensystem, die auf einer prädiktiven Regelungsformulierung basieren, sind u.a. in [430] bzw. [462] zu finden. Hier beschreibt [430] die Formulierung eines prädiktiven Regelungsgesetzes im Hinblick auf die verwendete PWM-Methode. In [462] wird eine prädiktive Stromregelung mit Deadbeat-Verhalten vorgestellt (vgl. auch Kap. 6.5.4).

Wird die Stromregelung im rotierenden Koordinatensystem implementiert, so treten die zu regelnden Stromgrößen im stationären Betrieb i.d.R. als Gleichgrößen auf. Daher kann die bei der Implementierung der Stromregler im statorfesten Koordinatensystem auftretende Problematik der stationären Regelungsgenauigkeit bereits mit schmalbandigen PI-basierten Stromreglern gelöst werden. Durch die Transformation der Stromgrößen in das rotierende Koordinatensystem treten jedoch Verkopplungen zwischen den beiden skalaren Stromkomponenten auf. Je nach Anwendung können diese Verkopplungsdynamiken zu ungewolltem Betriebsverhalten führen. Daher liegt der Aufwand der Implementierung einer Stromregelung im rotierenden Koordinatensystem darin, die Auswirkungen der Verkopplungsdynamiken auf die Stromregelungsdynamiken auf ein minimal akzeptierbares Maß zu reduzieren. Eine Gegenüberstellung verschiedener Maßnahmen zur Reduzierung von Verkopplungseffekten

¹siehe Kapitel 3.6 „Resonanter P-Regler“

auf PI-basierte Stromregelungen ist in [451] dargestellt. Maßnahmen, welche i.d.R. zur Reduzierung der Verkopplungseffekte ergriffen werden, sind: Entkopplungsnetzwerke basierend auf der gezielten Vorsteuerung von Mess- oder Referenzströmen [433], Berücksichtigung der Verkopplungsdynamiken auf dem integrativen Anteil der verwendeten PI-Regler [425] oder komplexwertige PI-basierte Regelungsentwürfe [450]. Weiterhin können je nach Anwendung und den damit verbundenen Regelungsanforderungen Proportional-Integral-Resonante (P-I-Res) Regelungsstrukturen [478], prädiktive [428] sowie zustandsbasierte Regelungsstrukturen [458] zur Anwendung kommen. Eine Übersicht zu weiterführenden nichtlinearen Regelungsstrategien ist in [438] zu finden.

Ein Vergleich der unterschiedlichen Proportional-Integrativ-basierten Regelungsverfahren für die Stromregelung im statorfesten bzw. rotierenden Koordinatensystem [449] zeigt, dass bei einer gewissenhaften Reglungsauslegung und -implementierung vergleichbare Stromdynamiken erreicht werden können. Vielmehr hängt die Wahl des geeigneten Koordinatensystems zur Implementierung der Stromregelung oftmals von zusätzlichen Randbedingungen, wie z.B. der Implementierung zusätzlicher Funktionen der Stromregelung, ab.

14.6.4 Stromregelung im rotierenden Koordinatensystem

Nachdem das Modell der Stromregelstrecke und eine Klassifizierung der möglichen Stromregelungsansätze auf Basis des verwendeten Koordinatensystems in den vorhergehenden Abschnitten vorgestellt wurden, wird im Weiteren eine Möglichkeit zur Umsetzung einer indirekten Statorstromregelung für Drehfeldmaschinen dargestellt. Genauer wird die PI-basierte Statorstromregelung im rotierenden Koordinatensystem vorgestellt. Wie bereits erläutert, spielen die durch die Transformation der Stromdynamiken auftretenden Verkopplungsdynamiken für die Wahl und die Implementierung einer solchen Regelungsstrategie eine entscheidende Rolle. Daher wird in den folgenden Abschnitten diesem Aspekt besondere Aufmerksamkeit geschenkt. Es werden neben einer grundlegenden Auslegungsstrategie des PI-basierten Stromreglers verschiedene Ansätze zur Verringerung der Verkopplungseinflüsse auf die Regelungsdynamik vorgestellt, diese sind:

- PI-basierter Stromregler mit Entkopplung der PWM-Verkopplungsdynamik,
- PI-basierter Stromregler mit Vorsteuerung der Messströme sowie Entkopplung der PWM-Verkopplungsdynamik,
- PI-basierter Stromregler mit Vorsteuerung der Sollströme sowie Entkopplung der PWM-Verkopplungsdynamik,
- PI-basierter Stromregler mit (integrativer) Regelung der Verkopplungsdynamiken sowie Entkopplung der PWM-Verkopplungsdynamik,

- komplexwertiger Regler basierend auf einem rein zeitdiskreten Regelungsentwurf.

14.6.4.1 Grundlegende Auslegungsstrategie

Die für die PI-Regelung zugrunde gelegte Auslegungsstrategie basiert auf den Analysen aus [445], die hier erläutert werden. Die folgenden Betrachtungen beziehen sich auf ein Antriebssystem, welches mit einer asymmetrischen PWM mit Abtastung der Statorstromwerte zu den Zeitpunkten der Trägerminima und -maxima betrieben wird (engl. *regular sampled asymmetrical PWM*, oder *double-update PWM*). In Kap. 14.6.2.3 wird das zeitdiskrete Modell der abgetasteten Stromregelstrecke beschrieben, vgl. Tab. 14.8, Gl. (14.147). Dieses im rotierenden Koordinatensystem formulierte Modell dient als Grundlage der Auslegung der PI-basierten Stromregelung.

Zunächst wird für die Regelungsauslegung angenommen, dass die Kreisfrequenz ω_k des rotierenden Koordinatensystems identisch Null ist, demnach die Statorstromdynamik vollständig entkoppelt vorliegt. Später wird die Auswirkung dieser Vereinfachung auf die verschiedenen Stromregelungsstrukturen untersucht. Unter Berücksichtigung dieser Annahme vereinfacht sich die komplexwertige Streckendynamik zu einer reellwertigen Beschreibung der Regelstrecke, d.h. es ist:

$$\vec{G}_{\text{Strecke}}^k(z) \Big|_{T_d=\frac{1}{2}T_{\text{Träger}}=T_s, \omega_k=0} = \frac{\vec{I}_1^k(z)}{\vec{U}_{1,\text{ref}}^k(z)} = \frac{1}{R_1} \frac{1 - \alpha_0}{z - \alpha_0} \quad (14.150)$$

$$\alpha_0 = e^{-T_s/\tau_{\sigma 1}}$$

Da ein PI-Stromregler zur Anwendung kommen soll, wird im Weiteren die zeitdiskrete Struktur dieses Reglers festgelegt. Dabei gilt es neben der Festlegung der Proportionalverstärkung K_p und einer Nachstellzeit T_i , auch die zeitdiskrete Beschreibung eines integrativen Übertragungsverhaltens nachzubilden. Wird die bilineare Transformation [457] (auch als *Tustin-Methode* bekannt) verwendet, um das Verhalten eines zeitkontinuierlich arbeitenden Integrators im z -Bereich nachzubilden, so ergibt sich die folgende z -Übertragungsfunktion des PI-Reglers:

$$\vec{G}_{\text{Regler}}^k(z) \Big|_{\omega_k=0} = \frac{\vec{U}_{1,\text{ref}}^k(z)}{\vec{I}_{1,\text{err}}^{k*}(z)} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i} \frac{T_s}{2} \frac{z+1}{z-1} \right) \quad (14.151)$$

Grundsätzlich stehen für die Auslegung der geregelten Stromdynamik zwei Freiheitsgrade zur Verfügung: die Proportionalverstärkung K_p und die Nachstellzeit T_i des Reglers. Eine mögliche Auslegungsstrategie ist es, die Führgrößenübertragungsdynamik der Stromregelung zu maximieren, d.h. die Stromregelung so auszulegen, dass Veränderungen der Stromsollwerte mit möglichst hoher Regelungsdynamik ausgeregelt werden. Da die Stromregelung in einer feldorientierten Regelungsstruktur zur Anwendung kommt, also die Stromsollwerte durch übergeordnete Fluss- bzw. Drehzahl-Regler vorgegeben und möglichst dynamisch

mit hoher stationärer Genauigkeit umgesetzt werden sollen, wird diese Auslegungsstrategie im Weiteren verfolgt.

Zunächst wird die Nachstellzeit T_i des Stromreglers so gewählt, dass die größte Zeitkonstante der Regelstrecke kompensiert wird. I.d.R. wird die größte Zeitkonstante der Stromregelstrecke durch die Zeitkonstante der Statorstromdynamik $\tau_{\sigma 1}$ (also durch den Faktor α_0 der zeitdiskreten Streckenbeschreibung) bestimmt. Im Einzelfall gilt es, diese Annahme zu überprüfen. Die Kompensation der größten Zeitkonstante, hier der Stromzeitkonstante $\tau_{\sigma 1}$ des Stators, für die in Gl. (14.151) vorgestellte zeitdiskrete PI-Regler Implementierung, ergibt eine Nachstellzeit des Stromreglers von:

$$T_i = \frac{T_s}{2} \frac{1 + \alpha_0}{1 - \alpha_0} \tag{14.152}$$

Nach der Festlegung der Nachstellzeit des Stromreglers bleibt im nächsten Auslegungsschritt die Festlegung der Proportionalverstärkung K_p . Die Auslegung der Proportionalverstärkung folgt zwei grundsätzlichen Zielsetzungen: Zum einen soll durch die Proportionalverstärkung die Streckenverstärkung K_s im stationären Zustand kompensiert werden. Damit wird erreicht, dass die Auslegung des Reglers (abgesehen von Parametervariationen) unabhängig von den Streckenparametern ist und eine Übertragbarkeit zwischen verschiedenen Antriebssystemen gewährleistet ist. Zum anderen wird durch die Einführung eines zusätzlichen Einstellfaktors γ die gewünschte Regelungsdynamik eingestellt. Dieser Ansatz führt zu der Einstellung der Proportionalverstärkung K_p der PI-basierten Stromregelung zu:

$$K_p = \gamma \frac{R_1}{2} \frac{1 + \alpha_0}{1 - \alpha_0} \tag{14.153}$$

In den folgenden Abschnitten wird der Einfluss des Einstellfaktors γ auf die erreichbare Regelungsdynamik und die Robustheitseigenschaften der geregelten Stromdynamik untersucht. Zunächst ergibt sich die Übertragungsdynamik des offenen Regelkreises $\vec{G}_{\text{Open-loop}}^k$ mit der vorgestellten Wahl der Nachstellzeit T_i und der Proportionalverstärkung K_p zu:

$$\vec{G}_{\text{Open-loop}}^k(z) \Big|_{T_d = \frac{1}{2} T_{\text{Träger}} = T_s, \omega_k = 0} = \frac{\gamma}{z(z-1)} \tag{14.154}$$

Aus der Übertragungsdynamik des offenen Regelkreises berechnet sich die Übertragungsdynamik des geschlossenen Stromregelkreises $\vec{G}_{\text{Closed-loop}}^k$ zu:

$$\vec{G}_{\text{Closed-loop}}^k(z) \Big|_{T_d = \frac{1}{2} T_{\text{Träger}} = T_s, \omega_k = 0} = \frac{\gamma}{z^2 - z + \gamma} \tag{14.155}$$

Die Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises zeigt also ein Übertragungsverhalten zweiter Ordnung, bei welcher die Pollagen des geschlossenen Regelkreises durch die Wahl des Einstellfaktors γ eingestellt werden.

Die Pollen des geschlossenen Stromregelkreises ergeben sich in Abhängigkeit des Einstellfaktors γ zu:

$$z_{\infty 1,2} = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4} - \gamma} \quad (14.156)$$

Die Bandbreite einer Regelung ist definiert als die Frequenz, bei der der Betragsgang des geschlossenen Regelkreises eine Dämpfung von -3 dB annimmt. Unter Berücksichtigung des Phasengangverlaufs kann die Bandbreite einer Regelung als ein Maß für die Dynamik des geschlossenen Regelkreises angesehen werden. Für die Übertragungsdynamik des geschlossenen Stromregelkreises Gl. (14.155) kann die erreichbare Bandbreite bw_{Hz} in Abhängigkeit des Einstellfaktors γ wie folgt approximiert werden:

$$bw_{\text{Hz}} \approx \begin{cases} \frac{1}{2\pi} \frac{\gamma}{T_s} \sqrt{\frac{1}{1-3\gamma}}, & \gamma \in]0; 0,28[\\ \frac{2}{5} \frac{\gamma}{T_s}, & \gamma \geq 0,28 \end{cases} \quad (14.157)$$

Weiterhin berechnet sich die Amplitudenreserve a_{dB} auf Basis der analytischen Beschreibung des offenen Stromregelkreises Gl. (14.154) zu:

$$a_{\text{dB}} = 20 \log \left(\frac{1}{\gamma} \right) \text{ mit } \gamma > 0 \quad (14.158)$$

Ferner kann der Phasenrand φ_r der Stromregelung in Abhängigkeit des Einstellfaktors γ angegeben werden zu:

$$\varphi_r = \arctan \left(\frac{\sqrt{4 - \gamma^2} (1 - \gamma^2)}{\gamma (3 - \gamma^2)} \right) \approx \arctan \left(\frac{2}{3\gamma} \right) \text{ mit } \gamma > 0 \quad (14.159)$$

In der Abb. 14.84 sind die Regelungskenngrößen Regelungsbandbreite (normiert auf die Abtastfrequenz f_s), Amplitudenrand (in Dezibel) und Phasenreserve (in Grad) in Abhängigkeit des Einstellfaktors γ dargestellt. Eine Erhöhung des Wertes des Einstellfaktors γ führt zu einer Erhöhung der Regelungsbandbreite bei gleichzeitiger Verringerung der Robustheitseigenschaften der Stromregelung. Die Wahl des Wertes des Einstellfaktors γ stellt demnach eine Abwägung zwischen der Regelungsbandbreite und den Robustheitsgrenzen der Regelung dar. Für die jeweilige Anwendung des vorgestellten Stromregelungsansatzes gilt es, diese Randbedingungen zu prüfen und bei der Festlegung des Faktors γ kritisch zu bewerten.

Um die Betrachtungen der für die weiteren Analysen zugrunde gelegten Auslegungsstrategie abzuschließen, werden die wichtigsten Kriterien der Reglerauslegung für charakteristische Werte des Einstellfaktors γ in Tab. 14.9 zusammenfassend dargestellt. Neben der Regelungsbandbreite und den Robustheitsparametern wird die Analyse der Sprungantwort (Anstiegszeit T_{rt} , Ausregelzeit T_{st} und Überschwingweite OS) der verschiedenen Einstellwerte von γ festgehalten. Eine Analyse der Sprungantworten (für einen Einheitssprung auf Nennstrom I_n) der vorgestellten Auslegung der Stromregelung wird in Abb. 14.85

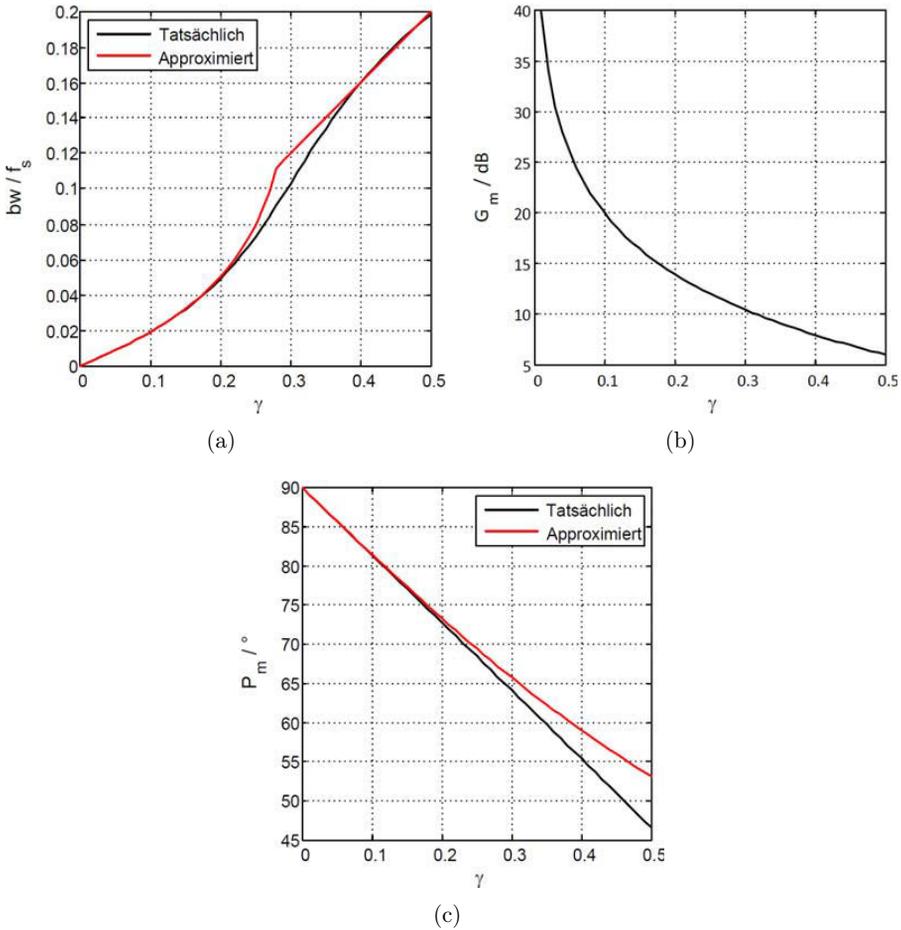


Abb. 14.84: *Regelungsperformance gegenüber verschiedenen Einstellfaktoren γ bei Kompensation der Zeitkonstante der Statorndynamik: (a) Regelungsbandbreite, (b) Amplitudenrand sowie (c) Phasenreserve*

gezeigt. Bei der Analyse der dargestellten Sprungantworten ist zu berücksichtigen, dass für die Auslegung der Stromregelung angenommen wurde, dass die Kreisfrequenz des rotierenden Koordinatensystems identisch Null ist. Demnach liegt die Stromdynamik vollständig entkoppelt vor. In den weiteren Abschnitten werden die Auswirkungen verschiedener PI-Regler-Implementierungsstrategien auf die erreichbare Stromdynamik untersucht. Dabei ist es eines der Hauptziele, durch das Hinzufügen zusätzlicher Entkopplungsnetzwerke bzw. Entkopplungsmaßnahmen auch bei Kreisfrequenzen ω_k des rotierenden Koordinatensystems ungleich Null eine möglichst entkoppelte Stromdynamik der d- bzw. q-Komponentenstromregelung zu erreichen. Wird eine Entkopplung der d- bzw. q-Komponentenstromregelungen erreicht, dann ist es möglich, bei einem Sollwert-

Tabelle 14.9: Zusammenfassung der Stromregelungsauslegung für charakteristische Werte des Einstellfaktors γ und $\omega_k = 0 \text{ s}^{-1}$

Einstellfaktor γ	bw_{Hz} f_s	a_{dB} [dB]	φ_R [°]	OS^2 [%]	T_{rt}/T_s^3	T_{st}/T_s^4
0,25	0,07	12,0	68	0	6	8
0,30	0,10	10,5	64	1	4	6
0,35	0,13	9,1	60	6	3	7
0,40	0,16	8,0	55	12	2	8

sprung einer Stromkomponente dem dynamischen Verhalten aus Abb. 14.85 annähernd zu entsprechen.

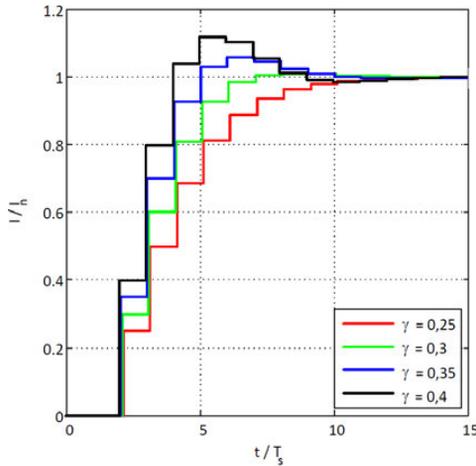


Abb. 14.85: Ideale Sprungantwort der vorgestellten Auslegung der Stromregelung für charakteristische Werte des Einstellfaktors γ und $\omega_k = 0 \text{ s}^{-1}$

14.6.4.2 Vernachlässigung der Verkopplungseffekte

Zunächst soll eine PI-basierte Stromregelungsstruktur in rotierenden Koordinaten betrachtet werden, bei welcher die beschriebenen Verkopplungsdynamiken der PWM und der Statorstromdynamik nicht berücksichtigt werden. Damit ist es möglich, die Auswirkungen der Annahme einer vollständigen Entkopplung, welche bei der zugrunde gelegten Auslegungsstrategie der PI-Regelungsparameter getroffen wurde, auf die erreichbare Regelgüte bei variierenden Kreisfrequenzen ω_k des rotierenden Koordinatensystems zu untersuchen. Die Stromregelung unter Vernachlässigung der Verkopplungseffekte ist in Abb. 14.86 sowohl als komplexwertiges und skalares Blockschaltbild dargestellt. Aus dem Blockschaltbild ist ersichtlich, dass die Stromregelung der d- bzw. q-Komponenten unabhängig voneinander implementiert ist.

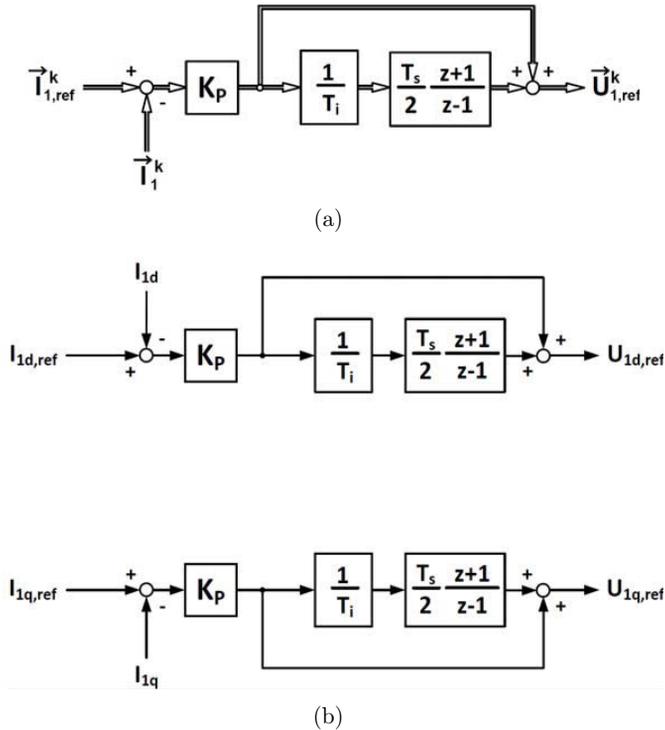


Abb. 14.86: Blockschaltbild der PI-Regler basierten Stromregelung bei Vernachlässigung der Verkopplungseffekte: (a) komplexwertiges und (b) skalares Blockschaltbild

In Abbildung 14.87 sind die Pol-Nullstellen-Diagramme der komplexwertigen Übertragungsdynamiken der PI-basierten Stromregelung bei Vernachlässigung der Verkopplungseffekte für verschiedene Verhältnisse der Kreisfrequenz des rotierenden Koordinatensystems ω_k zur Abtastkreisfrequenz ω_s dargestellt. Da die Kompensation der Verkopplungseffekte bei diesem Stromregelungsansatz keine Beachtung findet, bleibt die Nullstelle (Einstellung der Nachstellzeit) des PI-Reglers für die Betrachtung des offenen Regelkreises, vgl. Abb. 14.87(a), konstant und kompensiert die größte Zeitkonstante der Regelstrecke lediglich für den Fall, dass $\omega_k/\omega_s = 0$ ist. Im Bezug zu der Streckenübertragungsdynamik aus Abb. 14.82 wird neben der bereits diskutierten Nullstelle des PI-Reglers eine weitere Polstelle bei $z = 1$ dem Übertragungsverhalten des offenen Regelkreises hinzugefügt. Diese resultiert aus der zeitdiskreten Beschreibung des Integratorpfades des PI-Reglers durch die bilineare Transformation (*Tustin-Methode*).

Die komplexwertige Übertragungsdynamik des geschlossenen Regelkreises für verschiedene ω_k/ω_s -Verhältnisse ist in Abb. 14.87(b) exemplarisch für die Wahl des Einstellfaktors $\gamma = 0,35$ dargestellt. Wie dieser Abbildung zu entnehmen ist, kommt es zu einer Verschiebung des dominanten Polpaars, welches für $\omega_k/\omega_s = 0$

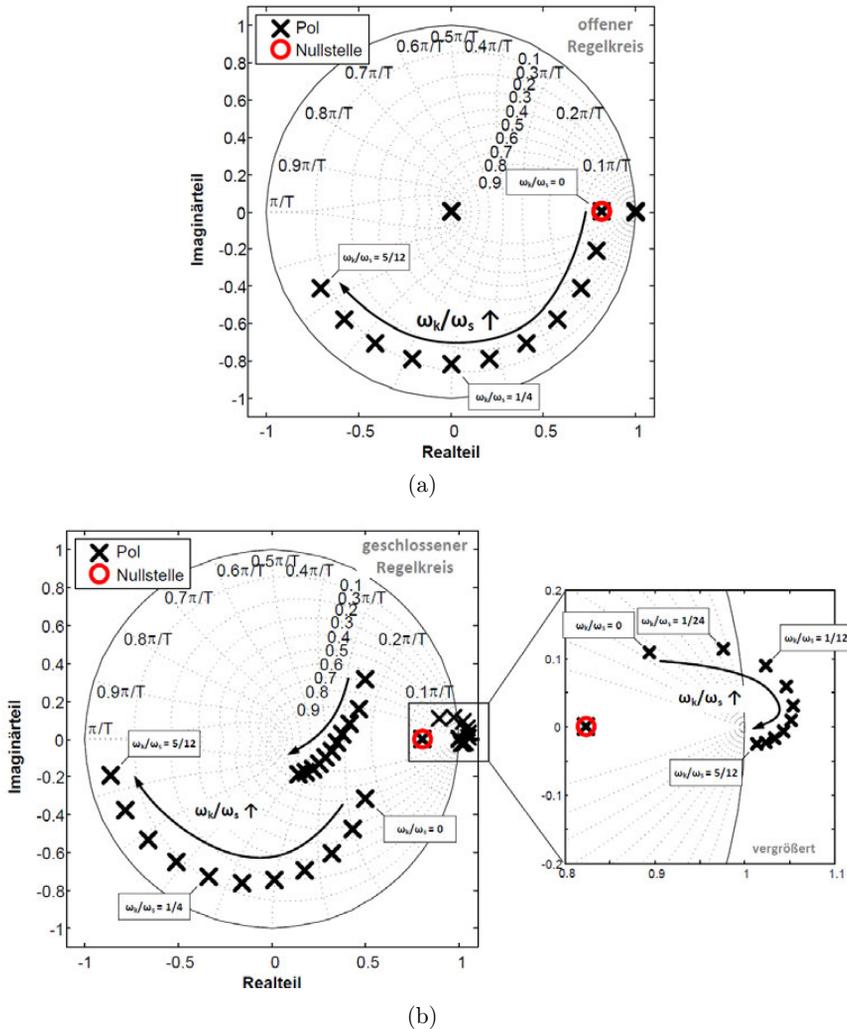


Abb. 14.87: *Komplexwertiges Pol-Nullstellen-Diagramm der PI-Regler basierten Stromregelung ($\gamma = 0,35$, $\tau_{\sigma 1} = 8,3$ ms) bei Vernachlässigung der Verkopplungseffekte für verschiedene Verhältnisse der Kreisfrequenz des rotierenden Koordinatensystems zur Abtastkreisfrequenz: (a) offener Regelkreis und (b) geschlossener Regelkreis*

konjugiert komplex vorliegt, bei einer Erhöhung der Rotationskreisfrequenz. Dieser Effekt hat Einfluss auf das dynamische Regelungsverhalten des geschlossenen PI-Stromregelkreises. Genauer heißt dies, dass für größer werdende ω_k/ω_s -Verhältnisse das Regelverhalten zunehmend von dem ideal ausgelegten Regelverhalten (vgl. Abb. 14.85) abweichen wird. Ein weiterer Aspekt, der aus der Betrachtung der Pollagen des geschlossenen Stromregelkreises nach Abb. 14.87(b)

hervorgeht, ist, dass das System bereits für kleine ω_k/ω_s -Verhältnisse destabilisiert wird. Dies liegt darin begründet, dass einer der Streckenpole durch eine Erhöhung des ω_k/ω_s -Verhältnisses (zwischen 1/24 und 1/12) den Einheitskreis verlässt.

In Abbildung 14.88 sind die simulierten Sprungantworten der PI-Stromregelung unter Vernachlässigung der Verkopplungsdynamiken für zwei charakteristische ω_k/ω_s -Verhältnisse (1/30 bzw. 1/78) dargestellt. Zunächst kann festgehalten werden, dass der Sollwert (hier beispielhaft 10 A der q-Komponente) nach einer endlichen Ausregelzeit erreicht wird und keine stationäre Regelabweichung auftritt. Dies liegt an dem integrativen Verhalten des PI-Stromreglers, welcher trotz der Vernachlässigung der Verkopplungseffekte immer zu der Ausregelung stationärer Regelabweichungen (innerhalb der Stellgrößenbeschränkungen) führen muss. Das transiente Verhalten während des Sollwertsprunges zeigt starke Verkopplungseffekte (siehe Verlauf der d-Komponenten), wobei die Verkopplungseffekte mit steigendem ω_k/ω_s -Verhältnis zunehmen. Um die Auswirkungen der Verkopplungseffekte zu verdeutlichen, sind in Abb. 14.88(c) bzw. (f) die Stromverläufe für den gezeigten Zeitbereich der Sprungantworten in der komplexen dq-Ebene dargestellt. Für beide Fälle ist eine deutliche Abweichung des Ist-Stromverlaufes von der Sollwerttrajektorie zu erkennen. In beiden Sprungantworten entsprechen weder die Anregelzeit, die Überschwingweite noch die Ausregelzeit denen der theoretisch ausgelegten Stromregeldynamik aus Tab. 14.9. Grund hierfür sind die Verkopplungsdynamiken, welche bei dem bisherigen Regelungsentwurf zunächst nicht berücksichtigt wurden.

14.6.4.3 Entkopplung der PWM-Verkopplungsdynamiken

Aufbauend auf den Betrachtungen zur Stromregelungsdynamik ohne Berücksichtigung der Verkopplungsdynamiken wird im nächsten Schritt eine Möglichkeit zur Kompensation der PWM-Verkopplungsdynamiken vorgestellt, welche durch die Transformation des Totzeitverhaltens zwischen Abtastung und PWM-Aktualisierung, vgl. Gl. (14.136) aus Kap. 14.6.2.2, hervorgerufen werden.

In Abbildung 14.89 ist sowohl das komplexwertige als auch das skalare Blockschaltbild der Stromregelung mit Entkopplung der PWM-Verkopplungsdynamiken dargestellt. Im Vergleich zu der Regelung ohne Berücksichtigung der Verkopplungsdynamiken wird ein zusätzlicher komplexwertiger Exponentialterm zu der Regelstruktur hinzugefügt. Eine Betrachtung der Auswirkung dieser Modifikation auf das skalare Übertragungsverhalten zeigt eine Rotation des Sollraumzeigers des Spannungsreferenzwertes um die abtastbedingte Winkelaufösung.

In Abbildung 14.90 sind die komplexwertigen Pol-Nullstellen-Diagramme des offenen und geschlossenen Stromregelkreises dargestellt. Wiederum wird die größte Zeitkonstante durch die Vernachlässigung der Statorstrom-Verkopplungsdynamiken nur für den Fall $\omega_k = 0s^{-1}$ kompensiert. Zudem verschieben sich die Pollagen des dominanten Polpaars bei einem steigenden ω_k/ω_s -

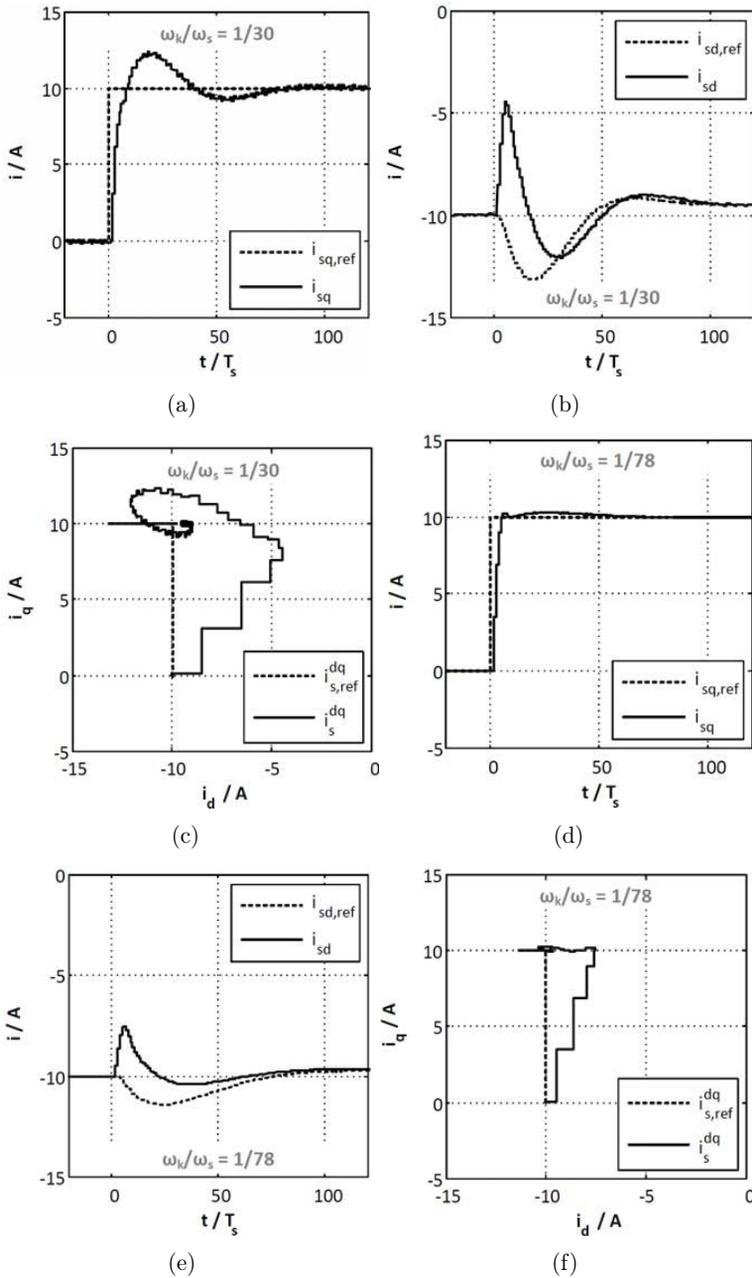


Abb. 14.88: Sprungantwort des Statorstroms der PI-Regler basierten Stromregelung bei Vernachlässigung der Verkopplungseffekte und asymmetrischer PWM ($\gamma = 0,35$; $f_s = 1,5 \text{ kHz}$; $\tau_{\sigma 1} = L_{\sigma 1} / R_1 = 8,3 \text{ ms}$; $U_{DC} = 700 \text{ V}$): (a) q -Komponente, (b) d -Komponente sowie (c) Sprungantwort in der dq -Ebene für $\omega_k / \omega_s = 1/30$; (d) q -Komponente, (e) d -Komponente sowie (f) Sprungantwort in der dq -Ebene für $\omega_k / \omega_s = 1/78$

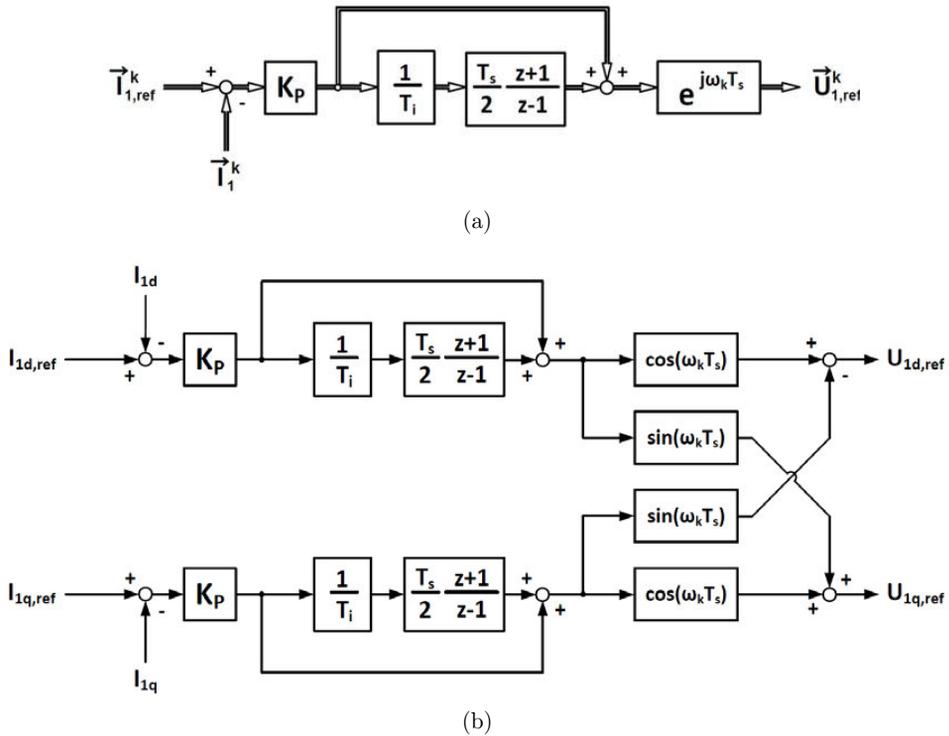


Abb. 14.89: Blockschaltbild der PI-Regler basierten Stromregelung mit Entkopplung der PWM-Verkopplungsdynamiken: (a) komplexwertiges und (b) skalares Blockschaltbild

Verhältnis deutlich. Im Vergleich zu der vorher diskutierten Stromregelung ohne Berücksichtigung der Verkopplungsdynamiken führt nun eine Erhöhung des ω_k/ω_s -Verhältnisses nicht zu einer Destabilisierung durch die ω_k -abhängige Verschiebung des Pols um den Punkt $z = 1$. Vielmehr wird das System durch einen der dominanten Systempole bei einem ω_k/ω_s -Verhältnis von ca. 1/6 destabilisiert. Die Modifikation der PI-basierten Stromregelung mit Entkopplung der PWM-Verkopplungsdynamiken führt also zu einer Vergrößerung des Stabilitätsbereiches bei variierenden ω_k/ω_s -Verhältnissen.

Die Sprungantworten des PI-basierten Stromreglers mit Entkopplung der PWM-Verkopplungen sind in Abb. 14.91 für zwei charakteristische Verhältnisse der Kreisfrequenz des rotierenden Koordinatensystems ω_k zu der Abtastkreisfrequenz ω_s (1/30 bzw. 1/78) dargestellt. Wie zuvor treten starke Verkopplungseffekte bei dem gezeigten Sollwertsprung der q-Komponente auf der d-Komponente der gezeigten Statorstromverläufe in dq-Koordinaten auf. Ferner nehmen die Verkopplungen auf der d-Stromkomponente für ein steigendes ω_k/ω_s -Verhältnis zu. Die Stromdynamik der q-Stromkomponente während des Sollwertsprunges entspricht wiederum nicht der theoretisch ausgelegten Regelgledynamik.

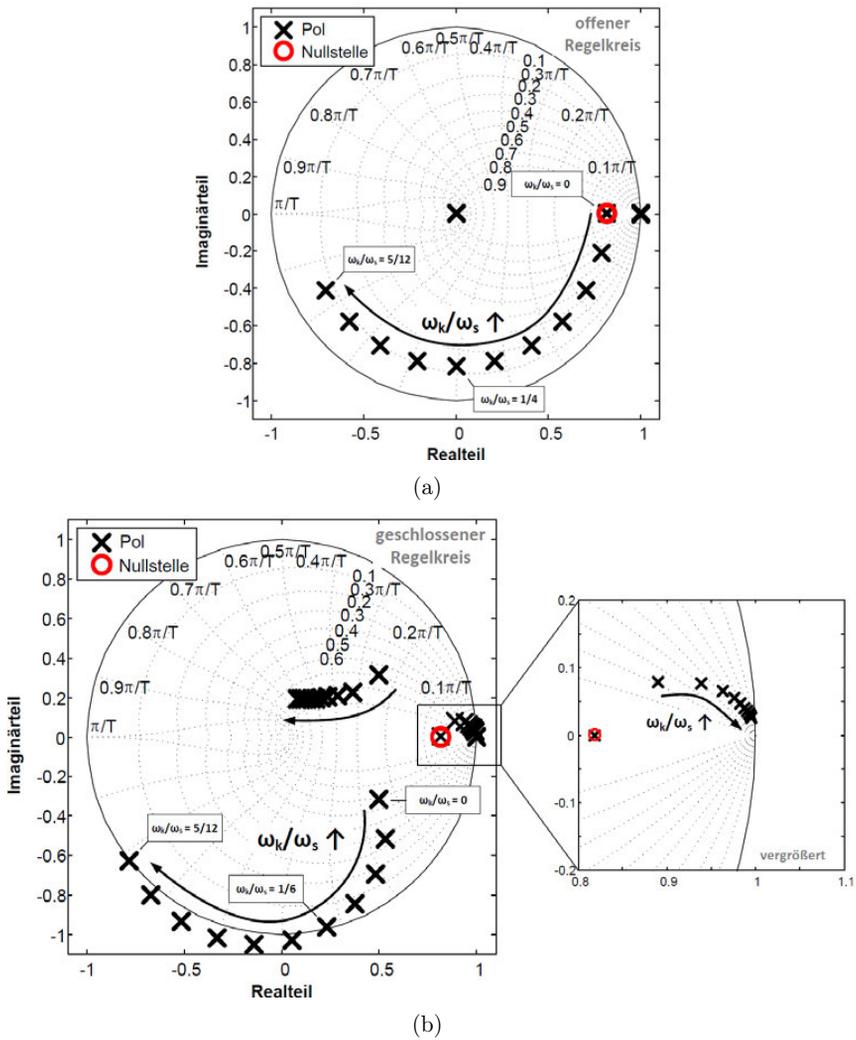


Abb. 14.90: *Komplexwertiges Pol-Nullstellen-Diagramm der PI-Regler basierten Stromregelung ($\gamma = 0,35$, $\tau_{\sigma 1} = 8,3$ ms) mit Entkopplung der PWM-Verkopplungsdynamiken für verschiedene Verhältnisse der Kreisfrequenz des rotierenden Koordinatensystems zur Abtastkreisfrequenz: (a) offener Regelkreis und (b) geschlossener Regelkreis*

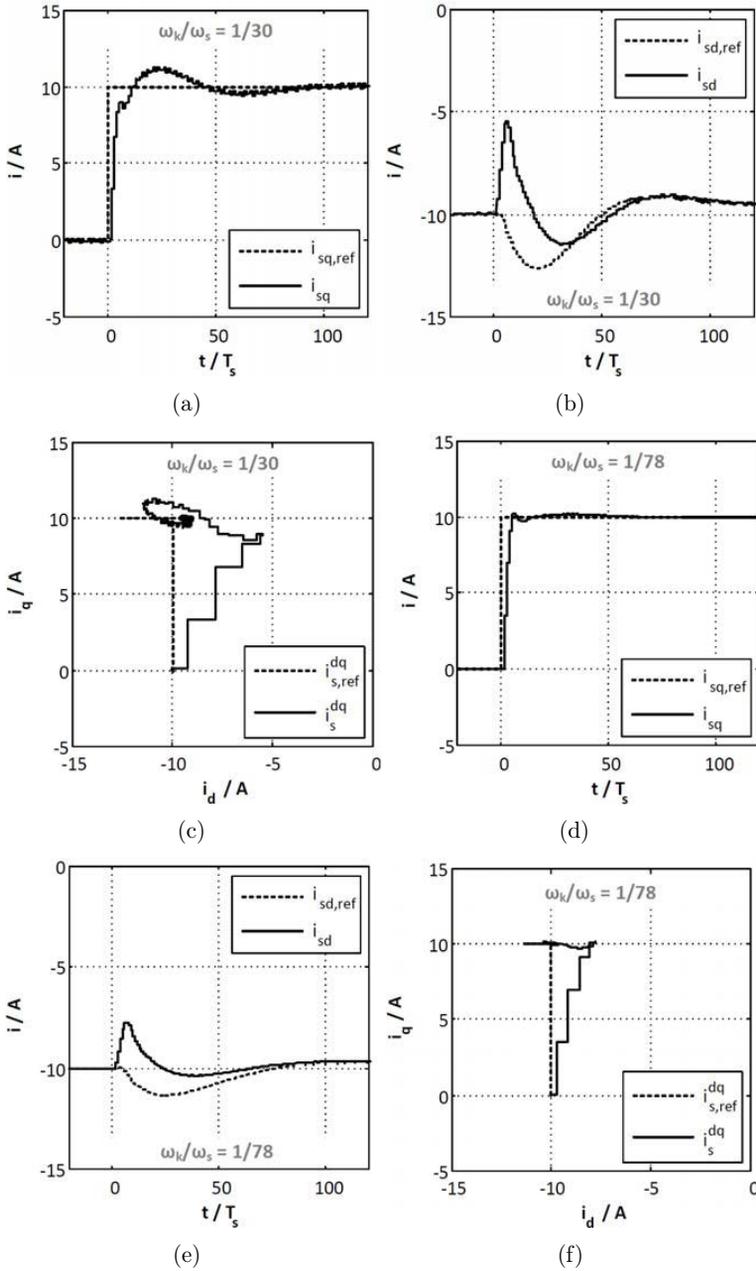


Abb. 14.91: Sprungantwort des Statorstroms der PI-Regler basierten Stromregelung mit Entkopplung der PWM-Verkopplungsdynamiken und asymmetrischer PWM ($\gamma = 0,35$; $f_s = 1,5 \text{ kHz}$; $\tau_{\sigma 1} = L_{\sigma 1} / R_1 = 8,3 \text{ ms}$; $U_{DC} = 700 \text{ V}$): (a) q -Komponente, (b) d -Komponente sowie (c) Sprungantwort in der dq -Ebene für $\omega_k / \omega_s = 1/30$; (d) q -Komponente, (e) d -Komponente sowie (f) Sprungantwort in der dq -Ebene für $\omega_k / \omega_s = 1/78$

Interessant ist jedoch, dass der Verlauf der q-Stromsprungantwort für das ω_k/ω_s -Verhältnis von 1/78 in den ersten Abtastschritten der Auslegung sehr ähnlich ist, vgl. Abb. 14.91(d). Im Zuge der auftretenden Verkopplungen auf der d-Stromkomponente kommt es abermals zu einer Regelabweichung direkt nach dem Sollwertsprung, welche zu einer deutlich erhöhten Ausregelzeit führt. Durch die Integralanteile der d- bzw. q-Komponenten des Stromreglers kommt es schlussendlich zu einer Ausregelung der stationären Regelfehler auf beiden Stromkomponenten nach etwa 100 Abtastschritten.

14.6.4.4 Kompensation der Statorstrom-Verkopplungsdynamiken durch Vorsteuerung

Eine weitverbreitete Maßnahme, um den Verkopplungsdynamiken der Statorstromdynamik bei der Stromregelung im rotierenden Koordinatensystem entgegenzuwirken, ist die Verwendung von Entkopplungsnetzwerken, welche auf einer Vorsteuerung der Spannungsreferenzwerte über die Stromwerte basieren. Grundsätzlich können für die Vorsteuerung sowohl die Messströme als auch die Referenzströme verwendet werden. Bei der Wahl einer geeigneten Vorsteuerungsstrategie ist zu berücksichtigen, dass die Verwendung der Sollströme zu einer verbesserten Führgrößendynamik und die Verwendung der Messströme zu einer verbesserten Störgrößendynamik der Stromregelung führen.

Zunächst wird die PI-basierte Stromregelung mit Vorsteuerung der gemessenen Stromwerte betrachtet. Wie der Gl. (14.122), Kap. 14.6.2.1, zu entnehmen ist, wird bei einer zeitkontinuierlichen Betrachtung der Statorstromdynamik eine vollständige Entkopplung der Verkopplungsdynamiken bei einer Gewichtung des Statorstroms mit dem Streuinduktivitätswert $L_{\sigma 1}$ und der aktuellen Kreisfrequenz des rotierenden Koordinatensystems ω_k erreicht. Die Kreuzkopplung zwischen den d- bzw. q-Stromkomponenten wird durch eine komplexwertige Gewichtung der Messströme gewährleistet. In Abb. 14.92 sind sowohl das komplexwertige als auch das skalare Blockschaltbild der PI-basierten Stromregelung mit Vorsteuerung der Messströme und Entkopplung der PWM-Verkopplungen dargestellt.

Zunächst werden die Auswirkungen der Vorsteuerung der Messströme auf die komplexwertigen Pol-Nullstellen-Diagramme des offenen und des geschlossenen Regelkreises für verschiedene ω_k/ω_s -Verhältnisse bewertet, vgl. Abb. 14.93(a) bzw. (b). Die Lage der Pol- bzw. Nullstellen des offenen Regelkreises ändert sich im Vergleich zu den vorangegangenen Betrachtungen der bisher diskutierten PI-Regelungsstrukturen nicht, da die Vorsteuerung der Messströme erst bei Schließung des Regelkreises aktiv wird. Die Pol-Nullstellen-Aufteilung des geschlossenen Regelkreises offenbart zunächst, dass eine Kompensation (vgl. Abb. 14.93(b), vergrößerter Bereich) des Pols der Verkopplungen der Statorstromdynamik für verschiedene ω_k/ω_s -Verhältnisse durch die Vorsteuerung über die gewichteten Messströme erreicht wird. Im Vergleich zu den Stabilitätsgrenzen der PI-Regelung mit lediglich der Entkopplung der PWM-Verkopplungsdynamiken wird der Stabilitätsbereich der Regelung mit Vor-

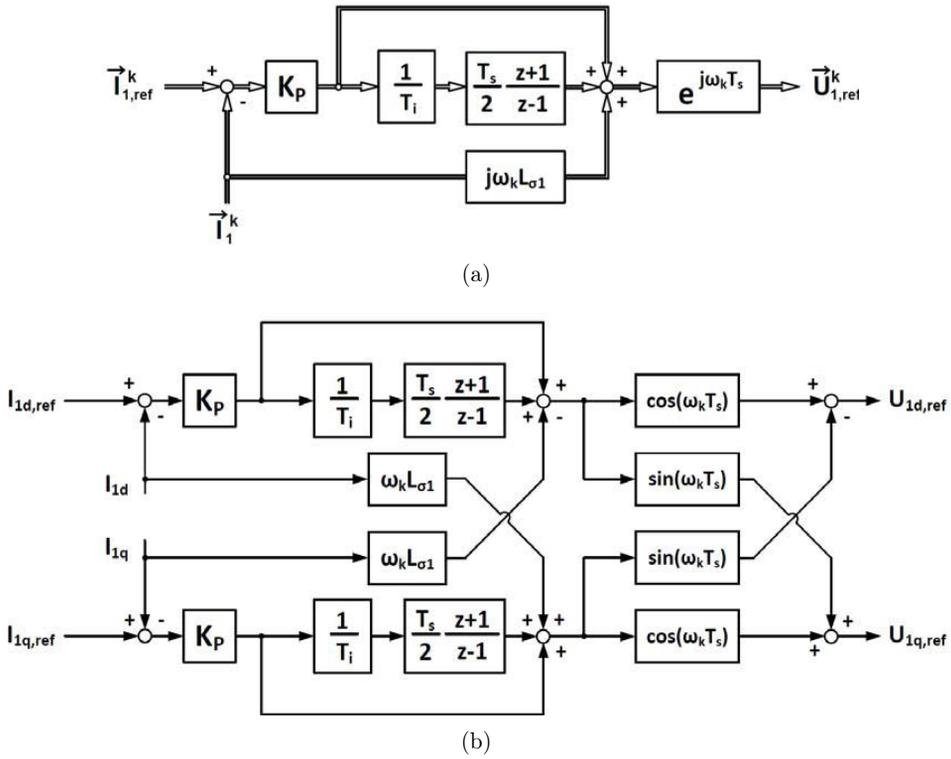


Abb. 14.92: Blockschaltbild der PI-Regler basierten Stromregelung mit Vorsteuerung der Referenzspannungen über die Messströme sowie Entkopplung der PWM-Verkopplungen: (a) komplexwertiges und (b) skalares Blockschaltbild

steuerung allerdings nicht wesentlich erweitert. Vielmehr wird der geschlossene Regelkreis für das hier gezeigte System bereits ab einem ω_k/ω_s -Verhältnis von etwa 1/8 instabil. Dies liegt darin begründet, dass bei der Festlegung des Entkopplungsnetzwerkes zwar die Statorstromdynamik berücksichtigt wurde, nicht aber die Übertragungsdynamik der PWM.

Die Analyse der Pol-Nullstellen-Diagramme der PI-Stromregelung mit Entkopplung über die Vorsteuerung der Messströme zeigt keine Erhöhung des Stabilitätsbereiches der betrachteten ω_k/ω_s -Verhältnisse, jedoch eine verbesserte Kompensation der Verkopplungsdynamiken der Statorstromdynamik im stabilen Betriebsbereich. Um die Auswirkungen der Vorsteuerung der Messströme auf die erreichbare Führgrößendynamik der Stromregelung zu diskutieren, sind in Abb. 14.94 die Sprungantworten der Stromregelung für zwei charakteristische ω_k/ω_s -Verhältnisse (1/30 bzw. 1/78) dargestellt. Wie dieser Abbildung entnommen werden kann, ist eine deutliche Reduzierung der auftretenden Verkopplungseffekte auf der d-Komponente des Stromverlaufes bei einem Sollwertsprung der q-Komponente zu erkennen. Weiterhin nimmt der Verkopplungseff-

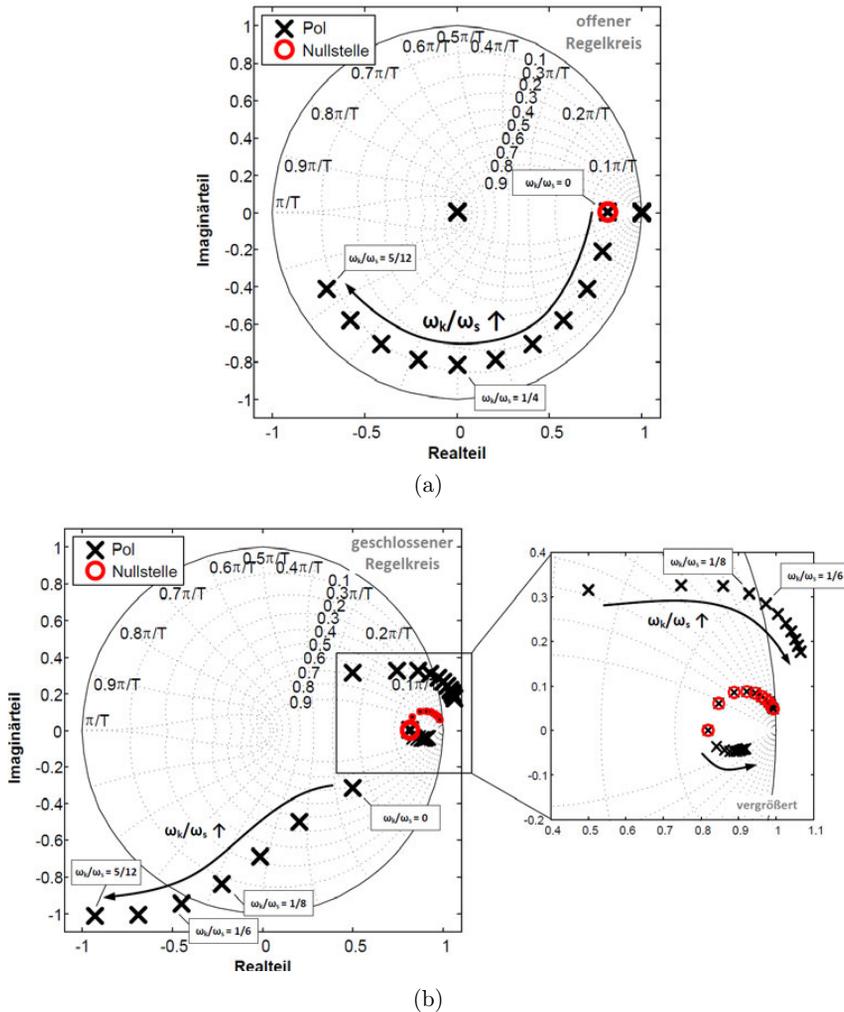


Abb. 14.93: *Komplexwertiges Pol-Nullstellen-Diagramm der PI-Regler basierten Stromregelung ($\gamma = 0,35$, $\tau_{\sigma 1} = 8,3$ ms) mit Vorsteuerung der Messströme für verschiedene Verhältnisse der Kreisfrequenz des rotierenden Koordinatensystems zur Abtastkreisfrequenz: (a) offener Regelkreis und (b) geschlossener Regelkreis*

feht für ein größer werdendes ω_k/ω_s -Verhältnis zu (vgl. Abb. 14.94(b) mit (e)). Bezüglich der Stromdynamik der q-Komponente des Statorstroms ist eine deutliche Verbesserung des transienten Verhaltens zu erkennen. Genauer heißt dies, dass die Sprungantwort der q-Komponente bei einem ω_k/ω_s -Verhältnis von $1/78$ dem der ausgelegten Stromdynamik nach Abb. 14.85 entspricht. Für ein ω_k/ω_s -Verhältnis von $1/30$ tritt jedoch ein deutlich höheres Überschwingen der q-Komponente des Statorstroms und eine deutlich erhöhte Ausregelzeit im Ver-

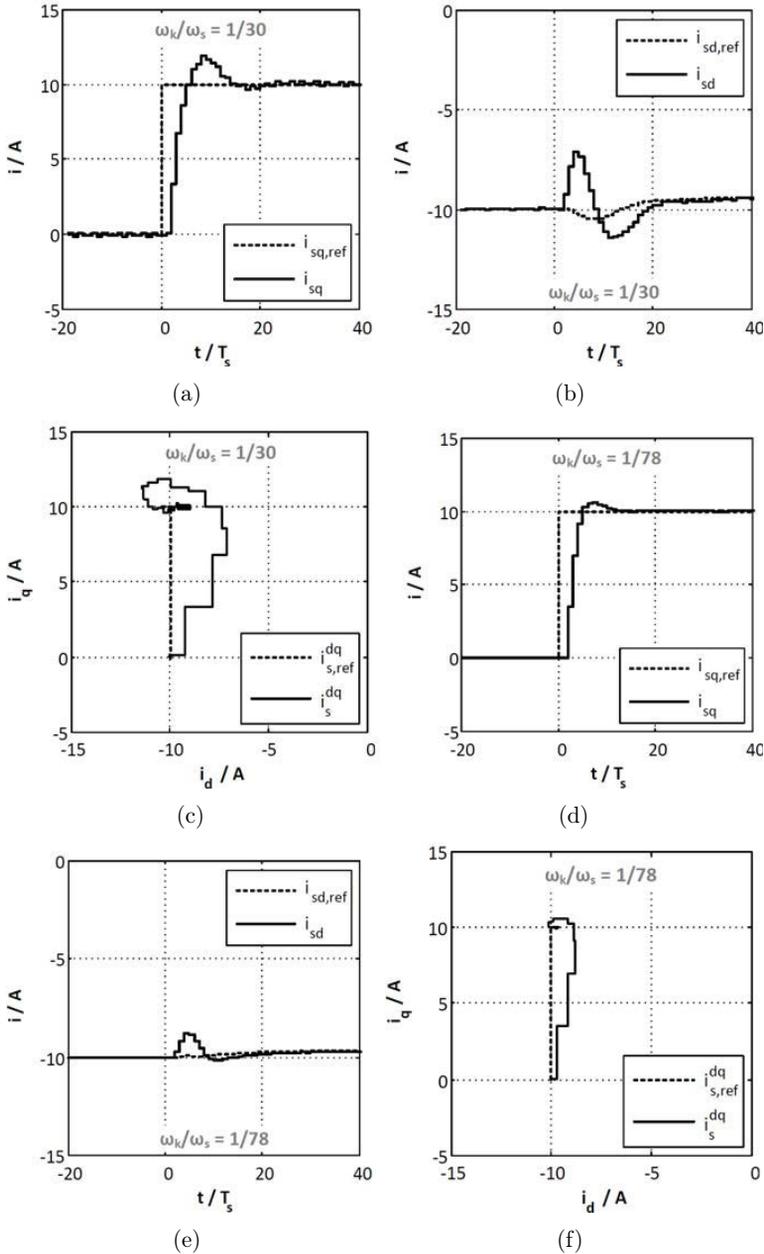


Abb. 14.94: Sprungantwort des Statorstroms der PI-Regler basierten Stromregelung mit Vorsteuerung der Messströme und asymmetrischer PWM ($\gamma = 0,35$; $f_s = 1,5$ kHz; $\tau_{\sigma 1} = L_{\sigma 1}/R_1 = 8,3$ ms; $U_{DC} = 700$ V): (a) q -Komponente, (b) d -Komponente sowie (c) Sprungantwort in der dq -Ebene für $\omega_k/\omega_s = 1/30$; (d) q -Komponente, (e) d -Komponente sowie (f) Sprungantwort in der dq -Ebene für $\omega_k/\omega_s = 1/78$

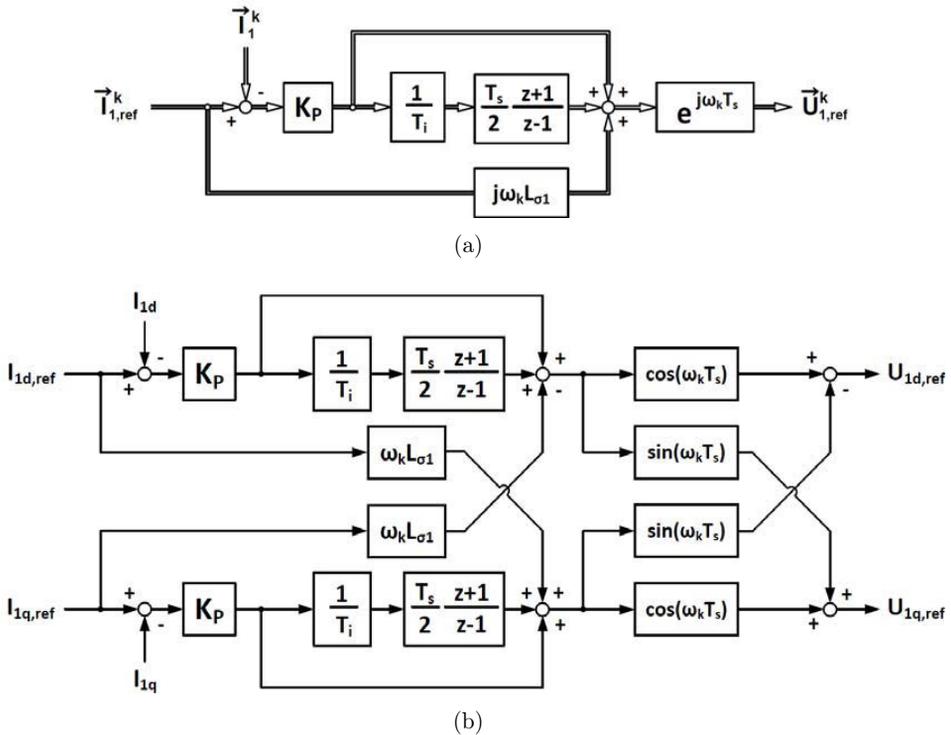


Abb. 14.95: Blockschaltbild der PI-Regler basierten Stromregelung mit Vorsteuerung der Sollströme: (a) komplexwertiges und (b) skalares Blockschaltbild

gleich zu der zugrunde gelegten Auslegung auf. Der Grund hierfür liegt in der zunehmenden Verschiebung des dominanten Polpaars des geschlossenen Regelkreises für steigende ω_k/ω_s -Verhältnisse.

Neben der Vorsteuerung der gemessenen Statorströme ist es, wie eingangs bereits erwähnt, möglich, die Sollströme für die Vorsteuerung der Verkopplungsdynamiken zu verwenden. Das Blockschaltbild für die Regelungsstrategie ist in Abb. 14.95 veranschaulicht.

Der Einfluss der Entkopplung der Statorstromdynamik mit Vorsteuerung über die Sollströme auf die Pol-Nullstellen-Verteilung des offenen und des geschlossenen Stromregelkreises ist für verschiedene ω_k/ω_s -Verhältnisse in Abb. 14.96 dargestellt. Da die Vorsteuerung der Sollströme bereits Einfluss auf die Übertragungsdynamik des offenen Regelkreises hat, kommt es hier zu einer zusätzlichen Platzierung der vorsteuerungsbedingten Nullstellen neben der Nullstelle des integrativen Teils des PI-basierten Stromreglers, vgl. Abb. 14.96 (a). Wird der Regelkreis geschlossen, dann ergibt sich das komplexwertige Pol-Nullstellen-Diagramm nach Abb. 14.96(b). Im Vergleich zu der Vorsteuerung mit den gemessenen Stromwerten führt die Vorsteuerung der Sollstromwerte zu einer leichten Erhöhung der Stabilitätsgrenzen. Dies liegt darin begründet, dass der

dominante Pol den Einheitskreis bei einem ω_k/ω_s -Verhältnis von etwa 1/6 verlässt. Die Erhöhung der Stabilitätsgrenze ist eine direkte Folge der Verwendung der Sollstromwerte für die Entkopplung der Statorstromdynamiken. Da die PWM-Verzögerung nicht bei der Festlegung berücksichtigt wird, führt die Verwendung der Sollstromwerte im Vergleich zu den gemessenen Stromwerten zu einer Verringerung der Zeit, ab der das Kompensationsnetzwerk aktiv auf das transiente Regelverhalten einwirken kann. Nachteilig bleibt für die Verwendung der Sollströme zur Entkopplung der Statorstromdynamik festzuhalten, dass das Störgrößenverhalten der Stromregelung im Vergleich zu der Verwendung der gemessenen Ströme verschlechtert wird.

Das transiente Regelverhalten der PI-basierten Stromregelung während eines Sollwertsprunges der q-Komponente des Statorstroms ist für drei charakteristische ω_k/ω_s -Verhältnisse (1/12, 1/30 und 1/78) in Abb. 14.97 dargestellt. Wiederum nehmen die Verkopplungseffekte bei dem Sollwertsprung der q-Stromkomponente auf die d-Stromkomponente mit einem steigenden ω_k/ω_s -Verhältnis zu. Ferner entspricht das transiente Verhalten der q-Stromkomponente näherungsweise dem der ausgelegten Stromdynamik. Lediglich für hohe ω_k/ω_s -Verhältnisse kommt es zu einem größeren Überschwingen und einer erhöhten Ausregelzeit des betrachteten Sollwertsprunges der Stromregelung.

Abschließend soll zu den Betrachtungen der Entkopplung der Statorstromdynamik durch die Verwendung von Entkopplungsnetzwerken mittels Vorsteuerung der Statorstromwerte darauf hingewiesen werden, dass die Verwendung der gemessenen Stromwerte zu einer Überkompensation und die Verwendung der Sollstromwerte zu einer Unterkompensation der Verkopplungsdynamiken führt. Die Höhe der Über- bzw. Unterkompensation der Verkopplungsdynamiken ist u.a. abhängig von dem betrachteten ω_k/ω_s -Verhältnis. Weiterhin ist die erreichbare Regelgüte abhängig von der Parametergenauigkeit der Statorstreinduktivität, welche für das Entkopplungsnetzwerk verwendet wird. Das vorgestellte Konzept der Entkopplung der Statorstromdynamik ist sensitiv gegenüber Variationen der Statorstreinduktivität.

14.6.4.5 PI-basierter Stromregler mit Regelung der Verkopplungsdynamiken

Neben den bereits diskutierten Ansätzen zur PI-basierten Stromregelung im rotierenden Koordinatensystem besteht eine weitere Möglichkeit zur Reduzierung der Verkopplungseffekte darin, die Verkopplungsdynamiken in dem Integratorpfad des PI-Reglers zu berücksichtigen [425]. Im Vergleich zu der bereits diskutierten Vorsteuerung der Verkopplungsdynamiken bietet dieser Ansatz sowohl den Vorteil, dass die Sensitivität der Entkopplung gegenüber Parametervariationen der Statorstreinduktivität reduziert (bzw. des Statorwiderstandes) wird, als auch, dass die integrative Regelung der Verkopplungsdynamiken zu einer deutlich höheren Regelungsdynamik führt.

In Abbildung 14.98 ist das Blockschaltbild des PI-basierten Stromreglers mit integrativer Regelung der Verkopplungsdynamiken sowie Entkopplung der

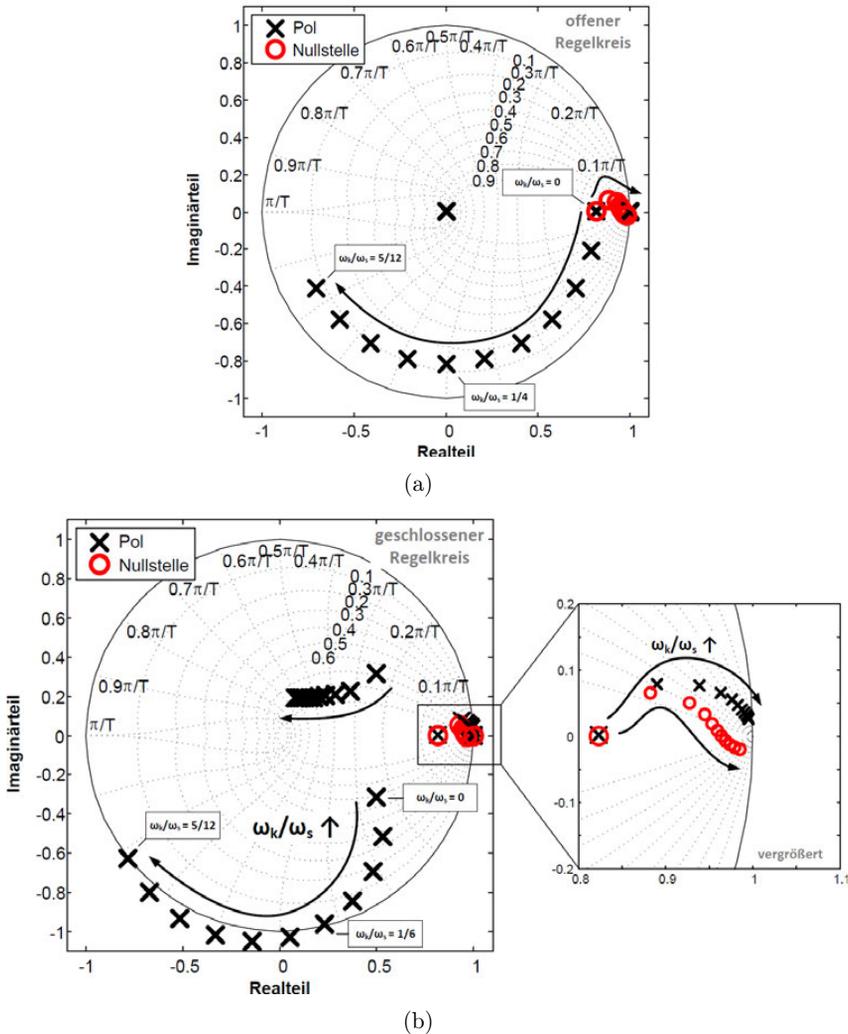


Abb. 14.96: *Komplexwertiges Pol-Nullstellen-Diagramm der PI-Regler basierten Stromregelung ($\gamma = 0,35$, $\tau_{\sigma 1} = 8,3$ ms) mit Vorsteuerung der Sollströme für verschiedene Verhältnisse der Kreisfrequenz des rotierenden Koordinatensystems zur Abtastkreisfrequenz: (a) offener Regelkreis und (b) geschlossener Regelkreis*

PWM-Verkopplungsdynamiken dargestellt. Die Entkopplung der Statorstromdynamik wird durch die Berücksichtigung des mit der Kreisfrequenz des rotierenden Koordinatensystems ω_k und der Statorzeitkonstante $\tau_{\sigma 1}$ gewichteten Kreuzkopplungsterms erreicht.

Die Auswirkungen der (integrativen) Regelung der Verkopplungsdynamiken auf die Pol-Nullstellen-Verteilung des offenen bzw. geschlossenen Stromregel-

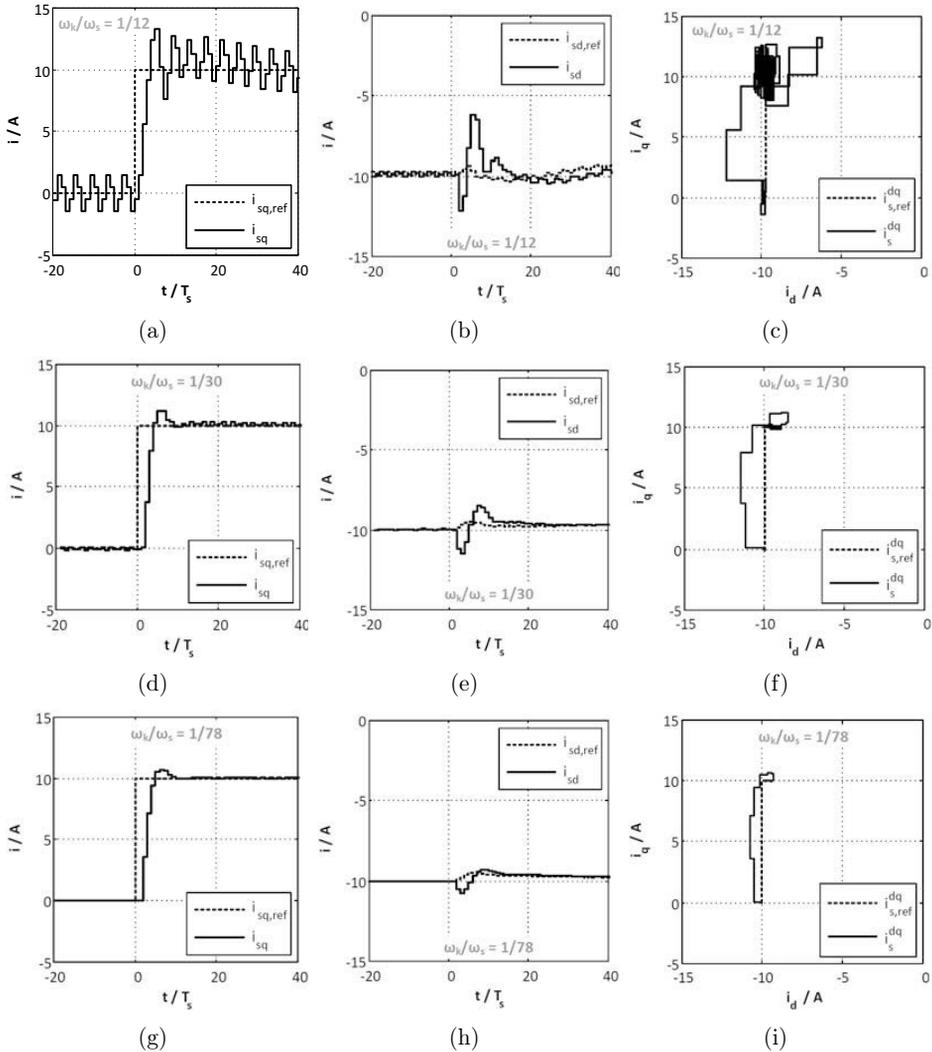


Abb. 14.97: Sprungantwort des Statorstroms der PI-Regler basierten Stromregelung mit Vorsteuerung der Sollströme und asymmetrischer PWM ($\gamma = 0, 35$; $f_s = 1,5 \text{ kHz}$; $\tau_{\sigma 1} = L_{\sigma 1}/R_1 = 8,3 \text{ ms}$; $U_{DC} = 700 \text{ V}$): (a) q -Komponente, (b) d -Komponente sowie (c) Sprungantwort in der dq -Ebene für $\omega_k/\omega_s = 1/12$; (d) q -Komponente, (e) d -Komponente sowie (f) Sprungantwort in der dq -Ebene für $\omega_k/\omega_s = 1/30$; (g) q -Komponente, (h) d -Komponente sowie (i) Sprungantwort in der dq -Ebene für $\omega_k/\omega_s = 1/78$

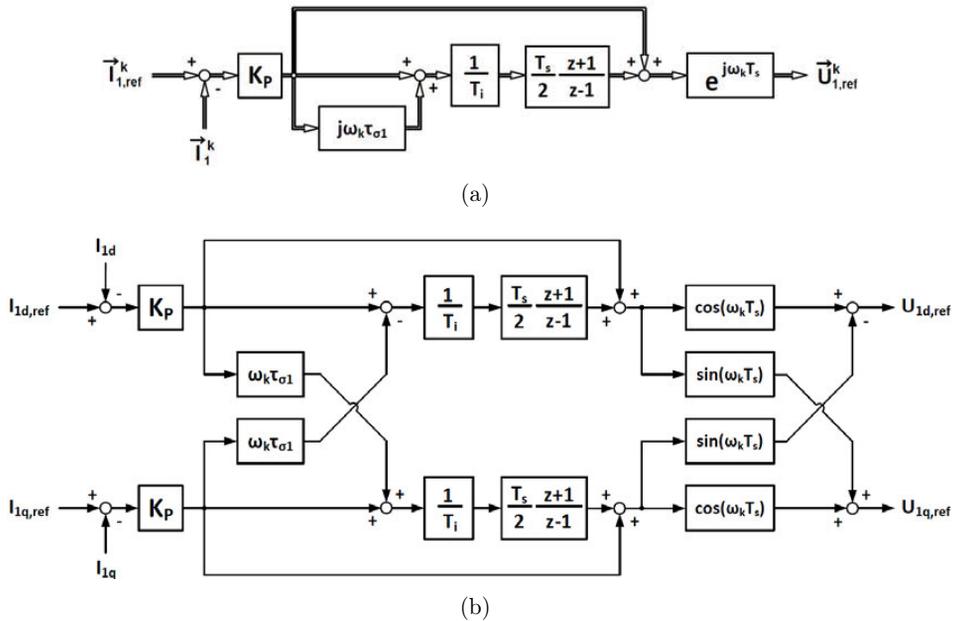


Abb. 14.98: Blockschaltbild des PI-basierten Stromreglers mit (integrativer) Regelung der Verkopplungsdynamiken: (a) komplexwertiges und (b) skalares Blockschaltbild

kreises sind in Abb. 14.99 für verschiedene Verhältnisse der Kreisfrequenz des rotierenden Koordinatensystems ω_k zu der Abtastkreisfrequenz ω_s dargestellt. Im Vergleich zu den bisher diskutierten PI-basierten Stromregelungsansätzen wird nun die Lage der durch die Einstellung der Nachstellzeit T_i des Stromreglers bedingte Nullstelle den verschiedenen ω_k/ω_s -Verhältnissen nachgeführt, vgl. Abb. 14.99(a). Durch den gewählten Ansatz ist es jedoch nicht möglich, die komplexwertige Polstelle der Statorstromdynamik für beliebige ω_k/ω_s -Verhältnisse zu kompensieren. Während die Kompensation der Zeitkonstante der Statorstromdynamik für kleinere bis mittlere ω_k/ω_s -Verhältnisse zu annehmbaren Ergebnissen führt, wird die Kompensation der größten Zeitkonstante der Statorstromdynamik für hohe ω_k/ω_s -Verhältnisse nur näherungsweise erreicht.

In Abbildung 14.99(b) ist das komplexwertige Pol-Nullstellen-Diagramm des geschlossenen Regelkreises für das betrachtete System dargestellt. Auffällig ist, dass die (integrative) Regelung der Verkopplungsdynamiken zu einer stabilen Stromregelungsdynamik für den gesamten betrachteten ω_k/ω_s -Bereich führt. Weiterhin hat eine Erhöhung des ω_k/ω_s -Verhältnisses nur geringfügige Auswirkungen auf die Pollagen des dominanten Polpaares.

Die simulierten Sprungantworten des PI-basierten Stromreglers mit (integrativer) Regelung der Verkopplungsdynamiken sind in Abb. 14.100 für drei charakteristische ω_k/ω_s -Verhältnisse (1/12, 1/30 bzw. 1/70) dargestellt. Trotz

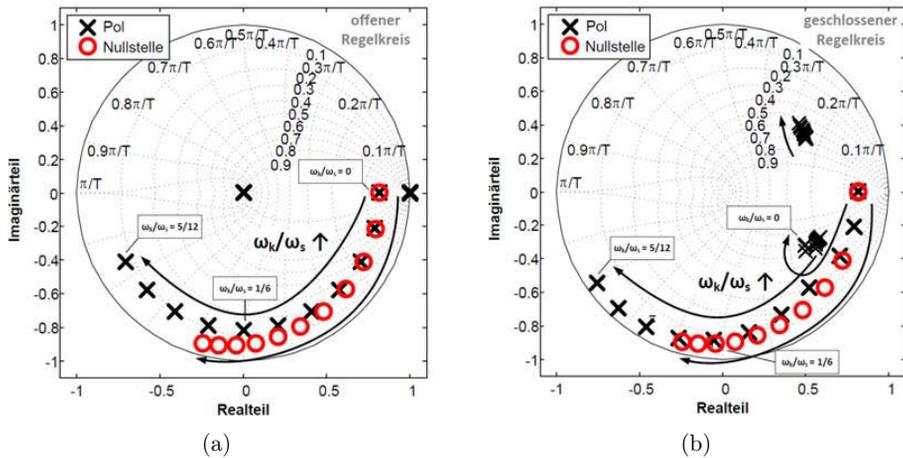


Abb. 14.99: *Komplexwertiges Pol-Nullstellen-Diagramm der PI-basierten Stromregelung mit (integrativer) Regelung der Verkopplungsdynamiken ($\gamma = 0,35$, $\tau_{\sigma 1} = 8,3$ ms) für verschiedene Verhältnisse der Kreisfrequenz des rotierenden Koordinatensystems zur Abtastkreisfrequenz: (a) offener Regelkreis und (b) geschlossener Regelkreis*

Berücksichtigung der Verkopplungsdynamiken in der Regelung der Statorströme nehmen die Verkopplungseffekte bei dem Sollwertsprung der q-Stromkomponente auf die d-Stromkomponente mit einem steigenden ω_k/ω_s -Verhältnis zu. Jedoch kommt es gerade bei geringen bzw. mittleren ω_k/ω_s -Verhältnissen zu einer nahezu vollständigen Entkopplung der d- bzw. q-Übertragungsdynamiken. Weiterhin entspricht das transiente Verhalten der q-Stromkomponente dem der ausgelegten Stromdynamik für alle betrachteten ω_k/ω_s -Verhältnisse.

14.6.4.6 Komplexwertiger Regelungsentwurf durch eine rein zeitdiskrete Betrachtung

Die vorgestellten PI-basierten Stromregelungsansätze ermöglichen eine annähernde Entkopplung der PWM- und Statorstromdynamiken, wobei das Verhältnis der Kreisfrequenz des rotierenden Koordinatensystems ω_k zur Abtastkreisfrequenz ω_s ausschlaggebend für die erreichbare Entkopplungsgüte ist. Grundsätzlich kann festgehalten werden, dass bei den bisher diskutierten Regelungsansätzen die resultierenden Verkopplungen für kleiner werdende ω_k/ω_s -Verhältnisse reduziert werden. Wie die bisherigen Analysen gezeigt haben, liegt der Hauptgrund für die nicht ideale, vom ω_k/ω_s -Verhältnis abhängige, Entkopplung der Systemdynamiken in der unzureichenden Kompensation der größten Statorzeitkonstante $\tau_{\sigma 1}$ für variierende ω_k/ω_s -Verhältnisse. Genauer betrachtet liegt die unzureichende Entkopplung der Statorstromdynamiken, insbesondere für hohe ω_k/ω_s -Verhältnisse, darin begründet, dass die zugrunde gelegte Auslegung

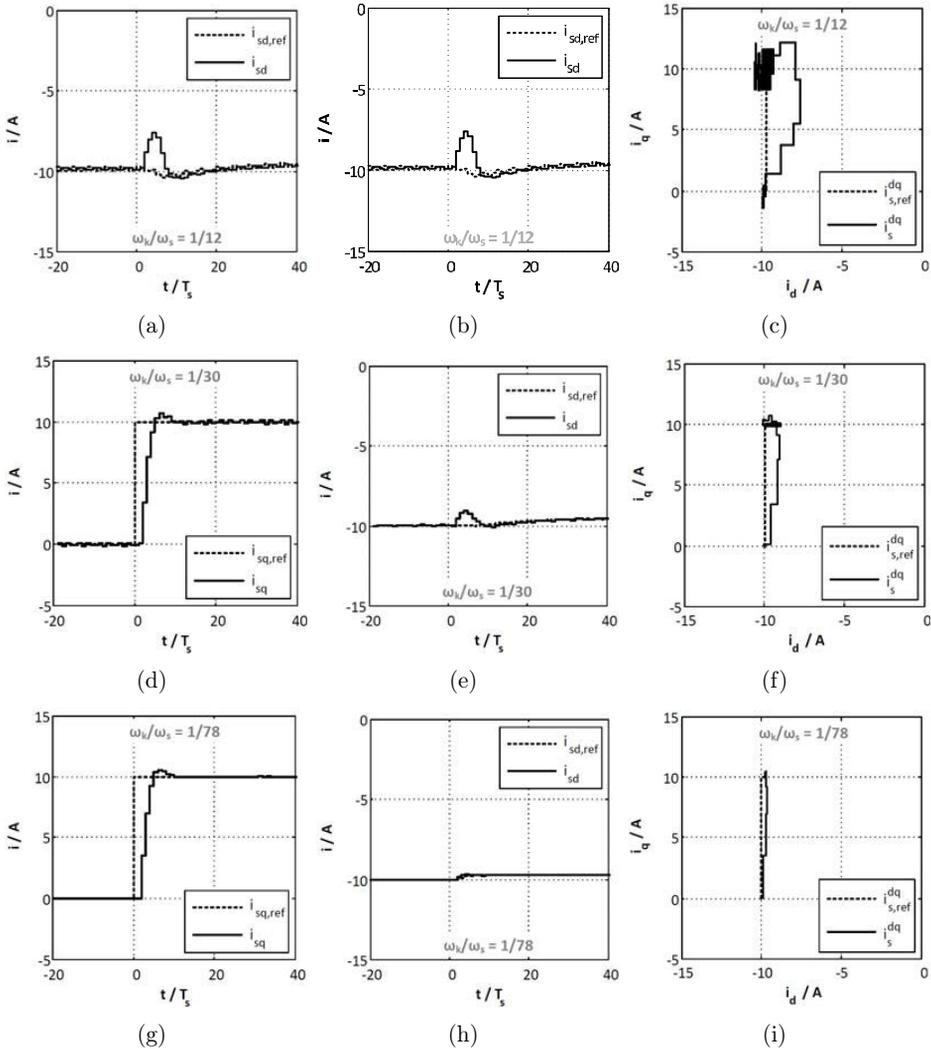


Abb. 14.100: Sprungantwort des Statorstroms der PI-basierten Stromregelung mit (integrativer) Regelung der Verkopplungsdynamiken und asymmetrischer PWM ($\gamma = 0,35$; $f_s = 1,5$ kHz; $\tau_{\sigma 1} = L_{\sigma 1}/R_1 = 8,3$ ms; $U_{DC} = 700$ V): (a) q -Komponente, (b) d -Komponente sowie (c) Sprungantwort in der dq -Ebene für $\omega_k/\omega_s = 1/12$; (d) q -Komponente, (e) d -Komponente sowie (f) Sprungantwort in der dq -Ebene für $\omega_k/\omega_s = 1/30$; (g) q -Komponente, (h) d -Komponente sowie (i) Sprungantwort in der dq -Ebene für $\omega_k/\omega_s = 1/78$

und die Strukturen der PI-basierten Stromregler lediglich reellwertige Proportionalverstärkungen K_p und Nachstellzeiten T_i zulassen.

Um die beschriebenen Nachteile der PI-basierten Regelungsstrukturen zu umgehen, wird im Weiteren ein alternativer Regelungsansatz auf Basis eines ausschließlich zeitdiskreten Regelungsentwurfes vorgestellt. Hier wird sowohl die zugrunde gelegte Struktur des Reglers als auch die Auslegungsstrategie so gewählt, dass eine vollständige Kompensation der größten Statorstromzeitkonstante $\tau_{\sigma 1}$ unter idealen Bedingungen für variierende ω_k/ω_s -Verhältnisse erreicht wird.

Zunächst wird die Struktur des zeitdiskreten Stromreglers festgelegt. Ähnlich der PI-basierten Regelungsstruktur soll der zeitdiskrete Stromregler über einen Proportional- und einen Integratorpfad verfügen. Weiterhin soll es möglich sein, die Verkopplungsdynamiken der PWM zu berücksichtigen. Daher wird für die weiteren Betrachtungen die folgende Reglerstruktur gewählt:

$$R(z) = \frac{\vec{U}_{1,\text{ref}}^k(z)}{\vec{I}_{1,\text{err}}^{k*}(z)} = K_{rz} \left[\underbrace{\frac{z}{z-1}}_{\text{integrativ}} - \underbrace{\frac{z_0}{z-1}}_{\text{proportional}} \right] \underbrace{e^{j\omega_k T_s}}_{\text{PWM-Entkopplung}} = K_{rz} \frac{z - z_0}{z - 1} e^{j\omega_k T_s} \tag{14.160}$$

Eine weitere Forderung an den Regler ist die Fähigkeit, die Stromdynamiken des Stators vollständig entkoppeln zu können. Dies wird zum einen dadurch erreicht, dass die Nullstelle des zeitdiskreten Stromreglers $R(z)$ an die von der Kreisfrequenz des rotierenden Koordinatensystems ω_k und der Abtastkreisfrequenz ω_s abhängige Polstelle angepasst wird (vgl. Gl. (14.149), Kap. 14.6.2.3), d.h. es gilt:

$$\begin{aligned} z_0 &= \alpha_1 \\ \alpha_0 &= e^{-T_s/\tau_{\sigma 1}} \\ \alpha_1 &= \alpha_0 e^{-j\omega_k T_s} \end{aligned} \tag{14.161}$$

Zum anderen soll, um eine möglichst von den Systemparametern unabhängige Regelungsauslegung zu erhalten, die komplexwertige Streckenverstärkung K_s im stationären Zustand durch eine geeignete Regelungsverstärkung K_{rz} kompensiert werden. Unter Berücksichtigung der bereits beschriebenen Kompensation der größten Zeitkonstante durch die Wahl der komplexwertigen Nullstelle z_0 sowie der von der Kreisfrequenz ω_k abhängigen Streckenübertragungsdynamik Gl. (14.147), wird daher die Reglerverstärkung K_{rz} wie folgt gewählt:

$$K_{rz} = K_0 (1 + j\omega_k \tau_{\sigma 1}) (K_1 + jK_2) \tag{14.162}$$

$$K_0 = \gamma \frac{R_1}{\alpha_0^2 - 2\alpha_0 \cos(\omega_k T_s) + 1} \tag{14.163}$$

$$K_1 = 1 - \alpha_0 \cos(\omega_k T_s) \tag{14.164}$$

$$K_2 = -\alpha_0 \sin(\omega_k T_s) \tag{14.165}$$

Bei der vorgestellten Wahl der Reglerverstärkung $K_{r,z}$ dient der Faktor γ , analog zu der Auslegung der PI-basierten Stromregler, der Einstellung der Stromregelungsdynamik. Weiterhin ist es notwendig, die Reglerverstärkung $K_{r,z}$ der Kreisfrequenz ω_k des rotierenden Koordinatensystems nachzuführen.

Die vorgestellte Wahl der Struktur sowie die Auslegung des auf einem rein zeitdiskreten Regelungsentwurf basierenden Stromreglers führen auf eine Führgrößenübertragungsdynamik des geschlossenen Regelkreises nach Gl. (14.166) für beliebige Kreisfrequenzen des rotierenden Koordinatensystems ω_k .

$$\vec{G}_{\text{Closed-loop}}^k(z) |_{T_d=\frac{1}{2}T_{\text{Träger}}=T_s, \omega_k \text{ beliebig}} = \frac{\gamma}{z^2 - z + \gamma} \tag{14.166}$$

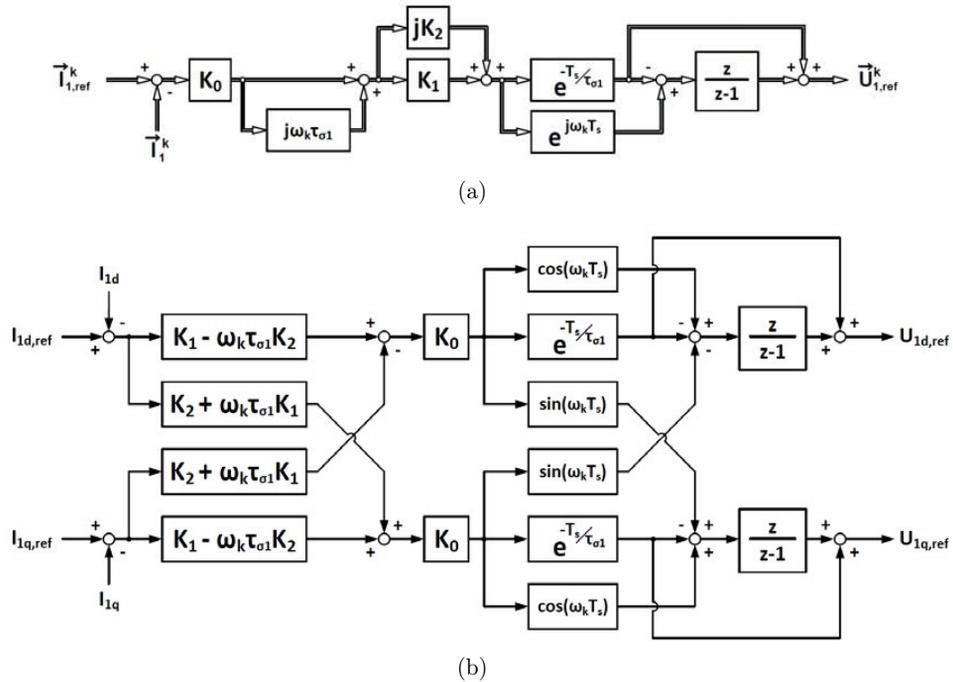


Abb. 14.101: Blockschaltbild des zeitdiskreten Regelungsentwurfs der Stromregelung: (a) komplexwertiges und (b) skalares Blockschaltbild

Im Vergleich zu der zu Beginn dieses Abschnittes vorgestellten Auslegungsstrategie der PI-basierten Stromregler, stellt diese Übertragungsdynamik eine verallgemeinerte Lösung des Auslegungsproblems dar. Dies liegt darin begründet, dass die Auslegung der PI-basierten Stromregler auf der Vereinfachung basierte, dass die Kreisfrequenz des rotierenden Koordinatensystems ω_k identisch Null ist, das System also vollständig entkoppelt vorliegt. Bei dem rein zeitdiskret

basierten Regelungsentwurf wird die variable Rotationskreisfrequenz ω_k in der Wahl der Reglerstruktur und der Auslegung berücksichtigt. Demnach haben die gezeigten Analysen der Regelungsdynamik (vgl. Abb. 14.85 und Tab. 14.9) sowie die Analysen der Stabilität bzw. Robustheit (vgl. Abb. 14.84) auch für den zeitdiskreten Entwurf des Stromreglers Gültigkeit. Die dort gezeigten Analysen gelten nun für beliebige ω_k/ω_s -Verhältnisse. Durch den dargestellten zeitdiskreten Regelungsansatz wird also eine von der Kreisfrequenz des rotierenden Koordinatensystems ω_k unabhängige Stromregelungsauslegung erreicht. Das aus der gewählten Struktur und der Auslegung resultierende skalare bzw. komplexwertige Blockschaltbild des zeitdiskreten Stromregelungsentwurfes ist in Abb. 14.101 dargestellt.

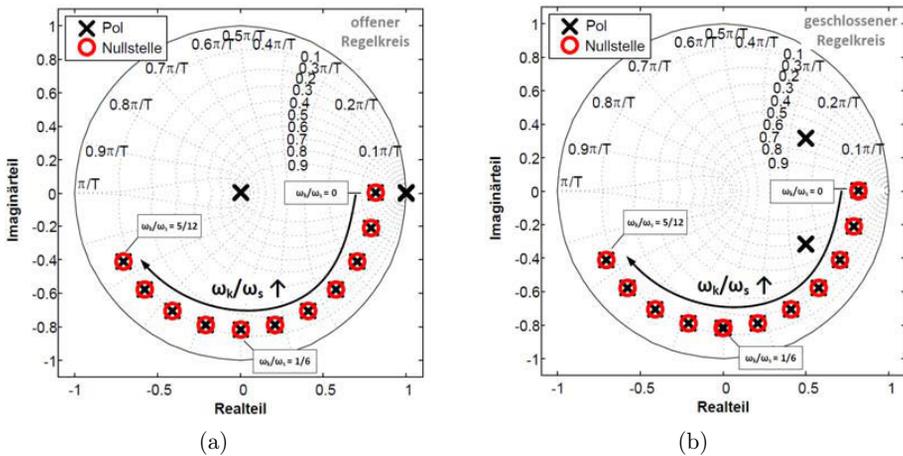


Abb. 14.102: Komplexwertiges Pol-Nullstellen-Diagramm des zeitdiskreten Regelungsentwurfes der Stromregelung ($\gamma = 0,35$, $\tau_{\sigma 1} = 8,3$ ms) für verschiedene Verhältnisse der Kreisfrequenz des rotierenden Koordinatensystems zur Abtastkreisfrequenz: (a) offener Regelkreis und (b) geschlossener Regelkreis

In Abbildung 14.102 sind die komplexwertigen Pol-Nullstellen-Diagramme des offenen und geschlossenen Stromregelkreises für variierende ω_k/ω_s -Verhältnisse bei Verwendung des rein zeitdiskreten Regelungsentwurfes dargestellt. Bei Betrachtung der Pol-Nullstellen-Verteilung des offenen Regelkreises zeigt sich, dass die durch die größte Statorstromzeitkonstante $\tau_{\sigma 1}$ bestimmte und von dem ω_k/ω_s -Verhältnis abhängige Streckenpolstelle durch den zeitdiskreten Stromregler für beliebige ω_k/ω_s -Verhältnisse kompensiert wird. Weiterhin zeigt die Analyse der Pol-Nullstellen-Verteilung des geschlossenen Regelkreises, dass das dominante (hier konjugiert komplex für $\gamma = 0,35$) Polpaar unabhängig von dem ω_k/ω_s -Verhältnis ist. Im Vergleich zu den bereits diskutierten PI-basierten Stromregelungsansätzen verändert sich die Position dieses dominanten Polpaares nicht. Sowohl die Betrachtung der Pol-Nullstellen-Verteilungen für variierende ω_k/ω_s -Verhältnisse des offenen Regelkreises als auch die Betrachtungen des

geschlossenen Regelkreises zeigen, dass es durch den zeitdiskreten Regelungsentwurf möglich ist, eine vom ω_k/ω_s -Verhältnis unabhängige Regelungsauslegung durchzuführen. Unter idealen Bedingungen wäre es damit theoretisch möglich, die Stromregelung bis zur Nyquistfrequenz ($\omega_k/\omega_s = 1/2$), also der halben Abtastfrequenz, zu betreiben. Werden jedoch praktische Aspekte, wie Anti-Aliasing-Filter, Messfilter, Quantisierungsfehler oder Messungenauigkeiten mit in die Betrachtungen einbezogen, so reduziert sich die Grenze des maximal (sinnvoll) regelbaren ω_k/ω_s -Verhältnisses. Für die jeweilig betrachteten Antriebssysteme gilt es, diese Randbedingungen zu prüfen und entsprechend bei der Auslegung des Stromreglers zu berücksichtigen.

Die Analyse der Sprungantworten der q-Stromkomponente für drei charakteristische ω_k/ω_s -Verhältnisse (1/12, 1/30 und 1/70) ist in Abb. 14.103 gezeigt. Trotz Berücksichtigung der Verkopplungsdynamiken in dem zeitdiskreten Regelungsentwurf nehmen die Verkopplungseffekte bei dem Sollwertsprung der q-Stromkomponente auf die d-Stromkomponente mit einem steigenden ω_k/ω_s -Verhältnis zu. Jedoch kommt es bei geringen bzw. mittleren ω_k/ω_s -Verhältnissen zu einer nahezu vollständigen Entkopplung der d- bzw. q-Übertragungsdynamiken. Weiterhin entspricht das transiente Verhalten der q-Stromkomponente der zugrunde gelegten Einstellung der geregelten Stromdynamik für alle betrachteten ω_k/ω_s -Verhältnisse.

14.6.4.7 Gegenüberstellung der dargestellten Regelungsansätze

Die vorhergehenden Abschnitte zeigen, dass die zugrunde gelegte Regelungsstruktur der Statorstromregler ausschlaggebend für die erreichbare Regelungsdynamik und die Entkopplungsgüte ist. Neben einer geforderten Robustheit gegenüber Parameterunsicherheiten spielt vor allem der Bereich des Verhältnisses der Kreisfrequenz des rotierenden Koordinatensystems ω_k zur Abtastkreisfrequenz ω_s eine entscheidende Rolle bei der Wahl eines geeigneten Regelungsansatzes. Die Analysen zeigen, dass die verschiedenen Stromregelungsansätze zu unterschiedlichen Stabilitätsbereichen in Abhängigkeit des ω_k/ω_s -Verhältnisses führen. Ferner wird herausgestellt, dass die erreichbare Regelgüte von weiteren, vom jeweilig betrachteten System abhängigen, praktischen Randbedingungen wie verwendeten Messfiltern, Quantisierungsfehlern, Rechenauffösungen oder auch Messungenauigkeiten abhängen [435]. Eine Gegenüberstellung der vorgeschlagenen Verwendungsbereiche, basierend auf den vom ω_k/ω_s -Verhältnis abhängigen Stabilitätsgrenzen des betrachteten Systems, ist in Abb. 14.104 zusammengefasst dargestellt. Eine gegenüberstellende Bewertung der erreichbaren Regelgüte (z.B. Führgrößen- oder Störgrößendynamik) für die verschiedenen Regelungsansätze wird hier nicht vorgenommen, um die Analysen in einem überschaubaren Rahmen zu halten. Es sei darauf hingewiesen, dass die Wahl einer stabilen Stromregelungsstrategie für einen gegebenen ω_k/ω_s -Bereich lediglich den ersten Schritt einer Regelungsauslegung darstellt. Für die jeweilige Anwendung und die damit verbundenen Regelungsanforderungen bzw. Randbedingungen ist es weiterhin notwendig, die erreichte Regelungsgüte

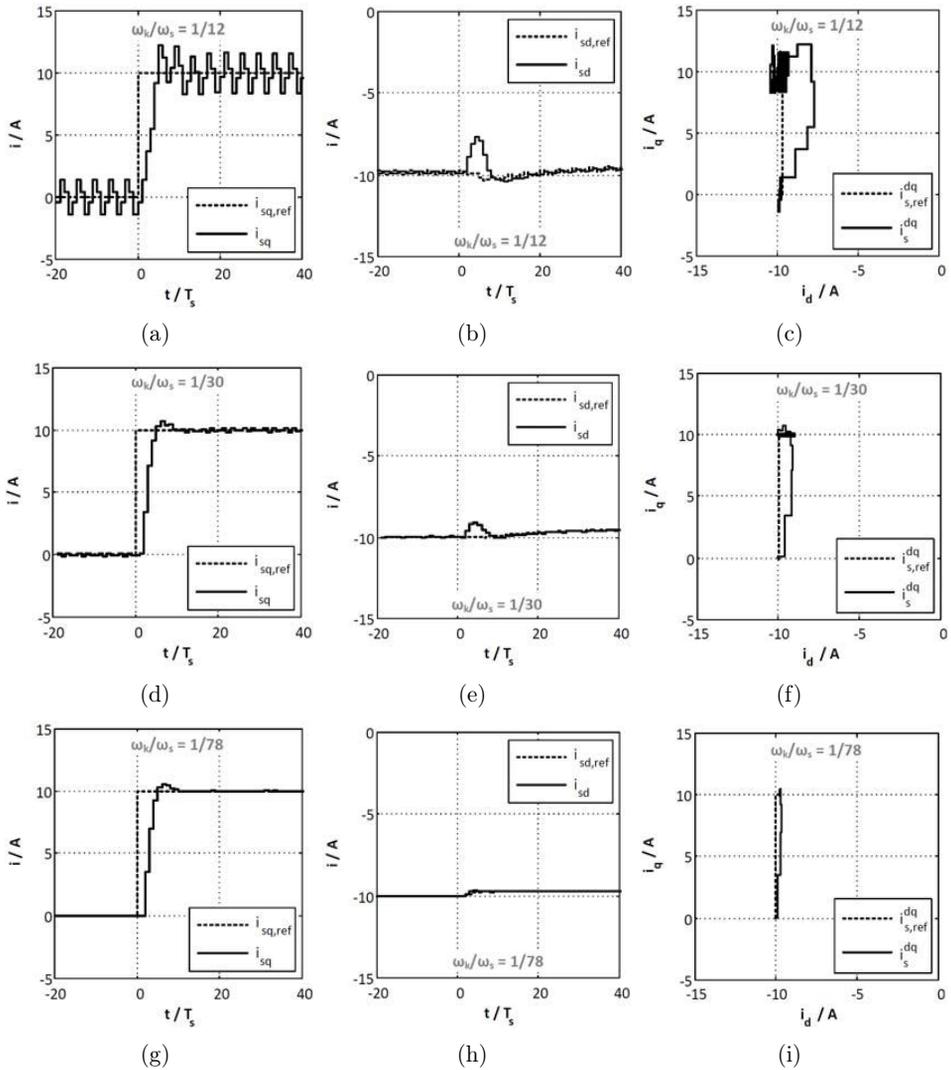


Abb. 14.103: Sprungantwort des Statorstroms des zeitdiskreten Regelungsentwurfs der Stromregelung und asymmetrischer PWM ($\gamma = 0,35$; $f_s = 1,5$ kHz; $\tau_{\sigma 1} = L_{\sigma 1}/R_1 = 8,3$ ms; $U_{DC} = 700$ V): (a) q-Komponente, (b) d-Komponente sowie (c) Sprungantwort in der dq-Ebene für $\omega_k/\omega_s = 1/12$; (d) q-Komponente, (e) d-Komponente sowie (f) Sprungantwort in der dq-Ebene für $\omega_k/\omega_s = 1/30$; (g) q-Komponente, (h) d-Komponente sowie (i) Sprungantwort in der dq-Ebene für $\omega_k/\omega_s = 1/78$

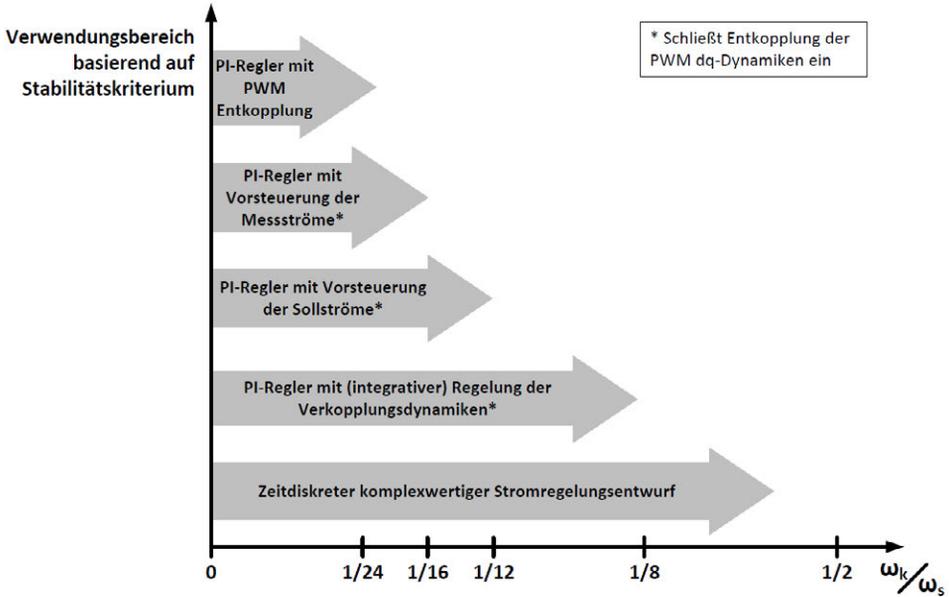


Abb. 14.104: *Vorgeschlagene Verwendungsbereiche der dargestellten Regelungsansätze basierend auf dem Stabilitäts- bzw. Robustheitskriterium für das betrachtete System*

des gegebenen ω_k/ω_s -Bereiches zu prüfen. Reicht diese nicht aus, so kann es u.a. eine Möglichkeit sein, sich für eine komplexere Stromregelungsstrategie zu entscheiden.

14.6.5 Praktische Aspekte bei der Regelungsimplementierung

Die durchgeführten Betrachtungen zur indirekten Stromregelung von Drehfeldmaschinen basieren auf einem vereinfachten Maschinenmodell. Hier wird die Statorstromdynamik durch die Streuinduktivität $L_{\sigma 1}$ und den Wicklungswiderstand R_1 des Stators modelliert. Ferner wird die drehzahl- und lastabhängige Gegenspannung des Antriebssystems als zeitabhängige Spannungsquelle $u_i(t)$ modelliert. Diese Vereinfachungen machen es möglich, eine Analyse des Regelkreises sowie die Auslegung der Stromregelung unabhängig vom jeweilig betrachteten Maschinentyp durchzuführen. Im Weiteren wird auf einige praktische Aspekte bei der Stromregelungsimplementierung für unterschiedliche Maschinentypen hingewiesen.

Die Stromregelungsauslegung wird ohne Berücksichtigung des Windup-Effektes durchgeführt, welcher bei Regelkreisen mit integrativem Regelverhalten und Stellgrößenbeschränkungen auftritt. Um diesem Effekt entgegenzuwirken und damit die Regelungsgüte im Bereich bei maximaler Stellgrößenausnutzung

zu verbessern, ist es notwendig, die beschriebenen Stromregelungsstrategien um sogenannte Anti-Windup-Netzwerke zu erweitern, vgl. dazu Kap. 5.6.2.

Wie bereits beschrieben, wird der verwendete Maschinentyp im Sinne der Verallgemeinerung der Analysen nicht weiter spezifiziert. Damit sind die gezeigten Analysen u.a. auf die Regelung von Asynchronmaschinen oder Synchronmaschinen aber auch von Netzpulsstromrichtern mit netzzeitigem L-Filter übertragbar. Für die Modellierung der Statorstromdynamik wird von einer (nahezu) symmetrischen Stromdynamik des Stators ausgegangen. In Abhängigkeit des Maschinentyps kann es jedoch sein, dass die Stromdynamik ein unsymmetrisches, von der Lage des Stators abhängiges Verhalten besitzt. Dieses unsymmetrische Stromverhalten tritt u.a. bei fremderregten Synchronmaschinen in Schenkelpolbauweise oder bei permanenterregten Synchronmaschinen mit in den Rotor eingelassenen Permanentmagneten auf. In [452] wird ein möglicher Ansatz beschrieben, wie durch die Verwendung von Transformationsmatrizen, welche in Abhängigkeit der Maschinenparameter berechnet werden, ein unsymmetrisches Stromverhalten in ein symmetrisches Verhalten überführt werden kann. Mit einer derartigen Transformation ist es möglich die dargestellten Analysen auch für Maschinentypen mit unsymmetrischen, von der Lage des Rotors abhängigen, Stromdynamiken zu übertragen. Auch die Entkopplungsnetzwerke der Statorstromdynamiken sind abhängig von dem betrachteten Maschinentyp. Die bisherigen Analysen führten zu Entkopplungsnetzwerken, welche lediglich die elektrische Zeitkonstante der Statorstromdynamik berücksichtigen. Je nach verwendetem Maschinentyp unterscheiden sich diese Entkopplungsnetzwerke jedoch und sind neben der elektrischen Kreisfrequenz des Stators und der Statorstromzeitkonstante von weiteren Maschinenparametern abhängig. Diesbezüglich sei auf die entsprechenden Kapitel dieses Buches zur Modellbildung der unterschiedlichen Maschinentypen hingewiesen, aus welchen sich bei der Berechnung der Differentialgleichung der Statorstromdynamik die entsprechenden Entkopplungsterme ergeben.

Weiterhin wird die last- und drehzahlabhängige Gegenspannung und die daraus resultierende EMK bei der vorgestellten Stromregelungsauslegung im Sinne einer Optimierung der Führgrößendynamik nicht tiefer gehend betrachtet. Die Gegenspannung des Antriebssystems beeinflusst hier im Wesentlichen die Störgrößendynamik der Stromregelung. Analog der EMK-Kompensation für Gleichstromantriebe, vgl. Kap. 7.1.1.1, ist es auch für Drehstromantriebe möglich, die EMK-Rückwirkungen zu kompensieren. Dies führt zu einer Verbesserung des Störgrößenverhaltens der beschriebenen Stromregelungsverfahren. Eine Auswahl und weiterführende Analyse der EMK-Kompensation für Drehstromantriebe, z.B. durch die Verwendung von messgrößen- oder beobachterbasierten Vorsteuerungen, wird in [469] gegeben.

14.6.6 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wird die indirekte Stromregelung von Drehfeldmaschinen beschrieben. Die Analysen sind aufgeteilt in die Modellierung der Stromregelstrecke und die Betrachtung von verschiedenen Stromregelungsstrategien im rotierenden Koordinatensystem.

Die Betrachtungen zur Modellierung der Stromregelstrecke zeigen, dass die entscheidenden Dynamiken, welche für die Auslegung der Stromregelung berücksichtigt werden sollten, bestimmt werden durch die Statorstromdynamik, die auftretende Rechenverzögerung zwischen Abtastung der Stromwerte und Aktualisierung des PWM-Referenzsignals sowie die durch die digitale Implementierung der PWM bedingte Einschränkung, dass das PWM-Referenzsignal lediglich ein Mal pro Abtastperiode geändert werden kann. Die Beschreibung der relevanten Dynamiken wird sowohl im statorfesten Koordinatensystem als auch im rotierenden Koordinatensystem durchgeführt. Die zeitdiskrete Modellierung der abgetasteten Statorstromdynamiken wird auf Basis der modifizierten z -Transformation durchgeführt. Die modifizierte z -Transformation ist ein verallgemeinerter Ansatz zur zeitdiskreten Beschreibung abgetasteter Systeme, welcher es möglich macht, Streckentotzeiten zu modellieren, die ein nicht ganzzahliges Vielfaches der Abtastzeit ausmachen. Treten hingegen Streckentotzeiten auf, die ein ganzzahliges Vielfaches der Abtastzeit sind, so ist eine Modellierung durch die konventionelle z -Transformation möglich.

Eine Gegenüberstellung der in der Literatur beschriebenen Verfahren zur indirekten Stromregelung von Drehfeldmaschinen führt auf eine Klassifizierung der bestehenden Regelungsverfahren hinsichtlich des verwendeten Koordinatensystems. Es ist möglich, die Stromregelung in einem statorfesten bzw. in einem rotierenden Koordinatensystem zu implementieren. Die Wahl eines geeigneten Koordinatensystems für die Stromregelung ist dabei nicht eindeutig. Prinzipiell können vergleichbare Regelungsdynamiken bei der Regelung im statorfesten bzw. im rotierenden Koordinatensystem erreicht werden [449]. Einem erhöhten Implementierungs- und Auslegungsaufwand von Proportional-Resonanten Regelungsstrukturen für die Stromregelung im statorfesten Koordinatensystem steht eine vereinfachte Auslegung von Proportional-Integral-basierten Regelungsstrukturen im rotierenden Koordinatensystem gegenüber. Ferner erhöht sich der Implementierungsaufwand der Stromregelung im rotierenden Koordinatensystem durch die notwendige Einführung zusätzlicher Koordinatentransformationen sowie der beschriebenen Entkopplungsnetzwerke.

Die Auslegung von PI-Stromreglern wird im rotierenden Koordinatensystem betrachtet. Es wird eine Möglichkeit zur Auslegung der Regler vorgestellt, welche auf eine Erhöhung der Anregelzeit bei gleichzeitig tolerierbarer Überschwingweite sowie Ausregelzeit abzielt. Um dies zu erreichen, wird mit der Nachstellzeit des PI-basierten Stromreglers die größte Streckenzeitkonstante (hier die Statorzeitkonstante) kompensiert. Die stationäre Streckenverstärkung wird

durch eine geeignete Wahl der Proportionalverstärkung kompensiert, um eine von den Antriebsparametern unabhängige Regelungsauslegung zu erhalten. Die Einstellung der Bandbreite, der Robustheitseigenschaften und der Regeldynamik bei einem Führungsgrößenprung erfolgt über einen zusätzlich eingeführten Einstellparameter γ . Bei der Auslegung der Regelungsparameter werden die Verkopplungseffekte zunächst vernachlässigt. Die Auswirkungen dieser Annahme wird dann für verschiedene PI-basierte Regelungsstrukturen sowie verschiedene Verhältnisse der Kreisfrequenz des rotierenden Koordinatensystems zur Abtastkreisfrequenz analysiert und bewertet. Die Analysen zeigen, dass es möglich ist, durch die Verwendung einer Vektordrehung um die Winkelauflösung eines Abtastschrittes die Verkopplungsdynamiken der PWM zu kompensieren. Weiterhin werden sowohl die Vorsteuerung der Spannungsreferenzwerte über die Stromwerte (Soll- oder Messwerte) als auch die (integrative) Regelung der Verkopplungsterme für die Entkopplung der Statorstromdynamiken analysiert. Hier zeigt sich, dass die Vorsteuerung der Sollströme zu einem leicht erhöhten ω_k/ω_s -Stabilitätsbereich und einer verbesserten Dynamik bei Sollwertsprüngen führt, die Vorsteuerung der Messströme hingegen zu einem verbesserten Störgrößenverhalten. Im Vergleich zu einer (integrativen) Regelung der Verkopplungsdynamik zeigen beide Möglichkeiten der Vorsteuerung jedoch den Nachteil eines geringeren ω_k/ω_s -Stabilitätsbereiches sowie einer erhöhten Sensitivität bzgl. Parameterunsicherheiten.

Ein Hauptproblem für die begrenzten Entkopplungseigenschaften der diskutierten PI-basierten Regelungsstrukturen, vor allem für steigende ω_k/ω_s -Verhältnisse, ist die unzureichende Kompensation der größten, vom ω_k/ω_s -Verhältnis abhängigen Zeitkonstante durch die Nachstellzeit der verwendeten PI-Regler. Um dieses Problem zu umgehen, wird ein Stromregler vorgeschlagen, welcher auf einem rein zeitdiskreten Reglerentwurf basiert. Die Nullstelle des integrativen Reglerpfades wird so gewählt, dass es unter idealen Bedingungen möglich ist, die größte Statorstromzeitkonstante für beliebige ω_k/ω_s -Verhältnisse zu kompensieren. Weiterhin wird die Reglerverstärkung so gewählt, dass eine Kompensation der stationären Streckenverstärkung und eine Einstellung der Reglerdynamik über einen Einstellfaktor möglich sind. Die Verwendung dieser Auslegungsstrategie ermöglicht es, die bei der Auslegung der PI-basierten Regler erhaltenen Regelungsanalysen der Dynamik und der Robustheit auf diesen zeitdiskreten Regelungsansatz für beliebige ω_k/ω_s -Verhältnisse anzuwenden.

Die dargestellten Analysen zeigen, dass der Bereich des Verhältnisses der Kreisfrequenz des rotierenden Koordinatensystems zur Abtastkreisfrequenz ausschlaggebend für die Wahl einer geeigneten indirekten Stromregelungsstrategie im rotierenden Koordinatensystem ist, wenn eine hohe Regeldynamik bei gleichzeitiger Sicherstellung der notwendigen Stabilitätsreserven erreicht werden soll. Neben einer Analyse der Stabilitätsgrenzen des gewählten Regelungsansatzes ist auch eine Analyse der Regeldynamik entscheidend für die erreichbare Regelungsqualität.

14.7 Stromzustandsregelung

Prof. U. Nuß, Offenburg

14.7.1 Motivation für den Einsatz eines Zustandsreglers

Werden bei einem elektrischen Antrieb besonders hohe Anforderungen an seine Dynamik gestellt, dann müssen zu ihrer Erfüllung mehr Systemfreiheitsgrade herangezogen werden als bei einfachen Antriebsaufgaben. Im Bereich der Antriebsregelung bedeutet das, dass nicht nur die jeweilige Regelgröße selbst, sondern auch Zwischengrößen auf die Stellgröße zurückgekoppelt werden. Im Extremfall werden alle Zwischengrößen, die den Systemzustand beschreiben, der Stellgröße über Verstärkungsfaktoren zugeführt. Ein derartiger Regler wird deshalb Zustandsregler bzw. Zustandsrückführung genannt (siehe Kap.5.5.5, Abb. 5.18, Gleichungssystem Zustandsdarstellung [24, 25, 27, 44, 47, 78, 79]). Mit ihm sind bei elektrischen Antrieben mit pulsweitenmodulationsbasierter Stellgrößenerzeugung die dynamisch hochwertigsten Regelungen realisierbar [497].

Grundsätzlich existiert bei Zustandsreglern die Möglichkeit, nur einen einzigen Regler für die zu regelnde Gesamtstrecke vorzusehen - das entspricht der Vorgehensweise aus Kap. 5.5 — oder aber hierfür eine Kaskadenstruktur entsprechend Kap. 5.2 zu implementieren. Ein großer Vorteil der Kaskadenstruktur besteht darin, durch Begrenzen der Führungsgrößen der unterlagerten Regler indirekt auch die zugehörigen Regelgrößen im zulässigen Wertebereich halten zu können (vgl. hierzu auch die in Kap. 7.1.2.2 beschriebene Vorgehensweise bei der Regelung der Gleichstrommaschine). Da die Begrenzung der Ströme bei elektrischen Antrieben essentiell ist, wird bei den folgenden Betrachtungen zu Zustandsregelungen ausschließlich die Zustandsreglerkaskadenstruktur behandelt. Der Entwurf der Regelung für das Gesamtsystem untergliedert sich dann ähnlich wie bei klassischen Reglern in mehrere Optimierungsschritte. Bei hochdynamischen Drehstromantrieben wird zunächst der Statorstromzustandsregler als der am weitesten unterlagerte Regler entworfen. Mit ihm wird der Grundstein für eine hohe Dynamik des Gesamtsystems gelegt. Darauf folgt der Entwurf des Drehzahlzustandsreglers. Je nach Dynamikerfordernis kann auch nur ein Teil der gesamten Reglerkaskade als Zustandsregler realisiert werden.

Bei der konventionellen Optimierung des Stromregelkreises wie auch bei der Stromzustandsregelung bestimmt das dynamische Verhalten des Stellglieds weitgehend die Dynamik des Regelkreises, sofern Begrenzungen unberücksichtigt bleiben. Da das Stellglied bei der konventionellen Betrachtungsweise eine nichtlineare Abtastung aufweist, wird es näherungsweise als Totzeitglied modelliert. Die Totzeit wird typischerweise als Hälfte der Schaltperiode des Stellglieds vorgegeben. Als Ersatzzeitkonstante zur Ermittlung der Übertragungsfunktion des geschlossenen Stromregelkreises wird die Schaltperiode selbst verwendet, sofern die Stellgrößenermittlung nur einmal pro Schaltperiode erfolgt, d. h. wenn die Abtastfrequenz gleich der Schaltfrequenz ist. Bei sehr schneller Signalverarbeitung kann die Abtastfrequenz sogar doppelt so groß gewählt werden. Der

dreifache Wert der Abtastzeit, d. h. die dreifache bzw. eineinhalbfache Schaltperiode, kann beim Reglerentwurf mittels Betragsoptimum und unter der Voraussetzung einer vernachlässigbaren Rechenzeit sowie einer perfekten Kompensation der Gegenspannungen als Ausregelzeit abgeschätzt werden. Diese Ausregelzeiten, die nach der konventionellen Theorie bei Verwendung des Totzeitmodells nicht mehr unterschritten werden können, sollen als Maßstab für die Leistungsfähigkeit des Stromzustandsreglerentwurfs dienen.

Einige typische Anwendungsbeispiele für Zustandsregler in elektrischen Antrieben sind Stromzustandsregler in Motorprüfständen [501] und Querteilscheren, so genannten fliegenden Scheren [498], sowie Drehzahlzustandsregler bei Systemen mit elastisch gekoppelten Massen (siehe hierzu z. B. Kap. 19.4 sowie [483]). Wegen der Konzentration von Antriebszustandsreglern auf die beiden am weitesten unterlagerten Regelschleifen werden in den Kapiteln 14.7 und 14.8 auch nur solche Einsatzfelder betrachtet. Zur Vermeidung von Weitläufigkeiten beschränken sich die Darstellungen außerdem auf Antriebe mit Asynchronkäfigläufermaschinen und permanentmagneterregten Synchronmaschinen sowie auf pulsweitenmodulierte Leistungsstellglieder und rotorfluss- bzw. rotororientierte Antriebe.

Die Voraussetzung für eine deutlich verbesserte Dynamik mit Hilfe von Zustandsreglern ist die genaue Kenntnis der Regelstrecke. Aus diesem Grund wird in Kap. 14.7.2 eine zweckmäßige Beschreibung der Statorstromregelstrecke in Form von Raumzeigerzustandsdifferenzial- und -differenzgleichungen vorgestellt. Sie dient als Basis für die sich in Kap. 14.7.3 anschließende Beschreibung der Struktur und Parametrierung des Statorstromzustandsreglers. Das Kap. 14.8 befasst sich daraufhin mit dem Drehzahlregelkreis.

14.7.2 Zustandsraumbeschreibung der Statorstromregelstrecke bei Drehstromantrieben

Bei der Modellierung der Asynchronmaschine und der permanentmagneterregten Synchronmaschine in den Kapiteln 13, 16 und 16.6 wurden bzw. werden Strom- und Flussgrößen zur Beschreibung des Systemverhaltens eingeführt. Um daraus möglichst genaue Maschinenmodelle zu erzeugen, ist der Übergang zur zeitdiskreten Betrachtungsweise erforderlich. Er wird in den Kapiteln 14.7.2.4 und 14.7.2.5 vorgenommen. Zuvor wird als Grundlage hierfür in den Kapiteln 14.7.2.1 und 14.7.2.2 die zeitkontinuierliche Beschreibung der Statorstromregelstrecke für die beiden genannten Maschinenarten nochmals zusammenfassend betrachtet bzw. weiterentwickelt. Das Kapitel 14.7.2.3 enthält schließlich eine maschinenartunabhängige Darstellung der für die Statorstromregelung relevanten Zustandsdifferenzialgleichungen.

14.7.2.1 Zustandsdifferenzialgleichungen der Statorstromregelstrecke bei der Asynchronkäfigläufermaschine

Die wichtigste Größe bei einer stromgeregelt betriebenen Asynchronkäfigläufermaschine, mit der der aktuelle Systemzustand des Statorstromregelkreises beschrieben werden kann, ist der Statorstromraumzeiger \vec{I}_1 . Wie bereits in Kap. 13.3.2 erläutert wurde, ist es zu Regelzwecken vorteilhaft, die Regelung von \vec{I}_1^K in einem rotierenden, rotorflussfesten Koordinatensystem K durchzuführen. Die darin dargestellten Raumzeiger erhalten den hochgestellten Index K . Ein rotierendes Koordinatensystem, dessen Bezugsachse an einem Maschinenflussraumzeiger orientiert ist, wird in [497] auch d-q-Koordinatensystem genannt.

Um die Dynamik des Statorstromraumzeigerverlaufs zu modellieren, bietet es sich an, \vec{I}_1^K durch eine Differentialgleichung zu beschreiben. Hierzu kann Gl. (15.14) herangezogen werden. In Zustandsraumnotation, bei der die zeitliche Ableitung der interessierenden Zustandsgröße allein auf der linken Gleichungsseite steht (siehe Kap. 5.5.1, Abb. 5.13, Gleichungssystem Zustandsdarstellung, [79]), lautet sie

$$\frac{d\vec{I}_1^K}{dt} = \left(-\frac{1}{T_1'} - j\Omega_K \right) \cdot \vec{I}_1^K + \frac{1}{T_1'R_1'} \cdot \left(\vec{U}_1^K - \frac{M}{L_2T_2} \cdot (j\Omega_L T_2 - 1) \cdot \vec{\Psi}_2^K \right) \quad (14.167)$$

Gleichung 14.167 beschreibt ein komplexes, rückgekoppeltes Verzögerungsglied 1. Ordnung (siehe auch [497]) mit dem Verstärkungsfaktor $1/R_1'$, der Zeitkonstante T_1' (siehe jeweils Kap. 15.1) sowie den Eingangsgrößen \vec{U}_1^K und $M/(L_2T_2) \cdot (j\Omega_L T_2 - 1) \cdot \vec{\Psi}_2^K$. Zur Vereinfachung der Darstellungsweise wird nachfolgend die letztgenannte Eingangsgröße zum Gegenspannungsraumzeiger

$$\vec{U}_z^K = \frac{M}{L_2T_2} \cdot (j\Omega_L T_2 - 1) \cdot \vec{\Psi}_2^K \quad (14.168)$$

zusammengefasst. Er zeichnet sich u. a. dadurch aus, dass er sich innerhalb der zu erwartenden Einschwingzeit von \vec{I}_1^K angesichts der üblicherweise hinreichend großen Rotorzeitkonstante T_2 und der trägheitsmomentbedingten geringen Veränderbarkeit von Ω_L innerhalb dieser Zeitspanne kaum ändern wird. \vec{U}_z^K kann daher näherungsweise als eingeprägte Größe betrachtet werden. Weil \vec{U}_z^K keine Stellgröße ist, muss sie in regelungstechnischer Hinsicht als Störgröße interpretiert werden.

Die Gleichungen (14.167) und (14.168) beschreiben das dynamische Verhalten der Statorstromregelstrecke mit hinreichender Genauigkeit. Sie bilden die Grundlage für die in Kap. 14.7.2.4 beschriebene Diskretisierung und für den darauf aufbauenden Statorstromreglerentwurf. Die Abb. 15.2 zeigt das zugehörige komplexe Strukturbild der Stromregelstrecke. Sein rechter Teil beschreibt die Dynamik des Rotorflussraumzeigers $\vec{\Psi}_2^K$, die beim Statorstromreglerentwurf, wie oben erwähnt, vernachlässigt werden kann.

In reeller Schreibweise, d. h. durch Real- und Imaginärteilbildung der Gleichungen (14.167) und (14.168), folgen die Zustandsdifferenzialgleichungen

$$\frac{dI_{1A}}{dt} = -\frac{1}{T'_1} \cdot I_{1A} + \Omega_K \cdot I_{1B} + \frac{1}{T'_1 R'_1} \cdot (U_{1A} - U_{zA}) \quad (14.169a)$$

$$\frac{dI_{1B}}{dt} = -\frac{1}{T'_1} \cdot I_{1B} - \Omega_K \cdot I_{1A} + \frac{1}{T'_1 R'_1} \cdot (U_{1B} - U_{zB}) \quad (14.169b)$$

sowie unter Beachtung von $\Psi_{2B} = 0$ die Gegenspannungsgleichungen

$$U_{zA} = -\frac{M}{L_2 T_2} \cdot \Psi_{2A} \quad (14.170a)$$

$$U_{zB} = \frac{M}{L_2 T_2} \cdot \Omega_L T_2 \cdot \Psi_{2A} \quad (14.170b)$$

Das aus den Gleichungen (14.169a) und (14.169b) hervorgehende Strukturbild ist in Abb. 14.105 dargestellt.

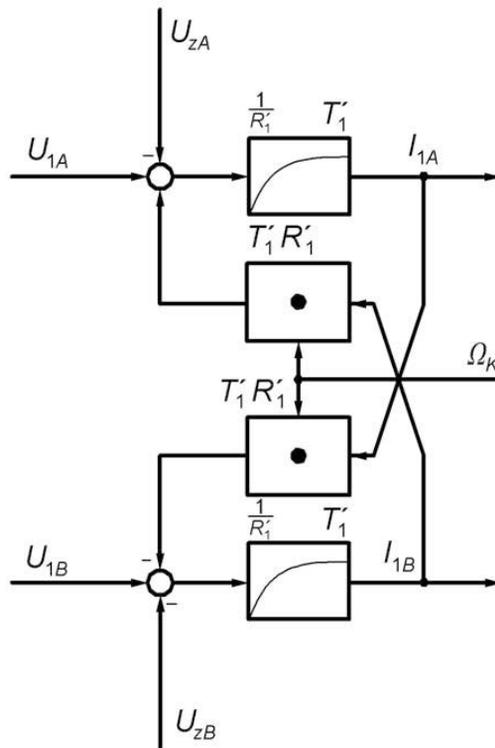


Abb. 14.105: Reelles Strukturbild der Statorstromregelstrecke der Asynchronkäfigläufermaschine im rotorflussfesten Koordinatensystem

14.7.2.2 Zustandsdifferenzialgleichungen der Statorstromregelstrecke bei der permanentmagneterregten Synchronmaschine

Der Ausgangspunkt für die Modellierung der Stromregelstrecke bei der permanentmagneterregten Synchronmaschine sind die beiden Statorflussdifferenzialgleichungen (16.341) und (16.342) sowie die Flussgleichungen (16.343) und (16.344). Um aus ihnen Differentialgleichungen für die rotorfest beschriebenen Statorstromkomponenten I_d und I_q zu erzeugen, müssen die Flussgleichungen nach den Statorflusskomponenten Ψ_d bzw. Ψ_q aufgelöst und die jeweiligen Resultate in die Statorflussdifferenzialgleichungen eingesetzt werden. Unter der Annahme stromunabhängiger Induktivitäten, d. h. vernachlässigbarer Sättigungsercheinungen, erhält man so unter zusätzlicher Verwendung der achsrichtungsabhängigen Statorzeitkonstanten

$$T_{1d} = \frac{L_d}{R_1} \quad (14.171a)$$

$$T_{1q} = \frac{L_q}{R_1} \quad (14.171b)$$

die Statorstromraumzeigerdifferenzialgleichungen

$$\frac{dI_d}{dt} = -\frac{1}{T_{1d}} \cdot I_d + \Omega_L \cdot \frac{L_q}{L_d} \cdot I_q + \frac{1}{T_{1d} R_1} \cdot U_d \quad (14.172a)$$

$$\frac{dI_q}{dt} = -\frac{1}{T_{1q}} \cdot I_q - \Omega_L \cdot \frac{L_d}{L_q} \cdot I_d + \frac{1}{T_{1q} R_1} \cdot (U_q - \Omega_L \Psi_{PM}) \quad (14.172b)$$

Sind dagegen Sättigungseffekte zu berücksichtigen, dann kann eine dynamisch vorteilhafte Modellierung beispielsweise in [485] nachgelesen werden. Zur Vermeidung von Weitläufigkeiten wird hier auf die Wiedergabe der dort beschriebenen Maßnahmen jedoch verzichtet. Zwecks Konzentration auf das Wesentliche wird nachfolgend sogar angenommen, dass die Induktivitäten in Längs- und Querrichtung gleich groß sind und den Wert L_1 annehmen, d. h. es soll $L_d = L_q = L_1$ gelten. Die daraus hervorgehende gemeinsame Statorzeitkonstante soll mit T_1 gekennzeichnet werden. In diesem Fall lassen sich die beiden Gleichungen (14.172a) und (14.172b) auf einfache Weise in Raumzeigerschreibweise zusammenfassen. Mit $\vec{I}_1^K = I_d + j I_q$ sowie unter Verwendung des Polradspannungsraumzeigers

$$\vec{U}_P^K = j U_{P,q} = j \Omega_L \vec{\Psi}_{PM}^K \quad (14.173)$$

folgt dann die Statorstromraumzeigerdifferenzialgleichung

$$\frac{d\vec{I}_1^K}{dt} = \left(-\frac{1}{T_1} - j \Omega_L \right) \cdot \vec{I}_1^K + \frac{1}{T_1 R_1} \cdot (\vec{U}_1^K - \vec{U}_P^K) \quad (14.174)$$

\vec{U}_P^K kann hinsichtlich des Statorstromreglerentwurfs als langsam veränderliche Störgröße interpretiert werden, zumal Ψ_{PM} konstant ist und Ω_L sich wegen eines

hinreichend groß angenommenen Massenträgheitsmoments innerhalb der Einschwingzeit des Stromreglers kaum ändert. Das zu den Statorstromdifferentialgleichungen (14.172a) und (14.172b) für $L_d = L_q = L_1$ unter Einbeziehung von Gl. (14.173) gehörende Strukturbild zeigt Abb. 14.106.

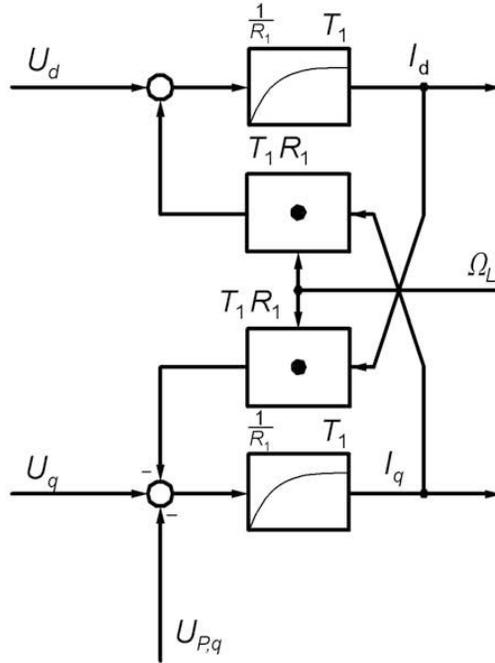


Abb. 14.106: Reelles Strukturbild der Statorstromregelstrecke der permanentmagneterregten Synchronmaschine im rotorfesten Koordinatensystem bei achsenrichtungssymmetrischen Induktivitäten

14.7.2.3 Motorartunabhängige Darstellung der Zustandsdifferentialgleichungen der Statorstromregelstrecke von Asynchronkäfigläufermaschine und permanentmagneterregter Synchronmaschine

Die beiden Statorstromraumzeigerdifferentialgleichungen (14.167) und (14.174) weisen dieselbe Struktur auf. Es liegt deshalb nahe, sowohl für die Asynchronkäfigläufermaschine als auch für die permanentmagneterregte Synchronmaschine dieselbe Stromreglerstruktur zu verwenden. Zur Vereinfachung der Schreibweise wird deshalb im Folgenden für beide Maschinenarten die Statorstromraumzeigerdifferentialgleichung

$$\frac{d\vec{I}_1^K}{dt} = \left(-\frac{1}{T_1''} - j \Omega_K \right) \cdot \vec{I}_1^K + \frac{1}{T_1'' R_1''} \cdot \left(\vec{U}_1^K - \vec{U}_{ind}^K \right) \quad (14.175)$$

herangezogen. T_1'' bezeichnet darin die in der Statorstromregelstrecke wirksame Zeitkonstante und $1/R_1''$ den dort wirksamen Verstärkungsfaktor. Als Winkelgeschwindigkeit für das umlaufende Koordinatensystem wird sowohl bei der Asynchronmaschine als auch bei der Synchronmaschine die Größe Ω_K verwendet. Als Störgröße soll in beiden Fällen die als Raumzeiger der induzierten Spannungen interpretierbare Größe \vec{U}_{ind}^K wirken. Die so definierte allgemeine Statorstromraumzeigerzustandsdifferentialgleichung für die am häufigsten eingesetzten Drehstrommaschinen bildet die Grundlage für die nachfolgend zu betrachtende Diskretisierung des Statorstromregelstreckenmodells. Darüber hinaus ist noch anzumerken, dass bei der Schreibweise der Statorstromkomponenten einheitlich die bei der Asynchronmaschine verwendete Bezeichnungsweise herangezogen wird.

14.7.2.4 Zustandsdifferenzgleichungen der Statorstromregelstrecke von Asynchronkäfigläufermaschine und permanentmagnet-erregter Synchronmaschine

Kennzeichnend für viele stromrichter gespeiste elektrische Antriebe ist, dass zwar das Stromrichterstellglied wegen seines Schaltverhaltens hochgradig nichtlinear ist. Die über das Stellglied beeinflusste Strecke weist dagegen weitgehend lineare Eigenschaften auf. So lassen sich beispielsweise die zuvor behandelten Stromregelstreckenmodelle der Asynchronkäfigläufermaschine und der permanentmagnet-erregten Synchronmaschine als linear betrachten, wenn die darin enthaltenen Kreisfrequenzen Ω_K und Ω_L als langsam veränderliche Parameter interpretiert werden.

Eine wirkungsvolle Möglichkeit, aus dem nichtlinearen Stellgliedverhalten und dem näherungsweise linearen Streckenverhalten eine lineare Beschreibung des Gesamtsystems zu erzeugen, besteht darin, nicht jeden Zeitpunkt des Systemverhaltens separat zu betrachten, sondern ganze Zeitintervalle zusammenzufassen. Dieser Vorgehensweise kommt entgegen, dass beim pulsweitenmodulierten Betrieb von dreiphasigen selbstgeführten Wechselrichtern innerhalb eines fest vorgegebenen Zeitintervalls stets genau eine Schalthandlung pro Phase durchgeführt wird. Mit der Wahl des Zeitpunkts der Wechselrichterausgangsspannungsumschaltung innerhalb des betrachteten Zeitintervalls kann u.a. gezielt auf den intervallbezogenen Mittelwert der jeweiligen Ausgangsgröße Einfluss genommen werden. Es liegt deshalb nahe, genau für dieses Zeitintervall das Regelstreckenverhalten kumulativ zu betrachten, d. h. beispielsweise zu untersuchen, wie sich die Regelgrößen zwischen dem Beginn und dem Ende des jeweiligen Zeitintervalls ändern. Die Analyse noch kleinerer Zeitintervalle ist dagegen nicht zweckmäßig, weil dann nicht mehr sichergestellt ist, dass in jedem Zeitintervall eine Umschaltung der betreffenden Stellgröße stattfindet und somit die Strecke in dieser Zeit ggf. nicht mehr gezielt beeinflusst werden kann. Eine Vergrößerung des Betrachtungszeitintervalls ist allerdings jederzeit möglich. Um reproduzierbare Verhältnisse zu schaffen und um eine gleichmäßige Geräuschemission des Antriebs zu

bewirken, ist es jedoch ratsam, in jedem Betrachtungszeitintervall stets gleich viele Umschaltungen der Stellgrößen zugrunde zu legen [497].

Wird der Wechselrichter, der die Drehstrommaschine speist, pulsweitenmoduliert mit der Schaltfrequenz f_{PWM} betrieben, d. h. liegt eine Schaltperiode der Dauer

$$T_{PWM} = \frac{1}{f_{PWM}} \tag{14.176}$$

vor, dann können die Statorspannungen U_{1a} , U_{1b} und U_{1c} in jeder halben Schaltperiode ($T = T_{PWM}/2$) jeweils genau einmal gezielt beeinflusst werden. Somit lassen sich auch die auf ein halbes Schaltintervall bezogenen Mittelwerte in jeder halben Schaltperiode von Neuem einstellen. Als Lösungsintervall für die Maschinendifferenzialgleichung (14.175) wird deshalb genau dieses Zeitintervall verwendet. Der auf diese Weise jeweils vorgebbare Spannungsmittelwert wird üblicherweise als Steuerspannung $U_{St,a}$, $U_{St,b}$ bzw. $U_{St,c}$ bezeichnet. Legt man fest, dass der Beginn eines Schaltintervalls mit dem Beginn eines Mittelungsintervalls zusammenfällt, dann ergeben sich die in Abb. 14.107 eingezeichneten Mittelungsintervalle der Länge T sowie Stator- und Steuerspannungsverläufe, wie sie darin beispielhaft für den Fall eines Spannungszwischenkreisumrichters mit der Zwischenkreisspannung u_{ZK} und für die Phase 1 dargestellt sind. Jedes Schaltintervall enthält dann zwei Mittelungsintervalle.

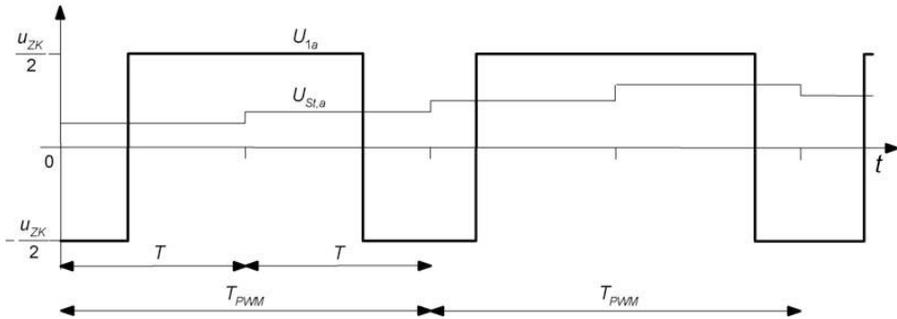


Abb. 14.107: *Beispielhafter Verlauf der Statorspannung U_{1a} und der Steuerspannung $U_{St,a}$ eines spannungszwischenkreisumrichtergespeisten Drehstromantriebs*

Zu beachten ist allerdings, dass viele Prozessoren die Steuerspannungen wegen Rechenzeitproblemen gar nicht so häufig ermitteln können, wie es erforderlich wäre, um sie jedes halbe Schaltintervall zu verändern. In derartigen Fällen wird dann $T = T_{PWM}$ gewählt, d. h. die Steuerspannungen werden ausschließlich zu Beginn eines Schaltintervalls verändert.

Löst man nun die Maschinendifferenzialgleichung (14.175) für ein Mittelungsintervall der Länge T mit dem Startzeitpunkt kT und dem Endzeitpunkt $(k + 1)T$, $k \in \mathbb{N}_0$, dann erhält man gemäß [23, 46, 497] sowie unter Verwendung der Zeitindizes k und $k + 1$ als Kurzschreibweise für die Zeitargumente kT

bzw. $(k+1)T$ zunächst das Resultat

$$\begin{aligned} \vec{I}_{1,k+1}^K &= \vec{I}_{1,k}^K \cdot e^{-T/T_1''} - j \Omega_K T \\ &+ \int_{kT}^{(k+1)T} e^{(-1/T_1'' - j \Omega_K) \cdot ((k+1)T - t')} \cdot \left(\vec{U}_1^K(t') - \vec{U}_{ind}^K(t') \right) dt' \end{aligned} \quad (14.177)$$

T hat hierbei die Funktion einer Schrittweite bzw. einer Abtastzeit und wird deshalb nachfolgend als solche bezeichnet.

Um das in Gl. (14.177) enthaltene Integral unter Einbeziehung der vom Statorstromregler vorgegebenen Steuerspannungen berechnen zu können, muss dort der Zusammenhang zwischen dem aus den Steuerspannungen gebildeten Steuerspannungsraumzeiger \vec{U}_{St}^K und dem Statorspannungsraumzeiger \vec{U}_1^K berücksichtigt werden. Wegen der mittelwertbildenden Arbeitsweise der Pulsweitenmodulatoren im statorfesten Koordinatensystem S [497] lautet er

$$\vec{U}_{St,k}^S = \frac{1}{T} \cdot \int_{kT}^{(k+1)T} \vec{U}_1^S(t') dt' \quad (14.178)$$

Darin ist zum einen durch die Zeitindizierung von \vec{U}_{St}^S mit dem Index k sowie durch die Wahl der Integrationsgrenzen berücksichtigt, dass ein zum Zeitpunkt kT vorgegebener Steuerspannungsraumzeiger den Mittelwert von \vec{U}_1^S erst im darauffolgenden Mittelungs- bzw. Abtastintervall beeinflusst. Zum anderen ist die Mittelungszeit T so allgemein gehalten, dass mit Gl. (14.178) sowohl Systeme mit schneller ($T = T_{PWM}/2$) als auch solche mit langsamer Regelalgorithmusarbeitung ($T = T_{PWM}$) beschreibbar sind.

Um aus der in Gl. (14.177) enthaltenen Abhängigkeit des Statorstromraumzeigers $\vec{I}_{1,k+1}^K$ vom wertdiskontinuierlichen Statorspannungsraumzeiger \vec{U}_1^K eine weitgehend wertkontinuierliche, lineare Abhängigkeit von einer Steuergröße zu erzeugen, bietet es sich an, den Umstand auszunutzen, dass der Mittelwert des Statorspannungsraumzeigers in einem statorfesten Koordinatensystem dem Steuerspannungsraumzeiger im selben Koordinatensystem entspricht (vgl. Gl. (14.178)). Da \vec{U}_1^K jedoch in Gl. (14.177) im rotierenden Koordinatensystem K und in Gl. (14.178) im statorfesten Koordinatensystem S angegeben ist, muss in Gl. (14.177) zunächst die Transformationsbeziehung

$$\vec{U}_1^K(t) = \vec{U}_1^S(t) \cdot e^{-j \beta_K(t)} \quad (14.179)$$

mit deren Hilfe die beiden Darstellungsweisen des Statorspannungsraumzeigers ineinander umgerechnet werden können, eingesetzt werden (vgl. Gl. (13.35)).

Wird darüber hinaus angenommen, dass sich der Winkel β_K innerhalb eines Abtastintervalls linear ändert, d. h. dass

$$\beta_K(t) = \beta_K(kT) + \Omega_K \cdot (t - kT) \quad (14.180)$$

gilt, dann folgt aus Gl. (14.179)

$$\vec{U}_1^K(t) = \vec{U}_1^S(t) \cdot e^{-j \beta_K(kT)} \cdot e^{-j \Omega_K(t - kT)} \quad (14.181)$$

In Gl. (14.177) eingesetzt erhält man damit bei gleichzeitiger Aufteilung des Integrals in zwei Teilintegrale schließlich die Beziehung

$$\begin{aligned} \vec{I}_{1,k+1}^K &= e^{-T/T_1'' - j \Omega_K T} \cdot \vec{I}_{1,k}^K \\ &+ \frac{1}{T_1'' R_1''} \cdot \int_{kT}^{(k+1)T} e^{(-1/T_1'' - j \Omega_K) \cdot ((k+1)T - t')} \\ &\cdot \vec{U}_1^S(t') \cdot e^{-j \beta_K(kT)} \cdot e^{-j \Omega_K \cdot (t' - kT)} dt' \\ &- \frac{1}{T_1'' R_1''} \cdot \int_{kT}^{(k+1)T} e^{(-1/T_1'' - j \Omega_K) \cdot ((k+1)T - t')} \cdot \vec{U}_{ind}^K(t') dt' \\ &= e^{-T/T_1'' - j \Omega_K T} \cdot \vec{I}_{1,k}^K + \frac{1}{T_1'' R_1''} \cdot e^{-j \Omega_K T} \cdot e^{-j \beta_K(kT)} \\ &\cdot \int_{kT}^{(k+1)T} e^{-1/T_1'' \cdot ((k+1)T - t')} \cdot \vec{U}_1^S(t') dt' \\ &- \frac{1}{T_1'' R_1''} \cdot \int_{kT}^{(k+1)T} e^{(-1/T_1'' - j \Omega_K) \cdot ((k+1)T - t')} \cdot \vec{U}_{ind}^K(t') dt' \end{aligned} \quad (14.182)$$

Das einzige, was nun noch verhindert, dass Gl. (14.178) direkt in Gl. (14.182) verwendet werden kann, ist die Exponentialfunktion im Integranden in der vorletzten Zeile von Gl. (14.182). Exakt ist sie leider nicht aus dem Integranden eliminierbar. Berücksichtigt man jedoch, dass sie sich innerhalb der Integrationszeit beim in der Regel erfüllten Fall $T_1'' \gg T$ kaum ändert, kann sie näherungsweise durch ihren Mittelwert

$$\frac{1}{T} \cdot \int_{kT}^{(k+1)T} e^{-1/T_1'' \cdot ((k+1)T - t')} dt' = \frac{T_1''}{T} \cdot \left(1 - e^{-T/T_1''}\right) \quad (14.183)$$

ersetzt werden.

Man erhält so nach dem Herausziehen des Mittelwerts aus dem Integranden das Ergebnis

$$\begin{aligned}
 \vec{i}_{1,k+1}^K &= e^{-T/T_1'' - j \Omega_K T} \cdot \vec{i}_{1,k}^K \\
 &+ \frac{1}{T_1'' R_1''} \cdot e^{-j \Omega_K T} \cdot e^{-j \beta_K(kT)} \cdot \frac{T_1''}{T} \cdot \left(1 - e^{-T/T_1''}\right) \cdot \int_{kT}^{(k+1)T} \vec{U}_1^S(t') dt' \\
 &- \frac{1}{T_1'' R_1''} \cdot \int_{kT}^{(k+1)T} e^{(-1/T_1'' - j \Omega_K) \cdot ((k+1)T - t')} \cdot \vec{U}_{ind}^K(t') dt'
 \end{aligned} \tag{14.184}$$

In ihm ist nun der Mittelwert des statorfest beschriebenen Statorspannungsraumzeigers enthalten, so dass dieser Ausdruck durch $\vec{U}_{St,k}^S$ ersetzbar ist (vgl. Gl. (14.178)). Wird des Weiteren noch die Transformationsbeziehung

$$\vec{U}_{St,k}^S = \vec{U}_{St,k}^K \cdot e^{j \beta_K(kT)} \tag{14.185}$$

in die so modifizierte Gl. (14.184) eingesetzt und darüber hinaus angenommen, dass sich die Komponenten von \vec{U}_{ind}^K innerhalb eines Abtastintervalls angesichts der geringen Drehzahländerung pro Abtastintervall als konstant angenommen werden kann, dann erhält man schließlich die Beziehung

$$\begin{aligned}
 \vec{i}_{1,k+1}^K &= e^{-T/T_1'' - j \Omega_K T} \cdot \vec{i}_{1,k}^K + \frac{1}{R_1''} \cdot \left(1 - e^{-T/T_1''}\right) \cdot e^{-j \Omega_K T} \cdot \vec{U}_{St,k}^K \\
 &- \frac{1}{R_1''} \cdot \frac{1 - e^{-T/T_1'' - j \Omega_K T}}{1 + j \Omega_K T_1''} \cdot \vec{U}_{ind,k}^K
 \end{aligned} \tag{14.186}$$

Es handelt sich hierbei um eine lineare Differenzgleichung – d. h. trotz des hochgradig nichtlinearen Verhaltens der Wechselrichterausgangsgrößen können die betrachteten wechselrichtergespeisten Drehstrommaschinen in sehr guter Näherung als lineares Abtastsystem beschrieben werden. Diese sehr wichtige Aussage wird noch prägnanter, wenn man erkennt, dass die bei der Diskretisierung entstehenden Terme exakt die gleichen sind wie diejenigen, die sich ergeben würden, wenn es sich bei den Stellgrößen um klassische, im Koordinatensystem S in den Abtastzeitpunkten wertkontinuierlich veränderbare Stellgrößen sowie bei den Störgrößen um klassische, im Koordinatensystem K in den Abtastzeitpunkten wertkontinuierlich veränderbare Störgrößen handelte [497]. Aus der Sicht einer durchgeführten Diskretisierung im rotierenden Koordinatensystem K kommt dann zu den klassischen Termen, die sich im Zuge der Diskretisierung

mit abschnittsweise konstanten Stellgrößen ergeben, lediglich der Faktor $e^{-j\Omega_K T}$ hinzu. Für die untersuchten wechselrichtergespeisten Drehstromantriebe ergibt sich demnach ein sehr genaues Stromregelstreckenmodell dadurch, dass das betreffende zeitkontinuierliche Maschinenmodell mit der Abtastzeit $T = T_{PWM}$ oder $T = T_{PWM}/2$ klassisch diskretisiert wird und zusätzlich der Steuerspannungsraumzeiger den Vorfaktor $e^{-j\Omega_K T}$ erhält. Zur Veranschaulichung des so hergestellten Zusammenhangs zeigt Abb. 14.108 das zugehörige komplexe Strukturbild.

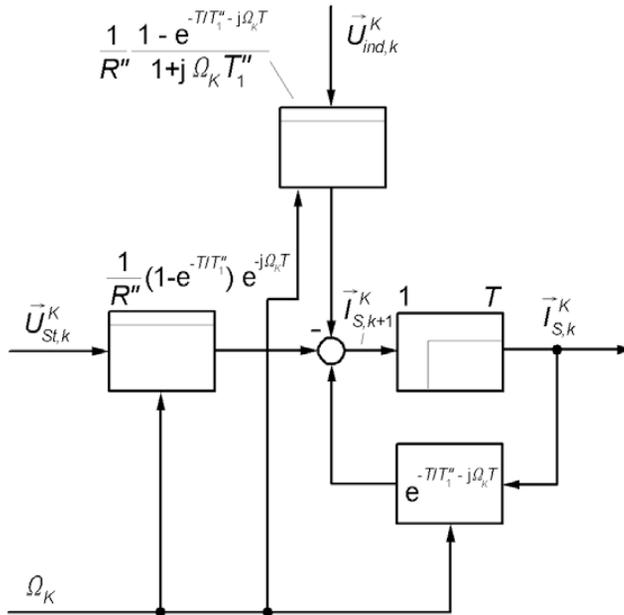


Abb. 14.108: Komplexes Strukturbild der im rotierenden Koordinatensystem K dargestellten zeitdiskreten Statorstromregelstrecke einer Asynchronkäfigläufermaschine bzw. einer permanentmagneterregten Synchronmaschine (ohne Rechenzeit)

14.7.2.5 Einfluss der Rechenzeit auf die Modellbildung

Die zu Beginn eines Abtastintervalls wirksam werdenden Steuerspannungen werden üblicherweise im vorangehenden Abtastintervall anhand der dort vorliegenden Stromsoll- und -istwerte sowie gegebenenfalls weiterer interner Größen berechnet. Da insbesondere die Stromistwerte, gewöhnlich aber auch die übrigen für die Steuerspannungsberechnung verwendeten Größen, genau in den Abtastzeitpunkten erfasst werden, bedeutet das, dass zwischen dem Wirksamwerden der Steuerspannung und dem zeitlichen Bezug der für ihre Berechnung herangezogenen Größen eine Totzeit von einem Abtastintervall liegt [497]. Um klar zu

kennzeichnen, ob ein derartiger Fall vorliegt, wird die zum Zeitpunkt kT wirksam werdende Steuerspannung grundsätzlich mit demselben Zeitindex gekennzeichnet, den die jüngste Führungs-, Regel- oder Zwischengröße besitzt, die zur Steuerspannungsberechnung herangezogen wird. Ermittelt man beispielsweise die zum Abtastzeitpunkt kT wirksam werdende Steuerspannung anhand der im Abtastzeitpunkt $(k-1)T$ erfassten Stromsoll- und istwerte, dann wird der zugehörige Steuerspannungsraumzeiger im Koordinatensystem S mit $\vec{U}_{St,k-1}^S$ bezeichnet. Diese Maßnahme ist zweckmäßig, weil dann Konformität mit den Annahmen der gängigen zeitdiskreten Reglerentwurfsverfahren besteht. Anstatt Gl. (14.178) gilt somit bei einer Totzeit von einem Abtastintervall

$$\vec{U}_{St,k-1}^S = \frac{1}{T} \cdot \int_{kT}^{(k+1)T} \vec{U}_1^S(t') dt' \quad (14.187)$$

Diese Beziehung wird nun in Gl. (14.184) unter Beachtung der sich daran anschließenden Umformungen sowie der Transformation

$$\vec{U}_{St,k-1}^S = \vec{U}_{St,k-1}^K \cdot e^{j\beta_K((k-1)T)} \quad (14.188)$$

eingesetzt. Bei zugleich angenommener konstanter Winkelgeschwindigkeit Ω_K , d. h. wegen

$$e^{j\beta_K((k-1)T)} = e^{j\beta_K(kT)} \cdot e^{-j\Omega_K T} \quad (14.189)$$

folgt daraus schließlich die Statorstromraumzeigerdifferenzgleichung

$$\begin{aligned} \vec{I}_{1,k+1}^K &= e^{-T/T_1'' - j\Omega_K T} \cdot \vec{I}_{1,k}^K + \frac{1}{R_1''} \cdot \left(1 - e^{-T/T_1''}\right) \cdot e^{-j2\Omega_K T} \cdot \vec{U}_{St,k-1}^K \\ &- \frac{1}{R_1''} \cdot \frac{1 - e^{-T/T_1'' - j\Omega_K T}}{1 + j\Omega_K T_1''} \cdot \vec{U}_{ind,k}^K \end{aligned} \quad (14.190)$$

Da die auf diese Weise modellierte Totzeit von der erforderlichen Rechenzeit für die Regelalgorithmen hervorgerufen wird, soll sie nachfolgend als Rechentotzeit bezeichnet werden. Lediglich in solchen Fällen, in denen extrem schnelle Regelalgorithmen realisiert werden können, beispielsweise durch die Implementierung der Algorithmen in FPGAs, oder bei denen mit analogen Reglern gearbeitet wird, ist die Modellierung einer Rechentotzeit nicht erforderlich. In derartigen Fällen dient Gl. (14.186) als Grundlage für den Reglerentwurf.

Für den in der Regel vorliegenden Fall, dass eine Rechentotzeit von einem Abtastintervall in der Modellbildung berücksichtigt werden muss, zeigt Abb. 14.109 das zu Gl. (14.190) gehörende komplexe Strukturbild.

14.7.3 Entwurf des Statorstromzustandsreglers

14.7.3.1 Grundsätzliche Überlegungen

Basierend auf der Zustandsdifferenzgleichung (14.186) bzw. (14.190) der Statorstromregelstrecke der gängigen Drehstromantriebe kann nun der Stromreg-

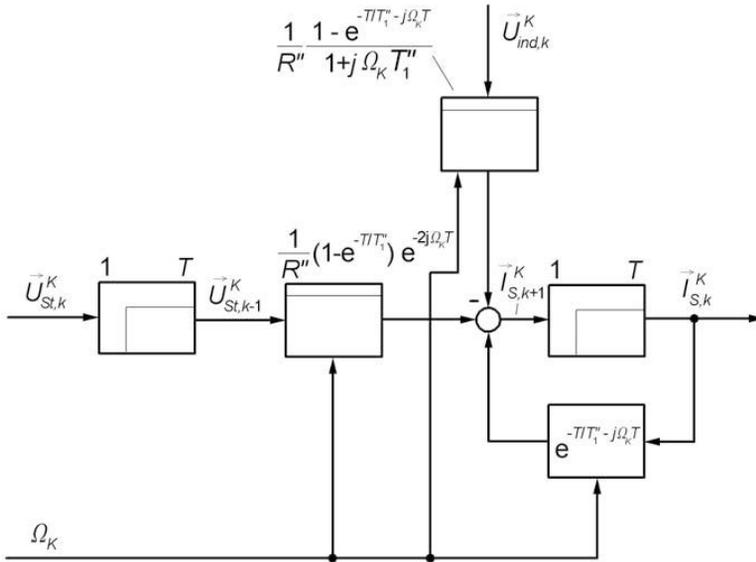


Abb. 14.109: Komplexes Strukturbild der im rotierenden Koordinatensystem K dargestellten zeitdiskreten Statorstromregelstrecke einer Asynchronk ufigl ufermaschine bzw. einer permanentmagneterregten Synchronmaschine (mit Rechen-totzeit)

lerentwurf durchgeführt werden. Um hierbei möglichst viele Freiheitsgrade zu haben und damit die Chance, das bestmögliche Einschwingverhalten zu erzielen, wird ein zeitdiskreter Zustandsregler [22, 47] eingesetzt. Sein wesentliches Merkmal besteht darin, dass sämtliche Zustandsgrößen des Systems dem Regler zur Stellgr o enerzeugung zugeführt werden. Fasst man alle Zustandsgrößen im Zustandsvektor \underline{x} sowie alle Reglerkoeffizienten bei einem System mit einer Stellgröße im Reglervektor \underline{r}^T zusammen und bezeichnet man darüber hinaus den Proportionalitätsfaktor zwischen dem Sollwert w und der Stellgröße u als Vorfilterfaktor K_V (vgl. Kap. 5.5), dann ergibt sich das Zustandsregelgesetz (5.43).

Insbesondere für den Fall, dass eine Rechen-totzeit bei der Modellierung berücksichtigt werden muss, bringt der Zustandsregler deutliche Vorteile. Denn diese Rechen-totzeit kann in Form einer zusätzlichen Raumzeigerzustandsgr o e modelliert werden, die direkt in den Reglerentwurf miteinbeziehbar ist [495, 496, 499]. Bei fehlender Rechen-totzeit könnte zwar ebenso gut ein klassischer zeitdiskreter Entkopplungsregler eingesetzt werden [502]. Aber erst mit zusätzlichen Vorsteuerungsma nahmen ist er dem Zustandsregler gleichwertig.

Als Entwurfsmethode wird das Verfahren der Pol- bzw. Eigenwertvorgabe [3, 22, 34, 47] gewählt. Es führt zu einem auf explizite Lösungen für die Reglerparameter, was wegen ihrer Abhängigkeit von der elektrischen Drehkreisfrequenz Ω_L bzw. von der Kreisfrequenz Ω_K des umlaufenden Koordinatensystems die Möglichkeit der Echtzeitberechnung eröffnet. Zum anderen tritt hier das bei

der Eigenwertvorgabe oft vorhandene Problem, dass kaum Anhaltspunkte für eine zweckmäßige Wahl der Regelungseigenwerte vorliegen, nicht auf. Denn die realisierbare Regelkreisdynamik ist bekannt und ihre Erreichbarkeit über eine passende Eigenwertkonfiguration ebenfalls.

Neben der Festlegung der Reglerstruktur und der Reglerparameter für den Fall unbegrenzter Stellgrößen in den Kapiteln 14.7.3.2 und 14.7.3.3 muss auch eine Strategie über das Verhalten des Reglers im Begrenzungsfall vorhanden sein. Eine hierfür geeignete Vorgehensweise wird in Kap. 14.7.3.4 beschrieben. Die folgenden weitergehenden Ergänzungen bzw. Modifikationen können beispielsweise in [497] nachgelesen werden:

- der Einsatz eines Sollwertfilters zur Verbesserung des Führungsverhaltens bei eingeschränkten Plazierungsmöglichkeiten für die Regelungseigenwerte;
- die Vorgabe eines unsymmetrischen Einschwingverhaltens der Stromlängs- und -querkomponente;
- die Betrachtung des Stromreglers speziell für die permanentmagneterregte, magnetisch unsymmetrische Synchronmaschine;
- die Erweiterung des Stromzustandsreglerentwurfs für Systeme mit durch Oversampling-Verfahren erfassten Strommesswerten.

14.7.3.2 Statorstromzustandsreglerentwurf ohne Berücksichtigung einer Rechentotzeit

In diesem Kapitel wird der Entwurf des Statorstromzustandsreglers für den Fall betrachtet, dass keine Rechentotzeit zu berücksichtigen ist. Außerdem wird für die Regelstrecke vorausgesetzt, dass dort keine magnetischen Unsymmetrien auftreten. Der Ausgangspunkt für den Statorstromzustandsreglerentwurf ist dann die Statorstromraumzeigerzustandsdifferenzgleichung (14.186). Allein auf ihr basierend einen Zustandsregler aufzubauen, hätte jedoch zur Folge, dass im Regelgesetz nur proportionale, aber keine integrierende Anteile enthalten wären. Stationäre Genauigkeit könnte dann bei nicht hinreichend genau bekannten Streckenparametern nicht garantiert werden. Aus diesem Grund soll der Statorstromzustandsregler grundsätzlich noch einen Integralanteil besitzen. Hierbei wird jeder Statorstromsoll- bzw. -istwertkomponente ein eigener Integrator zugeordnet und anschließend die jeweiligen Integratorausgangsgrößen wieder in einem Raumzeiger \vec{V}_I^K zusammengefasst. Die so entstehende Raumzeigerzustandsdifferenzgleichung für die Statorstromreglerintegratoren lautet

$$\vec{V}_{I,k+1}^K = \vec{V}_{I,k}^K + \vec{I}_{1,w,k}^K - \vec{I}_{1,k}^K \quad (14.191)$$

Gleichung (14.191) beschreibt, dass der Regeldifferenzraumzeiger so lange aufsummiert wird und so zu einer Veränderung von \vec{V}_I^K führt, bis die Regeldifferenzen null geworden sind. $\vec{V}_{I,k}^K$ wächst demnach bei stabilem Regelkreisverhalten so

lange an bzw. wird so lange reduziert, bis die Stellgrößen so groß geworden sind, dass sie die Regelgrößen auf dem geforderten Wert halten.

Um die Entwurfsschritte beim Eigenwertvorgabereglerentwurf auf das System anwenden zu können, das durch die Zustandsdifferenzgleichungen (14.186) und (14.191) beschrieben wird, müssen die Differenzgleichungen zunächst zu einem Gesamtsystem zusammengefasst werden. Zu diesem Zweck wird der Zustandsvektor

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} \vec{I}_1^K \\ \vec{V}_I^K \end{bmatrix} \quad (14.192)$$

gebildet und damit die Zustandsdifferenzgleichungen in der vektoriellen Form

$$\underline{x}_{k+1} = \Phi \cdot \underline{x}_k + \underline{h} \cdot \vec{U}_{St,k}^K + \underline{h}_w \cdot \vec{I}_{1,w,k}^K + \underline{h}_z \cdot \vec{U}_{ind,k}^K \quad (14.193a)$$

zusammengefasst. Φ ist darin die Transitionsmatrix, \underline{h} der zeitdiskrete Steuereingangsvektor, \underline{h}_w der zeitdiskrete Führungseingangsvektor und \underline{h}_z der zeitdiskrete Störeingangsvektor [22, 47, 497]. Ergänzt wird diese vektorielle Zustandsdifferenzgleichung noch um die Ausgangsgleichung

$$\vec{I}_{1,k}^K = \underline{c}_R^T \cdot \underline{x}_k \quad (14.193b)$$

mit dem Ausgangsvektor \underline{c}_R^T . Alle so eingeführten Koeffizientenmatrizen bzw. -vektoren werden in ihrer Gesamtheit als zeitdiskrete Systemmatrizen bezeichnet. Für die Statorstromregelstrecke ohne Rechentotzeitberücksichtigung lauten sie

$$\Phi = \begin{bmatrix} e^{-T/T_1''} - j \Omega_K T & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (14.194a)$$

$$\underline{h} = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1''} \cdot \left(1 - e^{-T/T_1''}\right) \cdot e^{-j \Omega_K T} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14.194b)$$

$$\underline{h}_w = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (14.194c)$$

$$\underline{h}_z = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_1''} \cdot \frac{1 - e^{-T/T_1''} - j \Omega_K T}{1 + j \Omega_K T_1''} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14.194d)$$

$$\underline{c}_R^T = [1 \quad 0] \quad (14.194e)$$

was anhand eines Koeffizientenvergleichs zwischen den Gleichungen (14.186), (14.187) und (14.193a) sowie durch Einsetzen der Gleichungen (14.192) und (14.194e) in Gl. (14.193b) unmittelbar ersichtlich ist.

Beim Eigenwertvorgabereglerentwurf [22, 47, 497] muss aus den Systemmatrizen der Gesamtstrecke, d. h. der eigentlichen Regelstrecke einschließlich der Erweiterung um die Reglerintegratoren, im nächsten Schritt die Steuerbarkeitsmatrix \mathbf{Q}_S erstellt werden. Für die Statorstromregelstrecke lautet sie wegen der Gesamtsystemordnung $n = 2$

$$\mathbf{Q}_S = \begin{bmatrix} \underline{h} & \Phi \cdot \underline{h} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1''} \cdot \left(1 - e^{-T/T_1''}\right) \cdot e^{-j\Omega_K T} & \frac{1}{R_1''} \cdot \left(1 - e^{-T/T_1''}\right) \cdot e^{-T/T_1''} - j2\Omega_K T \\ 0 & -\frac{1}{R_1''} \cdot \left(1 - e^{-T/T_1''}\right) \cdot e^{-j\Omega_K T} \end{bmatrix}$$

Sie muss anschließend invertiert und der letzte Zeilenvektor der Inversen weiterverarbeitet werden. Für diesen mit \underline{t}_1^T bezeichneten letzten Zeilenvektor von \mathbf{Q}_S^{-1} erhält man das Ergebnis:

$$\underline{t}_1^T = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{R_1'' \cdot e^{j\Omega_K T}}{1 - e^{-T/T_1''}} \end{bmatrix}$$

Als weitere Zwischenergebnisse fallen die Zeilenvektoren

$$\underline{t}_2^T = \underline{t}_1^T \cdot \Phi = \begin{bmatrix} \frac{R_1'' \cdot e^{j\Omega_K T}}{1 - e^{-T/T_1''}} & -\frac{R_1'' \cdot e^{j\Omega_K T}}{1 - e^{-T/T_1''}} \end{bmatrix}$$

$$\underline{t}_2^T \cdot \Phi = \begin{bmatrix} \frac{R_1'' \cdot e^{j\Omega_K T} \cdot \left(1 + e^{-T/T_1''} - j\Omega_K T\right)}{1 - e^{-T/T_1''}} & -\frac{R_1'' \cdot e^{j\Omega_K T}}{1 - e^{-T/T_1''}} \end{bmatrix}$$

an. Schließlich müssen noch die Koeffizienten des charakteristischen Polynoms des geregelten Systems über die zeitdiskrete, nachfolgend mit z_R bezeichneten Regelungseigenwerte festgelegt werden. Diesbezüglich ist sowohl die Entkopplung des Real- und Imaginärteils des Statorstromraumzeigers anzustreben als auch ein schnelles Einschwingen der Statorstromkomponenten auf ihre Sollwerte. Wie im Laufe dieses Abschnitts noch gezeigt wird, ist die Voraussetzung für die Entkopplung der Statorstromkomponenten die Vorgabe reeller zeitdiskreter Regelungseigenwerte. Darüber hinaus lässt sich jedem reellen zeitdiskreten Regelungseigenwert über die Beziehung

$$z_R = e^{-T/T_w} \tag{14.195}$$

eine Zeitkonstante T_w zuordnen. Über ihre Vorgabe lässt sich dann das Einschwingverhalten gezielt und einfach handhabbar festlegen. Da es sich beim obigen Regelkreis um ein System zweiter Ordnung handelt, sind bei der Eigenwertvorgabe zwei Regelungseigenwerte, $z_{R,1}$ und $z_{R,2}$ bzw. die zugehörigen Zeitkonstanten $T_{w,1}$ und $T_{w,2}$, vorzugeben. Der zweite Regelungseigenwert kann allerdings in der resultierenden Führungsübertragungsfunktion, wie an späterer Stelle noch gezeigt wird, durch eine ebenso große Zählernullstelle kompensiert werden und spielt deshalb für das Führungsverhalten keine Rolle. Die Dynamik des Führungsverhaltens wird dann ausschließlich über den Regelungseigenwert $z_{R,1}$ bestimmt.

Mit Hilfe der auf die obige Weise festgelegten Regelungseigenwerte lassen sich nun die Koeffizienten $a_{R,0}, \dots, a_{R,n-1}$ des charakteristischen Polynoms des geregelten Systems berechnen. Man erhält für die Systemordnung $n = 2$ das Ergebnis

$$(z - z_{R,1}) \cdot (z - z_{R,2}) = z^2 - (z_{R,1} + z_{R,2})z + z_{R,1}z_{R,2} = z^2 + a_{R,1}z + a_{R,0}$$

mit

$$\begin{aligned} a_{R,0} &= z_{R,1}z_{R,2} \\ a_{R,1} &= -z_{R,1} - z_{R,2} \end{aligned}$$

Unter Einbeziehung aller Vorabberechnungen ergibt sich schließlich für $n = 2$ der Reglervektor [22, 47, 497]

$$\begin{aligned} \underline{r}^T &= a_{R,0} \cdot \underline{t}_1^T + a_{R,1} \cdot \underline{t}_2^T + \underline{t}_2^T \cdot \Phi \\ &= \frac{R_1'' \cdot e^{j\Omega_K T}}{1 - e^{-T/T_1''}} \\ &\quad \cdot \left(e^{-T/T_1''} - j\Omega_K T + 1 - z_{R,1} - z_{R,2} - (1 - z_{R,1}) \cdot (1 - z_{R,2}) \right) \end{aligned} \tag{14.196}$$

Das Regelgesetz lautet demnach und gemäß Gl. (5.43)

$$\vec{U}_{St,k}^K = K_V \cdot \vec{I}_{1,w,k}^K - K_P \cdot \vec{I}_1^K + K_I \cdot \vec{V}_{I,k}^K \tag{14.197}$$

mit dem Proportionalbeiwert

$$K_P = \frac{R_1'' \cdot e^{j\Omega_K T}}{1 - e^{-T/T_1''}} \cdot \left(e^{-T/T_1''} - j\Omega_K T + 1 - z_{R,1} - z_{R,2} \right) \tag{14.198a}$$

und dem Integrationsbeiwert

$$K_I = \frac{R_1'' \cdot e^{j\Omega_K T}}{1 - e^{-T/T_1''}} \cdot (1 - z_{R,1}) \cdot (1 - z_{R,2}) \tag{14.198b}$$

Zu beachten ist hierbei, dass der den Integriererausgangsgrößen zugeordnete Reglerkoeffizient in Gl. (14.196) ein Minuszeichen enthält, wohingegen in Gl. (14.198b) dieses Minuszeichen nicht auftritt. Das liegt daran, dass beim allgemeinen Zustandsregelgesetz (5.43) alle Zustandsgrößen negiert in die Stellgrößenberechnung eingehen, während beim klassischen Aufbau eines Reglers, wie er eher Gl. (14.197) zugrundeliegt, die Integriererausgangsgröße nicht negiert auf die Stellgröße einwirkt.

Noch nicht festgelegt ist bisher der Vorfilterfaktor K_V . Er kann frei vorgegeben werden, zumal die stationäre Genauigkeit durch die Integratoren sichergestellt ist. Um eine günstige Wahl für K_V zu finden, ist es zweckmäßig, zunächst die z-Führungsübertragungsfunktion $G_{w,z}(z)$ zwischen dem z-transformierten Statorstromsollwertraumzeiger $\vec{I}_{1,w,z}^K(z)$ und dem z-transformierten Statorstromistwertraumzeiger $\vec{I}_{1,z}^K(z)$ aus der Zustandsraumdarstellung zu gewinnen. Diesbezüglich erhält man durch Einsetzen des Regelgesetzes (14.197) in die Zustandsdifferenzengleichung (14.193a) bei Vernachlässigung der Störgrößen, anschließender z-Transformation, Auflösen der z transformierten Gleichung nach $\underline{X}_z(z)$ und Einsetzen des Ergebnisses in die z-transformierte Ausgangsgleichung (14.193b) das Resultat

$$\begin{aligned} G_{w,z}(z) &= \underline{x}_R^T \cdot (z \cdot \mathbf{E} - \Phi + \underline{h} \underline{L}^T)^{-1} \cdot (\underline{h} \cdot K_V + \underline{L}_w) \\ &= \frac{(z-1) \cdot K_V \cdot \frac{(1 - e^{-T/T_1''}) \cdot e^{-j \Omega_K T}}{R_1''} + (1 - z_{R,1}) \cdot (1 - z_{R,2})}{(z - z_{R,1}) \cdot (z - z_{R,2})} \end{aligned} \quad (14.199)$$

Zur Optimierung des Führungsverhaltens bietet es sich nun an, den Pol bzw. Eigenwert $z_{R,2}$ durch eine entsprechende Vorgabe von K_V zu kürzen. Das gelingt durch die Festlegung

$$K_V = \frac{R_1'' \cdot e^{j \Omega_K T}}{1 - e^{-T/T_1''}} \cdot (1 - z_{R,1}) \quad (14.200)$$

Als z-Führungsübertragungsfunktion ergibt sich dadurch

$$G_{w,z}(z) = \frac{\vec{I}_{1,z}^K(z)}{\vec{I}_{1,w,z}^K(z)} = \frac{1 - z_{R,1}}{z - z_{R,1}} \quad (14.201)$$

Die zugehörige Differenzengleichung lautet demnach

$$\vec{I}_{1,k+1}^K - z_{R,1} \cdot \vec{I}_{1,k}^K = (1 - z_{R,1}) \cdot \vec{I}_{1,w,k} \quad (14.202)$$

Aus Gleichung (14.202) geht nun, wie bereits angedeutet, hervor, dass eine Änderung im Real- oder Imaginärteil des Statorstromsollwertraumzeigers genau

dann ausschließlich eine Änderung im Real- bzw. Imaginärteil des Statorstromwerttraumzeigers zur Folge hat, wenn der Regelungseigenwert $z_{R,1}$ reell ist – d. h. zur Entkopplung der Statorstromregelstrecke muss $z_{R,1}$ reell sein. Um auch bei nicht exakter Kompensation des zweiten Regelungseigenwertes die Gefahr einer Verkopplung der Regelgrößen zu reduzieren, sollte auch $z_{R,2}$ als reelle Zahl vorgegeben werden.

Mit dem Regelgesetz (14.197) sowie den in den Gleichungen (14.198a), (14.198b) und (14.200) angegebenen Reglerkoeffizienten gelingt es, die über die zeitdiskreten Regelungseigenwerte $z_{R,1}$ und $z_{R,2}$ vorgegebene Dynamik zu erzielen. Das gilt sowohl für das Führungs- als auch für das Störverhalten. Wird der Antrieb schnell beschleunigt oder verzögert, dann ändern sich allerdings die als Störgrößen wirkenden induzierten Spannungen so stark, dass die Reglerintegratoren nicht mehr in der Lage sind, die entstehenden Regelabweichungen sofort auszuregeln. Es bleibt dann während des Beschleunigungs- bzw. Verzögerungsvorgangs eine ständige Regelabweichung bestehen. Sie ist bei Vorhandensein der mit Gl. (14.197) beschriebenen Reglerstruktur erforderlich, damit die Reglerintegratoren die Steuerspannungen weiterhin an die sich ändernden Störgrößen anpassen können. Um das auch bei fehlender Regelabweichung zu ermöglichen, müssen die Steuerspannungen über eine Störgrößenaufschaltung vorgesteuert werden [497]. Hierzu muss das Regelgesetz (14.197) um das Produkt aus Verstärkungsfaktor K_z der Störgrößenaufschaltung und der Störgröße $\vec{U}_{ind,k}^K$ erweitert werden. Für das erweiterte Regelgesetz gilt dann die Beziehung

$$\vec{U}_{St,k}^K = K_V \cdot \vec{I}_{1,w,k}^K - K_P \cdot \vec{I}_{1,k}^K + K_I \cdot \vec{V}_{I,k}^K + K_z \cdot \vec{U}_{ind,k}^K \quad (14.203)$$

In die Streckenzustandsdifferenzgleichung (14.193a) eingesetzt, folgt daraus die Zustandsdifferenzgleichung

$$\underline{x}_{k+1} = (\Phi - \underline{h} \underline{r}^T) \cdot \underline{x}_k + (\underline{h} K_V + \underline{h}_w) \cdot \vec{I}_{1,w,k}^K + (\underline{h} K_z + \underline{h}_z) \cdot \vec{U}_{ind,k}^K \quad (14.204)$$

des geregelten Systems. Damit sie unabhängig vom Raumzeiger der induzierten Spannungen wird, muss $\underline{h} K_z + \underline{h}_z$ zu null gesetzt werden. Daraus folgt schließlich das Ergebnis

$$K_z = \frac{e^{j \Omega_K T}}{1 - e^{-T/T_1''}} \cdot \frac{1 - e^{-T/T_1''} - j \Omega_K T}{1 + j \Omega_K T_1''} \quad (14.205)$$

Damit sind alle Reglerparameter für den Statorstromzustandsregler ohne berücksichtigte Rechenzeit bestimmt. Abschließend bleibt diesbezüglich darauf hinzuweisen, dass in [497] ein anderer, weniger formaler Weg zur Reglerparameterberechnung beschrritten wurde. Im Ergebnis werden jedoch dieselben Reglerkoeffizienten ermittelt wie die hier angegebenen.

Zur Veranschaulichung des beschriebenen Regelgesetzes (14.203) zeigt Abb. 14.110 das zugehörige komplexe Strukturbild. Um sich auf das Wesentliche konzentrieren zu können, sind die im Zuge der Stellgrößenbegrenzung erforderlichen Maßnahmen dort noch nicht enthalten (siehe hierzu Kap. 14.7.3.4).

Ebenso fehlt der zeichnerische Hinweis, dass sämtliche Reglerkoeffizienten von der Winkelgeschwindigkeit Ω_K des rotierenden Koordinatensystems abhängen. Darüber hinaus ist der Integrationsbeiwert K_I , wie bei Reglerrealisierungen üblich, vor die eigentliche Integration verlagert worden.

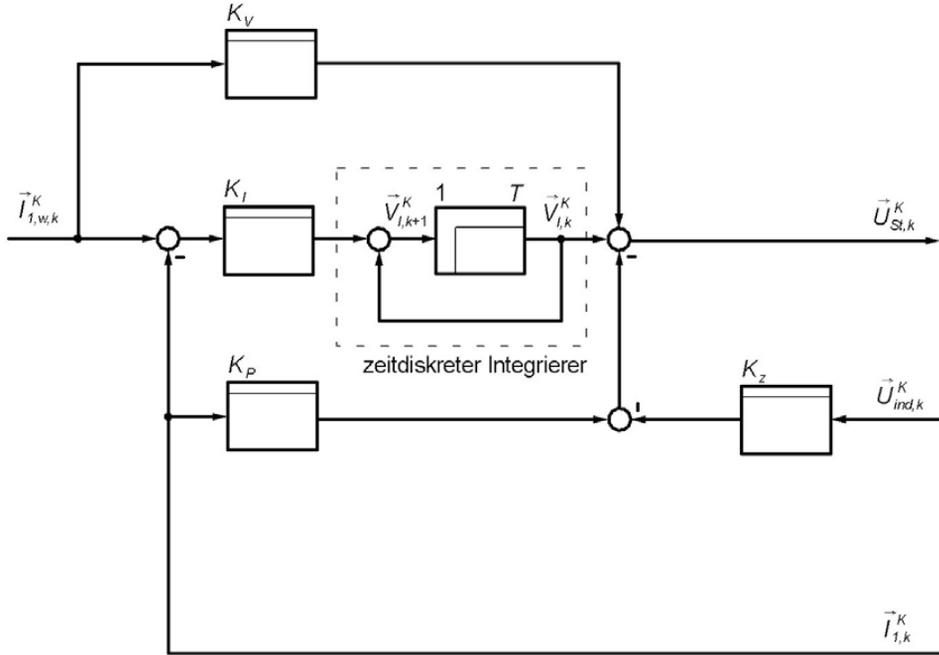


Abb. 14.110: Komplexes Strukturbild des Statorstromzustandsreglers ohne Berücksichtigung einer Rechenzeit sowie ohne Stellgrößenbegrenzung und Führungsgrößenkorrektur

Zur Beurteilung der Leistungsfähigkeit des beschriebenen Statorstromzustandsregelverfahrens zeigt Abb. 14.111 das Einschwingverhalten der Statorstromkomponenten I_{1A} und I_{1B} einer wechselrichtergespeisten Asynchronkäfigläufermaschine (Nennstrom $I_{1,Nenn} = 11,6$ A) bei Anregung durch die Statorstromsollwertquerkomponente $I_{1B,w}$ und Einstellung der dynamisch hochwertigsten Eigenwertkonfiguration. Gemäß [497] ist das ein doppelter Regelungseigenwert in $z_R = 0$, was sich auch anhand von Gl. (14.195) leicht nachvollziehen lässt. Ein Regler mit einer derartigen Eigenwertlage wird auch als Dead-Beat-Regler oder Regler mit endlicher Einstellzeit bezeichnet. Bei ihm ist der Einschwingvorgang der Regelgröße bei genauer Streckenkenntnis nach spätestens n Abtastschritten abgeschlossen [22, 47]. Für die Statorstromsollwertvorgabe wurde ausgehend vom stationären Zustand ein Querstromsollwertwechsel von $I_{1B,w} = 0$ zunächst auf $I_{1B,w} = 5$ A und dann wieder auf $I_{1B,w} = 0$ gewählt. Zu Beginn der Querstromsollwertänderung besitzt der Antrieb die Statorfrequenz $f_1 = 20$ Hz. Er wird mit einer Schaltfrequenz von 8

kHz betrieben. Die Abtastung erfolgt nur zu Beginn der Schaltperiode, d. h. es gilt $T = T_{PWM}$.

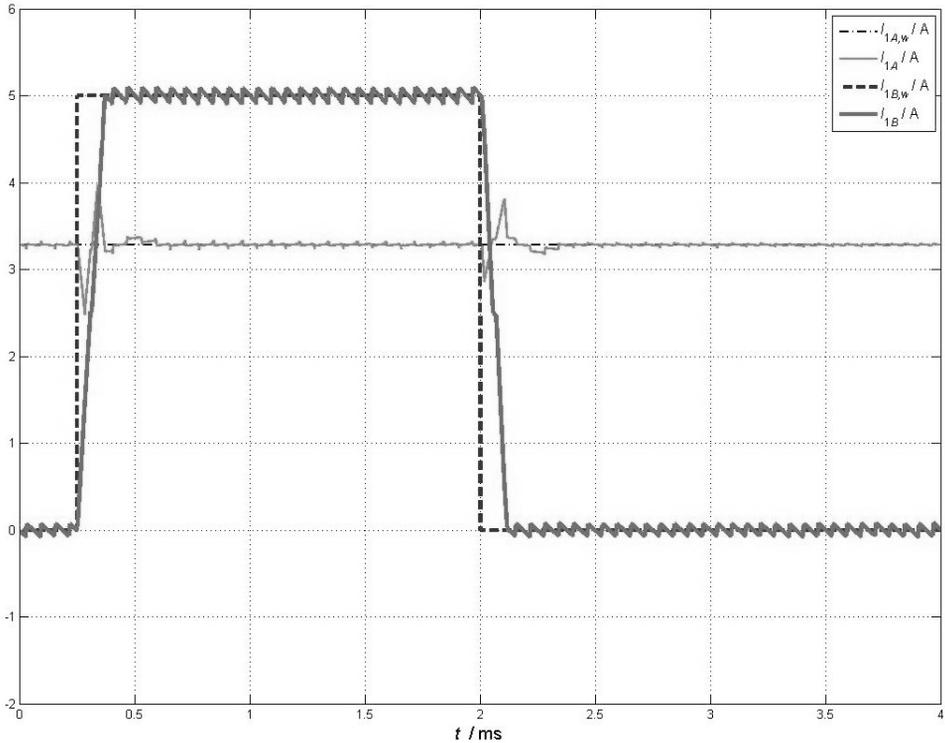


Abb. 14.111: *Simulierter Verlauf von $I_{1A,w}$, I_{1A} und I_{1B} bei sprungförmiger Änderung von $I_{1B,w}$, endlicher Einstellzeit des Statorstromzustandsreglers und anfangs mit 20 Hz drehender Asynchronkäfigläufermaschine (ohne Rechentotzeit)*

Bei den in Abb. 14.111 gezeigten Verläufen handelt es sich um Simulationen. Dieses Darstellungsmittel wurde hier gewählt, weil reale Einschwingvorgänge von zahlreichen unerwünschten Nebeneffekten beeinflusst sein können und dann das prinzipiell mögliche Einschwingverhalten nicht mehr in der gewünschten Deutlichkeit dokumentiert werden kann. Weichen beispielsweise die in der Regelung angenommenen Streckenparameter von den tatsächlichen Streckenparametern ab, dann ist die Einschwingzeit bei einer gewünschten Eigenwertlage in $z = 0$ nicht mehr endlich. Auch können Messstörungen Abweichungen vom angestrebten Verlauf bewirken. Darüber hinaus lassen sich bei einem realen, mit einem gewöhnlichen Prozessor geregelten Antrieb die Verläufe der Statorstromkomponenten zwischen den Abtastzeitpunkten nicht ermitteln und somit auch nicht darstellen, was jedoch in den Abbildungen in diesem Kapitel sowie in den nachfolgenden angestrebt wird. Darüber hinaus müsste beim realen Antrieb die Zwischenkreisspannung unverhältnismäßig hoch gewählt werden, um zu verhindern, dass die Stromreglerausgangsgrößen bei den gewählten

Sollwertsprüngen nicht in die Begrenzung geraten, da im Begrenzungsfall ein unverfälschter Blick auf die Sprungantworten nicht möglich ist. Aus dem gleichen Grund wurde der Magnetisierungsstrom im dargestellten Betriebspunkt gegenüber dem Nennwert halbiert. Um dennoch zu zeigen, welche realen Einschwingvorgänge mit einem Statorstromzustandsregler erzielbar sind, werden den Simulationsergebnissen in Kap. 14.7.3.4 reale Stromverläufe gegenübergestellt.

Wie aus Abb. 14.111 hervorgeht, erreicht der Querstromwert seinen Sollwert tatsächlich innerhalb eines Abtastintervalls, und zwar ohne den Längsstromwert in den Abtastzeitpunkten nennenswert zu beeinflussen. Die im Verlauf von I_{1A} erkennbaren Ausreißer treten im Wesentlichen nur innerhalb der Abtastintervalle auf. Die Abtastwerte sind davon weitgehend unberührt.

Damit auch erkennbar ist, dass über die Konfiguration der Regelungseigenwerte die Dynamik der Statorstromregelung über einen weiten Bereich eingestellt werden kann, stellt Abb. 14.112 schließlich noch den simulierten Fall dar, dass die Einschwingzeitkonstanten $T_{w,1}$ und $T_{w,2}$ des Stromreglers auf jeweils 0,25 ms eingestellt sind. Bezüglich der Anfangsbedingungen entspricht die Abbildung 14.112 der Abbildung 14.111.

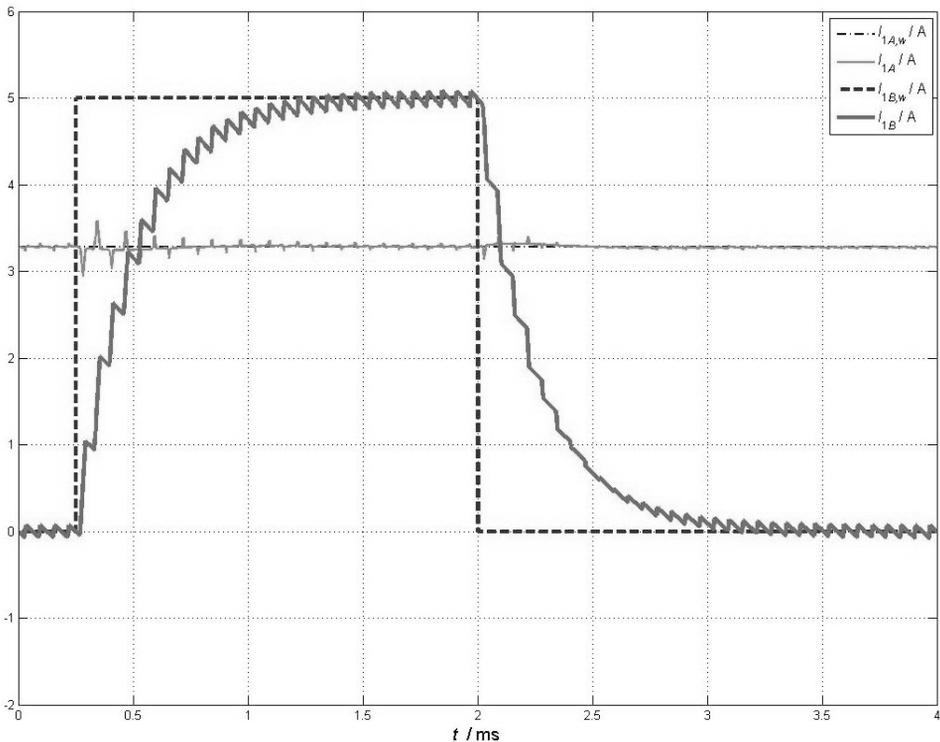


Abb. 14.112: Simulierter Verlauf von $I_{1A,w}$, I_{1A} und I_{1B} bei sprungförmiger Änderung von $I_{1B,w}$, Statorstromregelkreiseinschwingzeiten von 0,25 ms und anfangs mit 20 Hz drehender Asynchronkäfigläufermaschine (ohne Rechentotzeit)

Auch im Fall nicht verschwindender Regelungseigenwerte erreicht der Istwert I_{1B} den Sollwert $I_{1B,w}$ überschwingungsfrei und asymptotisch nach der vorgegebenen Einschwingzeit, und zwar ebenfalls ohne Beeinflussung von I_{1A} in den Abtastzeitpunkten. Die beim Reglerentwurf aufgestellten Anforderungen an den Statorstromregelkreis sind somit vollständig erfüllt.

14.7.3.3 Statorstromzustandsreglerentwurf unter Berücksichtigung einer Rechentzeit

Enthält das Statorstromregelstreckenmodell eine Rechentzeit, dann muss der im vorangehenden Kapitel beschriebene Statorstromreglerentwurf modifiziert werden. Bei weiterhin vorausgesetzter Symmetrie der Regelstrecke ist im Fall einer Rechentzeit von einem Abtastintervall die Statorstromraumzeigerzustandsdifferenzgleichung (14.190) die Grundlage für die weiteren Betrachtungen. Da in ihr der Steuerspannungsraumzeiger den Zeitindex $k - 1$ aufweist, muss er zur Herstellung der formalen Voraussetzungen für die Durchführung des Zustandsreglerentwurfsverfahrens zunächst durch einen Ausdruck mit dem Zeitindex k ersetzt werden. Hierzu wird nachfolgend der Raumzeiger \vec{V}_T^K definiert. Für die Realisierung des Zustandsregelgesetzes hat es sich diesbezüglich als vorteilhaft erweisen, für \vec{V}_T^K die Zustandsdifferenzgleichung

$$\vec{V}_{T,k+1}^K = e^{-j 2\Omega_K T} \cdot \vec{U}_{St,k}^K - \frac{1 - e^{-T/T_1''} - j \Omega_K T}{(1 - e^{-T/T_1''}) \cdot (1 + j \Omega_K T_1'')} \cdot \vec{U}_{ind,k}^K \tag{14.206}$$

zu verwenden (siehe hierzu auch den Text unmittelbar nach Abb. 14.113 und vor Abb. 14.116). Schreibt man sie für den Zeitindex k anstatt $k + 1$ an, löst sie anschließend nach $e^{-j 2\Omega_K T} \cdot \vec{U}_{St,k-1}^K$ auf und setzt das Resultat in Gl. (14.190) ein, dann folgt daraus die Statorstromraumzeigerdifferenzgleichung

$$\begin{aligned} \vec{I}_{1,k+1}^K &= e^{-T/T_1''} - j \Omega_K T \cdot \vec{I}_{1,k}^K + \frac{1}{R_1''} \cdot (1 - e^{-T/T_1''}) \cdot \vec{V}_{T,k}^K \\ &\quad - \frac{1}{R_1''} \cdot \frac{1 - e^{-T/T_1''} - j \Omega_K T}{1 + j \Omega_K T_1''} \cdot (\vec{U}_{ind,k}^K - \vec{U}_{ind,k-1}^K) \end{aligned} \tag{14.207}$$

Die Gleichungen (14.206) und (14.207) stellen nun zusammen mit Gl. (14.191) das dem Reglerentwurf zugrundezulegende Zustandsdifferenzgleichungssystem dar. Unter Verwendung des Zustandsvektors

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} \vec{I}_1^K \\ \vec{V}_T^K \\ \vec{V}_I^K \end{bmatrix} \tag{14.208}$$

sowie unter der Annahme $\vec{U}_{ind,k-1}^K \approx \vec{U}_{ind,k}^K$ lässt es sich wiederum mit den allgemeinen Zustandsgleichungen (14.193a) und (14.193b) ausdrücken. Allerdings gelten dann für die Systemmatrizen die Festlegungen:

$$\Phi = \begin{bmatrix} e^{-T/T_1''} - j \Omega_K T & \frac{1 - e^{-T/T_1''}}{R_1''} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (14.209a)$$

$$\underline{h} = \begin{bmatrix} 0 \\ e^{-j 2\Omega_K T} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14.209b)$$

$$\underline{h}_{uv} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (14.209c)$$

$$\underline{h}_z = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1 - e^{-T/T_1''} - j \Omega_K T}{(1 - e^{-T/T_1''}) \cdot (1 + j \Omega_K T_1'')} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14.209d)$$

$$\underline{c}_R^T = [1 \quad 0 \quad 0] \quad (14.209e)$$

Auf der Grundlage dieser Systemmatrizen können nun die Koeffizienten des Statorstromzustandsreglers auf die gleiche prinzipielle Art wie in Kap. 14.7.3.2 berechnet werden. Hierzu muss als erstes wiederum die Steuerbarkeitsmatrix \mathbf{Q}_S ermittelt werden.

Wegen der Systemordnung $n = 3$ lautet sie in diesem Fall

$$\mathbf{Q}_S = [\underline{h} \quad \Phi \cdot \underline{h} \quad \Phi^2 \cdot \underline{h}]$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & \frac{e^{-j2\Omega_K T}}{R_1''} \cdot (1 - e^{-T/T_1''}) & \frac{e^{-T/T_1'' - j2\Omega_K T}}{R_1''} \cdot (1 - e^{-T/T_1''}) \\ e^{-j2\Omega_K T} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{e^{-j\Omega_K T}}{R_1''} \cdot (1 - e^{-T/T_1''}) \end{bmatrix}$$

Die Invertierung von \mathbf{Q}_S und das Ausschneiden der letzten Zeile der Inversen liefern dann den Zeilenvektor

$$\underline{t}_1^T = e^{j2\Omega_K T} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{R_1''}{1 - e^{-T/T_1''}} \end{bmatrix}$$

Die fortgesetzte Multiplikation dieses Vektors von rechts mit Φ führt schließlich auf die Zwischenergebnisse

$$\underline{t}_2^T = \underline{t}_1^T \cdot \Phi = e^{j2\Omega_K T} \cdot \begin{bmatrix} \frac{R_1''}{1 - e^{-T/T_1''}} & 0 & -\frac{R_1''}{1 - e^{-T/T_1''}} \end{bmatrix}$$

$$\underline{t}_3^T = \underline{t}_2^T \cdot \Phi = e^{j2\Omega_K T} \cdot \begin{bmatrix} \frac{R_1'' \cdot (1 + e^{-T/T_1'' - j\Omega_K T})}{1 - e^{-T/T_1''}} & 1 & -\frac{R_1''}{1 - e^{-T/T_1''}} \end{bmatrix}$$

$$\underline{t}_3^T \cdot \Phi = e^{j2\Omega_K T} \cdot$$

$$\cdot \begin{bmatrix} \frac{R_1'' \cdot \left(1 + e^{\frac{T}{T_1''} - j\Omega_K T} + e^{\frac{-2T}{T_1''} - j2\Omega_K T} \right)}{1 - e^{\frac{-T}{T_1''}}} & 1 + e^{\frac{-T}{T_1''} - j\Omega_K T} & -\frac{R_1''}{1 - e^{\frac{-T}{T_1''}}} \end{bmatrix}$$

Im nächsten Entwurfsschritt müssen die Koeffizienten des charakteristischen Polynoms des geschlossenen Statorstromregelkreises bestimmt werden. Ausgangspunkt hierfür sind wiederum die vorzugebenden zeitdiskreten Regelungseigenwerte. Wegen der Systemordnung $n = 3$ hat man drei Regelungseigenwerte festzulegen. Diesbezüglich ist zu beachten, dass wegen der Rechenzeit von einem Abtastintervall auch in der Sprungantwort des geschlossenen Regelkreises diese Totzeit enthalten sein wird. Es bietet sich deshalb an, einen der drei Regelungseigenwerte, z. B. $z_{R,3}$, nach $z = 0$ zu legen, da ein Regelungseigenwert im Ursprung der z -Ebene eine Totzeit von einem Abtastintervall beschreibt. Die verbleibenden Regelungseigenwerte können dann entsprechend Gl. (14.195) in Abhängigkeit vom gewünschten dynamischen Verhalten und von den zu erwartenden Messstörungen festgelegt werden.

Insgesamt erhält man auf diese Weise das charakteristische Polynom

$$\begin{aligned}(z - z_{R,1}) \cdot (z - z_{R,2}) \cdot z &= z^3 - (z_{R,1} + z_{R,2}) z^2 + z_{R,1} z_{R,2} z \\ &= z^3 + a_{R,2} z^2 + a_{R,1} z + a_{R,0}\end{aligned}$$

mit den zugehörigen Koeffizienten

$$\begin{aligned}a_{R,0} &= 0 \\ a_{R,1} &= z_{R,1} z_{R,2} \\ a_{R,2} &= -z_{R,1} - z_{R,2}\end{aligned}$$

Werden sie schließlich in die für $n = 3$ gültige Reglervektorbestimmungsgleichung

$$\underline{r}^T = a_{R,0} \cdot \underline{t}_1^T + a_{R,1} \cdot \underline{t}_2^T + a_{R,2} \cdot \underline{t}_3^T + \underline{t}_3^T \cdot \Phi$$

eingesetzt [22, 47, 497], dann ergibt sich das Resultat

$$\underline{r}^T = \begin{bmatrix} K_P & K_T & -K_I \end{bmatrix} \quad (14.210a)$$

mit den beiden Proportionalbeiwerten

$$K_P = \frac{R_1'' \cdot e^{j2\Omega_K T}}{1 - e^{-T/T_1''}} \quad (14.210b)$$

$$\cdot \left((1 - z_{R,1}) \cdot (1 - z_{R,2}) + e^{-T/T_1'' - j\Omega_K T} \cdot \left(e^{-T/T_1'' - j\Omega_K T} + 1 - z_{R,1} - z_{R,2} \right) \right)$$

$$K_T = e^{j2\Omega_K T} \cdot \left(e^{-T/T_1'' - j\Omega_K T} + 1 - z_{R,1} - z_{R,2} \right) \quad (14.210c)$$

dem Integrationsbeiwert

$$K_I = \frac{R_1'' \cdot e^{j2\Omega_K T}}{1 - e^{-T/T_1''}} \cdot (1 - z_{R,1}) \cdot (1 - z_{R,2}) \quad (14.210d)$$

und dem daraus gebildeten Regelgesetz

$$\vec{U}_{St,k}^K = K_V \cdot \vec{I}_{1,w,k}^K - K_P \cdot \vec{I}_{1,k}^K - K_T \cdot \vec{V}_{T,k}^K + K_I \cdot \vec{V}_{I,k}^K + K_z \cdot \vec{U}_{ind,k}^K \quad (14.211)$$

Der noch nicht festgelegte Vorfilterfaktor K_V lässt sich mit Hilfe der gleichen prinzipiellen Vorgehensweise bestimmen, wie sie in Kap. 14.7.3.2 angewendet wurde, d. h. es wird wiederum die z-Führungsübertragungsfunktion zwischen dem z-transformierten Statorstromsollwertraumzeiger $\vec{I}_{1,w,z}^K(z)$ und dem z-transformierten Statorstromistwertraumzeiger $\vec{I}_{1,z}^K(z)$ erstellt und anschließend K_V so festgelegt, dass sich ein Pol der z-Führungsübertragungsfunktion kürzen

lässt. Auf diese Weise erhält man für die z-Führungsübertragungsfunktion zunächst das Resultat (vgl. Gl. (14.199))

$$\begin{aligned}
 G_{w,z}(z) &= \underline{c}_R^T \cdot (z \cdot \mathbf{E} - \Phi + \underline{h} \underline{r}^T)^{-1} \cdot (\underline{h} \cdot K_V + \underline{h}_w) \\
 &= \frac{(z-1) \cdot K_V \cdot \frac{\left(1 - e^{-T/T_1''}\right) \cdot e^{-j2\Omega_K T}}{R_1''} + (1 - z_{R,1}) \cdot (1 - z_{R,2})}{(z - z_{R,1}) \cdot (z - z_{R,2}) \cdot z}
 \end{aligned} \tag{14.212}$$

Durch die Wahl

$$K_V = \frac{R_1'' \cdot e^{j2\Omega_K T}}{1 - e^{-T/T_1''}} \cdot (1 - z_{R,1}) \tag{14.213}$$

kann dann der Linearfaktor $z - z_{R,2}$ gekürzt werden. Für die z-Führungsübertragungsfunktion folgt dadurch das Endergebnis

$$G_{w,z}(z) = \frac{\vec{I}_{1,z}^K(z)}{\vec{I}_{1,w,z}^K(z)} = \frac{1 - z_{R,1}}{(z - z_{R,1}) \cdot z} \tag{14.214}$$

Als Differenzengleichung ergibt sich daraus die Beziehung

$$\vec{I}_{1,k+2}^K - z_{R,1} \cdot \vec{I}_{1,k+1}^K = (1 - z_{R,1}) \cdot \vec{I}_{1,w,k} \tag{14.215}$$

Die Gleichungen (14.214) und (14.215) machen erneut deutlich, dass zur Entkopplung der Statorstromregelstrecke $z_{R,1}$ reell sein muss (vgl. auch Kap. 14.7.3.2).

Um den Einfluss der Störgrößen bei Beschleunigungs- und Verzögerungsvorgängen ebenso im Fall einer Rechentotzeit von einem Abtastintervall möglichst klein zu halten, ist auch hier eine Störgrößenaufschaltung vorzusehen. Da die Zustandsdifferenzgleichung des Gesamtsystems für $\vec{U}_{ind,k-1}^K \approx \vec{U}_{ind,k}^K$ weiterhin durch Gl. (14.204) beschrieben wird, muss erneut der Verstärkungsfaktor K_z so gewählt werden, dass der in Gl. (14.204) enthaltene Ausdruck $\underline{h} K_z + \underline{h}_z$ null wird. Wegen der Gültigkeit der Gleichungen (14.209b) und (14.209d) folgt aus dieser Forderung das Resultat

$$K_z = \frac{e^{j2\Omega_K T}}{1 - e^{-T/T_1''}} \cdot \frac{1 - e^{-T/T_1''} - j\Omega_K T}{1 + j\Omega_K T_1''} \tag{14.216}$$

Zur Veranschaulichung des Regelgesetzes (14.211) sowie den beiden im Regler zu implementierenden Zustandsdifferenzgleichungen (14.191) und (14.206) zeigt Abb. 14.113 das zugehörige komplexe Strukturbild. Darin sind die für die Stellgrößenbegrenzung erforderlichen Maßnahmen noch nicht enthalten (siehe hierzu Kap. 14.7.3.4). Ebenso fehlt aus Gründen der Übersichtlichkeit der zeichnerische

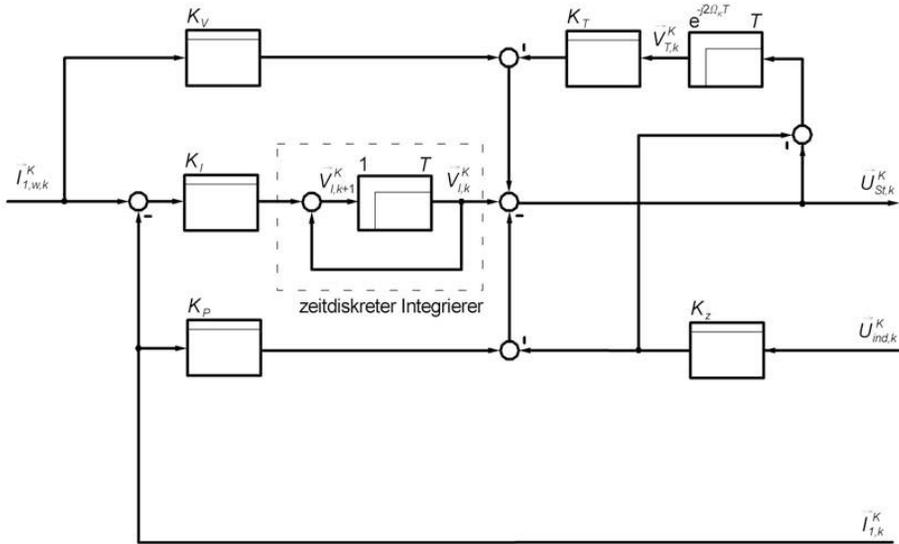


Abb. 14.113: Komplexes Strukturbild des Statorstromzustandsreglers unter Berücksichtigung einer Rechentotzeit von einem Abtastintervall, aber ohne Stellgrößenbegrenzung und Führungsgrößenkorrektur

Hinweis, dass sämtliche Reglerkoeffizienten von der Winkelgeschwindigkeit Ω_K des rotierenden Koordinatensystems abhängen. Auch ist wieder der Integrationsbeiwert K_I vor die eigentliche Integration verschoben worden.

Anhand der Abbildung 14.113 ist nun auch erkennbar, worin einer der Vorteile der in Gl. (14.206) zugrundegelegten Definition der Zustandsgröße $\vec{V}_{T,k}^K$ liegt. Denn für die Ermittlung von $\vec{V}_{T,k+1}^K$ muss dann lediglich die Ausgangsgröße des Proportionalglieds mit der Verstärkung K_z von $\vec{U}_{St,k}^K$ subtrahiert und die so erhaltene Differenz mit $e^{-j 2\Omega_K T}$ multipliziert werden.

Um zu dokumentieren, dass mit einem Statorstromzustandsregler, der für eine Regelstrecke mit Rechentotzeit entworfen wurde, ein ebenso gutes Einschwingverhalten erzielbar ist wie bei einem Statorstromregelkreis ohne Rechentotzeit – wenn man von der zusätzlichen Verzögerung der Sprungantwort um ein Abtastintervall absieht –, zeigen die Abbildungen 14.114 und 14.115 das Einschwingverhalten der Statorstromkomponenten I_{1A} und I_{1B} für denselben Antrieb, denselben Anfangszustand, dieselbe Anregung und die gleiche Vorgabe der Regelungseigenwerte $z_{R,1}$ und $z_{R,2}$ wie in den Abbildungen 14.111 bzw. 14.112, allerdings mit einem für die Regelstrecke mit Rechentotzeit optimierten Statorstromzustandsregler gemäß den in den Gleichungen (14.210b) bis (14.210d), (14.213) und (14.216) berechneten Reglerkoeffizienten. Beide Abbildungen lassen deutlich erkennen, dass der Querstromwert jeweils seinen Sollwert innerhalb der vorgesehenen Einschwingzeiten erreicht, und zwar ohne den Längsstromwert in den Abtastzeitpunkten nennenswert zu beeinflussen. Im ersten Abtastinter-

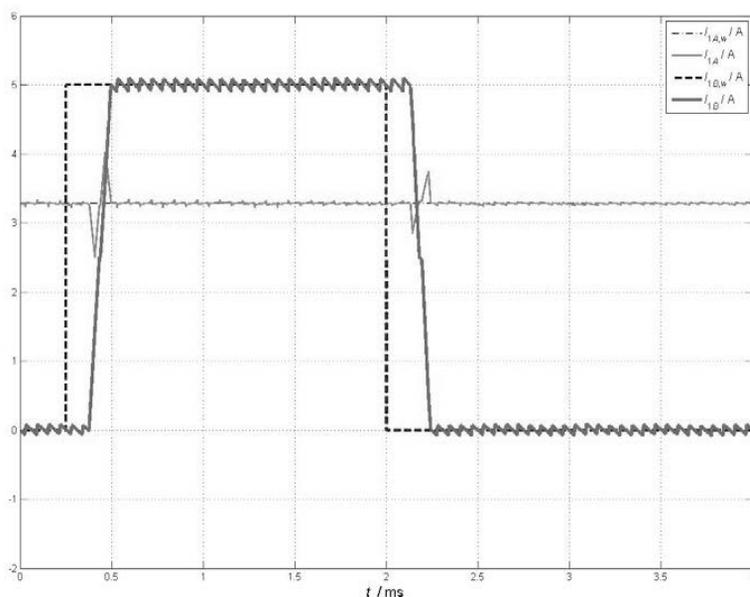


Abb. 14.114: Simulierter Verlauf von $I_{1A,w}$, I_{1A} und I_{1B} bei sprungförmiger Änderung von $I_{1B,w}$, endlicher Einstellzeit des Statorstromzustandsreglers und anfangs mit 20 Hz drehender Asynchronkäfigläufermaschine (mit Rechentzeit von einem Abtastintervall)

vall nach einem erfolgten Sollwertsprung ändert sich der Querstromwert wegen der Rechentzeit noch nicht. Erst im darauf folgenden Abtastintervall strebt I_{1B} seinem Sollwert ähnlich wie in den Abbildungen 14.114 und 14.115 entgegen. Die Ausreißer, die im Verlauf von I_{1A} erkennbar sind, treten praktisch nur innerhalb der Abtastintervalle auf.

Auch beim Einsatz eines Stromzustandsreglers in realen Drehstromantrieben sind die zuvor geschilderten Zusammenhänge zu beobachten. Kritisch können dort allerdings extrem schnelle Reglereinstellungen sein, wie man sie durch Vorgabe aller Regelungs eigenwerte in $z = 0$ erhält (Regler mit endlicher Einstellzeit). Denn dort ergeben sich unter Beschränkung des Auswahlbereichs der Regelungs eigenwerte auf die reelle Achse zwischen 0 und 1 die betragsgrößten Regler rückführkoeffizienten. Da sie maßgeblich die stets in den Strommesswerten enthaltenen Rauschanteile verstärken, kommt es mit zunehmender Regelkreisdynamik zu immer lauterem Antriebsgeräuschen. Ob sie noch im tolerierbaren Bereich liegen und somit extrem hochdynamische Stromzustandsregler zum Einsatz kommen können, hängt entscheidend von der Strommesstechnik und von der jeweiligen Applikation ab.

Eine weitere Schwierigkeit beim auf endliche Einstellzeit parametrisierten Stromzustandsregler ist seine hohe Empfindlichkeit gegenüber falsch angenommenen Streckenparametern. Die dadurch hervorgerufene Eigenwertver-

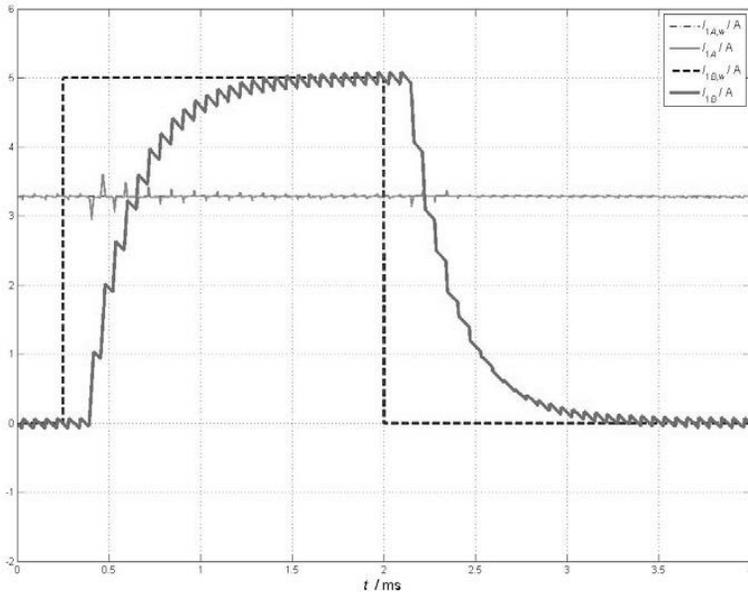


Abb. 14.115: *Simulierter Verlauf von $I_{1A,w}$, I_{1A} und I_{1B} bei sprungförmiger Änderung von $I_{1B,w}$, Stromregelkreiseinschwingzeitkonstanten von 0,25 ms und anfangs mit 20 Hz drehender Asynchronkäfigläufermaschine (mit Rechentzeit von einem Abtastintervall)*

schiebung kann bewirken, dass zumindest einer der eigentlich in $z = 0$ platzierten Regelungseigenwerte zur negativen reellen Achse wandert oder dass zwei Regelungseigenwerte komplex werden und somit Oszillationen im Stromverlauf auftreten. Eine Abschwächung dieses potentiell ungünstigen Verhaltens erreicht man erfahrungsgemäß, indem dem Regelungseigenwert $z_{R,2}$ ein Wert im Bereich zwischen 0,6 und 0,8 zugewiesen wird. Bei einer Schaltfrequenz von 8 kHz entspricht das gemäß Gl. (14.195) einer zuordenbaren Zeitkonstante zwischen 0,25 ms und ungefähr 0,5 ms. Eine derartige Eigenwertplatzierung beeinträchtigt das reale Führungsverhalten kaum. Theoretisch wird es überhaupt nicht beeinflusst, weil in der entsprechenden Führungsübertragungsfunktion der Pol $z_{R,2}$ durch eine gleich große Nullstelle kompensiert wird. Praktisch macht sich die gewählte Eigenwertkonfiguration nur dann bemerkbar, wenn dem Reglerentwurf Streckenparameter zugrundeliegen, die von den tatsächlichen Streckenparametern abweichen. Die Auswirkungen der Polplatzierung auf das Störverhalten ist gewöhnlich ebenfalls gering, weil sich die Gegenspannungskomponenten im rotierenden Koordinatensystem innerhalb der Stromregelkreiseinschwingzeit nur maßvoll ändern und diesem Einfluss durch eine Störgrößenaufschaltung auch ohne schnelle Reglereinstellung entgegengewirkt werden kann.

An dieser Stelle soll auch nochmals darauf hingewiesen werden, dass im Fall einer zu berücksichtigenden Rechentzeit der dritte Regelungseigenwert

in $z_{R,3} = 0$ belassen werden kann. Denn er repräsentiert die Rechentotzeit, die auch im geschlossenen Regelkreis weiterhin vorhanden ist.

Entscheidend für die angestrebte Dynamik ist der Regelungseigenwert $z_{R,1}$ (vgl. die Gln. (14.202) und (14.215)). Um die Gefahr zu hoher Antriebsgeräusche oder die von Stromoszillationen wegen ungenau bekannter Streckenparameter zu reduzieren, hat es sich auch hier bewährt, $z_{R,1}$ im Bereich zwischen 0,6 und 0,8 vorzugeben. Das mit $z_{R,1} = z_{R,2} \approx 0,6$ erzielbare reale Einschwingverhalten ist in Abb. 14.120 dokumentiert.

14.7.3.4 Stellgrößenbegrenzung und Statorstromsollwertkorrektur

Mit zunehmender Drehzahl und zunehmendem Strombedarf einer elektrischen Maschine erhöht sich auch die hierfür erforderliche Ausgangsspannung des speisenden Stromrichters. Bei einem selbstgeführten Spannungswechsellrichter in Drehstrombrückenschaltung, wie er typischerweise als Stellglied für die zuvor behandelten Drehstrommaschinen verwendet wird, sind dessen Ausgangsspannungen aufgrund der endlichen Zwischenkreisspannung insbesondere hinsichtlich ihrer Amplitude beschränkt. So ist jede Phasenausgangsspannung – unter Verwendung des z.B. in Abb. 14.2 definierten Bezugspunktes zwischen den Zwischenkreiskondensatoren – und somit jede Phasensteuerspannung auf die Hälfte der Zwischenkreisspannung U_d beschränkt. Bezogen auf den Maschinesternpunkt kann dieser Maximalwert unabhängig vom Winkel des Steuerspannungsraumzeigers allerdings noch um den Faktor $2/\sqrt{3}$ erhöht werden [497]. Damit ist der garantierte Maximalwert des Steuerspannungsraumzeigerbetrags, d. h. derjenige Maximalwert, der sich bei Pulsweitenmodulation innerhalb des einbeschriebenen Kreises des für den Pulsbetrieb im Koordinatensystem S maßgeblichen Sechsecks erzielen lässt, gleich $U_d/\sqrt{3}$. Da sich der Betrag eines Raumzeigers beim Übergang vom Koordinatensystem S ins Koordinatensystem K nicht ändert, ist der Steuerspannungsraumzeigerbetrag im rotierenden Koordinatensystem K bei gleichem Modulationsbereich ebenfalls auf $U_d/\sqrt{3}$ begrenzt.

Gerät der Stromregler mit seinem Steuerspannungsraumzeiger an die Spannungsgrenze, dann wird der Steuerspannungsraumzeigerbetrag wie oben erläutert reduziert. Die Richtung des Raumzeigers kann dagegen verändert oder beibehalten werden. Angesichts einfacherer Handhabung wird der Winkel des Steuerspannungsraumzeigers üblicherweise beibehalten. Auch im vorliegenden Kapitel wird diese Vorgehensweise verwendet. Der Steuerspannungsraumzeiger wird somit im Begrenzungsfall lediglich in seiner Länge verändert. Der so begrenzte Steuerspannungsraumzeiger wird im Folgenden mit $\vec{U}_{St,beg}$ bezeichnet.

Durch das Begrenzen des Steuerspannungsraumzeigers und wegen des auf diese Weise bewirkten langsameren Anstiegs bzw. Abfalls des Statorstroms ergäbe sich ohne Gegenmaßnahmen bei entsprechend hohen Sollwertsprüngen ein unkontrolliertes Anwachsen der Integriererausgangsgrößen im Stromregler. Nach Beendigung der Spannungsbegrenzung hätten die Integrierer dann auf einen viel zu hohen bzw. viel zu niedrigen Ausgangswert aufintegriert. Die Folge davon wäre ein ungewollter kräftiger Über- bzw. Unterschwinger der Regelgrößen.

Eine wirkungsvolle und zugleich einfache Maßnahme zur Vermeidung einer unkontrollierten Integration, eines so genannter Wind-up-Effekts, besteht darin, den Stromsollwertraumzeiger stets so zu modifizieren, dass höchstens die Stellgrößenbegrenzung berührt, aber nicht überschritten wird [349, 493, 496, 497, 503, 504]. Durch diese Führungsgrößenkorrektur kann der geschlossene Stromregelkreis praktisch nicht in eine nichtlinear wirkende Begrenzung geraten. Es lässt sich außerdem zeigen, dass die Regelkreisstabilität und das Einschwingverhalten des Regelkreises auch im Begrenzungsfall sichergestellt ist [497, 500]. Schließlich soll noch darauf hingewiesen werden, dass sich das nachfolgend skizzierte Verfahren auch als Sonderfall der im Kap. 5.6.3 beschriebenen allgemeinen Vorgehensweise im Begrenzungsfall interpretieren lässt.

Ein auf die oben beschriebene Weise korrigierter Statorstromsollwertraumzeiger wird nachfolgend im rotierenden Koordinatensystem K mit $\vec{I}_{1,w,korr}^K$ bezeichnet. Gerät der Steuerspannungsraumzeiger nicht in die Begrenzung, dann unterscheiden sich der ursprüngliche Sollwert $\vec{I}_{1,w}^K$ und $\vec{I}_{1,w,korr}^K$ nicht. Die konkrete Berechnung von $\vec{I}_{1,w,korr}^K$ erfolgt auf der Grundlage des zeitdiskreten Regelgesetzes (14.203) bzw. (14.211). Beide gelten für den Fall unbegrenzter Stellgrößen. Wird nun ein Statorstromsollwertraumzeiger $\vec{I}_{1,w}^K$ vorgegeben, der zu einem über die Begrenzung hinausragenden Steuerspannungsraumzeiger \vec{U}_{St}^K führt, dann wird $\vec{I}_{1,w}^K$, wie soeben geschildert, in $\vec{I}_{1,w,korr}^K$ abgeändert, so dass anstatt \vec{U}_{St}^K der begrenzte Steuerspannungsraumzeiger $\vec{U}_{St,beg}^K$ entsteht. Für diesen Fall gilt demnach für Antriebe ohne Rechentotzeit das Regelgesetz

$$\vec{U}_{St,beg,k}^K = K_V \cdot \vec{I}_{1,w,korr,k}^K - K_P \cdot \vec{I}_{1,k}^K + K_I \cdot \vec{V}_{I,k}^K + K_z \cdot \vec{U}_{ind,k}^K \quad (14.217a)$$

Muss eine Rechentotzeit berücksichtigt werden, dann folgt dagegen das Regelgesetz

$$\vec{U}_{St,beg,k}^K = K_V \cdot \vec{I}_{1,w,korr,k}^K - K_P \cdot \vec{I}_{1,k}^K - K_T \cdot \vec{V}_{T,k}^K + K_I \cdot \vec{V}_{I,k}^K + K_z \cdot \vec{U}_{ind,k}^K \quad (14.217b)$$

Für denselben Zeitpunkt mit denselben Zustandsgrößen $\vec{I}_{1,w,k}^K$, $\vec{V}_{I,k}^K$ und ggf. $\vec{V}_{T,k}^K$ sowie derselben Störgröße $\vec{U}_{ind,k}^K$ und identischen Reglerparametern können nun die Gln. (14.203) und (14.217a) bzw. (14.211) und (14.217b) so interpretiert werden, dass Gl. (14.203) bzw. (14.211) die Variante mit unbegrenzter Stellgröße durchspielt, während Gl. (14.217a) bzw. (14.217b) die Variante mit Stellgrößenbegrenzung beschreibt. Da die jeweiligen Gleichungen somit dem gleichen Zeitpunkt zugeordnet werden können, sind sie auch voneinander subtrahierbar. Führt man die Subtraktion durch, dann erhält man unabhängig davon, ob eine Rechentotzeit auftritt, ein Resultat, das nach $\vec{I}_{1,w,korr,k}^K$ aufgelöst auf die Bestimmungsgleichung

$$\vec{I}_{1,w,korr,k}^K = \vec{I}_{1,w,k}^K - \frac{1}{K_V} \cdot \left(\vec{U}_{St,k}^K - \vec{U}_{St,beg,k}^K \right) \quad (14.218)$$

für den korrigierten Statorstromsollwertraumzeiger führt. Der so ermittelte Sollwertraumzeiger $\vec{I}_{1,w,korr}^K$ wird nun anstatt des ursprünglichen Sollwertraumzeigers

$\vec{I}_{1,w}^K$ auf den Sollwerteingang der Integrierer geführt. Damit erhalten sie keine Sollwerte mehr, die sie in die Begrenzung treiben. Ein unkontrolliertes Aufintegrieren im Begrenzungsfall kann dadurch nicht mehr auftreten. Der Regelkreis verhält sich vielmehr linear, da ja nur derjenige Sollwerttraumzeiger verwendet wird, mit dem zwar die Begrenzung höchstens gerade erreicht, nicht aber überschritten wird.

Zur Verdeutlichung der beschriebenen Begrenzungsstrategie zeigt Abb. 14.116 das komplexe Strukturbild des Statorstromzustandsreglers mit Stellgrößenbegrenzung und Führungsgrößenkorrektur, jedoch ohne Rechentotzeitmodellierung. Die resultierende Struktur mit berücksichtigter Rechentotzeit ist in Abb. 14.117 dargestellt. Neben den bereits beschriebenen Maßnahmen ist darin zum Zwecke der Rechenvereinfachung jeweils noch der allen Reglerkoeffizienten gemeinsame Faktor $e^{j\Omega_K T}$ bzw. $e^{j2\Omega_K T}$ über die Summationsstelle zur Stellgrößenbildung und sogar über die Stellgrößenbegrenzung hinausgeschoben. Zur Kenntlichmachung der um diesen Faktor reduzierten Größen erhalten diese nachfolgend einen Strich. Das gilt ebenso für die in den Abbildungen 14.116 und 14.117 vorkommenden, durch die Verschiebung von $e^{j\Omega_K T}$ bzw. $e^{j2\Omega_K T}$ erzeugten Zwischengrößen $\vec{U}_{St,k}^{\prime K}$ und $\vec{U}_{St,beg,k}^{\prime K}$. Darüber hinaus ist noch darauf hinzuweisen, dass im Strukturbild 14.117 der Faktor $e^{-j2\Omega_K T}$ im Totzeitglied zur Erzeugung von $\vec{V}_{T,k}^{\prime K}$ wegfällt, da er durch die Verschiebung von $e^{j2\Omega_K T}$ kompensiert worden ist.

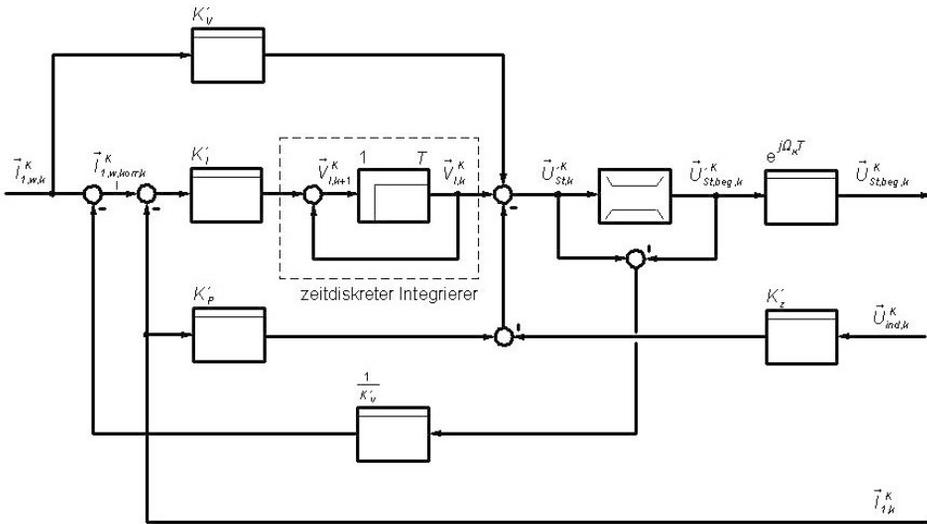


Abb. 14.116: Komplexes Strukturbild des Statorstromzustandsreglers inklusive Stellgrößenbegrenzung und Führungsgrößenkorrektur, jedoch ohne Rechentotzeitberücksichtigung

Zur Veranschaulichung des Verhaltens des Statorstromzustandsregelkreises im Begrenzungsfall zeigen die Abbildungen 14.118 und 14.119 exemplarisch die Verläufe von $I_{1B,w,korr}$, I_{1B} , I_{1A} , $U_{St,beg,A}$ und $U_{St,beg,B}$ für den bereits in

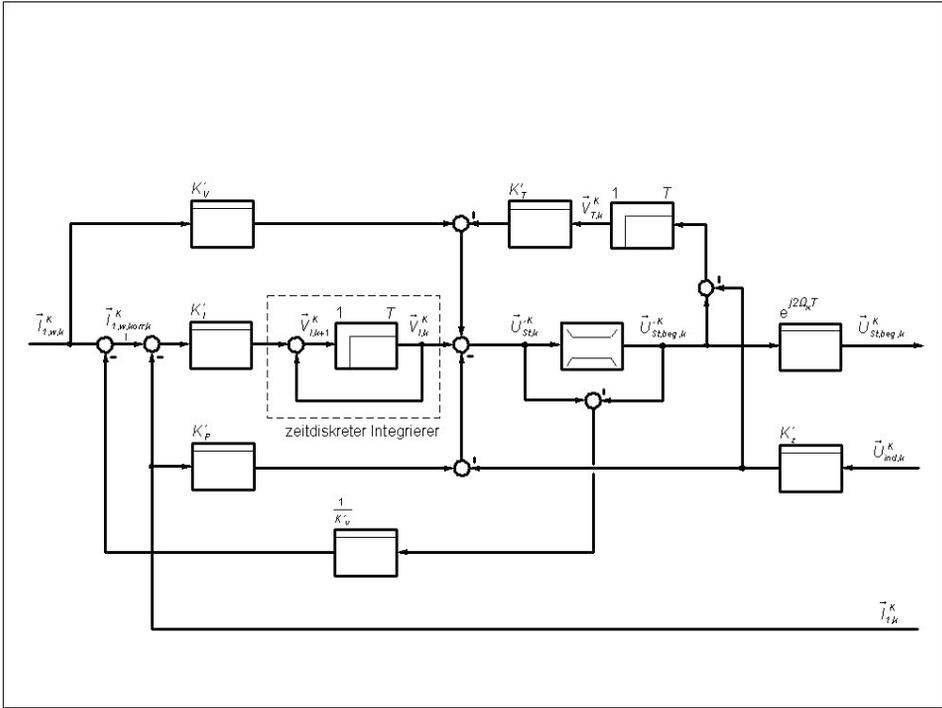


Abb. 14.117: Komplexes Strukturbild des Statorstromzustandsreglers inklusive Stellgrößenbegrenzung und Führungsgrößenkorrektur sowie mit Berücksichtigung einer Rechentotzeit von einem Abtastintervall

Abb. 14.115 betrachteten Antrieb ($T_{w,1} = T_{w,2} = 0,25$ ms) mit berücksichtigter Rechentzeit, wenn dort die Statorfrequenz auf 100 Hz erhöht und zugleich die Zwischenkreisspannung auf den üblichen Wert von 565 V eingestellt wird. Beide Maßnahmen bewirken, dass der Steuerspannungsraumzeiger bereits bei kleinen Sollwertsprüngen in die Begrenzung gerät und dadurch der Korrekturmechanismus für den Statorstromsollwertraumzeiger aktiviert wird.

In Abbildung 14.118 erkennt man deutlich, dass der Sprung von $I_{1B,w}$ wegen des begrenzten Steuerspannungsraumzeigers auf mehrere Sprünge von $I_{1B,w,korr}$ mit kleinerer Sprunghöhe aufgeteilt wurde. Durch die verwendete Strategie zur Führungsgrößenkorrektur wurde kurzzeitig auch $I_{1A,w,korr}$ beeinflusst. Sowohl I_{1A} als auch I_{1B} folgen den korrigierten Sollwerten entsprechend den vorgegebenen Regelungseigenwerten. Betrachtet man den Verlauf der Stromquerkomponente I_{1B} weiter, dann fällt auf, dass I_{1B} deutlich langsamer ansteigt als abfällt. Das liegt daran, dass bei der vorliegenden Drehzahl und Magnetisierung die Stellreserve insbesondere der Steuerspannungskomponente $U_{St,B}$ bezüglich der oberen Begrenzung deutlich geringer ist als gegenüber der unteren und deshalb die Sprunghöhen von $I_{1B,w,korr}$ nach oben kleiner sind als die nach unten.

Um zu zeigen, dass die erhaltenen Ergebnisse praktisch auch bei realen Antrieben erzielbar sind, zeigt Abb. 14.120 das Einschwingverhalten von

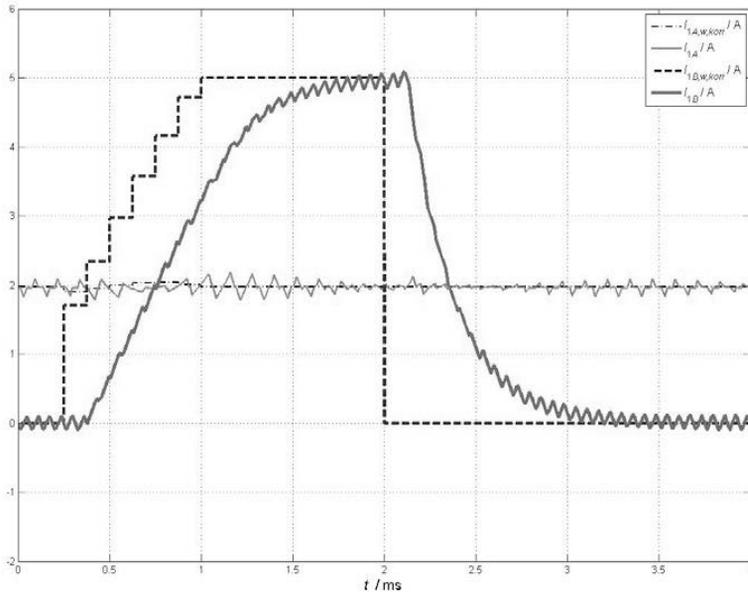


Abb. 14.118: Simulierter Verlauf von $I_{1A,w,korr}$, $I_{1B,w,korr}$, I_{1A} und I_{1B} bei sprungförmiger Änderung von $I_{1B,w}$, Stromregelkreiseinschwingzeitkonstanten von $0,25\text{ ms}$ und anfangs mit 100 Hz drehender Asynchronkäfigläufermaschine (mit Rechentotzeit von einem Abtastintervall)

$I_{1B,w,korr}$ und I_{1B} beim entsprechenden realen Antrieb mit der gleichen Reglerkonfiguration und -einstellung wie in den Abbildungen 14.118 und 14.119. Die dargestellten Werte werden allerdings nur in den Abtastzeitpunkten aktualisiert und sind dazwischen durch oszilloskopspezifische Interpolationslinien miteinander verbunden.

14.7.4 Vergleich der Statorstromzustandsregelung mit anderen Stromregelverfahren

Wie bereits in der Einleitung zum Thema der Statorstromzustandsregelung postuliert wurde, schöpft die Zustandsreglerstruktur alle vorhandenen Freiheitsgrade eines linearen Reglers aus. Demnach ist ein noch dynamischeres Regelverhalten mit anderen, im Grundsatz linear arbeitenden Reglern nicht erreichbar. Darauf weisen auch die in Kap. 14.7.3 gezeigten Simulationsergebnisse und Messschriebe hin, da sie bereits die schnellst mögliche Einregelzeit von einem bzw. zwei Abtastschritten beinhalten. Ein ausführlicher Vergleich verschiedener pulsweitenmodulationsbasierter Statorstromregelverfahren, der diese Aussage belegt, ist beispielsweise in [502] dokumentiert. Diesbezüglich ist insbesondere zu erwähnen, dass beim Statorstromzustandsregler, der gemäß den Erläuterungen in Kap. 14.7.3 entworfen wurde, keine obere Grenze für die Statorfrequenz oder

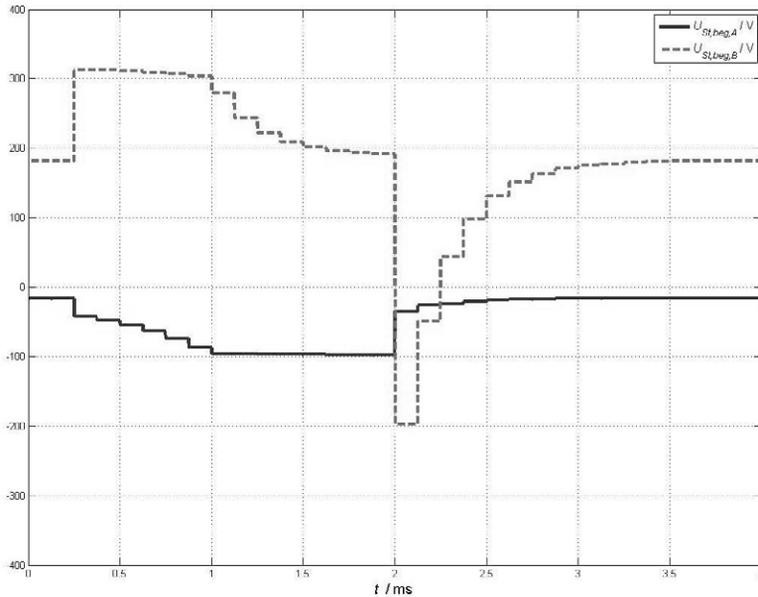


Abb. 14.119: *Simulierter Verlauf von $U_{St,reg,A}$ und $U_{St,reg,B}$ bei sprungförmiger Änderung von $I_{1B,w}$, Stromregelkreiseinschwingzeitkonstanten von $0,25\text{ ms}$ und anfangs mit 100 Hz drehender Asynchronkäfigläufermaschine (mit Rechentotzeit von einem Abtastintervall)*

die Abtastzeit existiert, ab der der Stromregelkreis instabil wird oder zu oszillieren beginnt. D. h. das vorgegebene Einschwingverhalten in den Abtastzeitpunkten bleibt auch bei großer Statorfrequenz oder Abtastzeit erhalten. Bei Statorstromreglern, die auf der Grundlage einer zeitkontinuierlichen Modellbildung aufgebaut wurden, ist das nicht der Fall. So liegt beispielsweise die Stabilitätsgrenze für einen nach dem Betragsoptimum entworfenen klassischen Statorstrom-PI-Regler mit Entkopplung und modellierter Rechentotzeit nach [502] ungefähr bei $\Omega_K T = 0,333$. Zeitdiskrete Stromregler, die auf den in Kap. 14.7.2.4 und ggf. in Kap. 14.7.2.5 vorgestellten Streckenmodellen basieren, weisen eine derartige Stabilitätsgrenze dagegen nicht notwendigerweise auf, auch wenn sie nicht als Zustandsregler konzipiert sind. Vorausgesetzt muss hierbei jedoch werden, dass die Rechentotzeit – falls vorhanden – im Regelgesetz in adäquater Weise berücksichtigt ist. Von allen zeitdiskret entworfenen Statorstromreglern ist die Dynamik des Statorstromzustandsreglers jedoch unübertroffen. Allenfalls wird sie von einem PI-Stromregler mit vollständiger V-Struktur basierender Entkopplung und Vorsteuerung erreicht [502]. Der Implementierungs- und Rechenzeitaufwand ist dann aber ähnlich groß wie beim Statorstromzustandsregler. Angesichts ausreichend hoher Rechenleistung von derzeit verfügbaren Prozessoren hat die geringfügig höhere Prozessorauslastung eines Zustandsregelalgorithmus heutzutage

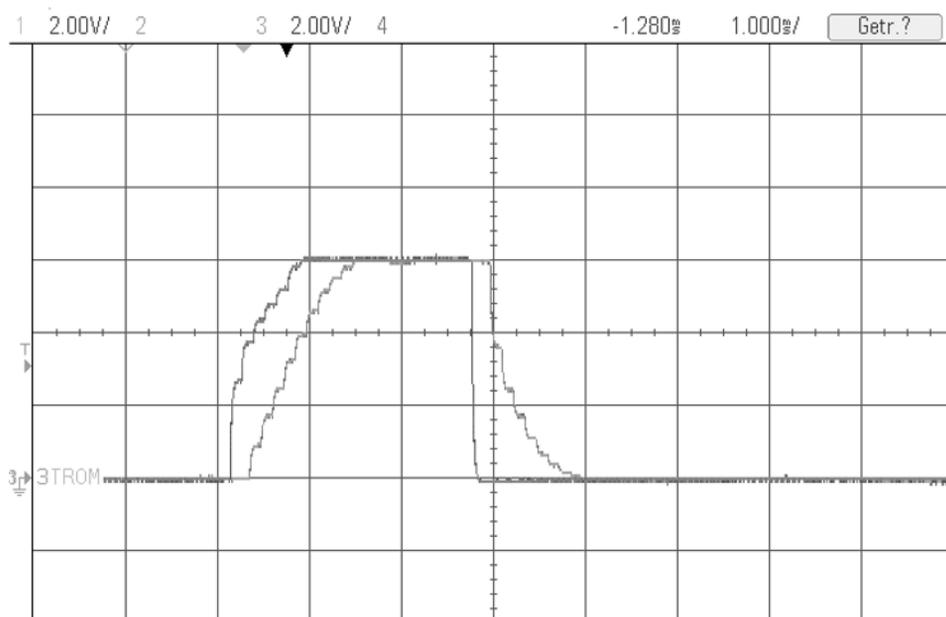


Abb. 14.120: Gemessener Verlauf von $I_{1B,w,korr}$ (voreilende Kurve) und I_{1B} (nacheilende Kurve) bei sprungförmiger Änderung von $I_{1B,w}$, Stromregelkreiseinschwingzeitkonstanten von 0,25 ms und anfangs mit 100 Hz drehender Asynchronkäfigläufermaschine (mit Rechentotzeit von einem Abtastintervall)

ohnehin keinen entscheidenden Einfluss mehr auf die Auswahl des Regelalgorithmus.

In Bezug auf nicht pulswertenmodulationsbasierte Stromregelverfahren bzw. Regelverfahren zur direkten Drehmomenteinprägung (siehe z. B. die Verfahren in den Kapiteln 14.4 und 14.5) ist eine vergleichende Aussage über die Dynamik des Statorstromzustandsreglers erheblich schwieriger. Das liegt vor allem daran, dass sich die Nebenbedingungen der verschiedenen Verfahren deutlich voneinander unterscheiden. Während z. B. beim Statorstromzustandsregler wegen der zugrundeliegenden Pulswertenmodulation davon ausgegangen werden kann, dass die Schaltfrequenz konstant ist und demzufolge die Abtastintervalle äquidistant sind sowie in jedem Abtastintervall genau eine Änderung des Steuerspannungsraumzeigers erfolgt, liegt bei hysteres- oder trajektorienbasierten Regelverfahren keine feste Schaltfrequenz vor. In Bezug auf die Geräuschemission und den Entwurf von Filtern wirkt das sicherlich erschwerend. Auch ist es für den Entwurf von überlagerten Reglern nicht einfach, die Dynamik eines unterlagerten hysteres- oder trajektorienbasierten Reglers hinreichend genau zu modellieren. Demgegenüber weisen die genannten nichtlinearen Regler den Vorteil auf, dass ihre Dynamik weit weniger von den Regelstreckenparametern abhängt als bei pulswertenmodulationsbasierten Reglern – aller-

dings auf Kosten einer dann nicht mehr genauen Vorbestimmtheit der Schaltfrequenz. Darüber hinaus besteht ein wichtiges Merkmal hysteres- oder trajektorienbasierter Regler darin, dass sie jederzeit – und nicht nur in den Abtastzeitpunkten – auf Ereignisse reagieren können, was insbesondere bei geringer Schaltfrequenz wie z. B. der Grundfrequenztaktung vorteilhaft ist. Bei deutlich höheren Schaltfrequenzen spielt dieses Merkmal jedoch keine Rolle mehr. Letztlich ist es – insbesondere bei nicht all zu niedriger Schaltfrequenz – eine applikationsspezifische Entscheidung oder gar eine Ermessenssache, ob man einem Verfahren mit determinierter Schaltfrequenz und höherer Empfindlichkeit gegenüber Maschinenparametern oder einem Verfahren mit nicht determinierter Schaltfrequenz und geringerer Maschinenparameterempfindlichkeit den Vorzug gibt.

14.8 Drehzahlzustandsregelung

Prof. U. Nuß, Offenburg

14.8.1 Vorbemerkungen

Soll ein elektrischer Antrieb mit einer bestimmten, vorgegebenen Drehzahl betrieben werden und soll diese Drehzahl schnell, dauerhaft, oszillationsarm und stationär genau erreicht werden, dann ist hierzu eine Drehzahlregelung erforderlich. Entsprechend den Aussagen in Kap. 5.2 ist sie üblicherweise als Kaskadenstruktur, bestehend aus unterlagerter Strom- und überlagerter Drehzahlregelung, aufgebaut. Neben einer verbesserten Dynamik und dem einfacheren Reglerentwurf besteht der Vorteil einer Kaskadenregelung darin, dass damit nicht nur die eigentliche Regelgröße – also die des am weitesten überlagerten Regelkreises –, sondern auch Zwischengrößen, nämlich die Regelgrößen der unterlagerten Regelkreise, durch Begrenzen der zugehörigen Führungsgrößen auf zulässige Werte begrenzt werden können.

Da aus der Sicht des Drehzahlreglers der ihm unterlagerte geschlossene Stromregelkreis ein Teil der Strecke ist und außerdem dem Stromreglerentwurf zum Erreichen einer möglichst hohen Dynamik ein zeitdiskretes Modell zugrunde liegt, müsste auch der Drehzahlregler zeitdiskret entworfen werden. Dadurch hielte man sich grundsätzlich die Möglichkeit offen, auch den Drehzahlregelkreis dynamisch extrem hochwertig einstellen zu können. Erfahrungsgemäß treten jedoch insbesondere bei der Drehzahlerfassung und der Modellierung des mechanischen Streckenteils Genauigkeitsprobleme auf, wodurch ein geräuscharmer und parameterunempfindlicher Betrieb des drehzahlgeregelten Antriebs mit der theoretisch maximal möglichen Dynamik gewöhnlich bei weitem nicht erreichbar ist. Darüber hinaus wären die Stellgrößenausschläge bei einer extrem hohen Regeldynamik so hoch, dass ständig die Begrenzungen erreicht würden.

Verwirft man aus den genannten Gründen das Ziel, eine Drehzahlregelkreisdynamik zu erreichen, die nahe der theoretisch möglichen liegt, dann nimmt mit geringer werdender Dynamikanforderung auch die Notwendigkeit ab, die genaue zeitdiskrete Modellierung des dem Drehzahlregler unterlagerten Stromregelkreises beizubehalten. Vielmehr genügt es dann oft, ein relativ einfaches Ersatzmodell für den geschlossenen Stromregelkreis heranzuziehen und es als Ausgangsbasis für einen zeitkontinuierlichen Drehzahlreglerentwurf zu benutzen. Nach erfolgtem zeitkontinuierlichem Reglerentwurf lassen sich anschließend die erhaltenen Reglergleichungen diskretisieren. Die mit dieser Methode erreichbaren Ergebnisse werden in Kap. 14.8.2 als Referenz für weitergehende Überlegungen, insbesondere hinsichtlich der Frage, ob mit einem Drehzahlzustandsregler dynamisch noch hochwertigere Resultate erzielt werden können, zusammenfassend vorgestellt. Im Vordergrund der Betrachtungen stehen hierbei Drehzahlregelstrecken, deren mechanischer Teil mit hinreichender Genauigkeit als starres mechanisches System beschreibbar ist. Denn vor allem für solche Systeme existieren bereits zahlreiche bewährte, eher klassisch orientierte Drehzahlregelverfahren, die

die Erfordernis eines weiteren Verfahrens wie der Drehzahlzustandsregelung nicht unbedingt nahelegen.

Im Gegensatz zum Applikationsfeld starrer mechanischer Systeme weist ein Drehzahlzustandsregler für die Regelung von Mehrmassenschwingern grundsätzlich deutliche Vorteile auf. Denn erst durch die Rückführung der Zustandsgrößen der schwingungsfähigen Komponenten lässt sich der Gesamtantrieb systematisch mit regelungstechnischen Mitteln bedämpfen. Da im Kapitel 19 diese Thematik ausführlich behandelt wird, beschränken sich die Ausführungen in Kap. 14.8.3 auf die Drehzahlzustandsregelung von starren mechanischen Systemen. Es wird darin gezeigt, wie die Drehzahlregelung mit Hilfe eines Zustandsreglers durchgeführt wird, welche Voraussetzungen hierfür erfüllt sein müssen und welche Verbesserungen damit erzielbar sind.

14.8.2 Erreichbare Dynamik mit klassischen Drehzahlreglern

Wie bereits erwähnt wurde, erfolgt der klassische Drehzahlreglerentwurf bei elektrischen Antrieben auf der Basis eines zeitkontinuierlichen Modells. Es besteht aus einem Ersatzmodell des geschlossenen Stromregelkreises und aus einem Modell des mechanischen Teilsystems. In Abb. 14.121 ist das Strukturbild der so modellierten Drehzahlregelstrecke für den Fall eines Drehstromantriebs mit starrer Mechanik dargestellt.

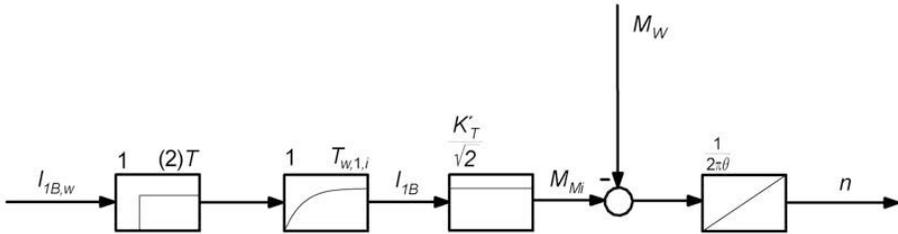


Abb. 14.121: Strukturbild der Drehzahlregelstrecke einer stromgeregelt betriebenen Asynchronkäfigläufer- bzw. permanentmagneterregten Synchronmaschine mit starr angekuppelter Last

Die linken beiden Übertragungsglieder in Abb. 14.121 symbolisieren das Übertragungsverhalten des geschlossenen Statorstromregelkreises. Sie lassen sich unmittelbar aus der Differenzgleichung (14.202) bzw. (14.215) ableiten, wenn darin die Abtastzeit T und die gegebenenfalls vorhandene Rechenzeit T jeweils durch ein Totzeitglied mit T als Totzeit dargestellt werden und wenn man den dominanten zeitdiskreten Regelungseigenwert $z_{R,1}$ des geschlossenen Stromregelkreises entsprechend Gl. (14.195) in eine Zeitkonstante umwandelt. Diese Zeitkonstante wird im Folgenden mit $T_{w,1,i}$ bezeichnet. Zur Unterscheidung des zugehörigen Eigenwerts von denen des geschlossenen Drehzahlregelkreises wird er nachfolgend $z_{R,1,i}$ genannt.

Der Übergang zwischen dem elektrischen und dem mechanischen Teilsystem des Ersatzmodells erfolgt in Abb. 14.121 durch das dem Verzögerungsglied erster Ordnung folgende Proportionalglied. Dort wird aus dem Querstromwert I_{1B} entsprechend den Gleichungen (13.114) bzw. (16.346) das innere Motordrehmoment M_{Mi} erzeugt. Um beim Drehzahlreglerentwurf nicht ständig zwischen der Asynchronkäfigläufermaschine (ASM) und der permanentmagneterregten Synchronmaschine (PMSM) unterscheiden zu müssen, wurde als Proportionalverstärkung die Abkürzung

$$\frac{K'_T}{\sqrt{2}} = \begin{cases} \frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot (\Psi_{PM} + (L_d - L_q) \cdot I_d) & \text{für PMSM} \\ \frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot \Psi_{2A} & \text{für ASM} \end{cases} \quad (14.219)$$

in Anlehnung an die von Synchronantrieben bekannte Drehmomentkonstante K_T eingeführt. Zur Vereinfachung der Darstellungsweise ist allerdings die Fluss- bzw. Längsstromabhängigkeit von K'_T nicht explizit in Abb. 14.121 eingezeichnet.

Vom aus dem beschriebenen Proportionalglied hervorgehenden inneren Drehmoment M_{Mi} wird schließlich das Lastmoment M_W subtrahiert. Die so entstehende Drehmomentdifferenz wirkt gemäß den Gleichungen (13.114) bzw. (16.347) als Beschleunigungsmoment integrierend auf die Drehzahl n ein. Reibung wird hierbei vernachlässigt. In Abb. 14.121 ist der betreffende Zusammenhang unter Beachtung von $n = \Omega_m / (2\pi)$ in Form eines Integrators mit dem Gesamtträgheitsmoment Θ als wesentlichem Bestandteil des Integrationsbeiwerts dargestellt (vgl. auch Abb. 7.13 und Abb. 7.14). Die aus Abb. 14.121 hervorgehende Streckenübertragungsfunktion $G_S(s)$ lautet demnach bei angenommenem konstanten Fluss:

$$G_S(s) = e^{-(2)Ts} \cdot \frac{1}{1 + T_{w,1,i} s} \cdot \frac{K'_T}{\sqrt{2} \cdot 2\pi \Theta s} \quad (14.220)$$

Darüber hinaus ist zu berücksichtigen, dass die Drehzahl nicht verzögerungsfrei gemessen werden kann. Denn typischerweise folgt der Drehzahlmesswert aus einer Differentiation der Rotorlage (vgl. Kap. 8.5.2 und Kap. 8.6.3), wobei das Differentiationsergebnis zur Vermeidung einer zu großen Signalwelligkeit gewöhnlich geglättet wird. Die erforderliche Glättungszeitkonstante hängt von der verwendeten Drehzahlerfassung ab und liegt typischerweise zwischen 0,5 ms und 1 ms. Bei den nachfolgenden Betrachtungen wird die Drehzahlglättung durch ein Verzögerungsglied erster Ordnung mit der Verstärkung 1 und der Zeitkonstante T_M modelliert.

Seine Übertragungsfunktion $G_M(s)$ lautet dann:

$$G_M(s) = \frac{1}{1 + T_M s} \quad (14.221)$$

Um die Drehzahl der durch die Übertragungsfunktionen (14.220) und (14.221) bzw. durch das Strukturbild 14.121 beschriebenen Regelstrecke zu regeln, wird als Drehzahlregler oft ein nach dem symmetrischen Optimum entworfener Standard-PI-Regler eingesetzt (vgl. hierzu auch Kap. 3.2.1 und Kap. 3.2.3). Hierbei wird angenommen, dass sich alle nicht dominanten Zeitkonstanten in der Summenzeitkonstante T_σ additiv zusammenfassen lassen. Bei der vorliegenden Drehzahlregelstrecke gehören hierzu die Zeitkonstanten und Totzeiten zur Modellierung des geschlossenen Stromregelkreises sowie die Messzeitkonstante T_M , d. h. es soll

$$T_\sigma = (2)T + T_{w,1,i} + T_M \quad (14.222)$$

gelten. Gemäß Kap. 3.2.3 erhält man dann für die Verstärkung V_R des Drehzahlreglers das Resultat

$$V_R = \frac{\sqrt{2} \pi \Theta}{K'_T T_\sigma} \quad (14.223a)$$

sowie für die Nachstellzeit T_n das Ergebnis

$$T_n = 4 T_\sigma \quad (14.223b)$$

Die Drehzahlreglerübertragungsfunktion $G_R(s)$ lautet somit:

$$G_R(s) = \frac{\sqrt{2} \pi \Theta}{K'_T T_\sigma} \cdot \frac{1 + 4 T_\sigma s}{4 T_\sigma s} \quad (14.224)$$

Die zwei Strukturbilder des Drehzahlregelkreises zeigen in der Abbildung 3.8 die Auslegung ohne Sollwertglättung und in der Abbildung 3.10 mit Sollwertglättung. Ohne die Sollwertglättung hat die Führungssprungantwort ein Überschwingen von 43%, welches mit der Sollwertglättung auf 8% ($a^2 = 4$) reduziert wird — siehe Kapitel 3.2.1, Abbildung 3.13. Da die Drehzahlreglernachstellzeit auch als Zählerzeitkonstante in der Führungsübertragungsfunktion des Drehzahlregelkreises auftritt, erfolgt auf diese Weise eine Pol-Nullstellen-Kürzung, wodurch der Drehzahlüberschwinger deutlich reduziert wird. Allerdings reagiert dann die Drehzahlreglerausgangsgröße auch nicht mehr so dynamisch auf Sollwertänderungen.

Um das Überschwingen im Sollwertverhalten des Drehzahlregelkreises mit symmetrisch optimiertem Standard-PI-Regler zu reduzieren, ohne dadurch eine Dynamikeinbuße zu erleiden, kann der Drehzahlregler um ein Referenzmodell erweitert werden [488, 497]. Der Ausgangspunkt für eine derartige Maßnahme bildet die Überlegung, dass der Überschwinger in der Drehzahl sprungantwort des Standard-PI-Drehzahlreglers vor allem daher rührt, dass sowohl die Drehzahlregelstrecke als auch der Drehzahlregler einen Integrierer enthalten. Das

bewirkt unter anderem, dass die Drehzahlreglerstellgröße $I_{1B,w}$ im stationären Zustand bei vernachlässigter Störgröße und Reibung null sein muss. Wenn nun der Reglerintegrator nach einem erfolgten – nachfolgend positiv angenommenen – Sollwertsprung und der dadurch bedingten Regeldifferenz anzusteigen beginnt, dann muss diese Abweichung von null bis zum Erreichen des stationären Zustands wieder abgebaut werden, da dort die Stellgröße null benötigt wird. Die Integriererausgangsgröße muss also reduziert werden. Das kann im regulären Betrieb jedoch nur durch Einwirken einer negativen Eingangsgröße auf den Integrierer erfolgen. Da aber eine negative Eingangsgröße bedeutet, dass der gemessene Drehzahlwert größer ist als der Drehzahlsollwert, kann die Integriererausgangsgrößenreduktion nur durch ein Überschwingen der Drehzahl bewerkstelligt werden. Das Überschwingen im Drehzahlregelkreis ist im Wesentlichen also eine Folge des Vorhandenseins von zwei in Reihe geschalteten Integratoren im geregelten System bei Verwendung einer Standardreglerstruktur.

Eine einfache Möglichkeit zur Vermeidung der oben beschriebenen Wirkungskette besteht darin, den Reglerintegrator bei Sollwertänderungen nicht anzuregen. Die auf den Integrierer einwirkende Eingangsgröße muss dann stets null sein. Dieses Ziel kann dadurch erreicht werden, dass in demjenigen Sollwertpfad, der zum Reglerintegrator führt, ein Filter implementiert wird, dessen Ausgangsgröße den gleichen Verlauf aufweist wie der Messwert der Regelgröße. Abbildung 14.122 verdeutlicht die beschriebene Maßnahme durch das zugehörige zeitkontinuierliche Reglerstrukturbild. Die Übertragungsfunktion des nachfolgend Referenzmodell genannten Filters wird darin mit $G_{RM}(s)$ und dessen Ausgangsgröße mit n_{RM} bezeichnet. Der Drehzahlmesswert ist n_M . K_I bezeichnet den Integrationsbeiwert des Drehzahlreglers. Zur besseren Darstellbarkeit ist in Abb. 14.122 außerdem die Reglerproportionalverstärkung V_R für den Soll- und Istwertpfad separat eingezeichnet. Darüber hinaus enthält Abb. 14.122 bereits eine Stellgrößenbegrenzung und Führungsgrößenkorrektur, die weitgehend analog zur in Kap. 14.7.3.4 geschilderten Begrenzungsmaßnahme aufgebaut ist. Demnach wird die unbegrenzte Drehzahlreglerstellgröße $I_{1B,w}$ auf den Bereich zwischen dem minimal und dem maximal zulässigen Querstrom begrenzt. Wird dieser begrenzte Wert im Statorstromregler ggf. wegen Erreichens der Spannungsgrenze auf den korrigierten Querstromsollwert $I_{1B,w,korr}$ abgewandelt, dann erfolgt insgesamt eine Begrenzung von $I_{1B,w}$ auf $I_{1B,w,korr}$. Daraufhin wird die Differenz zwischen $I_{1B,w}$ und $I_{1B,w,korr}$ durch den Proportionalbeiwert V_R des Drehzahlreglers dividiert und das Zwischenergebnis anschließend vom ursprünglichen Drehzahlsollwert subtrahiert. Für den so ermittelten korrigierten Drehzahlsollwert $n_{w,korr}$ gilt dann entsprechend [497]

$$n_{w,korr} = n_w - \frac{1}{V_R} \cdot (I_{1B,w} - I_{1B,w,korr}) \quad (14.225)$$

Damit die Ausgangsgröße des Referenzmodells den gleichen Verlauf besitzt wie der Regelgrößenmesswert, muss das Referenzmodell die gleiche Übertragungsfunktion besitzen wie der geschlossene Drehzahlregelkreis, zuzüglich der

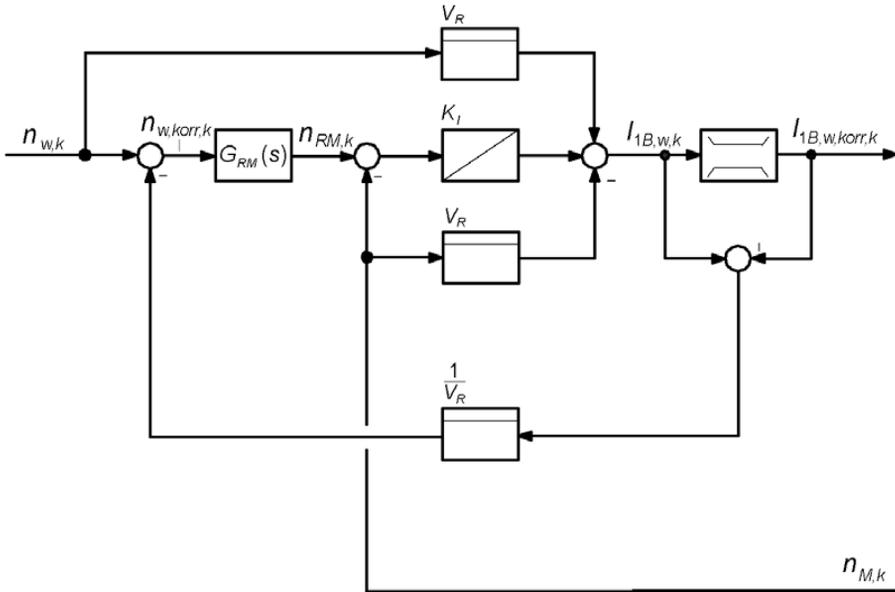


Abb. 14.122: Zeitkontinuierliches Strukturbild eines Drehzahl-PI-Reglers mit Referenzmodell

Übertragungsfunktion $G_M(s)$ des Drehzahlmessglieds. Hierbei ist zu beachten, dass die Führungsübertragungsfunktion $G_{w,n}(s)$ des Drehzahlregelkreises so zu berechnen ist, als ob der I-Anteil nicht vorhanden wäre, da er ja nicht angeregt wird. Für die Berechnung von $G_{w,n}(s)$ verbleibt somit reglerseitig nur die Proportionalverstärkung V_R sowie ggf. ein Vorsteuerfaktor K_V gemäß [497]. Bei Strecken mit Integralanteil ist dieser jedoch null. Approximiert man darüber hinaus das Produkt aus Strecken- und Messübertragungsfunktion zwecks Rechenvereinfachung und angesichts der Möglichkeit, die nicht dominanten Zeitkonstanten zur Zeitkonstante T_σ zusammenzufassen, durch die Näherung

$$G_S(s) \cdot G_M(s) \approx \frac{1}{1 + T_\sigma s} \cdot \frac{K'_T}{\sqrt{2} \cdot 2 \pi \Theta s} \quad (14.226)$$

so erhält man unter Beachtung der Gleichungen (14.221) und (14.223a) zunächst für die Führungsübertragungsfunktion die Abschätzung:

$$G_{w,n}(s) = \frac{G_R(s) \cdot G_S(s) \cdot G_M(s)}{1 + G_R(s) \cdot G_S(s) \cdot G_M(s)} \cdot \frac{1}{G_M(s)} \approx \frac{1 + T_M s}{1 + 2T_\sigma s + 2T_\sigma^2 s^2} \quad (14.227)$$

Für das Referenzmodell folgt dann die Übertragungsfunktion

$$G_{RM}(s) = G_{w,n}(s) \cdot G_M(s) \approx \frac{1}{1 + 2T_\sigma s + 2T_\sigma^2 s^2} \quad (14.228)$$

Die Wirksamkeit eines derartigen Referenzmodells wird in Abb. 14.123 demonstriert. Dort sind die simulierten Sprungantworten des drehzahlgeregelten Asynchronantriebs dargestellt, der – ohne Drehzahlregelung – bereits in den Abbildungen 14.114, 14.115, 14.118 und 14.119 zugrundegelegt wurde (Nennleistung: 5,5 kW; $f_{PWM} = 1/T = 8$ kHz; $\Theta = 0,05$ kgm²; $T_M = 1$ ms; $T_{w,1,i} = 0,25$ ms; mit Rechentotzeit). Die Sollwertaufschaltung erfolgt bei einem zuvor stillstehenden Antrieb von 0 auf 10 min⁻¹. Die geringe Sprunghöhe wurde so gewählt, um zu vermeiden, dass die Drehzahlreglerausgangsgröße an die Stellgrößenbegrenzung gerät. Zum Vergleich ist in Abb. 14.123 außerdem noch die Sprungantwort desselben Antriebs eingetragen, wenn anstatt eines PI-Drehzahlreglers mit Referenzmodell ein Standard-PI-Regler eingesetzt wird.

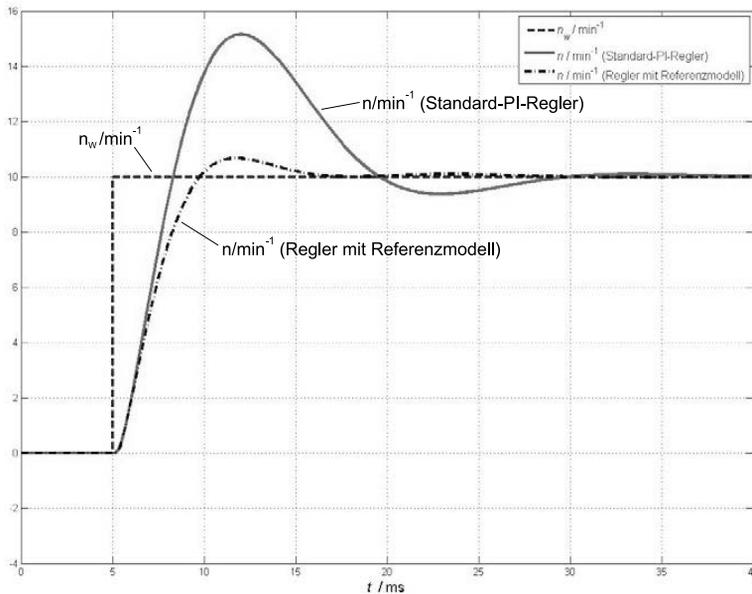


Abb. 14.123: Simulierter Verlauf der Drehzahl bei sprungförmiger Änderung des Drehzahlsollwerts von 0 auf 10 min⁻¹ bei einer anfangs stillstehenden, nach dem symmetrischen Optimum PI-drehzahlgeregelten Asynchronkäfigläufermaschine ohne bzw. mit Referenzmodell

Die verschiedenen Kurvenverläufe der Abb. 14.123 zeigen deutlich, dass die Variante mit Referenzmodell ein günstigeres Ergebnis liefert. Sie soll daher im weiteren Verlauf als Vergleich für die erzielbaren Ergebnisse mit dem Drehzahlzustandsregler dienen. Die zeitdiskrete Realisierung des Drehzahlreglers mit Referenzmodell kann der interessierte Leser in [497] nachlesen.

Im Störverhalten unterscheiden sich die verglichenen Drehzahlregelvarianten nicht, da die Unterschiede ausschließlich durch Modifikationen in Pfaden der Führungsgröße entstanden sind. Abbildung 14.124 zeigt für alle beiden Varianten

beispielhaft die Systemreaktion auf einen Lastmomentsprung von null auf das halbe Motornennmoment bei zuvor stillstehender Maschine.

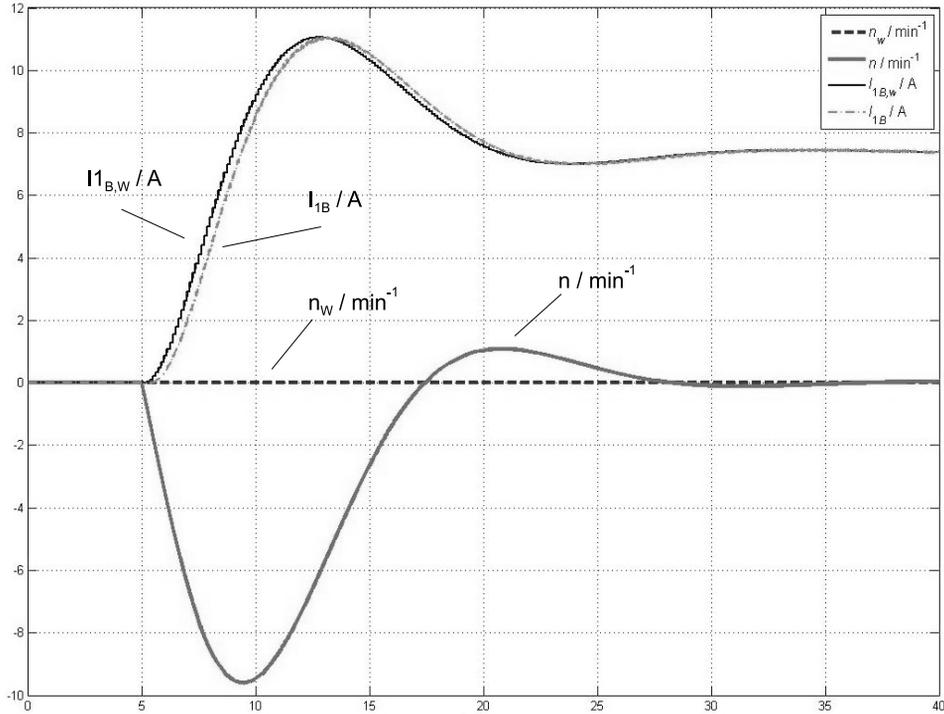


Abb. 14.124: Simulierter Verlauf von n_w , M_w , $I_{1B,w}$ und I_{1B} bei einem Lastmomentsprung von 0 auf halbes Motornennmoment bei einer anfangs stillstehenden, nach dem symmetrischen Optimum drehzahlregelten Asynchronkäfigläufermaschine

Abschließend bleibt noch darauf hinzuweisen, dass im Fall eines vorgeschalteten Drehzahl Sollwerttrampengenerators, bei dem neben dem Drehzahl Sollwert auch dessen zeitliche Ableitung bzw. eine dazu proportionale Größe für Regelzwecke zur Verfügung gestellt wird, auch eine Vorsteuerung der Drehzahlreglerausgangsgröße durchgeführt werden kann. Am geradlinigsten dient diesbezüglich die Conditional Feedback Methode (vgl. Kap. 5.3.1, insbesondere Abb. 5.6, sowie [497]). Hierbei wird bei Sollwertänderungen die gesamte Reglerausgangsgröße ausschließlich über den Vorsteuerepfad erzeugt. In ihn wird direkt die Drehzahl Sollwertableitung dn_w/dt eingespeist, was einer Kompensation des Streckenintegrierglieds entspricht. Über den Proportionalbeiwert K_V ($s \cdot K_V = A(s)$ in Abb. 5.6) wird dann die Drehzahl Sollwertableitung verstärkt. Mit

$$K_V = \frac{\sqrt{2} \cdot 2 \pi \Theta}{K_T'} \tag{14.229}$$

verbleibt im Vorsteuerepfad zwischen dem Drehzahl Sollwert und dem Drehzahlwert entsprechend Gl. (14.220) nur noch die Ersatzübertragungsfunktion

des geschlossenen Stromregelkreises. Das bei der Conditional-Feedback-Methode zwischen dem ursprünglichen Drehzahlollwert und dem Sollwerteingang des eigentlichen Drehzahlreglers anzuordnende Filter besitzt dann entsprechend der in Abb. 5.6 verwendeten Bezeichnungsweise die Übertragungsfunktion

$$B(s) = e^{-(2)Ts} \cdot \frac{1}{1 + T_{w,1,i} s} \tag{14.230}$$

Bei genau bekannten Antriebsparametern und einer Drehzahlollwertrampe, die nicht zum Erreichen der Drehzahlreglerausgangsgrößenbegrenzung führt, entsteht so zwischen dem Drehzahloll- und -istwert lediglich eine Verzögerung, die durch das Zeitverhalten des geschlossenen Stromregelkreises bestimmt wird. Abbildung 14.125 zeigt - unter Beachtung der Anmerkung ganz am Ende von Kap. 14.8.3 - das zu dieser Reglerkonfiguration gehörende Einschwingverhalten anhand des simulierten Drehzahlverlaufs als Reaktion auf eine vorgegebene Drehzahlollwertrampe von 0 auf 10 min^{-1} bei zuvor stillstehender Asynchronmaschine und ansonsten den gleichen Antriebsdaten wie in Abb. 14.123.

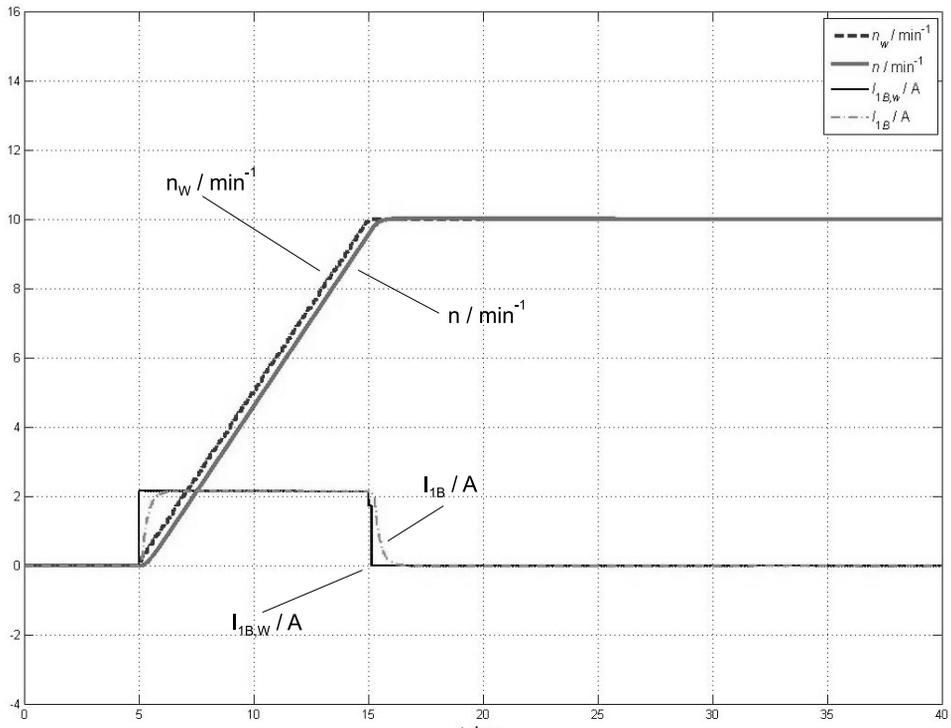


Abb. 14.125: Simulierter Verlauf von n_w , $I_{1B,w}$ und I_{1B} bei rampenförmiger Drehzahlollwertänderung von 0 auf 10 min^{-1} bei einer anfangs stillstehenden, nach dem symmetrischen Optimum PI-drehzahlgeregelten und nach der Methode des Conditional Feedback vorgesteuerten Asynchronkäfigläufermaschine

14.8.3 Erreichbare Dynamik mit einem Drehzahlzustandsregler

Nachdem im Statorstromregelkreis die Verwendung eines Zustandsreglers merkbare Dynamikverbesserungen bewirkt hat, liegt es nahe, auch im Drehzahlregelkreis zu versuchen, mit Hilfe eines Zustandsreglers eine höhere Dynamik zu erzielen. Da ein Zustandsregler seine prinzipbedingten Vorteile aber erst dann voll entfalten kann, wenn sämtliche Zustandsgrößen des zu regelnden Systems im Regelgesetz berücksichtigt werden, bedeutet das u. a., dass die tatsächliche Drehzahl – und nicht nur ihr geglätteter Messwert – dem Drehzahlzustandsregler zuzuführen ist. Dieser ungeglättete Drehzahlwert ist gewöhnlich allerdings verrauscht – weshalb ja die Glättung üblicherweise durchgeführt wird – und würde bei seiner direkten Verwendung im Regelgesetz einen entsprechend unruhigen Verlauf der Stellgröße $I_{1B,w}$ verursachen. Dieser Weg ist somit nicht beschreibbar.

Bei hinreichend geringer Drehzahlglättung kann zwar dennoch das geglättete Drehzahlsignal anstatt dem ungeglätteten dem Drehzahlzustandsregler zugeführt werden. Mit zunehmender Glättung weicht dann jedoch das Einschwingverhalten immer mehr vom angestrebten ab. Um das zu vermeiden und um die Vorteile einer unverzögerten Drehzahlrückführung ausspielen zu können, sollte ein sogenannter Drehzahlbeobachter eingesetzt werden. Bei ihm wird die nicht geglättete Drehzahl geschätzt. Hierzu wird im Beobachter ein Echtzeitmodell der Regelstrecke abgearbeitet, das mit dem realen Verlauf der Statorstromkomponente I_{1B} gespeist wird. Der im Beobachtermodell geschätzte Drehzahlmesswert oder auch der daraus geschätzte Rotorlagewert wird mit dem zugehörigen realen Wert verglichen und bei Abweichungen eine Korrektur der Modellgleichungen durchgeführt [483, 487, 490–492, 494, 497]. Im Zuge dieser Berechnungen wird auch ein Schätzwert für das am Motor angreifende Lastmoment ermittelt.

Der im Drehzahlbeobachter geschätzte ungeglättete Drehzahlwert wird dem Drehzahlzustandsregler ersatzweise anstatt der realen Drehzahl zugeführt. Das sogenannte Separationstheorem erlaubt diese Vorgehensweise, ohne dadurch die Berechnung der Zustandsreglerkoeffizienten ändern zu müssen (siehe Kap. 5.5.6.3, Separationstheorem, [24, 45, 47, 78, 79]).

Auf der Grundlage der Verfügbarkeit eines korrekten Schätzwerts für die ungeglättete Drehzahl wird nachfolgend das Regelgesetz für den Drehzahlzustandsregler angegeben und die zugehörigen Reglerkoeffizienten ermittelt. Um hiermit eine Verbesserung gegenüber dem bisher erreichten Regelkreisverhalten zu erzielen, wird ein möglichst genaues, aber dennoch überschaubares Regelstreckenmodell angestrebt. Eine geeignete Ausgangsbasis bietet hierfür die zeitdiskrete Streckenbeschreibung, zumal bereits für den geschlossenen Statorstromregelkreis mit Gl. (14.202) bzw. (14.215) eine dessen Dynamik recht genau beschreibende Differenzgleichung vorliegt.

Für die bei der Modellierung der Drehzahlregelstrecke interessierende drehmomentbildende Statorstromkomponente I_{1B} lautet sie für den Fall ohne bzw. mit Rechentotzeit sowie unter Berücksichtigung der Führungsgrößenkorrektur im Begrenzungsfall

$$I_{1B,k+1} = z_{R,1,i} \cdot I_{1B,k} + (1 - z_{R,1,i}) \cdot I_{1B,w,korr,k(-1)} \quad (14.231)$$

Die Differenzengleichung, welche die rechte Hälfte der Abb. 14.121 beschreibt, basiert auf der dazu äquivalenten Bewegungsdifferenzialgleichung

$$\frac{dn}{dt} = \frac{1}{2 \pi \Theta} \cdot \left(\frac{K'_T}{\sqrt{2}} \cdot I_{1B} - M_W \right) \quad (14.232)$$

Löst man sie für das Zeitintervall $kT \leq t \leq (k+1)T$ unter der vereinfachenden Annahme, dass sich I_{1B} zwischen den Abtastzeitpunkten linear von $I_{1B,k}$ auf $I_{1B,k+1}$ ändert und dass das Lastmoment M_W innerhalb der Abtastintervalle konstant ist, dann folgt daraus nach einigen Rechenschritten und anschließendem Ersetzen von $I_{1B,k+1}$ durch die rechte Seite von Gl. (14.231) die Differenzengleichung [497]

$$\begin{aligned} n_{k+1} = n_k + \frac{T \cdot K'_T}{2 \pi \Theta \cdot \sqrt{2}} \cdot \left(\frac{1 + z_{R,1,i}}{2} \cdot I_{1B,k} + \frac{1 - z_{R,1,i}}{2} \cdot I_{1B,w,korr,k(-1)} \right) \\ - \frac{T}{2 \pi \Theta} M_{W,k} \end{aligned} \quad (14.233)$$

Um die stationäre Genauigkeit beim Auftreten von Störgrößen oder bei nicht genau bekannten Streckenparametern sicherzustellen, werden die beiden Differenzengleichungen (14.231) und (14.233) noch um die Differenzengleichung

$$V_{I,n,k+1} = V_{I,n,k} + n_{w,korr,k} - n_k \quad (14.234)$$

eines Drehzahlreglerintegrators ergänzt. $V_{I,n}$ ist darin die Ausgangsgröße des Integrators. Für den Fall einer vernachlässigbaren Rechentotzeit sind diese drei Differenzengleichungen auch Zustandsdifferenzengleichungen. Sie beschreiben für diesen Fall das System, für das ein Drehzahlzustandsregler entworfen werden soll, hinreichend genau. Bei Vorhandensein einer Rechentotzeit müsste $I_{1B,w,korr,k-1}$ in den Gleichungen (14.231) und (14.233) durch eine neue Zustandsgröße, z. B. $V_{T,n,k}$, ersetzt sowie entsprechend der Vorgehensweise in Kap. 14.7.3.3 die zusätzliche Zustandsdifferenzengleichung

$$V_{T,n,k+1} = I_{1B,w,korr,k}$$

eingeführt werden. Dieser zusätzliche Aufwand lohnt sich jedoch nicht, da er erst bei einer so hohen Dynamik zum Tragen käme, die aufgrund anderer nicht modellierter Einflüsse ohnehin nicht erreichbar ist. Anstatt dessen wird der dominante Eigenwert $z_{R,1,i}$ des geschlossenen Statorstromregelkreises verändert, um so die

zusätzliche Verzögerung durch die Rechentotzeit näherungsweise berücksichtigen zu können. Hierzu wird die Wunscheinschwingzeitkonstante $T_{w,1,i}$ einfach um die Rechentotzeit T erhöht und dann über Gl. (14.195) der im Folgenden mit $z_{R,i,E}$ bezeichnete Ersatz eigenwert des geschlossenen Statorstromregelkreises berechnet. Zur Vermeidung von Weitläufigkeiten wird diese Eigenwertbezeichnung nachfolgend auch in denjenigen Gleichungen verwendet, die den Fall ohne Rechentotzeit beschreiben.

Fasst man nun die drei Zustandsdifferenzgleichungen (14.231), (14.233) und (14.234) mit $z_{R,i,E}$ anstatt $z_{R,1,i}$ vektoriell zusammen, dann erhält man unter Verwendung des Zustandsvektors

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} I_{1B} \\ n \\ V_{I,n} \end{bmatrix} \tag{14.235}$$

und der Stellgröße $I_{1B,w,korr}$ die vektorielle Zustandsdifferenzgleichung

$$\underline{x}_{k+1} = \Phi \cdot \underline{x}_k + \underline{h} \cdot I_{1B,w,korr,k} + \underline{h}_w \cdot n_{w,k} + \underline{h}_z \cdot M_{W,k} \tag{14.236}$$

mit den Systemmatrizen:

$$\Phi = \begin{bmatrix} z_{R,i,E} & 0 & 0 \\ \frac{T}{2\pi\Theta} \cdot \frac{K'_T}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1+z_{R,i,E}}{2} & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \tag{14.237a}$$

$$\underline{h} = \begin{bmatrix} 1 - z_{R,i,E} \\ \frac{T}{2\pi\Theta} \cdot \frac{K'_T}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1 - z_{R,i,E}}{2} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{14.237b}$$

$$\underline{h}_w = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \tag{14.237c}$$

$$\underline{h}_z = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{T}{2\pi\Theta} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{14.237d}$$

Bei angenommener Verfügbarkeit der Zustandsgrößen $I_{1,B}$, n und $V_{I,n}$ lautet das Zustandsregelgesetz für die unbegrenzte Stellgröße des mittels Gl. (14.236) beschriebenen zeitdiskreten Systems:

$$I_{1B,w,k} = K_{V,n} \cdot n_{w,k} - K_{P,n} \cdot n_k - K_{T,n} \cdot I_{1B,k} + K_{I,n} \cdot V_{I,n,k} \tag{14.238}$$

$K_{V,n}$, $K_{P,n}$, $K_{T,n}$ und $K_{I,n}$ sind darin die Drehzahlzustandsreglerparameter. Neben den auch bei klassischen Drehzahlreglern vorkommenden Reglerparametern $K_{V,n} = V_R$, $K_{P,n} = V_R$ und $K_{I,n} = K_I$ (vgl. Kap. 14.8.2) tritt hier zusätzlich der Reglerparameter $K_{T,n}$ auf. Über ihn wird die Querstromsollwertkomponente $I_{1,B}$ auf den Drehzahlzustandsregler zurückgeführt. Das ermöglicht es, die Dynamik des Drehzahlzustandsreglers unabhängig von der Dynamik des unterlagerten Stromreglers einzustellen - zumindest für den Fall einer vernachlässigbaren Rechentzeit. Bei vorhandener Rechentzeit ist damit in weiten Bereichen immerhin noch eine angenäherte Unabhängigkeit der Drehzahlregelkreisdynamik von der Stromregelkreisdynamik möglich.

Auf der Grundlage der in den Gleichungen (14.237a) bis (14.237d) angegebenen Systemmatrizen lässt sich nun analog zur Vorgehensweise in Kap. 14.7.3.2 ein Eigenwertvorgabereglerentwurf durchführen [497]. Hierzu muss im ersten Schritt wieder die Steuerbarkeitsmatrix \mathbf{Q}_S bestimmt werden. Wegen der Systemordnung $n = 3$ lautet sie hier:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_S &= \begin{bmatrix} \underline{h} & \Phi \cdot \underline{h} & \Phi^2 \cdot \underline{h} \end{bmatrix} \\ &= (1 - z_{R,i,E}) \\ &\cdot \begin{bmatrix} 1 & z_{R,i,E} & z_{R,i,E}^2 \\ \frac{T}{2\pi\Theta} \cdot \frac{K'_T}{2\sqrt{2}} & \frac{T}{2\pi\Theta} \cdot \frac{K'_T}{\sqrt{2}} \cdot \left(1 + \frac{z_{R,i,E}}{2}\right) & \frac{T}{2\pi\Theta} \cdot \frac{K'_T}{\sqrt{2}} \cdot \left(1 + z_{R,i,E} + \frac{z_{R,i,E}^2}{2}\right) \\ 0 & -\frac{T}{2\pi\Theta} \cdot \frac{K'_T}{2\sqrt{2}} & -\frac{T}{2\pi\Theta} \cdot \frac{K'_T}{2\sqrt{2}} \cdot (3 + z_{R,i,E}) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Im nächsten Schritt muss \mathbf{Q}_S invertiert und der letzte Zeilenvektor der Inversen gleich dem Zeilenvektor \underline{t}_1^T gesetzt werden. Nach einigen Zwischenschritten erhält man das Ergebnis:

$$\underline{t}_1^T = \frac{1}{1 - z_{R,i,E}} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & -\frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi\Theta\sqrt{2}}{TK'_T} & -\frac{2\pi\Theta\sqrt{2}}{TK'_T} \end{bmatrix}$$

Daraufhin muss \underline{t}_1^T bzw. das durch Multiplikation erhaltene Ergebnis sukzessive dreimal von rechts mit der Transitionsmatrix Φ multipliziert werden. Dabei fallen die Zwischenergebnisse

$$\begin{aligned}\underline{t}_2^T &= \underline{t}_1^T \cdot \Phi = \frac{1}{1 - z_{R,i,E}} \cdot \begin{bmatrix} -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi\Theta\sqrt{2}}{TK'_T} & -\frac{2\pi\Theta\sqrt{2}}{TK'_T} \end{bmatrix} \\ \underline{t}_3^T &= \underline{t}_2^T \cdot \Phi = \frac{1}{1 - z_{R,i,E}} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{4} & \frac{3}{2} \cdot \frac{2\pi\Theta\sqrt{2}}{TK'_T} & -\frac{2\pi\Theta\sqrt{2}}{TK'_T} \end{bmatrix} \\ \underline{t}_3^T \cdot \Phi &= \frac{1}{1 - z_{R,i,E}} \cdot \begin{bmatrix} \frac{3}{4} + z_{R,i,E} & \frac{5}{2} \cdot \frac{2\pi\Theta\sqrt{2}}{TK'_T} & -\frac{2\pi\Theta\sqrt{2}}{TK'_T} \end{bmatrix}\end{aligned}$$

an [497].

Im vorletzten Entwurfsschritt müssen die Koeffizienten des charakteristischen Polynoms des geschlossenen Drehzahlregelkreises über die Vorgabe der Regelungseigenwerte festgelegt werden. Wegen der Systemordnung $n = 3$ sind drei, vorzugsweise reelle Regelungseigenwerte vorzugeben. Hierbei soll über den ersten, nachfolgend mit $z_{R,1,n}$ bezeichneten Regelungseigenwert die Dynamik der Drehzahlregelung maßgebend beeinflusst werden. Seine Ermittlung erfolgt wiederum mit Hilfe von Gl. (14.195) durch Vorgabe der zugeordneten Einschwingzeitkonstante $T_{w,1,n}$. Der Regelungseigenwert $z_{R,2,n}$, der sich ebenfalls aus Gl. (14.195) durch Vorgabe der Einschwingzeitkonstante $T_{w,2,n}$ ergibt, kann, wie nachfolgend noch erläutert werden wird, durch eine entsprechende Zählernullstelle in der Führungsübertragungsfunktion kompensiert werden und spielt daher für das Führungsverhalten keine Rolle. Der dritte Regelungseigenwert wird schließlich dem Ersatz eigenwert $z_{R,i,E}$ zur Beschreibung der Dynamik des geschlossenen Statorstromregelkreises gleichgesetzt. Diese Festlegung ist zwar willkürlich, kommt aber dem Umstand entgegen, dass die Dynamik des geschlossenen Drehzahlregelkreises nicht höher sein kann als die Dynamik des geschlossenen Statorstromregelkreises. Aus demselben Grund wird zweckmäßigerweise auch $z_{R,1,n} > z_{R,i,E}$ gewählt. Wegen der geringeren Dominanz des Regelungseigenwertes $z_{R,2,n}$ wird darüber hinaus typischerweise die Ungleichung $z_{R,2,n} > z_{R,1,n}$ erfüllt sein.

Mit den so festgelegten Regelungseigenwerten werden nun die Koeffizienten $a_{R,0}$, $a_{R,1}$ und $a_{R,2}$ des charakteristischen Polynoms des geschlossenen Drehzahlregelkreises bestimmt. Man erhält hierbei das Resultat

$$\begin{aligned}(z - z_{R,1,n}) \cdot (z - z_{R,2,n}) \cdot (z - z_{R,i,E}) &= z^3 - \underbrace{(z_{R,1,n} + z_{R,2,n} + z_{R,i,E})}_{a_{R,2}} \cdot z^2 \\ &+ \underbrace{(z_{R,1,n}z_{R,2,n} + z_{R,1,n}z_{R,i,E} + z_{R,2,n}z_{R,i,E})}_{a_{R,1}} \cdot z - \underbrace{z_{R,1,n}z_{R,2,n}z_{R,i,E}}_{a_{R,0}}\end{aligned}$$

mit den Polynomkoeffizienten

$$\begin{aligned} a_{R,0} &= -z_{R,1,n} z_{R,2,n} z_{R,i,E} \\ a_{R,1} &= z_{R,1,n} z_{R,2,n} + z_{R,1,n} z_{R,i,E} + z_{R,2,n} z_{R,i,E} \\ a_{R,2} &= - (z_{R,1,n} z_{R,2,n} z_{R,i,E}) \end{aligned}$$

Die Multiplikation der so ermittelten Koeffizienten mit den zuvor berechneten Zeilenvektoren \underline{t}_1^T , \underline{t}_2^T und \underline{t}_3^T sowie die additive Berücksichtigung von $\underline{t}_3^T \cdot \Phi$ gemäß der Berechnungsvorschrift

$$\underline{r}^T = a_{R,0} \cdot \underline{t}_1^T + a_{R,1} \cdot \underline{t}_2^T + a_{R,2} \cdot \underline{t}_3^T + \underline{t}_3^T \cdot \Phi \quad (14.239a)$$

liefert schließlich den Reglervektor

$$\underline{r}^T = [K_{T,n} \quad K_{P,n} \quad -K_{I,n}] \quad (14.239b)$$

mit den Reglerkoeffizienten

$$K_{T,n} = \frac{1 + z_{R,i,E}}{1 - z_{R,i,E}} \cdot \left(1 - \frac{(1 + z_{R,1,n}) \cdot (1 + z_{R,2,n})}{4} \right) \quad (14.240a)$$

$$\begin{aligned} K_{P,n} &= \frac{1}{1 - z_{R,i,E}} \cdot \frac{2\pi\Theta\sqrt{2}}{TK'_T} \\ &\cdot \left(2 \cdot (1 - z_{R,1,n} - z_{R,2,n} - z_{R,i,E}) + \frac{(1 + z_{R,1,n}) \cdot (1 + z_{R,2,n}) \cdot (1 + z_{R,i,E})}{2} \right) \end{aligned} \quad (14.240b)$$

$$K_{I,n} = \frac{2\pi\Theta\sqrt{2}}{TK'_T} \cdot (1 - z_{R,1,n}) \cdot (1 - z_{R,2,n}) \quad (14.240c)$$

Zu beachten ist hierbei wiederum, dass der Integrationsbeiwert $K_{I,n}$ in Gl. (14.239b) mit negativem Vorzeichen versehen wurde, weil er in Gl. (14.238) im Unterschied zu den übrigen Zustandsgrößen mit positivem Vorzeichen im Regelgesetz auftritt und das den Vorteil hat, dass dadurch $K_{I,n}$ wie gewohnt positiv ist.

Um ein möglichst günstiges Führungsverhalten zu erzielen, ist schließlich noch der Vorfilterfaktor $K_{V,n}$ geeignet festzulegen. Diesbezüglich hat es sich als zweckmäßig erwiesen, auf ähnliche Weise vorzugehen wie beim Statorstromreglerentwurf. Dort wurde die Idee umgesetzt, einen der Pole der Führungsübertragungsfunktion des geschlossenen Drehzahlregelkreises, und zwar $z_{R,2}$ entsprechend $z_{R,2,n}$, durch eine Zählernullstelle zu kompensieren und so dessen Einfluss auf das Einschwingverhalten bei Sollwertanregungen zu eliminieren (vgl. auch Kap. 14.7.3.2 und Kap. 14.7.3.3). Wegen der um eins erhöhten Systemordnung gegenüber dem Statorstromregelkreis ist der Aufwand zur Ermittlung der Führungsübertragungsfunktion aus den Systemmatrizen und dem Reglervektor

beim Drehzahlregelkreis allerdings deutlich aufwändiger, so dass hier auf die Wiedergabe der erforderlichen Rechenschritte verzichtet wird. Der interessierte Leser findet aber in [497] eine ausführliche Herleitung des für die Kompensation erforderlichen Vorfilterfaktors

$$K_{V,n} = \frac{2 \pi \Theta \sqrt{2}}{T K'_T} \cdot (1 - z_{R,1,n}) \quad (14.241)$$

Ebenfalls in [497] wird skizziert, wie sich auf der Grundlage der angegebenen Reglerkoeffizienten die Führungsübertragungsfunktion

$$G_{w,n,z}(z) = \frac{(1 - z_{R,1,n}) \cdot \frac{1 + z_{R,i,E}}{2} \cdot \left(z + \frac{1 - 3 z_{R,i,E}}{1 + z_{R,i,E}} \right)}{(z - z_{R,1,n}) \cdot (z - z_{R,i,E})} \quad (14.242)$$

des geschlossenen Drehzahlregelkreises ermitteln lässt.

Zur Verdeutlichung der beschriebenen Drehzahlzustandsreglerstruktur zeigt Abb. 14.126 das aus den Reglergleichungen hervorgehende Reglerstrukturbild. Wie bereits beim Statorstromzustandsregler wurde auch hier die Reihenfolge zwischen der Aufintegration der Regeldifferenz und der Multiplikation der Integriererausgangsgröße mit $K_{I(n)}$ vertauscht (vgl. Kap. 14.7.3.2 und Kap. 14.7.3.3). Der in Abb. 14.126 ebenfalls eingezeichnete Begrenzungsmechanismus für den Querstromsollwert und die zugehörige Drehzahlsollwertkorrektur einrichtung im Begrenzungsfall entsprechen der im Kap. 14.8.2 beschriebenen Vorgehensweise (vgl. hierzu auch Abb. 14.122).

Um zu demonstrieren, welches Führungsverhalten mit einem Drehzahlzustandsregler erzielt werden kann, zeigt Abb. 14.127 den Drehzahlsoll- und -istwertverlauf sowie den Verlauf des Querstromsoll- und -istwerts bei sprunghöfziger Vorgabe eines Drehzahlsollwerts auf die gleiche stillstehende Maschine, wie sie bereits in den vorangegangenen Abbildungen des Kapitels 14.8 zugrundegelegt wurde. Die Sprunghöhe wurde dabei wiederum so gewählt, dass die Strombegrenzung nicht erreicht wird. Als Einschwingzeitkonstanten für den geschlossenen Drehzahlregelkreis wurden die Werte $T_{w,1,n} = T_{w,2,n} = 1$ ms gewählt. Für den Statorstromregler wurde ebenfalls wie in den übrigen Abbildungen des Kapitels 14.8 die Einschwingzeitkonstante $T_{w,1} = 0,25$ ms vorgegeben. Die Abtastzeit betrug bei einer Schaltfrequenz von 8 kHz wiederum 125 μ s. Bei den dargestellten Kurvenverläufen handelt es sich um Simulationsergebnisse. Dieses Mittel wurde sowohl in Abb. 14.127 als auch in Abb. 14.128 gewählt, um sich unbeeinflusst von unerwünschten Nebeneffekten wie Messfehlern, Parameter- und Modellungenauigkeiten auf das mit der vorgestellten Methode prinzipiell Erreichbare konzentrieren zu können. Wie weit die Simulationsergebnisse auf reale Antriebe übertragbar sind, wird exemplarisch anhand der Abb. 14.129 dokumentiert.

Vergleicht man die in Abb. 14.127 gezeigte Dynamik mit den in Abb. 14.123 dargestellten Ergebnissen, dann ist zu beachten, dass sich in Abb. 14.127 die Drehzahlglättung wegen der beobachtergestützten Drehzahlschätzung nicht

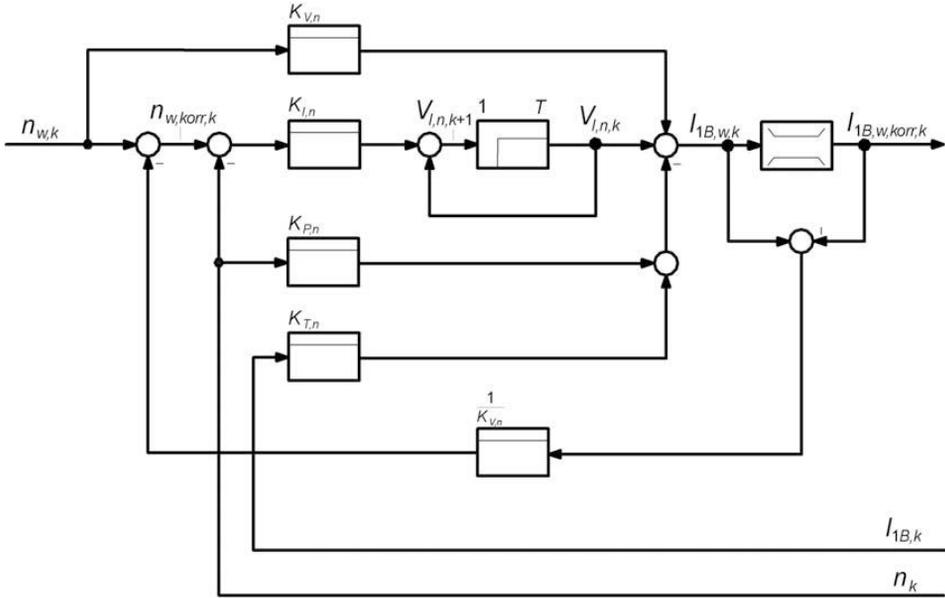


Abb. 14.126: Strukturbild des Drehzahlzustandsreglers inklusive Stellgrößenbegrenzung und Führungsgrößenkorrektur

auswirkt. Beobachtet man die Drehzahl auch beim Drehzahl-PI-Regler mit Referenzmodell, dann lässt sich dort ein etwas besseres Ergebnis als das in Abb. 14.123 gezeigte erzielen. Bei symmetrisch optimierten Drehzahlreglerparametern schwingt die Drehzahl dennoch geringfügig über, solange der Proportionalbeiwert nicht reduziert wird. Hingegen verläuft beim Drehzahlzustandsregler die Drehzahlsprungantwort bei entsprechender Eigenwertvorgabe in weiten Dynamikbereichen grundsätzlich überschwingungsfrei.

Werden die mit dem Drehzahlzustandsregler und die mit einem Standard-PI-Regler erzielbaren Ergebnisse hinsichtlich des Störverhaltens miteinander verglichen, dann treten auch dort leichte Unterschiede zwischen den beiden Varianten auf. Abbildung 14.128 zeigt hierzu das Einschwingverhalten der Drehzahl von beiden Regelvarianten bei sprungförmiger Aufschaltung eines Lastmoments von null auf halbes Motornennmoment bei stillstehender Asynchronmaschine. Es handelt sich hierbei um den gleichen Antrieb wie derjenige, welcher Abb. 14.127 zugrundeliegt. Auch der Drehzahlzustandsregler ist wie dort parametrisiert. Um einen fairen Vergleich vornehmen zu können, wurde bei beiden Regelvarianten ein Drehzahlbeobachter eingesetzt. Das darin geschätzte Lastmoment wurde in Form einer Störgrößenkompensation aufgeschaltet. Die hierzu beim Drehzahlzustandsregler erforderlichen Zusatzmaßnahmen sind in [497] beschrieben. Aufgrund des zur Verfügung stehenden Drehzahlschätzwerts kann der zum Vergleich herangezogene PI-Drehzahlregler dynamischer eingestellt werden als der in den Abbildungen 14.123 bis 14.125 verwendete. Als Vergleichskurven sind in

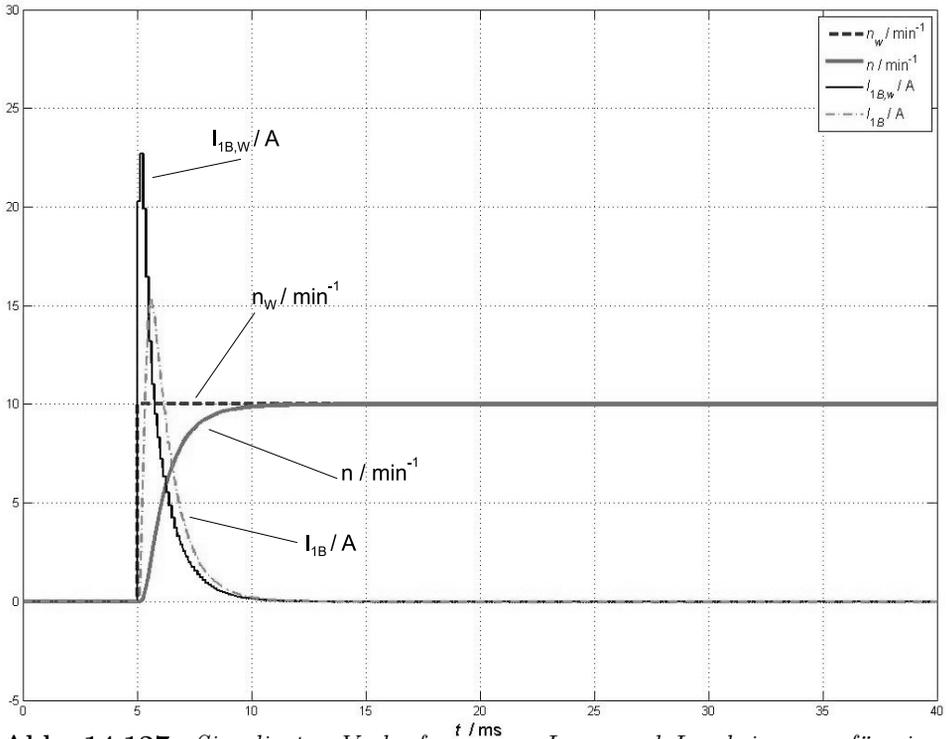


Abb. 14.127: Simulierter Verlauf von n_w , $I_{1B,w}$ und I_{1B} bei sprunghörmiger Drehzahl Sollwertänderung von 0 auf 10 min^{-1} bei einer anfangs stillstehenden, mit einem Drehzahlzustandsregler drehzahlgeregelten Asynchronkäfigläufermaschine

Abb. 14.128 schließlich noch die Drehzahl und der Querstromwert für den Fall des Standard-PI-Drehzahlreglers ohne Beobachterunterstützung eingezeichnet.

Abbildung 14.128 lässt erkennen, dass die Drehzahl beim Drehzahlzustandsregler weniger weit einbricht als beim PI-Drehzahlregler mit Beobachterunterstützung. Der Grund dafür ist die schnellere Anregelung des Querstromwertes. Der zur Ausregelung des Drehzahleinbruchs benötigte maximale Querstrom ist beim Drehzahlzustandsregler dennoch geringer als beim PI-Regler. Bei der PI-Reglervariante ohne Beobachter ist der Drehzahleinbruch wegen der nun vorhandenen Glättungszeitkonstante in der Regelschleife am größten. Ob der vorhandene Dynamikunterschied den Einsatz eines Zustandsreglers rechtfertigt, hängt allerdings von der jeweiligen Applikation ab. Da die Implementierung eines Drehzahlzustandsreglers aber kaum aufwändiger und die von ihm benötigte Rechenzeit nicht wesentlich höher ist als die bei einem Standard-PI-Regler mit Referenzmodell, kann durchaus in Erwägung gezogen werden, einen Drehzahlzustandsregler grundsätzlich einzusetzen. Um diese Aussage zu untermauern, zeigt Abb. 14.129 den Verlauf des korrigierten Drehzahl Sollwerts $n_{w,korr}$ und des geglätteten Drehzahlwertes n_M des Abb. 14.127 zugrundeliegenden realen Antriebs bei einem Sollwertsprung von 0 auf 30 min^{-1} . Als Drehzahlregelkreiseinschwingzeitkonstante wurde $T_{w,1,n} = 2,5 \text{ ms}$ eingestellt. Die Strom- bzw. Span-

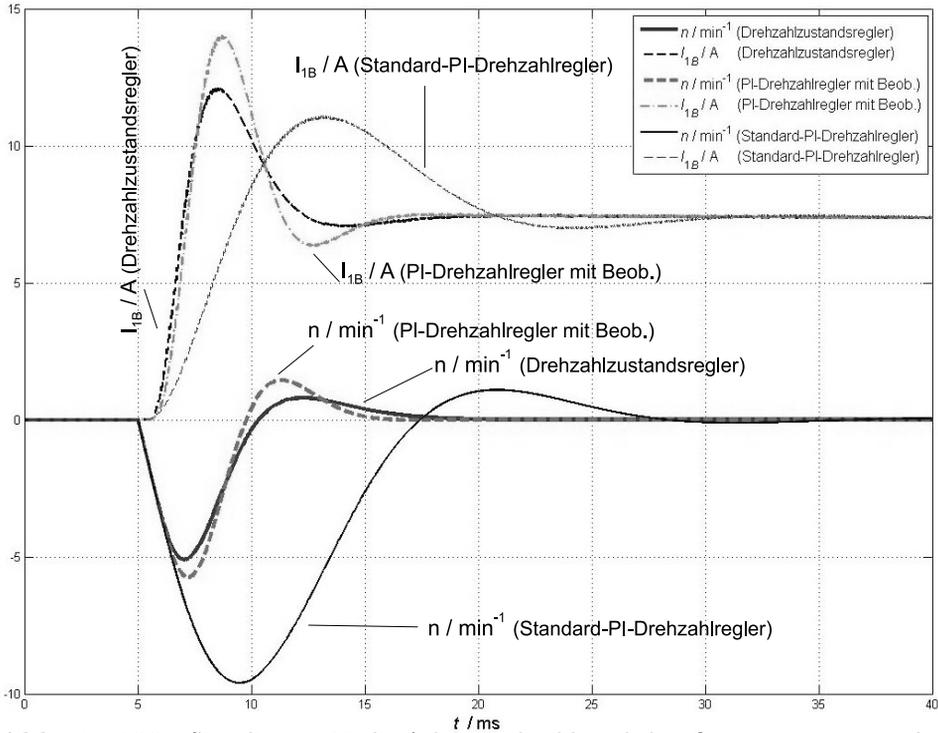


Abb. 14.128: Simulierter Verlauf der Drehzahl und des Querstromistwerts bei einem Lastmomentsprung von 0 auf halbes Nennmoment bei einer anfangs stillstehenden, drehzahlzustandsgeregelten bzw. nach dem symmetrischen Optimum mit und ohne Drehzahlbeobachter drehzahlgeregelten Asynchronkäfigläufermaschine

nungsgrenze wird hierbei nicht erreicht. Es ist ersichtlich, dass der Drehzahlmesswert dem Drehzahl Sollwert überschwingungsfrei und mit der eingestellten Dynamik folgt. Zu beachten ist hierbei, dass der dargestellte Drehzahlmesswert mit einer Glättungszeitkonstante von 1 ms gefiltert wurde.

Das in Abb. 14.129 dargestellte Einschwingverhalten lässt sich mit der vorgestellten Drehzahlreglerstruktur nur bei steifen Systemen erreichen. Ob es sich durch die Vorgabe noch kleinerer Drehzahlregelkreiseinschwingzeitkonstanten weiter verbessern lässt, hängt vor allem von der Güte des Drehzahlsensors ab. Je höher die Drehzauflösung ist, desto größer können die Reglerparameter durch Reduzierung der Einschwingzeitkonstanten gewählt werden, ohne dadurch die Drehzahlmessfehler zu sehr zu verstärken. Wegen der oft zu berücksichtigenden Torsion der Antriebswelle erscheint es aber kaum vielversprechend, ein kürzeres Einschwingverhalten als das in Abb. 14.129 gezeigte anzustreben.

Spielt das Störverhalten bei der jeweiligen Applikation keine dominante Rolle, dann kann die Einschwingzeitkonstante $T_{w,2,n}$ merklich größer gewählt werden als $T_{w,1,n}$. Der Faktor 2 bis 4 zwischen beiden Zeitkonstanten ist hierbei erfahrungsgemäß noch zielführend. Da der zu $T_{w,2,n}$ gehörige Pol $z_{R,2,n}$ in der Führungsübertragungsfunktion durch eine gleich große Nullstelle kompensiert wird (vgl. Gl.

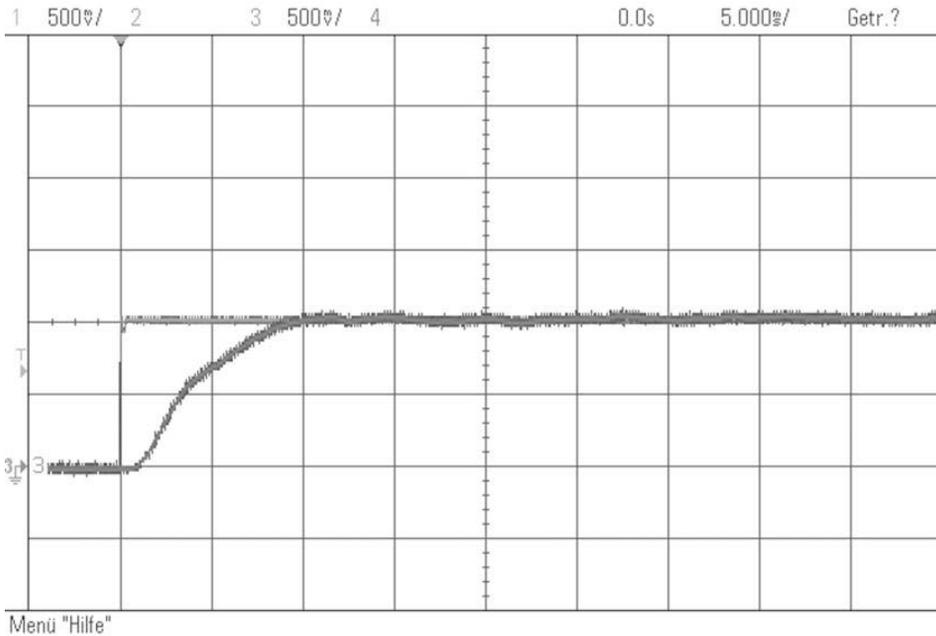


Abb. 14.129: Gemessener Verlauf der geglätteten Drehzahl (untere Kurve) und des korrigierten Drehzahlsollwerts (obere Kurve) bei sprungförmiger Drehzahlsollwertänderung von 0 auf 30 min^{-1} bei einer anfangs stillstehenden, mit einem Drehzahlzustandsregler drehzahlgeregelten Asynchronkäfigläufermaschine

(14.242)), beeinflusst seine Lage das Führungsverhalten in der Theorie überhaupt nicht und in der Realität nur unter ungünstigen Bedingungen. Maßgebend für das Führungsverhalten ist deshalb, wie bereits erwahnt wurde, der Pol bzw. Regelungseigenwert $z_{R,1,n}$. Wird er bzw. die zugehörige Zeitkonstante $T_{w,1,n}$ z.B. so groß gewählt, wie es sich bei symmetrisch optimierten Drehzahlregelkreisen ergibt (vgl. Abschnitt 14.8.2), dann kann man mit einem Drehzahlzustandsregler auch ein ähnliches Einschwingverhalten wie dort erzielen. Das gesamte Spektrum des oszillationsfreien Drehzahleinschwingverhaltens lässt sich somit im Wesentlichen über die Wahl von $T_{w,1,n}$ applkationsspezifisch festlegen.

Zum Abschluss der Betrachtungen über den Drehzahlzustandsregler soll noch darauf hingewiesen werden, dass auch eine Kombination von Drehzahlzustandsregler und Vorsteuerung möglich ist. Diese Option tritt beispielsweise dann auf, wenn der Drehzahlsollwert durch einen Rampengenerator erzeugt wird, der zugleich noch die Ableitung bzw. den Differenzenquotienten des Drehzahlsollwerts oder die Differenz aufeinanderfolgender Drehzahlsollwerte zur Verfügung stellt. Falls der Zustandsregler hochdynamisch eingestellt wurde, ist eine Vorsteuerung gewöhnlich zwar nicht erforderlich. Wie zuvor jedoch erläutert wurde, kann man aber in Betracht ziehen, grundsätzlich eine Zustandsreglerstruktur zu implementieren, d. h. auch bei weniger dynamischen Anforderungen oder bei geringer Aussicht auf die Realisierbarkeit eines hochwertigen Regelverhaltens. In diesem

Fall wirkt sich dann auch beim Zustandsregler eine Vorsteuerung positiv auf das erreichbare Führungsverhalten aus.

Wegen der von der Standardreglerstruktur abweichenden Struktur des Zustandsreglers sind bei der Integration einer Vorsteuerung gegenüber der Beschreibung in Kap. 5.3.1 einige Ergänzungen erforderlich. Als Ausgangspunkt zu ihrer Herleitung dient insbesondere das bei der Vorsteuerung mit Conditional Feedback formulierte Ziel, dass der eigentliche Regler durch Führungsgrößenänderungen überhaupt nicht angeregt werden soll. Aus diesem Grund muss vor den Sollwert Eingang des Zustandsreglers ebenso wie beim Standard-PI-Regler ein Sollwertfilter platziert werden, das den Drehzahlsollwert so verzögert, dass das verzögerte Signal denselben Verlauf aufweist wie die Drehzahl bzw. der Drehzahlschätzwert. In Anlehnung an die Ausführungen in [488], wo ein derartiges Filter Symmetrierfilter genannt und in einem Lageregler eingesetzt wird, wird nachfolgend die Ausgangsgröße des Sollwert- bzw. Symmetrierfilters im Drehzahlregelkreis $n_{w,SYF}$ genannt. Dieses Filter ermöglicht es, den Reglerintegrator bei Sollwertänderungen nicht anzuregen. Um zu erreichen, dass auch die Proportionalpfade in Summe nicht angeregt werden, muss zusätzlich

$$K_{V,n} = K_{P,n} \tag{14.243}$$

gesetzt werden. Denn nur dann ergibt der im Regelgesetz (14.238) für $n_w = n_{w,SYF}$ enthaltene Ausdruck $K_{V,n} \cdot n_{w,SYF,k} - K_{P,n} \cdot n_k$ bei identischem Verlauf von $n_{w,SYF}$ und n den Wert null und somit keinen Beitrag zur Stellgröße. Schließlich verbleibt im Drehzahlzustandsregler noch der Pfad über I_{1B} als potentieller Anregungspfad für die Stellgröße. Wenn jedoch, wie bei der Vorsteuerung mit Conditional Feedback vorgesehen, der Querstromsollwert ausschließlich über den Vorsteuerpfad erzeugt wird, dann liefert dieser Vorsteuerpfad gerade den Querstromsollwert $I_{1B,w,k}$. Mit Hilfe eines Filters mit der in Gl. (14.201) bzw. (14.214) angegebenen z -Übertragungsfunktion $G_{w,z}(z)$ des geschlossenen Stromregelkreises kann daraus der Verlauf von $I_{1B,k}$ abgeschätzt und vom tats"achlichen Rückführsignal $I_{1B,k}$ subtrahiert werden. Ist die – auf reiner Sollwertauswertung beruhende – Schätzung von $I_{1B,k}$ exakt, dann erfolgt durch den Pfad über I_{1B} wie gewünscht keine Anregung der Stellgröße.

Da nun der Drehzahlzustandsregler bei Sollwertänderungen im Idealfall überhaupt nicht angeregt wird, muss der Vorsteuerpfad so ausgelegt sein, dass er den erforderlichen Querstromsollwert allein zur Verfügung stellt. Weil der Drehzahlwert – bei vernachlässigtem Lastmoment – zugleich das mit einem Integrationsbeiwert versehene Integral des Querstromistwerts ist, liegt es nahe, den Querstromsollwert als gewichtete Ableitung des Drehzahlsollwerts vorzugeben. Konkret erhält man bei zeitdiskreter Betrachtungsweise basierend auf den Gln. (14.231) und (14.233) mit $I_{1B,w,k(-1)}$ anstatt $I_{1B,w,korr.k(-1)}$ die z -Drehzahlregelstreckenübertragungsfunktion

$$G_{S,n,z}(z) = \left(\frac{1}{z}\right) \cdot \frac{T \cdot K'_T}{2 \pi \Theta \sqrt{2}} \cdot \frac{z + 1}{2(z - 1)} \cdot \frac{1 - z_{R,1,i}}{z - z_{R,1,i}} = \frac{N_z(z)}{I_{1B,w,z}(z)} \tag{14.244}$$

$N_z(z)$ bezeichnet hierin die z -transformierte Drehzahl und $I_{1B,w,z}(z)$ die z -transformierte Stellgröße des Drehzahlreglers. Der Klammerausdruck $1/z$ tritt nur bei berücksichtigter Rechenzeit auf. Wird nun die z -Vorsteuerübertragungsfunktion

$$A_z(z) = \frac{2 \pi \Theta \sqrt{2}}{T \cdot K'_T} \cdot \frac{z - 1}{z} = \frac{I_{1B,w,z}(z)}{N_{w,z}(z)} \tag{14.245}$$

mit dem z -transformierten Drehzahlsollwert $N_{w,z}(z)$ gewählt, dann kompensieren sich der Integralanteil der Strecke und der zeitdiskrete Differenzierer des Vorsteuerpfades gerade. Als z -Führungsübertragungsfunktion $G_{w,n,z}(z)$ verbleibt dann

$$\begin{aligned} G_{w,n,z}(z) &= \frac{N_z(z)}{N_{w,z}(z)} = \frac{N_z(z)}{I_{1B,w,z}(z)} \cdot \frac{I_{1B,w,z}(z)}{N_{w,z}(z)} = G_{S,n,z}(z) \cdot A_z(z) \\ &= \left(\frac{1}{z}\right) \cdot \frac{z + 1}{2z} \cdot \frac{1 - z_{R,1,i}}{z - z_{R,1,i}} \end{aligned} \tag{14.246}$$

Diese z -Übertragungsfunktion ist bei verzögerungsfrei verfügbarer Drehzahl bzw. verfügbarem Drehzahlschätzwert genau die benötigte z -Übertragungsfunktion des Sollwert- bzw. Symmetrierfilters am Drehzahlzustandsreglersollwerteingang.

Zur Verdeutlichung der beschriebenen Zusatzmaßnahmen bei der Erweiterung eines Drehzahlzustandsreglers um eine Vorsteuerung zeigt Abb. 14.130 das zugehörige Gesamtstrukturbild.

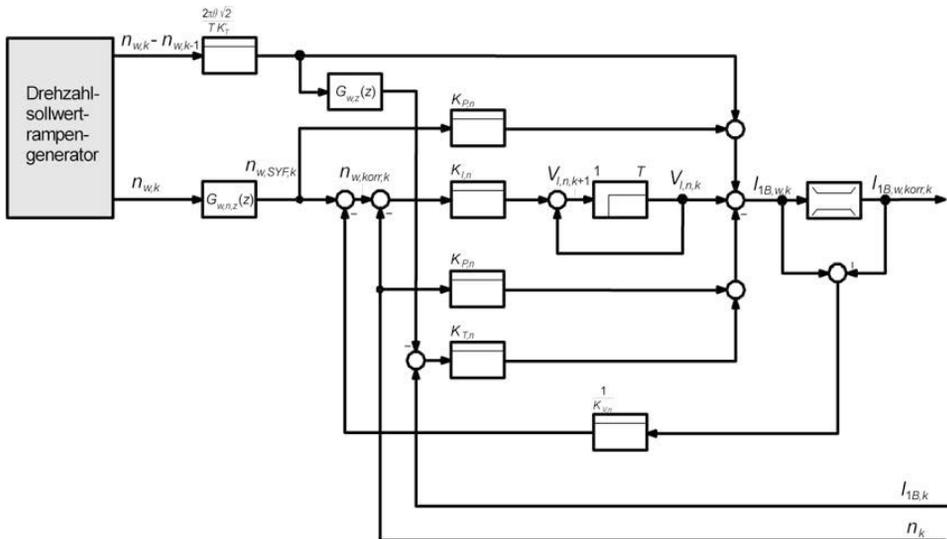


Abb. 14.130: Strukturbild des um eine Vorsteuerung erweiterten Drehzahlzustandsreglers inklusive Stellgrößenbegrenzung und Führungsgrößenkorrektur

Der Term $(z - 1)/z$ der Vorsteuerübertragungsfunktion ist darin wie in der Realität üblich in den grau unterlegt gezeichneten Rampengenerator verlagert, wo die Bildung der betreffenden Drehzahlollwertdifferenz ohnehin vorgenommen wird. Er wird dort dem Vorsteuerpfad entsprechend des Rücktransformationsergebnisses von Gl. (14.245) üblicherweise in der Form

$$I_{1B,w,k} = \frac{2 \pi \Theta \sqrt{2}}{T \cdot K_T'} \cdot (n_{w,k} - n_{w,k-1}) \quad (14.247)$$

zur Verfügung gestellt.

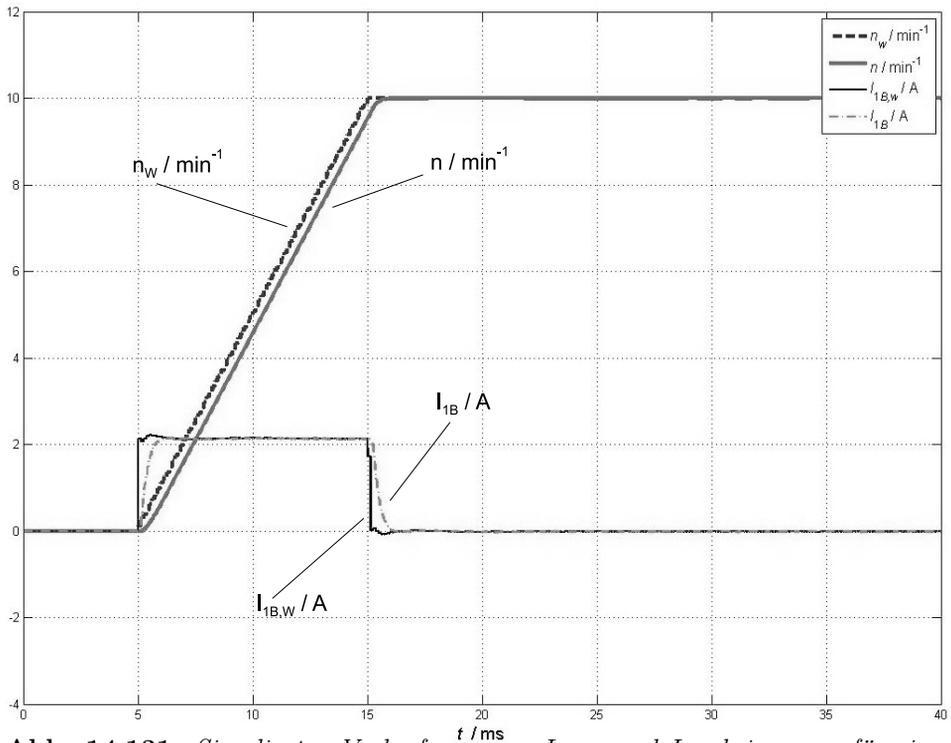


Abb. 14.131: Simulierter Verlauf von n_w , $I_{1B,w}$ und I_{1B} bei rampenförmiger Drehzahlollwertänderung von 0 auf 10 min^{-1} bei einer anfangs stillstehenden, drehzahlzustandsgeregelten und mit einer Vorsteuerung versehenen Asynchronkäfigläufermaschine

Zur Demonstration der Verträglichkeit von Zustandsregelung und Vorsteuerung zeigt Abb. 14.131 den simulierten Hochlauf des Drehzahlollwerts an einer Rampe sowie die Reaktion des Drehzahlregelkreises auf diese Vorgabe. Die Rampe sowie die Rampenanfangs- und -endwerte sind dabei genauso parametrisiert wie in Abb. 14.125. Es handelt sich auch um den gleichen Antrieb wie in Abb. 14.125, allerdings mit einem Drehzahlzustandsregler ($T_{w,1,n} = T_{w,2,n} = 1$ ms, $T_{w,1,i} = T_{w,2,i} = 0,25$ ms; mit Rechenzeit T).

Man erkennt, dass der Drehzahlwert dem Rampensollwert ähnlich wie in Abb. 14.125 leicht verzögert, aber überschwingungsfrei folgt. Damit der Vergleich zwischen den Abbildungen 14.125 und 14.131 nicht durch unterschiedliche Übertragungsfunktionen des Symmetrierfilters verfälscht wird, wurde auch in Abb. 14.125 die in Gl. (14.246) angegebene Übertragungsfunktion verwendet.

14.9 Zusammenfassung Statorstrom-Regelungen

In Kapitel 14 werden die Strukturen der direkten und indirekten Verfahren für die Regelung der Statorströme erklärt. Kapitel 14.1 stellt die Regelstrecke mit der schaltenden Arbeitsweise des Stellglieds vor und in Kap. 14.2 erfolgt eine Einführung in die Strukturen der indirekten Stromregelungen. Kapitel 14.3 stellt die Erzeugung der Ausgangsspannung mittels Modulationsverfahren wie der Grundfrequenztaktung, der nichtsynchronisierten sowie der synchronisierten Pulsweitenmodulationen mit der Mittenpuls- oder der Flankenpulstaktung sowie der flat-top-Modulation bei hohen Aussteuerungen vor. Diese Verfahren werden in Abhängigkeit von der geforderten Statorfrequenz in der Taktzahl umgeschaltet siehe Abb. 14.32. Die Umschaltung muss „stossfrei“ erfolgen [363, 439]. Die Veröffentlichungen [448, 449, 451, 452, 481] zeigen den Stand der Modellbildung.

[451] Kim, H.; Degner, M. W.; Guerrero, J. M.; Briz, F.; Lorenz, R. D.
Discrete-Time Current Regulator Design for AC Machine Drives.

[363] Stanke, G.; Nyland, B.
Controller for sinusoidal and optimized PWM with pulse pattern changes without current transients.

[481] Yepes, A.G.; Vidal, A.; Lopez, O.; Doval-Gandoy, J.
Evaluation of Techniques for Cross-Coupling Decoupling Between Orthogonal Axes in Double Synchronous Reference Frame Current Control.

[439] Evers, Ch.; Wörner, K.; Hoffmann, F.; Steimel, A. (2003)
Flux-guided control strategy for pulse pattern changes without transients of torque and current for high power IGBT-inverter drives.

In Kapitel 14.4.1 wird die Raumzeigermodulation erläutert.

Die Hysterese-Regelungen sind eine interessante Alternative und werden beginnend in Kap. 14.4.2 erklärt. Ausgehend von der on-line optimierten Pulsmustererzeugung lassen sich von Kap. 14.4.3 an die Varianten der Hysterese-Stromregelungen mittels Schalttabellen ableiten.

Die direkten Methoden der Statorstrom-Regelungen, die Direkte Selbstregelung DSR — Kap. 14.5.1 sowie die Direct Torque Control DTC — Kap. 14.5.3, setzen bei der Hysterese-Regelung an, die Pulsmustererzeugung berücksichtigt aber sowohl den drehmomentbildenden Stromanteil als auch die flussbildende Komponente.

Weitere Entscheidungen betreffen die Stellgliedstruktur — Zweipunkt- oder Mehrpunkt-Wechselrichter — sowie der geeigneten Leistungshalbleiter hinsichtlich Leistungsbereich und Schaltfrequenz. Mit MOSFETs können hohe Schaltfrequenzen aber nur ein kleiner Leistungsbereich, mit IGBTs mittlere Daten und mit Höchstleistungselementen wie IGBTs oder IGCTs nur niedrige Schaltfrequenzen aber hohe Leistungen realisiert werden. In Abhängigkeit von Modulationsverfahren und Schaltfrequenz resultieren die Oberschwingungen in den Statorspannungen und Statorströmen.

Außer den Entscheidungen hinsichtlich der verwendeten Schaltungsstruktur des Stellglieds (Zweipunkt oder Mehrpunkt), der verwendeten Leistungshalbleiter und der PWM, ist festzulegen: Welche Regelung erfolgt mit welcher Signalverarbeitung — früher parallel mittels Analogverstärker, nun beispielsweise mittels FPGA.

Die Festlegung der Regelungsstruktur mit der Signalverarbeitung folgt im allgemeinen der klassischen Methode, beginnend mit der Modellbildung des verwendeten Stellglieds und der Last, Festlegung der Struktur der Statorstrom-Regelung — beispielsweise wie in Abb. 14.38 gezeigt — und Realisierung der Aufschaltung der Stator-Gegenspannungen. Die Aufschaltung der Stator-Gegenspannungen ist notwendig, wenn die Rotorfluss-Orientierung gewählt wird, denn dann ist die Überkreuzkopplung zu beachten, siehe Kapitel 13.2.1. In Kapitel 14.6 „Stromregelverfahren für Drehfeldmaschinen“ wird die klassische Bearbeitung gewählt. Zuerst erfolgt die Modellbildung des Stellglieds, ein Zweipunkt-Wechselrichter, mit der Last. Als Modell ergibt sich eine Totzeit mit $T_t=1,5T$, mit T der PWM-Periode des höherfrequenten Trägersignals, die Abtastung wird durch das Trägersignal der PWM gesteuert. Aufgrund der durch die PWM des Stellglieds vorgegebene zeitdiskreten Signalverarbeitung ist keine vollständige Kompensation der Gegenspannungen zu erreichen. Die kreisförmigen Statorstruktur ist daher noch wirksam und führt zu einem zusätzlichen komplexen Term im Nenner der Übertragungsfunktion des Statorstrom-Regelkreises. Dieser komplexe Term bewirkt eine unerwünschte Polverschiebung. Um den Einfluss der Überkreuzkopplung und damit die Polverschiebung zu verringern, werden Gegenmaßnahmen gesucht. In Kapitel 14.6 werden die folgenden Varianten untersucht: Vernachlässigung der Kopplungen, die erreichbare Kompensation nutzen, Vorsteuerung, regelungstechnische Unterdrückung der Kopplungen mittels PI-Regler und zeitdiskreter Entwurf. Außerdem müssen die Kopplungen bei der Transformation vom K- zum S-System und umgekehrt beachtet werden. Bei der Auswahl des Regelverfahrens ist das Verhältnis Ω_K bei der ASM und Ω_L bei der SM zur Abtastkreisfrequenz entscheidend. Es ergibt sich, dass das zeitdiskrete Verfahren am vorteilhaftesten ist, dies wird auch in Kapitel 14.7 bestätigt. In den Kapiteln 14.7 und 14.8.1 wird vorgeschlagen, die Zustandsregelung sowohl für die Statorstromregelung als auch für die Drehzahlregelung getrennt einzusetzen. Dies ist ein interessanter Vorschlag, denn die klassische Zustandsregelung wird in der Antriebsregelung nicht eingesetzt, weil die beiden Regelkreise nicht getrennt, sondern nur in einem Gesamtsystem mit einem Regler zusammen arbeiten und in einem Schritt in Betrieb genommen werden. Außerdem ist der Statorstrom nicht zu begrenzen bzw. wesentlich wichtiger, die Sättigung der Statorspannung ist nicht zu vermeiden. Wenn es möglich wäre, sowohl die Statorstrom-Regelung als auch die Drehzahl-Regelung getrennt zustandsgeregelt zu realisieren, dann wären die Vorteile der Kaskaden- und der Zustands-Regelung gemeinsam verfügbar, man hätte dann die „kaskadierte Zustandsregelung“. Die Forderung einer Auftrennung in zwei Zustandsregelkreise erscheint zunächst unerfüllbar, da beide „getrennten“ Regelkreise die selben Zustände zurückführen

müssen und damit eine unzulässige Verkopplung der beiden Regler nicht zu vermeiden ist. In den Kapiteln 14.7 und 14.8.1 sowie in Kapitel 5.5.8 „Alternative Strukturen“ werden die Maßnahmen zur Realisierung der kaskadierten Zustandsregelung erläutert, es folgen Überprüfungen des neuen Verfahrens und Vergleiche mit dem klassischen Verfahren. Der Entwurf eines hochdynamischen Statorstrom-Regelkreises mit einem leistungselektronischem Stellglied ist somit eine komplexe Aufgabenstellung, die — wie die Literatur zeigt — bis heute nicht endgültig abgeschlossen ist. Wenn — wie heute noch allgemein üblich — die Kaskadenregelung bei der Signalverarbeitung eingesetzt werden soll, dann bestimmt der innerste Regelkreis, der Statorstrom-Regelkreis, die erreichbare Dynamik der überlagerten Regelkreise, siehe Kap. 3.2 — Optimierung des Drehzahl-Regelkreises — SO — bzw. Kap.7.1.1. Es ist deshalb ein Ziel, das dynamische Verhalten des Stromregelkreises so gut wie nur möglich zu machen. Wie schon in den Kapiteln 3.1 bis 3.1.3 besprochen, bestimmt das Verhältnis der großen Zeitkonstante T_1 zur kleinen Zeitkonstanten T_σ die Verstärkung V_R des PI-Reglers und damit das dynamische Verhalten des Regelkreises. T_σ ist die Summe der kleinen Zeitkonstanten. Wenn der klassische Ansatz mit der Modellbildung des Stellglieds gewählt wird, dann wird die kleine Zeitkonstante T_σ durch die Summenbildung des dynamischen Verhaltens des Stellglieds mit der PWM sowie den Signallaufzeiten bei der Strommessung, Signallaufzeiten zum/im/vom Rechner bestimmt. Beim zeitdiskreten Entwurf muss im allgemeinen noch eine Rechenzeit berücksichtigt werden. Weiterführende Informationen sind beispielsweise den oben genannten Veröffentlichungen und den Kapiteln 14.6, 14.7 sowie 14.10 zu entnehmen.

Die Kompensation der Gegenspannungen $\Omega_K \Psi_{1A}$ bzw. $\Omega_K \Psi_{1B}$ ist erwünscht, um die Rückkopplungen über die Mechanik und um beim geregelten System die Polverschiebungen zu vermeiden. Die perfekte Kompensation ist aber nur erreichbar, wenn die von der Signalverarbeitung eingespeisten Kompensationssignale vom Stellglied so übertragen werden, dass die Kompensationsspannungen möglichst exakt gegenphasig zu den realen Gegenspannungen sind.

Es ist daher von großer Bedeutung, dass das Modell des selbstgeführten Stellglieds das dynamische Verhalten des Stellglieds möglichst genau erfasst. Wie sich aus den folgenden orientierenden Untersuchungen der PWM-Impuls-Erzeugung aus den Abbildungen 14.132, 14.133 und 14.134 ergibt, ist die zeitkontinuierliche Abtastung dynamisch wesentlich günstiger als die Standardlösung mittels zeitdiskreter Abtastung. Unter der Annahme einer geringen Tot- bzw. Verzögerungszeit beim Modell des Stellglieds bezogen auf die Dynamik der sonstigen Übertragungsglieder im System, ist eine nahezu perfekte Kompensation der Gegenspannungen zu erwarten.

Anknüpfend an diese Überlegungen sollen nun ansatzweise entsprechende Untersuchungen bei selbstgeführten Stellgliedern erfolgen. Wir nehmen ein Steuergerät mit dreieckförmigem Trägersignal, zeitkontinuierlichem Steuersignal mit sprungartigen Sollwertänderungen sowie sehr schneller Signalverarbeitung an, so dass eine zeitkontinuierliche Abtastung realisiert ist. Das Steuersignal ist bei

$t < t_{01}$ negativ mit 50% negativer Aussteuerung und nach dem Sprung positiv mit 50% positiver Aussteuerung. Wie aus Abb. 14.132 zu entnehmen ist, ergibt sich bei negativer Aussteuerung ein Spannungsverlauf von drei Zeiteinheiten negativer Spannung n und einer Zeiteinheit mit positiver Spannung p . Bei positiver Aussteuerung ergibt sich ein entsprechender Spannungsverlauf. Wie aus Abb. 14.132 weiterhin zu erkennen ist, beginnt der stationäre neue Betriebszustand zum Zeitpunkt t_{04} . Vor dem Zeitpunkt t_{04} erzeugt das Stellglied resultierend zwei Zeiteinheiten mit der positiven Spannung p des Zwischenkreises, dies entspricht vier Zeiteinheiten mit halber positiver Spannung bei der Mittelwertbetrachtung. Je nach dem Zeitpunkt des Sollwertsprungs wird das Stellglied somit ein prädiktives oder geringes Totzeitverhalten zeigen.

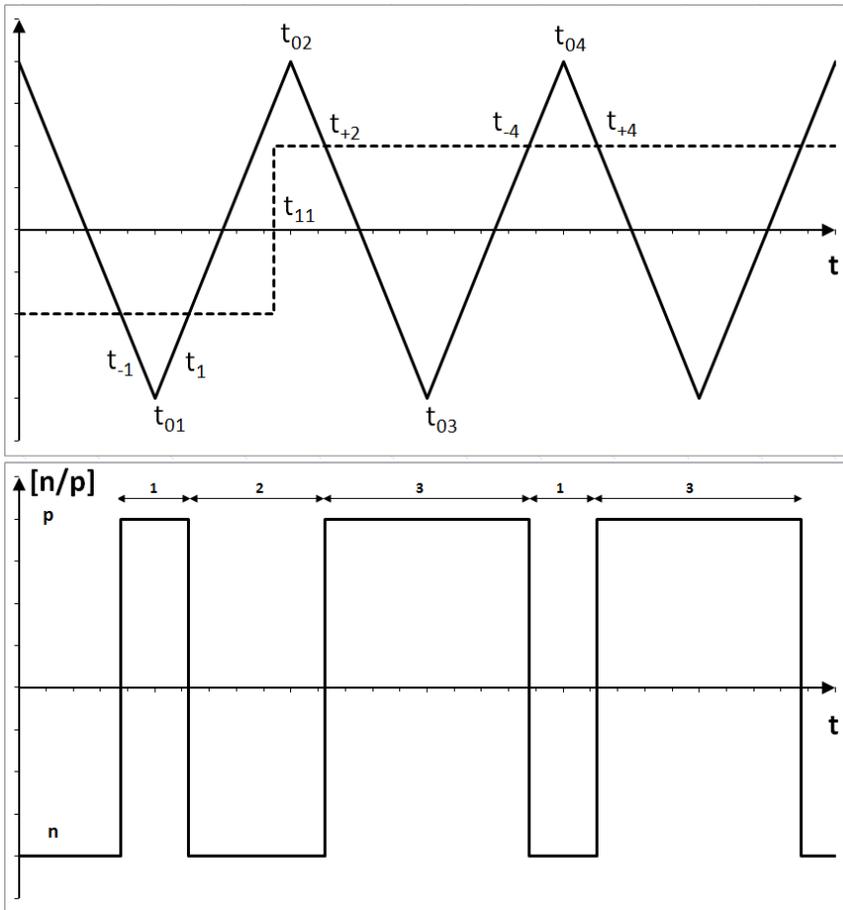


Abb. 14.132: Mittleres dynamisches Verhalten des Stellglieds; zeitkontinuierliche Abtastung

In Abbildung 14.133 ist das prädiktive Verhalten noch deutlicher zu erkennen, denn es sind fünf Zeiteinheiten mit positiver Spannung p und eine Zeiteinheit mit negativer Spannung n festzustellen. Die positive resultierende Span-

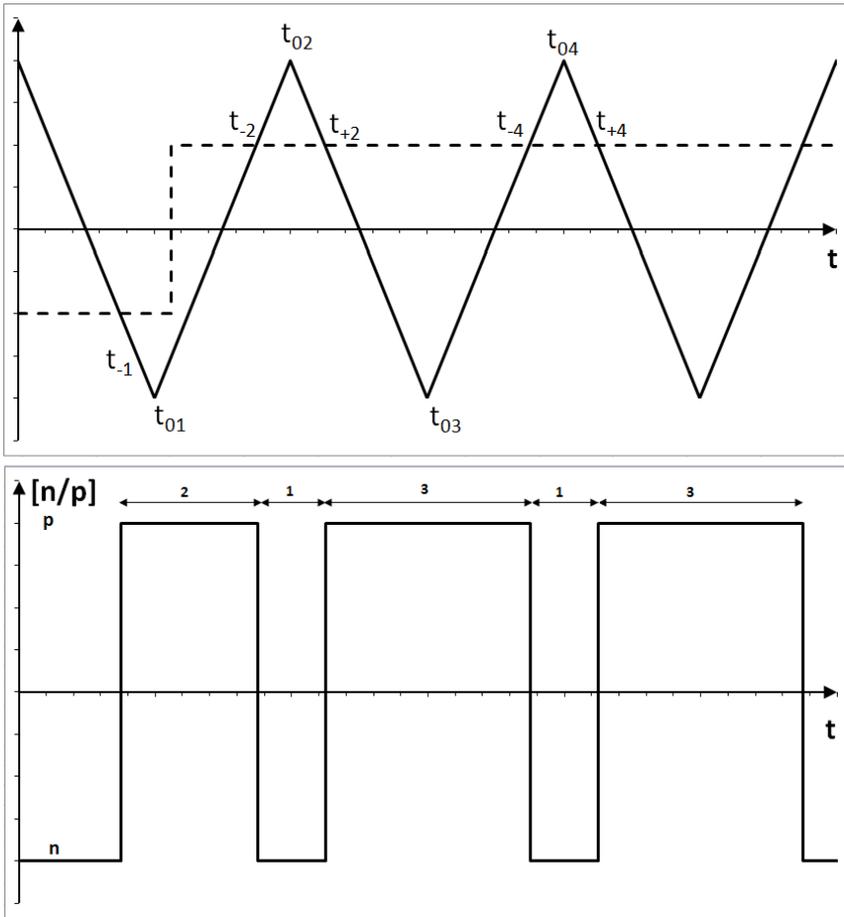


Abb. 14.133: *Prädiktives dynamisches Verhalten des Stellglieds; zeitkontinuierliche Abtastung*

nungszeitfläche mit vier Zeiteinheiten führt zu acht Zeiteinheiten bei der Mittelwertbetrachtung. Die positive Ausgangsspannung ist somit bereits vor dem Zeitpunkt t_{01} verfügbar und kompensiert die negative Spannung vor dem Zeitpunkt t_{01} . Das prädiktive Verhalten — insbesondere bei Zweipunkt-Stellgliedern — ist bedingt durch die Ausgangsspannung — entweder p oder n — die während der Durchschaltung konstant und maximal ist.

Die Abbildung 14.134 zeigt die Situation bei einer Signalverarbeitung mit zeitdiskreter Abtastung. Wie zu erkennen ist, wird die Änderung des Steuersignals erst zum Zeitpunkt t_{03} übertragen und resultiert im stationären Betriebszustand wieder ab dem Zeitpunkt t_{04} . Der Verlauf der Spannung vor dem Zeitpunkt t_{04} ergibt allerdings drei positive und drei negative Zeiteinheiten und damit wird in diesem Zeitbereich die mittlere Spannung zu Null. Da die Ausgangsspannung vor diesem Zeitraum drei Zeiteinheiten auch noch negativ ist, verschlechtert sich das Übertragungsverhalten nochmals.

Es ist somit festzustellen, dass durch die von der PWM gesteuerte zeitdiskrete Abtastung eine deutliche Verschlechterung des dynamischen Verhaltens des Stellglieds entsteht. Dieser unerwünschte Effekt vergrößert sich noch bei Signalverarbeitung mit Abtastung.

Ausgehend von der Annahme eines günstigen dynamischen Verhaltens des selbstgeführten Stellglieds bei zeitkontinuierlicher Abtastung, sollen nun Aufgabenstellungen genannt werden, die sehr hohe Dynamikanforderungen stellen. Beispielsweise bestehen bei Prüfständen für Verbrennungsmotoren [497, 500, 501], fliegenden Sägen [498] und anderen Antrieben [483, 485, 495, 499] hohe dynamische Anforderungen.

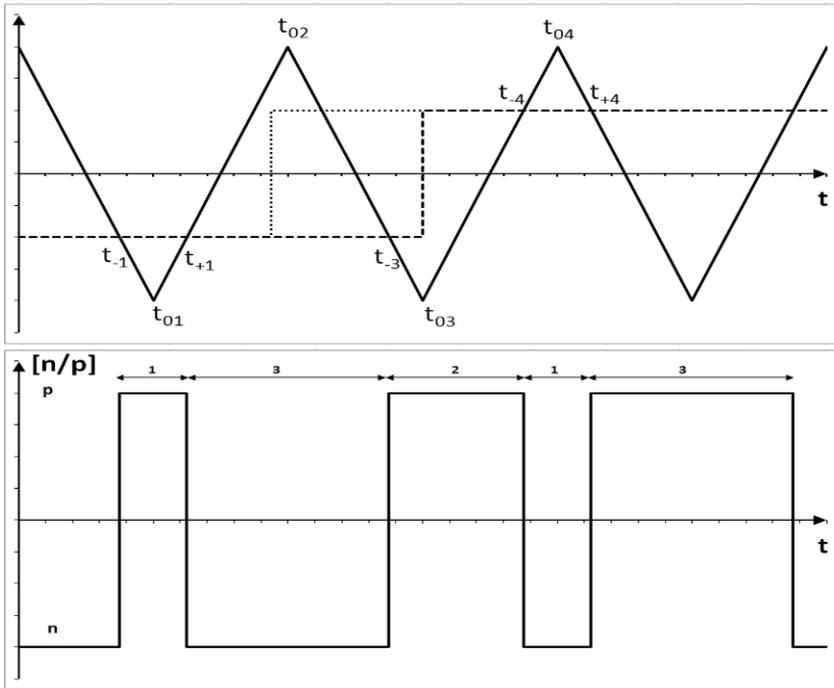


Abb. 14.134: Totzeitverhalten bei zeitdiskreter Abtastung

Weitere Aufgabenstellungen mit hohen dynamischen Anforderungen sind Prüfstände für den Antriebsstrang von Fahrzeugen. Der Momentenverlauf von Verbrennungsmotoren ist aufgrund der Funktionsweise des Motors überschwingungsbehaftet. Diese Überschwingungen werden bei neuen Konstruktionen durch mechanische Schwingungstilger verringert. Die erste Frage lautete, ist es möglich, diese Momentenschwankungen insbesondere bei niedrigen Drehzahlen mittels eines elektrischen Motors zu unterdrücken — mit dem Ziel Absenkung der Leerlaufdrehzahl und damit Absenkung des Verbrauchs? Die zweite Frage war, ist es möglich, den Verbrennungsmotor bei Prüfständen des Antriebsstrangs durch einen elektrischen Motor zu ersetzen. Der elektrische Motor solle aber so gut wie möglich den Momentenverlauf des Verbrennungsmotors in Abhängigkeit

von Drehzahl und Gaspedalstellung nachbilden — mit dem Ziel einer drastischen Verbesserung des Wirkungsgrades. Die beiden Aufgabenstellungen wurden gelöst, wobei die Nachbildung der Oberschwingungen mit hochdynamischer Signalverarbeitung im Stromregelkreis realisiert wurde. In [454, 455, 460] werden die Anforderungen an den elektrischen Drehmomentenstrang bei Hybridfahrzeugen diskutiert. Da sowohl der Verbrennungsmotor, das Getriebe als auch die Batterie und der elektrische Antrieb komplexe Kennfelder haben, ist die Abstimmung der Betriebspunkte der Komponenten Verbrennungsmotor, Getriebe, Batterie und elektrischer Antrieb oder Batterie, elektrischer Antrieb und Getriebe aufwändig und führt zu spezifischen Anforderungen. Insbesondere bei HIL-Untersuchungen sind hohe dynamische Anforderungen an die elektrischen Antriebe zu beachten.

[454] Kleimaier, A.

Optimale Betriebsführung von Hybridfahrzeugen.

[455] Kleimaier, A.; Schröder, D.

An Approach for the Online Optimized Control of a Hybrid Powertrain.

[460] Leimegger, C.; Schröder, D.

Hochdynamischer Verbrennungsmotor- und Rad-Straße-Simulation an einem HIL-PKW-Antriebsstrangprüfstand.

Wie oben diskutiert, ist zu erwarten, dass die Modelle der selbstgeführten Stellglieder mit zeitkontinuierlicher Abtastung ein günstigeres dynamisches Verhalten haben werden als die Stellglieder mit zeitdiskreter Abtastung. Damit könnten die Anforderungen an die Stromregelkreise — bei der Verfügbarkeit dieser Modelle — erhöht werden.

Ausgehend von der derzeitigen Situation ist die Kompensation der Gegenspannungen im Statorkreis, siehe Hinweis Überkreuzkopplung, Kapitel 13.2.1, eine wichtige Aufgabenstellung, um die Polverschiebung zu verringern bzw. weitgehend zu vermeiden. Die Veröffentlichungen [479, 487] beschreiben den Stand der Technik in den neunziger Jahren, in [482, 494] um die Jahrtausendwende, in [451] wird eine zeitdiskrete Regelung mit Entkopplung vorgeschlagen und in [448, 449, 481, 482, 485] sowie im Kapitel 14.6 von Hoffmann/Fuchs und im Kapitel 14.7 von Nuß den derzeitigen Stand. Wie aus den obigen Veröffentlichungen zu entnehmen ist, ist das dynamische Verhalten des selbstgeführten Stellglieds entscheidend für die erreichbare Kompensation der Gegenspannungen. Die wichtige Aufgabenstellung der Kompensation der Gegenspannungen wird deshalb intensiv bearbeitet, in dem unterschiedliche Ausführungsformen der Struktur des Regelkreises und der Auslegungen untersucht werden.

Jüngere Veröffentlichungen [448] und [449] diskutieren die Realisierung der Statorstrom-Regelung anhand von Vergleichen der jeweils vier Varianten zur Kompensation der Gegenspannungen.

Die Varianten sind in [448]: Stromregelkreis mit PI-Regler ohne Kompensation der Gegenspannungen, Kompensation mit dem erreichbaren Anteil der Kompensation aufgrund der Verzögerung des Stellglieds, Kompensation durch Vor-

steuerung und Einsatz des resonanten P-Reglers, siehe Kapitel 3.6, und in [449]: Stromregelkreis mit PI-Regler ohne Kompensation der Gegenspannungen, resonanter P-Regler, Regelung mit der erreichbaren Kompensation, Hystereseregler. Die Veröffentlichung [482] stellt den resonanten P-Regler vor und vergleicht ihn mit den Varianten: feldorientierte PI-Regelung im S-System mit den rotierenden Koordinaten, Regelung mit dem resonanten P-Regler, PI-Regelung mit Vorsteuerung und die Hysterese-Regelung im S-System. Damit besteht eine breite Basis zum Vergleich der Verfahren.

Die Veröffentlichungen [447–449, 482] sind von der WEMPEC, Prof. Lipo, USA und Prof. Holmes, Monash Universität, Australien, von dieser Gruppe werden später weitere Veröffentlichungen genannt.

[447] Holmes, G.; Lipo, T. (2003)

Pulse Width Modulation for Power Converters.

[448] Holmes, D. G.; Lipo, T. A.; McGrath, B. P.; Kong, W. Y. (2009)

Optimized Design of Stationary Frame Three Phase AC Current Regulators.

[449] Holmes, D. G.; McGrath, B. P.; Parker, S. G. (2010)

A Comparative Evaluation of High Performance Current Regulation Strategies for Vector Controlled Induction Motor Drives.

[482] Zmood, D. N.; Holmes, D. G. (2003)

Stationary frame current regulation of PWM inverters with zero steady-state error.

[471] Richter, S. (2013)

Digitale Regelung von PWM-Wechselrichtern mit niedrigen Trägerfrequenzen.

[479] Yepes, A. G.; Freijedo, F. D.; Lopez, O.; Doval-Gandoy, J. (2010)

Effects of Discretization Methods on the Performance of Resonant Controllers.

Einführend sei das Buch „Pulse Width Modulation for Power Converters“, [447] genannt.

Die verwendeten Verfahren der Statorstrom-Regelungen in [448, 449, 482] haben in etwa das gleiche dynamische Verhalten, es gibt aber gewisse Unterschiede bei der Trennung der beiden Komponenten des Statorstroms bei Transienten und beim Überschwingen. Die Hysterese-Regelung ist durchgängig im dynamischen Verhalten am vorteilhaftesten. Sie erreicht eine fast perfekte Entkopplung der beiden Kanäle während transienter Vorgänge und die Transienten haben nahezu kein Überschwingen. In den folgenden Veröffentlichungen werden beispielhaft die unterschiedlichsten Regel-Verfahren zwecks Absicherung untersucht: in [430] prädiktiv, [462] dead beat, [425] MISO, [451] zeitdiskreter Entwurf, [438] konventionelle und unkonventionelle Verfahren wie das Fuzzy-Verfahren im Vergleich. Die Regelverfahren sind sowohl für symmetrische als auch für unsymmetrische Regelverfahren geeignet, siehe [452].

- [426] Bauer, J.; Kleimaier, A. (2014)
Observer Based Sensorless Predictive Hysteresis Control of a Transverse Flux Machine.
- [431] Bose, B. K. (1990)
An adaptive hysteresis-band current control technique of a voltage-fed PWM inverter for machine drive system.
- [451] Kim, H.; Degner, M. W.; Guerrero, J. M.; Briz, F.; Lorenz, R. D. (2010)
Discrete-Time Current Regulator Design for AC Machine Drives.
- [462] Malesani, L.; Mattavelli, P.; Buso, S. (1999)
Robust dead-beat current control for PWM rectifiers and active filters.

Die Funktion des resonanten P-Reglers [482] soll hier und in Kapitel 3.6 am Beispiel der Regelung der Netzstrom-Istwerte bei einem back to back Umrichter erläutert werden. Die Strom-Istwerte auf der Netzseite sollen den Strom-Sollwerten bzw. dem Raumzeiger-Sollwert möglichst ohne Phasenfehler folgen, d.h. das Folgeverhalten des Regelkreises soll perfekt sein. Wenn das Folgeverhalten der Stromregelung perfekt ist, dann wird entsprechend dem Sollwert exakt realisiert, ob nur Wirkleistung oder auch kapazitive oder induktive Blindleistung in beliebigen Verhältnissen dem versorgenden Netz positiv oder negativ eingepreßt wird. Da die Netzfrequenz sich nicht ändert, ist das Folgeverhalten des Stromregelkreises nur bei der konstanten Netzfrequenz von Bedeutung, d.h. hier muss die P-Verstärkung, die das dynamische Verhalten bestimmt, möglichst hoch sein. Der resonante P-Regler hat deshalb bei der Netzfrequenz eine in der Amplitude einstellbare resonante Spitze in der P-Verstärkung. Diese resonante Spitze in der P-Verstärkung verbessert das Führungsverhalten der statorfesten Größen mit Netzfrequenz im S-System, d.h. der Phasenfehler der Strom-Istwerte kann deutlich vermindert werden. In den Veröffentlichungen [448, 449, 471, 482] werden zwei Ausführungen des resonanten P-Reglers — die erste bei fester Frequenz und die zweite bei variabler Frequenz — sowie die erreichbaren Ergebnisse vorgestellt. In [471, 478–481] werden Aspekte der Realisierung besprochen.

Hinsichtlich der üblichen Realisierung der Stromregelungen und dem Phasenfehler sei beispielsweise auf die Kapitel 3.1 und 2.1.2 verwiesen. Weitere Informationen sind in Kapitel 3.6 zu finden.

Wie schon oben hingewiesen wurde, werden inzwischen leistungselektronische Anlagen mit sehr hohen Leistungen realisiert. Die verwendeten Leistungshalbleiter lassen aber nur relativ kleine Schaltfrequenzen — 150 Hz, 300 Hz — zu. In diesem Fall werden die Verfahren aus Kap. 14.3 eingesetzt, die durch einen Wechsel der Taktzahl die Begrenzung der Schaltfrequenz ermöglichen — s. Abb. 15.31 und Abb. 15.32. In [363, 439] wird u.a. auf den Wechsel der Taktzahl eingegangen, der stoßfrei erfolgen muss, ein wichtiger Aspekt bei Stellgliedern hoher Leistung. Problematisch sind insbesondere die Wechsel „in die/aus der“ unsymmetrierte(n) Taktung in die symmetrierte Taktung. Die Anregelzeiten des Stroms sind im Bereich von 5 ms bis 10 ms bei den hohen Leistungen. In der Veröffentlichung [446] wird die Zwischenschaltung von Filtern zwischen dem Netz und dem Wech-

selrichter berücksichtigt. Drei verschiedene Regelstrategien werden untersucht, wobei erstens eine hohe Resonanzfrequenz in Relation zur Schaltfrequenz und zweitens der umgekehrte Fall angenommen wird. In der Veröffentlichung [445] werden die verschiedenen Methoden der Signalverarbeitung bei Netzkopplung vorgestellt.

[445] Hoffmann, N.; Fuchs, F. W.; Dannehl, J. (2011)

Models and effects of different updating and sampling concepts to the control of grid-connected PWM converters - A study based on discrete time domain analysis.

[429] Böcker, J.; Janning, J.; Jebenstreit, H. (2001)

High Dynamic Control of a Three-Level Voltage Source Converter Drive with Synchronous Motor and Active Front End.

[463] Mathapati S., Böcker J. (2010)

Dynamically Reconfigurable Control Structure for Induction Motor Drives on FPGA Control Platform.

[363] Stanke, G.; Nyland, B.

Controller for sinusoidal and optimized PWM with pulse pattern changes without current transients.

In der Veröffentlichung [463] wird der Wechsel der Regelstrategie diskutiert. Wechsel finden zwischen den folgenden Regelstrategien statt:

- FOC (Field Oriented Control)
- DTC (Direct Torque Control, Kap. 14.5.3)
- V/f -Steuerung

Der Wechsel zwischen FOC zu DTC und umgekehrt ist vorteilhaft, da die Feldschwächung besonders effektiv und dynamisch mit DTC ist. FOC ist beispielsweise im stationären Betrieb aufgrund der geringeren Oberschwingungen sinnvoll. Die V/f -Steuerung wird bei der Inbetriebnahme, im Fehlerfall und auch — bei geringen Anforderungen — zum Anfahren oder generell bei Pumpen und Lüftern verwendet. Es sind somit Wechsel sowohl zwischen hochdynamischen Verfahren wie der DTC und FOC als auch von diesen zu V/f und zurück zu realisieren. Ein derartiges Regelungssystem ist tolerant gegenüber Fehlerfällen (Fault Tolerant Control, FTC) und damit zuverlässiger. Die Lösungen dieser Aufgabenstellungen werden in [463] ausführlich erklärt.

Bahnantriebe sind ebenso Antriebe mit hoher Leistung, bei denen beispielsweise die „Direkte Selbstregelung“ DSR eingesetzt wird, siehe Kapitel 14.5.1 bis 14.5.3. Die DSR hat den Vorteil der Unempfindlichkeit gegenüber Störungen der Wechselrichter-Eingangsspannungen. In Kombination mit der Statorfluss-Orientierung ist ein hochdynamischer Feldschwächbetrieb ohne zusätzliche Spannungsreserven zu erreichen.

Weiterhin lässt sich die Statorfluss-Orientierung vorteilhaft mit den synchronen Modulationsverfahren kombinieren, wobei nun auch sehr niederfrequente

Taktungen — bis zur Grundfrequenztaktung — möglich sind. Dies senkt die Schaltverluste im Wechselrichter. Der Betrieb ohne Sensor ist ebenso möglich. Die Varianten der Regelungen bei Bahnantrieben werden in [527–530] erklärt.

[527] Steimel, A. (1998)

Control of the induction machine in traction.

[529] Steimel, A.; Wiesemann, J. (1996)

Further Development of Direct Self Control for Application in Electric Traction.

Eine wichtige Erkenntnis bei Bahnantrieben war, dass bei der Kombination aus Eingangsstellglied, stromgeregelter Vierquadrantensteller und geregelte Zwischenkreisspannung eine sehr unerwünschte niederfrequente Instabilität der Zwischenkreisspannung entstehen kann, wenn das Bahnnetz „weich“ ist. In der Dissertation [442] — und der Veröffentlichung [443] — wird das Verfahren der „Polfesselung“ eingeführt, mit dem die Instabilität zu vermeiden ist. Wenn bei der Realisierung des smart-grids ebenso viele leistungselektronische Stellglieder eingesetzt werden, könnte diese Situation der Instabilität auch auftreten.

[442] Heising, C. (2009)

Contributions to simulation and control of power-electronic systems with focus on railway applications.

[443] Heising, C.; et. al. (2010)

Pole Restraining - a Novel Control Approach for Power-Electronics Systems.

Um hohe Leistungen der Stellglieder zu erreichen, werden zunehmend Mehrpunkt-Wechselrichter eingesetzt. Im allgemeinen verwenden diese Stellglieder PWM-Verfahren, die in [70, 432, 434, 465, 466] beschrieben sind:

In [68–70] Zweipunkt-Wechselrichter, Abbildung 8.32; Dreipunkt-Wechselrichter, Abbildung 8.72; Raumzeiger-Modulation, Kapitel 8.4.10, Abbildung 8.58; oder in diesem vorliegenden Buch das Kapitel 14.4.1.

Die Veröffentlichung [447] gibt eine allgemeine Übersicht über die Modulationsverfahren. Die Veröffentlichungen [448, 449, 456, 482] behandeln die Modulationsverfahren sowie die Regelung bei Zweipunkt-Wechselrichtern. Die Veröffentlichungen [432, 434, 465, 466] decken die gleichen Fragestellungen für Mehrpunkt-Wechselrichter ab. Diese Arbeiten stellen die Ergebnisse der Gruppe T. Lipo, WEMPEC, USA und D. Holmes, Monash University, Australien vor, man sollte die Veröffentlichungen dieser Gruppe beachten.

[432] Brendan, P.; Holmes, G. (2002)

Multicarrier PWM Strategies for Multilevel Inverters.

[434] Brückner, T.; Holmes, G. (2005)

Optimal Pulse-Width Modulation for Three-Level Inverters.

[465] McGrath, B.P.; Holmes, G.; Lipo, T. (2003)

Optimized Space Vector Switching Sequences for Multilevel Inverters.

[466] McGrath, B.; Holmes, G. (2000)

A Comparison of Multicarrier PWM strategies for cascaded and neutral point clamped multilevel inverters.

In [467] wird der „Modulare Multilevel Converter M2C“ beschrieben, welcher der aussichtsreichste Mehrpunkt-Wechselrichter bei Hoch- und Höchstleistungs-Wechselrichtern ist — siehe auch Kapitel 8.5.9 in [68–70]. Es werden in der Einführung sowohl eine Übersicht über die Regelungsverfahren wie die bereits mehrfach genannte PI-Regelung, die Zustandsregelung, die Internal Model Control, die $H-\infty$ -Regelung und die Model Predictive Control als auch über die Varianten der Mehrpunkt-Wechselrichter gegeben. Es folgen spezifische Abhandlungen für den M2C-Wechselrichter wie die Modellbildung, der Entwurf eines Mehrgrößen-Regelsystems und die Anwendung, ein Beobachter zur Kompensation der Störungen und abschließend ein Vergleich der Regelverfahren.

[467] Münch, P.

Konzeption und Entwurf integrierter Regelungen für Modulare Multilevel Inverter. (2011)

Für den mittleren und hohen Frequenzbereich gibt es eine Vielzahl von Verfahren. Generell kann das in Kapitel 14.3 gezeigte PWM-Verfahren verwendet werden, wobei der Spannungs-Sollwert mit einem höherfrequenten, dreieckförmigen Trägersignal verglichen und somit der gewünschte Spannungs-Istwert erzeugt wird. Weiterer Ansätze verwenden die Raumzeiger-Sollwerte der Spannung oder des Stroms, wie die Spannungs-Raumzeigermodulation in Kap. 14.4.1, die Strom-Raumzeiger basierte Pulsmuster Generierung in Kap. 14.4.2, die eine Hysterese-Regelung mit dem Strom-Raumzeiger ist sowie davon abgeleitet das Raumzeiger-Hystereseverfahren mittels Schalttabelle in Kap. 14.4.3, die prädiktive Stromregelung mit Schalttabelle in Kap. 14.4.4 oder die dead-beat Pulsmuster-Erzeugung in Kap. 14.4.5. Das dynamische Verhalten der Spannungs-Raumzeigermodulation ist durch die Abtastung des Spannungs-Sollwertes bestimmt. Da die Abtastung und der Spannungs-Sollwert nicht korreliert sind, kann als regelungstechnisches Modell ein Totzeitglied mit der halben Abtastzeit angenommen werden. Die folgenden Pulsmuster-Generierungen basieren auf dem Hysterese-Prinzip, die keine Approximation des dynamischen Verhaltens des Stellglieds benötigen.

Mehrere angeführte Untersuchungen vergleichen verschiedene Verfahren für die Stator-Stromregelung. Ein generelles Ergebnis ist, das die Hysterese-Regelung die besten dynamischen Ergebnisse ermöglicht. Da dieses Verfahren noch nicht vorgestellt wurde, sollen nun die wesentlichen Eigenschaften im Folgenden beschrieben werden.

Die Hystereseregelung des Stromraumzeigers (s. Kap. 14.4.2) ist vorteilhaft, da keine aufwändigen Modellbildungen der Stellglieder (siehe beispielsweise Kapitel 14.6 sowie Kapitel 14.7) und die anschließende Auslegung des Stromreglers benötigt werden. Ein stoßfreier Taktwechsel wie bei der Mittenpuls oder der Flankenpuls-PWM ist ebenso nicht notwendig, da die Schaltfrequenz des Wech-

selrichters sich selbsttätig dem jeweiligen Betriebszustand anpasst. Die Folge der Schaltbefehle kann durch eine Vorbelegung des Hysteresekreises, siehe Abbildung 14.40, optimiert werden. Der Hysteresekreis in Abbildung 14.40 repräsentiert die drei Hysteresebänder der drei Statorströme. Wie aus der Abbildung zu entnehmen ist, sind aufgrund der Funktionsweise der Stellglieder nur sehr wenige Schaltzustände geeignet, den Statorstrom-Fehlerraumzeiger im Hysteresekreis zu halten, dies wird wie folgt ausgenützt. Um ein sofortiges Auslösen des jeweils optimalen Schaltbefehls bei der Erreichung des Hysteresekreises sicherzustellen, wird der Hysteresekreis in den betreffenden Bereichen des Hysteresekreises mit den Informationen des betreffenden optimalen Schaltzustandes belegt. Mittels einer schnellen Signalverarbeitung wird der optimale Schaltbefehl dann nahezu ohne Verzögerung ausgeführt. Aus der Abbildung 14.40 ist zu entnehmen, dass die Differenz-Raumzeiger der Spannung unterschiedliche, zeitvariante Amplituden und Winkel zueinander aufweisen. Außerdem ist die Position des Hysteresekreises ebenso zeitvariant. Dies führt zu einer zeitvarianten Stromflussdauer und damit zu einer Frequenzvariationen. Diese variable, vom Betriebszustand abhängige Schaltfrequenz des Wechselrichters hat allerdings auch Nachteile. Es gibt kein ausgeprägtes Spektrum von Harmonischen, sondern ein kontinuierlich variables Spektrum der Oberschwingungen. Dieser im allgemeinen unerwünschte Effekt kann zwar durch eine Adaption der Hystereseweite gemindert werden [313, 426, 431, 453, 470], ist aber ein möglicher Grund für einen Ausschluss dieser Verfahren. Der Wechsel von Hysterese-Regelung zur Grundfrequenztaktung und zurück ist realisierbar. Außerdem werden Subharmonische besser als bei der Feldorientierung begrenzt. Besonders vorteilhaft ist, es wird das bestmögliche dynamische Verhalten im jeweiligen Betriebszustand sichergestellt. Dies ergab sich bei dem Vergleich der Regelungsverfahren in [448, 449, 453]. Wesentlich für die sichere Funktion der Hysterese-Regelung des Statorstrom-Raumzeigers und darauf aufbauenden der Verfahren in den Kapiteln 14.4.3 bis 14.4.5, ist die sehr schnelle Signalverarbeitung beginnend bei der Statorstrom-Erfassung bis zur Übertragung der Schaltbefehle, um unerwünschte Betriebszustände bis hin zur Instabilität zu vermeiden. Um die sehr schnelle Signalverarbeitung zu realisieren, sollte die Signalverarbeitung von der Stromerfassung bis zu den Zünd- bzw. den Löschbefehlen direkt beim Stellglied realisiert werden. Mit diesem Vorgehen wird das prädiktive Verhalten der selbstgeführten Wechselrichter voll genutzt. Ein weiterer wichtiger Vorteil ist die mögliche Vermeidung der Polverschiebung durch die Chance der vollen Kompensation der Stator-Gegenspannungen, die mit der zeitdiskreten Signalverarbeitung im allgemeinen nicht erreichbar ist. Diese Regelungen wurden bereits Ende der achtziger bis Anfang der neunziger Jahre des vorherigen Jahrhunderts erfolgreich realisiert [313, 326].

Es ist somit die Entscheidung zu treffen, ob die Statorstromregelung, ausgehend von dem Modell des Wechselrichters, die klassische Reglerauslegung anwendet, wie beispielsweise in Kapitel 14.6, den zeitdiskreten Ansatz wählt oder sich für die kaskadierte Zustandsregelung entscheidet, bzw. die direkten Verfahren wie die DSR oder eine der Hysterese-Regelungen einsetzt.

14.10 Regelung zeitvarianter Systeme mittels Polfesselung

Dr. C. Heising, Dortmund; Prof. A. Steimel, Bochum

14.10.1 Stabilitätsanalyse leistungselektronischer Systeme

In leistungselektronischen Systemen verbinden schaltende Halbleiterelemente im Allgemeinen zwei Teilsysteme miteinander, die durch Differentialgleichungen beschrieben werden. Durch die ständige zeitliche Veränderung des Tastgrades und damit des Übersetzungsverhältnisses zwischen den beiden Teilsystemen ändern sich auch die Eigenwerte des Gesamtsystems. Zur Verdeutlichung dieses Effekts sei ein einfaches Beispiel gewählt: Eine Einphasen-Wechselspannung U_0 mit einer Induktivität L und einem Widerstand R in Reihe speist über einen Vierquadrantsteller einen Zwischenkreiskondensator C , der über eine Stromquelle I_{Last} — die z. B. den Antriebswechselrichter vertritt — belastet wird (Abb. 14.135, [474, 547]). Die linke (U_0 - L - R -) Seite wird auch WS-Seite, die rechte (C -) Masche GS-Seite genannt.

Das Ersatzschaltbild wird durch die beiden Differentialgleichungen

$$C \frac{dU_d}{dt} = \rho(t) \cdot I_L - I_{Last} \tag{14.248}$$

$$L \frac{dI_L}{dt} = U_0 - \rho(t) \cdot U_d - R \cdot I_L \tag{14.249}$$

beschrieben.

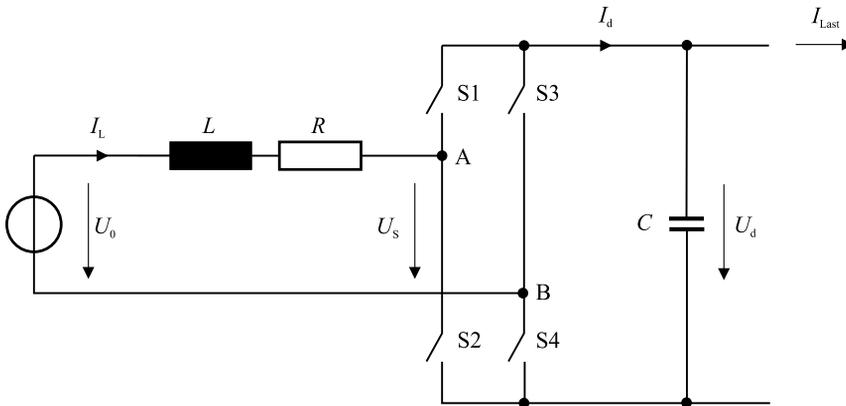


Abb. 14.135: Beispiel: Ein Wechselspannungsquelle speist über einen Vierquadrantsteller mit induktiv-ohmschem Innenwiderstand einen kapazitiven Zwischenkreis

Dabei ist $\rho(t)$ das oben erwähnte zeitabhängige Übersetzungsverhältnis [538]. Wie in Abb. 14.136 zu sehen ist, ändern sich mit dem augenblicklichen Schaltzustand des Vierquadrantstellers die Differentialgleichungen. Hier gibt es durch die

bei Vierquadrantstellern übliche unipolare Taktung drei verschiedene Zustände: Entweder sind Kondensator und Quelle mit R - L -Impedanz getrennt ($\rho(t) = 0$, b), direkt verbunden, so dass $I_L = I_d$ ist bei $\rho(t) = +1$ (a) oder aber umgekehrt verbunden, so dass bei $\rho(t) = -1$ $I_L = -I_d$ wird (c).

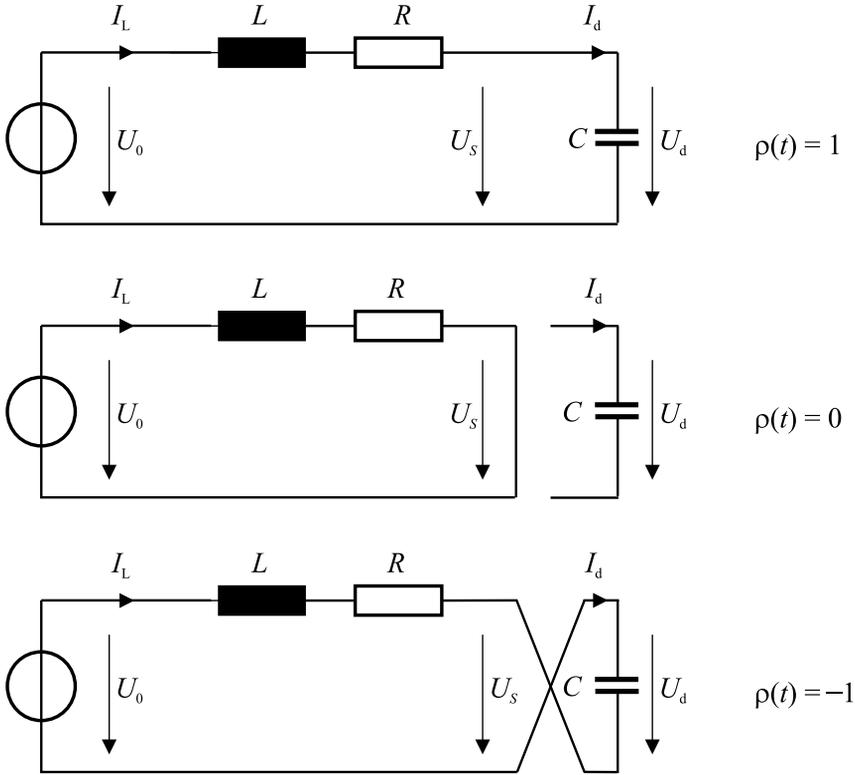


Abb. 14.136: *Mögliche Zustände eines Vierquadrantstellers*

Im Zeitbereich ist die augenblickliche Zuordnung zwischen der GS- und der WS-Seite durch $\rho(t) \in [-1, 0, +1]$ gegeben. In leistungselektronischen Systemen wird — besonders wenn sie am Wechselspannungsnetz arbeiten — fast immer eine Pulsweitenmodulation mit fester Schaltperiode T_z eingesetzt; die Pulsperiode des Vierquadrantstellers $T_p = 0.5 \cdot T_z$ entspricht meist der Abtastperiode der digitalen Regelung. Dies sei auch hier angenommen. Über die Abtastperiode werden die Sollspannung und die Stellgröße und damit auch das Übersetzungsverhältnis $\rho(t)$ gemittelt. Es gilt:

$$\rho_{T_p}(t) \in [-1, +1] \tag{14.250}$$

was in diesem Fall dem um das Vorzeichen erweiterten Tastgrad entspricht.

Zur Betrachtung der Stabilität werden die äußeren Anregungen U_0 und I_{Last} zu Null gesetzt. Der zeitvariante Satz von Differentialgleichungen wird in der kanonischen Zustandsraumdarstellung mit Hilfe des über eine Pulsperiode gemittelten Übersetzungsverhältnisses $\rho_{T_p}(t)$ wiedergegeben. Physikalisch kann nur

dieser Mittelwert über die Regelung beeinflusst werden, was zu einem autonomen System mit einer zeitvarianten Zustandsmatrix \mathbf{A} führt, in der alle Elemente während dieser Pulsperiode konstant sind („LTI system“ = Linear time-invariant system). Diese Puls-Abtastperiode wird als klein gegenüber den maßgeblichen Zeitkonstanten des Systems vorausgesetzt, um alle folgenden Betrachtungen zeitkontinuierlich im Laplacebereich durchführen zu können.

Um die bekannten Verfahren für den Entwurf linearer Regelungssysteme anwenden können, wird die Stellerspannung $U_S = \rho_{Tp}(t) \cdot U_d$ als virtuelle Eingangsgröße definiert:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{B} \cdot u_{conv} \quad (14.251)$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{\rho_{Tp}(t)}{C} \\ 0 & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} \quad (14.252)$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{L} \end{pmatrix} \quad (14.253)$$

$$\mathbf{X} = (U_d \quad I_L)^T \quad (14.254)$$

$$\mathbf{U} = (U_S) \quad (14.255)$$

\mathbf{B} ist die Steuermatrix, \mathbf{X} der Zustandsvektor und \mathbf{U} der Eingangsvektor. Zur Bestimmung der Stabilität werden die Eigenwerte berechnet:

$$0 = \det(\lambda \cdot \mathbf{I} - \mathbf{A}) \quad (14.256)$$

$$0 = \det \begin{pmatrix} \lambda & -\frac{\rho_{Tp}(t)}{C} \\ 0 & \lambda + \frac{R}{L} \end{pmatrix} \quad (14.257)$$

$$0 = \lambda^2 + \frac{R}{L}\lambda \quad (14.258)$$

$$\Rightarrow \lambda_1 = 0 \quad (14.259)$$

$$\lambda_2 = -\frac{R}{L} \quad (14.260)$$

Infolge des Eigenwerts $\lambda_1 = 0$ ist das System grenzstabil; die Stabilität hängt nicht von dem Wert des augenblicklichen Übersetzungsverhältnis $\rho_{Tp}(t)$ ab.

14.10.1.1 Gesteuerter Betrieb mit sinusförmig schwingendem Übersetzungsverhältnis

Im Folgenden wird das System mit einem sinusförmig mit der Zeit veränderlichem Übersetzungsverhältnis $\rho_{Tp}(t) = 0,7 \cdot \sin(\omega t + \psi)$ betrieben; dazu wird – wie schon gesagt – eine unipolare Pulsweitenmodulation eingesetzt, wozu das Zweigpaar B das invertierte Modulationssignal von Zweigpaar A erhält. Abb. 14.137 zeigt für

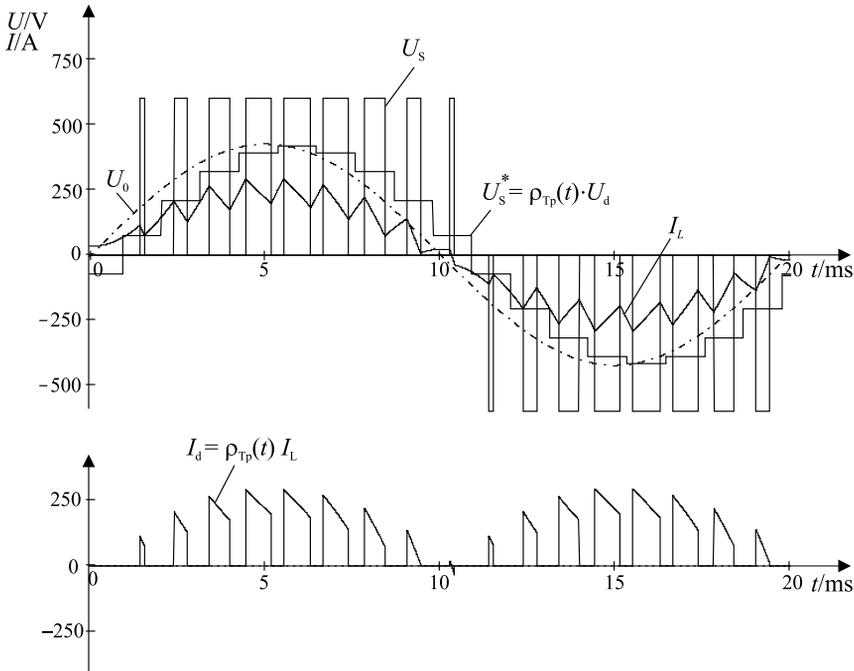


Abb. 14.137: Sinusförmige Variation des Übersetzungsverhältnisses $\rho_{Tp}(t)$ eines Vierquadrantstellers am Wechselspannungsnetz bei konstanter Kondensatorspannung U_d

eine ZK-Spannung von 600 V und eine Leistung von 50 kW, weitere Daten nach Tab. 14.10, oben die sinusförmige Quellenspannung U_0 , die abgetastete Sollwertspannung $U_s^* = \rho_{Tp}(t) \cdot U_d$, die gepulste Stellerspannung U_S und den Drosselspulenstrom I_L , darunter den Stellerausgangsstrom $I_d^* = \rho_{Tp}(t) \cdot I_L$, dessen Vorzeichen mit dem des Übersetzungsverhältnisses sowie in den Nulldurchgängen des Laststroms I_L wechselt. Der Phasenwinkel der Stromgrundschiwingung zur Netzspannung ist $\varphi = 0^\circ$, der der Stellerspannungsgrundschiwingung zur Netzspannung $\psi = -16,2^\circ$. Für die Darstellung wurde die ZK-Kapazität als unendlich groß angenommen, so dass die ZK-Spannung glatt ist; in die spätere Stabilitätsbetrachtung geht aber die angegebene, wirklichkeitgerechte Kapazität ein.

Mit dem augenblicklichen Wert des sinusförmig schwingenden Übersetzungsverhältnisses ändern sich die Verhältnisse der wechsel- und gleichspannungsseitigen Spannungen sowie der gleich- und wechselspannungsseitigen Ströme ständig, was das zeitvariante Verhalten eines leistungselektronischen Systems kennzeichnet.

Leistungselektronische Systeme werden im Allgemeinen von mindestens zwei Zeitskalen geprägt, einer „schnellen“, die alle Vorgänge innerhalb einer Pulsperiode T_p dominiert, wie Oberschwingungen und Schaltvorgänge, während das Verhalten des Gesamtsystems in einer deutlich „langsameren“ Zeitskala beschrieben werden kann, die aus der Veränderung des gemittelten Übersetzungsverhält-

Tabelle 14.10: *Nennwerten des Vierquadrantstellers*

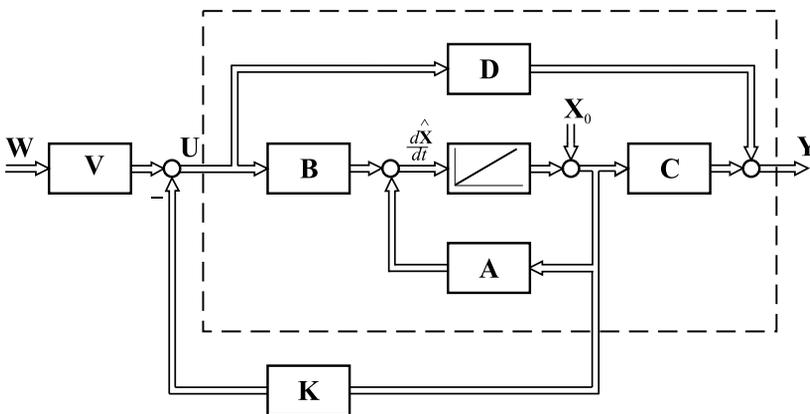
U_d	600 V	R	85 m Ω
$U_{0,eff}$	300 V	C	6,25 mF
$ \rho_{Tp}(t) _{max}$	0,7	P	50 kW
$U_{S,eff}$	296 V	$I_{L,eff}$	175 A
ψ_1	-16,2°	$\cos\varphi_1$	1
L	1,5 mH	f_z	450 Hz

nisses $\rho_{Tp}(t)$ folgt. Es ist dabei Stand der Technik, für die Reglerauslegung während des Ausregelvorgangs konstante Übersetzungsverhältnisse anzunehmen, bei einem sinusförmig schwingenden Verlauf den Mittelwert des Betrags des Übersetzungsverhältnisses über eine Halbschwingungsperiode („time averaging“) [537].

14.10.1.2 Geregelter Betrieb

Im Betrieb mit gesteuerten Übersetzungsverhältnis $\rho_{Tp}(t)$ ist der betrachtete Vierquadrantsteller grenzstabil. Im Allgemeinen werden leistungselektronische Stellglieder aber geregelt betrieben; somit ist der Einfluss der Regelung auf die Stabilität neu zu betrachten.

Da im allgemeinen Fall der Speisung eines Gleichspannungszwischenkreises eines Umrichterantriebs über einen Vierquadrantsteller aus einer Wechselspannungsquelle (etwa bei einer Lokomotive am Wechselspannungsfahrdraht) zwei Größen — Drosselstrom I_L wie Zwischenkreisspannung U_d — geregelt werden müssen, wird eine Mehrgrößenregelung aufgestellt (vgl. Abb. 14.138).

**Abb. 14.138:** *Blockdiagramm einer Zustandsregelung*

Die Zustandsraumform des Systems lautet

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{U} \tag{14.261}$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{C} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{D} \cdot \mathbf{U} \tag{14.262}$$

Die Mehrgrößenregelung wird als Zustandsrückführung [561] realisiert. Im Weiteren sind jetzt nur die Zustandsmatrix \mathbf{A} , die Steuermatrix \mathbf{B} sowie die Rückführmatrix \mathbf{K} von Belang; \mathbf{C} ist die Ausgangsmatrix und \mathbf{D} die Durchgangsmatrix. Die neue Zustandsmatrix \mathbf{A}_r des rückgekoppelten Systems ergibt sich mit

$$U = -\mathbf{K} \cdot \mathbf{X} \tag{14.263}$$

zu

$$\Rightarrow \frac{d\mathbf{X}}{dt} = (\mathbf{A} - \mathbf{BK}) \cdot \mathbf{X} = \mathbf{A}_r \cdot \mathbf{X} \tag{14.264}$$

Die Anzahl der Spalten der Rückführmatrix \mathbf{K} entspricht der Anzahl an Zustandsgrößen, die Anzahl der Zeilen der Anzahl der Eingangsgrößen. Also ist

$$\mathbf{K} = (K_1 \quad K_2) \tag{14.265}$$

Die Stellerspannung $U_S^* = \rho_{Tp}(t) \cdot U_d$ ist die einzige Eingangsgröße, die vom Regler beeinflusst werden kann. Jetzt werden die Eigenwerte des rückgekoppelten Systems neu bestimmt:

$$0 = \det(\lambda \cdot \mathbf{E} - \mathbf{A}_r) = \det \left(\begin{array}{cc} \lambda & -\frac{\rho_{Tp}(t)}{C} \\ -\frac{K_1}{L} & \lambda + \frac{R}{L} - \frac{K_2}{L} \end{array} \right) \tag{14.266}$$

$$0 = \lambda^2 + \frac{R - K_2}{L} \cdot \lambda - \frac{\rho_{Tp}(t) \cdot K_1}{L \cdot C} \tag{14.267}$$

Die Wurzeln des Polynoms sind:

$$\lambda_{1,2} = -\frac{R - K_2}{2 \cdot L} \pm \sqrt{\left(\frac{R - K_2}{2 \cdot L}\right)^2 + \frac{\rho_{Tp}(t)K_1}{LC}} \tag{14.268}$$

Ein linear-quadratisch (LQ-) optimierter Mehrgrößenreglerentwurf nach [553] liefert mit einem über die halbe Grundschwingungsperiode gemittelten Betrag des Übersetzungsverhältnisses $|\rho(t)| = 0,319$ als geeignete Rückführmatrix

$$\mathbf{K} = (-0,07 \quad -15) \tag{14.269}$$

Der Eigenwert 2 befindet sich bei stark negativen Werten ($\approx -10057 \text{ s}^{-1} \pm 0,75 \text{ s}^{-1}$), der andere aber bewegt sich für $\rho_{Tp}(t) \in [1, -1]$ auch in der positiven Halbebene und ist damit teilweise instabil (s. Abb. 14.139). Dies liegt

nicht etwa an ungeeignet gewählten Reglereinstellwerten, sondern ist eine typische Erscheinung des betrachteten zeitvarianten Systems bei üblichem Vorgehen, das konstante Elemente der Zustandsmatrix voraussetzt. Es ist aber sofort einsichtig, dass ein Reglerentwurf, der dieses Verhalten mit erfasst oder sogar eliminiert, die Systemdynamik – hier vor allem die Störunterdrückung – ganz wesentlich verbessern kann. Auf Grund dieser Systemeigenschaft wird bei elektrischen Schienentriebfahrzeugen [474] üblicherweise keine Zustandsregelung, sondern eine Kaskadenstruktur verwirklicht.

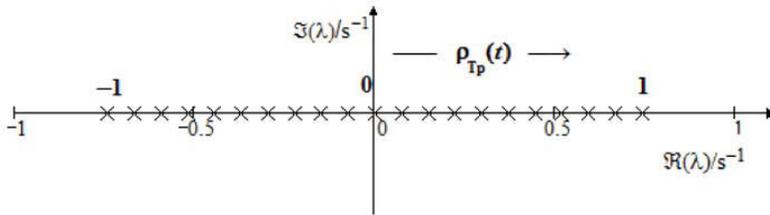


Abb. 14.139: *Bewegung des Eigenwerts λ_1 für das rückgekoppelte Beispielsystem*

14.10.2 Der neue Polfesselungs-Ansatz

Der klassische, den zeitlichen Mittelwert („time averaging“) des Übersetzungsverhältnis über den gesamten Regelungsvorgang verwendende Ansatz zur Regelung leistungselektronischer Systeme [537] blendet das spezifische schaltende Systemverhalten aus; daraus kann sich bei rückgekoppelten Systemen Instabilität ergeben. Als deren Ursache wurde im Beispiel die Bewegung des 1. Eigenwerts in die rechte Halbebene der komplexen s -Ebene unter dem Einfluss der Variation des Übersetzungsverhältnisses $\rho_{Tp}(t)$ gefunden. Wird diese Bewegung durch eine geeignete „Polfesselung“ („pole restraining“ [541]) beschränkt oder verhindert, sind wesentliche Gewinne zu erwarten. Da es verschiedene Wege gibt, das System zu beeinflussen, wurden unterschiedliche Konzepte für den Beobachterentwurf (Kap. 14.10.2.1, [542]) wie für den Reglerentwurf (Kap. 14.10.2.2, [543]) entwickelt.

14.10.2.1 Beobachter mit Polfesselung (pole-restraining observer)

Ziel und Zweck eines polfesselnden Beobachters (PRO) ist die unmittelbare Kompensation jeglicher Bewegung der Eigenwerte und deren Platzierung in der linken Halbebene der komplexen Zahlenebene. Das PRO-Konzept kann auf ungetriggerte und nichtlineare Strecken angewandt werden; so kann auch für diese der Standard-Beobachterentwurf für lineare Systeme angewendet werden.

Im Unterschied zu den bekannten Konzepten „Linearisierung im Arbeitspunkt“ [552], „Linearisierung entlang einer Trajektorie“ und „Bilineare Approximation“ [550, 551] ist beim PRO-Entwurf keine Reduktion der Systeminformation nötig.

Schlagwortartig wird die nichtlineare Systemcharakteristik in den Eingangsvektor transformiert, in ähnlicher Weise wie beim Konzept der „exakten Linearisierung“, das jedoch nur bei stetigen Systemen anwendbar ist [556]. Die einzige Bedingung ist der direkte Zugriff auf die beobachteten Zustandsgrößen, zusammen mit dem Eingangssignal über die Steuermatrix **B**. Da ein Beobachter nur ein mathematisches Modell einer Anlage ist, das auf einer gesonderten Rechnerhardware implementiert ist, hat er keinen direkten Einfluss auf die zu regelnde Strecke. Deswegen dürfen im Beobachter beliebige virtuelle Eingangsgrößen hinzugefügt werden, um die Eigenwertbewegung zu kompensieren, was ohne weitere Anforderungen an die Steuermatrix **B** möglich ist.

Dies soll wieder an der schon betrachteten zeitvarianten Strecke gezeigt werden, mit einer Zustandsmatrix **A** mit mindestens einem zeitvarianten Element und einer Steuermatrix **B**:

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{A}(t) \cdot \mathbf{X} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{U} \tag{14.270}$$

Dem Entwurf eines polfesselnden Beobachters wird ein linearer Beobachter für das zeitvariante System zugrunde gelegt. Dazu wird die Zeitabhängigkeit in **A**(*t*) durch einen frei wählbaren konstanten Wert ersetzt, was zur neuen PRO-Zustandsmatrix **Ã** führt. Jener sollte in der Größenordnung des bisherigen Werts liegen und darf nicht den Wert Null einnehmen. Die Zustandsgleichung lautet jetzt:

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \tilde{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{B} \cdot \tilde{\mathbf{U}} \tag{14.271}$$

Die Zeitabhängigkeit der Zustandsmatrix **A**(*t*) wird in den Eingangsvektor **Û** transformiert, um beide Differentialgleichungen anzugleichen. Der angepasste Eingangsvektor **Û** wird nun in die linearisierte Strecke **Ã** (mit konstanten und bekannten Matrixelementen) eingeführt. Der Beobachter bringt den Unterschied zwischen den Zustandsvektoren der nichtlinearen Strecke und ihrer linearisierten Nachbildung (bzw. ihren Abbildungen **C** · **X**) zu Null, indem er den Eingangssignalen Korrekturterme hinzufügt, die somit alle nichtlinearen Eigenschaften der Strecke beinhalten (Abb. 14.140). Der Ausgang des Beobachters ist ein Schätzwert der linearen Zustandsgrößen **X_{lin}**.

Zur Darstellung der Vorgehensweise wählen wir wieder ein einfaches System 2. Ordnung, das die Bedingung des direkten Zugriffs erfüllt.

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} \tag{14.272}$$

Das Element *a*₂₁ der Zustandsmatrix der Zustandsraumdarstellung soll nun durch ein beliebiges neues Element *a_{neu}* ersetzt werden.

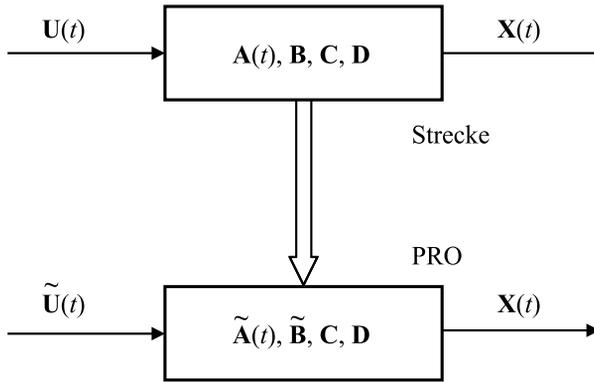


Abb. 14.140: Konzept des polfesselnden Beobachters (PRO)

Dazu wird die zweite Zeile der Zustandsgleichungen erweitert um:

$$- a_{21} \cdot X_2 + a_{neu} \cdot X_2 \tag{14.273}$$

und dies im Eingangsvektor zur Größe U_2 hinzugefügt. Dazu muss folgendes Gleichungssystem gelöst werden:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -a_{21}X_2 + a_{neu}X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \tilde{U}_1 \\ \tilde{U}_2 \end{pmatrix} \tag{14.274}$$

Dies ist in Abb. 14.141 dargestellt.

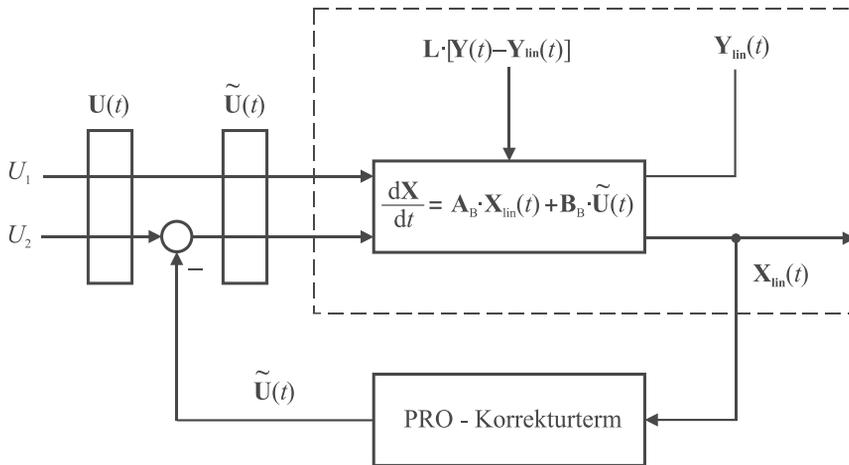


Abb. 14.141: Blockdiagramm des polfesselnden Beobachters (PRO)

Eine Lösung muss nicht für alle leistungselektronischen Systeme existieren, z. B. wenn die betreffende Zeile der Steuermatrix nur Nullelemente $b_{21} = b_{22} = 0$ enthält: In Abb. 14.141 würde der Eingang $U_2 = 0$.

Durch die mathematische Natur eines Beobachters sind alle Erweiterungen virtuell. So ist es möglich, das Zustandsraummodell um virtuelle Eingangssignale

zu erweitern, sinnvollerweise soviel, wie die Anzahl der Zeilen mit zeitvarianten Elementen angibt. Im Beispiel mit nur einer Zeile führt die Erweiterung zu einer modifizierten Zustandsraumdarstellung mit anfänglich $\tilde{U}_{PRO1} = 0$:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & 0 \\ b_{21} & b_{22} & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \tilde{U}_{PRO1} \end{pmatrix} \quad (14.275)$$

Um a_{21} zu ersetzen, wird \tilde{U}_{PRO1} zu

$$\tilde{U}_{PRO1} = a_{21} \cdot X_2 - a_{neu} \cdot X_2 \quad (14.276)$$

gewählt. Im Blockdiagramm wird der PRO-Korrekturterm durch die Durchgangsmatrix **D**

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & a_{21} - a_{neu} \end{pmatrix} \quad (14.277)$$

ausgedrückt. Der modifizierte Eingangsvektor $\tilde{\mathbf{U}}$ entsteht durch Multiplikation des rückgeführten Zustandsvektors **X** mit der Durchgangsmatrix **D**:

$$\tilde{\mathbf{U}} = \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \tilde{U}_{PRO1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & a_{21} - a_{neu} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} \quad (14.278)$$

Mit dieser Transformation kann der polfesselnde Beobachter PRO realisiert werden. Bei leistungselektronischen Systemen werden die zeitabhängigen Elemente der Zustandsmatrix ersetzt, so resultiert eine Zustandsmatrix **A**, auf die die bekannten linearen Beobachterentwurfsverfahren angewendet werden können [553, 561].

Die zusätzlichen Korrektursignale, die das zeitvariante Verhalten und die Nichtlinearitäten nachbilden, schaffen den modifizierten Eingangsvektor $\tilde{\mathbf{U}}$. Infolge des Superpositionsprinzips entspricht das Verhalten des PRO dem des realen Systems. Da die Eingangssignale virtuell sind, hat eine — für leistungselektronische Systeme typische — Stellgrößenbeschränkung keinen Einfluss auf diesen Beobachter.

Der Name „Polfesselung“ leitet sich her von der beschränkenden Wirkung dieser Transformation auf die Systemeigenschaften. Die Eigenwerte der Zustandsmatrix **A** leistungselektronischer Systeme bewegen sich, wie beschrieben, mit gewissen Einschränkungen in der komplexen Frequenzebene. Polfesselung ersetzt die zeitvarianten Elemente der Zustandsmatrix des Beobachters durch konstante; die Bewegung der Eigenwerte wird damit unterbunden. Es geht keine Systeminformation durch diese Transformation verloren.

Wird wieder das Beispiel des Vierquadrantstellers nach Abb. 14.135 betrachtet, kann nur die Stellerspannung U_s durch die Regelung beeinflusst werden,

nur sie kann zur Fesselung der Eigenwerte herangezogen werden. Da aber kein direkter Zugriff auf die Kondensatorspannung besteht, wird als virtuelle Eingangsgröße der Laststrom benutzt. Das Ersatzschaltbild Abb. 14.135 wird um eine Stromquelle I_{Last} parallel zum Kondensator ergänzt.

Der Laststrom I_{Last} ist das einzige Eingangssignal, das Zugriff auf die 1. Zeile der Zustandsmatrix mit dem zeitvarianten Übersetzungsverhältnis $\rho_{Tp}(t)$ hat. Deshalb wird die zeitvariante Systemeigenschaft in die Eingangsgröße I_{Last} transformiert, um das zeitvariante Element der Zustandsmatrix zu ersetzen.

In einem ersten Schritt wird $\rho_{Tp}(t)$ durch einen konstanten Wert $\bar{\rho}$ ersetzt, den Mittelwert über die halbe Grundschwingungsperiode. Dies hat keinen Einfluss auf das Systemverhalten, wenn der Rang der Zustandsmatrix nicht reduziert wird, weshalb $\bar{\rho} = 0$ ausgeschlossen werden muss. Somit ist

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\bar{\rho}}{C} \\ 0 & -\frac{R_{\sigma}}{L_{\sigma}} \end{pmatrix} \quad (14.279)$$

Um nun das reale Systemverhalten nachzubilden, soll das konstante Übersetzungsverhältnis $\bar{\rho}$ mathematisch durch $\rho_{Tp}(t)$ ersetzt werden. Das Eingangssignal I_{Last} wird dazu durch

$$I'_{Last} = I_{Last} + \rho_{Tp}(t) \cdot I_L - \bar{\rho} \cdot I_L \quad (14.280)$$

ersetzt. Dies erfolgt durch die Einführung der Durchgangsmatrix

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\bar{\rho} + \rho_{Tp}(t) \end{pmatrix} \quad (14.281)$$

Das Signal I'_{Last} schließt jetzt alle zeitvarianten und nichtlinearen Eigenschaften des Systems ein; es wird dem Luenberger-Beobachter [553, 561] zugeführt, der mit der konstanten Zustandsmatrix $\bar{\mathbf{A}}$ entworfen wird. Dessen Zustandsgrößenvektor $\hat{\mathbf{X}}_{Linear}$ ist gleich dem Vektor der realen Zustandsgrößen.

Im polfesselnden Beobachter gelingt es, die Pole trotz zeitvariantem Übersetzungsverhältnis exakt auf diskrete konstante Werte in der linken Halbebene der komplexen Frequenz zu fixieren.

14.10.2.2 Regler mit Polfesselung (pole-restraining control)

Das Ziel des Reglerentwurfs ist die Stabilisierung der Eigenwertbewegung durch Kompensation der zeitvarianten und nichtlinearen Systemeigenschaften. Im Unterschied zum Beobachterentwurf wirkt der Regler aber direkt auf die zu regelnde Strecke ein. Deshalb können nur reale Steuergrößen beeinflusst werden, aber keine virtuellen Signale hinzugefügt werden. In typischen leistungselektronischen Anwendungen können somit die zeitvarianten und nicht-linearen Eigenschaften nicht in den Eingangsvektor transformiert werden.

Dennoch kann der Polfesselungsansatz des Beobachterentwurfs (PRO) auch im Reglerentwurf genutzt werden, vor allem für die Beschränkung der Bewegung der Eigenwerte. Der Regler mit Polfesselung (PRC) soll allgemeine Stabilität im

Zeitbereich sichern. Dies unterscheidet sich von gewöhnlichen Ansätzen, die konstante Elemente der Zustandsmatrix voraussetzen und dazu die Zeitabhängigkeit des Übersetzungsverhältnisses — durch Annahme eines konstanten Mittelwerts — vernachlässigen (Kap. 14.10.1.1).

In diesem Abschnitt wird der Regler mit Polfesselung (PRC) allgemein für die Zustandsregelung von leistungselektronischen Systemen, besonders Umrichtern, eingeführt und danach auf das Beispiel des Vierquadrantstellers angewandt.

14.10.2.2.1 Allgemeine Vorgehensweise

Umrichter mit Gleichspannungszwischenkreis und symmetrischen m -strängigen R - L -Lasten werden i. A. nicht mit Stranggrößen, sondern in einer Darstellung mit orthogonalen Dimensionen für das R - L -Lastsystem beschrieben. So werden in Dreileiter-Systemen die bekannten Raumzeiger [549] vorteilhaft benutzt, mit zwei oder drei Dimensionen, je nach dem ob das Nullsystem der Spannung berücksichtigt werden muss; in Vierleitersystemen können entsprechend Hyperzeiger [539, 559] zum Einsatz kommen. Dies kann auch auf Systeme mit höherer Ordnungszahl ausgedehnt werden, mit dem Ziel einer Komplexitätsreduktion bei Modellbildung und Reglerentwurf.

Der PRC-Ansatz soll auf Regelungen mit Zustandsrückführung angewandt werden; deshalb werden zur Stabilitätsbetrachtung nur die Zustandsmatrix \mathbf{A} , die Steuermatrix \mathbf{B} und die Rückfühmatrix \mathbf{K} benötigt. Es wird ein arbiträres R - L -Lastsystem mit $i = 5$ Dimensionen betrachtet [541].

Die Zustandsmatrix \mathbf{A} lautet:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\rho_{T_{p,1}}(t)}{C} & \frac{\rho_{T_{p,2}}(t)}{C} & \frac{\rho_{T_{p,3}}(t)}{C} & \frac{\rho_{T_{p,4}}(t)}{C} & \frac{\rho_{T_{p,5}}(t)}{C} \\ 0 & -\frac{R}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{R}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{R}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} \quad (14.282)$$

Die zeitvarianten Übersetzungsverhältnisse $\rho_{T_{p,i}}(t)$, $i = 1 \dots 5$ sind die einzigen beeinflussbaren Parameter; deswegen bilden die Stellerspannungen jeder Dimension den Eingangsvektor \mathbf{U} ; die Steuermatrix \mathbf{B} ist

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L} \end{pmatrix} \quad (14.283)$$

Da die Last vollsymmetrisch ist und die Dimensionen der Lastseite orthogonal sind, wird die Rückfühmatrix von einer Diagonalmatrix mit dem Koeffizi-

enten K_L gebildet. Dazu muss die Regelabweichung der Zwischenkreiskondensatorspannung auf alle Dimensionen der Stellerspannung über die Koeffizienten K_{C_i} zurückgeführt werden:

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} K_{C,1} & K_L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ K_{C,2} & 0 & K_L & 0 & 0 & 0 \\ K_{C,3} & 0 & 0 & K_L & 0 & 0 \\ K_{C,4} & 0 & 0 & 0 & K_L & 0 \\ K_{C,5} & 0 & 0 & 0 & 0 & K_L \end{pmatrix} \quad (14.284)$$

Wird die Zustandsmatrix über die Rückführmatrix rückgekoppelt, resultiert ein autonomes System, dessen Zustandsmatrix sich in der Form $\mathbf{A}_r - \mathbf{BK}$ ergibt.

$$\mathbf{A}_r = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\rho_{Tp,1}(t)}{C} & \frac{\rho_{Tp,2}(t)}{C} & \frac{\rho_{Tp,3}(t)}{C} & \frac{\rho_{Tp,4}(t)}{C} & \frac{\rho_{Tp,5}(t)}{C} \\ \frac{K_{C,1}}{L} & \frac{K_L}{L} - \frac{R}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_{C,2}}{L} & 0 & \frac{K_L}{L} - \frac{R}{L} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_{C,3}}{L} & 0 & 0 & \frac{K_L}{L} - \frac{R}{L} & 0 & 0 \\ \frac{K_{C,4}}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{K_L}{L} - \frac{R}{L} & 0 \\ \frac{K_{C,5}}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{K_L}{L} - \frac{R}{L} \end{pmatrix} \quad (14.285)$$

Zur Stabilitätsbetrachtung wird wieder das charakteristische Polynom gebildet und zu Null gesetzt:

$$0 = \det(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}_r)$$

$$0 =$$

$$\det \begin{pmatrix} \lambda & -\frac{\rho_{Tp,1}(t)}{C} & -\frac{\rho_{Tp,2}(t)}{C} & -\frac{\rho_{Tp,3}(t)}{C} & -\frac{\rho_{Tp,4}(t)}{C} & -\frac{\rho_{Tp,5}(t)}{C} \\ -\frac{K_{C,1}}{L} & -\frac{K_L-R}{L} + \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_{C,2}}{L} & 0 & -\frac{K_L-R}{L} + \lambda & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_{C,3}}{L} & 0 & 0 & -\frac{K_L-R}{L} + \lambda & 0 & 0 \\ -\frac{K_{C,4}}{L} & 0 & 0 & 0 & -\frac{K_L-R}{L} + \lambda & 0 \\ -\frac{K_{C,5}}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{K_L-R}{L} + \lambda \end{pmatrix} \quad (14.286)$$

$$0 = a_6 \lambda^6 + a_5 \lambda^5 + a_4 \lambda^4 + a_3 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_0 \quad (14.287)$$

Wie in [541] gezeigt, enthalten alle Koeffizienten a_i den Term $K_{C_i} \cdot \rho_{Tpi}(t)$, $i = 1..5$. Zur Sicherung der Stabilität für alle möglichen Kombinationen von $\rho_{Tpi}(t)$ werden die Rückführelemente K_{C_i} zu $K_C \cdot (-\rho_{Tpi}(t))$ mit konstantem K_C gewählt. Dadurch enthalten jetzt alle Terme $\rho_{Tpi}^2(t)$ und haben damit stets ein von $\rho_{Tpi}(t)$ unabhängiges Vorzeichen. Ferner treten die Koeffizienten mit geradzahli- gen Potenzen von K_L mit positivem Vorzeichen sowie solche mit ungeradzahli- gen Potenzen von K_L mit negativem Vorzeichen auf. Damit würde die Wahl von $K_L < 0$ immer positive Koeffizienten des charakteristischen Polynoms und nach

dem Hurwitz-Kriterium Stabilität ergeben [552]. Eine genauere Analyse zeigt jedoch, dass der $i = 5$ -te Koeffizient maßgeblich ist:

$$a_5 = -\frac{5 K_L}{L} + \frac{5 R}{L} > 0 \tag{14.288}$$

woraus

$$K_L < R \tag{14.289}$$

folgt. Werden diese Beschränkungen berücksichtigt, resultieren die Eigenwerte des zustandsrückgeführten Systems:

$$\lambda_{1..4} = -\frac{R - K_L}{L} \tag{14.290}$$

$$\lambda_{5,6} = -\frac{R - K_L}{2 \cdot L} \pm \sqrt{\left(\frac{R - K_L}{2 \cdot L}\right)^2 - \frac{K_C}{L \cdot C} \cdot \sum_i \rho_{Tpi}(t)^2} \tag{14.291}$$

Die Eigenwerte λ_1 bis λ_4 sind reell und liegen in der linken Halbebene, führen also zu stabilem Systemverhalten. Es soll nun ein schwingendes Verhalten des Systems auf Grund der komplexen Eigenwerte λ_5 und λ_6 unterbunden werden. Dazu muss das Wurzelargument positiv sein. Der größte Wert des 2. Terms tritt für $\rho_{Tpi} = \pm 1$ auf; damit ergibt sich das Wurzelargument zu

$$\left(\frac{R - K_L}{2 \cdot L}\right)^2 - 20 \cdot \frac{K_C}{L \cdot C} \tag{14.292}$$

mit

$$K_C = \frac{(R - K_L)^2}{20 \cdot L} \cdot C \tag{14.293}$$

ergeben sich also stets reelle Koeffizienten λ_5 und λ_6 kleiner als Null, unabhängig von den zeitvarianten Übersetzungsverhältnissen.

14.10.2.2.2 Anwendung auf den Vierquadrantsteller

Jetzt soll für das Beispielsystem nach Abb. 14.135 (Parameter siehe Tab. 14.10) ein polfesselnder Regler (PRC) entworfen werden. Zur Stabilitätsanalyse braucht wieder nur die Zustandsgleichung betrachtet zu werden; das Übersetzungsverhältnis $\rho_{Tp}(t)$ ist der einzige beeinflussbare Parameter, der die Stellgröße $U_S = \rho_{Tp}(t) \cdot U_d$ bestimmt.

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{U} \tag{14.294}$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\rho_{Tp}(t)}{C \cdot R} \\ 0 & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} \tag{14.295}$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{L} \end{pmatrix} \quad (14.296)$$

Wird der Regelkreis geschlossen, resultiert ein autonomes System, dessen Zustandsmatrix — wie in Gl. (14.264) — sich zu

$$\mathbf{A}_r = \mathbf{A} - \mathbf{B}_r \cdot \mathbf{K} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{\rho_{Tp}(t)}{C} \\ \frac{K_1}{L} & \frac{K_2 - R}{L} \end{pmatrix} \quad (14.297)$$

ergibt. Zur Bestimmung der Eigenwerte wird wieder das charakteristische Polynom bestimmt und zu Null gesetzt:

$$\det(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}_r) = \det \begin{pmatrix} \lambda & -\frac{\rho_{Tp}(t)}{C} \\ -\frac{K_1}{L} & \lambda - \frac{K_2 - R}{L} \end{pmatrix} \quad (14.298)$$

$$0 = \lambda^2 - \frac{K_2 - R}{L} \lambda + \frac{K_1 \rho_{Tp}(t)}{L \cdot C} \quad (14.299)$$

$$0 = a_2 \lambda^2 + a_1 \lambda + a_0 \quad (14.300)$$

Zur Bestimmung der Stabilität muss nach dem Hurwitz-Kriterium geprüft werden, für welche Parameter die Koeffizienten positiv sind:

$$a_2 = 1 > 0 \quad (14.301)$$

$$a_1 = \frac{R - K_2}{L} > 0, \text{ wenn } K_2 < R \quad (14.302)$$

$$a_0 = \frac{K_1 \rho_{Tp}(t)}{L \cdot C} > 0, \text{ wenn } K_1 \cdot \rho_{Tp}(t) > 0 \quad (14.303)$$

Um auch $a_0 > 0$ zu erhalten, wird das Element des Eingangsvektors K_1 zu $K_{1konst} \cdot (-\rho_{Tp}(t))$ gewählt mit $K_{1konst} < 0$, womit der zeitvariable Parameter $\rho_{Tp}(t)$ keine Instabilität mehr verursachen kann.

Aus dem charakteristischen Polynom kann die Hurwitz-Matrix aufgestellt werden:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \cdots \\ a_0 & a_2 & a_4 & \cdots \\ 0 & a_1 & a_3 & \cdots \\ 0 & 0 & a_2 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{pmatrix} \quad (14.304)$$

Bei der Systemordnung von zwei müssen die beiden Subdeterminanten D_1 und D_2 positiv sein. D_1 entspricht a_1 , ist also mit Gl. (14.302) erfüllt. Da $a_3 = 0$ und $a_2 = 1$ sind, entspricht auch die Subdeterminante D_2 dem Parameter a_1 , ist also > 0 . Damit sind die Bedingungen für die Koeffizienten a_0 und a_1 hinreichend für die Stabilität des Systems.

Zusätzlich sollen die Eigenwerte ein aperiodisches Systemverhalten erzwingen, ihre Imaginärteile sollen also verschwinden. Dazu werden aus dem charakteristischen Polynom Gl. (14.299) die Wurzeln bestimmt:

$$\lambda_{1,2} = \frac{K_2 - R}{L} \pm \sqrt{\left(\frac{K_2 - R}{2 \cdot L}\right)^2 + \frac{K_1 \cdot \rho_{Tp}(t)}{L \cdot C}} \tag{14.305}$$

Die Diskriminante der Wurzel muss größer Null sein. Daraus und mit $K_1 = K_{1konst} \cdot (-\rho_{Tp}(t))$ folgt:

$$K_{1konst} < \frac{C \cdot (K_2 - R)^2}{4 \cdot L \cdot \rho_{Tp}^2(t)} \tag{14.306}$$

Um ein robustes Regelungsverhalten zu erreichen, wird $\rho_{Tp}(t)$ mit +1 nach oben abgeschätzt. Somit ergibt sich die obere Grenze für K_1 zu:

$$K_{1konst} < \frac{C \cdot (K_2 - R)^2}{4 \cdot L} \tag{14.307}$$

Wird jetzt K_2 unverändert gewählt sowie K_1 zum Zehnfachen des Werts in Kapitel 14.10.1.2, resultiert die in Abb. 14.142 wiedergegebene Bewegung des (positiveren) Eigenwerts λ_1 für das rückgekoppelte Beispielsystem mit Polfesselung. Der Eigenwert bewegt sich nur noch in der linken Halbebene, der Wert für $|\rho_{Tp}(t)| = 1$ liegt beim Zehnfachen des beim klassischen Verfahrens erreichten, wobei wegen $\frac{C \cdot (K_2 - R)^2}{4 \cdot L} = 237$ die Stabilitätsgrenze noch lange nicht erreicht ist. Der Ausgleichsvorgang verläuft jetzt mit einer sehr viel höheren Geschwindigkeit.

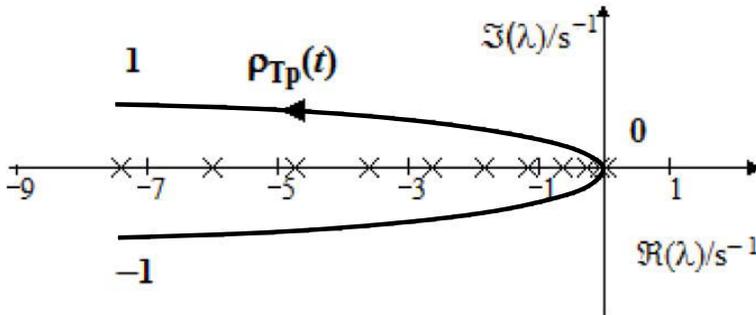


Abb. 14.142: *Bewegung des Eigenwerts λ_1 für das rückgekoppelte Beispielsystem mit Polfesselung*

Es ist deutlich zu erkennen, dass der polfesselnde Reglerentwurf die Pole des Systems mit zeitvariantem Übersetzungsverhältnis nicht wie der Beobachter auf konstante Werte fixieren kann, sondern „nur“ die Existenz von Polen in der rechten Halbebene der komplexen Frequenzebene beseitigt. Im Bereich von $\rho_{Tp}(t) \rightarrow 0$ verschwindet die Regelbarkeit des Systems, was aber physikalisch bedingt ist.

14.10.3 Anwendung in der Praxis

14.10.3.1 Vierquadrantsteller für Hochleistungslokomotive 6,4 MW

Der Vierquadrantsteller ist seit gut 30 Jahren die allgemein eingesetzte Netzstromrichterschaltung für Lokomotiven und Triebwagen mit Gleichspannungszwischenkreis-Umrichtern am Wechselspannungsfahrdraht [474, 547]. Wegen der — im niederfrequenten Bereich — nahezu idealen Netzrückwirkung hat er die bis dahin vorherrschenden halbsteuerbaren Einphasen-Brückenschaltungen vollständig verdrängt. Bei der niedrigen mitteleuropäischen Bahnstromfrequenz von $16\frac{2}{3}$ Hz [474] wird der Zwischenkreiskondensator stets um einen auf die doppelte Netzfrequenz abgestimmten Saugkreis ergänzt, der die dem Einphasen-Wechselspannungsnetz immanente Pendelung der Leistung mit dieser Frequenz im Prinzip ohne Restspannungswelligkeit im Zwischenkreis (ZK) aufnimmt.

Abbildung 14.143 zeigt das Ersatzschaltbild einer Hochleistungslokomotive nach heutigem Stand der Technik mit vier Asynchronfahrmotoren und vier Umrichtern. Je zwei Umrichter eines Drehgestells haben einen gemeinsamen Zwischenkreis mit Saugkreis. Dies ist zum einen für den Lastausgleich zwischen den beiden Treibradsätzen des Drehgestells vorteilhaft, zum anderen aber auch, dass beide Vierquadrantsteller exakt die gleiche Zwischenkreisspannung haben. Dies ist eine Voraussetzung für die Auslöschung der doppelttaktfrequenten Oberschwingungsanteile der Netzströme der beiden Vierquadrantsteller, die mit um $\frac{\pi}{2}$ versetzten unipolaren Taktungen betrieben werden [474].

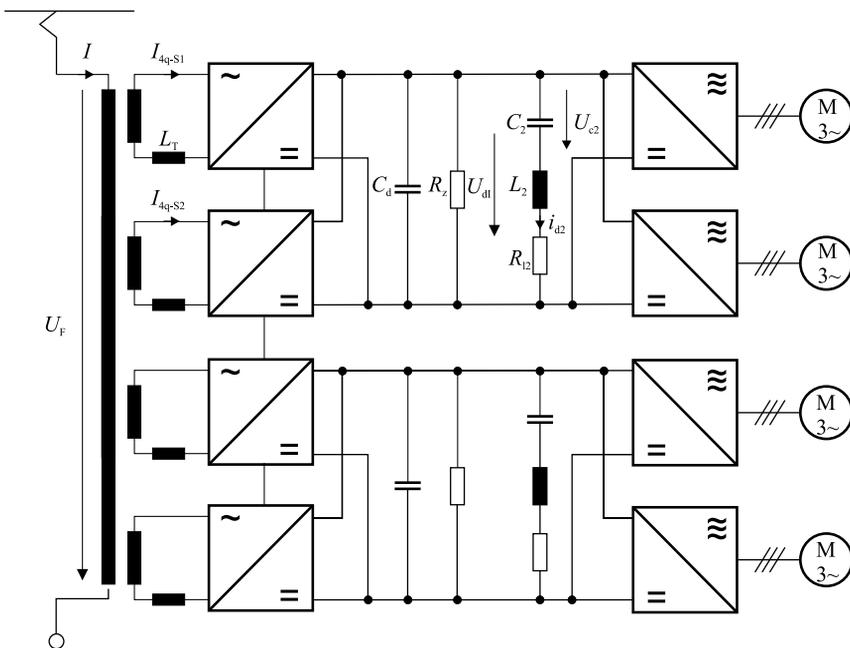


Abb. 14.143: Ersatzschaltbild einer Umrichterlokomotive

So erwünscht der Saugkreis für die Glättung der Zwischenkreisspannung im stationären Betrieb auch ist, beherrscht er doch das dynamische Verhalten der Vierquadrantstellerregelung entscheidend; hier ist vor allem das Überschwingen der ZK-Spannung bei Lastabwurf so störend, dass Lokomotiven für die Netzfrequenz 50 Hz meist auf den Saugkreis verzichten und die Saugkreiskapazität dem Zwischenkreis zuschlagen, dabei dann aber eine deutlich höhere ZK-Spannungswelligkeit in Kauf nehmen.

Regelungen nach dem Stand der Technik sind hauptsächlich auf die Einhaltung eines möglichst sinusförmigen Netzstroms in optimaler Phasenlage und ggfs. die Unterdrückung einzelner Netzstromfrequenzbänder ausgerichtet, die Gleisfreimeldesysteme stören können; die Eigendynamik des Saugkreises musste bisher weitgehend ignoriert werden.

Die Regelungen sind i. A. als Kaskadenregelung aufgebaut, mit einem überlagerten ZK-Spannungsregler mit PI-Charakteristik sowie unterlagerten Stromreglern, die entweder direkt im Zeitbereich arbeiten (Abb. 14.144; z. B. [474, 554, 557]) oder in Anlehnung an die feldorientierte Regelung von Drehfeldmaschinen die Grundschwingung (und gezielt störende Oberschwingungen) des Netzstroms in Bezug auf die Netzspannungsgrundschwingung im Frequenzbereich regeln, wozu die Signale zu zweidimensionalen analytischen Funktionen ergänzt werden müssen [558, 562]. In beiden Fällen können Blindstromsollwerte vorgegeben werden, um das Verhalten an schwachen Netzen zu optimieren [534].

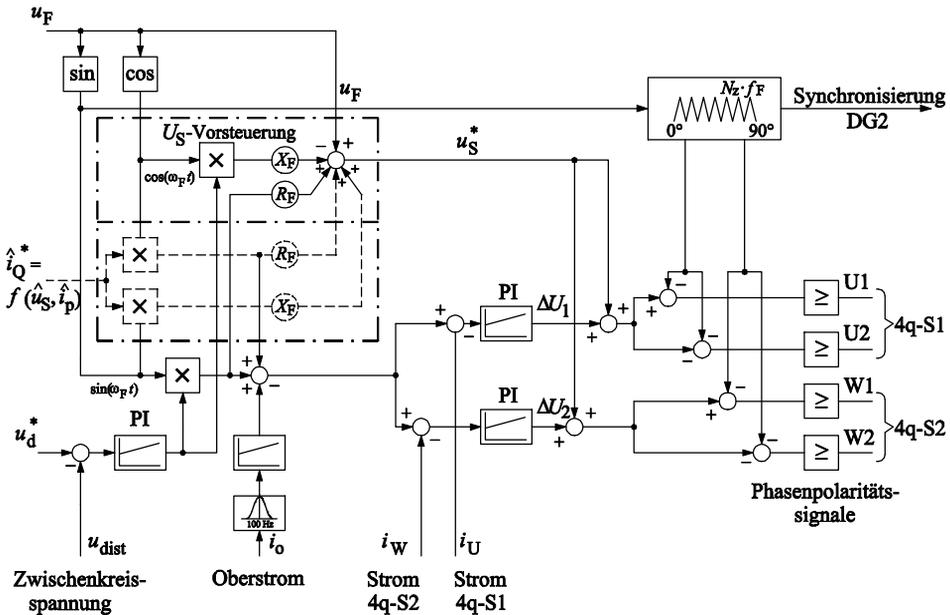


Abb. 14.144: Blockschaltbild einer zeitbereichsorientierten Vierquadrantstellerregelung [474]

Abbildung 14.145 zeigt das Blockdiagramm einer neuen Mehrgrößenregelung mit Polfesselung (PRC). Die Berechnung der Sollwertgrößen findet in einer

oberen Ebene im Frequenzbereich statt. Die Signalidentifikation bestimmt mittels PLL und DFT die transformierten Istgrößen; die Analyse muss sich besonders robust bei Netzfrequenzvariation sowie Spannungsverzerrungen und Bügel sprungverhalten [536, 541], was hier aber nicht weiter vertieft werden kann. Die „Anlagencharakteristik“ berücksichtigt anlagenspezifisches Verhalten; z. B. wird dort der Sollwert für die Zwischenkreisspannung U_d^* leistungsabhängig — nach Maßgabe des aktuellen Netzspannungswerts und der Leistung — abgesenkt, um Motorüberschwingungs- und Umrichterschaltverluste zu minimieren [548], und es wird ggfs. ein Netzblindstromsollwert aus dem Betrag der Netzspannung bestimmt.

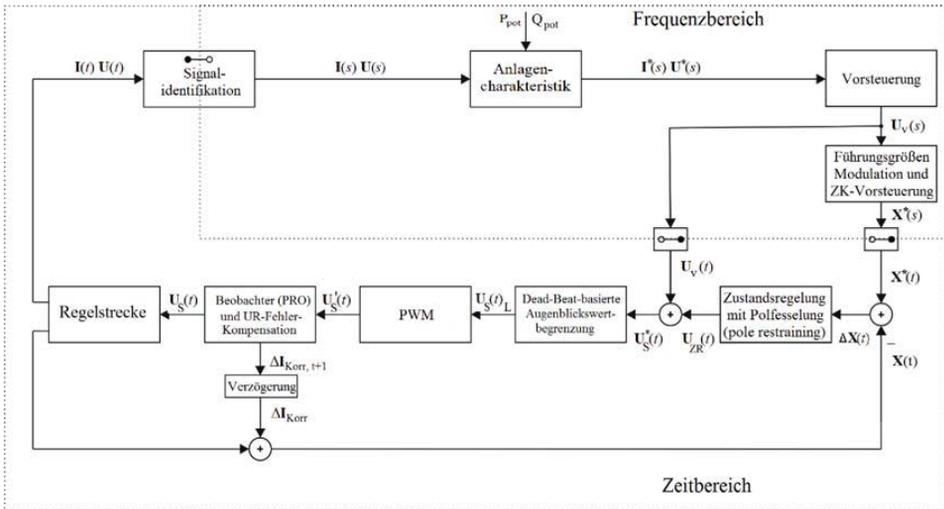


Abb. 14.145: Struktur der Mehrgrößenzustandsregelung mit Polfesselung für den Vierquadrantsteller

Daraus werden zuerst Vorsteuerwerte für die Umrichterspannung und sodann die eigentlichen Führungsgrößen (einschließlich der ZK-Spannungsvorsteuerung) berechnet, die mit den beobachteten Zustandsgrößen den Regelfehler $\Delta X(t)$ bilden, der der eigentlichen Regelung zugeführt wird. Diese berechnet mit den Vorsteuerwerten den Sollwert $U_S^*(t)$ für die Stellerspannung, der — nach Augenblickswertbegrenzung — im Block PWM in eine unipolar gepulste Spannung (double-sided regular sampling) umgesetzt wird, die auf die Zustandsgrößen der Regelstrecke wirkt.

Ein Ventilsatzmodell dient zur Korrektur der stromvorzeichen- und strombetragsabhängigen Fehler in der Ausgangsspannung auf Grund der nichtidealen Eigenschaften der IGBT [540]. Diese Fehler brauchen dann nicht mehr vom Beobachter korrigiert zu werden, der damit für weitere Aufgaben wie die Schätzung der nicht gemessenen Saugkreisgrößen frei wird. Diese Struktur liegt auch der mehrphasigen Anordnung zugrunde.

14.10.3.2 Mehrgrößenregelung für den Vierquadrantsteller

Abbildung 14.146 zeigt im Ausschnitt das Ersatzschaltbild eines Vierquadrantstellers; entsprechend sind die Werte des Zwischenkreises und des auf die doppelte Netzfrequenz abgestimmten Saugkreises auf einen Umrichter bezogen.

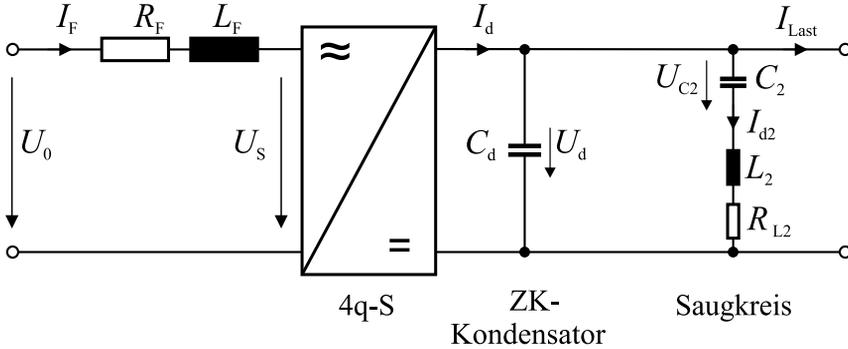


Abb. 14.146: Ersatzschaltbild eines Lokomotiv-Vierquadrantstellers

Mit Hilfe der Kirchhoff'schen Sätze werden die vier Differentialgleichungen erster Ordnung aufgestellt:

$$C_d \frac{dU_d}{dt} = \rho_{Tp}(t) \cdot I_F - I_{d2} - I_{Last} \tag{14.308}$$

$$C_2 \frac{dU_{C2}}{dt} = I_{d2} \tag{14.309}$$

$$L_2 \frac{dI_{d2}}{dt} = U_d - U_{C2} - I_{d2} \cdot R_{L2} \tag{14.310}$$

$$L_F \frac{dI_F}{dt} = U_0 - U_S - I_F \cdot R_F \tag{14.311}$$

Diese werden in die Zustandsnormalform in Matrixdarstellung gebracht:

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{U} \tag{14.312}$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{C} \cdot \mathbf{X} + \mathbf{D} \cdot \mathbf{U} \tag{14.313}$$

mit der Zustandsmatrix

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{C_d} & \rho_{Tp}(t) \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_2} & 0 \\ \frac{1}{L_2} & -\frac{1}{L_2} & \frac{R_{L2}}{L_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{R_F}{L_F} \end{pmatrix} \tag{14.314}$$

dem Zustandsvektor

$$\mathbf{X} = (U_d \quad U_{C2} \quad I_{d2} \quad I_F)^T \tag{14.315}$$

der Steuermatrix

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{C_d} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{L_F} & \frac{1}{L_F} & 0 \end{pmatrix} \quad (14.316)$$

und dem Eingangsvektor

$$\mathbf{U} = (U_S \quad U_0 \quad I_{Last})^T \quad (14.317)$$

Die Ausgangsmatrix ist

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (14.318)$$

und die Durchgangsmatrix

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (14.319)$$

Da nur die Größe U_S von der Regelung beeinflusst werden kann, werden für den Reglerentwurf ein reduzierter Eingangsvektor \mathbf{U}_{red} sowie die zu Vektoren reduzierte Steuermatrix \mathbf{B}_{red} und Durchgangsmatrix \mathbf{D}_{red} verwendet:

$$\mathbf{U}_{red} = (U_S \quad U_0 \quad I_{Last})^T, \quad (14.320)$$

$$\mathbf{B}_{red} = (0 \ 0 \ 0 \ -1)^T \quad (14.321)$$

$$\text{und } \mathbf{D}_{red} = (0 \ 0)^T. \quad (14.322)$$

Der konventionelle Regler- und Beobachterentwurf erfordert konstante Elemente der Zustandsmatrix \mathbf{A} ; dazu wird der Mittelwert des Betrags des Übersetzungsverhältnisses zu $\rho_{Tp}^- = 0,314$ abgeschätzt. Dieser konstante Wert führt zu einem Fehler bei der Bestimmung der Rückführmatrix \mathbf{K} , der aber vernachlässigt werden kann, wenn nur die Realteile der Pole weit genug im Negativen liegen. Beim Beobachter ist nur die Entwurfsmethode angenähert; das interne Zustandsraummodell wird unter Berücksichtigung des Übersetzungsverhältnisses exakt berechnet.

Die Mehrgrößenregelung des Vierquadrantstellers wird als Zustandsrückführung ausgeführt. Da nur zwei der vier Zustandsgrößen nach Gl. (14.315) gemessen werden, wird ein Beobachter gebraucht. Da dieser aber erst unter Kenntnis der Pole des geschlossenen Regelkreises parametrisiert werden kann, wird die Bestimmung des Reglers vorgezogen.

14.10.3.2.1 *Mehrgrößen-Zustandsregelung*

Eine Mehrgrößen-Zustandsregelung führt die Werte aller Zustandsgrößenfehler zu Null. Aus dem Regelfehlervektor $\Delta\mathbf{X}(t) = \mathbf{X}(t) - \mathbf{X}^*(t)$ leitet sich das Eingangssignal für das System ab:

$$U_S(t) = -\mathbf{K} \cdot (\mathbf{X}(t) - \mathbf{X}^*(t)) \tag{14.323}$$

Den Sollwertvektor $\mathbf{X}^*(t)$ — quasistationäre Sollwerte für alle vier Zustandsgrößen — liefert das Führungsgrößenmodell.

Um die bekannte linear-quadratische (LQ-) Optimierungsmethode [561] anwenden zu können, muss eine Eingangsgröße vorliegen sowie die Steuerbarkeitsbedingung erfüllt sein. Letzteres kann mit dem Kalman-Kriterium nachgewiesen werden. Wie in [541] gezeigt, ist der Rang der Steuerbarkeitsmatrix \mathbf{S}_s gleich vier und damit gleich der Anzahl der Zustandsgrößen, wenn $\rho_{Tp}(t) \neq 0$ ist. Das System ist voll steuerbar, solange — im Mittel über ein Pulsintervall — Strom zwischen Wechsel- und Gleichspannungsseite fließt. Da dies nur in den sehr kurzen Augenblicken des Stromnullgangs nicht erfüllt ist, kann von voller Steuerbarkeit ausgegangen werden.

Die linear-quadratische (LQ-) Optimierungsmethode findet die Rückführmatrix \mathbf{K} , indem sie ein statisches Optimierungsproblem löst, also die Stell- und Zustandsgrößen über ein unendliches Zeitintervall optimiert [561], im Gegensatz zu konventionellen Methoden, die das transiente Verhalten z. B. nach Überschwingen und Ausregelzeit optimieren und dabei nicht nach der i. Allg. begrenzten Stellenergie fragen. Dazu wird ein Güteindex J im Hinblick auf die benötigte Stellspannung minimiert; dies liefert die optimale Stellfunktion $U_{Sopt}^*(t)$, die den Güteindex

$$J(x_0, U_{Sopt}^*(t)) = \int_0^\infty [\Delta\mathbf{X}^T(t) \cdot \mathbf{Q} \cdot \mathbf{X}(t) + U_{Sopt}^*(t) \cdot \mathbf{R} \cdot U_{Sopt}^*(t)] dt \tag{14.324}$$

minimiert. Die Trajektorien des Regelfehlers wie die Energie des Stellsignals werden jeweils mit den Matrizen \mathbf{Q} und \mathbf{R} gewichtet, die symmetrisch und semidefinit sein müssen. Über die Wahl der Elemente dieser Wichtungsmatrizen lässt sich der Güteindex J beeinflussen. Die hinsichtlich dieses Optimierungsproblems optimale Rückführmatrix \mathbf{K}_{opt} bestimmt sich zu

$$\mathbf{K}_{opt} = \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{P} \tag{14.325}$$

wobei \mathbf{P} die Lösung der Matrix-Riccati-Gleichung

$$\mathbf{0} = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{P} + \mathbf{P} \cdot \mathbf{A} - \mathbf{P} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{R}^{-1} \cdot \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{P} + \mathbf{Q} \tag{14.326}$$

ist [561]. Sind alle Bedingungen für die Wichtungsmatrizen erfüllt, ist auch die asymptotische Stabilität des geschlossenen Regelkreises gesichert. Es sei aber darauf hingewiesen, dass diese optimale Rückführmatrix noch nicht optimal für

die Regelungsaufgabe an sich sein muss, wenn nämlich die Wichtungsmatrizen \mathbf{Q} und \mathbf{R} unpassend gewählt wurden!

Hier wurden die Matrizen \mathbf{Q} und \mathbf{R} durch Simulation bestimmt: Zuerst werden die zum Saugkreis gehörenden 2. und 3. Elemente der Diagonalmatrix zu Null gesetzt und die Koeffizienten für ZK-Spannung und Netzstrom identifiziert; danach werden die Koeffizienten des Saugkreises bestimmt. Aus $\det(\lambda \cdot \mathbf{E} - \mathbf{A} + \mathbf{B}_{red} \cdot \mathbf{K}) = 0$ (vgl. Gl. (14.264) und (14.267)) resultieren zwei reelle und ein konjugiert-komplexes Paar Eigenwerte $\lambda_{5..6}$ des geschlossenen Regelkreises.

14.10.3.2.2 Luenberger-Beobachter

Wie erwähnt, werden die zwei nicht gemessenen Saugkreisgrößen vom Beobachter bestimmt. Die notwendige Beobachtbarkeit wird wieder mit dem Kalman-Kriterium nachgewiesen.

Der Rang der Beobachtbarkeitsmatrix \mathbf{S}_B muss der Ordnung des Zustandssystems entsprechen:

$$\mathbf{S}_B = \begin{pmatrix} \mathbf{C} \cdot \mathbf{A}^0 & \mathbf{C} \cdot \mathbf{A}^1 & \mathbf{C} \cdot \mathbf{A}^2 & \mathbf{C} \cdot \mathbf{A}^3 \end{pmatrix} \Rightarrow \text{Rang}(\mathbf{L}) = 4 \quad (14.327)$$

Aus den Eingangssignalen \mathbf{U} und den Messwerten bestimmt der Beobachter die Größen $\hat{\mathbf{X}}$ mit Hilfe des Zustandsraummodells der Strecke \mathbf{A}_B unter Verwendung des zeitvarianten Übersetzungsverhältnisses $\rho_{Tp}(t)$, wie in Kap. 14.10.2.2 abgeleitet, indem er die Abweichung zwischen dem geschätzten Ausgangsvektor $\hat{\mathbf{Y}}$ und dem Messwertvektor \mathbf{Y} zu Null regelt; er korrigiert damit mögliche Abweichungen zwischen der realen Strecke und dem Modell der Strecke (Abb. 14.147). Die Einbeziehung der Beobachtermatrix \mathbf{L} in das Zustandsraummodell des Beobachters liefert den folgenden Satz von Differentialgleichungen 1. Ordnung:

$$\frac{d\hat{\mathbf{X}}(t)}{dt} = \mathbf{A}_B \cdot \hat{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{B}_B \cdot \mathbf{U}(t) + \mathbf{L} \cdot (\mathbf{Y}(t) - \hat{\mathbf{Y}}(t)) \quad (14.328)$$

$$= \mathbf{A}_B \cdot \hat{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{B}_B \cdot \mathbf{U}(t) + \mathbf{L} \cdot \mathbf{C}_B \cdot (\mathbf{X}(t) - \hat{\mathbf{X}}(t)) \quad (14.329)$$

$$= (\mathbf{A}_B - \mathbf{L} \cdot \mathbf{C}_B) \cdot \hat{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{B}_B \cdot \mathbf{U}(t) + \mathbf{L} \cdot \mathbf{C}_B \cdot \mathbf{X}(t) \quad (14.330)$$

Die Zustandsmatrix des geschlossenen Regelkreises ist $\mathbf{A}_r = \mathbf{A} - \mathbf{B}_{red} \cdot \mathbf{K}$. Wird die Rückführmatrix mit der Polzuweisungs- (Pole-Placement-) Methode bestimmt, sind auch die Eigenwerte der Zustandsmatrix \mathbf{A}_r bekannt. Die Realteile der Beobachter-Zustandsmatrix $\mathbf{A}_B - \mathbf{L} \cdot \mathbf{C}_B$ werden so platziert, dass die Anschlagzeit des Beobachters mindestens zehnmals kürzer als die des zu regelnden Systems ist.

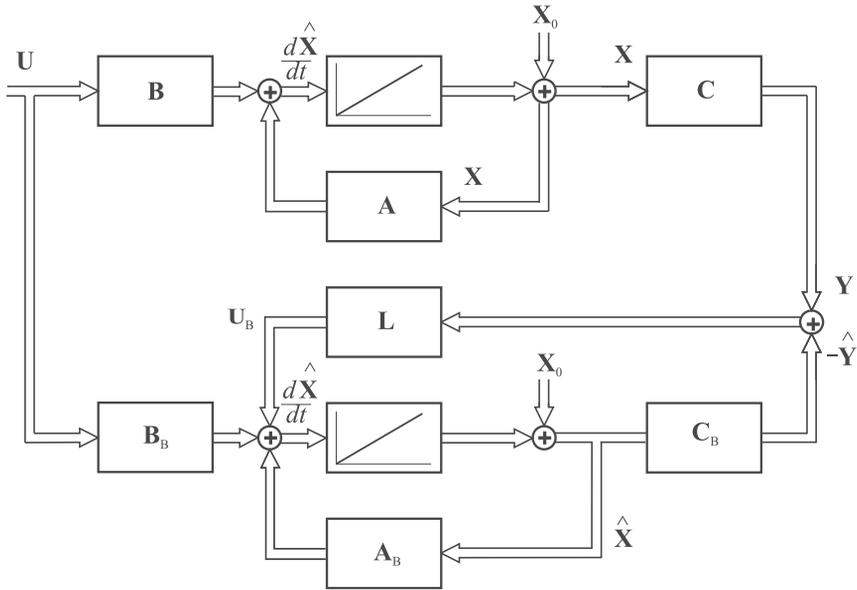


Abb. 14.147: Luenberger-Beobachter

14.10.3.3 Simulationsergebnisse

Der Simulation werden die Daten eines Vierquadrantstellers einer modernen Hochleistungslokomotive mit vier einzeln geregelten IGBT-Umrichtern in zwei Drehgestellgruppen mit einer Nennleistung am Zughaken von 6,4 MW zugrunde gelegt. Die entsprechende Nennleistung im Zwischenkreis einer Drehgestellgruppe ist auf Grund der Motor- und WR-Verluste 3600 kW. Die Daten — entsprechend Abb. 14.146 — sind in Tabelle 14.11 zusammengefasst, die Parameter der Zwischenkreisfilterelemente sind für beide 4q-S gemeinsam.

Tabelle 14.11: Nenndaten des Vierquadrantstellers

$P_{dN} = 1800 \text{ kW}$; Werte des ZK für $P_{ZKN} = 3600 \text{ kW}$)

$U_{F,eff}$	15000 V	$I_{4q-S,N}$	1225 A
f_F	$16\frac{2}{3}$ Hz	f_z	450 Hz
U_{dN}	2800 V	$U_{0,eff}$	1542 V
\ddot{u}_{Tr}	9,7		
C_d	13,8 mF	T_E	30 ms
u_x	0,25	L_T	3 mH
u_r	0,05	R_T	63 mΩ
L_2	2,45 mH	C_2	9,3 mF
Q_{L2}	20	R_{L2}	25 mΩ

Um die Reglerentwürfe unter realistischen Betriebsbedingungen vergleichen zu können, eignen sich die klassischen Kriterien wie Führungs- oder Laststoß im Kleinsignalbereich wenig, da Führungsgrößen- wie Laständerungen von der Fahrzeugsteuerung nur mit Rampen mit Steigungen im Bereich von Nennwert in mehreren Sekunden vorgegeben werden. Harte Konstantlasteinprägung würde den Zwischenkreis zu aufklingenden Schwingungen anregen. Diese Destabilisierung wird verhindert, indem der Drehmomentsollwert der Fahrmotorregelung mit einem Dämpfungssignal K_m multipliziert wird, das mit dem quadrierten Wert der momentanen auf den Mittelwert bezogenen ZK-Spannung berechnet wird:

$$K_m(t) = \left(\frac{U_d(t)}{\bar{U}_d} \right)^2 \quad (14.331)$$

wobei \bar{U}_d über eine Netzgrundschwingung zu mitteln ist; im Bremsbetrieb geht der Kehrwert ein. Dies ist Standard bei allen Traktionswechselrichterregelungen mit hoher Drehmomentdynamik wie feldorientierte Regelung, DSR oder ISR [560]. Der WR verhält sich damit im motorischen Betrieb gegenüber dem Einspeisestromrichter als ohmsche Last.

Als realitätsnahe Störungsszenarien kommen vor allem der Lastabwurf bei der Wechselrichter-Schutzsperrung („inverter tripping“) und das Durchfahren eines temporären Netzspannungseinbruchs („fault ride through“) unter Leistung in Betracht. Wegen der stark nichtlinearen Regelstrecken sind Kleinsignaländerungen auch nur von begrenzter Aussagekraft, so dass hier jeweils halbe Nennleistung gewählt wird. Zur Simulation wird das besonders für umfangreiche leistungselektronische Systeme entwickelte Programmpaket VIAvento [535] eingesetzt.

In den Abbildungen 14.148 und 14.149 ist der Lastabwurf bei halber ZK-Nennleistung (900 kW pro 4q-S) zum Zeitpunkt des Netzspannungsmaximums dargestellt. Die Wirkung der Zwischenkreisbedämpfung nach Gl. (14.331) ist im nichtkonstanten Verlauf des Laststroms (vor Lastabwurf) auf Grund der Restwelligkeit der ZK-Spannung infolge des Verlustwiderstands R_{L2} des Saugkreises ($\Delta U_{dss} = 40 \text{ V}$) zu erkennen.

Abbildung 14.148: Die Regelung ist eine konventionelle Kaskadenregelung nach Abb. 14.144. Der Stromregler ist ein reiner P-Regler; der (auch früher schon sehr kleine) I-Anteil ist entfallen, da er bei der Augenblickswertregelung des Stellereingangs-Wechselstroms einen unzulässig großen Phasenfehler des Netzstroms verursachen würde. Die Einstellwerte mussten experimentell über einen weiten Bereich von Lasten und Eintrittszeitpunkten des Lastabwurfs gefunden werden, was recht zeitaufwändig ist. Dargestellt sind

- ZK-Spannung U_d
- Saugkreiskondensatorspannung U_{C2}
- Laststrom I_{Last}
- Auf die Sekundärseite umgerechnete Netzspannung $0,5 \cdot \frac{U_F}{\bar{u}_{Tr}}$

- Vierquadrantsteller-Eingangsstrom I_{4q-S1}
- Saugkreisstrom I_{d2}

In ZK- und Saugkreisspannung ist die unvermeidliche Eigenschwingung in Phasenopposition zu erkennen mit der Eigenfrequenz

$$f_{20} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L_2 \cdot \frac{C_2 \cdot C_d}{C_2 + C_d}}} \tag{14.332}$$

sowie eine Gleichtakt-Regelungsschwingung mit etwa 5 Hz. Der Saugkreisstrom — der ja nicht in die Regelung einbezogen ist — ist wegen der hohen Saugkreisgüte auch nach 300 ms noch nicht vollständig abgeklungen. Die erreichten Ausregelzeiten sind stark von der Phasenlage des Lastabwurfs in Bezug auf die Netzspannung abhängig.

Der gleiche Lastabwurf ist für die neue Mehrgrößen-Zustandsregelung mit polfesselndem Beobachter und polfesselnder Regelung — auch der Saugkreisgrößen — in Abb. 14.149 gezeigt. Die Rückführparameter sind nach dem in Kap. 14.10.3.2.1 beschriebenen Verfahren gewählt; die wirksame Stromverstärkung ist gleich der beim Kaskadenregler gewählt, die Anregelgeschwindigkeit im Spannungsregelkreis konnte dagegen auf den etwa 5-fachen Wert angehoben werden. Damit konnte ein I-Anteil völlig entfallen; welch wichtigen Einfluss dies auf die Netzstabilität hat, wird im Ausblick (Kap. 14.10.5) diskutiert.

Nach gut 100 ms ist der stationäre Zustand für alle Größen erreicht, auch für die Saugkreisgrößen. Der dazu nötige Eingriff des Stellglieds ist am heftigeren Ausschlag des Stellerstroms gut zu erkennen. Die Verläufe der Systemgrößen bei Laststoß und Lastabwurf sind kaum von der Phasenlage des Störungseintritts abhängig, die Regelung ist damit sehr robust.

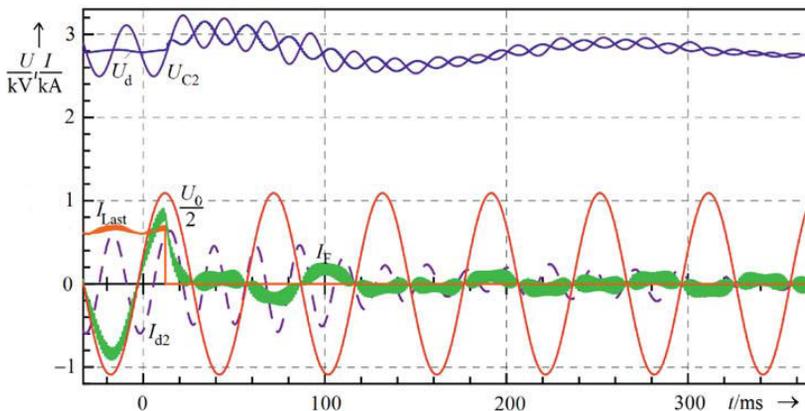


Abb. 14.148: Spannungs- und Stromverläufe des Vierquadrantstellers bei Lastabwurf $0,5 \cdot P_{dN}$. Konventionelle Kaskaden-Regelung wie Abb. 14.144.

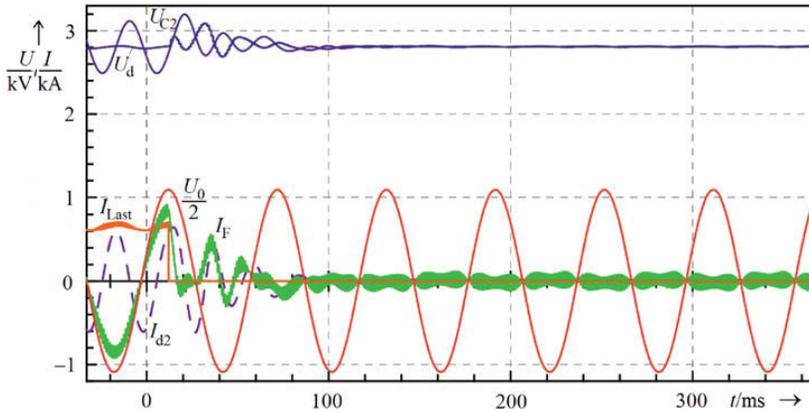


Abb. 14.149: Spannungs- und Stromverläufe des Vierquadrantstellers bei Lastabwurf $0,5 \cdot P_{dN}$. Mehrgrößen-Zustandsregelung mit PRO und PRC nach Abb. 14.145.

In den Abbildungen 14.150 und 14.151 ist das Verhalten der Regelung bei einem Netzspannungseinbruch auf $80\% U_{0N}$ (z. B. durch einen Kurzschluss in einem benachbarten Unterwerksbezirk) zum Zeitpunkt $t = 0$ dargestellt. Die Netzimpedanz wird zu $1,3 \text{ mH}$, der ohmsche Widerstand zu $40 \text{ m}\Omega$ angenommen (umgerechnet auf die Niederspannungsseite des Transformators, entsprechend einem Lokstandort in mittlerer Entfernung vom Unterwerk). Die Zwischenkreis-Spannung bricht auf etwa 2500 V ein, obwohl der Laststrom innerhalb von 50 ms auf nahezu Null zurückgeht. Nach etwa 80 ms baut sich der Laststrom — unter starkem Überschwingen von Steller- wie Saugkreisstrom — wieder auf und nähert sich nach etwa 500 ms stationären Verhältnissen.

Um einer Netzinstabilität infolge Konstantleistungsverhalten entgegenzuwirken, wird die Anlagencharakteristik (vgl. Abb. 14.145) die Leistungsbegrenzung in der Antriebswechselrichterregelung entsprechend der Netzspannungsenkung langsam auf 80% reduzieren; dies ist hier nicht wirksam, da zum einen die Ausgangsleistung nur 50% der Nennleistung beträgt und zum anderen wegen der notwendigen Spannungs-Grundswingungsamplitudenerfassung über eine PLL mit einer Mindestefassungszeit von 60 ms eine solche Sollwertreduktion nur mit etwa 500 ms erfolgen kann. Deshalb ist die Stellerstromgrundswingung in diesem Zeitfenster um 25% erhöht (dies ist besser in Abb. 14.151 zu erkennen).

Deutlich anders ist das Verhalten bei der neuen Mehrgrößenregelung mit PRC (Abb. 14.151): Der ZK-Spannungseinbruch ist wesentlich kleiner (nur auf etwa 2700 V). Entsprechend werden Last- und Stellerstrom deutlich weniger reduziert und führen nach Wiederanstieg der ZK-Spannung zu deutlich geringeren Transienten in Steller- und Saugkreisstrom, nach etwa 120 ms ist der neue stationäre Zustand hergestellt.

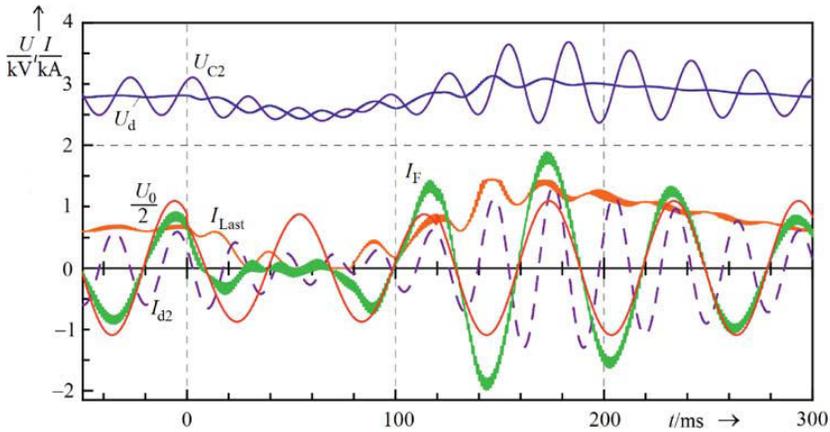


Abb. 14.150: Spannungs- und Stromverläufe des Vierquadrantstellers bei Netzspannungseinbruch auf $80\%U_{0N}$. Konventionelle Kaskaden-Regelung ähnlich Abb. 14.144.

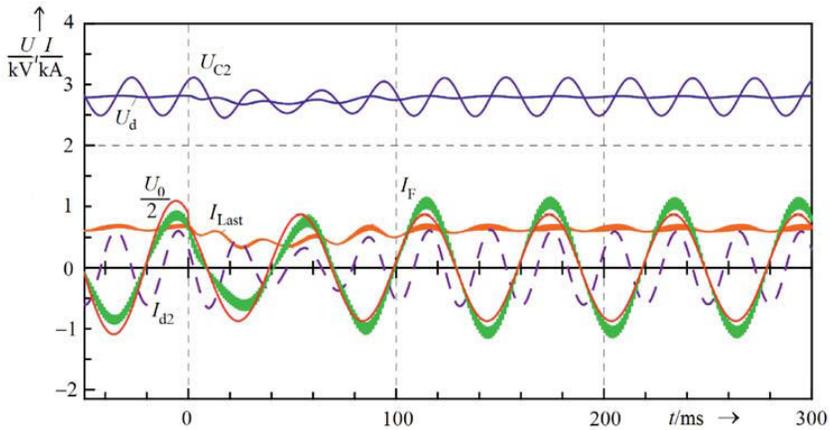


Abb. 14.151: Spannungs- und Stromverläufe des Vierquadrantstellers bei Netzspannungseinbruch auf $80\%U_{0N}$. Mehrgrößen-Zustandsregelung mit PRO und PRC nach Abb. 14.145.

Zum Abschluss stellt Abb. 14.152 die wichtigsten Größen des Vierquadrantstellers im stationären Zustand mit Nennleistung 1800 kW dar; im oberen Teil von Abb. 14.152 sind auch das Übersetzungsverhältnis $\rho_{Tp}(t)$ (und seine Inversion) und die Dreieck-Vergleichsspannung der PWM gezeigt.

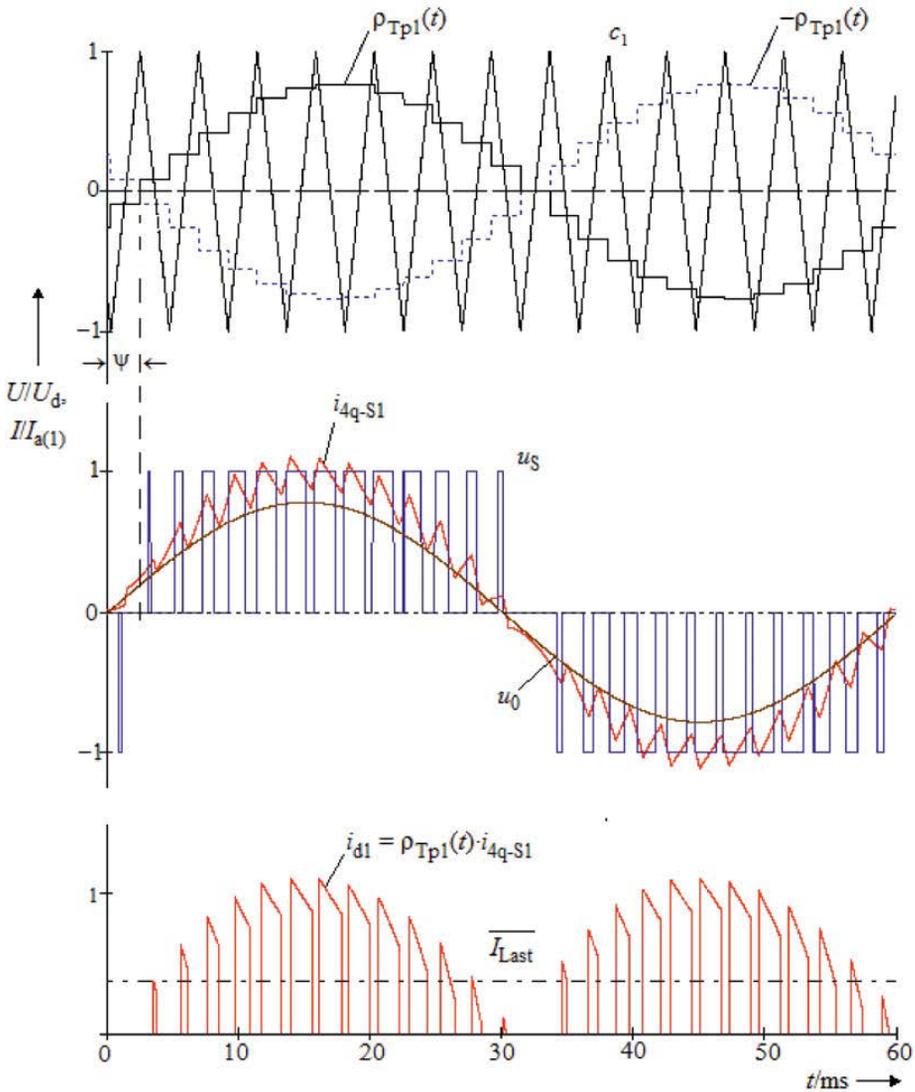


Abb. 14.152: Ströme und Spannungen des Vierquadrantstellers 1 im stationären Betrieb — Parameter nach Tabelle 14.11; Spannungen normiert auf $U_d = U_{dN}$, Ströme auf $\sqrt{2} \cdot I_{4q-S,eff}$, ZK-Spannung glatt;
 Oben: Übersetzungsverhältnis $(+\rho_{Tp}(t))$ sowie $(-\rho_{Tp}(t))$; Dreieck-Vergleichsspannung c_1 ;
 Darunter: Sek. Transformatorspannung u_0 , Stellerspannung u_S und Stellerstrom i_{4q-S1} ; GS-seitiger 4q-S-Strom i_{d1} und Laststrom-Mittelwert \bar{I}_{Last}

14.10.4 Pulsstromrichter am Dreileiternetz (Active Front End)

Schließlich sei noch die Anwendung des PRC-Prinzips auf einen Pulsstromrichter mit Gleichspannungszwischenkreis am 50-Hz-Dreileiternetz, ein so genanntes Active Front End [546], gezeigt, s. Abb. 14.153. Die Nennleistung der Anlage ist 1000 kW, die Nennanschlussspannung $U_{LN} = 690\text{ V}$. Das vorgelagerte 10-kV-Netz hat eine — recht kleine — Kurzschlussleistung von 32 MVA. Die ZK-Nennspannung ist 1200 V, die ZK-Kapazität $C_d = 20,83\text{ mF}$, entsprechend einer üblichen Entladezeit bei Nennstrom und Nennspannung von 30 ms, die Taktfrequenz der IGBT beträgt $f_z = 2,45\text{ kHz}$. Die Parameter sind in Tab. 14.12 zusammengefasst. Das eingangsseitige T-Filter entspricht üblicher Auslegung zur Einhaltung der Netzanschlussbedingungen hinsichtlich Oberschwingungsströmen; es ist nicht in die Regelung eingebunden.

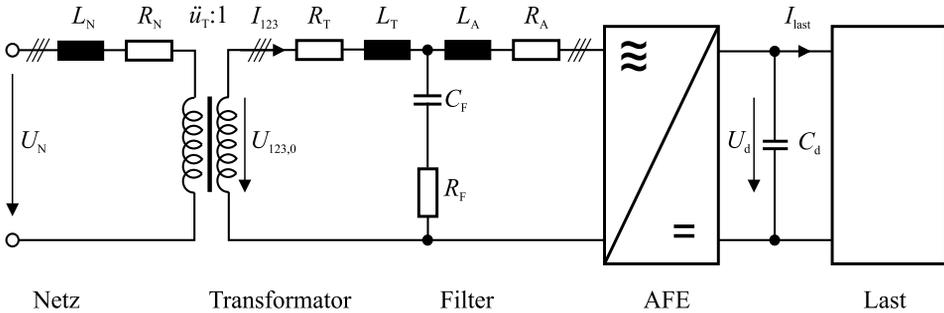


Abb. 14.153: Ersatzschaltbild eines Dreileiter-Netzstromrichters (AFE)

Tabelle 14.12: Nenndaten des Dreileiter-Netzstromrichters

P_{dN}	1000 kW	f_N	50 Hz
$U_{N,eff}$	$10000\text{ V}/\sqrt{3}$	\ddot{u}_T	14,5
U_{dN}	1200 V	C_d	20,83 mF
L_N	10 mH	R_N	0,31 Ω
$L_T = L_A$	63 μH	$R_T = R_A$	2 m Ω
C_F	1,2 mF	R_F	16 m Ω

Verglichen werden wieder eine konventionelle Kaskadenregelung mit einem für die Reglerauslegung über die Halbperiode gemittelten Übersetzungsverhältnis ρ und eine Mehrgrößen-Zustandsregelung mit PRC. Die Abbildungen 14.154 und 14.155 stellen das Störverhalten bei Lastabwurf von 85% Nennleistung durch WR-Sperrung zum Zeitpunkt des Netzspannungsmaximums ($t = -1\text{ ms}$) dar.

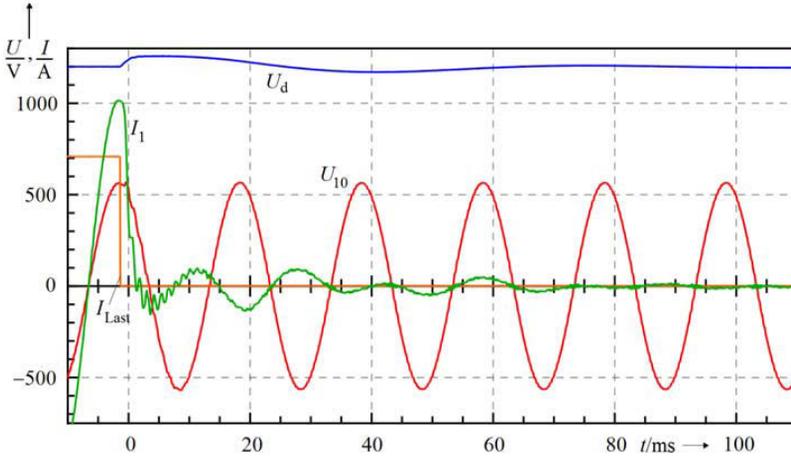


Abb. 14.154: Dreileiter-Netzstromrichter mit konventioneller Kaskadenregelung: ZK-Spannung U_d , Netzquellenspannung U_{10} , Laststrom I_{Last} und Leiterstrom I_1 bei Lastabwurf aus 85% Nennleistung

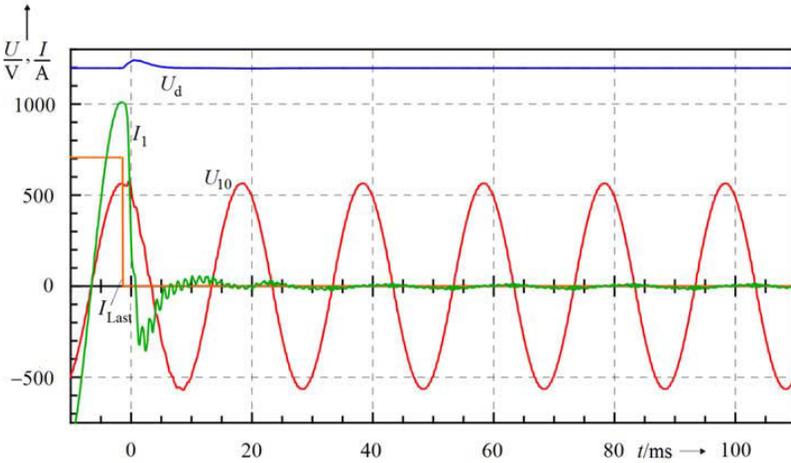


Abb. 14.155: Dreileiter-Netzstromrichter mit Zustandsregelung mit Polfesselung (PRC) und optimierten Rückführparametern: ZK-Spannung U_d , Netzquellenspannung U_{10} , Laststrom I_{Last} und Leiterstrom I_1 bei Lastabwurf aus 85% Nennleistung

Abbildung 14.154 zeigt dabei das Verhalten bei der konventionellen Kaskadenregelung: Die ZK-Spannung schwingt auf 1260 V über und bricht auf etwa 1175 V ein; nach 100 ms hat sich der stationäre Zustand eingestellt. Auch hier ist die Wirkung der ZK-Spannungsbedämpfung deutlich zu erkennen. Die Abb. 14.155 zeigt dagegen das Verhalten bei einer polfesselnden Mehrgrößen-Zustandsregelung nach Kapitel 14.10.2.2.1, mit optimierten Rückführparametern (die Proportionalverstärkung der Stromrückführung $\Delta U_d/\Delta I_d$ ist in beiden Fällen gleich):

Die ZK-Spannung erreicht einem vergleichbaren Maximalwert von 1250 V, ist aber ohne Unterschwingen schon nach gut einer Netzperiode (20 ms) eingeschwungen. Das maximale Stromüberschwingen beträgt nur etwa 5%. Es zeigt sich auch wieder kein Einfluss der Phasenlage des Spannungseinbruchs, im Gegensatz zur konventionellen Kaskadenregelung. Die ZK-Spannungsrückführung ist rein proportional.

Schließlich sei noch das Verhalten bei Fault-Ride-Through bei Einbruch der Netzspannung auf 80% zum Zeitpunkt $t = 0$ bei 85% Nennbelastung im Bild dargestellt. Abb. 14.156 zeigt das Verhalten bei der konventionellen Kaskadenregelung: Die ZK-Spannung bricht auf etwa 1030 V ein und erreicht ohne Überschwingen 1200 V ein; nach 100 ms hat sich noch kein stationärer Zustand ergeben. Auch hier ist die Wirkung der ZK-Spannungsbedämpfung deutlich zu erkennen. Die Netzstromamplitude schwingt nur ganz leicht gegenüber dem Endwert $1,25 \cdot 0,85 \cdot 837\text{A} \cdot \sqrt{2} = 1257\text{A}$ über.

Abbildung 14.157 zeigt dagegen das Verhalten bei einer polfesselnden Mehrgrößen-Zustandsregelung nach Kapitel 14.10.2.2.1, mit optimierten Rückführparametern: Die ZK-Spannung erreicht nur einen Minimalwert von 1130 V und ist — ohne Überschwingen — schon nach gut einer Netzperiode (20 ms) eingeschwungen. Das maximale Stromüberschwingen beträgt etwa 10%. Es zeigt sich auch wieder kein Einfluss der Phasenlage des Spannungseinbruchs, im Gegensatz zur konventionellen Kaskadenregelung, wo dieser Einfluss nicht unerheblich ist.

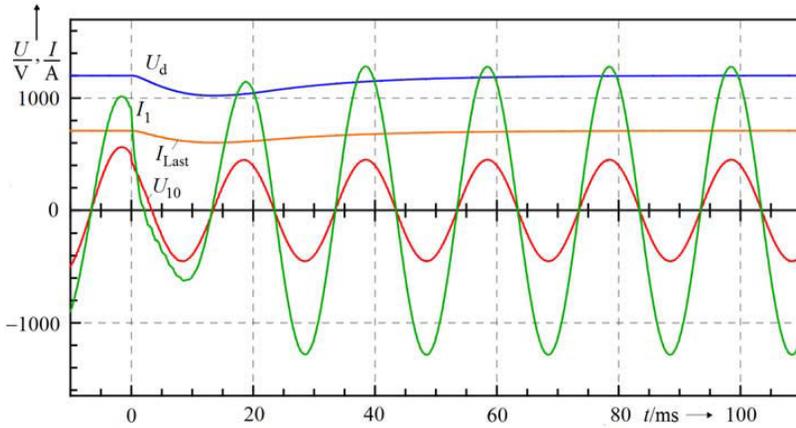


Abb. 14.156: Dreileiter-Netzstromrichter mit konventioneller Kaskadenregelung: ZK-Spannung U_d , Netzquellenspannung U_{10} , Laststrom I_{Last} und Leiterstrom I_1 bei einem Netzspannungseinbruch auf $80\%U_N$ und 85% Nennleistung

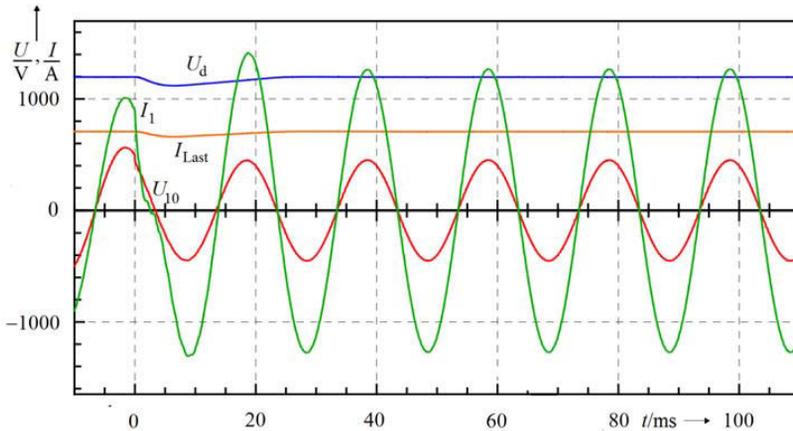


Abb. 14.157: Dreileiter-Netzstromrichter mit Zustandsregelung mit Polfesselung (PRC) und optimierten Rückführparametern: ZK-Spannung U_d , Netzquellenspannung U_{10} , Laststrom I_{Last} und Leiterstrom I_1 bei einem Netzspannungseinbruch auf $80\%U_N$ und 85% Nennleistung

14.10.5 Ausblick

Unter extremen Bedingungen wie sehr langer, einseitiger Einspeisung einer Bahnstrecke oder einer sehr großen Anzahl von Triebfahrzeugen mit eingeschalteten Vierquadrantstellern wurden vermehrt aufklingende Leistungsschwingungen mit Frequenzen von einem Zehntel bis einem Drittel der Netzfrequenz — $16\frac{2}{3}$ Hz wie 50 Hz — beobachtet, die im Großraum Zürich sogar zu einem Netzzusammenbruch führten [555]. In [544] konnte gezeigt werden, dass für diese so genannte Niederfrequente Instabilität das Zusammenwirken von (induktiver) Netzimpedanz und Integralverstärkung des ZK-Spannungsregelkreises verantwortlich ist.

Das Verfahren der Polfesselung (PRC) erlaubt, durch die Vergrößerung der Anregelgeschwindigkeit und damit der äquivalenten P-Verstärkung im ZK-Spannungsregelkreis auf einen I-Anteil zu verzichten und damit das Problem der niederfrequenten Instabilität ganz wesentlich zu entschärfen [474, 545].

Analoge Erscheinungen sind auch in Dreiphasennetzen bei hohem Durchsetzungsgrad mit selbstgeführten Netzstromrichtern zu erwarten. Deutliche Vorteile dürften auch bei der gezielten Unterdrückung von niederfrequenten Netzstromüberschwingungen durch den Vierquadrantsteller (Unterbindung von Signalstörungen [474]) bzw. das Active Front End (Aktivfilter-Funktion) zu erwarten sein, neben der Erhöhung der Robustheit der Regelung.

Darüber hinaus weist das Verfahren der Polfesselung erhebliche Vorteile auf der Prozessebene auf. Durch die konsequente Rückführung aller zu regelnden Zustandsgrößen sowie die durchgängige Verwendung von Vorsteuerstrukturen und Führungsgrößenmodelle resultieren reguläre Strukturen. Dies ermöglicht zum einen eine stark formalisierte Behandlung der Regelung selbst — im Extremfall können die Algorithmen in Abhängigkeit von Topologie und Applikation automatisch erzeugt werden. Andererseits ist strukturbedingt eine schrittweise Inbetriebsetzung sehr gut möglich, sodass eine starke Komplexitätsreduktion bei der obligatorischen Fehlersuche resultiert.

15 Regelung von Drehfeldmaschinen ohne Drehzahlsensor

15.1 Einführung

In den bisherigen Kapiteln wird beispielsweise bei der Regelung von Drehfeldmaschinen mittels Entkopplung oder der feldorientierten Regelung ein Drehzahlsensor bei der Asynchronmaschine oder ein Lagegeber bei der Synchronmaschine vorausgesetzt. Es besteht nun der Wunsch, diese Sensoren zu vermeiden und vorzugsweise nur die leicht zugänglichen Signale wie Statorstrom und Statorspannung zu verwenden. Diese Signale werden u.a. auch zur Stromeinprägung benötigt und sind somit bereits vorhanden. Damit entfällt die Montage und Verkabelung des Drehzahl- oder Lagesensors, es verringert sich somit die Zahl der Komponenten, es erhöht sich damit die Zuverlässigkeit, und es verringern sich die Kosten.

Im Gegensatz dazu erhöht sich allerdings die Komplexität der Signalverarbeitung, da nun aus beispielsweise den Größen Statorstrom und Statorspannung bei der Entkopplungsregelung die Drehzahl des Rotors alleine und bei der feldorientierten Regelung sowohl die Drehzahl des Rotors als auch die Orientierung und die Amplitude des jeweiligen Flusses ermittelt werden müssen.

Ganz grundsätzlich sei daran erinnert, daß bereits in [57–61] Regelungen von Drehfeldmaschinen ohne Drehzahlsensor vorgestellt wurden. Ein typisches Beispiel sind Drehfeldantriebe mit I-Umrichtern ([57–61], Umrichterantriebe). In diesem Fall wird die sich aus der Dimensionierung des I-Umrichters ergebende Forderung einer geringen Statorstreuung und damit einer geringen Drehzahländerung bei Drehmomentanforderung (hartes Nebenschlußverhalten) genutzt. Dies führt dazu, daß der Drehzahlsollwert als steuernde Größe für die Statorfrequenz genutzt wird und somit bei Drehmomentanforderung eine dem Schlupf proportionale Drehzahlabweichung zu akzeptieren ist. Dies gilt in gleicher Weise für die quasistationäre U/f -Steuerung.

Wenn derartige Abweichungen nicht zulässig sind, dann müssen — wie bereits oben angemerkt — Methoden gefunden werden, um die notwendige Größen aus den leicht zugänglichen Größen zu ermitteln.

Die Ermittlung der Orientierung und der Amplitude des jeweiligen Flusses wurde bereits ausführlich in Kap. 13.5 für die Asynchronmaschine dargestellt.

Aus diesem Kapitel ist zu entnehmen, daß die in Kap. 13.2.1 dargestellten Gleichungen der Drehfeldmaschine genutzt werden, um die benötigten Informationen zu erhalten. Beim Strommodell waren die Eingangsgrößen die Ströme \widehat{I}_{1A} und \widehat{I}_{1B} (siehe Abb. 13.45), die Ausgangssignale des Strommodells sind $\widehat{\Psi}_{2A}$ und $\widehat{\Omega}_2$

$$\widehat{\Psi}_{2A}(s) = M \frac{1}{1 + sT_2} \widehat{I}_{1A}(s); \quad T_2 = \frac{L_2}{R_2} \quad (15.1)$$

$$\widehat{\Omega}_2(s) = \frac{MR_2}{L_2} \left(\frac{1}{\widehat{\Psi}_{2A}} \right) * \widehat{I}_{1B}(s) \quad (15.2)$$

Durch Addition von Ω_L ergibt sich $\widehat{\Omega}_1$:

$$\widehat{\Omega}_1 = \Omega_L + \widehat{\Omega}_2 = Z_p \Omega_m + \widehat{\Omega}_2 \quad (15.3)$$

In der nachfolgenden Integration wird $\widehat{\beta}_K$ ermittelt

$$\widehat{\beta}_K(t) = \int_0^t \widehat{\Omega}_1(\tau) d\tau \quad (15.4)$$

und damit können mit dem Vektordreher VD aus den statorfest orientierten Strömen $I_{1\alpha}$ und $I_{1\beta}$ die flußfesten Ströme \widehat{I}_{1A} und \widehat{I}_{1B} ermittelt werden. Es besteht somit bei dieser Lösung zusätzlich die Aufgabe, aus den leicht zugänglichen Größen das Signal Ω_m bzw. Ω_L zu bestimmen, wenn eine Lösung ohne Drehzahlgeber gefordert ist.

Ganz grundsätzlich soll angemerkt werden, dass es inzwischen eine Vielzahl von Vorschlägen gibt, die mit weniger oder mehr Aufwand versuchen, dieses Ziel zu erreichen. Dabei muß festgestellt werden, daß der Aufwand immer mehr steigt, je mehr der Bereich um den Drehzahlbereich Null stationär und dynamisch genutzt werden soll.

Abbildung 15.1 gibt eine Übersicht über die zur Zeit vorgeschlagenen Schätzverfahren.

Um eine kompakte Schreibweise für die folgenden Darstellungen zu erhalten, soll die bereits aus Kap. 13.2.1 (Gl. (13.55) bis (13.58)) bekannte komplexe Schreibweise genutzt werden. Es galt:

$$\vec{U}_1^K = R_1 \vec{I}_1^K + \frac{d\vec{\Psi}_1^K}{dt} + j\Omega_K \vec{\Psi}_1^K \quad (15.5)$$

$$\vec{U}_2^K = R_2 \vec{I}_2^K + \frac{d\vec{\Psi}_2^K}{dt} + j(\Omega_K - \Omega_L) \vec{\Psi}_2^K = 0 \quad (15.6)$$

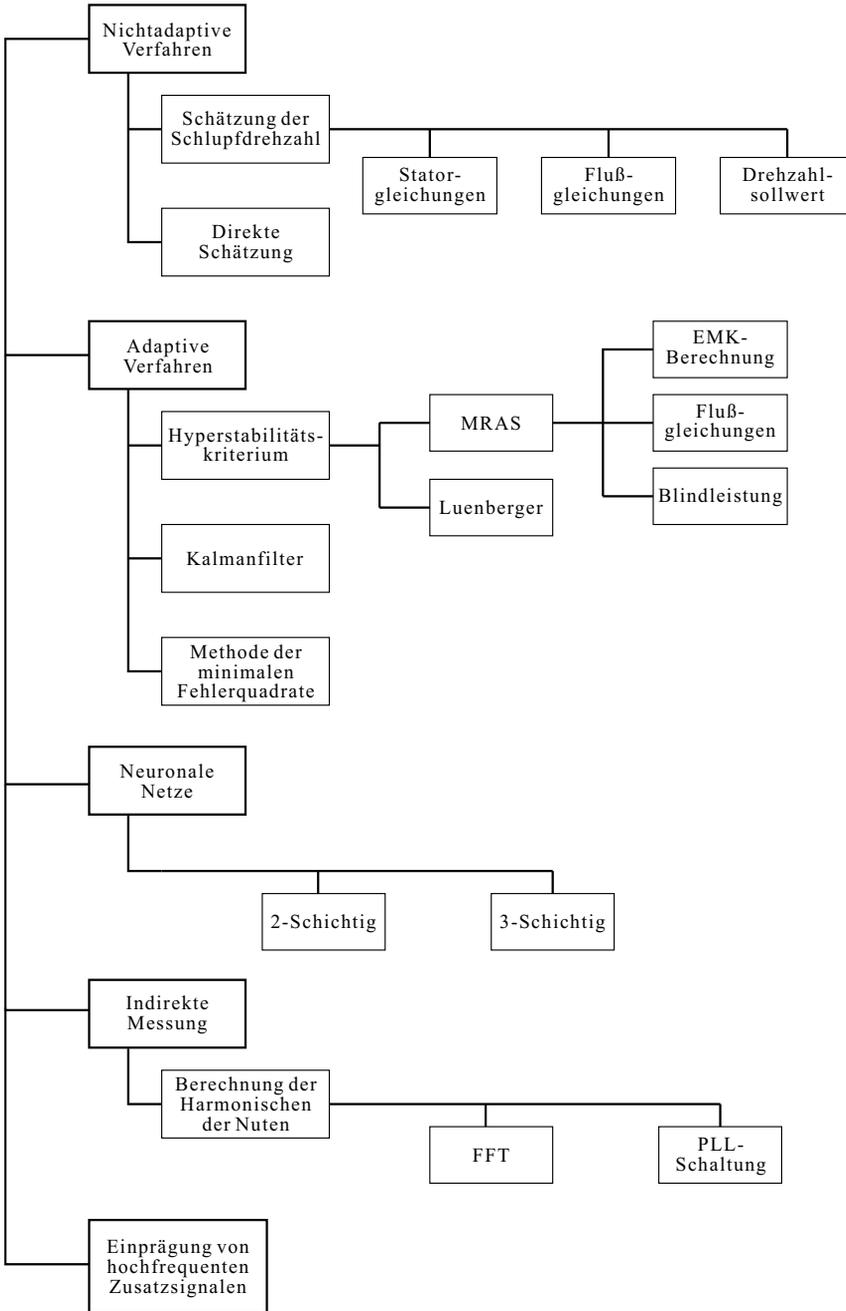


Abb. 15.1: Graphisches Schaubild zur Übersicht und Einteilung der vorgestellten Schätzverfahren

sowie:

$$\vec{\Psi}_1^K = L_1 \vec{I}_1^K + M \vec{I}_2^K \quad (15.7)$$

$$\vec{\Psi}_2^K = M \vec{I}_1^K + L_2 \vec{I}_2^K \quad (15.8)$$

Aus Gl. (15.8) ergibt sich:

$$\vec{I}_2^K = \frac{\vec{\Psi}_2^K - M \vec{I}_1^K}{L_2} \quad (15.9)$$

und damit:

$$\vec{\Psi}_1^K = L_1 \vec{I}_1^K + M \frac{\vec{\Psi}_2^K - M \vec{I}_1^K}{L_2} = \sigma L_1 \vec{I}_1^K + \frac{M}{L_2} \vec{\Psi}_2^K \quad (15.10)$$

Gleichung (15.10) eingesetzt in Gl. (15.5) ergibt:

$$\vec{U}_1^K = R_1 \vec{I}_1^K + \sigma L_1 \frac{d\vec{I}_1^K}{dt} - R_2 \frac{M}{L_2} \vec{I}_2^K + j\Omega_L \frac{M}{L_2} \vec{\Psi}_2^K + j\Omega_K \sigma L_1 \vec{I}_1^K \quad (15.11)$$

und mit Gl. (15.9)

$$\vec{U}_1^K = R_1 \vec{I}_1^K + \sigma L_1 \frac{d\vec{I}_1^K}{dt} + R_2 \frac{M^2}{L_2^2} \vec{I}_1^K + j\Omega_K \sigma L_1 \vec{I}_1^K - \frac{M}{L_2} \vec{\Psi}_2^K (T_2^{-1} - j\Omega_L) \quad (15.12)$$

bzw.

$$(R_1 + R_2 \frac{M^2}{L_2^2}) \vec{I}_1^K + \sigma L_1 \frac{d\vec{I}_1^K}{dt} = -j\Omega_K \sigma L_1 \vec{I}_1^K + \frac{M}{L_2 T_2} \vec{\Psi}_2^K (1 - j\Omega_L T_2) + \vec{U}_1^K \quad (15.13)$$

Mit $R'_1 = R_1 + R_2 \frac{M^2}{L_2^2}$ und $T'_1 = \frac{\sigma L_1}{R'_1}$ ergibt sich die Stator-Differentialgleichung:

$$T'_1 \frac{d\vec{I}_1^K}{dt} + \vec{I}_1^K = -j\Omega_K T'_1 \vec{I}_1^K + \frac{M}{L_2 T_2 R'_1} (1 - j\Omega_L T_2) \vec{\Psi}_2^K + \frac{1}{R'_1} \vec{U}_1^K \quad (15.14)$$

und die Rotor-Differentialgleichung:

$$T_2 \frac{d\vec{\Psi}_2^K}{dt} + \vec{\Psi}_2^K = -j(\Omega_K - \Omega_L) T_2 \vec{\Psi}_2^K + M \vec{I}_1^K \quad (15.15)$$

Dies ist eine andere Formulierung der bekannten Gleichungen (13.55) bis (13.58), bei denen nun als Ausgangsgrößen der Strom \vec{I}_1^K und der Fluß $\vec{\Psi}_2^K$ gewählt werden und außerdem die Größen in Gl. (15.14) auf der Statorseite umgerechnet werden; diese Darstellung wird auch in [57–61] als vorteilhaft angesehen. Die

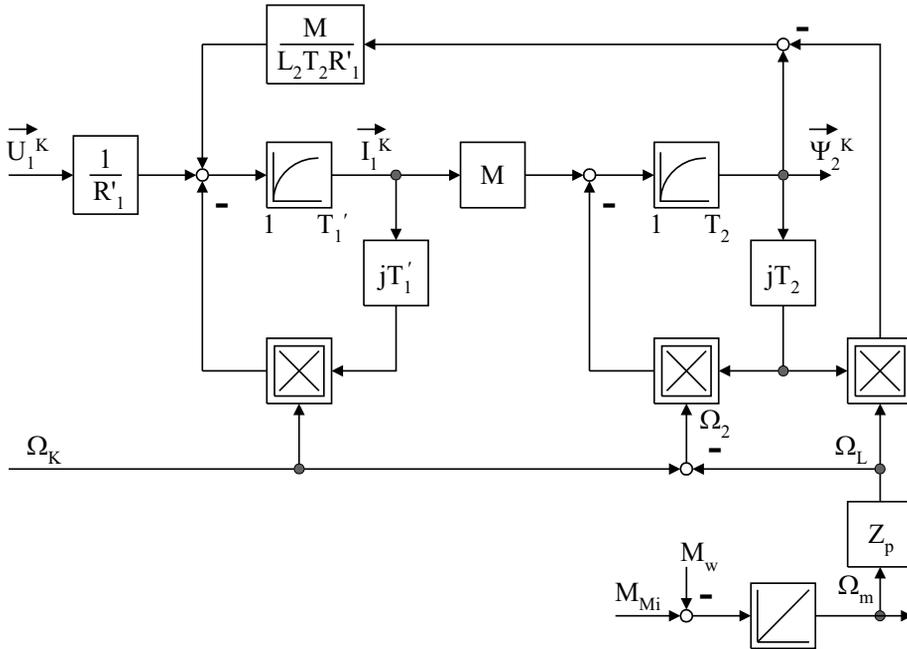


Abb. 15.2: *Komplexer Signalflußplan; Ausgangsgrößen \vec{I}_1^K und $\vec{\Psi}_2^K$, Eingangsgrößen \vec{U}_1^K und Ω_K*

Gleichungen können in einem Signalflußplan dargestellt werden, dies ist ebenso nur eine andere der vielen möglichen Darstellungsformen des physikalischen Systems Asynchronmaschine. Eine Transformation der obigen Gleichungen vom K- zum S-Koordinatensystem erfolgt durch $\Omega_K = 0$.

Aus dem komplexen Signalflußplan sind die bekannten gegenseitigen Verkopplungen innerhalb der Stator- und der Rotorseite sowie die Verkopplung von Stator zum Rotor mittels M und vom Rotor zum Stator mittels $M/(L_2T_2R'_1)$ zu erkennen. Im Signalflußplan sind die mehrfach diskutierten Gleichungen der Drehmomenterzeugung und der Mechanik nur angedeutet.

Aus Abb. 15.2 ist zu erkennen, daß — bei der hier angenommenen Rotorfluß-Orientierung — die Drehzahl Ω_m bzw. $\Omega_L = Z_p \cdot \Omega_m$ nur über den Signalpfad $(1-jT_2\Omega_L)\vec{\Psi}_2^K \cdot M/L_2T_2R'_1$ eine Rückwirkung des Rotorkreises auf den Statorkreis hat. Dies bedeutet letztendlich, daß im Signalflußplan für die Grundschwingung bei $\Omega_L \rightarrow 0$ eine abnehmende und bei $\Omega_L = 0$ keine Rückwirkung von Ω_L auf den Statorkreis mehr besteht. Somit ist einsichtig, dass der Drehzahlbereich um Null bei der Grundwellenbetrachtung nur bedingt bzw. bei $\Omega_L = 0$ gar nicht mehr bei einer geberlosen Drehzahlregelung enthalten sein wird. Nur wenn zusätzliche Informationen genutzt werden, kann der Bereich um Null beherrscht werden.

Eine andere Situation besteht, wenn Statorfluß-Orientierung angenommen wird. In diesem Fall ist die kritische Bedingung $\Omega_k = 0$, d.h. der Statorstrom

\vec{I}_1^s ist ein Gleichstrom, es entsteht kein Spannungsabfall an L_1 mehr. Dieser Betriebszustand gilt auch dann, wenn $\Omega_L - \Omega_2 = 0$ ist.

Mit zunehmendem Ω_L werden aber — je nach Festlegung der Regelungsmethode und damit der Komponenten des Flusses Ψ_{1A} , $\Psi_{\mu A}$ oder Ψ_{2A} bzw. Ψ_{2B} ungleich Null und damit beispielsweise bei $\Psi_{2A} \neq 0$, $\Psi_{2B} = d\Psi_{2B}/dt = 0$ — die reale Komponente von Ψ_{2A} oder beide Komponenten Signalanteile erzeugen, die in den Statorströmen Rückwirkungen erzeugen und somit zur Identifikation von Ω_L genutzt werden können. Dabei muß allerdings zusätzlich beachtet werden, daß aufgrund von Parameterunsicherheiten, Sensorfehlern und Rauschen weitere Fehlerquellen bei der Bestimmung der Drehzahl Ω_L bestehen.

Grundsätzlich werden aufgrund der oben diskutierten Einschränkungen bei der Drehzahl Null entweder Verfahren eingesetzt, die diese Einschränkung hinnehmen, oder es werden Zusatzinformationen genutzt. Aus der Literatur sind die folgenden Ansätze bekannt (Abb. 15.1):

- Modelle der Drehfeldmaschine, die nur die leicht zugänglichen Größen wie Statorspannung und Statorströme nutzen
- Model Reference Adaptive Systems (MRAS),
- Nutzung von geometrischen Rückwirkungen,
- Nutzung nichtlinearer Strategien zur Identifikation,
- Einprägung von „hochfrequenten“ Zusatz-Signalen.

Die folgenden Ausführungen nutzen u.a. eine Diplomarbeit „Antriebe mit Drehfeldmaschinen ohne Drehzahlsensor“ die an der Universität Turin bei Prof. Dr. Profumo angefertigt wurde. Aus Abb. 15.1 ist zu entnehmen, daß die erste Gruppe der Lösungen die nichtadaptiven Verfahren bildet, dies sind nichtrückgekoppelte Ansätze. In dieser Gruppe wird über die Schätzung der Schlupfdrehzahl $\hat{\Omega}_2$ und den bekannten Sollwert Ω_1^* oder die geschätzte Synchrondrehzahl $\hat{\Omega}_1$ die Drehzahl $\hat{\Omega}_m$ oder $\hat{\Omega}_L$ geschätzt.

$$\hat{\Omega}_L = Z_p \hat{\Omega}_m = \hat{\Omega}_1 - \hat{\Omega}_2 \quad (15.16)$$

Dabei werden u.a. auch die bereits aus Kap. 13.5 bekannten Modelle genutzt.

Die zweite Gruppe beinhaltet die adaptiven Verfahren. Bei diesen adaptiven Verfahren werden zur Schätzung rückgekoppelte Systeme zur Verbesserung der Schätzung verwendet, d.h. es wird beispielsweise der Fehler zwischen den gemessenen und den geschätzten Größen genutzt. Bei den adaptiven Verfahren werden vorwiegend drei Ansätze verwendet:

- Hyperstabilitätskriterium (Popov-Verfahren),
- Kalman-Filter,
- Methode der kleinsten Fehlerquadrate.

In der dritten Gruppe werden aufgrund von konstruktiven Eigenschaften der Drehfeldmaschine wie der Nutung bzw. der nichtlinearen Eigenschaften des Eisens die gewünschten Informationen ermittelt.

In der vierten Gruppe werden nichtlineare Verfahren wie neuronale Oberflächenapproximatoren eingesetzt.

In der letzten Gruppe werden „hochfrequente“ Zusatz-Signale eingepreßt.

Zu den oben angegebenen Verfahren wird im Anhang eine ausführliche Literaturliste angefügt. In der Literaturliste sind zur Ergänzung und zur weiteren Information auch die Literatur für die Gebiete „geberlose Regelung von PM-Maschinen“ „Optimierung des Moment zu Ampere-Verhältnisses bei geschalteten Reluktanzmaschinen“ „geberlose Regelung von geschalteten Reluktanzmaschinen“ sowie „Synchronmaschinen“ enthalten.

15.1.1 Prinzipielle Grundgleichungen

In Abb. 15.2 ist ein häufig benutzter Signalflußplan mit dem Eingangssignal \vec{U}_1^S und dem Ausgangssignal \vec{I}_1^S sowie dem Rotorfluß-Raumzeiger $\vec{\Psi}_2^S$ dargestellt. Wenn wir von diesem Signalflußplan ausgehen, dann können aus den Gleichungen (15.14) und (15.15) die Gleichungen zur Schätzung der gewünschten Größen abgeleitet werden. Grundsätzlich wird dabei vom Gleichungssatz (13.35) ausgegangen. Es gilt nach Gl. (13.35) beispielsweise

$$\vec{I}_1^S = \vec{I}_1^K e^{j\beta_K} \quad (15.17)$$

d.h. der Amplitude des Raumzeigers $|\vec{I}_1^K|$ wird mit $e^{j\beta_K}$ die Orientierung hinsichtlich des K-Systems in Relation zum S-System vorgegeben. Wenn aber die Rotorgößen, wie der Rotorfluß-Raumzeiger, auf das S-System umgerechnet werden, ist somit eine Information über die Orientierung des K-Systems zu erhalten. Um dies zu erreichen, wird die Statorgleichung (15.12) mit $\Omega_k = 0$ (Wechsel vom K- zum S-System) nach \vec{E}_μ^S aufgelöst:

$$\vec{E}_\mu^S = \vec{U}_1^S - R_1' \vec{I}_1^S - \sigma L_1 \frac{d\vec{I}_1^S}{dt} = -\frac{MR_2}{L_2^2} (1 - j\Omega_L T_2) \vec{\Psi}_2^S \quad (15.18)$$

Der Ausdruck auf der rechten Seite von Gl. (15.18) kann mit der Rotorgleichung (15.15) substituiert werden zu

$$\vec{\Psi}_2^S (1 - j\Omega_L T_2) = M \vec{I}_1^S - T_2 \frac{d\vec{\Psi}_2^S}{dt} \quad (15.19)$$

und man erhält

$$\vec{E}_\mu^S = \vec{U}_1^S - R_1 \vec{I}_1^S - \sigma L_1 \frac{d\vec{I}_1^S}{dt} = \frac{M}{L_2} \frac{d\vec{\Psi}_2^S}{dt} \quad (15.20)$$

Gleichung (15.20) ist im weiteren eine sehr häufig benutzte Gleichung, denn durch eine Integration kann der Rotorfluß-Raumzeiger $\vec{\Psi}_2^S$ ermittelt werden:

$$\widehat{\Psi}_2^S = \frac{L_2}{M} \int \vec{E}_\mu^S d\tau \tag{15.21}$$

Gleichung (15.21) verwendet eine „offene“ Integration, und es ergeben sich deshalb im allgemeinen gewisse Realisierungsschwierigkeiten bei tiefen Frequenzen aufgrund von Drift und Rauschen sowie bei Parameterfehlern der Modellgleichung (15.20).

Der Rotorfluß-Raumzeiger $\vec{\Psi}_2^S$ hat die Komponenten

$$\widehat{\Psi}_2^S = \widehat{\Psi}_{2\alpha} + j\widehat{\Psi}_{2\beta} \tag{15.22}$$

und eine einfache Überlegung läßt erkennen, daß gilt:

$$\widehat{\beta}_K = \arctan \frac{\widehat{\Psi}_{2\beta}}{\widehat{\Psi}_{2\alpha}} \tag{15.23}$$

Wie bereits ebenso mehrfach diskutiert (siehe auch Abb. 13.3), gilt:

$$\widehat{\Omega}_K = \frac{d\widehat{\beta}_K}{dt} \tag{15.24}$$

bzw. auf Umrichter-Ebene

$$\widehat{\Omega}_1 = \frac{d}{dt} \left(\arctan \frac{\widehat{\Psi}_{2\beta}}{\widehat{\Psi}_{2\alpha}} \right) \tag{15.25}$$

und damit

$$\widehat{\Omega}_1 = \frac{\widehat{\Psi}_{2\alpha} \dot{\widehat{\Psi}}_{2\beta} - \widehat{\Psi}_{2\beta} \dot{\widehat{\Psi}}_{2\alpha}}{\widehat{\Psi}_{2\alpha}^2 + \widehat{\Psi}_{2\beta}^2} \tag{15.26}$$

Gleichung (15.26) und Abwandlungen davon werden uns in den folgenden Darstellungen immer wieder begegnen. Eine der möglichen Abwandlungen ist, mit der Rotorgleichung (15.15) die Ableitung der Rotorflüsse in Gl. (15.26) und $\Omega_k = 0$ (Wechsel vom K- zum S-System) zu substituieren:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\widehat{\Psi}}_{2\alpha} &= -\widehat{\Omega}_L \widehat{\Psi}_{2\beta} + \frac{M}{T_2} I_{1\alpha} - \frac{1}{T_2} \widehat{\Psi}_{2\alpha} \\ \dot{\widehat{\Psi}}_{2\beta} &= \widehat{\Omega}_L \widehat{\Psi}_{2\alpha} + \frac{M}{T_2} I_{1\beta} - \frac{1}{T_2} \widehat{\Psi}_{2\beta} \end{aligned} \right\} \tag{15.27}$$

Werden die beiden Gleichungen (15.27) in Gl. (15.26) eingesetzt, ergibt sich:

$$\widehat{\Omega}_L = \widehat{\Omega}_1 - \frac{M}{T_2} \frac{\widehat{\Psi}_{2\alpha} I_{1\beta} - \widehat{\Psi}_{2\beta} I_{1\alpha}}{\widehat{\Psi}_{2\alpha}^2 + \widehat{\Psi}_{2\beta}^2} \quad (15.28)$$

Mit Gl. (15.28) erhält man aufgrund $\Omega_1 = \Omega_L + \Omega_2$ die Rotorfrequenz $\widehat{\Omega}_2$

$$\widehat{\Omega}_2 = \frac{M}{T_2} \frac{\widehat{\Psi}_{2\alpha} I_{1\beta} - \widehat{\Psi}_{2\beta} I_{1\alpha}}{\widehat{\Psi}_{2\alpha}^2 + \widehat{\Psi}_{2\beta}^2} \quad (15.29)$$

Ein Vergleich von Gl. (15.29) mit der allgemeinen Drehmomentgleichung (13.59) bzw. (13.60) läßt erkennen, daß

$$M_{Mi} \approx \Omega_2 \approx \frac{\widehat{\Psi}_{2\alpha} I_{1\beta} - \widehat{\Psi}_{2\beta} I_{1\alpha}}{\widehat{\Psi}_{2\alpha}^2 + \widehat{\Psi}_{2\beta}^2} \quad (15.30)$$

ist, d.h. aus Gl. (15.29) kann der drehmomentbildende Strom $I_{1\beta}$ geschätzt werden:

$$\widehat{I}_{1\beta} = \frac{1}{\widehat{\Psi}_{2\alpha}} \cdot \left[\frac{T_2}{M} \left(\widehat{\Psi}_{2\alpha}^2 + \widehat{\Psi}_{2\beta}^2 \right) \cdot \widehat{\Omega}_2 + \widehat{\Psi}_{2\beta} \cdot I_{1\alpha} \right] \quad (15.31)$$

Damit liegt eine Kontrollgleichung vor, denn $I_{1\alpha}$ und $I_{1\beta}$ können fehlerfrei gemessen werden und mittels Gl. (15.31) $I_{1\beta}$ geschätzt werden; eine wichtige Möglichkeit, die Auswirkungen der Fehler bei den Schätzungen der Größen zu verringern. Bei den bisherigen Überlegungen wurde allerdings vorausgesetzt, daß $\Psi_{2\beta}$ ungleich Null ist, dies hat mehrere Auswirkungen. Grundsätzlich galt:

$$\vec{\Psi}_2^S = \Psi_{2\alpha} + j\Psi_{2\beta} \quad (15.32)$$

d.h. durch die $\Psi_{2\beta}$ -Komponente des Rotorflusses erfolgt eine zusätzliche Drehung, die auch aus der Rotorgleichung im S-System ($\Omega_K = 0$) zu erkennen ist:

$$T_2 \frac{d\vec{\Psi}_2^S}{dt} + \vec{\Psi}_2^S = j\Omega_L T_2 \vec{\Psi}_2^S + M\vec{I}_1^S \quad (15.33)$$

Die entsprechende Gleichung (15.15) im K-System lautet:

$$T_2 \frac{d\vec{\Psi}_2^K}{dt} + \vec{\Psi}_2^K = -j(\Omega_K - \Omega_L) T_2 \vec{\Psi}_2^K + M\vec{I}_1^K \quad (15.34)$$

Wenn die letzte Gleichung in die A- bzw. B-Komponenten aufgespalten wird, gilt:

$$T_2 \frac{d\Psi_{2A}}{dt} + \Psi_{2A} = M I_{1A} + \Omega_2 T_2 \Psi_{2B} \quad (15.35)$$

$$T_2 \frac{d\Psi_{2B}}{dt} + \Psi_{2B} = M I_{1B} - \Omega_2 T_2 \Psi_{2A} \quad (15.36)$$

Wenn — wie in Kap. 13.3.2 angenommen — bei der Rotorflußorientierung $\Psi_{2B} = d\Psi_{2B}/dt = 0$ gesetzt wird, dann erhält man:

$$T_2 \frac{d\Psi_{2A}}{dt} + \Psi_{2A} = MI_{1A} \tag{15.37}$$

und die bekannte Steuerbedingung für $\Psi_{2B} = 0$:

$$I_{1B} = \Omega_2 T_2 \frac{\Psi_{2A}}{M} \tag{15.38}$$

Im vorliegenden Fall sind daher — entsprechend Gl. (15.37) — $\Psi_2 = \Psi_{2A}$ und I_{2A} phasengleich.

Wenn allerdings Gl. (15.33) ausgewertet wird, dann ist beispielsweise aufgrund von

$$T_2 \frac{d\vec{\Psi}_2^S}{dt} + \vec{\Psi}_2^S = j\Omega_L T_2 \vec{\Psi}_2^S + M\vec{I}_1^S \tag{15.39}$$

sowohl eine $\Psi_{2\alpha}$ - als auch eine $\Psi_{2\beta}$ -Komponente vorhanden, und somit die resultierende Flußorientierung $\vec{\Psi}_2^K$ für die A-Achse

$$\beta_K = \arctan \frac{\Psi_{2\beta}}{\Psi_{2\alpha}} \quad \text{für die A-Achse} \tag{15.40}$$

und die Drehung des Gesamtflusses gegenüber der A-Achse

$$\gamma = \Omega_L T_2 \tag{15.41}$$

Ein weiterer Punkt dieses Vorgehens ist, daß die einfache Struktur des Signalfußplans entsprechend Abb. 13.17 nicht mehr erreicht wird.

Als allgemeines Ergebnis sei angemerkt, daß mit einer derartigen geberlosen Signalverarbeitung eine Regelung im Drehzahlbereich ab 0,1 n_N realisiert werden kann.

15.2 Grundlegendes nichtadaptives Verfahren

Das erste grundlegende Verfahren über die geberlose Drehzahlregelung wird von Maeder und Jötten [653] vorgestellt. Zur Einführung soll dieses Verfahren relativ detailliert dargestellt werden. Ausgehend von den Gleichungen (15.14) und (15.15) sowie der Abb. 15.2, die die Betrachtung im K-Koordinatensystem verwendet, muß von den bisherigen Betrachtungsweise im K-Koordinatensystem abgegangen und in das S-Koordinatensystem übergegangen werden. Der Übergang vom K-Koordinatensystem zum S-Koordinatensystem bedeutet eine Transformation der Gleichungen, indem $\Omega_K = 0$ gesetzt wird. Um daher diese Transformation der obigen Gleichungen durchzuführen, muß somit als erster Weg in den Gleichungen $\Omega_K = 0$ gesetzt werden.

Es gilt dann anstatt der Gleichungen (15.5) und (15.6):

$$\vec{U}_1^S = R_1 \vec{I}_1^S + \frac{d\vec{\Psi}_1^S}{dt} \quad (15.42)$$

$$\vec{U}_2^S = R_2 \vec{I}_2^S + \frac{d\vec{\Psi}_2^S}{dt} - j\Omega_L \vec{\Psi}_2^S = 0 \quad (15.43)$$

Die übrigen Gleichungen ergeben sich analog.

Anstatt des Transformationsansatzes $\Omega_K = 0$ können die Gleichungen (15.5) und (15.6) auch mit dem Ansatz $\vec{U}_1^K = \vec{U}_1^S e^{-j\beta_K}$ vom K- in das S-System umgerechnet werden (Produktregel beachten), und es ergeben sich wiederum die Gleichungen (15.42) und (15.43).

Im Artikel von Maeder und Jötten werden die obigen Gleichungen im S-System nun verwendet, um die Kreisfrequenz $\hat{\Omega}_2$ zu schätzen. Ausgehend von der Drehmomentgleichung

$$M_{Mi} = -\frac{3}{2} Z_p \Im \left\{ \vec{\Psi}_2^{*S} \cdot \vec{I}_2^S \right\} \quad (15.44)$$

oder

$$M_{Mi} = +\frac{3}{2} Z_p (\Psi_{2\beta} I_{2\alpha} - \Psi_{2\alpha} I_{2\beta}) \quad (15.45)$$

und der Rotorgleichung im S-System

$$0 = R_2 \vec{I}_2^S + \frac{d\vec{\Psi}_2^S}{dt} - j\Omega_L \vec{\Psi}_2^S \quad (15.46)$$

oder

$$\left. \begin{aligned} 0 &= R_2 I_{2\alpha} + \frac{d\Psi_{2\alpha}}{dt} + \Omega_L \Psi_{2\beta} \\ 0 &= R_2 I_{2\beta} + \frac{d\Psi_{2\beta}}{dt} - \Omega_L \Psi_{2\alpha} \end{aligned} \right\} \quad (15.47)$$

ergibt sich der Strom \vec{I}_2^S :

$$\vec{I}_2^S = \frac{1}{R_2} \left(-\frac{d\vec{\Psi}_2^S}{dt} + j\Omega_L \vec{\Psi}_2^S \right) \quad (15.48)$$

oder

$$\left. \begin{aligned} I_{2\alpha} &= \frac{1}{R_2} \left(-\frac{d\Psi_{2\alpha}}{dt} - \Omega_L \Psi_{2\beta} \right) \\ I_{2\beta} &= \frac{1}{R_2} \left(-\frac{d\Psi_{2\beta}}{dt} + \Omega_L \Psi_{2\alpha} \right) \end{aligned} \right\} \quad (15.49)$$

Werden die Stromgleichungen (15.48) bzw. (15.49) in die Drehmomentgleichung (15.44) bzw. (15.45) eingesetzt, dann erhält man in Rel. zu (15.44):

$$M_{Mi} = -\frac{3}{2} Z_p \Im m \left\{ \frac{1}{R_2} \left(-\frac{d\vec{\Psi}_2^S}{dt} + j\Omega_L \vec{\Psi}_2^S \right) \cdot \vec{\Psi}_2^{*S} \right\} \quad (15.50)$$

oder

$$M_{Mi} = \frac{3}{2} Z_p \frac{1}{R_2} \left[-\Omega_L (\Psi_{2\alpha}^2 + \Psi_{2\beta}^2) - \frac{d\Psi_{2\alpha}}{dt} \Psi_{2\beta} + \frac{d\Psi_{2\beta}}{dt} \Psi_{2\alpha} \right] \quad (15.51)$$

Es gilt nun, die Ausdrücke $\frac{d\vec{\Psi}_2^S}{dt}$ bzw. $\frac{d\Psi_{2\alpha}}{dt}$ und $\frac{d\Psi_{2\beta}}{dt}$ zu ersetzen.

Prinzipiell kann nun auf die Rotorgleichung (15.46) zurückgegangen werden, und es ergibt sich eine gewisse Breite der Ansätze und damit der Ergebnisse. Die Rotorgleichung (15.46) lautet:

$$R_2 \vec{I}_2^S + \frac{d\vec{\Psi}_2^S}{dt} - j\Omega_L \vec{\Psi}_2^S = 0 \quad (15.52)$$

Wenn diese Gleichung im Ersatzschaltbild ausgewertet wird, dann entspricht

$$\frac{d\vec{\Psi}_2^S}{dt} = +j\Omega_L \vec{\Psi}_2^S - R_2 \vec{I}_2^S \quad (15.53)$$

d.h. die induzierte Spannung $j\Omega_L \vec{\Psi}_2^S$ aufgrund der mechanischen Bewegung und der Spannungsabfall an R_2/s mit der Rotorfrequenz Ω_2 ergeben ein Signal mit der Kreisfrequenz Ω_1 von $\frac{d\vec{\Psi}_2^S}{dt}$.

Es wird von Maeder und Jötten gesetzt:

$$\frac{d\vec{\Psi}_2^S}{dt} = j\Omega_1 \vec{\Psi}_2^S \quad (15.54)$$

bzw.

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\vec{\Psi}_{2\alpha}}{dt} &= -\Omega_1 \Psi_{2\beta} \\ \frac{d\vec{\Psi}_{2\beta}}{dt} &= \Omega_1 \Psi_{2\alpha} \end{aligned} \right\} \quad (15.55)$$

sowie

$$-\Omega_L = \Omega_2 - \Omega_1 \quad (15.56)$$

und es ergibt sich

$$\hat{\Omega}_2 = \frac{2 R_2}{3 Z_p} \frac{M_{Mi}}{\Psi_{2\alpha}^2 + \Psi_{2\beta}^2} \quad (15.57)$$

Zur weiteren Berechnung von $\widehat{\Omega}_2$ wird jetzt die innere Spannung \vec{E}_μ^S eingeführt, wobei aus Gl. (15.54) der Gesamtfluß Ψ_2 mit dem Faktor M/L_2 auf den Haupt- bzw. Luftspaltfluß Ψ_μ umgerechnet wird:

$$\vec{E}_\mu^S = \frac{M}{L_2} \frac{d\vec{\Psi}_2^S}{dt} = j\Omega_1 \frac{M}{L_2} \vec{\Psi}_2^S \tag{15.58}$$

bzw.

$$\left. \begin{aligned} E_{\mu\alpha} &= -\frac{M}{L_2} \Omega_1 \Psi_{2\beta} \\ E_{\mu\beta} &= \frac{M}{L_2} \Omega_1 \Psi_{2\alpha} \end{aligned} \right\} \tag{15.59}$$

Damit erhält man endgültig

$$\widehat{\Omega}_2 = \frac{2 R_2 M^2}{3 Z_p L_2^2} \Omega_1^2 \frac{M_{Mi}}{E_{\mu\alpha}^2 + E_{\mu\beta}^2} \tag{15.60}$$

oder

$$\widehat{\Omega}_2 = R_2 \Omega_1 \frac{M^2}{L_2^2} \frac{E_{\mu\beta} I_{1\beta} + E_{\mu\alpha} I_{1\alpha}}{E_{\mu\alpha}^2 + E_{\mu\beta}^2} \tag{15.61}$$

Die Größen \vec{E}_μ^S bzw. $E_{\mu\alpha}$ und $E_{\mu\beta}$ können wie folgt berechnet werden:

$$\vec{E}_\mu^S = \vec{U}_1^S - R_1 \vec{I}_1^S - \sigma L_1 \frac{d\vec{I}_1^S}{dt} \tag{15.62}$$

Damit ergibt sich der Signalflußplan des $\widehat{\Omega}_2$ -Schätzers entsprechend Abb. 15.3.

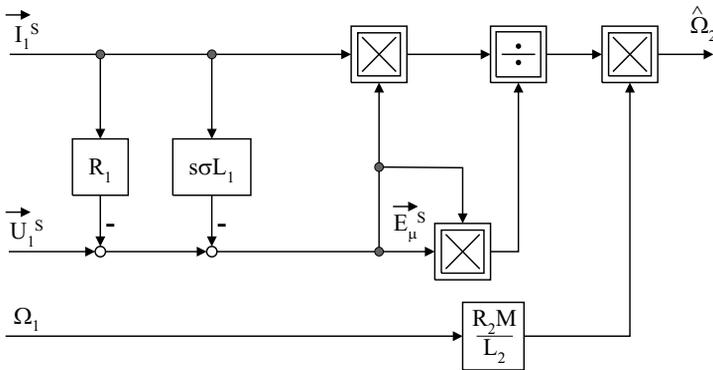


Abb. 15.3: Ω_2 -Schätzverfahren nach Maeder und Jötten

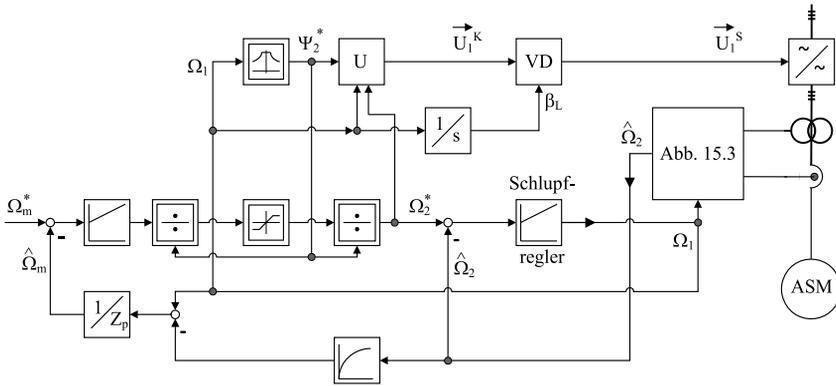


Abb. 15.4: Geberlose Regelung nach Maeder und Jötten

Mit Gl. (15.59) können $\Psi_2 = \sqrt{\Psi_{2\alpha}^2 + \Psi_{2\beta}^2}$ und der Winkel β_K bestimmt werden, so daß alle notwendigen Informationen vorliegen:

$$\beta_K = \arctan \left(-\frac{E_{\mu\alpha}}{E_{\mu\beta}} \right) \tag{15.63}$$

Im vorliegenden Fall wird mit der Information $\hat{\Omega}_2$ ein Schlupfregelkreis realisiert, dessen Ausgangssignal die Kreisfrequenz Ω_1 ist. Den resultierende Signalflußplan zeigt Abb. 15.4. Der Block U bildet aus der Information Spannungs-Frequenz-Zusammenhang und der Drehmomentanforderung den Vorgabewert für die zu erzeugende Statorspannung des Umrichters.

Wie aus Abb. 15.4 zu entnehmen ist, wird ein Verzögerungsglied im Rückführkanal zur Bestimmung von Ω_L bzw. Ω_m benötigt. Dadurch bedingt und durch den Ansatz in Gl. (15.54) bzw. (15.55) ist die Dynamik dieser Lösung beschränkt.

15.3 Nichtadaptive Verfahren: Statorspannungsgleichungen

Ausgehend von dem im Kap. 15.2 dargestellten grundlegenden Verfahren ergibt sich ein Zugang zu den anderen nichtadaptiven Verfahren.

Wir hatten in Gl. (15.58) bzw. (15.59) definiert:

$$\vec{E}_\mu^S = \frac{M}{L_2} \frac{d\vec{\Psi}_2^S}{dt} = j\Omega_1 \frac{M}{L_2} \vec{\Psi}_2^S$$

bzw.

$$E_{\mu\alpha} = \frac{M}{L_2} \frac{d\Psi_{2\alpha}}{dt} = -\frac{M}{L_2} \Omega_1 \Psi_{2\beta} \tag{15.64}$$

$$E_{\mu\beta} = \frac{M}{L_2} \frac{d\Psi_{2\beta}}{dt} = \frac{M}{L_2} \Omega_1 \Psi_{2\alpha}$$

oder in den K-Koordinaten:

$$\left. \begin{aligned} E_{1A} &= -\Omega_1 \Psi_{1B}; & E_{2A} &= -\frac{M}{L_2} \Omega_1 \Psi_{1B} \\ E_{1B} &= \Omega_1 \Psi_{1A}; & E_{2B} &= \frac{M}{L_2} \Omega_1 \Psi_{1A} \end{aligned} \right\} \quad (15.65)$$

Iwata et al [647] schlagen ein ebenso nichtadaptives Schätzverfahren aus den Statorspannungsgleichungen bei rotorflußfester Orientierung vor. Diese Gleichungen lassen sich aus Abb. 15.2 und den dazugehörigen Gleichungen ableiten.

Um die von Iwata et al angegebenen Gleichungen zu erhalten, setzt man in Gl. (15.5) die Gleichung (15.7) ein; damit ist diese Spannungsgleichung eine Funktion der Ströme:

$$\vec{U}_1^K = R_1 \vec{I}_1^K + \frac{d}{dt} \left(L_1 \vec{I}_1^K + M \vec{I}_2^K \right) + j \Omega_K \left(L_1 \vec{I}_1^K + M \vec{I}_2^K \right) \quad (15.66)$$

Gleichung (15.8) wird nach \vec{I}_2^K aufgelöst und in Gl. (15.66) eingesetzt. Man erhält eine Spannungsgleichung mit den Eingangsgrößen $\vec{\Psi}_2^K$ und \vec{I}_1^K :

$$\vec{U}_1^K = R_1 \vec{I}_1^K + \frac{d}{dt} \left(L_1 \vec{I}_1^K + \frac{M}{L_2} \vec{\Psi}_2^K - \frac{M^2}{L_2} \vec{I}_1^K \right) + j \Omega_K \left(L_1 \vec{I}_1^K - \frac{M^2}{L_2} \vec{I}_1^K + \frac{M}{L_2} \vec{\Psi}_2^K \right) \quad (15.67)$$

bzw.

$$\vec{U}_1^K = R_1 \vec{I}_1^K + \frac{d}{dt} \sigma L_1 \vec{I}_1^K + j \Omega_K \sigma L_1 \vec{I}_1^K + \frac{d}{dt} \frac{M}{L_2} \vec{\Psi}_2^K + j \Omega_K \frac{M}{L_2} \vec{\Psi}_2^K \quad (15.68)$$

Durch Auflösung in die Komponenten A und B ergeben sich die beiden folgenden Gleichungen:

$$U_{1A} = R_1 I_{1A} + \sigma L_1 \frac{d}{dt} I_{1A} - \sigma L_1 I_{1B} \Omega_1 + \underbrace{\frac{M}{L_2} \frac{d}{dt} \Psi_{2A} - \frac{M}{L_2} \Omega_1 \Psi_{2B}}_{E_{2A}} \quad (15.69)$$

$$U_{1B} = R_1 I_{1B} + \sigma L_1 \frac{d}{dt} I_{1B} + \sigma L_1 I_{1A} \Omega_1 + \underbrace{\frac{M}{L_2} \frac{d}{dt} \Psi_{2B} + \frac{M}{L_2} \Omega_1 \Psi_{2A}}_{E_{2B}} \quad (15.70)$$

d.h. sie verwenden die rotorflußfeste Darstellung statt der statorfesten Darstellung in Kap. 15.2, wobei E_{2A} und E_{2B} die statorseitigen bezogenen Gegenspannungen sind.

Mit $\Psi_{2B} = 0$ ergibt sich:

$$U_{1B} = R_1 I_{1B} + \sigma L_1 \frac{dI_{1B}}{dt} + \sigma L_1 I_{1A} \Omega_1 + \frac{M}{L_2} \Omega_1 \Psi_{2A} \quad (15.71)$$

bzw.

$$U_{1B} - R_1 I_{1B} - \sigma L_1 \frac{dI_{1B}}{dt} = E_{\mu B} = \Omega_1 \Psi_{1A} = \sigma L_1 I_{1A} \Omega_1 + \frac{M}{L_2} \Omega_1 \Psi_{2A} \quad (15.72)$$

Daraus ergibt sich:

$$\widehat{\Omega}_1 = \frac{E_{\mu B}}{\Psi_{1A}} = \frac{M}{L_2} \frac{E_{\mu B}}{\Psi_{2A}} \quad (15.73)$$

sowie mit der bekannten Steuerbedingung für $\Psi_{2B} = \frac{d\Psi_{2B}}{dt} = 0$

$$\widehat{\Omega}_2 = \frac{R_2 M}{L_2} \frac{I_{1B}}{\Psi_{2A}} = \frac{R_2 M}{\sigma L_1 L_2} \frac{\Psi_{1B}}{\Psi_{2A}} = R_2 \frac{I_{1B}}{\Psi_{1A}} \quad (15.74)$$

wobei der letzte Term in Gl. (15.74) nur im quasistationären Betrieb gilt.

Da bei dieser Vorgehensweise Ψ_{2A} ein Steuerwert ist, wird Übereinstimmung zwischen Soll- und Istwert vorausgesetzt. Weiterhin ist ansonsten eine Signalverarbeitung wie in Abb. 13.45 zu realisieren.

Iwata et al. [647] weisen auf die Parameter-Empfindlichkeit der obigen Gleichungen hin. Um diesen unerwünschten Einfluß zu verringern, wird die folgende Fehlerkompensation vorgeschlagen:

$$E_{2A}(s) = U_{1A} - (R_1 + s\sigma L_1)I_{1A} + \Delta U_{1A} \quad (15.75)$$

mit $\Delta U_{1A} = \sigma L_1 \widehat{\Omega}_1 I_{1B}$ und der Näherung:

$$\widehat{E}_{2A} = (U_{1A}^* + \Delta U_{1A}) - (s\sigma L_1 + R_1) I_{1A} \quad (15.76)$$

Bei fehlerfreier Funktion der feldorientierten Regelung müßte $E_{2A} \approx 0$ sein, wenn $\Psi_{2B} = 0$ und $d\Psi_{2A}/dt = 0$ angenommen wird, d.h. \widehat{E}_{2A} wird zur Fehlerkorrektur mit

$$\widehat{\Omega}'_1 = \widehat{\Omega}_1 - \text{sign}(\widehat{\Omega}_1) K_d \cdot \widehat{E}_{2A} \quad (15.77)$$

verwendet. Abbildung 15.5 zeigt die Struktur des Signallaßplanes.

Talbot et al. [744] verwenden praktisch dieselben Gleichungen wie Iwata et al.: Gl. (15.63), (15.72), (15.73) und (15.74).

$$\widehat{\Omega}_1(s) = \frac{E_{\mu B}}{\Psi_{1A}} = \frac{U_{1B} - (s\sigma L_1 + R_1)I_{1B}}{\Psi_{1A}} \quad (15.78)$$

und

$$\widehat{\Omega}_2 = \frac{M}{T_2} \frac{I_{1B}}{\Psi_{2A}} \quad (15.79)$$

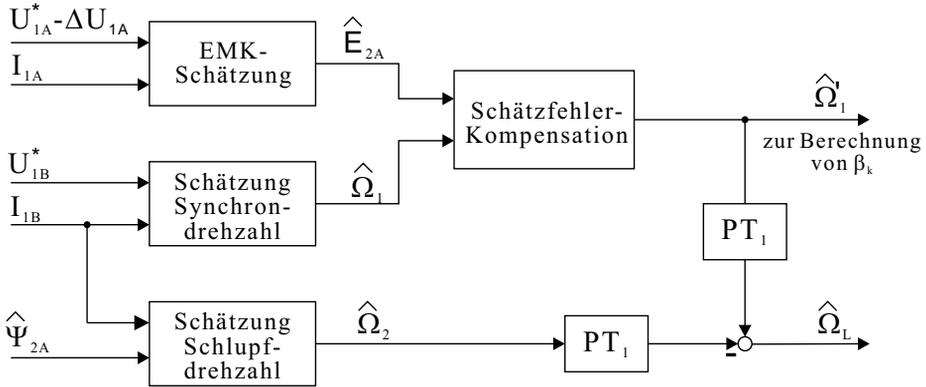


Abb. 15.5: Blockschaltbild des von Iwata et al. [647] vorgeschlagenen Schätzers

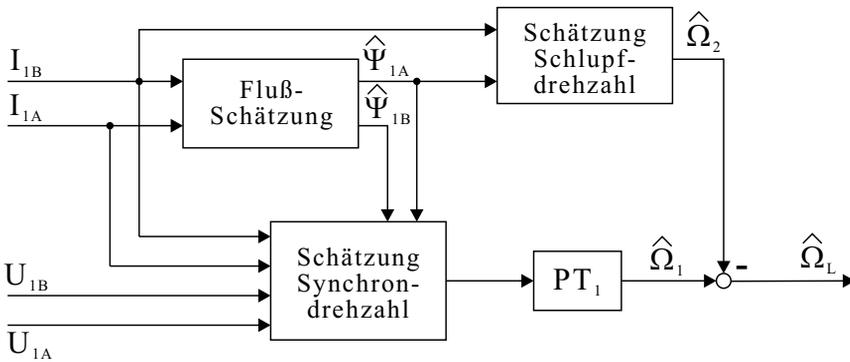


Abb. 15.6: Blockschaltbild des von Talbot et al. [744] vorgeschlagenen Schätzers

Das Strukturbild des Signalflußplans zeigt Abb. 15.6.

Auch hier wird auf die Empfindlichkeit gegenüber Parameterunterschieden im Modell und in der realen Maschine sowie die Empfindlichkeit gegenüber Rauschen hingewiesen; letztere wird durch das Verzögerungsglied erster Ordnung gemindert. Dadurch bedingt tritt aber insbesondere dynamisch ein Fehler bei der Ermittlung der Orientierung der A-Achse des Koordinatensystems K (Integration von $\hat{\Omega}_1$) auf, die zur Instabilität führen kann. Aufgrund dieser Schwierigkeiten wird auf Gl. (15.64)

$$\beta_k = \arctan \left(-\frac{E_{\mu\alpha}}{E_{\mu\beta}} \right) \tag{15.80}$$

sowie die aus Kap. 15.2 dazugehörigen Gleichungen zurückgegangen (Abb. 15.7).

Zur Kontrolle der Schlupfdrehzahl $\hat{\Omega}_2$ in Gl. (15.79) wird auf Gl. (15.6) und (15.7) zurückgegangen und aus

$$U_{2A} = 0 = R_2 I_{2A} + \frac{d\Psi_{2A}}{dt} - (\Omega_1 - \Omega_L) \Psi_{2B} \tag{15.81}$$

sowie

$$I_{2A} = -\frac{M}{L_2} I_{1A} + \frac{1}{L_2} \Psi_{2A} \tag{15.82}$$

die Kontrollgleichung für Ψ_{2A} gebildet:

$$\widehat{\Psi}_{2A} \Big|_{\Psi_{2B}=0} = \frac{1}{T_2} \int (M I_{1A} - \Psi_{2A \text{ alt}}) dt \tag{15.83}$$

Analog zur Kontrolle mit Ψ_{2B} — die Größe sollte bei perfekt feldorientierter Regelung und Rotorfluß-Orientierung Null sein — kann die Kontrollgleichung entsprechend Gl. (15.81) und (15.83) bei nicht perfekter Regelung gebildet werden:

$$\widetilde{\Psi}_{2A} = \frac{1}{T_2} \int (M I_{1A} - \Psi_{2A \text{ alt}}) dt + \Omega_2 \Psi_{2B} \tag{15.84}$$

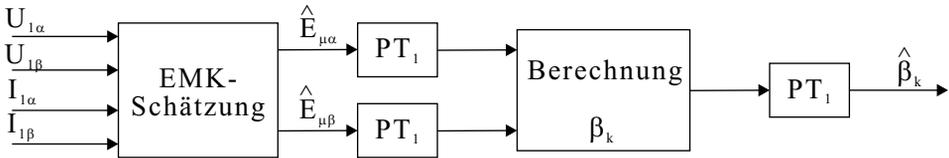


Abb. 15.7: Blockschaltbild zur Berechnung des Winkel β_k

15.4 Nichtadaptive Verfahren: Flußgleichungen

In Kap. 15.1 war der Signalflußplan der Asynchronmaschine unter Berücksichtigung der statorseitigen Einspeisung der Spannung \vec{U}_1^S und des Stroms \vec{I}_1^S und damit der Verfügbarkeit beider Größen dargestellt (Ansatz $\Omega_K = 0$).

In Kap. 15.1.1 waren danach ausgehend von diesem Signalflußplan die Bestimmungsgleichungen für $\widehat{\Omega}_1$, $\widehat{\Omega}_L$ und $\widehat{\Omega}_2$ ausgehend von \vec{U}_1^S und \vec{I}_1^S und unter Berücksichtigung des Flusses $\vec{\Psi}_2^S$ abgeleitet worden. Dieses Vorgehen hatte einige Parallelen zu [653].

Beispielsweise in [565] und [569] wird von diesen Überlegungen mit dem Fluß $\vec{\Psi}_2^S$ abgegangen und stattdessen der Statorfluß $\vec{\Psi}_1^S$ verwendet. Das Verfahren aus [565] wird beim Verfahren DSR (DVC) eingesetzt (siehe auch [663]). Die Ableitungen sind entsprechend für die Berechnung der Orientierung des Statorflusses $\vec{\Psi}_1^S$:

$$\widehat{\vec{\Psi}}_1^S = \int (\vec{U}_1^S - R_1 \vec{I}_1^S) dt \tag{15.85}$$

$$\beta_{K1} = \arctan \frac{\Psi_{1\beta}}{\Psi_{1\alpha}} \quad (15.86)$$

statt vorher mit der Orientierung von $\vec{\Psi}_2^S$:

$$\hat{\beta}_K = \hat{\beta}_{K2} = \arctan \frac{\Psi_{2\beta}}{\Psi_{2\alpha}} \quad (15.87)$$

Es soll im folgenden allgemein β_K verwendet werden, da aus den Erläuterungen ersichtlich ist, ob es sich um β_{K1} oder β_{K2} handelt.

Die Ableitung von Gl. (15.86) nach der Zeit ergibt:

$$\hat{\Omega}_1 = \frac{\hat{\Psi}_{1\alpha} \hat{\Psi}_{1\beta} - \hat{\Psi}_{1\beta} \hat{\Psi}_{1\alpha}}{|\hat{\Psi}_1^S|^2} \quad (15.88)$$

Aufgrund der digitalen Signalverarbeitung wird $\hat{\Omega}_1$ im z -Bereich wie folgt berechnet (mit $T =$ Abtastperiode):

$$\hat{\Omega}_1 = \frac{\hat{\Psi}_{1\alpha}(k-1)\Psi_{1\beta}(k) - \Psi_{1\beta}(k-1)\hat{\Psi}_{2\alpha}(k)}{T [\Psi_{1\alpha}^2(k) + \Psi_{1\beta}^2(k)]} \quad (15.89)$$

Dieser Ansatz ist allerdings dynamisch fehlerbehaftet, wobei der dynamische Fehler durch ein Tiefpaßfilter verringert werden kann.

Die Rotorfrequenz Ω_2 wird mit den Sollwerten geschätzt zu:

$$\hat{\Omega}_2 = \frac{2 R_2 M_{Mi}^*}{3 Z_p |\Psi_2^*|^2} \quad (15.90)$$

Damit kann die Rotorgeschwindigkeit Ω_L berechnet werden:

$$\hat{\Omega}_L = Z_p \hat{\Omega}_m = \hat{\Omega}_1 - \hat{\Omega}_2 \quad (15.91)$$

Mit diesem Ansatz ist die Empfindlichkeit gegenüber σL_1 und M/L_2 vermieden, es verbleibt die Empfindlichkeit gegenüber R_2 . In [569] wird angemerkt, daß mit einer derartigen Regelung ein Drehzahlbereich ab 6% und schnelle Drehzahl-Nulldurchgänge sehr gut beherrschbar sind.

In [572] und [573] wird die Steuerbedingung nach Gl. (15.74) mit dem Ansatz $M/L_2 = 1$ genutzt, d.h. die rotorseitige Streuung wurde auf die Statorseite umgerechnet; dies erfolgte auch in [565] und [566].

$$\hat{\Omega}_2 = \frac{R_2 I_{1B}}{\Psi_{2A}} \quad (15.92)$$

Alle anderen Gleichungen ändern sich entsprechend, wobei die bisher notwendigen Integrationen durch Tiefpaßfilter approximiert werden. Auf die daraus resultierenden Unterschiede wird in Kap. 15.5 eingegangen.

Weitere Ansätze sind in [760] und [657] sowie insbesondere in [565] zu finden, wobei teilweise eine kontinuierliche und teilweise eine zeitdiskrete Signalverarbeitung vorausgesetzt wird; dementsprechend ändern sich auch die Gleichungen. In [565] und in [604] werden die aus [653] entsprechenden Gleichungen nun allerdings für den Statorfluß wie in [569] genutzt, so beispielsweise

$$\beta_K = \arctan\left(-\frac{E_{1\alpha}}{E_{1\beta}}\right) \quad (15.93)$$

da das Regelverfahren die direkte Selbstregelung ist, die am Statorfluß orientiert ist (siehe auch Kap. 14.2).

15.5 Nichtadaptive Verfahren: Sollgrößenansatz

Die Verfahren in [702–705] von Ohtani und anderen [655] nehmen an, daß der Soll- und der Istwert der Statorfrequenz übereinstimmen, wobei in [655] speziell auf die Fehlerproblematik bezüglich R_2 eingegangen wird.

$$\Omega_1 = \Omega_1^* \quad (15.94)$$

Weiterhin gilt für Ω_2^* aufgrund der Steuerbedingungen für $\Psi_{2B} = 0$:

$$\hat{\Omega}_2 = \frac{MR_2}{L_2} \frac{I_{1B}}{\Psi_{2A}} \quad (15.95)$$

Damit ergibt sich:

$$\hat{\Omega}_L = \Omega_1^* - \hat{\Omega}_2 \quad (15.96)$$

Eine Variante ist:

$$\hat{\Omega}_2 = \frac{MR_2}{L_2} \frac{I_{1B}^*}{\Psi_{2A}^*} \quad (15.97)$$

Das Verfahren von Ohtani soll etwas ausführlicher diskutiert werden, da es interessante Ergebnisse ermöglicht. Dies erfolgt im Vorgriff auf Kap. 15.7, in dem speziell auf die Gleichungen zur Fehlerkorrektur eingegangen wird. Ohtani geht von einer Grundstruktur wie in Abb. 13.41 bzw. Abb. 13.45, 13.46 aus, wenn in Abb. 13.45 nicht die Modellbildung nach Abb. 13.46 berücksichtigt wird.

Wenn wir in Gl. (15.5) den Statorfluß $\vec{\Psi}_1^K$ entsprechend Gl. (15.7) ersetzen und den Rotorstrom \vec{I}_2^K in Gl. (15.7) durch Gl. (15.8) eliminieren sowie $\Omega_K = 0$ setzen, d.h. die Gleichung in das statorfeste Koordinationssystem S transformieren, dann ergibt sich die bekannte Gleichung (15.58):

$$\vec{E}_\mu^S = \frac{M}{L_2} \frac{d\vec{\Psi}_2^S}{dt} = j\Omega_1 \frac{M}{L_2} \vec{\Psi}_2^S$$

Der innere Spannungs-Raumzeiger \vec{E}_μ^S wird nach Gl. (15.62) berechnet (Abb. 15.9).

Bei dieser Gleichung kann der Rotorfluß-Raumzeiger $\vec{\Psi}_2^S$ nur durch eine offene Integration ermittelt werden, dies ist unerwünscht. Um dies zu vermeiden, wird die offene Integration durch ein Verzögerungsglied erster Ordnung mit der Zeitkonstanten T_g ersetzt. Die Approximation der Integration durch ein Verzögerungsglied 1. Ordnung ist allerdings bei Kreisfrequenzen kleiner $1/T_g$ nicht mehr gegeben. Um unterhalb dieser Kreisfrequenzen $1/T_g$ noch ein Ergebnis zur Verfügung zu haben, wird die approximierte Signalverarbeitung entsprechend Gleichung (15.58) deaktiviert (oberer Teil in Abb. 15.9) und stattdessen der letzte Ψ_{2A}^* -Wert weiter verwendet (unterer Teil von Abb. 15.9).

Die Rotorkreisfrequenz Ω_2 wird entsprechend Gl. (15.97) mit den Sollwerten geschätzt. Um Fehler bei der Koordinatenorientierung zu vermeiden, wird im Flußschätzer nach der approximierten Gleichung (15.58) außer $\vec{\Psi}_2^S$ auch noch der Istwert des Stroms \hat{I}_{1B} nach Gl. (15.31) in Kap. 15.1.1 geschätzt. Aus dem Vergleich wird mittels des $I_{1\beta}$ -Reglers die Kreisfrequenz $\hat{\Omega}_m$ geschätzt (Fehlerkorrektur-Ansatz siehe Kap. 19). Die Struktur der Signalverarbeitung ist in Abb. 15.8 dargestellt.

Ohtani gibt als erreichbare Ergebnisse an, daß der Drehmomentfehler ca. $\pm 3\%$ bei der unteren Drehzahl von $\pm 3\%$ nach Gl. (15.31) in Kap. 15.1.1 ist; die Genauigkeit steigt mit steigender Drehzahl und steigendem Moment.

15.6 Direkte Schätzung der Rotordrehzahl

In den bisherigen Ableitungen wurden sowohl die Rotorkreisfrequenz $\hat{\Omega}_2$ als auch die Statorkreisfrequenz $\hat{\Omega}_1$ oder die Kreisfrequenz Ω_L und der Winkel β_K des Koordinatensystems K geschätzt. Es liegt nun nahe, Verfahren zu suchen, bei denen die Signalverarbeitung beispielsweise entsprechend Abb. 13.45 erhalten bleibt und nur die mechanische Kreisfrequenz $\hat{\Omega}_m$ bzw. $\hat{\Omega}_L = Z_p \hat{\Omega}_m$ geschätzt werden.

Diese Verfahren setzen die Kenntnis der Motorparameter voraus. Zu beachten sind — wie schon mehrfach betont — bei der Schätzung der Rotordrehzahl die Parameterschwankungen aufgrund thermischer oder magnetischer Ursachen. In Abb. 15.10 ist ein generelles Blockschaltbild dargestellt.

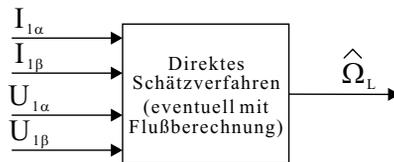


Abb. 15.10: *Generelles Blockschaltbild der Verfahren zur direkten Drehzahlsschätzung*

Kanmachi et al. schlagen in ihrer Veröffentlichung [656] ein Verfahren zur direkten Berechnung der Drehzahl vor. Zur Berechnung von Ω_L wird das Gleichungssystem (13.71) bzw. das Gleichungssystem (13.75) von der K - in die S -Orientierung überführt; es ergibt die folgende Darstellung in Matrizenform. In dieser Schreibweise lautet das Asynchronmaschinenmodell:

$$\begin{bmatrix} U_{1\alpha} \\ U_{1\beta} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 + sL_1 & 0 & sM & 0 \\ 0 & R_1 + sL_1 & 0 & sM \\ sM & \Omega_L M & R_2 + sL_2 & \Omega_L L_2 \\ -\Omega_L M & sM & -\Omega_L L_2 & R_2 + sL_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{1\alpha} \\ I_{1\beta} \\ I_{2\alpha} \\ I_{2\beta} \end{bmatrix} \quad (15.98)$$

Durch Auflösen der ersten beiden Gleichungen der Matrix nach dem Statorstrom und Einsetzen in die zwei anderen Gleichungen erhält man eine explizite Gleichung für die Rotordrehzahl als Funktion von \vec{I}_1 , $\vec{\Psi}_1$ und $\vec{\Psi}_2$:

$$\hat{\Omega}_L = \frac{\left(\Psi_{1\alpha} - L_1 I_{1\alpha}\right) \frac{d}{dt} \Psi_{2\beta} - \left(\Psi_{1\beta} - L_1 I_{1\beta}\right) \frac{d}{dt} \Psi_{2\alpha}}{\left(\Psi_{1\alpha} - L_1 I_{1\alpha}\right) \Psi_{2\alpha} + \left(\Psi_{1\beta} - L_1 I_{1\beta}\right) \Psi_{2\beta}} \quad (15.99)$$

in der die Flüsse über geschätzt werden über:

$$\hat{\Psi}_{1\alpha} = \int (U_{1\alpha} - R_1 I_{1\alpha}) dt \quad (15.100)$$

$$\hat{\Psi}_{1\beta} = \int (U_{1\beta} - R_1 I_{1\beta}) dt \quad (15.101)$$

$$\hat{\Psi}_{2\alpha} = \frac{L_2}{M} \hat{\Psi}_{1\alpha} - \frac{\sigma L_1 L_2}{M} I_{1\alpha} \quad (15.102)$$

$$\hat{\Psi}_{2\beta} = \frac{L_2}{M} \hat{\Psi}_{1\beta} - \frac{\sigma L_1 L_2}{M} I_{1\beta} \quad (15.103)$$

Ein Blockschaltbild zu diesem Verfahren ist in Abb. 15.11 angegeben.

Fehlerhafte Parameter zur Berechnung der Flüsse würden sich auch auf die Berechnung der Drehzahl und des Widerstandes auswirken. Der Statorwiderstand ändert sich mit der Temperatur und die Induktivität mit der magnetischen Sättigung. Die Autoren diskutieren die Einflüsse und kommen dabei zu folgenden Schlußfolgerungen:

- der Fehler in der Rotordrehzahl nimmt mit zunehmenden Lastmoment zu, da der Statorstrom ansteigt;
- der Fehler beim Rotorwiderstand steigt langsam mit der Zunahme der Last;
- die Rotor- und Statorinduktivitäten ändern sich mit dem Magnetisierungszustand, die Streuinduktivitäten bleiben konstant.

Shirsavar et al. [732] schlagen ein Schätzverfahren im Referenzsystem S ohne differenzierende Terme im Motormodell vor. In diesem Fall kann eine explizite Gleichung zur direkten Berechnung der Rotordrehzahl angegeben werden.

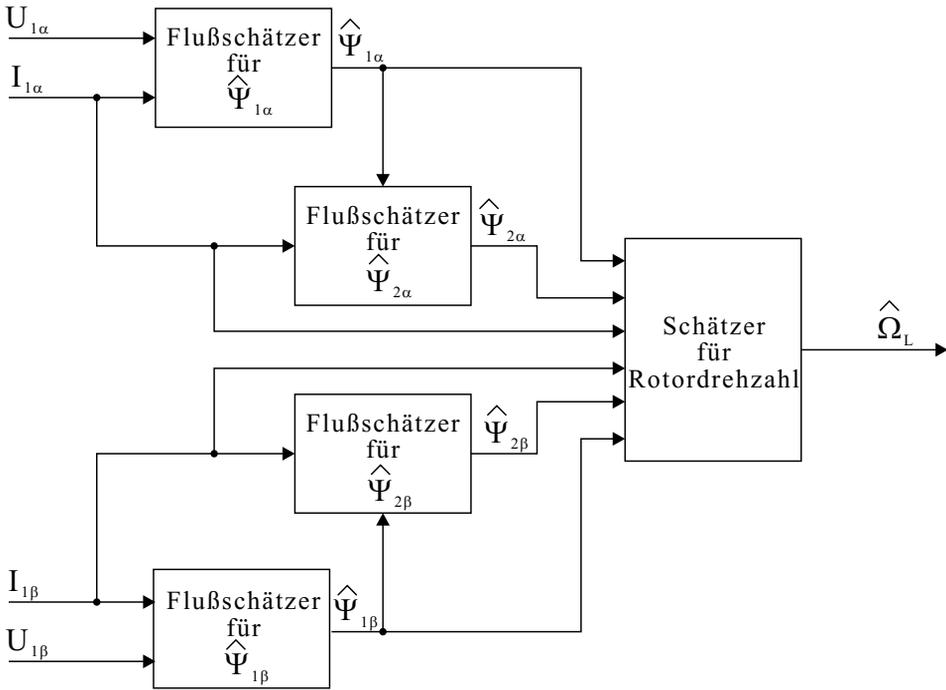


Abb. 15.11: Blockschaltbild des von Kanmachi et al. [656] vorgestellten Verfahrens

Aus den Motorgleichungen (15.98) im Koordinatensystem S können die folgenden Stator- und Rotorgleichungen abgeleitet werden:

$$U_{1\alpha} = I_{1\alpha}R_1 + L_1 \frac{dI_{1\alpha}}{dt} + M \frac{dI_{2\alpha}}{dt} \tag{15.104}$$

$$U_{1\beta} = I_{1\beta}R_1 + L_1 \frac{dI_{1\beta}}{dt} + M \frac{dI_{2\beta}}{dt} \tag{15.105}$$

$$0 = R_2 I_{2\alpha} + L_2 \frac{dI_{2\alpha}}{dt} + M \frac{dI_{1\alpha}}{dt} + I_{2\beta} L_2 \Omega_L + I_{1\beta} M \Omega_L \tag{15.106}$$

$$0 = R_2 I_{2\beta} + L_2 \frac{dI_{2\beta}}{dt} + M \frac{dI_{1\beta}}{dt} - I_{2\alpha} L_2 \Omega_L - I_{1\alpha} M \Omega_L \tag{15.107}$$

Bei Vektorregelung kann angenommen werden, daß der Motorstrom quasi sinusförmig ist (d.h. im wesentlichen stationäre Verhältnisse) und somit die Ableitungen für Rotor- und Statorströme wie folgt angenähert werden können:

$$\frac{dI_{1\alpha}}{dt} = -(\Omega_2^* + \Omega_L) I_{1\beta} \tag{15.108}$$

$$\frac{dI_{1\beta}}{dt} = (\Omega_2^* + \Omega_L) I_{1\alpha} \quad (15.109)$$

$$\frac{dI_{2\alpha}}{dt} = -(\Omega_2^* + \Omega_L) I_{2\beta} \quad (15.110)$$

$$\frac{dI_{2\beta}}{dt} = (\Omega_2^* + \Omega_L) I_{2\alpha} \quad (15.111)$$

Durch Auflösen und anschließende Substitution der Statorgleichungen (15.104) und (15.105) nach dem Rotorstrom und Näherung der differenzierenden Anteile durch Gl. (15.108) bis (15.111) erhält man:

$$I_{2\alpha} = \frac{U_{1\beta} - I_{1\beta}R_1 - L_1I_{1\alpha}(\Omega_2^* + \Omega_L)}{M(\Omega_2^* + \Omega_L)} \quad (15.112)$$

$$I_{2\beta} = \frac{U_{1\alpha} - I_{1\alpha}R_1 - L_1I_{1\beta}(\Omega_2^* + \Omega_L)}{-M(\Omega_2^* + \Omega_L)} \quad (15.113)$$

Führt man die gleichen Rechenschritte wie bei den Statorgleichungen auch bei den Rotorgleichungen (15.106) und (15.107) durch, so ergibt sich:

$$I_{2\alpha} = \frac{(L_2I_{2\beta} + MI_{1\beta})\Omega_2^*}{R_2} \quad (15.114)$$

$$I_{2\beta} = \frac{(L_2I_{2\alpha} + MI_{1\alpha})\Omega_2^*}{-R_2} \quad (15.115)$$

Durch Substitution von Gl. (15.113) in (15.114) und von Gl. (15.112) in (15.115) können die Rotorströme eliminiert werden und man erhält zwei Gleichungen, die nur von den Statorströmen abhängen.

Für die Rotordrehzahl ergibt sich letztlich eine quadratische Gleichung

$$\Omega_L = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (15.116)$$

mit den folgenden Koeffizienten:

$$a = -ZZ_2L_1$$

$$b = -Z_pZ_1 - ZZ_2Z_3$$

$$c = L_2[(U_{1\alpha} - I_{1\alpha}R_1)^2 + (U_{1\beta} - I_{1\beta}R_1)^2] - Z_p\Omega_2^*Z_1 - L_1(\Omega_2^*)^2ZZ_2$$

$$Z_p = U_{1\beta}I_{1\alpha} - U_{1\alpha}I_{1\beta}$$

$$Z = I_{1\alpha}^2 + I_{1\beta}^2$$

$$Z_1 = -M^2 + 2L_2L_1$$

$$Z_2 = M^2 - L_2L_1$$

$$Z_3 = 2L_1\Omega_2^*$$

Die Lösung mit dem negativen Vorzeichen der Wurzel gilt bei positiver Drehzahl, die Lösung mit positiven Vorzeichen gilt bei negativer Drehzahl. Ein Blockschaltbild dieses Verfahrens ist in Abb. 15.12 angegeben.

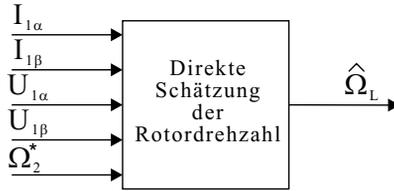


Abb. 15.12: Blockschaltbild des von Shirsavar [732] vorgestellten Verfahrens

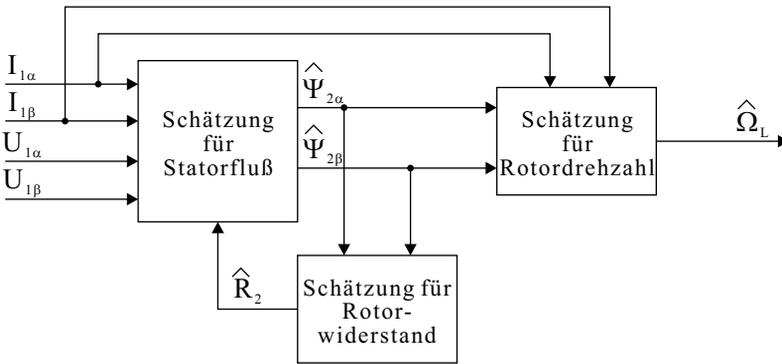


Abb. 15.13: Blockschaltbild des von Hyung-Soo Mok et al. [698] vorgestellten Verfahrens

Die Autoren schlagen neben dem Verfahren zur Geschwindigkeitsschätzung auch eine auf den gleichen Ansatz basierende Methode zur Berechnung des Rotorwiderstandes vor.

Hyung-Soo Mok et al. [698] beschreiben ein Verfahren zur Berechnung der Drehzahl bei Feldorientierung auf den Statorfluß.

Wenn die Spannungen und Ströme des Motors in den α, β -Achsen gemessen werden, ist es möglich, die Rotorgleichungen in Abhängigkeit von den Statorgrößen zu schreiben als:

$$0 = R_2\Psi_{1\alpha} + L_2s\Psi_{1\alpha} - \sigma L_2L_1s I_{1\alpha} - \Omega_2(L_2\Psi_{1\beta} - \sigma L_2L_1I_{1\beta}) \quad (15.117)$$

$$0 = R_2\Psi_{1\beta} + L_2s\Psi_{1\beta} - \sigma L_2L_1s I_{1\beta} + \Omega_2(L_2\Psi_{1\alpha} - \sigma L_2L_1I_{1\alpha}) \quad (15.118)$$

Der Statorfluß wird über Gl. (15.85) in Kap. 15.4 berechnet zu:

$$\widehat{\Psi}_{1\alpha} = \int (U_{1\alpha} - R_1 I_{1\alpha}) dt$$

$$\widehat{\Psi}_{1\beta} = \int (U_{1\beta} - R_1 I_{1\beta}) dt$$

Unter der Voraussetzung der Kenntnis aller Parameter können die Orientierung und die elektrische Drehzahl des Flußvektors sowie die mechanische Winkelgeschwindigkeit des Rotors berechnet werden. Entsprechend zu Gl. (15.85) und (15.93) in Kap. 15.4 erhält man die Gleichungen

$$\widehat{\beta}_K = \arctan \left(\frac{\widehat{\Psi}_{1\beta}}{\widehat{\Psi}_{1\alpha}} \right) \quad (15.119)$$

$$\widehat{\Omega}_1 = \frac{\frac{d\widehat{\Psi}_{1\beta}}{dt} \widehat{\Psi}_{1\alpha} - \frac{d\widehat{\Psi}_{1\alpha}}{dt} \widehat{\Psi}_{1\beta}}{(\widehat{\Psi}_{1\alpha})^2 + (\widehat{\Psi}_{1\beta})^2} \quad (15.120)$$

die zur Schätzung der Rotordrehzahl verwendet werden:

$$\widehat{\Omega}_L = \frac{\Omega_1 \left(\widehat{\Psi}_{1\alpha}^2 + \widehat{\Psi}_{1\beta}^2 \right) - \sigma L_1 s T_2 L_1 L_2}{\widehat{\Psi}_{1\alpha}^2 + \widehat{\Psi}_{1\beta}^2 + \sigma L_1 \left(\widehat{\Psi}_{1\alpha}^2 I_{1\alpha} + \widehat{\Psi}_{1\beta}^2 I_{1\beta} \right)} \quad (15.121)$$

Dieses Verfahren ist stabil bei Parameterschwankungen. Aber im Fall falscher Werte der Parameter stellen sich stationäre Fehler ein. Fehler im Betrag der Rotorzeitkonstante pflanzen sich auch über die Drehzahlberechnung fort. Deshalb schlagen die Autoren einen Ansatz vor, bei dem neben dem Drehzahlschätzer auch ein Schätzer für den Rotorwiderstand eingesetzt wird, wie in Abb. 15.13 dargestellt.

15.7 Adaptive Verfahren

Wie in den obigen Kapiteln dargestellt wurde, ist bei den nichtadaptiven Verfahren keine Korrektur der Schätzwerte vorgesehen. Das prinzipielle Vorgehen bei den im folgenden beschriebenen adaptiven Verfahren ist der Fehlervergleich von realen Daten des betrachteten Systems und Modelldaten, wobei das Modell dem realen System angepaßt wird, d.h. das Modell ist adaptiv. Das adaptive Modell kann auch ein Beobachter sein. Ein vergleichbares Vorgehen ist der Vergleich von zwei unterschiedlichen Modellen, dem Referenzmodell und dem adaptiven Modell (*MRAS*-Ansatz).

Charakteristisch bei diesen Verfahren ist, daß nicht nur die Rotordrehzahl Ω_L geschätzt wird, sondern daß auch Parameter des adaptiven Modells nachgeführt werden können.

Eine prinzipielle Anordnung eines solchen adaptiven Regelverfahrens ist in Abb. 15.14 angegeben, wo die beiden Blöcke *Adaptives Modell* und *Referenzmodell* typischerweise vorhanden sind, die im folgenden näher untersucht werden.

Wie bereits in Kap. 15.1 dargestellt, muß der Adaptionsvorgang stabil erfolgen, und es ist erwünscht, daß die Modellparameter bzw. die gewünschten Signale der Systemzustände auf die Parameter der realen Strecke bzw. die realen Streckensignale konvergieren.

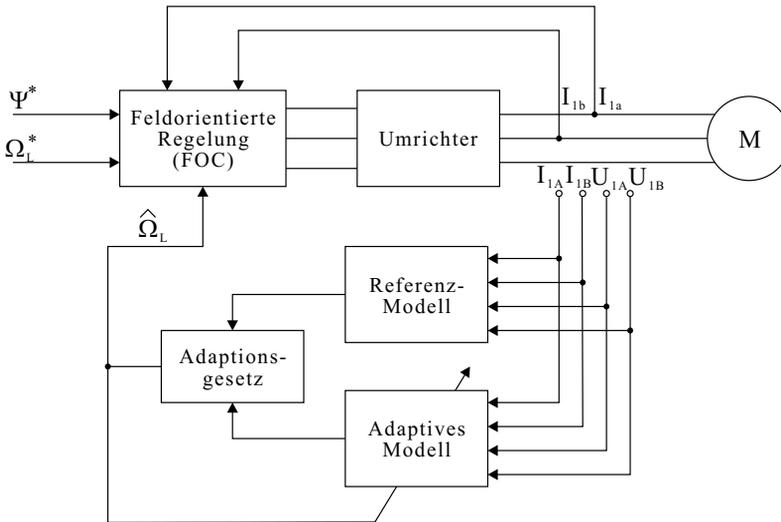


Abb. 15.14: Prinzipielles Blockschaltbild einer adaptiven Regelung (MRAS)

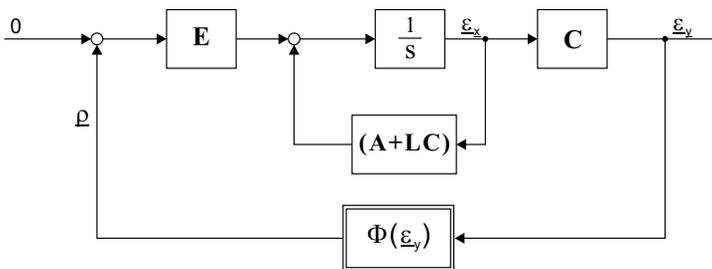


Abb. 15.15: Blockschaltbild der dynamischen Fehlerberechnung

Die Adaptionsgesetze basieren jeweils auf einem der drei folgenden Verfahren:

1. *Hyperstabilitätskriterium*: Die Funktionsgleichung ergibt sich aus dem Vergleich der Schätzgrößen aus den Referenzmodell mit der Schätzgröße aus dem adaptiven Modell. Auf das Fehlersignal (Differenzsignal ϵ_y) der beiden

Schätzwerte wird das Hyperstabilitätskriterium nach Popov angewandt, welches zwar die Fehlerkonvergenz ($\underline{\epsilon}_y = 0$) sicherstellt, jedoch nicht die Konvergenz der Parameter auf die wahren Werte garantiert [19].

2. *Erweitertes Kalman-Filter (EKF)*: Der Schätzwert kann dem Zustandsvektor entnommen werden, welcher auch die Rotordrehzahl enthält. Das erweiterte Kalman-Filter basiert auf der Theorie der Kalman-Filter und ermöglicht die Schätzung von Parametern insbesondere bei verrauschten Meßsignalen [51].
3. *Methode der kleinsten Fehlerquadrate*: Bei der Methode der minimalen Fehlerquadrate wird die Differenz zwischen dem Schätzwert und dem wahren Wert im Arbeitspunkt berechnet. Auf dieses Differenzsignal wird dann die Methode der minimalen Fehlerquadrate angewandt [51].

Die auf einem Hyperstabilitätsentwurf basierenden Verfahren können in zwei Untergruppen aufgeteilt werden, je nach Topologie der adaptiven Modelle und der Referenzmodelle:

- *MRAS (Model Referenz Adaptive System)*: Dieses Verfahren verwendet ein „Referenzmodell“ (RM), welches das gewünschte Verhalten als Referenz vorgibt und ein sog. „Adaptives Modell“ (AM), welches sich an das Referenzmodell adaptiert. Die Differenz zwischen dem berechneten Wert des Referenzmodells und dem Wert des adaptiven Modells liefert einen Fehlervektor, der zur Adaption der Parameter des adaptiven Modells verwendet wird.
- *Luenberger-Beobachter*: Bei diesem Verfahren wird als Referenzmodell der reale Motor verwendet und als adaptives Modell ein Beobachter, der mit einer Verstärkungsmatrix nachgeführt wird. Bei der Auslegung der Beobachtermatrizen nach Luenberger können die Pole des Beobachters so gewählt werden, daß dieser schneller einschwingt als das zu beobachtende System. Der Beobachter erhält als Eingangsgrößen die gemessenen Größen und liefert als Ausgang die geschätzten Zustandsgrößen.

Griva et al. weisen in [614] auf die Möglichkeit hin, alle auf Hyperstabilität basierenden Methoden von einem gemeinsamen Gesichtspunkt aus zu betrachten. Sie präsentieren einen auf dem Hyperstabilitätskriterium von Popov [713] basierenden Ansatz, der für viele Formen der adaptiven Regelung gültig ist und beweisen ihre These über das Stabilitätskriterium nach Lyapunov.

In allgemeiner Schreibweise können die beiden Modelle über die Gleichungen

$$\text{RM} \quad \begin{cases} \dot{\underline{x}} = \mathbf{A}\underline{x} + \mathbf{B}\underline{u} \\ \underline{y} = \mathbf{C}\underline{x} \end{cases} \quad (15.122)$$

$$\text{AM} \quad \begin{cases} \dot{\hat{x}} = \hat{\mathbf{A}}\hat{x} + \mathbf{B}\underline{u} + \mathbf{K}(\hat{y} - y) \\ \hat{y} = \mathbf{C}\hat{x} \end{cases} \quad (15.123)$$

beschrieben werden, in denen die Matrizen \mathbf{A} , \mathbf{B} und \mathbf{C} die Parameter des Asynchronmaschinenmodells und die Matrix \mathbf{K} die Luenberger-Koeffizienten enthalten. Die mit $\hat{}$ gekennzeichneten Elemente sind die geschätzten Vektoren und Matrizen im adaptiven Modell (AM).

Der Fehler zwischen Referenzmodell und adaptiven Modell bzw. zwischen realer Größe und geschätzter Größe kann über die dynamische Fehlergleichung berechnet werden:

$$\dot{\underline{\varepsilon}}_x = \dot{x} - \dot{\hat{x}} = \mathbf{A}x - \hat{\mathbf{A}}\hat{x} + \mathbf{K}(\mathbf{C}x - \mathbf{C}\hat{x}) = (\mathbf{A} + \mathbf{K}\mathbf{C})\underline{\varepsilon}_x + (\mathbf{A} - \hat{\mathbf{A}})\hat{x} \quad (15.124)$$

Diese Anordnung wird als ein lineares System mit nichtlinearer Rückkopplungsfunktion $\Phi(\underline{\varepsilon}_y)$ dargestellt, um die Anwendung des Hyperstabilitätskriteriums zu ermöglichen. Diese nichtlineare Funktion $\Phi(\underline{\varepsilon}_y)$ hat als Eingang den Ausgangsfehler $\underline{\varepsilon}_y = \mathbf{C}\underline{\varepsilon}_x$ und als Ausgang den Vektor $\underline{\rho}$ und kann allgemein nicht explizit angegeben werden.

$$\underline{\rho} = (\mathbf{A} - \hat{\mathbf{A}})\hat{x} \quad (15.125)$$

In Abb.15.15 ist ein Blockschaltbild der genannten Struktur angegeben.

Gemäß [614] garantiert der Hyperstabilitätsentwurf zwar die Stabilität der Schätzung, aber nicht die Parameterkonvergenz. Um diese Konvergenz zu erreichen, muß das System genügend angeregt werden (*persistent excitation*).

Unter Anwendung des Popov-Kriteriums können die Anforderungen an den nichtlinearen Block des Blockschaltbildes nach Abb. 15.15 definiert werden. Das assoziative Integral berechnet sich über

$$\eta(t_0, t_1) = \Re \int_{t_0}^{t_1} \underline{\varepsilon}_y^T(t) \underline{\rho}(t) dt \quad (15.126)$$

wobei $\underline{\varepsilon}_y^T$ zu $[\underline{\varepsilon}_y^T \ 0]$ erweitert wird, um die Dimensionen von $\underline{\varepsilon}_y^T$ an die Dimension von $\underline{\rho}$ anzugleichen.

Die Bedingung für die Hyperstabilität des nichtlinearen Blockes lautet

$$\eta(0, t_1) = \int_0^{t_1} \underline{\varepsilon}_y^T(t) \underline{\rho}(t) dt \geq -\gamma_0^2 \tag{15.127}$$

für jede Ein-Ausgangskonfiguration und jedes positives γ_0 .

Substituiert man in Gl. (15.127) den Faktor ρ nach Gl. (15.125) und nimmt an, daß der Fehler zwischen den beiden Matrizen ausschließlich aufgrund des Fehlers zwischen realer und geschätzter Drehzahl auftritt, erhält man die Gleichung

$$\eta(0, t_1) = \int_0^{t_1} \underline{\varepsilon}_y^T(t) \mathbf{A}_{er} \hat{\underline{x}}(\Omega_L - \hat{\Omega}_L) dt \geq -\gamma_0^2 \tag{15.128}$$

aus der man dann die Hyperstabilitätsbedingung

$$\hat{\Omega}_L = K_I \int \underline{\varepsilon}_y^T(t) \mathbf{A}_{er} \hat{\underline{x}} dt \tag{15.129}$$

für die Drehzahl ableiten kann, in der K_I eine beliebige positive Integrationskonstante ist und \mathbf{A}_{er} wie folgt definiert ist:

$$\mathbf{A}_{er} = \frac{1}{\Omega_L - \hat{\Omega}_L} (\mathbf{A} - \hat{\mathbf{A}}) \tag{15.130}$$

Die Stabilität dieses adaptiven Ansatzes kann über das Stabilitätskriterium von Lyapunov unter Verwendung der Lyapunov-Funktion

$$V = \underline{\varepsilon}_y^T \underline{\varepsilon}_y + c(\Omega_L - \hat{\Omega}_L)^2 \tag{15.131}$$

nachgewiesen werden [614].

Wendet man diese allgemeine Theorie auf spezielle Fälle an, so kann man die folgenden adaptiven Verfahren herleiten:

- Man erhält einen Luenberger-Beobachter mit den folgenden Annahmen:

$$\underline{\varepsilon}_y = \begin{bmatrix} I_{1B} - \hat{I}_{1B} \\ I_{1A} - \hat{I}_{1A} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{I_{1B}} \\ \varepsilon_{I_{1A}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \hat{\underline{x}} = \begin{bmatrix} \hat{I}_{1B} \\ \hat{I}_{1A} \\ \hat{\Psi}_{2B} \\ \hat{\Psi}_{2A} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A}_{er} = \frac{1}{\Omega_L - \hat{\Omega}_L} (\mathbf{A} - \hat{\mathbf{A}}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -\frac{M}{L_2\sigma L_1} \\ 0 & 0 & \frac{M}{L_2\sigma L_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

aus denen man dann die Rotordrehzahl über

$$\begin{aligned}\hat{\Omega}_L &= K_I \int \begin{bmatrix} \varepsilon_{I_{1B}} & \varepsilon_{I_{1A}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{M}{L_2\sigma L_1} \hat{\Psi}_{2A} \\ \frac{M}{L_2\sigma L_1} \hat{\Psi}_{2B} \\ \hat{\Psi}_{2A} \\ -\hat{\Psi}_{2B} \end{bmatrix} dt \\ &= -K'_I \int \left[\varepsilon_{I_{1B}} \hat{\Psi}_{2A} - \varepsilon_{I_{1A}} \hat{\Psi}_{2B} \right] dt \end{aligned} \quad (15.132)$$

berechnen kann.

- Man erhält ein MRAS-System mit den folgenden Annahmen:

$$\underline{\varepsilon}_y = \begin{bmatrix} \Psi_{2B} - \hat{\Psi}_{2B} \\ \Psi_{2A} - \hat{\Psi}_{2A} \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \underline{\hat{x}} = \begin{bmatrix} \hat{\Psi}_{2B} \\ \hat{\Psi}_{2A} \end{bmatrix}$$

Ψ_{2B} und Ψ_{2A} sind die Ausgänge des Referenzmodells (RM) und $\hat{\Psi}_{2B}$ und $\hat{\Psi}_{2A}$ die Ausgänge des adaptiven Modells (AM).

$$\mathbf{A}_{er} = \frac{1}{\Omega_L - \hat{\Omega}_L} (\mathbf{A} - \hat{\mathbf{A}}) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Daraus läßt sich die Gleichung für den Rotordrehzahlsschätzwert ableiten:

$$\hat{\Omega}_L = K_I \int \underline{\varepsilon}_y^T \mathbf{A}_{er} \underline{\hat{x}} dt = \quad (15.133)$$

$$= K_I \int \begin{bmatrix} \varepsilon_{\Psi_{2B}} & \varepsilon_{\Psi_{2A}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\Psi}_{2A} \\ -\hat{\Psi}_{2B} \end{bmatrix} dt \quad (15.134)$$

$$= K_I \int \left[\varepsilon_{\Psi_{2B}} \hat{\Psi}_{2A} - \varepsilon_{\Psi_{2A}} \hat{\Psi}_{2B} \right] dt$$

Die Ergebnisse der simulativen und experimentellen Untersuchungen in [614] zeigen, daß die Systeme mit Luenberger-Beobachter generell besser sind als die MRAS-Verfahren, da letztere in allen Arbeitspunkten einen höheren Fehler im Schätzwert aufweisen. Insbesondere zeigt der Luenberger-Ansatz ein besseres Verhalten bei kleineren Drehzahlen und neigt in diesem Bereich auch weniger zu Schwingungen.

Diese Unterschiede können damit erklärt werden, daß der Luenberger-Beobachter einen Vergleich zwischen physikalisch gemessener und geschätzter Größe durchführt, während beim MRAS-Verfahren der geschätzte Wert aus einem Vergleich zwischen Referenzmodell und adaptivem Modell gewonnen wird.

Die in [614] dargestellten Verfahren zeigen zwar in der Praxis zufriedenstellendes Verhalten, der mathematische Stabilitätsbeweis ist jedoch kritisch zu betrachten, da für die Anwendung des Hyperstabilitätskriteriums konstante Systemmatrizen vorausgesetzt werden. Im vorliegenden Fall sind die Systemmatrizen jedoch

abhängig von der zu schätzenden Größe $\hat{\Omega}_L$ und somit zeitvariant und nicht konstant (siehe Kap. 15.1 und 15.7.6).

15.7.1 MRAS-Verfahren

Das Charakteristische bei den MRAS-Verfahren — wie schon in Kap. 15.7 prinzipiell dargestellt — ist, daß ein Vergleich zwischen den von zwei Schätzern berechneten Werten vorgenommen wird. Das erste dieser Modelle, auch „Referenzmodell“ oder „Reference Model“ (RM) genannt, wird aus Gleichungen hergeleitet, die nicht den gesuchten Schätzwert — in diesem Fall die Rotordrehzahl — enthalten; das zweite Modell hingegen, auch als „Adaptives Modell“ oder „Adjustable Model“ (AM) bezeichnet, wird aus Gleichungen abgeleitet, in denen die gesuchte Größe enthalten ist.

Ein funktionelles Schema dieses Verfahrens zeigt Abb. 15.16, wobei die Ausgangsgrößen $x_{d,q}$ die geschätzten physikalischen Größen darstellen. Der Fehler zwischen den beiden unterschiedlichen Modellen stellt den Eingang für den Adaptionsalgorithmus dar, der die Drehzahlschätzung vornimmt.

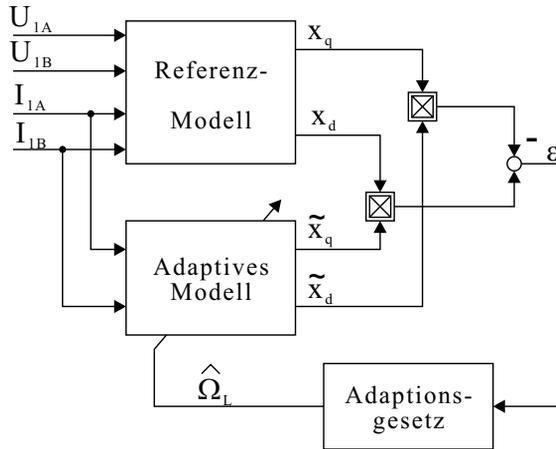


Abb. 15.16: Blockschaltbild eines MRAS Schätzers

Die Modelle RM und AM werden aus den Stator- und Rotorgleichungen hergeleitet und auf die A, B -Achsen des rotierenden Referenzsystems K bezogen.

$$\text{RM} \begin{cases} U_{1A} = R_1 I_{1A} + \frac{d\Psi_{1A}}{dt} - \Omega_1 \Psi_{1B} \\ U_{1B} = R_1 I_{1B} + \frac{d\Psi_{1B}}{dt} + \Omega_1 \Psi_{1A} \end{cases} \quad (15.135)$$

$$\text{RM} \quad \left\{ \begin{array}{l} \Psi_{1A} = L_1 I_{1A} + M I_{2A} \\ \Psi_{1B} = L_1 I_{1B} + M I_{2B} \end{array} \right. \quad (15.136)$$

$$\text{AM} \quad \left\{ \begin{array}{l} 0 = R_2 I_{2A} + \frac{d\tilde{\Psi}_{2A}}{dt} - (\Omega_1 - \hat{\Omega}_L) \tilde{\Psi}_{2B} \\ 0 = R_2 I_{2B} + \frac{d\tilde{\Psi}_{2B}}{dt} + (\Omega_1 - \hat{\Omega}_L) \tilde{\Psi}_{2A} \end{array} \right. \quad (15.137)$$

$$\text{AM} \quad \left\{ \begin{array}{l} \tilde{\Psi}_{2A} = L_2 I_{2A} + M I_{1A} \\ \tilde{\Psi}_{2B} = L_2 I_{2B} + M I_{1B} \end{array} \right. \quad (15.138)$$

Aus diesen Gleichungen können unterschiedliche Größen abgeleitet werden, wie etwa die EMK, die Flüsse oder die Blindleistung. Je nachdem auf welcher Grundlage nun die Drehzahlschätzung vorgenommen wird, unterscheidet man die drei Methoden:

1. *EMK-Gleichungen*: es werden die geschätzten EMKs verglichen;
2. *Flußgleichungen*: es werden die geschätzten Flüsse verglichen;
3. *Blindleistungsgleichungen*: es werden die geschätzten Blindleistungen verglichen.

Bei allen genannten Methoden ist die Berechnung der Rotordrehzahl über das Adaptionsgesetz gleich:

$$\hat{\Omega}_L = K_P (x_q \tilde{x}_d - x_d \tilde{x}_q) + K_I \int_0^T (x_q \tilde{x}_d - x_d \tilde{x}_q) dt \quad (15.139)$$

wobei die Variable x für die Ausgänge aus dem Referenzmodell (RM) steht und die Variable \tilde{x} für die Ausgänge aus dem adaptiven Modell steht, K_P und K_I sind Hilfskonstanten des Fehlerreglers. Gleichung (15.139) kann aus Gl. (15.133) unter Berücksichtigung folgender Gleichheit

$$\varepsilon_{x_q} \tilde{x}_d - \varepsilon_{x_d} \tilde{x}_q = (x_q - \tilde{x}_q) \tilde{x}_d - (x_d - \tilde{x}_d) \tilde{x}_q = x_q \tilde{x}_d - x_d \tilde{x}_q$$

abgeleitet werden. Wird die geschätzte Drehzahl im adaptiven Modell so verändert, daß der ermittelte Fehler gleich Null ist, ist diese geschätzte Drehzahl die Drehzahl des Rotors. Die Geschwindigkeit und die Stabilität, mit der das Adaptionsgesetz die gesuchte Drehzahl ermittelt, hängt von der Wahl der Konstanten K_P und K_I ab, die den proportionalen und den integralen Anteil des Adaptionalgorithmus repräsentieren.

15.7.2 Problematik bei tiefen Frequenzen

Um die zu behandelnde Problematik bei tiefen Statorfrequenzen und damit kleineren Drehzahlen sowie um einige grundsätzliche Lösungswege aufzuzeigen, sollen die zwei wesentlichen Grundgleichungen noch einmal wiederholt werden.

Um den Statorfluß $\vec{\Psi}_1^S$ zu schätzen, wird die folgende Gleichung verwendet:

$$\vec{\Psi}_1^S = \int \left(\vec{U}_1^S - R_1 \vec{I}_1^S \right) d\tau \quad (\text{RM}) \quad (15.140)$$

Diese Gleichung gilt grundsätzlich für alle Ersatzschaltbilder der Drehfeldmaschinen. Wie aber bereits in [57–61] ausgeführt, kann die statorseitige Streuung σL_1 auf die Rotorseite umgerechnet werden, und es gilt dann $L_1 = M = L_h = L_\mu$. Damit gilt für dieses kanonische Ersatzschaltbild:

$$\vec{\Psi}_\mu^S = \vec{\Psi}_1^S \Big|_{M=L_1} \quad (15.141)$$

Es ändert sich allerdings das Rotorgleichungssystem. Grundsätzlich ist daher bei den Veröffentlichungen genau zu überprüfen, welches Modell der Drehfeldmaschine verwendet wurde. Im vorliegenden Fall soll der Ansatz aus Kap. 13 und damit Kap. 15.1 (komplexe Darstellung, Gleichungssatz (15.5) bis (15.15) bzw. Abb. 15.2) weiter verwendet werden. In diesem Fall gilt:

$$\vec{\Psi}_2^S = \frac{L_2}{M} \int \left(\vec{U}_1^S - R_1 \vec{I}_1^S - \sigma L_1 \frac{d\vec{I}_1^S}{dt} \right) d\tau \quad (\text{RM}) \quad (15.142)$$

Diese Gleichung wird von vielen Autoren als grundlegende Ausgangsbasis benutzt und ergibt insbesondere bei höheren Drehzahlen befriedigende Schätzergebnisse. Bei niedrigen Drehzahlen beeinträchtigt die Drift der offenen Integration und das Rauschen das Schätzergebnis, dies ist inzwischen allgemeine Erkenntnis.

Um diese Schwierigkeiten zu verringern, wird das Strommodell des Rotors (Gl. (15.15) mit $\Omega_K = 0$ bzw. Abb. 15.2) zusätzlich genutzt (Abb. 15.17). Diese Ableitung erfolgte erstmals 1989 [722, 723]

$$T_2 \frac{d\vec{\Psi}_2^K}{dt} + \vec{\Psi}_2^K = -j(\Omega_K - \Omega_L) T_2 \vec{\Psi}_2^K + M \vec{I}_1^K \quad (\text{AM})(15.15) \quad (15.143)$$

mit $\Omega_K = 0$ für die Transformation in das S-System

$$T_2 \frac{d\vec{\Psi}_2^S}{dt} + \vec{\Psi}_2^S = j\Omega_L T_2 \vec{\Psi}_2^S + M \vec{I}_1^S \quad (\text{AM}) \quad (15.144)$$

und ergibt im Laplace-Bereich (siehe Abb. 15.2):

$$\vec{\Psi}_2^S(s) = \frac{M}{1 + T_2 s - j\Omega_L T_2} \vec{I}_1^S(s) \quad (\text{AM}) \quad (15.145)$$

oder

$$\tilde{\Psi}_2^S(s) = \frac{M}{1 + \hat{T}_2 s - j\Omega_L \hat{T}_2} \tilde{I}_1^S(s) \quad (\text{AM}) \quad (15.146)$$

Die obige Gleichung des Rotorflusses wird von den verschiedenen Autoren in unterschiedlicher Form dargestellt [697, 757].

Ein wesentlicher Ansatzpunkt bei der Verbesserung der Flußschätzung ist, bei tiefen Drehzahlen die kritische Flußschätzung nach Gl. (15.140) bis (15.142) zu ergänzen durch einen Vergleich mit der Flußschätzung nach Gl. (15.144) (Abb. 15.17). Durch diesen Vergleich erfolgt eine Fehlerrückführung und damit eine Stabilisierung der Schätzung. Im allereinfachsten Fall kann der abgetastete Flußwert zum Zeitpunkt $(k - 1)$ in Gl. (15.144) bzw. (15.145) mit dem k -ten Flußwert aus Gl. (15.140) bis (15.142) verglichen und somit der Flußwert zum Zeitpunkt k aus Gl. (15.140) bzw. (15.142) korrigiert werden [649]. In gleicher Weise kann dieses Vorgehen auch für die Schätzung von $\hat{\Omega}_L$ genutzt werden.

Ausgehend von Gl. (15.15) sowie bei $\Omega_K = 0$ sowie Gl. (15.144) und nach Auflösung in die α -, β -Komponenten ergibt sich für das adaptive Modell AM:

$$\text{AM} \quad \begin{cases} \tilde{\Psi}_{2\alpha} = \int \left[-\frac{1}{T_2} \tilde{\Psi}_{2\alpha} - \Omega_L \tilde{\Psi}_{2\beta} + \frac{1}{T_2} M I_{1\alpha} \right] dt \\ \tilde{\Psi}_{2\beta} = \int \left[-\frac{1}{T_2} \tilde{\Psi}_{2\beta} + \Omega_L \tilde{\Psi}_{2\alpha} + \frac{1}{T_2} M I_{1\beta} \right] dt \end{cases} \quad (15.147)$$

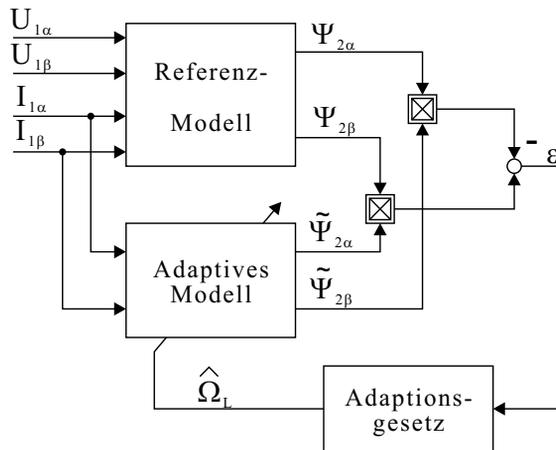


Abb. 15.17: Blockschaltbild des rotorflußbasierten MRAS-Schätzers

Für das Adaptionsgesetz gilt unter Berücksichtigung des Popov-Kriteriums die folgende Gleichung, wenn die Flüsse als Vergleichskriterium genutzt werden:

$$(\text{Abb. 15.17:}) \quad \hat{\Omega}_L = \left(K_P + \frac{K_I}{s} \right) \left(\Psi_{2\beta} \tilde{\Psi}_{2\alpha} - \Psi_{2\alpha} \tilde{\Psi}_{2\beta} \right) \quad (15.148)$$

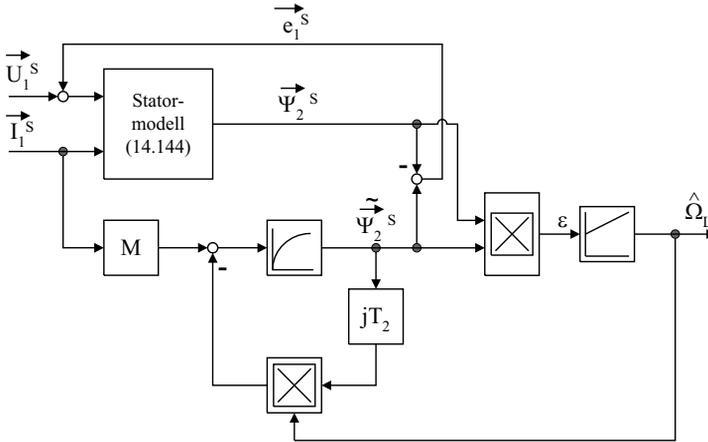


Abb. 15.18: Grundstruktur des MRAC-Ansatzes

Unterschiedliche Ausführungen dieses Vorgehens zeigen die folgenden beiden Abbildungen. In Abb. 15.18 wird das Statormodell zur Flußbestimmung nach Gl. (15.142) und parallel dazu das Rotormodell nach Gl. (15.146) mit $\Omega_K = 0$ verwendet. Das Differenzsignal \vec{e}_1^s wird zum Eingang des Statormodells zurückgeführt und stabilisiert so die an sich offene Integration nach Gl. (15.142). Weiterhin wird mit dem Fehlerregelkreis die Drehzahl $\hat{\Omega}_L$ geschätzt.

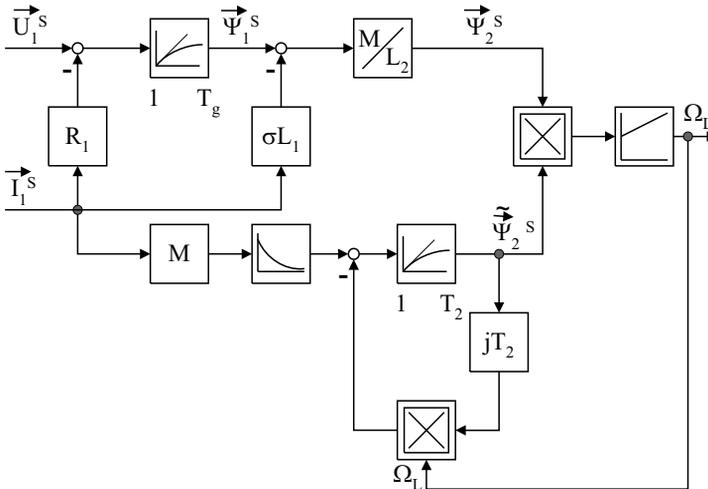


Abb. 15.19: Abgeänderte Version von Abb. 15.18 [575, 576]

Eine etwas andere Ausführung zeigt Abb. 15.19. Im vorliegenden Fall ist die offene Integration beim Statormodell durch einen Tiefpaß mit der Zeitkonstanten T_g ersetzt worden; außerdem wurde die Differentiation des Stroms \vec{I}_1^s vermieden. Die Zeitkonstante T_g wird in etwa zu $T_g \approx 1 \text{ sec}$ gesetzt.

Dies bedeutet, daß unterhalb der Frequenz von ca. 1 Hz die Integration im Statormodell beginnt, nicht mehr wirksam zu sein. Um Fehler bei der Schätzung von $\vec{\Psi}_2^S$ vom Rotormodell zu vermeiden, muß deshalb in diesem Signalpfad ebenso eine Frequenzbeschränkung eingefügt werden. Ansonsten sind beide Ausführungen praktisch identisch.

In Gl. (15.146) ist der Zusammenhang zwischen dem Fluß Ψ_2 und dem Statorstrom I_1 dargestellt. Im stationären Betrieb ($s = 0$) gilt:

$$\vec{\Psi}_2^S = \frac{M\vec{I}_1^S}{1 + j\Omega_2 T_2} \quad (15.149)$$

Bei Stromeinprägung ist daher zu beachten, daß die Orientierung des K -Systems der Ströme unterschiedlich zum K -System der Rotorflüsse ist.

$$\beta_I = \int \Omega_1 d\tau + \arctan(\Omega_2 T_2) \quad (15.150)$$

Ausgehend von dieser Idee werden die unterschiedlichsten Vorschläge erarbeitet, um die Drehzahl Ω_m und den Fluß Ψ_2 gleichzeitig zu schätzen. Wie in [722, 723] gezeigt wird, ist der Gleichungssatz (15.144) bis (15.146) gut geeignet, um die Drehzahl Ω_L bzw. Ω_2 zu schätzen. Die Schwierigkeit ist aber, mit dieser Gleichung sowohl die Drehzahl als auch den Fluß zu schätzen. In [567] wird Gl. (15.144) in das rotorflußfeste Koordinatensystem transformiert. Andere Autoren verwenden komplexere Ansätze wie nichtlineare Beobachter [663], nichtlineare Beobachter mit reduzierter Ordnung [741], Sliding Mode Beobachter [603] oder Extended Kalman Filter [621]. Dies wird in den folgenden Kapiteln abgehandelt.

15.7.3 MRAS-Verfahren: EMK-Berechnung

Abwandlungen des MRAS-Verfahrens werden beispielsweise in [761, 762, 765] dargestellt, wobei die offene Integration nach Gl. (15.142) umgangen wird. Ausgangspunkt der Überlegungen sind Gl. (15.62) als Referenzmodell

$$\vec{E}_\mu^S = \frac{M}{L_2} \frac{d\vec{\Psi}_2^S}{dt} \quad (15.151)$$

und die Gleichung (15.62) als das zweite Modell

$$\vec{E}_\mu^S = \vec{U}_1^S - R_1 \vec{I}_1^S - \sigma L_1 \frac{d\vec{I}_1^S}{dt} \quad (15.152)$$

und Gl. (15.137), (15.138) sowie Gl. (15.58) zur Elimination der Ableitung der Rotorflüsse als adaptives Modell:

$$E_{\mu\alpha} = \frac{M}{L_2} \left[-R_2 I_{2\alpha} - \hat{\Omega}_L L_2 I_{2\beta} - \hat{\Omega}_L M I_{1\beta} \right] \quad (15.153)$$

$$E_{\mu\beta} = \frac{M}{L_2} \left[-R_2 I_{2\beta} + \widehat{\Omega}_L L_2 I_{2\alpha} + \widehat{\Omega}_L M I_{1\alpha} \right] \quad (15.154)$$

Die Ströme $I_{2\alpha}$ und $I_{2\beta}$ können beispielsweise mittels Gl. (15.114) und (15.115) berechnet werden.

Wiederum wird eine Fehlerfunktion ϵ aus den beiden Schätzungen der inneren Spannungen gebildet, d.h. statt der Flüsse werden nun die inneren Spannungen genutzt. Abbildung 15.18 bleibt in der Grundstruktur somit erhalten.

Eine generelle Schwierigkeit ist die Auslegung des Fehlerreglers mit dem Ausgangssignal $\widehat{\Omega}_L$. Diese Fragestellung wird in [762] diskutiert.

15.7.4 MRAS-Verfahren: Flußberechnung

Tajima et al. [741] beziehen sich in ihrer Arbeit im wesentlichen auf die Arbeit von Schauder [722, 723] und erhalten für die Drehzahlschätzung auch die selben Resultate. Sie zeigen aber eine Möglichkeit auf, wie die Dynamik des Drehzahlschätzers gesteigert werden kann. Zudem liefern sie auch Einstellregeln zur Bestimmung der Parameter in der Adaptionformel.

Durch Linearisierung im Bereich des Arbeitspunktes und über die Formel

$$\epsilon = \Psi_{2\beta} \tilde{\Psi}_{2\alpha} - \tilde{\Psi}_{2\beta} \Psi_{2\alpha} \quad (15.155)$$

erhält man die Übertragungsfunktion zu

$$G(s) = \frac{\Delta\epsilon}{\Delta\Omega_L - \Delta\tilde{\Omega}_L} = \frac{\left(s + \frac{1}{T_2}\right) \Psi_2^2}{\left(s + \frac{1}{T_2}\right)^2 + \Omega_2^2} \quad (15.156)$$

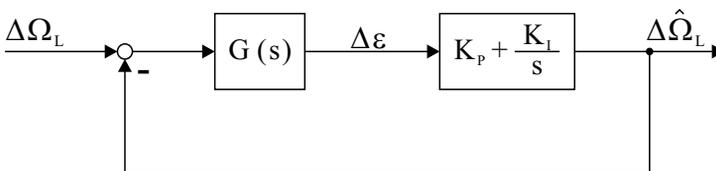


Abb. 15.20: Blockschaltbild des Drehzahlschätzers

in der die mit Δ gekennzeichneten Größen die Änderungen um den Linearisierungspunkt angeben. In Abb. 15.20 ist das Blockschaltbild dieser Methode angeführt.

Nimmt man an, daß die Schlupfdrehzahl gleich Null ist, können die Konstanten im Adaptiongesetz berechnet werden zu:

$$\begin{cases} K_P = \frac{\xi\Omega_1 - \frac{1}{T_2}}{\Psi_2^2} \\ K_I = \frac{\Omega_1^2}{\Psi_2^2} \end{cases} \quad (15.157)$$

Daraus folgt dann die Übertragungsfunktion

$$\frac{\Delta\hat{\Omega}_L}{\Delta\Omega_L} = \frac{\left(2\xi\Omega_1 - \frac{1}{T_2}\right)s + \Omega_1^2}{p^2 + 2\xi\Omega_1 s + \Omega_1^2} \quad (15.158)$$

mit der Laplace-Variable s und der Dämpfung ξ .

Aus Gl. (15.158) können die die Dynamik bestimmenden Pole und Nullstellen des Drehzahlschätzers bestimmt werden:

$$\begin{cases} \text{Nullstelle:} & s_n = -\frac{\Omega_1^2}{2\xi\Omega_1 - \frac{1}{T_2}} \\ \text{Polstelle:} & s_p = -\xi\Omega_1 \pm j\Omega_1\sqrt{1 - \xi^2} \end{cases} \quad (15.159)$$

Diese Vorgangsweise ermöglicht es, die Pole des Schätzers zu optimieren, um damit bessere Ergebnisse als mit dem von Schauder [722, 723] vorgestellten proportional-integralen Adaptionsverfahren zu erreichen.

Jansen et al. [649] schlagen ein MRAS-Verfahren vor, bei dem sie den Ansatz von Schauder [722, 723] verwenden, aber ein anderes Adaptionsgesetz einsetzen. Sie gehen von der Überlegung aus, daß es die Aufgabe des Adaptionsverfahren sein muß, die Winkeldifferenz zwischen den Flußvektoren aus dem Referenzmodell und dem adaptiven Modell zu Null zu bringen.

Die Genauigkeit, mit der die Drehzahlschätzung erfolgen kann, hängt mit der Genauigkeit der beiden Flußschätzungen zusammen. Man berechnet das Verhältnis der beiden Schätzwerte über:

$$\frac{\Psi_2}{\tilde{\Psi}_2} = \frac{L'_2}{M'} \left[\frac{M^2}{L_2} \left(\frac{1 + jT'_2\Omega'_2}{1 + jT_2\Omega_2} \right) + (1 + jT'_2\Omega'_2) \left(\sigma L_1 - \sigma' L'_s - j \frac{R_1 - R'_1}{\Omega_1} \right) \right] \quad (15.160)$$

Diese Funktion ist die Übertragungsfunktion, in der die mit ' gekennzeichneten Größen die geschätzten Werte sind.

Für den Fall, daß die Parameter genau geschätzt worden sind und das Adaptionsgesetz den Phasenfehler zu Null ausregelt, erhält man aus Gl. (15.160) die Übertragungsfunktion

$$\frac{\Psi_2}{\tilde{\Psi}_2} = 1$$

und somit die Konvergenz der Rotordrehzahlschätzung. Die Schlupfdrehzahl berechnet sich somit zu:

$$\hat{\Omega}_2 = \frac{T_2}{\hat{T}_2} \Omega_2 \quad (15.161)$$

Alle linearen Modelle, die auf dem Phasenfehler basieren, können nicht unterscheiden, ob ein Fehler aufgrund einer ungenauen Schlupfdrehzahlschätzung oder einer fehlerhaften Schätzung der Rotorzeitkonstante auftritt.

Für den Fall, daß das Adaptionsgesetz auf die Minimierung des Fehlers in den Amplituden der Flußvektoren ausgelegt ist, kann die Gleichung für den Drehzahlschätzwert wie folgt formuliert werden:

$$\hat{\Omega}_2 = \frac{1}{T_2'} \frac{M'}{M} \sqrt{T_2'^2 \Omega_2^2 \left(1 - \frac{M}{M'}\right)} \quad (15.162)$$

In diesem Fall ist die Sensibilität des Systems auf Änderungen von M' geringer.

Eine weitere Variante des von Jansen [649] beschriebenen Verfahrens ist der von Blasco-Gimenez et al. [570] vorgestellte Ansatz für den Ankerstell- und Feldschwächbereich.

Das Verfahren beruht auf dem Ansatz, daß sobald die Drehzahl eine untere Schwelle unterschreitet, der Motor immer bei einem definierten Schlupfwert betrieben werden soll. Eine konstante Schlupfdrehzahl setzt eine kleine Synchron-drehzahl im Stator voraus, somit wird auch eine korrekte Schätzung des Flusses und der Rotorposition garantiert und damit eine zufriedenstellende Feldorientierung ermöglicht.

15.7.5 MRAS-Verfahren, basierend auf Blindleistungsberechnung

Definiert man die induktive Blindleistung zu

$$Q = M (I_{1\alpha} I_{2\beta} - I_{1\beta} I_{2\alpha}) \quad (15.163)$$

so kann man durch Substitution der Ströme aus Gl. (15.135), (15.136), (15.137) und (15.138) die Gleichungen für die Modelle herleiten:

$$Q = I_{1\alpha} U_{1\beta} - I_{1\alpha} \sigma L_1 \frac{d}{dt} I_{1\beta} - I_{1\beta} U_{1\alpha} + I_{1\beta} \sigma L_1 \frac{d}{dt} I_{1\alpha} \quad (\text{RM}) \quad (15.164)$$

$$\tilde{Q} = \frac{M^2}{L_2} \left[\hat{\Omega}_L \left(I_{1\alpha}^2 + \frac{L_2}{M} I_{1\alpha} I_{2\alpha} + I_{1\beta}^2 + \frac{L_2}{M} I_{1\beta} I_{2\beta} \right) + \frac{1}{T_2} \frac{L_2}{M} (I_{1\alpha} I_{2\beta} - I_{1\beta} I_{2\alpha}) \right] \quad (\text{AM}) \quad (15.165)$$

Die Ströme $I_{2\alpha}$ und $I_{2\beta}$ können beispielsweise entsprechend den Rechen-vorschlägen in Gl. (15.114) und (15.115) berechnet werden. Das Verfahren entspricht im Prinzip der Schätzung der Rotorstreuzeitkonstanten bei bekannter Drehzahl aus dem Vergleich der in AM und RM (oder gemäß u - i -Modell und i - n -Modell) berechneten Blindleistungen, die in [270, 612] vorgeschlagen wurden.

In Abb. 15.21 ist das Blockschaltbild für dieses blindleistungsbasierte MRAS-Verfahren angegeben.

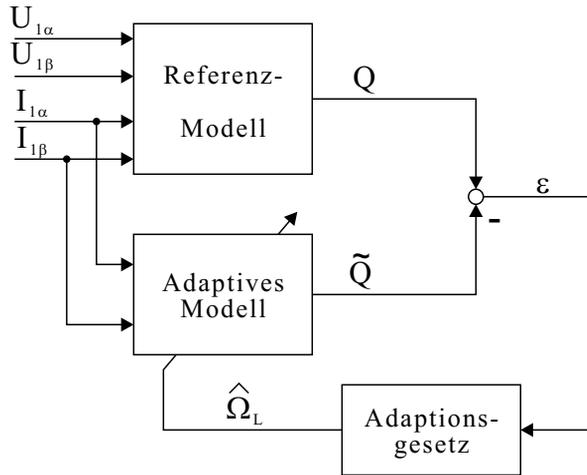


Abb. 15.21: Blockschaltbild eines MRAS-Schätzers auf Basis der Blindleistungsberechnung

Fang-Zheng Peng et al. [762, 763] schlagen neben dem schon erwähnten Ansatz über die EMK-Gleichung auch ein Verfahren über die Blindleistungsgleichung vor. Durch Umformungen der einzelnen Komponenten der Vektoren kann das Referenzmodell und das adaptive Modell, wie aus Gl. (15.164) und (15.165) bekannt, hergeleitet werden.

Der Adaptionsalgorithmus unterscheidet sich dabei nicht vom bisher verwendeten und wird über die Gleichung

$$\hat{\Omega}_L = \left(K_P + \frac{K_I}{s} \right) (Q - \tilde{Q}) \tag{15.166}$$

berechnet. Es bleibt anzumerken, daß bei diesem Ansatz weder der Statorwiderstand noch irgendwelche Integratoren benötigt werden. Da keine Abhängigkeit von temperaturbedingten Änderungen der Statorparameter besteht, garantiert dieses Verfahren einen größeren Drehzahlregelbereich. Es verbleibt aber die Abhängigkeit von $T_2 = f(\vartheta)$.

15.7.6 Verfahren mittels Zustandsschätzung

Um eine Zustandsregelung für zeitinvariante Systeme gemäß Gleichung (15.167) zu realisieren

$$\dot{\underline{x}}(t) = \mathbf{A}\underline{x}(t) + \mathbf{B}\underline{u}(t) \tag{15.167}$$

ist es notwendig, den inneren Zustandsvektor zu kennen. Da es nicht immer möglich ist, alle Zustände zu messen, werden die nicht meßbaren Zustände mittels eines Luenberger-Beobachters [687–689, 751] oder eines Kalman-Filters [35, 51] geschätzt. Aus diesem Grund besteht eine Zustandsregelung für Systeme mit nicht meßbaren Zuständen aus zwei getrennt zu entwerfenden Einheiten:

1. Luenberger-Beobachter / Kalman-Filter zur Zustandsschätzung.
2. Zustandsregler, der alle meßbaren und geschätzten Zustände verwendet.

Luenberger-Beobachter und Kalman-Filter besitzen prinzipiell den gleichen Aufbau. Bei einem Luenberger-Beobachter können die Beobachterpole frei gewählt werden, sie sollten jedoch im Hinblick auf die Zustandsregelung links von den Polen des zu beobachtenden Systems in der komplexen Laplace-Ebene liegen, um ein schnelles Einschwingen des Beobachters zu garantieren. Genaueres zum Luenberger-Beobachter kann in Kap. 5.5.6.2 nachgelesen werden.

Das Kalman-Filter unterscheidet sich vom Luenberger-Beobachter nur in der Berechnung der Fehlerrückführmatrix, sie ist darauf hin optimiert, Meß- und Systemrauschen zu unterdrücken. Die Pole des Kalman-Filters sind nicht frei wählbar, sondern hängen von den Erwartungswerten und Varianzen der Rauschsignale ab. Das Kalman-Filter hat im allgemeinen Tiefpaßcharakteristik. Die Berechnung der Fehlerrückführmatrix für das Kalman-Filter wird in Kap. 15.7.6.2 behandelt.

15.7.6.1 Verfahren auf Basis eines Luenberger-Beobachters

Die Zustandsdarstellung der Asynchronmaschine mit den Zustandsgrößen Statorstrom (meßbar) und Rotorfluß (nicht meßbar) ist in folgender Gleichung dargestellt:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \vec{I}_1 \\ \vec{\Psi}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{I}_1 \\ \vec{\Psi}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 \\ 0 \end{bmatrix} \vec{U}_1 = \mathbf{A} \begin{bmatrix} \vec{I}_1 \\ \vec{\Psi}_2 \end{bmatrix} + \mathbf{B} \vec{U}_1 \quad (15.168)$$

$$\vec{I}_1 = \mathbf{C} \begin{bmatrix} \vec{I}_1 \\ \vec{\Psi}_2 \end{bmatrix} \quad (15.169)$$

Hierbei ist \mathbf{A} die Systemmatrix, \mathbf{B} die Steuermatrix und \mathbf{C} die Beobachtermatrix. Für die einzelnen Elemente gilt:

$$\begin{bmatrix} \vec{I}_1 \\ \vec{\Psi}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{1A} \\ I_{1B} \\ \Psi_{2A} \\ \Psi_{2B} \end{bmatrix} \quad (15.170)$$

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (15.171)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{11} &= - \left[\frac{R_1}{\sigma L_1} + \frac{1 - \sigma}{\sigma T_2} \right] \mathbf{I} = a_{r11} \mathbf{I} \\ \mathbf{A}_{12} &= \frac{M}{\sigma L_1 L_2} \left[\frac{1}{T_2} \mathbf{I} - \Omega_L \mathbf{J} \right] = a_{r12} \mathbf{I} + a_{i12} \mathbf{J} \end{aligned} \quad (15.172)$$

$$\mathbf{A}_{21} = \frac{M}{T_2} \mathbf{I} = a_{r21} \mathbf{I}$$

$$\mathbf{A}_{22} = -\frac{1}{T_2} \mathbf{I} + \Omega_L \mathbf{J} = a_{r22} \mathbf{I} + a_{i22} \mathbf{J}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_1} \cdot \mathbf{I} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \tag{15.173}$$

$$\mathbf{C} = [\mathbf{I} \ \mathbf{0}] \tag{15.174}$$

Die Herleitung von Gl. (15.168) bis (15.174) ist in Kap. 15.1 ausgeführt. Die Matrizen \mathbf{A} und \mathbf{B} enthalten die Motorparameter, wobei \mathbf{A}_{12} und \mathbf{A}_{22} zusätzlich die Rotordrehzahl Ω_L enthalten und damit zeitvariant sind.

Ziel des Beobachterentwurfs ist zunächst die Schätzung des Rotorflusses $\vec{\Psi}_2$. Da die Systemmatrix \mathbf{A} auch von der nicht meßbaren Rotordrehzahl Ω_L abhängt, muß diese ebenfalls geschätzt werden.

Ω_L ist in der angegebenen Zustandsdarstellung keine Zustandsgröße und muß deshalb mit einem separaten „ Ω_L -Schätzer“ kontinuierlich neu bestimmt werden. Das Blockschaltbild in Abb. 15.22 gibt die generelle Struktur des Beobachters einschließlich des „ Ω_L -Schätzers“ an. Zu erwähnen bleibt die strukturelle Ähnlichkeit dieses Verfahrens mit einem MRAS-Verfahren mit dem Unterschied, daß der reale Motor anstelle des Referenzmodells (RM) verwendet wird.

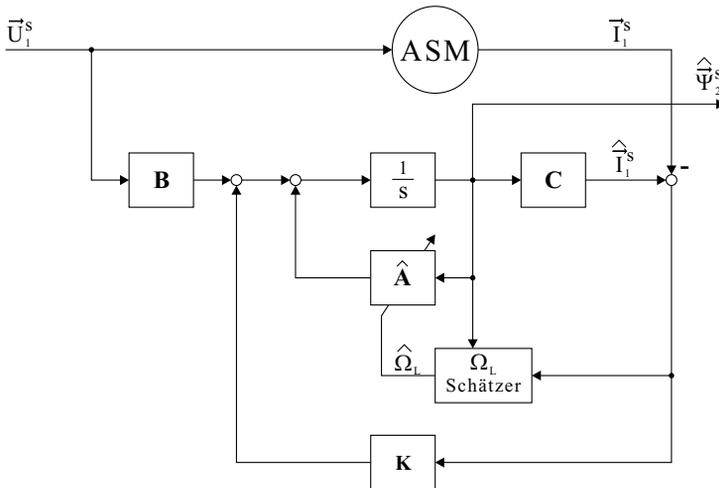


Abb. 15.22: Blockschaltbild der Verfahren auf Basis eines Luenberger-Beobachters

Der Statorstrom und der Rotorfluß werden über den Luenberger-Beobachter geschätzt, wobei der Statorstrom für den Fehlervergleich verwendet wird. Die Beobachterzustandsgleichungen können wie folgt geschrieben werden [663]:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{\vec{I}}_1 \\ \hat{\vec{\Psi}}_2 \end{bmatrix} = \hat{\mathbf{A}} \begin{bmatrix} \hat{\vec{I}}_1 \\ \hat{\vec{\Psi}}_2 \end{bmatrix} + \mathbf{B}\vec{U}_1 + \mathbf{K} \left(\hat{\vec{I}}_1 - \vec{I}_1 \right) \quad (15.175)$$

Die Rückführmatrix \mathbf{K} , welche die Luenberger-Koeffizienten enthält, kann gemäß Kap. 5.5.6.2 berechnet werden. Während in Kap. 5.5.6.2 von einer bekannten und zeitinvarianten Systemmatrix \mathbf{A} ausgegangen wurde, ist dies hier nicht möglich. Da die Systemmatrix von der Rotordrehzahl Ω_L abhängt und diese nicht meßbar ist, wird von einer geschätzten Systemmatrix $\hat{\mathbf{A}}$ für den Beobachter ausgegangen. Diese hängt von der geschätzten Rotordrehzahl $\hat{\Omega}_L$ ab.

Ilas et al. [643, 644] untersuchen die Stabilität des Luenberger-Beobachters durch Anwendung des Hyperstabilitätskriterium von Popov analog zu Gl. (15.126) und (15.127).

Kubota [663] verwendet das Kriterium von Lyapunov für den Stabilitätsnachweis sowie zur Bestimmung eines Schätzverfahrens für $\hat{\Omega}_L$. Hierbei kommt folgende Lyapunov-Funktion zum Einsatz:

$$V = \underline{\varepsilon}_{\vec{I}_1}^T \underline{\varepsilon}_{\vec{I}_1} + \frac{1}{\lambda} \left(\Omega_L - \hat{\Omega}_L \right)^2 \quad (15.176)$$

λ ist eine beliebige positive Konstante. Aus Gl. (15.176) erhält man die zeitliche Ableitung von V zu:

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \underline{\varepsilon}_{\vec{I}_1}^T \left\{ (\mathbf{A} + \mathbf{K}\mathbf{C})^T + (\mathbf{A} + \mathbf{K}\mathbf{C}) \right\} \underline{\varepsilon}_{\vec{I}_1} \\ &\quad - 2\Delta\Omega_L \left(\varepsilon_{I_{1A}} \hat{\Psi}_{2B} - \varepsilon_{I_{1B}} \hat{\Psi}_{2A} \right) \frac{1}{c} \\ &\quad + 2\Delta\Omega_L \frac{d\hat{\Omega}_L}{dt} \frac{1}{\lambda} \end{aligned} \quad (15.177)$$

mit $\Delta\Omega_L = \hat{\Omega}_L - \Omega_L$ sowie $c = (\sigma L_1 L_2)/M$ und $\underline{\varepsilon}_{\vec{I}_1} = \hat{\vec{I}}_1 - \vec{I}_1$.

Da die Eigenwerte der Beobachtermatrix $(\mathbf{A} + \mathbf{K}\mathbf{C})$ immer negativ sind, folgt aus Gl. (15.177) das folgende Adaptionsgesetz für $\hat{\Omega}_L$ durch Gleichsetzung des zweiten und dritten Terms [663]:

$$\frac{d\hat{\Omega}_L}{dt} = \frac{\lambda}{c} \left(\varepsilon_{I_{1A}} \hat{\Psi}_{2B} - \varepsilon_{I_{1B}} \hat{\Psi}_{2A} \right) \quad (15.178)$$

Daraus kann $\hat{\Omega}_L$ gemäß Gl. (15.179) berechnet werden:

$$\hat{\Omega}_L = \frac{\lambda}{c} \int \left(\varepsilon_{I_{1A}} \hat{\Psi}_{2B} - \varepsilon_{I_{1B}} \hat{\Psi}_{2A} \right) dt \quad (15.179)$$

Da sich die Motordrehzahl schnell ändern kann, wird in [663] ein verbessertes Schätzverfahren mit zusätzlichem Proportionalanteil vorgeschlagen:

$$\hat{\Omega}_L = K_P \left(\varepsilon_{I_{1A}} \hat{\Psi}_{2B} - \varepsilon_{I_{1B}} \hat{\Psi}_{2A} \right) + K_I \int \left(\varepsilon_{I_{1A}} \hat{\Psi}_{2B} - \varepsilon_{I_{1B}} \hat{\Psi}_{2A} \right) dt \quad (15.180)$$

K_P und K_I sind frei wählbare positive Konstanten. Der Vorteil von Gl. (15.180) gegenüber dem ursprünglichen Adaptionsgesetz nach Gl. (15.179) ist die schnellere Adaption der geschätzten Drehzahl.

In weiteren Veröffentlichungen analysieren Kubota et al. [663–670] verschiedene Teilaspekte genauer. Gemäß [663] muß bezüglich der Auslegung der Beobachterpole folgendes beachtet werden: Ändern sich die Systempole in \mathbf{A} aufgrund einer Variation von Ω_L , so sollten sich die Beobachterpole in $\mathbf{A} + \mathbf{K}\mathbf{C}$ proportional dazu ändern.

In [663] wird dafür folgende Berechnungsvorschrift für \mathbf{K} unter der Berücksichtigung von Gl. (15.168) angegeben:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 & -k_2 \\ k_2 & k_1 \\ k_3 & -k_4 \\ k_4 & k_3 \end{bmatrix} \quad (15.181)$$

$$k_1 = (k - 1)(a_{r11} + a_{r22}) \quad (15.182)$$

$$k_2 = (k - 1)a_{i22} \quad (15.183)$$

$$k_3 = (k^2 - 1)(ca_{r11} + a_{r21}) - c(k - 1)(ca_{r11} + a_{r22}) \quad (15.184)$$

$$k_4 = -c(k - 1)a_{i22} \quad (15.185)$$

Hierbei ist k eine frei wählbare positive Proportionalitätskonstante.

Bei allen bisher dargestellten adaptiven Verfahren in diesem Kapitel erfolgte eine Schätzung der Drehzahl $\hat{\Omega}_L$ entweder durch eine rein integrale Auswertung — wie in Gl. (15.179) — oder durch eine proportional-integrale Auswertung — wie in Gl. (15.180). Bei der Anwendung dieser Rechenvorschrift stellt sich allerdings heraus, daß — wie schon in Kap. 15.1 hingewiesen — bei kleinen Statorfrequenzen und damit insbesondere bei der Statorfrequenz Null und damit außerdem im generatorischen Betrieb bei $\Omega_L - \Omega_2 = 0$ diese Schätzverfahren nicht mehr stabil arbeiten. Der physikalische Grund ist, daß in diesen Betriebsbereichen der Statorstrom und der Magnetisierungsstrom bei $M_{Mi} = 0$ identisch und bei generatorischem Betrieb und $\Omega_1 = 0$ nahezu identisch sind. Das Fehlersignal erkennt deshalb vorwiegend den Fehler in der A-Achse. Der Fehleranteil in der B-Achse, der das Moment betrifft, ist bei dieser Art der Auswertung praktisch nicht erkennbar. Um auch bei dieser Situation eine verbesserte Schätzbasis zu erhalten, wird in [742] das folgende erarbeitete Drehzahlschätzverfahren vorgeschlagen:

$$\hat{\Omega}_L = \frac{\lambda}{c} \int \left[\left(\varepsilon_{I_{1A}} \hat{\Psi}_{2B} - \varepsilon_{I_{1B}} \hat{\Psi}_{2A} \right) + K_P \cdot \text{sign}(\Omega_1) \varepsilon_{I_{1A}} \left| \hat{I}_{1B} \right| \right] dt \quad (15.186)$$

Es sei aber an dieser Stelle nochmals darauf hingewiesen, daß auch mit diesem Schätzverfahren der Drehzahlbereich um Null nicht mit eingeschlossen ist.

Bei den bisherigen Betrachtungen wurden die Motorparameter als konstant und bekannt angenommen. Ändern sich diese etwa aufgrund von Temperatureinflüssen, so beeinflusst dies die Fluß- und Drehzahl-schätzung. Eine Statorwiderstandsänderung hat großen Einfluß auf die Drehzahl-schätzung vor allem bei niedriger Drehzahl. Rotorwiderstandsänderungen beeinflussen die Drehzahl-schätzung über den gesamten Drehzahlbereich in gleichem Maße. Um eine korrekte Drehzahl-schätzung zu erreichen, müssen diese Widerstandsänderungen mit erfaßt werden. In [667] und [668] wird ein adaptives Verfahren zur Parameterschätzung für den Statorwiderstand und die Rotorzeitkonstante vorgeschlagen. Die Ableitung der Parameteradaptionsgleichungen erfolgt analog zu Gl. (15.177) bis (15.179). Es ergeben sich folgende Adaptionsgleichungen:

$$\frac{d}{dt} \hat{R}_1 = -\lambda_1 \left(\varepsilon_{I_{1A}} \hat{I}_{1A} + \varepsilon_{I_{1B}} \hat{I}_{1B} \right) \tag{15.187}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\hat{T}_2} \right) = \frac{\lambda_2}{L_2} \left[\varepsilon_{I_{1A}} \left(\hat{\Psi}_{2A} - M \hat{I}_{1A} \right) + \varepsilon_{I_{1B}} \left(\hat{\Psi}_{2B} - M \hat{I}_{1B} \right) \right] \tag{15.188}$$

in denen λ_1 und λ_2 wählbare positive Konstanten sind. Das zugehörige Blockschaltbild ist in Abb. 15.23 dargestellt.

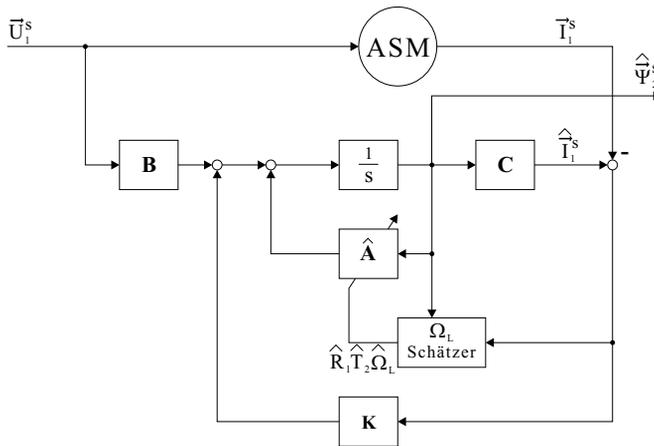


Abb. 15.23: Blockschaltbild des Verfahrens mit Luenberger-Beobachter und Parameterschätzung

Du et al. [604] stellen fest, daß ein Luenberger-Beobachter nur bei Anwendung auf lineare Systeme gute Ergebnisse liefert. Sie schlagen deshalb einen erweiterten Beobachter (*Extended Luenberger Observer, ELO*) durch Hinzufügen von weiteren Zustandsvariablen vor, durch die die Dimension des Zustandsvektors von vier auf sechs erhöht wird. Der neue Zustandsvektor setzt sich aus

$$x = [I_{1A} \ I_{1B} \ \Psi_{1A} \ \Psi_{1B} \ \Omega_L \ M_w]^T \tag{15.189}$$

zusammen, in dem die hinzugefügten Größen die Rotordrehzahl Ω_L und das Lastmoment M_w sind. An dieser Stelle soll darauf hingewiesen werden, daß die Rotordrehzahl als Zustandsvariable betrachtet wird und deshalb, wie die Ströme und Flüsse, geschätzt wird.

Tsuji et al. [747] erweitern die bisherigen Verfahren um eine Berücksichtigung von Meßfehlern der Motorklemmenspannung. Dieser Meßfehler wird als zusätzliche Zustandsgröße im Beobachter berücksichtigt und verbessert somit die Schätzung von Ψ_2 und Ω_L . Hierbei werden zwei Fälle unterschieden: Im ersten Fall wird von einem konstanten Spannungsoffset ausgegangen, im zweiten Fall wird ein zusätzlicher zur Referenzspannung proportionaler Meßfehler berücksichtigt.

Unter der Annahme, daß nur eine Gleichspannungskomponente als Fehler existiert, erhält man folgende Gleichungen für die gemessene Spannung: \vec{U}_1^* :

$$\vec{U}_1^* = \vec{U}_1 + \vec{U}_{d0} \tag{15.190}$$

Hierbei ist \vec{U}_1 die an der Maschine anliegende Klemmenspannung und \vec{U}_{d0} der Gleichspannungsoffset der Messung. Der Gleichspannungsoffset wird als zusätzliche Zustandsgröße interpretiert.

Der erweiterte Luenberger-Beobachter ergibt sich dann mit Gl. (15.168) bis (15.174) zu:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{\Psi}_2 \\ \hat{U}_{d0} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} a_{r11} & a_{r12} - j\rho\hat{\Omega}_L & -b_s \\ a_{r21} & a_{r22} + j\hat{\Omega}_L & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{\Psi}_2 \\ \hat{U}_{d0} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} b_s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \vec{U}_1^* + \underline{k} \left(\vec{I}_1 - \underline{c}^T \begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{\Psi}_2 \\ \hat{U}_{d0} \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \tag{15.191}$$

Die Matrixkomponenten a_{rij} ergeben sich zu:

$$\begin{aligned} a_{r11} &= -\frac{R_1}{\sigma L_1} - \frac{1 - \sigma}{\sigma T_2} & a_{r12} &= \frac{M}{\sigma L_1 L_2 T_2} \\ a_{r21} &= \frac{M}{T_2} & a_{r22} &= -\frac{1}{T_2} & \underline{c}^T &= [1 \ 0 \ 0] \\ b_s &= \frac{1}{\sigma L_1} & \rho &= \frac{M}{\sigma L_1 L_2} \end{aligned}$$

Der \underline{k} -Vektor wird angenommen zu:

$$\underline{k} = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} + jk_{12} \\ k_{21} + jk_{22} \\ k_{31} + jk_{32} \end{bmatrix} \tag{15.192}$$

Mit dem Fehlervektor

$$\underline{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \vec{I}_1 - \hat{I}_1 \\ \vec{\Psi}_2 - \hat{\Psi}_2 \\ \vec{U}_{d0} - \hat{U}_{d0} \end{bmatrix} \tag{15.193}$$

erhält man die Fehlerdifferenzialgleichung

$$\frac{d}{dt}\underline{\varepsilon} = \mathbf{A}_\varepsilon \underline{\varepsilon} = \begin{bmatrix} a_{r11} - k_1 & a_{r12} - j\rho\hat{\Omega}_L & -b_s \\ a_{r21} - k_2 & a_{r22} + j\hat{\Omega}_L & 0 \\ -k_3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \underline{\varepsilon} \tag{15.194}$$

Da die Komponenten von $\underline{\varepsilon}$ komplexe Zeigergrößen sind, kann nun auch der \underline{k} -Vektor komplexe Werte enthalten. Durch Koeffizientenvergleich der Eigenwerte von \mathbf{A}_ε mit einem Wunschkpolynom dritten Grades können die Elemente von \underline{k} bestimmt werden.

Nimmt man an, daß im Fehlersignal neben einer gleichbleibender Komponente auch eine veränderliche Komponente existiert, die proportional zur gemessenen Spannung \vec{U}_1^* ist, dann ergibt sich mit

$$\vec{U}_d = \vec{U}_{d0} + \vec{U}_{dh} = \vec{U}_{d0} + \alpha \vec{U}_1^* \tag{15.195}$$

die gemessene Spannung \vec{U}_1^* zu:

$$\vec{U}_1^* = \vec{U}_1 + \vec{U}_d \tag{15.196}$$

Der erweiterte Beobachter hat nun folgende Struktur:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{\Psi}_2 \\ \hat{U}_{d0} + \hat{U}_{dh} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} a_{r11} & a_{r12} - j\rho\hat{\Omega}_L & -b_s \\ a_{r21} & a_{r22} + j\hat{\Omega}_L & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{\Psi}_2 \\ \hat{U}_{d0} + \hat{U}_{dh} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} b_s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \vec{U}_1^* + \underline{k} \left(\vec{I}_1 - \underline{c}^T \begin{bmatrix} \hat{I}_1 \\ \hat{\Psi}_2 \\ \hat{U}_{d0} + \hat{U}_{dh} \end{bmatrix} \right) \end{aligned} \tag{15.197}$$

Die Schätzung der Drehzahl erfolgt über die Fehlergleichung

$$\dot{\underline{\varepsilon}} = (\mathbf{A} + \underline{k}\underline{c}^T) \underline{\varepsilon} + \mathbf{W} \hat{\underline{x}}_\varepsilon \tag{15.198}$$

mit

$$\begin{aligned} \varepsilon_\Omega &= \Omega_L - \hat{\Omega}_L \\ \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} a_{r11} & a_{r12} & b_s \\ a_{r21} & a_{r22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{W} = \begin{bmatrix} 0 & -j\rho & 0 \\ 0 & j & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

und führt zum Ergebnis (siehe auch Gl. (15.178)):

$$\frac{d}{dt} \hat{\Omega}_L = \lambda \cdot \rho \left(\varepsilon_{I_{1A}} \hat{\Psi}_{2B} - \varepsilon_{I_{1B}} \hat{\Psi}_{2A} \right) \quad (15.199)$$

In Abb. 15.24 ist das Blockschaltbild dieses Verfahrens angegeben, wobei gilt:

$$\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{A} + \mathbf{W} \cdot \hat{\Omega}_L \quad (15.200)$$

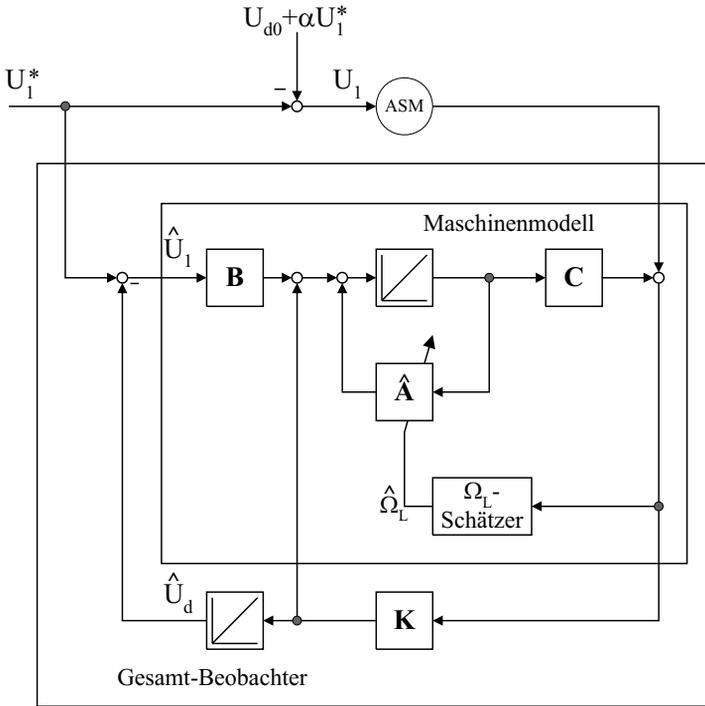


Abb. 15.24: Blockschaltbild des Beobachters unter Berücksichtigung von Meßfehlern

Weitere Verfahren auf Basis des Luenberger-Beobachters, die spezielle anwendungsspezifische Eigenschaften ausnutzen, sind in [564, 644, 662, 706, 707, 742] zu finden.

Einen Kubota/Matsuse [663] vergleichbaren Ansatz für das statorflußorientierte Regelungssystem (vgl. Kap. 14.5.1 bis 14.5.3) beschreiben [513, 600, 610, 611, 628, 661, 753].

Das Verfahren der Indirekten Statorgrößenregelung (Kap. 14.5.2) beinhaltet ohnehin schon ein vollständiges lineares Grundwellenmodell der Asynchronmaschine. Durch Vergleich der in diesem Modell berechneten Statorstromkomponenten mit den Statorstromkomponenten der wirklichen Maschine

kann die Drehzahl geschätzt werden. Um keine zusätzlichen Statorspannungswandler einführen zu müssen, sondern die aufwandsarme Berechnung der Statorspannungen aus der gemessenen Zwischenkreisspannung und den Schaltsignalen beibehalten zu können, müssen die Wechselrichter-Spannungsfehler (durch Schalt- und Verriegelungszeiten sowie Verzögerungszeiten im Ansteuerkreis) sehr viel genauer als bisher korrigiert werden [610, 661]. Dann kann der in Abb. 14.70 gestrichelt dargestellte Luenberger-Beobachter zur Korrektur des Nachbildungsfehlers der Statorspannung entfallen, und die in der Differenz der Statorströme enthaltene Information wird zur gleichzeitigen Schätzung von Drehzahl und z.B. des Statorwiderstands frei.

Für die Differenz der Raumzeiger von Modell- und Maschinen-Statorstrom kann eine Differenzgleichung 2. Ordnung mit der zeitlichen Änderung des Produkts aus der Differenz Δn_L der Modell- und der Maschinendrehzahl mit dem Rotorfluß-Raumzeiger als Anregung aufgestellt werden, die für eingeschwungene sinusförmige Ströme (bei ausreichend hoher Schaltfrequenz erfüllt) und kleiner Drehzahlabweichung folgende Lösung ergibt:

$$\Delta \vec{I}_s = \frac{1}{L_\sigma} \cdot \frac{n_s}{(\rho \cdot \sigma - (n_2 + \Delta n_L) \cdot n_1) + (j \cdot (n_2 + \Delta n_L) + n_1)} \cdot \Delta n_L \cdot \vec{\Psi}_2 \quad (15.201)$$

mit den auf die Rotorkippkreisfrequenz normierten Kreisfrequenzen $n_{1,2}$, dem Streufaktor σ (L_σ, L_μ vgl. Ersatzschaltbild nach Abb. 14.60) und der Zeitkonstantenziffer ρ :

$$n_{1,2} = \frac{\Omega_{1,2}}{(R_2/L_\sigma)}; \quad \sigma = \frac{L_\sigma}{L_\sigma + L_\mu}; \quad \rho = \frac{L_\sigma + L_\mu}{L_\mu} \cdot \frac{R_s}{R_r}$$

Diese mit Statorfrequenz Ω_1 schwingende Größe wird in bekannter Weise durch Multiplikation mit dem konjugiert-komplexen Raumzeiger des Rotorflusses $|\Psi_2| \cdot e^{-j\beta_s}$ in eine im eingeschwungenen Zustand konstante komplexe Größe transformiert. Nach Normierung auf den Betrag des Quadrats des Rotorflusses und Multiplikation mit einem weiteren komplexen Faktor \underline{K} wird der Imaginärteil als Indikatorgröße für die Drehzahldifferenz genommen. Sie wird einem PI-Regler als Eingangsgröße zugeführt, dessen Ausgang die geschätzte Drehzahl ist.

Im überwiegenden Statorfrequenz- und Drehmomentbereich ist die Indikatorgröße von negativem Vorzeichen; dort wird

$$\underline{K} = (1 + j \cdot n_2) \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + n_2^2}}$$

gesetzt. Nur im Bereich kleiner Statorfrequenzen bei entgegengesetztem Vorzeichen des Drehmoments wechselt der Indikator sein Vorzeichen [513]. Dann muß, wie in [600, 661, 753] gezeigt, durch lastabhängige Rotation des Strom-Differenz-Raumzeigers der Faktor \underline{K} zu

$$\underline{K} = \frac{1 + j \cdot (n_2/\sigma)}{\sqrt{1 + (n_2/\sigma)^2}}$$

gewählt werden. Die Anregelzeit des PI-Reglers wird zu einem Drittel der Streuzeitkonstante gewählt.

Durch die oben erwähnte Imaginärteilbildung wird praktisch die auf dem Rotorflußraumzeiger senkrecht stehende Komponente ausgewertet. Die parallele Komponente kann in analoger Weise zur Schätzung des Statorwiderstands verwendet werden [600]. [753] beschreibt, wie im Stillstand der Maschine ohne Drehmoment auch der Rotorwiderstand bestimmt werden kann, denn nur im Stillstand kann man zwischen Drehzahl- und Rotorwiderstandsfehler unterscheiden. [610] schlägt ein neues Verfahren zur schnellen Unterdrückung parasitärer Gleichanteile in der WR-Ausgangsspannung vor.

Mit der in [600, 610, 753] beschriebenen Signalverarbeitung — vor allem durch die sehr präzise Fehlerkorrektur und die Unterdrückung der parasitären Gleichspannungsanteile — kann der Antrieb bis herab zu einem Betrag der Statorfrequenz von 1% der Nennfrequenz des Antriebs sicher betrieben werden, und es werden Drehzahlnulldurchgänge mit Änderungsgeschwindigkeiten von Rotorkippfrequenz in 3 s beherrscht. Grundsätzlich wird aber, wie schon erwähnt, jeder auf dem linearen Grundwellenersatzschaltbild basierende Drehzahlgeschätzer bei Statorfrequenz Null versagen.

Infolge des sehr kleinen, so nicht beherrschbaren Statorfrequenzbereichs schlagen [600, 610, 661] vor, in diesem Bereich bei angefordertem Drehmoment durch Absenken des Rotorflußbetrags die Schlupffrequenz so zu erhöhen, daß der unzulässige Bereich „übersprungen“ wird. Bei Leerlauf muß dabei ein kleines Zusatzdrehmoment zugelassen werden [610]. Wie z.B. in [611] durch Messungen auf einer Straßenbahn gezeigt wird, kann damit der in der Traktion sehr kritische Bereich des Abfangens und Wiederbeschleunigens eines langsam ein Gefälle herabrollendes Triebfahrzeugs beherrscht werden. Dies entspricht dem Absenken und Wiederanheben der Last eines Hebezeugs mit sehr kleinen Drehzahlen.

[753] beschreibt verschiedene Verfahren (und weist die Funktion durch Messungen an einem 120-kW-Antrieb nach), wie eine drehzahlgeberlose Asynchronmaschine nach Taktsperrung des Umrichters bei entregtem sowie bei reterregtem Zustand und unbekannter, beliebiger Drehzahl wieder gezielt (ohne Überströme) in weniger als einer Sekunde erregt werden kann. Dies ist von Bedeutung für die Traktion, wo die Taktung zur Energieeinsparung im Leerlauf gesperrt wird.

Die vorgestellten Verfahren auf Basis des Luenberger-Beobachters sind durch Simulationen und teilweise durch Messungen validiert worden. Kritisch ist jedoch die Herleitung des Adaptionsgesetzes in Gl. (15.179) zu betrachten. Diese basiert auf einem Lyapunov-Ansatz, der jedoch von einer konstanten Systemmatrix \mathbf{A} ausgeht. Wie aus Gl. (15.172) ersichtlich ist, hängt diese jedoch von der Rotordrehzahl Ω_L ab, so daß die Bezeichnung Eigenwerte nicht mehr zutreffend ist, da es sich um ein zeitvariantes System handelt.

15.7.6.2 Verfahren auf Basis eines Kalman-Filters

Die hier vorgestellten Verfahren basieren auf dem Einsatz eines *Kalman-Filters* der im wesentlichen ein Zustandsbeobachter für lineare Systeme ist, bei dem die

Werte der Rückführmatrix so berechnet werden, daß bei verrauschten Signalen eine optimale Zustandsschätzung erreicht wird. Ziel ist es den Zustandvektor so zu rekonstruieren, daß der quadratische Mittelwert (die Kovarianz) des Rekonstruktionsfehlers minimal wird [42].

Das betrachtete System hat die folgende Beschreibung

$$\dot{\underline{x}}(t) = \mathbf{A}\underline{x}(t) + \mathbf{B}\underline{u}(t) + \underline{v}(t) \tag{15.202}$$

$$\underline{y} = \mathbf{C}\underline{x} + \underline{n}(t) \tag{15.203}$$

mit der Systemstörung $\underline{v}(t)$ und der Meßstörung $\underline{n}(t)$. Die Störungen werden als weißes Rauschen mit den Erwartungswerten

$$E\{\underline{v}(t)\} = \underline{0} \quad E\{\underline{n}(t)\} = \underline{0} \tag{15.204}$$

und den Varianzen

$$E\{\underline{v}(t)\underline{v}^T(\tau)\} = \mathbf{Q}\delta(t - \tau) \quad (\mathbf{Q} \text{ positiv semidefinit}) \tag{15.205}$$

$$E\{\underline{n}(t)\underline{n}^T(\tau)\} = \mathbf{R}\delta(t - \tau) \quad (\mathbf{R} \text{ positiv definit}) \tag{15.206}$$

angenommen. Für das Kalman-Filter wird die gleiche Struktur wie für einen Zustandsbeobachter angesetzt:

$$\dot{\hat{\underline{x}}} = \mathbf{A}\hat{\underline{x}} + \mathbf{B}\underline{u} + \mathbf{K}(\underline{y} - \mathbf{C}\hat{\underline{x}}) \tag{15.207}$$

Das dynamische Verhalten des Schätzfehlers $\underline{\varepsilon}_x = \underline{x} - \hat{\underline{x}}$ wird dann durch die Gleichung

$$\dot{\underline{\varepsilon}} = (\mathbf{A} - \mathbf{K}\mathbf{C})\underline{\varepsilon} + \underline{v} - \mathbf{K}\underline{n} \tag{15.208}$$

beschrieben. Die optimale Zustandsschätzung ergibt sich gemäß [42, 51] wenn man die Rückführmatrix \mathbf{K} folgendermaßen wählt:

$$\mathbf{K}(t) = \mathbf{P}(t)\mathbf{C}^T\mathbf{R}^{-1} \tag{15.209}$$

Hierbei ist $\mathbf{P}(t)$ die Lösung der Matrix-Riccati-Differentialgleichung

$$\dot{\mathbf{P}} = \mathbf{A}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}^T + \mathbf{Q} - \mathbf{P}\mathbf{C}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{C}\mathbf{P} \tag{15.210}$$

die man für den Anfangswert $\mathbf{P}(0) = E\{\underline{\varepsilon}_x(0)\underline{\varepsilon}_x^T(0)\}$ lösen muß. Die Gesamtstruktur des Kalman-Filters ist Abb. 15.25 zu entnehmen.

Das Kalman-Filter kann auch zur Zustandsschätzung nichtlinearer Systeme bzw. linearer Systeme mit unbekanntem Streckenparametern benutzt werden. Dies wird als erweitertes Kalman-Filter (EKF) bezeichnet [5, 10, 51]. Ausgegangen wird von folgender Systembeschreibung:

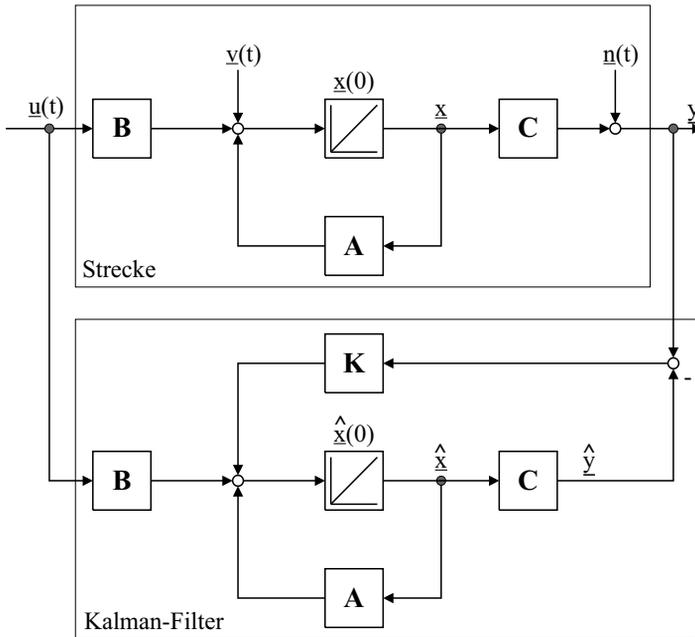


Abb. 15.25: Kalman-Filter

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}}(t) &= \underline{f}(\underline{x}(t), \underline{w}, \underline{u}(t), \underline{v}(t)) \\ \underline{y}(t) &= \underline{g}(\underline{x}(t), \underline{w}, \underline{n}(t)) \end{aligned} \tag{15.211}$$

Die Elemente des unbekanntem Parametervektors \underline{w} werden als zusätzliche Zustandsgrößen aufgefaßt. Man erhält nun einen erweiterten Zustandsvektor

$$\tilde{\underline{x}} = [\underline{x}^T \quad \underline{w}^T]^T \tag{15.212}$$

Die resultierende Systembeschreibung stellt nun ein nichtlineares Differentialgleichungssystem der Form

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\underline{x}}}(t) &= \tilde{\underline{f}}(\tilde{\underline{x}}(t), \underline{u}(t), \underline{v}(t)) \\ \underline{y}(t) &= \underline{g}(\tilde{\underline{x}}(t), \underline{n}(t)) \end{aligned} \tag{15.213}$$

mit

$$\tilde{\underline{f}} = \begin{bmatrix} \underline{f} \\ \underline{0} \end{bmatrix} \tag{15.214}$$

dar. Die Dimension von $\underline{0}$ ist gleich der Anzahl der zu schätzenden Parameter. Da sich die Berechnungsweise des linearen Falls nach Gl. (15.209) und (15.210) auf die Systemmatrizen \underline{A} und \underline{C} stützt, liegt es nahe, diese Matrizen

im nichtlinearen Fall (EKF) durch Linearisierung zu erzeugen. Die linearisierten Systemmatrizen sind wie folgt zu berechnen:

$$\mathbf{A}(t) = \frac{\partial \tilde{f}}{\partial \underline{\tilde{x}}} \quad \mathbf{C}(t) = \frac{\partial g}{\partial \underline{\tilde{x}}} \quad (15.215)$$

Diese Linearisierung muß online in jedem Arbeitspunkt neu berechnet werden. Mit Gl. (15.215) können \mathbf{P} und \mathbf{K} für jeden Zeitpunkt bestimmt werden.

Das Verfahren des erweiterten Kalman-Filters wird nun zur Schätzung des Rotorflusses $\vec{\Psi}_2$ und der Rotordrehzahl Ω_L benutzt. Als Zustandsvektor der Asynchronmaschine wird

$$\underline{x} = [I_{1A} \quad I_{1B} \quad I_{2A} \quad I_{2B}]^T \quad (15.216)$$

verwendet. Die zu schätzenden Komponenten des Rotorflusses berechnen sich aus diesen Zuständen gemäß Gl. (13.64) zu:

$$\Psi_{2A} = MI_{1A} + L_2 I_{2A} \quad (15.217)$$

$$\Psi_{2B} = MI_{1B} + L_2 I_{2B} \quad (15.218)$$

Die nichtlineare Zustandsbeschreibung der Asynchronmaschine ergibt sich gemäß Kap. 15.1 und [642] zu:

$$\begin{aligned} \dot{I}_{1A} &= -\frac{R_1}{\sigma L_1} I_{1A} + \frac{M^2 \Omega_L}{\sigma L_1 L_2} I_{1B} + \frac{M}{\sigma L_1 T_2} I_{2A} - \frac{M \Omega_L}{\sigma L_1} I_{2B} + \frac{1}{\sigma L_1} U_{1A} + v_{1A} \\ \dot{I}_{1B} &= -\frac{M^2 \Omega_L}{\sigma L_1 L_2} I_{1A} - \frac{R_1}{\sigma L_1} I_{1B} - \frac{M \Omega_L}{\sigma L_1} I_{2A} + \frac{M}{\sigma L_1 T_2} I_{2B} + \frac{1}{\sigma L_1} U_{1B} + v_{1B} \end{aligned} \quad (15.219)$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_{2A} &= \frac{MR_1}{\sigma L_1 L_2} I_{1A} - \frac{M \Omega_L}{\sigma L_2} I_{1B} - \frac{1}{\sigma T_2} I_{2A} - \frac{\Omega_L}{\sigma} I_{2B} - \frac{M}{\sigma L_1 L_2} U_{1A} - v_{2A} \\ \dot{I}_{2B} &= \frac{M \Omega_L}{\sigma L_2} I_{1A} + \frac{MR_1}{\sigma L_1 L_2} I_{1B} + \frac{\Omega_L}{\sigma} I_{2A} - \frac{1}{\sigma T_2} I_{2B} - \frac{M}{\sigma L_1 L_2} U_{1B} - v_{2B} \\ y_A &= I_{1A} + n_A \\ y_B &= I_{1B} + n_B \end{aligned} \quad (15.220)$$

Hierbei ist \vec{U}_1 das Eingangssignal, sowie \vec{v}_1 , \vec{v}_2 und \vec{n} die Rauschsignale gemäß Gl. (15.204) und (15.205). Die Meßgröße ist $\vec{y} = [y_A \quad y_B]$.

In der nichtlinearen Zustandsbeschreibung in Gl. (15.219) ist neben den nicht meßbaren Zustandsgrößen I_{2A} und I_{2B} auch die Rotordrehzahl Ω_L unbekannt. Diese wird im Sinne eines erweiterten Kalman-Filters als zusätzliche Zustandsgröße aufgefaßt. Der neue Zustandsvektor ergibt sich demnach zu

$$\underline{\tilde{x}} = [I_{1A} \quad I_{1B} \quad I_{2A} \quad I_{2B} \quad \Omega_L]^T \quad (15.221)$$

Somit ergeben sich die nichtlinearen Zustandsgleichungen des erweiterten Kalman-Filters zu:

$$\dot{\hat{\underline{x}}} = \begin{bmatrix} \underline{f}(\hat{\underline{x}}, U_{1A}, U_{1B}) \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{K} \begin{bmatrix} I_{1A} - \hat{I}_{1A} \\ I_{1B} - \hat{I}_{1B} \end{bmatrix} \tag{15.222}$$

Um die Rückführmatrix \mathbf{K} analog zu Gl. (15.209) bestimmen zu können, muß eine Linearisierung am Arbeitspunkt gemäß Gl. (15.215) durchgeführt werden.

Das globale Verhalten des vorgeschlagenen Systems ist in all jenen Fällen vorteilhaft, in denen starkes Rauschen in den Meßwerten auftreten kann und ein gutes Betriebsverhalten über einen großen Drehzahlbereich gefordert wird. Das vorgeschlagene Verfahren ist im Zusammenhang mit einer feldorientierten Regelung in Abb. 15.26 dargestellt.

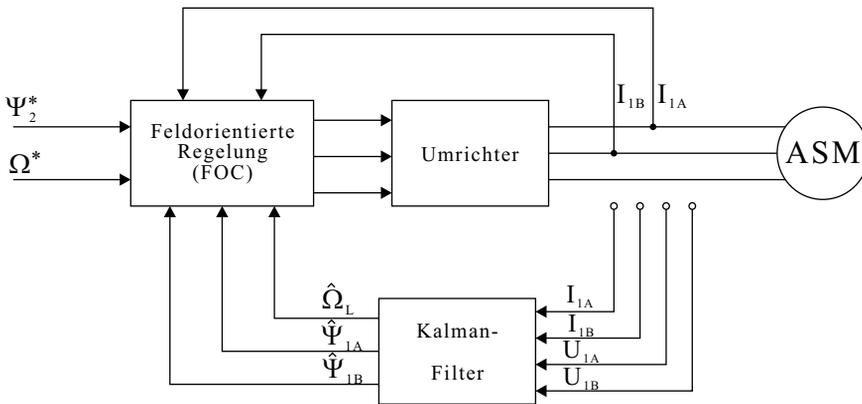


Abb. 15.26: Blockschaltbild eines Systems auf Basis eines Kalman-Filters

In [642] wird das vorgestellte Verfahren zeitdiskret realisiert. Harnefors [307], Young-Real Kim et al. [658] und Sang-uk Kim et al. [660] stellen jeweils Abwandlungen des Verfahrens mittels erweitertem Kalman-Filter vor. Die Unterschiede beziehen sich jedoch nur auf die Zusammensetzung des Zustandsvektors.

Eine weitere Veröffentlichung

[852] Bolognani S., Zigliotto M., Unterkofler K.

On-line Parameter Commissioning in Sensorless PMSM Drives.

beschreibt ein Verfahren zur verbesserten Identifikation der Parameter.

15.8 Schätzverfahren mit neuronalen Netzen

Neuronale Netze können in der einfachsten Ausführung als Funktions- bzw. Oberflächenapproximatoren verwendet werden. In der Literatur wie [1115] sind verschiedene Verfahren und Einsatzgebiete dargestellt. Deshalb soll hier auf eine Wiederholung der Grundlagen nichtlinearer Approximatoren verzichtet werden.

Aufgrund der Fähigkeit derartiger Approximatoren, sich zu adaptieren, d.h. der Lernfähigkeit, wurde von verschiedenen Autoren wie in [568, 608, 609] vorgeschlagen, derartige lernfähige Systeme auch zur Drehzahl- bzw. Schlupfschätzung zu verwenden. In den obigen Veröffentlichungen werden zweischichtige neuronale Netze eingesetzt. Dies bedeutet, die eigentliche besondere Eigenschaft drei- und mehrlagiger neuronaler Netze oder der Fuzzy-Logik, nichtlinearer Zusammenhänge zu erlernen, wird nicht genutzt. Es verbleibt somit ein linearer Funktionsapproximator. Dies ist ausreichend, da nur eine Grundwellen-Betrachtung der Asynchronmaschine stattfindet, und somit nur die Lernregeln genutzt werden.

Als Ausgangsmodell der Asynchronmaschine wird das statorfeste Gleichungssystem verwendet. Als Ausgangsbasis verwenden sie dabei das Motormodell im α, β -System mit den bekannten Gleichungen (13.55) und (13.56):

$$\left. \begin{aligned} U_{1\alpha} &= R_1 I_{1\alpha} + \frac{d\Psi_{1\alpha}}{dt} \\ U_{1\beta} &= R_1 I_{1\beta} + \frac{d\Psi_{1\beta}}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (15.223)$$

$$\left. \begin{aligned} 0 &= R_2 I_{2\alpha} + \frac{d\Psi_{2\alpha}}{dt} + \Omega_L \Psi_{2\beta} \\ 0 &= R_2 I_{2\beta} + \frac{d\Psi_{2\beta}}{dt} - \Omega_L \Psi_{2\alpha} \end{aligned} \right\} \quad (15.224)$$

Aus Gl. (15.58) und (15.88) können zwei unabhängige Schätzer für den Rotorfluß abgeleitet werden:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Psi_{2\alpha}}{dt} &= \frac{L_2}{M} \left(U_{1\alpha} - R_1 I_{1\alpha} - \sigma L_1 \frac{dI_{1\alpha}}{dt} \right) \\ \frac{d\Psi_{2\beta}}{dt} &= \frac{L_2}{M} \left(U_{1\beta} - R_1 I_{1\beta} - \sigma L_1 \frac{dI_{1\beta}}{dt} \right) \end{aligned} \right\} \quad (15.225)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\Psi_{2\alpha}}{dt} &= -\frac{1}{T_2} \Psi_{2\alpha} - \Omega_L \Psi_{2\beta} + \frac{M}{T_2} I_{1\alpha} \\ \frac{d\Psi_{2\beta}}{dt} &= -\frac{1}{T_2} \Psi_{2\beta} + \Omega_L \Psi_{2\alpha} + \frac{M}{T_2} I_{1\beta} \end{aligned} \right\} \quad (15.226)$$

Die Ableitung des Flusses ergibt sich zu:

$$\frac{d\Psi_2}{dt} = \frac{\Psi_2[k] - \Psi_2[k-1]}{T} \quad (15.227)$$

mit der Abtastzeit $T = T_{Abtast}$

Werden die Motorgrößen (Statorstrom und -spannung) in Gl. (15.226) mit der Abtastzeit T gemessen, so ergeben sich die Rotorflüsse zu:

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{2\alpha}[k] &\approx W_1\Psi_{2\alpha}[k-1] - W_2\Psi_{2\beta}[k-1] + W_3\Psi_{1\alpha}[k-1] \\ \Psi_{2\beta}[k] &\approx W_1\Psi_{2\beta}[k-1] + W_2\Psi_{2\alpha}[k-1] + W_3\Psi_{1\beta}[k-1] \end{aligned} \right\} \quad (15.228)$$

mit:

$$W_1 = 1 - \frac{T}{T_2} \quad (15.229)$$

$$W_2 = \Omega_L T \quad (15.230)$$

$$W_3 = \frac{M T}{T_2} \quad (15.231)$$

Gleichung (15.228) kann auch geschrieben werden als:

$$\left. \begin{aligned} \Psi_{2\alpha}[k] &= W_1X_1 - W_2X_2 + W_3X_3 \\ \Psi_{2\beta}[k] &= W_1X_2 + W_2X_1 + W_4X_4 \end{aligned} \right\} \quad (15.232)$$

Dies entspricht einem neuronalen Netz mit einer zweischichtigen Struktur, bei dem X_1, X_2, X_3 und X_4 die Eingänge sowie W_1, W_2, W_3 und W_4 die Gewichte sind und der geschätzte Flußvektor $\vec{\Psi}_2$ der Ausgang ist. Durch Vergleich der vorher geschätzten Flüsse mit den berechneten Flüssen aus Gl. (15.225) können die Gewichte W_1, W_2 und W_3 des neuronalen Netzes adaptiert werden.

Dank des proportionalen Verhaltens zwischen W_2 und Ω_L ist eine Rotordrehzahl-schätzung möglich. Die Gewichte W_1 und W_3 werden konstant gehalten und W_2 „on-line“ meist mit der Deltaregel nachgestellt. Aus der Definition des Fehlers $\varepsilon[k]$ zwischen dem geschätzten Fluß aus Gl. (15.226) und (15.227) erhält man die Energiefunktion:

$$E = \frac{1}{2}\varepsilon[k] \quad (15.233)$$

die minimiert werden muß. Die Änderung des Gewichtes W_2 berechnet sich zu:

$$\Delta W_2 = -\frac{\partial E}{\partial W_2} = -\frac{\partial E}{\partial \Psi_2[k]} \frac{\partial \Psi_2[k]}{\partial W_2} = \varepsilon[k]X_2 \quad (15.234)$$

Die Vorteile dieses Ansatzes liegen in der einfachen Realisierbarkeit. Das Prinzip ist sehr einfach, und es ist kein „off-line“-Lernen erforderlich.

Die Nachteile hängen mit der intern verwendeten Struktur zusammen. Das Verfahren versucht, die Fehler des Flusses durch Adaption von nur einem Gewicht auf Null abzugleichen. Dies ist nahezu unmöglich, da außer dem Flußabgleich auch noch Fehlereinflüsse aufgrund der Änderungen der Widerstände und der Induktivitäten auftreten.

Weiterhin soll wiederum darauf hingewiesen werden, daß die Drehzahl-schätzung indirekt über die Rotorflüsse erfolgt. Schätzungen der

Rotorflüsse sind bei kleinen Drehzahlen immer mit relativ großen Fehlern verbunden, dies gilt insbesondere bei Rauschen.

Es wurde von verschiedenen Autoren auch der Einsatz dreischichtiger neuronaler Netze vorgeschlagen [608], wobei auch rekurrente Netze verwendet wurden.

Wie bereits oben angemerkt, sind dreischichtige Netze nichtlineare Funktions- bzw. Oberflächenapproximatoren, so daß der Stabilitätsnachweis des Lernvorgangs eine allgemeine Schwierigkeit darstellt, die in [71] ausführlich abgehandelt wird.

Bei rekurrenten Netzen werden die Ausgangssignale des Netzes als Eingangssignale rückgekoppelt; aufgrund dieser Struktur ist die Stabilität des Lernvorgangs noch problematischer.

15.9 Auswertung von Harmonischen

Wie schon in der Einleitung in Kap. 15.1 dargestellt, bestehen bei der Rotorflußorientierung aufgrund der abnehmenden Rückwirkung des Rotorsystems mit abnehmender Rotordrehzahl im Bereich um die Drehzahl Null Schwierigkeiten bei der Schätzung der Rotordrehzahl bzw. der Orientierung des Flusses und dessen Amplitude. Wie weiterhin ausgeführt wurde, kann bei der Statorflußorientierung dies zwar zum Teil umgangen werden, es verbleiben aber die Schwierigkeiten bei $\Omega_K = 0$ und insbesondere im generatorischen Betrieb $\Omega_L - \Omega_2 = 0$. Diese Einschränkung führte dazu sekundäre Effekte, als einem ersten Ansatz zu nutzen.

Grundsätzlich wurde in den Ableitungen der Ersatzschaltbilder der Asynchronmaschine in Kap. 13.9 auf die Auswirkung der Eisensättigung hingewiesen, dies ist ein erster sekundärer Effekt. In Kap. 16, in dem die Varianten der Synchronmaschine und deren Signalfußpläne dargestellt werden, wird ein zweiter sekundärer Effekt, die magnetische Unsymmetrie aufgrund konstruktiver Ausprägungen wie bei den Synchron-Schenkelpolmaschinen, den permanenten Synchronmaschinen mit Oberflächenmagneten, den Transversalfußmaschinen oder den Reluktanzmaschinen dargestellt.

Asynchronmaschinen sind im allgemeinen magnetisch symmetrisch aufgebaut, so daß hier durch Zusatzmaßnahmen wie das gezielte geometrische Öffnen von Rotornuten eine magnetische Unsymmetrie hervorgerufen wird. Diese sekundären Effekte führen zu Zusatzsignalen, die eine andere Frequenz — im allgemeinen wird die dritte Harmonische ausgenutzt — als die Grundschwingung haben.

Ein zweiter Ansatz ist die Einprägung von „hochfrequenten“ Stator-Zusatzsignalen und die Auswertung der resultierenden „hochfrequenten“ Antwortsignale.

In diesem Kapitel soll die Auswertung der Harmonischen bei Grundwellenerregung dargestellt werden. Wie schon oben dargestellt, gibt es unterschiedliche Gründe für die Entstehung von Oberschwingungen:

- Oberschwingungen aufgrund der Änderung der Permeabilität zwischen den Stator- und Rotornuten,
- Oberschwingungen aufgrund von Exzentrizitäten,
- Oberschwingungen aufgrund von Sättigungseffekten,
- Oberschwingungen aufgrund der magnetomotorischen Kraft,
- Oberschwingungen aufgrund von Defekten.

Die Auswertung der Oberschwingungen erfolgt vorzugsweise mit zwei Verfahren:

- FFT (Fast Fourier Transformation),
- PLL-Systeme (Phase Locked Loop) aufgebaut aus PLL-Schaltkreisen, Filter mit variabler Kapazität (Switched Capacitor Filter), FVC (Frequency-Voltage-Converter).

Grundsätzlich soll an dieser Stelle bereits darauf hingewiesen werden, daß die vorgeschlagenen Lösungen ebenso bei kleinen Drehzahlen und somit der Drehzahl Null ausfallen, da die Anregung bei kleinen Drehzahlen gering ist, damit das Signal-zu-Rausch-Verhältnis ebenso gering ist und außerdem die Signaltrennung aufgrund der beispielsweise geringen Rotornutenzahl schwierig wird [591, 606, 607, 633, 636, 637, 645, 646, 652, 764, 765].

Der Grundansatz der Verfahren ist, daß bedingt durch die Konstruktion der elektrischen Maschine an sich Änderungen des magnetischen Leitwertes auftreten beispielsweise auch durch die Stator- und die Rotornuten. Es besteht somit ein magnetisches Leitwert-Abbild sowohl des Stators als auch des Rotors. Beide Abbilder überlagern sich, d.h. bei einer Änderung der Rotorposition ändert sich auch das resultierende Abbild. Es ist einsichtig, daß nach einer Drehung des Rotors um eine Rotornutung das gleiche Abbild wieder entsteht. Aus dieser Überlegung ergibt sich, daß das durch die Rotornutung hervorgerufene Signal — bzw. Abbild — eine Funktion der Rotornutenzahl R ist. In gleicher Weise wirkt die Zahl S der Statornuten.

Dies bedeutet letztendlich, die Änderung des resultierenden magnetischen Leitwertes, d.h. die Änderung der magnetischen Widerstandes des Luftspalts bzw. die Änderung des Luftspaltflusses, ist eine Funktion der Differenz der Nutenzahlen $R - S$. Damit ist die hochfrequente Kreisfrequenz Ω_h des magnetischen Luftspalt-Leitwertes die in Gl. (15.235) dargestellte Funktion

$$\Omega_h = \frac{R}{R - S} \Omega_m \quad (15.235)$$

in Abhängigkeit von der mechanischen Kreisfrequenz Ω_m des Rotors.

Aus Gl. (15.235) ist zu entnehmen, daß die Drehrichtungen von Ω_m und Ω_h bei $R > S$ übereinstimmen und bei $R < S$ gegensinnig sind.

Die Änderungen des magnetischen Luftspalt-Leitwertes führen zu entsprechenden Änderungen der resultierenden Induktivität und damit zu entsprechenden Spannungs- bzw. Stromänderungen, d.h. die Rotornutung bildet sich letztlich sowohl in der Amplitude der Statorspannung als auch in der Frequenz ab. Den Vorschlag, statt der Spannung besser die Frequenz auszuwerten, ist aufgrund des problematischen Signal-zu-Rausch-Verhältnisses naheliegend. Die Auswertung kann mittels der „Fast Fourier Transformation“ (FFT) oder mittels „Phase-Locked Loop“ (PLL) erfolgen. Zu beachten ist allerdings, daß durch die Auswertemethoden eine zeitliche Verzögerung und damit ein Fehlerwinkel zu berücksichtigen ist (siehe auch Kap. 13.9).

Wie schon oben angemerkt, sind beispielsweise Schenkelpol-Synchronmaschinen besonders für die obigen Verfahren geeignet, da sie ausgeprägte magnetische Unsymmetrien aufweisen. Elektrische Maschinen wie die Asynchronmaschine oder die Synchron-Vollpolmaschine und entsprechende symmetrisch aufgebaute permanentenerregte Synchronmotoren haben dagegen geringere magnetische Unsymmetrien.

Bei derartigen elektrischen Maschinen müssen eventuelle weitere sekundäre Effekte wie z.B die statische oder dynamische Exzentrizitäten des Rotors zum Stator oder sonstige Defekte ausgenutzt werden. Eine weitere Möglichkeit ist in [714] dargestellt, in dem die durch die Sättigungskennlinie des Eisens erzeugten dritten Harmonischen ausgewertet werden. Es verbleibt damit allerdings, dass für die zuletzt genannten Maschinen die Auswertung deutlich erschwert ist.

Eine verbesserte Ausgangssituation im Drehzahlbereich um Null ergibt sich bei der Einprägung von „hochfrequenten“ Signalen, die im nächsten Kapitel beschrieben wird.

15.10 Anisotropie-basierte Schätzung der Rotorlage

Dr. P. Landsmann, München

Die in diesem Kapitel bisher vorgestellten Verfahren zur drehgeberlosen Regelung von Drehfeldmaschinen ziehen alle die aufgrund der Rotorbewegung induzierte Klemmspannung als Informationsquelle heran. Da diese Spannung mit der Drehzahl skaliert, führt sie bei mittleren bis hohen Drehzahlen zu einem Schätzsignal mit sehr guter Qualität, das in bestimmten Anwendungen sogar die eines Winkelgebers übertreffen kann. Mit abnehmender Drehzahl wird es jedoch schwieriger, die induzierte Spannung von Störfaktoren in der Spannungsgleichung zu unterscheiden, sodass Skalierungsfehler und Offsets bei der Messung, Parameterabweichung oder Vereinfachungen bei der Modellierung sich zunehmend (in Form eines Schätzfehlers oder von Stabilitätsproblemen) bemerkbar machen. So wird der geberlose Betrieb unterhalb 10% Nenndrehzahl meist nur durch erhöhten Modellierungsaufwand möglich und der Bereich unterhalb 1% bis hin zum absoluten Stillstand für diese Grundwellen-basierten Verfahren in aller Regel ausgeschlossen. Für kleine Drehzahlen muss folglich ein anderer physikalischer Effekt als Informationsquelle herangezogen werden, um eine drehgeberlose Regelung im gesamten Drehzahlbereich zu ermöglichen.

Bei den meisten Drehfeldmaschinen unterscheiden sich die Werte der einzelnen Phaseninduktivitäten und weisen eine Abhängigkeit von der Rotorlage auf. Der Unterschied wird nach der Clarke-Transformation als sogenannte Anisotropie beschrieben, welche die Grundlage der Schätzverfahren bildet. Diese Anisotropie rotiert im Idealfall direkt mit dem Rotorwinkel und wird deshalb zur Rotorlageschätzung herangezogen. Dabei benötigt die Analyse der Induktivitäten nur die Kenntnis von Spannung und Stromanstieg, nicht aber das Vorhandensein einer Drehzahl, was diese Anisotropie-basierten Verfahren zur Schätzung der Rotorlage bei Stillstand befähigt.

In diesem Abschnitt soll zunächst näher auf die physikalischen und mathematischen Eigenschaften der Anisotropie einer Induktivität eingegangen werden, um ein Verständnis der Grundlage dieses Schätzansatzes zu schaffen. Darauf folgend werden die bekanntesten Verfahren dieses Themengebiets abgeleitet. Abschließend wird der Zusammenhang zwischen Rotorlage und Ausrichtung der Anisotropie diskutiert und Verfahren zur Kompensation bzw. Aufschlüsselung sog. harmonischer Anisotropien erläutert.

15.10.1 Analytische Betrachtung der Anisotropie einer Induktivität

Als Induktivität soll in Bezug auf Anisotropien immer der Proportionalitätsfaktor zwischen Spannung und zeitlicher Ableitung des Stroms verstanden sein

$$\underline{u}_L^s = \mathbf{L}_s^s \frac{di_s^s}{dt}. \quad (15.236)$$

Unter magnetischer Sättigung ist dieser klar verschieden vom Faktor zwischen Flussverkettung und Strom ($\psi \neq Li$), sondern beschreibt den Anstieg des Strom-Fluss Zusammenhangs im jeweiligen Arbeitspunkt

$$\mathbf{L}_s^s := \frac{\partial \psi^s}{\partial \underline{i}_s^s} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi_\alpha}{\partial i_\alpha} & \frac{\partial \psi_\alpha}{\partial i_\beta} \\ \frac{\partial \psi_\beta}{\partial i_\alpha} & \frac{\partial \psi_\beta}{\partial i_\beta} \end{bmatrix} \quad (15.237)$$

$$= \begin{bmatrix} L_{\alpha\alpha} & L_{\alpha\beta} \\ L_{\beta\alpha} & L_{\beta\beta} \end{bmatrix}. \quad (15.238)$$

Als Folge der Energieerhaltung (durch einen magnetischen Umlauf darf keine Energie gewonnen werden) muss eine Induktivitätsmatrix symmetrisch ($L_{\alpha\beta} = L_{\beta\alpha}$) und positiv semidefinit ($\underline{x}^T \mathbf{L}_s^s \underline{x} \geq 0, \forall \underline{x} \in \mathbb{R}^2$) sein. Als reelle symmetrische Matrix kann \mathbf{L}_s^s folglich gemäß der Hauptachsentransformation [11] immer in eine Diagonalmatrix \mathbf{L}_s^a transformiert werden

$$\mathbf{L}_s^a = \mathbf{T}_a^{-1} \mathbf{L}_s^s \mathbf{T}_a = \begin{bmatrix} L_D & 0 \\ 0 & L_Q \end{bmatrix}, \quad (15.239)$$

wobei die Einträge L_D und L_Q die Eigenwerte von \mathbf{L}_s^s und die Spaltenvektoren von \mathbf{T}_a die zugehörigen normierten Eigenvektoren sind, die in einer symmetrischen Matrix immer orthogonal zueinander sind.

Geometrisch interpretiert stellt \mathbf{T}_a damit die Transformationsmatrix zwischen dem Stator- und dem sog. Anisotropie-Koordinatensystem dar

$$\mathbf{T}_a := \mathbf{T}(\theta_a) = \begin{bmatrix} \cos \theta_a & -\sin \theta_a \\ \sin \theta_a & \cos \theta_a \end{bmatrix}, \quad (15.240)$$

das bezogen auf den Stator um den Winkel θ_a verdreht ist und in dem sich die Induktivität \mathbf{L}_s^a als Diagonalmatrix ergibt. D.h. entlang seiner Koordinatenachsen finden sich der minimale und der maximale Induktivitätswert L_D und L_Q . Spannungen in diesen Richtungen führen zu parallelen Stromanstiegen. In allen anderen Richtungen ergeben sich gemischte Induktivitätswerte und der Stromanstieg ist zur Spannung mehr oder weniger stark verdreht.

Die Ausrichtung der Anisotropie entspricht also der Richtung des Eigenvektors der Induktivitätsmatrix, dem der kleinere Eigenwert L_D zugeordnet ist.

Weil alle heute bewährten Anisotropie-basierten Verfahren geberloser Regelung eine Spannung injizieren und die Stromantwort auswerten, ist der Kehrwert der Induktivität von größerer Bedeutung. Dieser ergibt sich am einfachsten in Anisotropie-Koordinaten

$$\frac{d\underline{i}_s^a}{dt} = \mathbf{Y}_s^a \underline{u}_L^a \quad (15.241)$$

$$\mathbf{Y}_s^a := \mathbf{L}_s^{a-1} = \begin{bmatrix} 1/L_D & 0 \\ 0 & 1/L_Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_D & 0 \\ 0 & Y_Q \end{bmatrix}. \quad (15.242)$$

Obwohl keine Frequenz mit einbezogen ist, wird diese invertierte Induktivität in der geberlosen Regelung vereinfachend als Admittanz bezeichnet. Sie stellt prinzipiell die partielle Ableitung des Stromes nach dem Fluss dar und kann mittels Transformation in alle anderen Koordinatensysteme überführt werden. So gilt in z.B. in Statorkoordinaten

$$\mathbf{Y}_s^s = \begin{bmatrix} \frac{di_\alpha}{d\psi_\alpha} & \frac{di_\alpha}{d\psi_\beta} \\ \frac{di_\beta}{d\psi_\alpha} & \frac{di_\beta}{d\psi_\beta} \end{bmatrix} \tag{15.243}$$

$$= \mathbf{T}_a \mathbf{Y}_s^a \mathbf{T}_a^{-1} \tag{15.244}$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \theta_a & -\sin \theta_a \\ \sin \theta_a & \cos \theta_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_D & 0 \\ 0 & Y_Q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_a & \sin \theta_a \\ -\sin \theta_a & \cos \theta_a \end{bmatrix} \tag{15.245}$$

$$= \begin{bmatrix} Y_D \cos^2 \theta_a + Y_Q \sin^2 \theta_a & (Y_D - Y_Q) \sin \theta_a \cos \theta_a \\ (Y_D - Y_Q) \sin \theta_a \cos \theta_a & Y_D \sin^2 \theta_a + Y_Q \cos^2 \theta_a \end{bmatrix}. \tag{15.246}$$

Gl. (15.246) kann zur Beschreibung der anisotropen Admittanzmatrix in beliebigen Koordinaten verwendet werden, wenn für θ_a der Winkel zwischen dem jeweiligen Referenz- und dem Anisotropie-Koordinatensystem eingetragen wird. Abbildung 15.27 zeigt die Veränderung der Einträge der Admittanzmatrix \mathbf{Y}_s^s

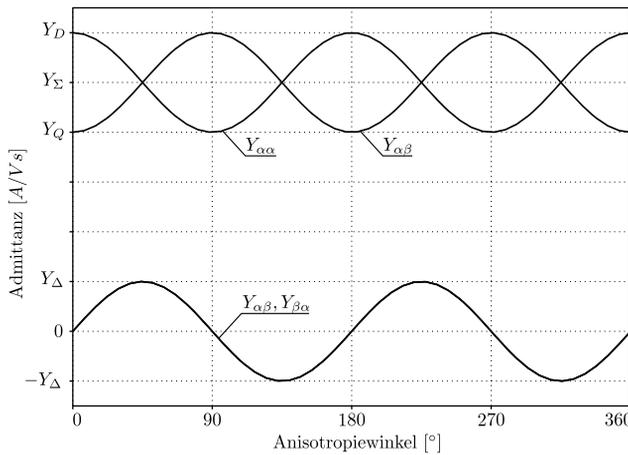


Abb. 15.27: Einträge der statorfesten Admittanzmatrix (idealisiert).

über dem Anisotropiewinkel. In dieser idealisierten Darstellung (ohne Harmonische) wird die typische, zweifache Periodizität der Einträge von \mathbf{Y}_s^s deutlich, die den Rotorwinkel nur in innerhalb einer halben elektrischen Umdrehung $[0, \pi]$ eindeutig zugeordnet lässt. Deshalb müssen alle Anisotropie-basierten Verfahren in einer Initialisierungssequenz die Polarität ermitteln (siehe Abschnitt 15.10.4) und dürfen diese während des späteren Trackings niemals verlieren.

Um weitere Interpretationen zu ermöglichen, wird Gl. (15.246) im Folgenden zusammengefasst. Durch die Einführung der mittleren Admittanz

$$Y_{\Sigma} = \frac{Y_D + Y_Q}{2} \quad (15.247)$$

und der Admittanzdifferenz

$$Y_{\Delta} = \frac{Y_D - Y_Q}{2}, \quad (15.248)$$

kann von den zwei trigonometrischen Umformungen

$$A \cos^2 x + B \sin^2 x = \frac{A+B}{2} + \frac{A-B}{2} \cos 2x \quad (15.249)$$

$$\sin x \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x \quad (15.250)$$

Gebrauch gemacht und Gl. (15.246) in seine zwei wesentliche Komponenten zerlegt werden

$$\mathbf{Y}^s = \begin{bmatrix} Y_{\Sigma} + Y_{\Delta} \cos 2\theta_a & Y_{\Delta} \sin 2\theta_a \\ Y_{\Delta} \sin 2\theta_a & Y_{\Sigma} - Y_{\Delta} \cos 2\theta_a \end{bmatrix} \quad (15.251)$$

$$= Y_{\Sigma} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + Y_{\Delta} \begin{bmatrix} \cos 2\theta_a & \sin 2\theta_a \\ \sin 2\theta_a & -\cos 2\theta_a \end{bmatrix} \quad (15.252)$$

$$= Y_{\Sigma} \mathbf{I} + Y_{\Delta} \mathbf{S}(\theta). \quad (15.253)$$

Die nun erzielte Gl. (15.253) ist eine der zentralen Werkzeuge der Anisotropie-basierten geberlosen Regelung und macht die Wirksamkeit einer Anisotropie sehr anschaulich. Der linke Term beschreibt den isotropen Anteil der Stromantwort, um den der rechte Term eine kreisförmige Rotation erzeugt.

Um Gleichung (15.253) besser zu veranschaulichen, zeigt Abbildung 15.28 eine der essenziellen Grundskizzen für Anisotropie-basierte Verfahren: die Stromantwort in Spannungskoordinaten. In Spannungskoordinaten (Superskript u) wirkt die Spannung per Definition horizontal, wodurch nur ein Teil von Gl. (15.253) angeregt wird

$$\frac{d}{dt} \underline{i}_s^u = \mathbf{Y}_s^u \underline{u}_s^u \quad (15.254)$$

$$= (Y_{\Sigma} + Y_{\Delta} \mathbf{S}(\theta)) \begin{bmatrix} |\underline{u}_s^s| \\ 0 \end{bmatrix} \quad (15.255)$$

$$= Y_{\Sigma} |\underline{u}_s^s| \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + Y_{\Delta} |\underline{u}_s^s| \begin{bmatrix} \cos 2\theta \\ \sin 2\theta \end{bmatrix}. \quad (15.256)$$

So ist der isotrope Bestandteil der Stromantwort $Y_{\Sigma} \underline{u}_s^u$ in Abbildung 15.28 horizontal, d.h. parallel zur Spannung ausgerichtet. Um dessen Spitze spannt der rotierende Teil $Y_{\Delta} \mathbf{S}(\theta) \underline{u}_s^u$ einen Kreis auf, auf dem sich die vollständige, anisotrope Stromantwort $\frac{d}{dt} \underline{i}_s^u$ platziert. Die exakte Position auf dem Kreis wird

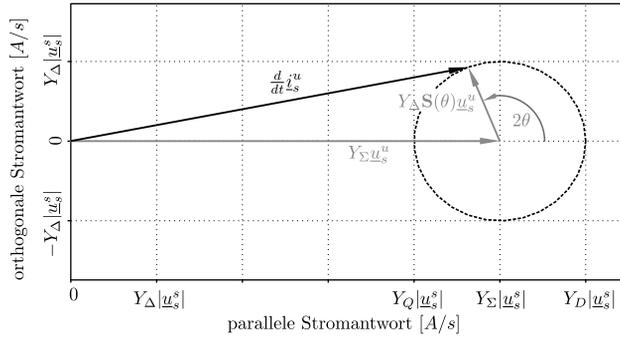


Abb. 15.28: *Stromantwort in Spannungskordinaten.*

durch den zweifachen Winkel 2θ bestimmt, der in diesem Zusammenhang die Differenz zwischen den Ausrichtungen von Anisotropie- und Spannungskordinaten $\theta = \theta_a - \theta_u$ beschreibt.

Zusammenfassend lässt sich ein jeder Unterschied zwischen Phaseninduktivitäten in kartesischen Koordinaten als Anisotropie beschreiben und dieser ein Winkel θ_a zuordnen. Die inverse Induktivität, die vereinfacht als Admittanz bezeichnet wird, weist hinsichtlich des Winkels die gleichen mathematischen Eigenschaften auf, aber eignet sich besser für die spätere Arbeit mit Spannungsinjektion. Durch die Einführung der zusammengefassten Größen Y_Σ und Y_Δ (mittlere Admittanz und Admittanzdifferenz) lässt sich die Admittanzmatrix in ihre zwei wesentlichen Bestandteile auftrennen: ein isotroper Anteil, der eine zur Spannung parallele Stromantwort hervorruft, und ein rotierender Teil, der vom zweifachen Anisotropiewinkel abhängt. Die Abhängigkeit vom *zweifachen* Winkel hat bei allen Anisotropie-basierten Verfahren zur Folge, dass die Rotorlage nur innerhalb einer halben elektrischen Umdrehung eindeutig zugeordnet werden kann, und erfordert eine initiale Information zur Polarität aus anderer Quelle.

15.10.2 Verfahren zur Identifikation der Anisotropie

Wie zuvor erwähnt, wird die Ausrichtung der Anisotropie maßgeblich von der Rotorlage beeinflusst und eignet sich deshalb zur Rotorlageschätzung. Jedoch unterscheiden sich beide Winkel θ_a und θ_r , aufgrund verschiedener nicht-idealer Maschineneigenschaften, mitunter deutlich und müssen deshalb als separate Größen betrachtet werden. In diesem Unterabschnitt 15.10.2 werden Verfahren erläutert, die die Ausrichtung und ggf. weitere Eigenschaften der Anisotropie identifizieren. Davon getrennt werden im anschließenden Unterabschnitt 15.10.3 dann Methoden erörtert, um den ermittelten Anisotropiewerten eine Rotorlage zuzuordnen.

Die Schlüsselinformation zur Identifikation der Anisotropie verbirgt sich in der Induktivität der Maschine, die entsprechend Gl. (15.238) die partielle Ableitung der Flussverkettung $\underline{\psi}_s^s$ nach dem Strom \underline{i}_s^s darstellt. Beginnend mit der allge-

meinen Spannungsgleichung der Statorwicklung einer Drehfeldmaschine in Statorkoordinaten, lässt sich der entsprechende Term leicht ableiten

$$\underline{u}_s^s = R_s \dot{\underline{i}}_s^s + \frac{d\psi^s}{dt} \quad (15.257)$$

$$= R_s \dot{\underline{i}}_s^s + \frac{\partial \psi^s}{\partial \underline{i}_s^s} \frac{d \underline{i}_s^s}{dt} + \frac{\partial \psi^s}{\partial \theta_r} \frac{d \theta_r}{dt} \quad (15.258)$$

$$= R_s \dot{\underline{i}}_s^s + \mathbf{L}_s^s \dot{\underline{i}}_s^s + \frac{\partial \psi^s}{\partial \theta_r} \omega_r. \quad (15.259)$$

Zur Beschreibung der Stromantwort auf eine Spannungsinjektion wird Gl. (15.259) nach der Strom-Ableitung $\dot{\underline{i}}_s^s$ umgestellt

$$\dot{\underline{i}}_s^s = \mathbf{L}_s^{s-1} \underline{u}_s^s - \mathbf{L}_s^{s-1} \left(R_s \dot{\underline{i}}_s^s + \frac{\partial \psi^s}{\partial \theta_r} \omega \right) \quad (15.260)$$

$$= \mathbf{Y}_s^s \underline{u}_s^s - \mathbf{Y}_s^s \left(R_s \dot{\underline{i}}_s^s + \frac{\partial \psi^s}{\partial \theta_r} \omega_r \right). \quad (15.261)$$

In dieser wurden die Terme bereits hinsichtlich ihres Frequenzinhalts aufgetrennt: Der linke Teil enthält abhängig von der Stellgröße sowohl hohe als auch niedere Frequenzen, während der rechte Teil ausschließlich Terme enthält, die sich vergleichsweise langsam ändern. Dabei enthält die Admittanz $\mathbf{Y}_s^s = \mathbf{Y}_s^s(\theta_a)$ die gewünschte Winkelinformation. Auf Basis dieser Gleichung (15.261) werden im Folgenden die wesentlichen Verfahren der geberlosen Regelung um Stillstand abgeleitet.

15.10.2.1 INFORM

Die von Schrödl 1988 veröffentlichte [724] Indirekte Flussermittlung durch Online Reaktanz-Messung (INFORM) war das erste Verfahren zur geberlosen Regelung bei Stillstand und hat in der Industrie heute die vermutlich die größte Bekanntheit. Aufgrund eines Patents war seine Anwendung jedoch lange Zeit nicht frei. Wie im Folgenden beschrieben, besteht die grundsätzliche Idee darin, aus Spannungspulsen in die 3 Phasenrichtungen die Ausrichtung der Anisotropie zu bestimmen.

Es wird zunächst Gl. (15.261) in zeitdiskreter Form dargestellt

$$\Delta \dot{\underline{i}}_s^s = \mathbf{Y}_s^s \underline{u}_s^s \Delta t - \mathbf{Y}_s^s \left(R_s \dot{\underline{i}}_s^s + \frac{\partial \psi^s}{\partial \theta_r} \omega_r \right) \Delta t, \quad (15.262)$$

wobei Δt hier die Dauer einer Konstantspannungsphase $\underline{u}_s^s = \text{const.}$ darstellt. Für kleine Drehzahlen wird angenommen, dass die Drehzahl ω_r und die Rotorposition θ_r während der Spannungspulse näherungsweise konstant sind und dass die Auswirkung des Widerstands vernachlässigbar ist. Dadurch lässt sich mittels Differenzbildung der rechte Term eliminieren und folglich die Wirkung der anisotropen Admittanz isolieren

$$\Delta \underline{i}_s^s[k] - \Delta \underline{i}_s^s[k-1] = \mathbf{Y}_s^s (\underline{u}_s^s[k] - \underline{u}_s^s[k-1]) \Delta t \tag{15.263}$$

$$\Delta^2 \underline{i}_s^s = \mathbf{Y}_s^s \Delta \underline{u}_s^s[k] \Delta t \tag{15.264}$$

$$= \mathbf{Y}_s^s \underline{\psi}_p^s. \tag{15.265}$$

Dabei wurde die Differenz der Spannungszeitflächen zweier Pulse in der Flusseinpprägung $\underline{\psi}_p^s$ zusammengefasst, welche den Betrag ψ_p und die Richtung θ_u hat.

Werden Pulse in die drei Phasenrichtungen gegeben, so ergeben sich für eine beispielhafte Anisotropie-Ausrichtung von 15 elektrischen Grad, die in Abb. 15.29 links schwarz dargestellten Antworten $\Delta^2 \underline{i}_s^s$. Diese werden im nächsten Schritt in

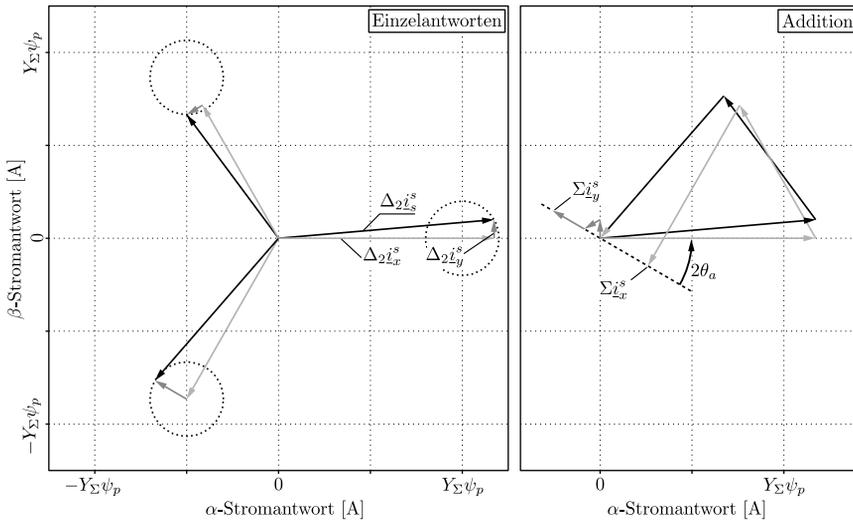


Abb. 15.29: Anisotrope Stromantworten in Statorkoordinaten durch Spannungspulse in die drei Phasenrichtungen.

ihre zur Spannung parallele Komponente $\Delta^2 \underline{i}_x^s$ und in die zugehörige Querkomponente $\Delta^2 \underline{i}_y^s$ zerlegt.

Weil die gesamte Flusseinpprägung aller Pulse gleich Null ist, muss auch die Summe der drei Gesamtantworten $\Delta^2 \underline{i}_s^s$ gleich Null sein. Die vektorielle Addition der Komponentenzeiger ergibt jedoch einen von Null verschiedenen Summenzeiger, der, wie im rechten Teil von Abb. 15.29 dargestellt, für die Parallelantworten $\Sigma \underline{i}_x^s$ mit $-2\theta_a$ und für die Orthogonalantworten $\Sigma \underline{i}_y^s$ mit $\pi - 2\theta_a$ ausgerichtet ist. Folglich lässt sich sowohl aus $\Sigma \underline{i}_x^s$ als auch aus $\Sigma \underline{i}_y^s$ der Anisotropiewinkel direkt berechnen.

Mathematisch lässt sich das INFORM Verfahren ausgehend von der Stromantwort in Spannungskoordinaten (15.256) herleiten, welche hierzu mit dem Betrag der Flusseinpprägung ψ_p dargestellt wird

$$\Delta^2 \underline{i}_s^u = Y_{\Sigma} \psi_p \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + Y_{\Delta} \psi_p \begin{bmatrix} \cos 2(\theta_a - \theta_u) \\ \sin 2(\theta_a - \theta_u) \end{bmatrix}. \tag{15.266}$$

Der x-Anteil in (15.266) beschreibt der Betrag der parallelen Komponente $\Delta^2 \underline{i}_x^s$, der y-Anteil den der orthogonalen Komponente $\Delta^2 \underline{i}_y^s$. Die Richtung beider Komponenten ist durch den jeweiligen Spannungswinkel θ_u , bzw. $\theta_u + \pi$ beschrieben.

Werden die Parallelantworten der drei Phasenrichtungen $\theta_u = 0, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$ vektoriell zu $\Sigma \underline{i}_x^s$ aufsummiert

$$\Sigma \underline{i}_x^s = \sum_{\theta_u=0, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}} \psi_p (Y_\Sigma + Y_\Delta \cos 2(\theta_a - \theta_u)) \begin{bmatrix} \cos \theta_u \\ \sin \theta_u \end{bmatrix} \quad (15.267)$$

$$\begin{aligned} &= Y_\Sigma \psi_p \sum_{\theta_u=0, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta_u \\ \sin \theta_u \end{bmatrix} \\ &+ Y_\Delta \psi_p \sum_{\theta_u=0, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}} \cos 2(\theta_a - \theta_u) \begin{bmatrix} \cos \theta_u \\ \sin \theta_u \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (15.268)$$

so ergeben die isotropen Anteile (Y_Σ ff.) in Summe Null und nur die Summe der anisotropen Terme (Y_Δ ff.) verbleibt.

Nach Einsetzen der konstanten Werte für θ_u und anschließendem Aufspalten der Winkelsubtraktion mittels Additionstheoremen lässt sich schließlich aufzeigen dass $\Sigma \underline{i}_x^s$ einen mit $2\theta_a$ rückwärts rotierenden Vektor ergibt

$$\Sigma \underline{i}_x^s = Y_\Delta \psi_p \left(\cos 2\theta_a \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \cos(2\theta_a + \frac{2\pi}{3}) \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} + \cos(2\theta_a - \frac{2\pi}{3}) \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \right) \quad (15.269)$$

$$= Y_\Delta \psi_p \begin{bmatrix} \cos 2\theta_a - \frac{1}{2} 2 \cos 2\theta_a \cos \frac{2\pi}{3} \\ 0 - \frac{\sqrt{3}}{2} 2 \sin 2\theta_a \sin \frac{2\pi}{3} \end{bmatrix} \quad (15.270)$$

$$= \frac{3}{2} Y_\Delta \psi_p \begin{bmatrix} + \cos 2\theta_a \\ - \sin 2\theta_a \end{bmatrix}. \quad (15.271)$$

Die orthogonale Komponente $\Sigma \underline{i}_y^s$ wird in gleicher Weise aus Betrag und Richtung generiert, vektoriell aufsummiert und mittels Additionstheoremen zusammengefasst

$$\Sigma \underline{i}_y^s = \sum_{\theta_u=0, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}} Y_\Delta \psi_p \sin 2(\theta_a - \theta_u) \begin{bmatrix} -\sin \theta_u \\ +\cos \theta_u \end{bmatrix} \quad (15.272)$$

$$= Y_\Delta \psi_p \left(\sin 2\theta_a \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \sin(2\theta_a + \frac{2\pi}{3}) \begin{bmatrix} \frac{-\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix} + \sin(2\theta_a - \frac{2\pi}{3}) \begin{bmatrix} \frac{+\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \right) \quad (15.273)$$

$$= Y_\Delta \psi_p \begin{bmatrix} 0 - \frac{\sqrt{3}}{2} 2 \cos 2\theta_a \sin \frac{2\pi}{3} \\ \sin 2\theta_a - \frac{1}{2} 2 \sin 2\theta_a \cos \frac{2\pi}{3} \end{bmatrix} \quad (15.274)$$

$$= \frac{3}{2} Y_{\Delta} \psi_p \begin{bmatrix} -\cos 2\theta_a \\ +\sin 2\theta_a \end{bmatrix}. \tag{15.275}$$

Folglich ist \underline{i}_y^s antiparallel zu $\Sigma \underline{i}_x^s$ und rotiert mit $\pi - 2\theta_a$.

Als besonderer Vorteil des INFORM Verfahrens ist zu nennen, dass die Parallelantworten $\Delta^2 \underline{i}_x^s$ durch einen einzelnen Shunt im Zwischenkreis gemessen werden können. Diese Strommessschaltung ist kostengünstig und hat zudem den Vorteil, dass sie Schätzfehler aufgrund unterschiedlicher Skalierung der Phasenstrommessungen ausschließt.

Die Nachteile des INFORM Verfahrens begründet sich durch seine diskontinuierliche Art der Injektion. Zum Einprägen der Testpulse muss die Stromregelung unterbrochen werden, was zu einem Zielkonflikt zwischen Performance des Stromreglers und Update Rate der Positionsschätzung führt. Üblicher Weise werden 500 Pulszyklen pro Sekunde eingepreßt, was bereits eine geringe Update Rate des Positionssignals darstellt und nur eine schwache Filterung erlaubt. Um trotzdem ein zur Regelung hinreichend hohes Signal-Rausch-Verhältnis zu erhalten, muss mit relativ hoher Spannung injiziert werden. Daraus folgen eine bei gleicher Schätzgüte erhöhte Geräuschentwicklung und erhöhte Verluste im Stillstand.

Das INFORM-Verfahren eignet sich damit insbesondere für Low-Cost Anwendungen, in denen das Geräusch keine oder nur eine geringe Relevanz hat.

15.10.2.2 Rotierende Injektion

Als erste kontinuierliche Injektionsform (d.h. ohne Stromreglerunterbrechung) wurde von Lorenz 1994 die rotierende Injektion vorgeschlagen [651]. Sie zählt zu den modulationsbasierten Ansätzen, deren Idee darin besteht, dass ein sinusförmiges Spannungssignal (sog. Träger) von der Anisotropie amplitudenmoduliert in eine Stromantwort überführt wird. Zur Demodulation wird die Trägerkomponente in der Stromantwort durch Frequenzfilter separiert und ihre Amplitude schließlich zur Positionserkennung herangezogen.

Bei der rotierenden Injektion wird von einem kreisförmigen Spannungssignal ausgegangen

$$\underline{u}_c^s := U_c \begin{bmatrix} -\sin \omega_c t \\ +\cos \omega_c t \end{bmatrix}, \tag{15.276}$$

das in Statorkoordinaten eingepreßt wird. Als Trägerfrequenz (engl. carrier, Index c) wird, abhängig von Maschinentyp, Schaltfrequenz und angestrebter Dynamik, ein Wert im Bereich von 500Hz bis 4kHz verwendet.

Die Idee der rotierenden Injektion ist nun, dass sich aus dieser hochfrequent, kreisförmig rotierenden Spannung \underline{u}_c^s durch die Anisotropie der Induktivität eine Ellipse im Strom \underline{i}_c^s ergibt (siehe Abb. 15.30). Diese Ellipse ist immer entlang der Anisotropie orientiert und lässt sich damit im Umkehrschluss nutzen, um die Ausrichtung der Anisotropie zu ermitteln. Der Kernpunkt der Ausrichtungsermittlung ist dabei eine rückwärts rotierende Komponente der Ellipse \underline{i}_{cn}^s , die durch die folgende Herleitung beschrieben werden kann.

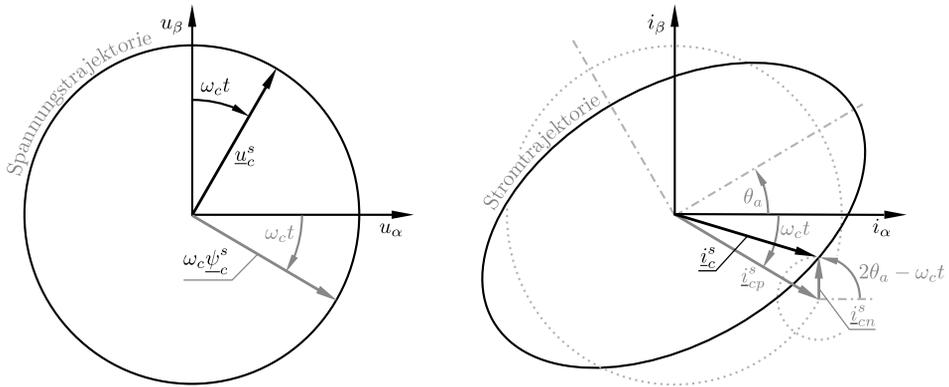


Abb. 15.30: Elliptische Stromantwort bei kreisförmiger Spannungsinjektion.

Unter Vernachlässigung des Widerstands¹ wird die Spannung zu einer Flussverkettung integriert

$$\underline{\psi}_c^s := \int \underline{u}_c^s - R_s \underline{i}_c^s dt \tag{15.277}$$

$$= \frac{U_c}{\omega_c} \begin{bmatrix} \cos \omega_c t \\ \sin \omega_c t \end{bmatrix}, \tag{15.278}$$

welche lediglich den Anteil der Flussverkettung bei Injektionsfrequenz darstellt und deshalb mittelwertfrei ist. Mittels der Admittanz lässt sich $\underline{\psi}_c^s$ ein hochfrequenter Strom \underline{i}_c^s zuordnen

$$\underline{i}_c^s = \mathbf{Y}_s^s \underline{\psi}_c^s. \tag{15.279}$$

Unter Ausnutzung von Gl. (15.253) wird die Stromantwort \underline{i}_c^s in zwei Komponenten zerlegt

$$\underline{i}_c^s = Y_\Sigma \underline{\psi}_c^s + Y_\Delta \mathbf{S}(\theta_a) \underline{\psi}_c^s \tag{15.280}$$

$$= \underbrace{Y_\Sigma \frac{U_c}{\omega_c} \begin{bmatrix} \cos \omega_c t \\ \sin \omega_c t \end{bmatrix}}_{\underline{i}_{cp}^s} + \underbrace{Y_\Delta \frac{U_c}{\omega_c} \begin{bmatrix} \cos(2\theta_a - \omega_c t) \\ \sin(2\theta_a - \omega_c t) \end{bmatrix}}_{\underline{i}_{cn}^s}. \tag{15.281}$$

Die linke Komponente \underline{i}_{cp}^s rotiert gleichsinnig mit der Injektion und ist unabhängig von der Lage der Anisotropie. Die rechte Komponente \underline{i}_{cn}^s rotiert gegensinnig zur Injektion und beinhaltet den Winkeloffset $2\theta_a$.

Wie in Abb. 15.30 dargestellt, wird eine Ellipse also durch die vektorielle Addition zweier gegenläufiger Kreisrotationen beschrieben. Dabei bestimmt der

¹Weil für hochfrequente Ströme die Spannung hauptsächlich über der Induktivität abfällt, machen sich alle modulationsbasierten Ansätze der gerberlosen Regelung diese vereinfachende Annahme zu nutze.

Offset $2\theta_a$ bei welchem Winkel $\omega_c t$ die Zeiger \underline{i}_{cp}^s und \underline{i}_{cn}^s parallel und antiparallel werden und damit die Ausrichtung der Hauptachsen der Ellipse.

Die Schlüsselinformation verbirgt sich also in der rückwärts rotierenden Komponente der Stromantwort, deren Auswertung mittels Transformation und Filterung erfolgt. Zunächst wird die gesamte Strom betrachtet, wie er gemessen wird

$$\underline{i}_s^s = \underline{i}_c^s + \underline{i}_{fm}^s \tag{15.282}$$

$$= \underline{i}_{cp}^s + \underline{i}_{cn}^s + \underline{i}_{fm}^s \tag{15.283}$$

Dieser enthält zusätzlich zum Trägerstrom \underline{i}_c^s noch den Grundwellenanteil \underline{i}_{fm}^s , der zur Drehmomentbildung dient. Im Vergleich zu \underline{i}_c^s besitzt der Grundwellenanteil \underline{i}_{fm}^s in der Regel einen deutlich größeren Betrag und eine deutlich kleinere Frequenz. Im Frequenzspektrum aufgetragen finden sich die drei in Abb. 15.31 dargestellten Komponenten. Der Grundwellenanteil \underline{i}_{fm}^s befindet sich etwa bei ω_a

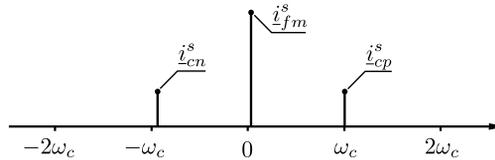


Abb. 15.31: *Frequenzspektrum des Stromes unter rotierender Injektion.*

und die Komponente \underline{i}_{cn}^s bei $2\omega_a - \omega_c$.

Ausgehend von diesem Spektrum wird häufig eine Bandpassfilterung mit Durchlassfrequenz ω_c durchgeführt, um den Grundwellenanteil zu unterdrücken. Um das Prinzip jedoch in seiner einfachsten (funktionsfähigen) Form zu beschreiben, wird dieser Schritt hier übersprungen.

Der gemessene Strom \underline{i}_s^s wird dabei in das mit negativer Injektionsfrequenz $-\omega_c$ rotierende Koordinatensystem transformiert

$$\underline{i}_s^n = \mathbf{T}(\omega_c t) \underline{i}_s^s \tag{15.284}$$

$$= \underbrace{Y_\Sigma \frac{U_c}{\omega_c} \begin{bmatrix} \cos 2\omega_c t \\ \sin 2\omega_c t \end{bmatrix}}_{\underline{i}_{cp}^n} + \underbrace{Y_\Delta \frac{U_c}{\omega_c} \begin{bmatrix} \cos 2\theta_a \\ \sin 2\theta_a \end{bmatrix}}_{\underline{i}_{cn}^n} + \underbrace{\underline{i}_{fm}^s \begin{bmatrix} \cos \omega_c t \\ \sin \omega_c t \end{bmatrix}}_{\underline{i}_{fm}^n}, \tag{15.285}$$

sodass sich die zuvor negativ rotierende Komponente \underline{i}_{cn}^s nun als stehende Komponente \underline{i}_{cn}^n mit der Ausrichtung $2\theta_a$ ergibt. Gleichzeitig weisen die übrigen Komponenten in \underline{i}_s^n , wie in Abb. 15.32 dargestellt, nun eine Rotation mit mindestens Injektionsfrequenz ω_c auf. Dadurch lässt sich die informationstragende Komponente \underline{i}_{cn}^n durch einen Tiefpassfilter (LPF) separieren

$$\underline{i}_f^n = \begin{bmatrix} i_{mlfx} \\ i_{mlfy} \end{bmatrix} = \text{LPF}(\underline{i}_s^n) \tag{15.286}$$

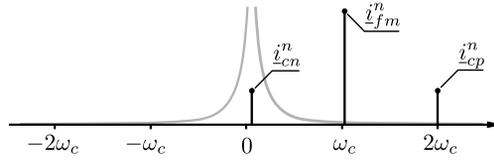


Abb. 15.32: Frequenzspektrum des Stromes nach Transformation mit Andeutung des Filtereinflusses.

$$\approx Y_{\Delta} \frac{U_c}{\omega_c} \begin{bmatrix} \cos 2\theta_a \\ \sin 2\theta_a \end{bmatrix} \tag{15.287}$$

und aus ihr die Anisotropielage berechnen

$$\hat{\theta}_a := \frac{1}{2} \operatorname{atan} \left(\frac{i_{nlfy}}{i_{nlfx}} \right). \tag{15.288}$$

Die Integration dieses Injektionsverfahrens in die feldorientierte Stromregelung erfolgt wie in Abb. 15.33 dargestellt. Nach der Rücktransformation der

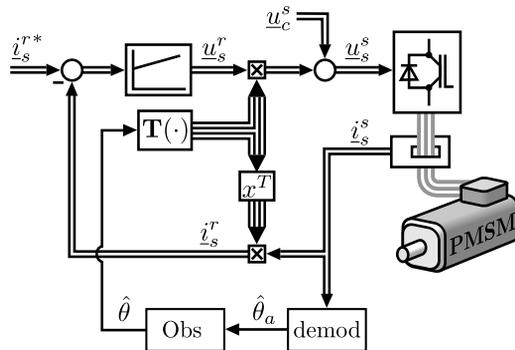


Abb. 15.33: Blockschaltbild rotierende Injektion

vom Stromregler gestellten Sollspannung wird das rotierende Injektionssignal u_c^s (15.276) in Statorkoordinaten aufaddiert. Zur Winkelschätzung wird ebenfalls der Strom in Statorkoordinaten herangezogen, weshalb die rotierende Injektion als Injektion in Statorkoordinaten bezeichnet werden kann. Der Block *demod* beinhaltet die Transformation in das gegenläufige Injektions-Koordinatensystem (15.284), die Filterung (15.287) und die Winkelberechnung (15.288). Zur Reduktion des Rauschgehalts wird der geschätzte Winkel vor der Rückführung zu Regelung entweder gefiltert oder beobachtet, was in Abb. 15.33 durch den Block *Obs* angedeutet ist.

Im Kontrast zum INFORM Verfahren konnte mit der rotierenden Injektion erstmals gleichzeitig die Ausrichtung der Anisotropie geschätzt und der Strom geregelt werden. Der wesentliche Nachteil dieses Ansatzes (sowie aller modulationsbasierten Geberlosverfahren) besteht in der Notwendigkeit, die Injektionsfrequenz von der Grundwellenanregung trennen zu müssen. Denn abweichend

von der idealisierten Darstellung in Abb. 15.31, verursacht ein dynamisch ausgelegter Stromregler Frequenzanteile, die weit oberhalb der Grundwelle liegen - insbesondere bei schnellen Sollwertänderungen. Um die resultierende Interferenz zwischen Stromregler und geberlosem Verfahren abzuschwächen, wird deshalb üblicher Weise die Bandbreite des Stromreglers reduziert und alle übergeordneten Kaskaden entsprechend angepasst. Dennoch gelingt dies nur in begrenztem Ausmaß, weshalb es während dynamischer Stromregelvorgänge immer zu einem Fehler in der Winkelschätzung kommt.

15.10.2.3 Alternierende Injektion

Ein weiterer modulationsbasierter Ansatz, der eine geringere Parameterabhängigkeit versprach, wurde 1998 von Lorenz [590] und 2002 mit Änderungen von Kennel [683] unter dem Namen Alternierende Injektion veröffentlicht. Hierbei wird ein sinusförmiges Spannungssignal, das lediglich in einer Achse schwingt, in Richtung der geschätzten Anisotropie-d-Achse² eingepägt und die relative Verdrehung der Stromantwort zur Injektionsrichtung für die Korrektur der Winkelschätzung verwendet.

Das Prinzip ist in Abb. 15.34 veranschaulicht, in dem zwischen geschätzten und realen Anisotropie-Koordinaten unterschieden wird. Das geschätzte Koordinatensystem ist eine Rechengröße und ergibt sich aus dem geschätzten Anisotropiewinkel. Das reale Anisotropie-Koordinatensystem ist in seiner Ausrichtung nicht bekannt, bestimmt jedoch den physikalischen Zusammenhang zwischen Spannungsinjektion $\underline{u}_c^{\hat{a}}$ und Stromantwort $\underline{i}_c^{\hat{a}}$.

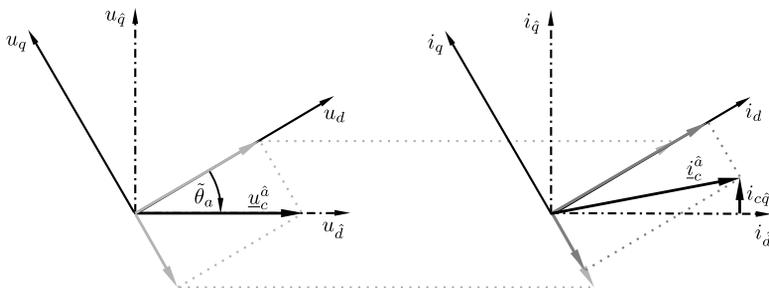


Abb. 15.34: Amplituden-Zeigerdiagramm der alternierenden Injektion bei einem Schätzfehler $\tilde{\theta}_a$

Die Trägerspannung $\underline{u}_c^{\hat{a}}$ wird in geschätzten Koordinaten in die d-Achse eingepägt

$$\underline{u}_c^{\hat{a}} := U_c \cos \omega_c t \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{15.289}$$

²Abhängig vom Vorzeichen der P-Verstärkung der PLL lässt sich ebenfalls eine Injektion in die q-Achse realisieren. Dies hat sich jedoch nicht bewährt, da es einerseits eine größere Spannungsreserve erfordert und andererseits eine Drehmomentwelligkeit hervorruft, die das einhergehende Geräusch verstärkt.

und analog zu Gl. (15.278) zum Trägerfluss aufintegriert

$$\underline{\psi}_c^{\hat{a}} := \frac{U_c}{\omega_c} \sin \omega_c t \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (15.290)$$

Abhängig vom Schätzfehler $\tilde{\theta}_a = \hat{\theta}_a - \theta_a$ hat diese Einprägung in tatsächlichen Anisotropiekoordinaten eine d- und eine q-Komponente

$$\underline{\psi}_c^a := \mathbf{T}(\tilde{\theta}_a) \underline{\psi}_c^{\hat{a}} \quad (15.291)$$

$$= \frac{U_c}{\omega_c} \sin \omega_c t \begin{bmatrix} \cos \tilde{\theta}_a \\ \sin \tilde{\theta}_a \end{bmatrix}. \quad (15.292)$$

Weil die Admittanz in Anisotropiekoordinaten \mathbf{Y}_s^a keine Koppelsterme hat, werden bei der Überführung des Flusses $\underline{\psi}_c^a$ in die Stromantwort \underline{i}_c^a lediglich seine Komponenten unterschiedlich skaliert

$$\underline{i}_c^a := \mathbf{Y}_s^a \underline{\psi}_c^a \quad (15.293)$$

$$= \frac{U_c}{\omega_c} \sin \omega_c t \begin{bmatrix} Y_D \cos \tilde{\theta}_a \\ Y_Q \sin \tilde{\theta}_a \end{bmatrix}. \quad (15.294)$$

In Abb. 15.34 ist diese Skalierung durch die grau gepunkteten Linien zwischen den Diagrammen angedeutet. Nach der Kombination der ausschließlich skalierten Komponenten ergibt sich nun ein in der Richtung verzerrter Gesamtzeiger \underline{i}_c^a , der in geschätzten Koordinaten folglich einen q-Anteil $i_{c\hat{q}}$ hat.

Mathematisch lässt sich dies über die Rücktransformation der Stromantwort \underline{i}_c^a in die geschätzten Koordinaten zeigen

$$\underline{i}_c^{\hat{a}} := \mathbf{T}(-\tilde{\theta}_a) \underline{i}_c^a \quad (15.295)$$

$$= \frac{U_c}{\omega_c} \sin \omega_c t \begin{bmatrix} Y_D \cos^2 \tilde{\theta}_a + Y_Q \sin^2 \tilde{\theta}_a \\ (Y_Q - Y_D) \sin \tilde{\theta}_a \cos \tilde{\theta}_a \end{bmatrix} \quad (15.296)$$

$$= \frac{U_c}{\omega_c} \sin \omega_c t \begin{bmatrix} Y_\Sigma + Y_\Delta \cos 2\tilde{\theta}_a \\ -Y_\Delta \sin 2\tilde{\theta}_a \end{bmatrix}. \quad (15.297)$$

Unter Annahme kleiner Winkelfehler $\tilde{\theta}_a$ wird die q-Komponente zur Vereinfachung linearisiert

$$i_{c\hat{q}} \approx \underbrace{\frac{-2Y_\Delta U_c}{\omega_c}}_{I_{c\hat{q}}} \tilde{\theta}_a \sin \omega_c t, \quad (15.298)$$

sodass sich lineare Regelungsverfahren anwenden lassen, um durch Anpassung des geschätzten Winkels (z.B. $\frac{d}{dt} \hat{\theta}_a := k_p i_{c\hat{q}}$) den Schätzfehler $\tilde{\theta}_a$ zu Null zu regeln.

Zur Vermeidung eines Schleppfehlers unter Drehzahl wird als Reglerprinzip üblicher Weise die Struktur einer Phase Locked Loop (PLL) gewählt, deren Rück-

15.10.2.4 Beliebige Injektion

Nach über 20 Jahren Forschung auf diesem Gebiet wurden ab 2010 Verfahren publiziert [592, 593, 659, 676, 677, 709, 710], die auf eine Vorschrift der Injektionsform verzichten und jede Änderung im Strom zur Schätzung der Anisotropieausrichtung heranziehen. Damit ist die Anregung durch den Stromregler nicht mehr als Störgröße, sondern als zusätzliche Informationsquelle anzusehen. Eine Reduktion der Bandbreite des Stromreglers ist folglich nicht mehr erforderlich, da schnelle Strom-Sollwertänderungen nicht mehr zu einem Schätzfehler (sondern gar zu verbesserter Signalqualität) führen. Bei geringen Drehzahlen, wenn der Strom sich kaum verändert, wird eine Strombewegung mittels Spannungsinjektion eingepreßt. Weil deren Form vom Schätzalgorithmus nicht direkt vorgeschrieben ist, werden diese Verfahren hier allgemein unter dem Begriff *Beliebige Injektion* klassifiziert.

Analog zum INFORM Verfahren, ist der Ausgangspunkt die EMK-bereinigte Stromdifferenz zwischen zwei Abtastschritten

$$\Delta^2 \underline{i}_s \stackrel{(15.265)}{=} \mathbf{Y}_s^s \underline{\psi}_u^s, \quad (15.300)$$

in der $\underline{\psi}_u^s$ die in den zugehörigen Abtastschritten eingepreßte Differenz der Spannungs-Zeit-Flächen ist

$$\underline{\psi}_u^s = (\underline{u}_s^s[k] - \underline{u}_s^s[k-1])\Delta t. \quad (15.301)$$

Dabei beinhaltet \underline{u}_s^s sowohl die Injektion als auch die vom Stromregler gestellte Spannung.

Der Kernpunkt der beliebigen Injektion besteht nun darin, aus Gl. (15.300) den Winkel der Anisotropie zu berechnen. Dabei besteht das grundlegende Problem, dass die 2 Dimensionen von $\Delta^2 \underline{i}_s^s$ und $\underline{\psi}_u^s$ nicht hinreichend sind für ein direktes Auflösen der 3 Freiheitsgrade von \mathbf{Y}_s^s und damit zur Berechnung des Winkels θ_a . In [659] wurde vorgeschlagen, zwei Ströme $\Delta^2 \underline{i}_{s1}^s$ und $\Delta^2 \underline{i}_{s2}^s$ und zwei Flüsse $\underline{\psi}_{u1}^s$ und $\underline{\psi}_{u2}^s$ zu jeweils einer Matrix zu kombinieren

$$\mathbf{I}_s^s = [\Delta^2 \underline{i}_{s1}^s \quad \Delta^2 \underline{i}_{s2}^s] \quad (15.302)$$

$$\underline{\Psi}_u^s = \begin{bmatrix} \underline{\psi}_{u1}^s & \underline{\psi}_{u2}^s \end{bmatrix}. \quad (15.303)$$

Unter der Annahme, dass sich zwischen den Zeiten beider Größen der Winkel und der Sättigungszustand der Maschine nicht änderten, sind die Fluss- und die Strommatrix über eine fixe Admittanzmatrix \mathbf{Y}_s^s verbunden

$$\mathbf{I}_s^s = \mathbf{Y}_s^s \underline{\Psi}_u^s. \quad (15.304)$$

Durch Inversion der Flussmatrix $\underline{\Psi}_u^s$ lässt sich die Admittanz \mathbf{Y}_s^s nun direkt berechnen

$$\mathbf{I}_s^s \underline{\Psi}_u^{s-1} = \hat{\mathbf{Y}}_s^s \quad (15.305)$$

$$= \begin{bmatrix} Y_\Sigma + Y_\Delta \cos 2\theta_a & Y_\Delta \sin 2\theta_a \\ Y_\Delta \sin 2\theta_a & Y_\Sigma - Y_\Delta \cos 2\theta_a \end{bmatrix} \quad (15.306)$$

und ihre Komponenten nach dem Winkel auflösen

$$\hat{\theta}_a = \frac{1}{2} \operatorname{atan} \left(\frac{\hat{Y}_{\alpha\beta} + \hat{Y}_{\beta\alpha}}{\hat{Y}_{\alpha\alpha} - \hat{Y}_{\beta\beta}} \right). \quad (15.307)$$

Problematisch ist hierbei, dass Ψ_u^s für die Inversion vollen Rang haben muss. D.h. die verwendeten Spannungszeiger müssen linear unabhängig (nicht parallel oder antiparallel) sein. Als praktische Auswirkung dieser Einschränkung zeigt sich ein mit sinkender Spannungs-Winkeldifferenz steigender Rauschgehalt in $\hat{\mathbf{Y}}_s^s$ und $\hat{\theta}_a$, was prinzipiell eine Einschränkung der Beliebigkeit darstellt.

In [676, 710] wurde deshalb die Schätzung der mittleren Admittanz Y_Σ von der Winkelschätzung entkoppelt. Wenn der Wert von Y_Σ bekannt ist, reduziert sich die Anzahl der Unbekannten in \mathbf{Y}_s^s und der Winkel lässt sich aus einem einzelnen Zusammenhang zwischen den Vektoren $\Delta^2 i_s^s$ und $\underline{\psi}_u^s$ direkt berechnen. Dazu wird eine isotrope Stromvorhersage $\hat{Y}_\Sigma \underline{\psi}_u^s$ vom gemessenen Strom $\Delta^2 i_s^s$ subtrahiert, wodurch sich der Vorhersagefehler $\underline{e}_{\Delta i}^s$ ergibt

$$\underline{e}_{\Delta i}^s := \Delta^2 i_s^s - \hat{Y}_\Sigma \underline{\psi}_u^s \quad (15.308)$$

$$\stackrel{(15.300)}{=} \mathbf{Y}_s^s \underline{\psi}_u^s - \hat{Y}_\Sigma \underline{\psi}_u^s \quad (15.309)$$

$$\stackrel{(15.253)}{\approx} Y_\Delta \mathbf{S}(\theta_a) \underline{\psi}_u^s \quad (15.310)$$

Wie in Abb. 15.36 dargestellt, spannt der Fehler $\underline{e}_{\Delta i}^s$ einen Kreis um die Stromvorhersage $\underline{\psi}_u^s$ auf und zeigt mit der Spitze auf den gemessenen Strom. Seine Orientierung ist durch die Flusseinprägung $\underline{\psi}_u^s$ und den Anisotropiewinkel

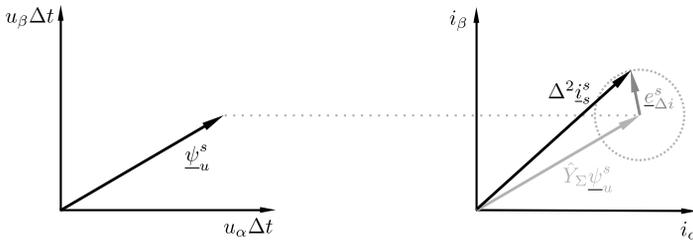


Abb. 15.36: Entstehung des Vorhersagefehlers $\underline{e}_{\Delta i}^s$ im Vektordiagramm

θ_a festgelegt. Dadurch kann Gl. (15.310) im Umkehrschluss, unter Kenntnis des Flusses $\underline{\psi}_u^s$ und des Fehlers $\underline{e}_{\Delta i}^s$, nach dem Anisotropiewinkel θ_a aufgelöst werden

$$\hat{\theta}_a = \frac{1}{2} \operatorname{atan} \left(\frac{\psi_\alpha e_\beta + \psi_\beta e_\alpha}{\psi_\alpha e_\alpha - \psi_\beta e_\beta} \right). \quad (15.311)$$

Weil jeweils nur ein Flussvektor $\underline{\psi}_u^s$ und ein Stromfehlervektor $\underline{e}_{\Delta i}^s$ herangezogen werden, existiert für die Winkelschätzung bei diesem Verfahren [676, 710]

keine Anforderung an die Injektionsform (auch nicht hinsichtlich linearer Unabhängigkeit). Wie zuvor erwähnt, beruht dies auf der Kenntnis der mittleren Admittanz Y_Σ .

In [676] wurde ein allgemeiner Ansatz vorgestellt, der die mittlere Admittanz Y_Σ auf Basis geometrischer Eigenschaften des Kreises in Abb. 15.28 schätzt. Dazu wird zunächst die Stromantwort in Spannungskoordinaten betrachtet und durch die Flusseinprägung dividiert

$$\underline{\gamma}^u = \begin{bmatrix} \gamma_x \\ \gamma_y \end{bmatrix} \tag{15.312}$$

$$\gamma_x = \frac{\Delta^2 \underline{i}_s^{sT} \underline{\psi}_u^s}{\underline{\psi}_u^{sT} \underline{\psi}_u^s} \tag{15.313}$$

$$\gamma_y = \frac{\Delta^2 \underline{i}_s^{sT} \mathbf{J} \underline{\psi}_u^s}{\underline{\psi}_u^{sT} \underline{\psi}_u^s}. \tag{15.314}$$

Als Quotient aus Strom und Fluss ist $\underline{\gamma}^u$ ein Vektor der Einheit A/Vs und wird deshalb im Folgenden, aus Gründen der Kürze, als Admittanzvektor bezeichnet.

Wie in Abb. 15.37 aufgetragen, werden nun 2 Admittanzvektoren $\underline{\gamma}_1^u$ und $\underline{\gamma}_2^u$ als Antworten auf 2 beliebige (linear unabhängige) Flusseinprägungen $\underline{\psi}_{u1}^s$ und $\underline{\psi}_u^s$ betrachtet. Aufgrund obiger Divisionen liegen beide Vektoren unabhängig von der zuvor angelegten Spannung auf dem gleichen Kreis. Aus ihnen werden dann die zwei Zwischengrößen $\underline{\gamma}_\Sigma^u$ und $\underline{\gamma}_\Delta^u$ abgeleitet

$$\underline{\gamma}_\Sigma^u = \frac{\underline{\gamma}_1^u + \underline{\gamma}_2^u}{2} \tag{15.315}$$

$$\underline{\gamma}_\Delta^u = \frac{\underline{\gamma}_1^u - \underline{\gamma}_2^u}{2}. \tag{15.316}$$

$\underline{\gamma}_\Sigma^u$ zeigt vom Koordinatenursprung in die Mitte zwischen $\underline{\psi}_{u1}^s$ und $\underline{\psi}_u^s$; und $\underline{\gamma}_\Delta^u$ überspannt, wie in Abb. 15.37 dargestellt, die Hälfte der Differenz beider Vektoren. Um Y_Σ zu berechnen, muss der Abstand von $\underline{\gamma}_\Sigma^u$ zum Mittelpunkt

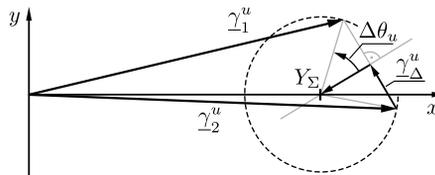


Abb. 15.37: Geometrischer Ansatz zur Schätzung der mittleren Admittanz Y_Σ .

des Kreises ermittelt werden. Dieser lässt sich über $\underline{\gamma}_\Delta^u$ und den Kotangens der Winkeldifferenz zwischen den angelegten Spannungen $\Delta\theta_u = \theta_{u1} - \theta_{u2}$ beschreiben, wobei der Kotangens durch eine Skalar- und Kreuzproduktoperation ersetzt werden kann

$$\begin{bmatrix} \hat{Y}_\Sigma \\ 0 \end{bmatrix} - \underline{\gamma}_\Sigma^u = \cot(\Delta\theta_u) \mathbf{J} \underline{\gamma}_\Delta^u \quad (15.317)$$

$$= \frac{\underline{\psi}_{u1}^s{}^T \underline{\psi}_{u2}^s}{\underline{\psi}_{u1}^s{}^T \mathbf{J} \underline{\psi}_{u2}^s} \mathbf{J} \underline{\gamma}_\Delta^u \quad (15.318)$$

Durch die Auswertung des x-Anteils der vektoriellen Gl. (15.318) ergibt sich abschließend die Berechnungsvorschrift für Y_Σ

$$\hat{Y}_\Sigma = \frac{\gamma_{1x} + \gamma_{2x}}{2} + \frac{\underline{\psi}_{u1}^s{}^T \underline{\psi}_{u2}^s}{\underline{\psi}_{u1}^s{}^T \mathbf{J} \underline{\psi}_{u2}^s} \frac{\gamma_{1y} - \gamma_{2y}}{2}. \quad (15.319)$$

Im Unterschied zur Winkelschätzung selbst, benötigt Gleichung 15.319 linear unabhängige Spannungen und in der Praxis hängt ihr Signal-Rausch-Verhältnis vom Kreuzprodukt zwischen den Spannungszeigern ab. Deshalb empfiehlt es sich zum Ermöglichen beliebiger Injektion die Bandbreite des abschließenden Tiefpassfilters mit dem Kreuzprodukt zu gewichten

$$\hat{Y}_{\Sigma,lpf} = k_{lpf} \left(\underline{\psi}_{u1}^s{}^T \mathbf{J} \underline{\psi}_{u2}^s \right) \left(\hat{Y}_\Sigma - \hat{Y}_{\Sigma,lpf} \right), \quad (15.320)$$

wobei die gesamte Bandbreite des Tiefpassfilters zusätzlich über den Faktor k_{lpf} angepasst werden kann.

Als aktuellstes geberloses Verfahren für den Bereich um Stillstand zeigt die Beliebige Injektion die besten Eigenschaften und wird daher zur Implementation empfohlen. Aus diesem Grund sollen vom Betrieb dieses Verfahrens experimentelle Ergebnisse gezeigt werden. Messergebnisse zu den anderen vorgestellten Verfahren finden sich in den entsprechenden Publikationen [590, 651, 683, 724].

Als Testmaschine wurde eine 2,0kW Synchronmaschine mit Oberflächemontierten Permanentmagneten (Merkes MT4-0750) verwendet. Diese Maschinenart ist unter den Servoantrieben am weitesten verbreitet und stellt wegen ihrer schwachen Anisotropie (Y_Δ beträgt etwa 5 – 15% von Y_Σ) eine Herausforderung für die geberlose Regelung um Stillstand dar. Eine zusätzliche Herausforderung ergibt sich durch die Wahl eines Testszenarios mit überlagertem Drehzahlregler, da hierfür zusätzlich die zeitliche Ableitung des geschätzten Winkelsignals rückgeführt werden muss. Unter anspruchsvollen Bedingungen lassen sich die Eigenschaften eines Verfahrens am besten unter Beweis stellen.

Abb. 15.38 zeigt einen Drehzahl-Sollwertsprung von Stillstand zu 15% Nenn-drehzahl und zurück, welchem innerhalb von etwa 20ms gefolgt werden kann (der Messwert dient nur zum Vergleich). Anhand des Abklingverhaltens des Drehmomentverlaufs lässt sich eine Steifigkeit des Drehzahlregelkreises von etwa 50/s ablesen, was für Anisotropie basierte Verfahren einen vergleichsweise hohen Wert darstellt. Dennoch ist das Drehmomentensignal, obgleich seiner Berechnung aus der Ableitung des geschätzten Anisotropiewinkels, relativ unverrauscht.

Der Winkelfehler (Differenz zwischen geschätztem Anisotropiewinkel und gemessenem elektrischen Rotorwinkel) ist jedoch im Stillstand nicht Null und

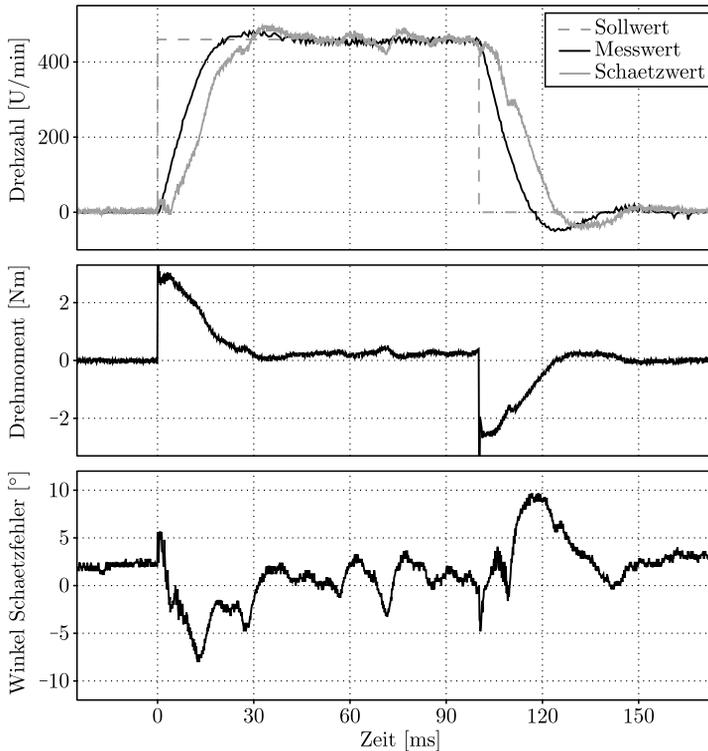


Abb. 15.38: Messergebnis vom geberlosen Betrieb mit beliebiger Injektion

unter Drehzahl zeigt sich in ihm eine Schwingung. Beides begründet sich durch die physikalisch vorhandene periodische Abweichung zwischen Anisotropie- und Rotorwinkel, auf welche im nächsten Abschnitt detailliert eingegangen werden soll. Jene Schwingung überträgt sich durch die zeitliche Ableitung entsprechend verstärkt in das Drehzahlsignal und wird vom Drehzahlregler in das Drehmoment überführt. Es ist daher zu empfehlen, den Anisotropiewinkel nicht direkt zur Regelung zu verwenden, sondern, wie im folgenden Abschnitt erläutert, daraus zunächst den Rotorwinkel zu berechnen.

15.10.3 Zusammenhang zwischen Anisotropie und Rotorlage

Der Ursprungsgedanke Anisotropie-basierter geberloser Regelung ist, dass die magnetische Anisotropie durch die Rotorgeometrie oder durch Permanentmagnet-bedingte Sättigung verursacht und folglich fest mit dem Rotor ausgerichtet ist. Die ersten Verfahren [590, 651, 724] setzten die Ausrichtung der Anisotropie deshalb der Rotorlage gleich und verwendeten sie direkt als Lageinformation für die feldorientierte Regelung und übergeordnete Kaskaden.

In der Praxis ergibt sich die Ausrichtung der Anisotropie jedoch als Ergebnis mehrerer Einflüsse. im Folgenden sollen anhand einer beispielhaften Syn-

chronmaschine mit Oberflächen-montierten Permanentmagneten und verteilter Statorwicklung die zwei wesentlichen Faktoren herausgestellt werden.

Abb. 15.39 zeigt eine Messung der Verschiebung der Anisotropie relativ zur Rotorlage unter Einprägung eines drehmomentbildenden Stromes. Bei Maschi-

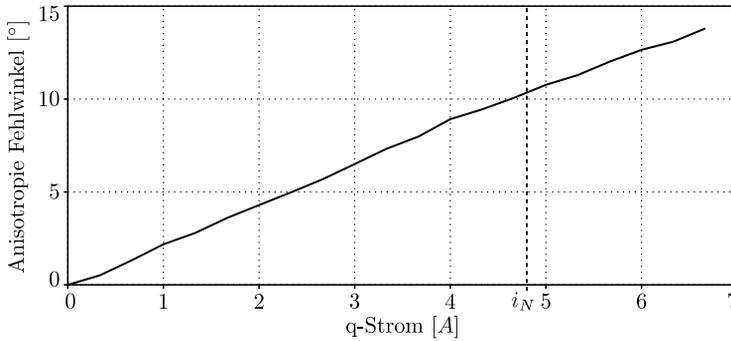


Abb. 15.39: *Abweichung zwischen Anisotropie und Rotorwinkel in Abhängigkeit der Last*

nen mit Oberflächen-montierten Permanentmagneten bildet sich die Anisotropie hauptsächlich sättigungsbedingt aus. Das infolge des q-Stroms entstehende Quersfeld überlagert das Permanentmagnetfeld und verschiebt folglich den Hauptfluss relativ zum Rotor. Die Folge sind ebenfalls verschobene Sättigungserscheinungen und eine resultierende Induktivitätsverteilung, deren Minimum sich in Richtung des q-Stromes wegdreht. Abb. 15.39 zeigt eine typische Verdrehung von etwa 10 elektrischen Grad bei Nennstrom (über eine elektrische Umdrehung gemittelt). Strenggenommen ergibt sich diese Kurve in der Form nur, wenn der Strom auf seiner Solltrajektorie eingepägt wird (in diesem Fall die tatsächliche q-Achse). Ohne entsprechende Winkelkompensation wird der Strom aufgrund dieses Schätzfehlers jedoch in einer falschen Richtung eingepägt. Dies führt zu einer meist nachteiligen Veränderung der Sättigungsverhältnisse, sodass sich bei geschlossener Regelschleife ein noch größerer Fehlwinkel einstellt und jene Schleife bereits bei geringeren Drehmomenten instabil wird.

Wird die relative Verdrehung zwischen Anisotropie und Rotorlage für die gleiche Maschine unter fester Bestromung über dem Rotorwinkel aufgetragen, so ergibt sich der in Abb. 15.40 dargestellte Verlauf. Dieser ist das Resultat des nicht ideal sinusförmigen Aufbaus der Maschine. Insbesondere die Segmentierung des Stators in Nuten und Zähne führt zu einem nicht gleichmäßigen Umlauf der Sättigung bei Drehung des Rotors. Im Ergebnis kommt es zu einem maschinenspezifischen und lastabhängigen Wanken der Anisotropie um die Rotorlage. Bei stark nicht sinusförmigen Maschinen, insbesondere bei Maschinen mit konzentrierten Wicklungen, kann die hohe Intensität dieses Wankens die Anisotropie bei vorwärts drehender Maschine teilweise rückwärts rotieren lassen, was das die Schätzung der Rotorlage erheblich anspruchsvoller macht.

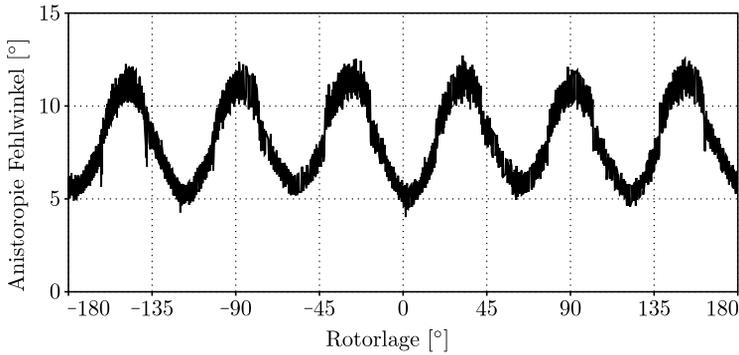


Abb. 15.40: *Unterschied zwischen Anisotropie und Rotorwinkel unter Nennlast in Abhängigkeit des elektrischen Rotorwinkels*

Weil diese Fehlwinkelverläufe bei jeder Maschine immer periodisch (mindestens zweifach) zur elektrischen Rotorlage sein müssen, lassen sie sich als Überlagerung mehrerer harmonischer Anisotropien beschreiben. Im Folgenden wird in Bezug auf dieses Phänomen deshalb die Bezeichnung Harmonische oder Oberwellen verwendet. Die in Abb. 15.40 dargestellte Schwingung mit 6-facher Periodizität, ist durch eine zusätzliche mit doppelter Winkelgeschwindigkeit rückwärts rotierende Anisotropie verursacht und würde in diesem Fall als -2 -fache Harmonische bezeichnet werden.

Besonders nachteilige Auswirkungen zeigt eine solche Schwingung mit 3 elektrischen Grad Amplitude nach ihrer zeitlichen Ableitung im Drehzahlsignal. In diesem skaliert die Amplitude der Schwingung mit der Drehzahl und koppelt durch den Stromregler in das Drehmoment ein. Das Resultat ist eine starke, frequenzvariante Drehmomentschwingung, die Resonanzmodi des Antriebsstrangs anregen und damit Geräusche verursachen und zum Verschleiß bis hin zur Zerstörung des Antriebs führen kann.

Um eine geberlose Regelung mit guten Eigenschaften zu erzielen ist es folglich ratsam, eine Unterscheidung von Anisotropie- und Rotorlage vorzunehmen und unter Verwendung maschinenspezifischer Datensätze den Rotorwinkel aus den Anisotropiewerten gesondert zu berechnen. Dazu gibt es in der Literatur mehrere Ansätze, die im Folgenden erläutert werden sollen.

15.10.3.1 Winkelkorrektur

Die einfachste Möglichkeit zur Kompensation der Harmonischen ist die Winkelkorrektur im Rückführzweig der Ausgangsfilter-PLL. Wie in Abb. 15.41 dargestellt wird dort Mittels der Korrekturfunktion $e_{\theta}(\theta_r, i_M)$ aus dem geschätzten Rotorwinkel θ_r und dem drehmomentbildenden Strom i_M ⁴ der geschätzte Anisotropiewinkel $\hat{\theta}_a$ zugeordnet. Dieser wird dann mit dem über das

⁴Die Variable i_M ist im allgemein Fall eine beliebige eindimensionale Größe, die den Betriebspunkt auf der maschinenspezifischen Stromtrajektorie (z.B. MTPA) zuordnet.

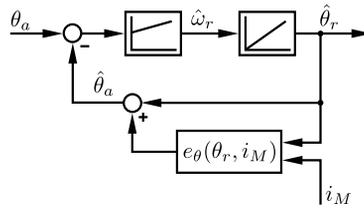


Abb. 15.41: Struktur einer PLL mit Winkelkorrektur im Rückführzweig

geberlose Verfahren gemessenen Anisotropiewinkel θ_a verglichen und anhand der Differenz der geschätzte Rotorwinkel $\hat{\theta}_r$ angepasst. Im eingeschwungenen Zustand ist dann, unter korrekter Oberwellen-Nachbildung mittels $e_\theta(\cdot)$, am Ausgang des Integrators der tatsächliche Rotorwinkel θ_r zu entnehmen. Die Anordnung der Korrektur im Rückführzweig hat zudem den Vorteil, dass die Integratoren der PLL bei höheren Geschwindigkeiten nicht den Geschwindigkeits- und Beschleunigungsvariationen der Anisotropie folgen müssen, da die Abweichung $\theta_a - \hat{\theta}_a$ unter idealer Korrektur frei von Oberwellen ist.

Die Funktion $e_\theta(\theta_r, i_M)$ ist dabei aufgrund der Periodizität der Oberwellen aus einer Summe trigonometrischer Funktionen aufgebaut, die jeweils mit stromabhängigen Faktoren $a_i(i_M)$ und $b_j(i_M)$ skaliert sind

$$e_\theta(\theta_r, i_M) = \sum_{j=-n}^n a_j(i_M) \cos(2j\theta_r) + b_j(i_M) \sin(2j\theta_r). \tag{15.321}$$

Die Symmetrie einer Anisotropie begründet den Faktor 2 im Argument der trigonometrischen Terme. So wird eine statorfeste Anisotropie, die relativ zur Rotorposition mit -1 -fachem Winkel umläuft, durch die Laufvariable $j = -1$ und eine lastbedingte, statische Anisotropieverschiebung durch die Laufvariable $j = 0$ nachgebildet werden.

Die Parametersätze $a_i(i_M)$ und $b_j(i_M)$ können sowohl FEM-basiert, als auch durch geberbehaftete Messreihen gewonnen werden. Neueste Literatur [678, 754] schlägt auch eine Variante zur geberlosen online-Ermittlung dieser Daten vor.

Die Winkelkorrektur im Rückführzweig ist besonders geeignet für die alternierenden Injektion (vgl. Abschnitt. 15.10.2.3), deren Prinzip in einer die Maschine durchziehenden PLL besteht. Wie in Abb. 15.42 dargestellt, wird das Blockschaltbild aus Abb. 15.35 für die Winkelkorrektur um die grauen Blöcke erweitert. Diese Zusatzstruktur nimmt die Transformation zwischen Rotor- und Anisotropiekoordinaten vor, indem sie die Injektionsspannung um den Fehlwinkel e_θ vor- und den gemessenen Strom entsprechend zurückdreht. Dadurch wird die Injektion dem Prinzip entsprechend in Anisotropiekoordinaten durchgeführt und ausgewertet, und die Stromregelung und ggf. weitere Kaskaden werden unter Verwendung des Rotorwinkels θ_r umgesetzt.

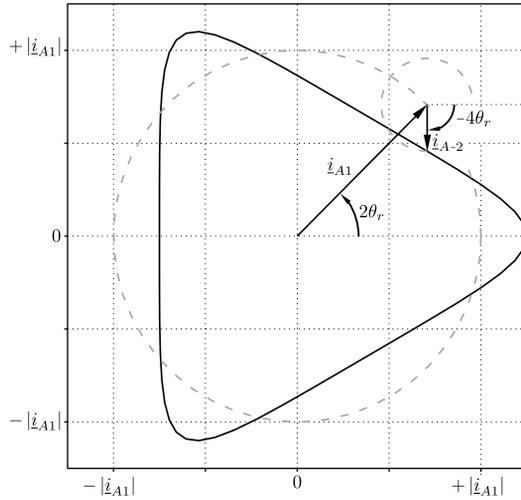


Abb. 15.43: *Trajektorie der Anisotropieinformation \underline{i}_A mit 25% negativer zweiter Harmonischer.*

reine, mit doppeltem Rotorwinkel rotierende Hauptanisotropievektor, der eine atan-basierte Winkelauswertung ermöglicht. Abb. 15.44 veranschaulicht dieses Prinzip am Beispiel des gegenläufigen Stromanteils der Rotierenden Injektion als Quellvektor.

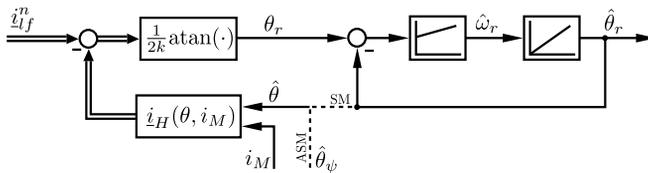


Abb. 15.44: *Kompensation der Harmonischen in den Anisotropieinformationen.*

Der Vorteil dieser Herangehensweise liegt vor allem darin, dass das Abbild der Harmonischen $\underline{i}_H(\theta, i_M)$, nicht nur die Abweichung von der Sinusform bei einer Synchronmaschine (SM) darstellen, sondern ebenfalls zur Trennung von Nutungs- und Feldsättigungseffekten bei einer Asynchronmaschine (ASM) genutzt werden kann. In diesem Fall wird zur Rückführung nicht der geschätzte Rotorwinkel $\hat{\theta}_r$, sondern der geschätzte Feldwinkel $\hat{\theta}_\psi$ verwendet und das Ergebnis der atan-Funktion zusätzlich durch die Nutenzahl k dividiert. Dadurch lässt sich der tatsächliche Rotorwinkel einer Asynchronmaschine ohne Schlupfschätzung, d.h. integralgenau berechnen.

Unter Rückführung des geschätzten Rotorwinkels $\hat{\theta}_r$ (d.h. in der Anwendung auf Synchronmaschinen) hat die Kompensation der Oberwellen jedoch eine logische Stabilitätsgrenze hinsichtlich des Intensitätsverhältnisses zwischen den

Anisotropien. So ist beispielsweise die Kompensation einer zweifach gegenläufigen Anisotropie nicht möglich, wenn sie mehr als 50% der Intensität der Hauptanisotropie aufweist. Auf diesen Zusammenhang wird im nächsten Abschnitt näher eingegangen.

15.10.3.3 Mehrdimensionale Ausnutzung von Oberwellen

Hat die n-te harmonische Anisotropie mehr als den n-ten Bruchteil der Intensität der Hauptanisotropie, so bilden sich in der Trajektorie des Anisotropievektors Schleifen aus. Abb. 15.45 veranschaulicht dies anhand einer zweifach gegenläufigen Anisotropie mit 75% der Intensität der Hauptanisotropie. Bei nicht sinusför-

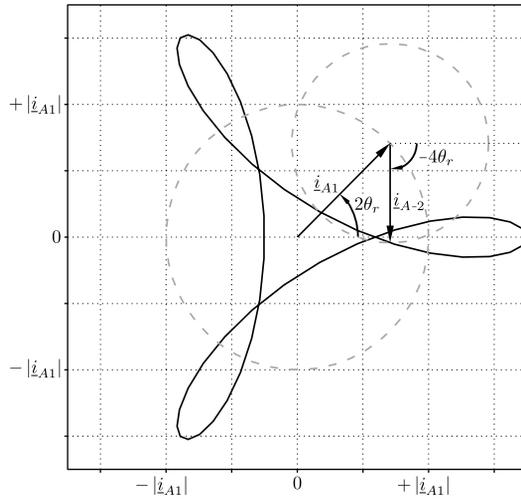


Abb. 15.45: Trajektorie des Anisotropievektors \underline{i}_A mit 75% negativer zweiter Harmonischer.

migen Maschinen finden sich leicht auch noch höhere Verhältnisse - bei Maschinen mit Einzelzahnwicklung z.B. bis über 200%.

Die wesentliche Schwierigkeit hierbei wird durch Abb. 15.46 deutlich: Innerhalb der Schleifen läuft der Winkel der Anisotropie bei vorwärts drehendem Rotor teilweise rückwärts (vgl. gestrichelte Bereiche in Abb. 15.46). Ein einfacher Vergleich zwischen geschätztem und gemessenem Winkel führt in diesem Bereich zu einer falschen Schlussfolgerung hinsichtlich der Korrekturrichtung der PLL. Infolge dessen läuft diese instabil weg und stabilisiert sich erst außerhalb dieses Bereichs. Die Breite der Bereiche hängt dabei vom Intensitätsverhältnis ab.

Hinsichtlich der Stabilitätsgrenze macht es generell keinen Unterschied, ob der Winkel wie in Abschnitt 15.10.3.1 korrigiert wird, oder ob wie in Abschnitt 15.10.3.2 Oberwellen in kartesischen Koordinaten kompensiert werden. Wenn als Kriterium für eine Vorwärts- oder Rückwärtskorrektur der PLL lediglich ein

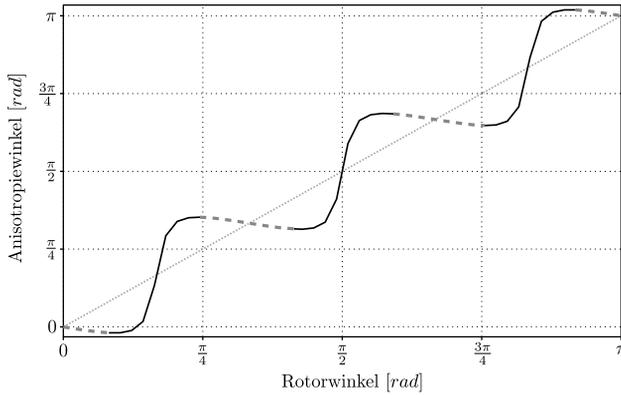


Abb. 15.46: Anisotropiewinkelverlauf bei 75% negativer zweiter Harmonischer.

eindimensionaler Winkelfehler⁵ zum Einsatz kommt, dann kann gegenläufigen Anisotropiebewegungen nicht gefolgt werden.

Im Unterschied zu vorhergehenden Kompensationstechniken wurde in [711] vorgeschlagen, ein mehrdimensionales Kriterium zur Korrektur der PLL zu verwenden. Es wird ebenfalls auf einem zweidimensionalen Abbild harmonischer Anisotropien aufgebaut

$$\hat{i}_A(\hat{\theta}_r, i_M) = \sum_{j=-n}^n \underline{a}_j(i_M) \cos(2j\hat{\theta}_r) + \underline{b}_j(i_M) \sin(2j\hat{\theta}_r), \tag{15.324}$$

jedoch wird nun dessen quadrierte Differenz zum gemessenen Anisotropievektor i_A (vgl. Abb. 15.47) als Fehler definiert

$$\underline{e}_A := \left| i_A - \hat{i}_A \right|^2. \tag{15.325}$$

Ziel der PLL ist es nun durch Anpassung des geschätzten Winkels $\hat{\theta}_r$ diesen Fehler \underline{e}_A zu minimieren. Ähnlich zu den Gradienten-Abstiegsverfahren der Optimierung gibt die erste Ableitung des Fehlers nach dem Winkel $\frac{\partial \underline{e}_A}{\partial \theta_r}$ an, in welcher Richtung der Fehler abnimmt. Diese Ableitung \underline{e}'_A lässt sich entweder analytisch bestimmen, was zu einem komplexeren Ausdruck führt, oder alternativ diskret approximieren

$$\underline{e}'_A = \frac{\partial \underline{e}_A}{\partial \theta_r} \tag{15.326}$$

$$\approx \frac{\left| i_A - \hat{i}_A(\hat{\theta}_r + \Delta\theta, i_M) \right|^2 - \left| i_A - \hat{i}_A(\hat{\theta}_r, i_M) \right|^2}{\Delta\theta}. \tag{15.327}$$

Veranschaulicht wird dies in Abb. 15.47, in der zwei Punkte auf der modellierten

⁵Die Vorgehensweise zur Winkelfehler-Berechnung (atan-Differenz oder Vektorprodukt) ist dabei nicht von Bedeutung.

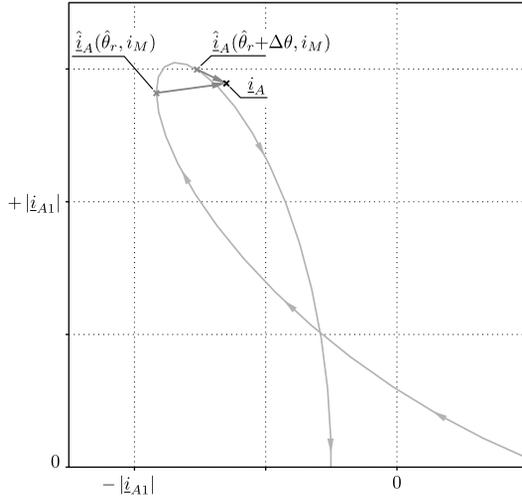


Abb. 15.47: Vergrößerung einer Schleife der modellierten Anisotropietrajektorie $\hat{i}_A(\cdot)$ mit zwei exemplarischen Abstandsvektoren zu einem injektionsbasiert gewonnenen Wert \underline{i}_A .

Trajektorie mit dem gemessenen Anisotropievektor \underline{i}_A verglichen werden. Durch den größeren Wert $\hat{\theta}_r + \Delta\theta$ ergibt sich hier der kleinere Fehler \underline{e}_A und folglich ein negativer approximierter Anstieg \underline{e}'_A . Weil der Fehler \underline{e}_A über dem Winkel $\hat{\theta}_e$ in etwa parabolisch verläuft, verhält sich seine Ableitung \underline{e}'_A näherungsweise linear und ist im Bereich des Optimums Null. Die Summe dieser Eigenschaften macht es möglich die negative Ableitung $-\underline{e}'_A$ zum Regelfehler der PLL zu definieren

$$e_{pll} := -\underline{e}'_A \tag{15.328}$$

$$= \frac{\left| \underline{i}_A - \hat{i}_A(\hat{\theta}_r, i_M) \right|^2 - \left| \underline{i}_A - \hat{i}_A(\hat{\theta}_r + \Delta\theta, i_M) \right|^2}{\Delta\theta}, \tag{15.329}$$

mit der Besonderheit, dass $-\underline{e}'_A$ die PLL dahin korrigiert wo der zweidimensionale Fehler \underline{e}_A kleiner wird - selbst wenn sich Anisotropie- und Rotorwinkel lokal (oder global) gegenläufig verhalten.

Das resultierende Strukturbild dieses Ansatzes ist in Abb. 15.48 dargestellt. Das Modell der Harmonischen $\hat{i}_A(\theta, i_M)$ wird für zwei leicht verschiedene Winkel berechnet und aus dem Unterschied des Ergebnisses die negative Ableitung $-\underline{e}'_A$ ermittelt. Diese wird abschließend als Regelfehler der PLL verwendet, um den geschätzten Rotorwinkel $\hat{\theta}_r$ entsprechend anzupassen.

Die nun beschriebene, zweidimensionale Ausnutzung von Oberwellen besitzt keine obere Beschränkung bezüglich des Verhältnisses zwischen den Harmonischen, jedoch ist ein Spezialfall von ihr nicht lösbar. Wie in Abb. 15.49 dargestellt, kommt es für bestimmte Intensitätsverhältnisse zur Ausbildung von spitzen Ecken in der Trajektorie, in denen der Anisotropievektor \underline{i}_A bei fortlaufendem Ro-

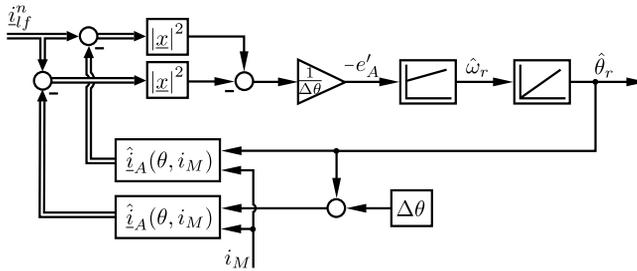


Abb. 15.48: Blockschaltbild der 2D-Ausnutzung von Oberwellen.

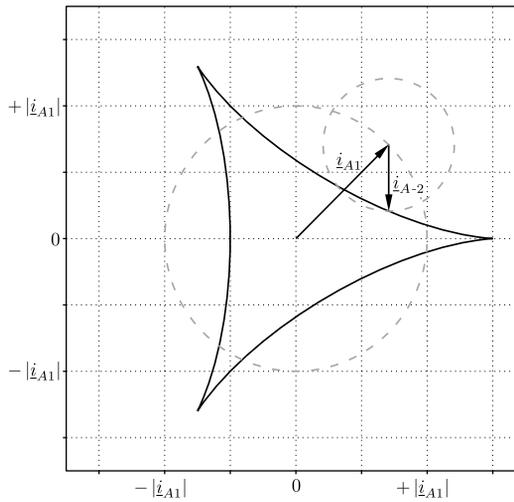


Abb. 15.49: Trajektorie des Anisotropievektors \underline{i}_A mit 50% negativer zweiter Harmonischer.

tor kurzzeitig stehen bleibt und diesen Punkt anschließend in antiparalleler Richtung wieder verlässt. Weil keine der beiden Dimensionen des Anisotropievektors in diesem Punkt monoton fortläuft, ist die zugehörige Rotorposition dort nicht eindeutig zuordenbar. Werden diese Punkte mit sehr geringer Geschwindigkeit durchfahren (sodass die Trägheit der PLL ein Fortlaufen nicht begünstigt), kann der Minimierungsansatz dem falschen Trajektorienzweig nachgehen und die Lageschätzung damit außer Tritt bringen.

Um der Rotorposition eindeutig folgen zu können, muss also in jedem Punkt der Trajektorie mindestens eine der herangezogenen Dimensionen lokal monoton verlaufen. Wie in Abschnitt 15.10.1 beschrieben, enthält die Admittanzmatrix prinzipiell noch eine dritte unabhängige Variable, mittlere Admittanz Y_{Σ} . Sollte Y_{Σ} in diesen Punkten eine monotone Veränderung durchfahren, kann gemäß [711] das Trackingproblem durch eine entsprechende Erweiterung der Fehlerdefinition (15.325) gelöst werden.

15.10.4 Initiale Bestimmung der Polarität

Im letzten Teil der Anisotropie-basierten Schätzung der Rotorlage soll noch auf die Problematik der Symmetrie einer Anisotropie eingegangen werden. Beispielsweise kann keines der vorgestellten Verfahren die positive von der negativen d-Achse unterscheiden, weil in beiden Richtungen der gleiche Induktivitätswert wirksam ist. Weil aber für die Feldorientierte Regelung, insbesondere in Verbindung mit übergeordneten Kaskaden, die Eindeutigkeit der ermittelten Rotorlage innerhalb einer gesamten elektrischen Periode eine notwendige Voraussetzung ist, muss bei allen Anisotropie-basierten Verfahren als zusätzlicher Bestandteil eines Initialisierungsprozesses die Polarität einmalig bestimmt werden. Dabei besteht ein besonderer Anspruch darin, dass viele Anwendungen eine Identifikation der Polarität ohne Bewegung des Rotors erfordern, weshalb die induzierte Spannung als Informationsquelle nicht genutzt werden kann. Nach der einmaligen Zuordnung kann der Rotorlage im Folgenden Betrieb auf Basis der Anisotropieinformationen gefolgt werden.

Wie unter anderem in [631] vorgeschlagen, werden als Informationsquelle zur bewegungslosen Polaritätsidentifikation werden Sättigungseffekte herangezogen. Abb. 15.50 zeigt den Zusammenhang zwischen Strom und Flussverkettung einer Synchronmaschine in Richtung der Permanentmagnete. Dazu muss zunächst durch eine grundwellenfreie Injektionsphase die positive oder negative d-Achse lokalisiert werden. Anschließend wird die Maschine in beiden Richtungen mittels zweier Spannungspulse makroskopisch angeregt

$$\Delta\psi = U_{puls} T_{puls}, \quad (15.330)$$

d.h. im Unterschied zur Injektion werden hier die Pulsspannung U_{puls} und die Pulsdauer T_{puls} so gewählt, dass der resultierende Strom in der Größenordnung des Nennstroms oder höher liegt. Wie in Abb. 15.50 dargestellt, werden sich aufgrund der magnetischen Sättigung in beiden Richtungen unterschiedliche

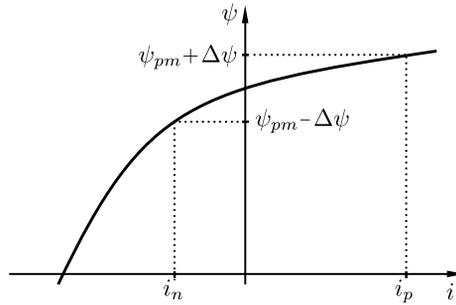


Abb. 15.50: Einfluss magnetischer Sättigung auf die Stromantwort unter makroskopischer Flussanregung

Stromantworten ergeben. Ein Puls in positiver d-Richtung unterstützt das Feld des Permanentmagneten und treibt damit das Statoreisen tiefer in die Sättigung. Dadurch sinkt der wirksame Induktivitätswert und aus der gleichen Spannungszeitfläche $\Delta\psi$ ergibt sich ein größerer Strom i_p als bei dem Puls in negativer d-Richtung, der das Statoreisen tendenziell entsättigt. Sollte also die Stromantwort in der vermeintlich positiven d-Richtung kleiner sein als in der entgegengesetzten, muss die geschätzte Rotorlage um π korrigiert werden.

Die Dauer dieses Tests liegt in der Regel unterhalb einer Millisekunde und kann akustisch als ein einmaliges, sehr schwaches Klopfen wahrgenommen werden. Da die Pulse in positiver und negativer d-Richtung erfolgen, ergibt sich planmäßig kein q-Strom und damit kein Drehmoment und keine Rotorbewegung. Aufgrund der geringen Dauer der Pulse ist der Test zudem thermisch unbedenklich, weshalb bei der Wahl der Pulsamplitude lediglich der Wertebereich der Strommessung und die mögliche Entmagnetisierung der Permanentmagnete beachtet werden müssen.

15.11 Zusammenfassung sensorlose Drehfeldantriebe

In Kapitel 13.2 wurden die Signalfußpläne der Asynchronmaschine, in Kap. 13.3 die Steuerverfahren, in Kap. 13.4 die grundlegenden Regelverfahren und in Kap. 13.5 die Fehlerempfindlichkeit der Modelle zur Bestimmung der Flussamplitude und Flussorientierung sowie der mechanischen Kreisfrequenz abgeleitet. Bei allen Ableitungen wurde angenommen, dass die Parameter der Drehfeldmaschine bekannt sind. Die Parameter sind aber nicht konstant, denn die Widerstände R_1 und R_2 sind von der Temperatur und die Induktivitäten sind vom Strom abhängig. Damit sind Regelverfahren ohne Drehzahlsensor, die die Grundwellenmodelle verwenden, empfindlich gegenüber diesen Parametervariationen. Besonders einfach ist diese Empfindlichkeit an den Gleichungen (15.85), (15.86) sowie (15.87) zu erkennen.

$$\widehat{\vec{\Psi}}_1^S = \int \left(\vec{U}_1^S - R_1 \vec{I}_1^S \right) dt \quad (15.331)$$

$$\beta_{K1} = \arctan \frac{\Psi_{1\beta}}{\Psi_{1\alpha}} \quad (15.332)$$

$$\widehat{\beta}_K = \widehat{\beta}_{K2} = \arctan \frac{\Psi_{2\beta}}{\Psi_{2\alpha}} \quad (15.333)$$

Wenn beispielsweise R_1 fehlerbehaftet ist, dann sind sowohl die Amplitude als auch die Orientierung des Flusses und die geschätzten Kreisfrequenzen nach den Gleichungen (15.88) bis (15.90) fehlerhaft.

Modellbasierte Verfahren – Einführung

Einer der Gründe wurde in Kap. 15.7.2 anhand der Gleichungen (15.140) bzw. (15.331) diskutiert. Bei niedrigen Drehzahlen ist der Spannungsraumzeiger \vec{U}_1^S relativ klein und die Periodendauer lang, der zweite Term $R_1 \vec{I}_1^S$ in der Gleichung (15.140) wird damit bei sinkender Drehzahl immer wesentlicher. Anfangs wurden nur die Variation von R_1 mit der Temperatur sowie die Drift und der Offset der offenen Integration als Gründe für das Versagen dieses Ansatzes genannt. In der Veröffentlichung [630] wird erweiternd angeführt, dass das Pulsmuster und die Zwischenkreisspannung U_d keine belastbaren Werte sind, um den Spannungsraumzeiger \vec{U}_1^S zu bestimmen. Die Gründe sind die Durchlaßspannungen der steuerbaren Halbleiter und der Dioden sowie die variablen Tot- und Sicherheitszeiten. Es müssen daher wesentlich genauere Modelle für die Funktion des Wechselrichters verwendet werden, um insbesondere bei niedrigen Strangspannungen U_1^S den Spannungs-Raumzeiger \vec{E}_μ^S zu schätzen. Ein weiterer Grund ist durch die Ausführung der Signalverarbeitung bedingt. Bei vielen Ausführungen der Verfahren nach den obigen Gleichungen wird die offene Integration durch ein PT_1 -Glied approximiert, um die Drift bei der offenen Integration zu vermeiden. Es ist einsichtig, dass insbesondere bei niedrigen Drehzahlen und damit niedrigen Frequenzen des Wechselrichters der Frequenzgang eines Integrators sich deutlich vom Frequenzgang eines PT_1 -Gliedes unterscheidet. Ein genereller Ansatz zur Abhilfe war, das PT_1 -Glied adaptiv mit

dem Betriebspunkt sowohl in der Verstärkung als auch in der Zeitkonstante zu verstellen.

Problematisch ist dabei der Zero-Crossing-Effekt, d.h. beim „sinusförmigen“ Nulldurchgang der Statorströme $I_{1\alpha}$ und $I_{1\beta}$ entstehen mehrfach gegensinnige Nulldurchgänge aufgrund der Harmonischen (harmonic dependency). Damit dieser Effekt sich nicht in einem relativ großen Fehler der Orientierung des Stator- und damit auch des Rotorflusses auswirkt, wird u.a. in [583] vorgeschlagen, die Periodendauer mittels PLL an Stelle des adaptiven PT_1 -Glieds zu ermitteln.

Modellbasierte Verfahren

Wie bereits erläutert, versagen die Modellansätze im Bereich um die Drehzahl Null und hier insbesondere im generatorischen Betrieb, die Gründe sowie die Gegenmaßnahmen werden nachfolgend diskutiert. Wenn auf den Drehzahlbereich um Null verzichtet werden kann — wobei allerdings schnelle Drehzahl-Nulldurchgänge zulässig sind — dann sind die Verfahren von Kapitel 15.2 bis 15.7.6.2 geeignet. Aufbauend auf dem grundlegenden Beitrag [653] von Jötten / Maeder sollen die Verfahren [702–705] von Ohtani sowie von Kubota/Matsuse [663–670] genannt werden, die den Beobachteransatz nutzen. Ausgehend von dem inneren Spannungsraumzeiger \vec{E}_μ^S , erfolgt eine Fehlerkorrektur mittels der drehmomentbildenden Stromkomponente $I_{1\beta}$. Mit diesem Verfahren lassen sich erstaunlich gute Ergebnisse erreichen, die in die Nähe von Regelungen mit Drehzahlgeber kommen. In den Veröffentlichungen [703] bzw. [704] wurden bereits folgende Ergebnisse bezogen auf den jeweiligen Nennwert berichtet: Drehzahl-Sollwert 1%, Fehler der Drehzahl 0,2%, Fehler des Drehmoments 3%. Weitere frühe experimentelle Ergebnisse in [663] berichten über eine minimale erreichbare Drehzahl 3,3%. In [671] wird ein im Rückführkanal modifizierter Beobachter verwendet, mit dem eine minimale Drehzahl von 1,9% erzielt wurde. Von einer minimal nutzbaren Drehzahl von 0,22% wird in [679] berichtet, ähnliche Ergebnisse sind in [634] zu finden.

Aus den Veröffentlichungen lassen sich zwei miteinander verkoppelte Aufgabenstellungen erkennen, zum ersten die Schätzung der nicht direkt messbaren Größe Flussraumzeiger sowie der mechanischen Drehzahl und zweitens die Identifikation sowie die Nachführung der zeitvarianten Parameter der Drehfeldmaschine. Die beiden verkoppelten Aufgabenstellungen werden erläutert.

Der Beobachteransatz wird bei der vorliegenden Aufgabenstellung gewählt, um die nicht meßbaren, aber benötigten Zustände beispielsweise den Flußraumzeiger sowie die mechanische Drehzahl ω_m zu ermitteln. In Kapitel 5.5.6.2, Abbildung 5.21 ist der Luenberger Beobachter dargestellt. Der Beobachter in Abbildung 5.21 hat die selbe Struktur, die selbe Ordnung sowie die selben Parameter wie die reale Strecke, der Beobachter ist somit ein vollständiger Beobachter. Da die Strecke und der Beobachter das selbe Eingangssignal erhalten, die Übertragungsfunktionen von Strecke und Beobachter identisch sind, sollten die Zustände \underline{x} in der Strecke und die geschätzten Zustände $\hat{\underline{x}}$ im Beobachter übereinstimmen. Abweichungen zwischen den Parametern von Strecke

und Beobachter führen zu fehlerhaften Zuständen im Beobachter und müssen unbedingt vermieden werden. Differenzen zwischen den Anfangswerten von Strecke und Beobachter sind nicht zu vermeiden, die Differenzen der Anfangswerte entstehen durch falsche Anfangswerte im Beobachter, die mittels der Fehlerrückführung abgebaut werden.

Falls die realen Streckenparameter zeitvariant sind, ist die stabile Identifikation der zeitvarianten Parameter der Strecke und die Nachführung der identifizierten Parameter im Beobachter zwingend notwendig. Damit ist die Übereinstimmung der Zustände in Strecke und Beobachter sichergestellt. Falls Zustände messbar und damit zugänglich sind, müssen nur die fehlenden Zustände ermittelt werden. Der vollständige Beobachter wird dann ein reduzierter Beobachter.

Abbildung 15.8 zeigt die feldorientierte Regelung der Drehfeldmaschine und Abbildung 15.9 den Beobachter in der Ausführung von Ohtani, dies entspricht der Abbildung 5.22. Abbildung 5.22 zeigt exemplarisch die Struktur der Zustandsregelung mit vollständigem Beobachter. Wie oben ausgeführt, sind die Signalfußpläne von der Strecke und dem Beobachter sowie die Parameter gleich. Die Fehlerrückführung erfolgt mit den Verstärkungen K_1 und K_2 , die Ausgangsgröße x_2 ist messbar und wird über r_2 direkt zurückgeführt, der Zustand \hat{x}_1 ist geschätzt und wird über r_1 zurückgeführt.

Wie aus [57–71] „Elektrische Antriebe – Grundlagen“ sowie Kapitel 13.5 „Modellbildung der Asynchronmaschine“ und Kapitel 13.6 „Parameterbestimmung der Drehstrom-Asynchronmaschine“ bekannt ist, sind die Parameter bei der Asynchronmaschine sowie bei den Varianten der Synchronmaschinen nicht konstant. Die Widerstandswerte von R_1 und R_2 sind von der Temperatur, die Induktivitätswerte von Spulen sind vom Strom sowie von der konstruktiven Ausführung und vom umgebenden Material beispielsweise Eisen und seiner Hysteresekennlinie abhängig. Permanentmagnete haben ebenso eine materialabhängige Hysteresekennlinie, die im allgemeinen nichtlinear und sehr von der Temperatur abhängig ist — siehe Abbildung 16.59 — Hysteresekennlinie — und Abbildung 16.60 — Temperaturverhalten von Ferriten. Die Parameter im Beobachter bzw. im Modell der realen Drehfeldmaschine müssen daher nachgeführt werden, damit die unzulässigen Unterschiede vermieden werden.

Die Identifikation der Parameter der realen Drehfeldmaschine ist somit die zweite Aufgabenstellung.

Die Identifikation von Parametern eines technischen Systems ist eine komplexe Aufgabenstellung. Das Kapitel 18 „Identifikation linearer dynamischer Systeme“ vermittelt einen allgemeinen Überblick über die grundsätzlichen Verfahren der Identifikation. Der Schwerpunkt der Darstellungen sind die parametrischen Modelle zur Erfassung des Systemverhaltens.

Parametrischen Modelle erfassen das Systemverhalten mit einer begrenzten Zahl von Parametern. Dieser Ansatz ist das bevorzugte Vorgehen bei den vorliegenden Systemen zur Beschreibung des Systemverhaltens. Die Differentialgleichung oder die Differenzengleichung sind beispielsweise typische Vertreter der parametrischen Modelle. Die Parameter dieser Modelle haben in der Regel einen

direkten Bezug zu den physikalischen Größen des betrachteten Systems. Die Abbildung 18.4 in Kapitel 18.2.1.1 zeigt das ARX-Modell und die Gleichungsfehlerstruktur. Der Vorteil dieser Struktur ist, dass lineare Lernverfahren verwendet werden können, das Rauschverhalten ist aber ungünstig und es ergibt sich kein Parallelmodell. Abbildung 18.5 in Kapitel 18.2.1.2 zeigt das OE-Modell und die Ausgangsfehlerstruktur. Das OE-Modell liefert eine parallele Struktur zur realen Strecke, muss aber mit nichtlinearen Verfahren adaptiert werden. Das OE-Modell bildet ein Parallelmodell.

Fassen wir zusammen: Um die sensorlose Regelung zu realisieren, ist im vorliegenden Fall sowohl die Regelung der Drehfeldmaschine entsprechend Abbildung 15.8 als auch ein Zustandsschätzer nach Abbildung 15.9 notwendig. Die Parameter in dem Zustandsschätzer werden sich im allgemeinen von den Parametern in dem realen System unterscheiden, so dass zur Identifikation der realen Parameter zuerst das ARX-Modell aufgrund der linearen Fehlergleichung und dann das OE-Modell aufgrund des besseren Rauschverhaltens eingesetzt werden. Die Parameter im OE-Modell müssen abschließend in den Zustandsschätzer übertragen werden, siehe beispielhaft Abbildung 15.23 in Kapitel 15.7.6.1. Das Gesamtsystem ist nachvollziehbar ein komplexes System.

Aufbauend auf [700] wird in [699] von Sangwongwanich eine kritische Bewertung [615, 618, 663, 672, 718, 734, 743, 748, 757] des Standes der Entwicklung vorgenommen und festgestellt, dass es bis 2005 keine explizite Festlegungen der Stabilitätsbedingung für die oben definierte Aufgabenstellung gibt. Um dies zu erreichen, wird eine Drehfeldmaschine mit eingepprägten Statorströmen vorausgesetzt. Das Verhalten der Drehfeldmaschine wird von dem Strommodell erfasst, die Ausgangsgröße ist der Raumzeiger der inneren Spannung \vec{E}_μ^S .

Wie den Gleichungen (15.331) bis (15.333) zu entnehmen ist, sind der Statorwiderstand R_1 , der Rotorfluß und damit auch die mechanische Drehzahl ω_m voneinander abhängig. Wie oben dargelegt, ist die Schätzung dieser Größen notwendig. Im vorliegenden Fall werden die mechanische Drehzahl und der Widerstand geschätzt, um eine fehlerfreie Regelung zu erreichen.

Die Fehlergleichung verwendet die Differenz der Rotorfluss-Raumzeiger. Die beiden gekoppelten Übertragungsfunktionen zur Schätzung der mechanischen Drehzahl und des Widerstands sind getrennt SPR — „Strictly Positive Real“, [49, 71], d.h. die beiden Größen besitzen getrennt stabile Übertragungsfunktionen. Da die beiden Systeme aber über die Gleichungen (15.331) bis (15.333) miteinander verkoppelt sind, ist die Stabilität der gekoppelten Systeme nicht mehr sichergestellt. Es ist somit die Stabilität des Verfahrens und als weitere Aufgabe die Konvergenz der Schätzungen zu erreichen.

In [700] wird hingewiesen, dass sich der Widerstand R_1 und die Drehzahl ω_m im allgemeinen nur langsam gegenüber dem Statorstrom bzw. dem Rotorfluß ändern. Wenn man diesen Effekt berücksichtigt, dann kann eine Zeittrennung vorgenommen werden. Zeittrennung bedeutet, die Adaption der Fluss-Schätzung erfolgt schnell in Relation zur Widerstands-Schätzung. Dem Flussschätzer erscheint daher der Widerstand konstant, die beiden Schätzer sind quasi entkop-

pelt, die Schätzung ist stabil. Kurzzeitige Verletzungen der Zeittrennung während transients Zustände werden vernachlässigt, lange Perioden sind ungeklärt.

Um die Konvergenz der Schätzungen zu erreichen, ist eine ausreichende Anregung, „Persistent Excitation“ – PE, notwendig. Die PE wird umso geringer, je geringer das angeforderte Drehmoment ist, wobei der generatorische Betrieb ungünstiger als der motorische Betrieb ist — die Schätzfehler des Widerstandes und der mechanischen Drehzahl nehmen deshalb sehr zu. Um diesen Fehler zu vermeiden, wird vorgeschlagen, die Widerstandsschätzung bei Drehmomenten kleiner als 17% des Nennmoments abzuschalten. Bei DC-Betrieb soll die Schätzung der mechanischen Drehzahl ω_m unwirksam sein. Es werden Varianten für die Festlegung der Regressions-Vektoren vorgestellt. In Abhängigkeit von diesen Vektoren kann das instabile Gebiet beeinflusst werden.

In den vorhergehenden Veröffentlichungen [736, 738] wurde berichtet, dass die Komponente $I_{1\beta}$ des Statorstrom-Raumzeigers zur Fehlerkorrektur geeignet und ein stabiler Betrieb bis zur Kreisfrequenz ω_{crit} möglich ist, die mit steigender Statorfrequenz einen zunehmenden generatorischen Betrieb zulässt.

$$\Omega_{crit} = \frac{Z_p \Omega_1}{1 + \frac{R_2 L_1}{R_1 L_2}} \quad (15.334)$$

In den Veröffentlichungen [700, 737] wird vertiefend dargestellt, dass im instabilen Bereich bei kleinen Drehzahlen und unterschiedlichen Vorzeichen von Stator- und Rotorfrequenz eine Korrektur der Parameter in der falschen Richtung erfolgt und bei der kritischen Kreisfrequenz das Fehlersignal Null ist und damit keine Schätzung erfolgen kann. Fehler in den Parametern der Modellgleichungen führen zusätzlich zu Fehlern, die das System in Richtung auf einen vergrößerten instabilen Zustand verändern. Diese Überlegungen sind besonders einfach bei Drehzahl Null und Drehmoment $M_{Mi} = 0$ zu verstehen, denn dann fließt nur der Magnetisierungsstrom, und es ist somit keine β -Komponente im Statorstrom mehr vorhanden.

Aufbauend auf den Verfahren in [663–670] von Kubota & Matsuse wird von Depenbrock und Mitarbeitern in [600, 602, 610, 611, 628, 661, 753] eine Erweiterung für das statorflußorientierte Regelungsverfahren in Form der Indirekten Statorgrößenregelung (ISR) untersucht. Die ausgewertete Statorstromdifferenz wird auf den geeignet lastabhängig gedrehten Rotorfluß-Raumzeiger projiziert, womit auch die Regelsinnumkehr bei kleinen Drehzahlen und umgekehrten Vorzeichen von Stator- und Rotorfrequenz gelöst wird [661]. Zusammenfassend wird das Verfahren — welches von einem großen europäischen Triebfahrzeughersteller bei S- und U-Bahnen eingesetzt wird — in [601] und [473, 475] beschrieben. In [628, 661, 753] wird eine auf Bahnantriebe konzentrierte Literaturübersicht gegeben. Bahnantriebe nutzen den Feldschwächbereich. Verfahren zur Identifikation von Flussorientierung und -amplitude, welche die Injektion von Signalen zur Identifikation verwenden, sind nicht anwendbar, da bei Feldschwächung eine Entsättigung stattfindet — außerdem verwenden Bahnantriebe hoch ausgenutzte

Asynchronmaschinen. Um den kritischen Bereich um die Statorfrequenz „Null“ zu vermeiden, bei der eine Schätzung der Drehzahl nicht möglich ist, wird sowohl von den Forscherguppen Kubota & Matsuse als auch von Depenbrock vorgeschlagen, im generatorischen Betrieb die Statorfrequenz beispielsweise von einem positiven Wert zu einem negativen Wert — bei konstanter mechanischer Drehzahl des Rotors — zu ändern. Die Absenkung der Statorfrequenz von einem positiven kleinen Wert auf einen negativen kleinen Wert bedeutet eine resultierende Erhöhung von Ω_L und damit des momentenbildenden Stroms $I_{1\beta}$. Der Fluss muss entsprechend geschwächt werden, um ein konstantes Drehmoment zu erhalten. Anschließend folgt eine Periode konstanter Statorfrequenz, in der der Fluss wieder erhöht und damit die mechanische Drehzahl abgesenkt wird. Der Betrieb um die Statorfrequenz „Null“ ist somit vermieden und die Stabilität der Identifikation gesichert. Wesentlich ist somit der nicht nutzbare Drehzahlbereich um „Null“ in Abhängigkeit vom Drehmoment. In der Veröffentlichung [708] werden unter experimentellen Bedingungen die Verfahren von Tamai & Schauder, Ohtani und Kubota & Matsuse gegenübergestellt. Veröffentlichungen in deutscher Sprache zur Bahntechnik sind in [625–627] zu finden.

Hochfrequente Zusatzsignale

Aufgrund der grundsätzlich nicht lösbaren Statorfrequenz-Null-Problematik bei den rein modellbasierten Verfahren wird in [638] vorgeschlagen, den modellbasierten Ansatz mit dem Verfahren der Injektion von „hochfrequenten“ Identifikationssignalen zu kombinieren. Dies bedeutet, im Drehzahlbereich um Null erfolgt die Injektion von Identifikationssignalen, bei höheren Drehzahlen wird der modellbasierte Ansatz genutzt. Die Begrenzung der Injektion von „hochfrequenten“ Zusatzsignalen auf den niedrigsten Drehzahlbereich erfolgt, da durch die Zusatzsignale zusätzlich Verluste und Schwingungen sowie Drehmomentschwankungen auftreten, die unvorteilhaft sind. Wesentlich bei der Injektion von Identifikationssignalen ist die magnetische Unsymmetrie im konstruktiven Aufbau der elektrischen Maschine. Wenn eine magnetische Unsymmetrie vorliegt, dann kann mittels Einprägung von „hochfrequenten“ Zusatzsignalen die Bestimmung der drei Größen Rotordrehzahl, Orientierung und Amplitude des Flusses erfolgen. Eine Übersicht über verschiedene Verfahren erfolgte in Kapitel 15.10.

Symmetrische Maschinen

Die magnetische Unsymmetrie ist bei schenkigen Synchronmaschinen gegeben. Bei Vollpol-Synchronmaschinen und bei Asynchronmaschinen ist aber keine magnetische Unsymmetrie vorhanden, so dass die Unsymmetrie künstlich erzeugt werden muss (ASM, [579, 580, 595, 596, 685]). Allerdings ist die Änderung des konstruktiven Aufbaus im allgemeinen unerwünscht. In diesem Fall verbleibt, Sättigungseffekte aufgrund der Überlagerung des niederfrequenten Hauptflusses und des hochfrequenten Zusatzflusses auszunutzen [584–588, 616, 617]. Auch in diesem Fall muss beachtet werden, dass die Auswertung der Signale des Streupfades der ASM nicht unbedingt eindeutig sind [584, 587], da im Streupfad

Statorzahn-, Rotorzahn- und Rotornutenbereiche unterschiedliche Einflüsse auf das Gesamtsignal haben können. Um diese Schwierigkeiten zu umgehen, wird in [584, 587] vorgeschlagen, den Luftspaltfluss auszuwerten und die in der Nullspannung vorhandene dritte Harmonische, welche sich aufgrund der nichtlinearen Sättigungskennlinie ausbildet, auszunutzen. Dies bedeutet allerdings, dass die Nullspannung verfügbar sein muss. Damit sind wiederum gewisse Einschränkungen bei der Schaltung der ASM und des Zwischenkreises zu beachten. Ähnliche Überlegungen werden in [617] angestellt. Wenn der Drehzahlbereich um Null eingeschlossen sein muss, dann können die Verfahren nach Kap. 15.10 sowie die in den Veröffentlichungen [639] und [640] genannten Lösungsvorschläge diese Anforderungen erfüllen.

Der Stand der Technik des Jahres 2006 wird für die Regelung der Asynchronmaschine (ASM) ohne Drehzahlsensor in [639] vorgestellt.

[639] IEEE Trans. IES, Februar 2006, Vol. 53, No. 1, Sonderheft

[640] IEEE Trans. IES, April 2006, Vol. 53, No. 2, Sonderheft

In [640] wird eine Übersicht über verschiedene Verfahren der Regelung von Synchronmaschinen ohne Drehzahlsensor gegeben (siehe auch WEMPEC).

Ein Ansatz ist, die Spannung U_p der Synchronmaschine zu nutzen. Dies sei insbesondere bei Synchronmaschinen mit trapezförmiger Spannung (Kap. 16.6.3) vorteilhaft, da bei den Nulldurchgängen der Spannungen die betreffenden Wicklungen stromlos sind. Allerdings müssen die Signale der Nulldurchgänge um 90 Grad elektrisch verschoben werden, um die Zündsignale für die Ventile des Wechselrichters zu erhalten. Damit ergeben sich insbesondere bei dynamischen Betriebszuständen und bei Drehzahlen um „Null“ Einschränkungen. Eine weitere Schwierigkeit tritt bei hohen Drehzahlen insbesondere im Feldschwächbetrieb auf, wenn aufgrund der Induktivitäten der Stromabbau zu langsam ist und somit beim Nulldurchgang der Spannung die betreffende Wicklung noch nicht stromlos ist. Ein weiteres generelles Problem ist die richtige Drehrichtung beim Anlauf zu finden. Dies führte zu unterschiedlichen Lösungsansätzen wie beispielsweise die Identifikation mittels der dritten Harmonischen in der Polradspannung U_p . Ein weiterer Lösungsansatz ist wie bei der ASM die Verwendung des Beobachteransatzes. Wie bei der ASM besteht aber die Problematik der Parameter-Variation einerseits und dem Schätzfehler bzw. der Stabilität andererseits. In [519] wird diese Problematik gelöst, indem eine Parameterbestimmung ohne Kenntnis der Position oder der Drehzahl des Rotors möglich ist. Vergleichbar mit den Verfahren der Hochfrequenzeinprägung bei der ASM ist bei der Synchronmaschine die Auswertung der Induktivitätsunterschiede von L_d und L_q , wobei dann auch die Drehzahl $n = 0$ im Betriebsbereich mit eingeschlossen ist. Diese in Kap. 15.10 beschriebenen Verfahren sind besonders vorteilhaft einsetzbar, wenn die Unterschiede von L_d zu L_q deutlich sind, da dann die Spannungsdifferenz ($U_p - U_1$) im Strom I_1 zu auswertbaren Variationen des Stroms führt. Etwas schwieriger ist die Situation bei Synchronmaschinen mit Oberflächenmagneten in Vollpolausführung, da diese Maschinen keine geometrische Asymmetrie aufweisen. In

diesem Fall sind nur Sättigungseinflüsse auswertbar, die i.d.R. nur zu einer Anisotropie-Rate $(L_q - L_d)/(L_q + L_d)$ von 5% bis 15% führen. Wie in Kap. 15.10.4 beschrieben, gibt es allerdings den positiven Effekt, dass zwischen Nord- und Südpol der Maschine unterschieden werden kann. Beim einem Spannungspuls in den positiven Pol wird der Gesamtfluss erhöht und damit die Sättigung verstärkt. Dieser Spannungspuls resultiert deshalb in einer größeren Stromantwort, als ein Puls in negativer Richtung, der eine gegenteilige Wirkungskette hervorriefe.

[686] Lorenz, R. D.

What limits the broad use of self-sensing, i. e. Using the Motor Itself as the Sensor.

Eine weitere Übersicht über den Stand der Technik in 2013 kann der Veröffentlichung [686] entnommen werden. In dieser werden für die Maschinentypen Surface Mounted Permanent-Magnet (SM - SPM), Flux-Weakening Interior Permanent-Magnet (SM - FW-IPM), Flux-Intensifying Interior Permanent-Magnet (SM - FI-IPM), Variable-Flux, Flux-Intensifying Interior Permanent-Magnet (SM - VFI-IPM), Induction Machine (IM), Switched Reluctance Machine (SRM), sowie Synchronous Reluctance Machine (Synch.RM) Anforderungen und Einschränkungen hinsichtlich einer Drehzahlregelung ohne Drehzahl- oder Positionssensor diskutiert. Dieser Übersicht ist zu entnehmen, dass besonders Synchronmaschinen für die geforderte Aufgabenstellung geeignet sind. Die Schenkelpolmaschine in Kap. 16.1 hat bereits konstruktiv die geforderte schenkliche Ausführung (saliency, Schenklichkeit) — Abbildung 16.1 — und somit die benötigte Anisotropie mit dem vorteilhaften Parameterverhältnis $L_d > L_q$, siehe Gleichung (16.16). Damit vergleichbar sind die Synchronmaschinen mit konstruktiver Schenklichkeit, bei denen an der Oberfläche des Rotors Permanentmagnete (Surface Mounted Permanent-Magnet SM) angeordnet sind. Die Sicherstellung des vorteilhaften Verhältnisses $L_d > L_q$ erfordert als Variante die konstruktive Maßnahme vergrabene Permanentmagnete und Flussperren (SM mit Flusskonzentration, FI-IPM). Bei dieser vorteilhaften Konfiguration unterstützt der positive d-Strom das von den Permanentmagneten erzeugte Drehmoment. Dadurch bedingt werden sich bei Teillast und im Feldschwächbetrieb sowohl der Wirkungsgrad verbessern als auch die Anisotropie vergrößern.

Die Kernpunkte zur Realisierung der Fähigkeit „self-sensing, Eigennutzung der Maschine als Sensor“ sind die folgenden Anforderungen: Der Motor sollte konstruktiv eine eindeutige elektromagnetische oder ohmsch-induktive räumliche „Schenklichkeit“ (spatial saliency) aufweisen, das Stellglied muss fähig sein, sowohl die Grundstromversorgung als auch die hochfrequente Versorgung zur Verfügung zu stellen, so dass das räumliche Signal zu ermitteln ist und die Signalverarbeitung zur Ermittlung des räumlichen Signals darf die Regelung nicht stören.

Die Einhaltung dieser Anforderungen ist komplex, da die Schenklichkeit vom Belastungszustand (load dependency) der Maschine, von den Oberschwingungen (Harmonische, secondary saliencies) und von der Kopplung der Signalfade (cross coupling) abhängig ist. Wie beispielsweise oben schon mehrfach beschrieben, beeinflussen sich die d-Koordinatensignale und die q-Koordinatensignale gegenseitig

(Abb. 16.4), ein großer Strom in der d-Achse kann daher in der q-Achse Sättigung bewirken. Die Erfüllung obiger Anforderungen erfordern somit konstruktive Maßnahmen bei den Maschinen, die in den folgenden Veröffentlichungen detailliert beschrieben werden.

[758] Yang, S. H.; et. al.

Surface-Permanent-Magnet Synchronous Machine Design for Saliency Tracking Self-Sensing Position Estimation at Zero and Low Speeds.

In [758] werden exemplarisch die Probleme und die bestehenden Verfahren zur Verringerung der Probleme ausführlich diskutiert. Es folgen nach einer Würdigung des Standes der Technik bei anderen Autoren Darstellungen hinsichtlich der konstruktiven Ausführungen wie beispielsweise die Realisierung der Statorwicklung mit konzentrierten Wicklungen und der sich daraus ergebenden Sättigungsverläufe — der hochfrequente Fluss verläuft im Zick-Zack von den Statorzähnen über den Luftspalt zu den Rotorzähnen und zurück. Dies bedeutet, dass in den Bereichen, in denen die Grundschwingungen des niederfrequenten Hauptflusses und des hochfrequenten Flusses sich in den Zähnen gleichsinnig überlagern, dort wird zuerst Sättigung eintreten. Die Harmonischen der Ströme haben allerdings den unerwünschten Einfluss, dass sie höherfrequente Anisotropien erzeugen können, die die Grundwellenanisotropie verfälschen (secondary saliencies). Weitere zu beachtende Punkte sind die Wahl des Identifikationssignals bei Berücksichtigung der PWM des Wechselrichters, sowie die Signalverarbeitung und die experimentelle Überprüfung.

[755] Wu, S.; et al.

Interior Permanent-Magnet Synchronous Motor Design for Improving Self Sensing Performance at Very Low Speed.

In [755] wird ausgehend von einer Synchronmaschine mit im Rotor vergrabenen Permanent-Magneten - IPM - die Konstruktion erweitert zur Flusskonzentration - FI-IPM. Die Variante FI-IPM ist vorteilhaft, da unerwünschte Effekte wie die Kreuzkopplung nicht vorhanden sind. Nach einer Diskussion des Standes der Technik folgen ausführliche Darstellungen der Rotorkonstruktion mit u. a. verteilten Permanentmagneten und Flusssperrern — so dass $L_d > L_q$ erzielt wird —, dem Vergleich der beiden Ausführungen IPM und FI-IPM, der Signalverarbeitung sowie der experimentellen Überprüfung.

[681] Limsuwan, N., et al.; Lorenz, R. D.

Concurrent Design of Interior-Permanent-Magnet Machines for Selfsensing and Power Conversion.

In [681] wird ausgeführt, dass der Belastungszustand und die variablen Parameter der Synchronmaschine immer noch eine zu beachtende Schwierigkeit bei der Realisierung des drehzahl- bzw. positions-geberlosen Betriebs sind. Wie in der vorhergehenden Veröffentlichung wird die Rotorkonstruktion und hier wiederum die Anordnung der vergrabenen Flusssperrern diskutiert. Es werden zwei Varianten untersucht, die erste Variante ist eine IPM ohne Flusssperrern mit $L_q > L_d$

und die zweite Variante ist eine FI-IPM mit Flussperren in der q-Achse und somit dem vorteilhaften $L_d > L_q$. Aufgrund der Flussperren hat die FI-IPM ein etwa 25% geringeres Drehmoment im Ankerstellbereich verglichen mit der IPMSM, im Feldschwächbetrieb stimmen die Drehmomentverläufe — nach einem schnellen Drehmomentabfall bei der IPMSM — überein. Anschließend werden die Grundschrwingungs- sowie die Oberschrwingungs-Verluste und die Entmagnetisierung aufgrund der Temperaturabhängigkeit der Permanentmagneten ermittelt. Abschliessend werden die mechanischen Beanspruchungen aufgrund der Einbringung der Flussperren abgehandelt.

[682] Limsuwan, N. ; Fukushige, T. ; Akatsu, K. ; Lorenz, R. D.
Design Methodology for Variable-Flux, Flux Intensifying Interior Permanent Magnet Machines for Electric-Vehicle-Class Inverter Rating.

Die Veröffentlichung [682] nützt die Erfahrungen der beiden vorhergehenden Veröffentlichungen bei der Realisierung eines 30 kW-FI-IPM. Es werden wiederum ausführlich drei Varianten der Realisierung verglichen.

[580] Brown, I. P.; Lorenz, R. D.
Induction Machine Design Methodology for Self-Sensing: Balancing Saliencies and Power Conversion Properties.

In der Veröffentlichung [580] wird auf die grundlegende Problematik bei der Asynchronmaschine, keine magnetische Schenklichkeit (Vorzugsrichtung) wie die Schenkelpolmaschine sowie die davon abgeleiteten Permanent- Magnet-Synchronmaschine zu haben, hingewiesen. Wenn somit eine geberlose Ausführung gefordert wird, dann muss eine Unsymmetrie in der geometrischen Ausführung realisiert werden. Aufgrund dieser Ausgangssituation konzentriert sich die Veröffentlichung auf den Entwurf des Rotors der Maschine. Es werden drei Varianten der Rotorausführung untersucht, wobei die Nutschlitz in der Höhe sowie der Breite und der Füllhöhe variiert werden. Die drei Parameter können bedingt durch den Entwurf, bzw. das gewünschte Betriebsverhalten, nicht unabhängig von einander und nur in Grenzen verändert werden. In der Veröffentlichung wird somit dargestellt, wie mit einer variablen Füllhöhe der Nut (Variation nur im Bereich des Nutschlitzes) ein Läufer mit schwach ausgeprägter magnetischer Schenklichkeit erreicht werden kann, ohne auf das Betriebsverhalten der ASM allzu großen Einfluss zu nehmen. Die Untersuchungen konzentrieren sich somit auf das Design des Rotors, d.h. wie der Nutschlitz im Rotor im Idealfall zu gestalten sei. Ausgehend von den oben genannten drei Varianten der Rotorausführung werden die Auswirkungen auf das Drehmoment, die Drehmoment-Welligkeit und den Wirkungsgrad ermittelt. Wie zu erwarten, resultiert aus einer zunehmenden Ausprägung der Schenklichkeit, und damit der Möglichkeit der geberlosen Erfassung der Rotorposition, eine Verschlechterung des Drehmoments und des Wirkungsgrades.

Herr Professor de Doncker, Aachen hat in Kapitel 17 die neuesten Verfahren zur Regelung von geschalteten Reluktanzmaschinen dargestellt. Zur Einführung und zum verbesserten Verständnis werden die Grundlagen kurz wiederholt.

Wesentlich sind die Kapitel über die sensorlose Regelung sowie die verschiedenen Optionen zur Optimierung der geschalteten Reluktanzmaschinen wie die Minimierung der Welligkeit der Zwischenkreisspannung, die akustische Analyse, die Verlustmodellierung sowie die Modellierung mit Reluktanz-Netzwerken. Interessante Informationen, welche ausführlich in den Dissertationen des Lehrstuhls erläutert werden.

Damit liegen modellbasierte Verfahren und Verfahren mit Zusatzsignalen vor, um einen Betrieb ohne Drehzahl- oder Positionssensor zu realisieren.

16 Synchronmaschine

In diesem Kapitel werden die bereits aus dem Buch „Elektrische Antriebe — Grundlagen“ [57–61] bekannten Gleichungen sowie Signalflußpläne der verschiedenen Ausführungsformen der Synchronmaschinen kurz dargestellt. Um den Einstieg auch in diesem Buch zu ermöglichen, sei u.a. auf Kap. 13.1.1 (Drehfeldmaschine allgemein) und auf Kap. 13.1.2 (Raumzeigerdarstellung) hingewiesen, die wesentliche Grundlagen für das Verständnis enthalten.

Um die Signalflußpläne nicht allzu komplex werden zu lassen, sollen folgende vereinfachende Annahmen gelten:

- Die Magnetisierungskennlinie wird linear angenommen (zur Verfeinerung siehe auch [57–61]);
- Haupt- und Gegeninduktivitäten der Maschine können in Längs- und Querrichtung verschieden sein;
- der Stator besitzt eine symmetrische dreisträngige Wicklung, die in eine mit dem Rotor rotierende äquivalente zweisträngige Wicklung umgerechnet werden kann;
- das speisende Drehspannungssystem ist symmetrisch, starr und enthält keine Nullkomponente;
- die rotorseitigen Parameter sind auf den Statorkreis umgerechnet;
- Einflüsse der Stromverdrängung in den Leitern bleiben unberücksichtigt;
- die Eisenverluste werden vernachlässigt;
- es wird nur die gegenseitige Dämpfung der magnetischen Grundfelder (einfacher Polpaarzahl) im Luftspalt betrachtet;
- Unsymmetrien eines ungleichmäßigen oder unvollständigen Dämpferkäfigs können in Form unsymmetrischer Widerstände und Induktivitäten der zweisträngigen Dämpfer-Ersatzwicklung berücksichtigt werden;
- die Erregerachse soll entweder mit der Mitte einer Dämpfermasche oder mit der Mitte eines Dämpferstabes fluchten;
- eine magnetische Kopplung von Erregerwicklung und Dämpferkäfig über die Nutenquerfelder (für den Fall, daß beide Wicklungen in gemeinsamen Nuten untergebracht sind) kann gegebenenfalls über eine erhöhte Gegeninduktivität M_{ED} berücksichtigt werden.

16.1 Synchron-Schenkelpolmaschine ohne Dämpferwicklung

16.1.1 Beschreibendes Gleichungssystem

Im folgenden Kapitel soll eine Schenkelpolmaschine vorausgesetzt werden. In diesem Fall ist der Rotor ein Polrad mit ausgeprägten Polen. Dieses Polrad trägt nur die Erregerwicklung der Synchronmaschine (Abb. 16.1). Falls die Schenkelpolmaschine eine Dämpferwicklung aufweist, muß dies durch ein zusätzliches dreiphasiges Wicklungssystem 3 berücksichtigt werden (Abb. 16.2).

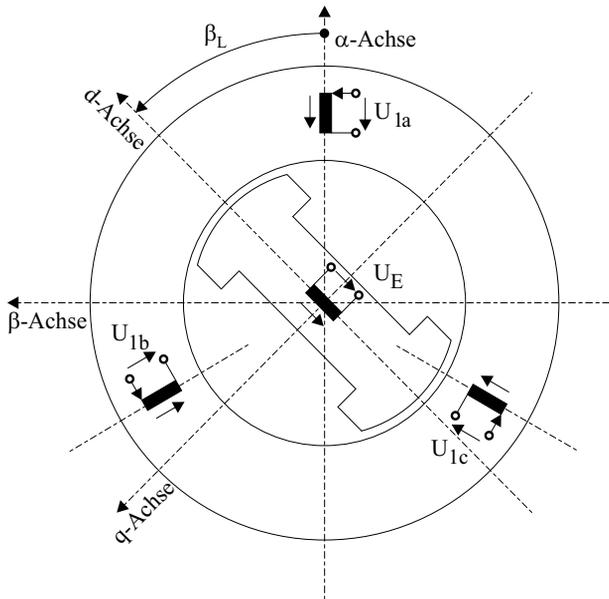


Abb. 16.1: Synchron-Schenkelpolmaschine ohne Dämpferwicklung: Darstellung der Wicklungssysteme (Sternschaltung im Stator)

Auf die Vorkenntnisse, die bei der Ableitung des Signalflußplans der allgemeinen Drehfeldmaschine erarbeitet wurden, wird im folgenden zurückgegriffen. Die Ableitungen der Gleichungen soll entsprechend *Laible* [107], *Fischer* [103] und *Bühler* [102] erfolgen.

Bei der Ableitung der Statorgleichungen der Synchronmaschine sind die Statorgleichungen der allgemeinen Drehfeldmaschine zu übertragen, da der Stator bei der Synchronmaschine auch ein dreiphasiges, symmetrisches Wicklungssystem aufweist. Dieses dreiphasige Wicklungssystem kann vorteilhaft in einem Gleichungssystem mit einem statorfesten Koordinatensystem beschrieben werden.

Der Rotor weist nur die Erregerwicklung auf. Aufgrund des ausgeprägten Pols wird sich vorwiegend in der direkten Achse (d-Achse) des Polrades ein Fluß der Erregerwicklung ausbilden können. Wegen dieser besonderen konstruktiven Si-

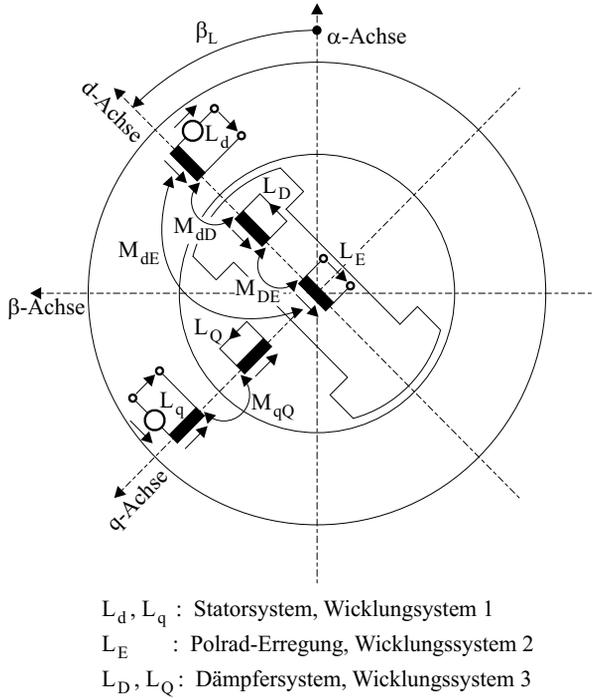


Abb. 16.2: Synchron-Schenkelpolmaschine mit Dämpferwicklung: Darstellung im d - q -System

tuation wird für den Rotor das mit dem **Rotor umlaufende Koordinatensystem L** jetzt mit den allgemein verwendeten **Achsenbezeichnungen d und q** gewählt (Abb. 16.1 und 16.2). Dies bedeutet, daß damit die Kreisfrequenz Ω_L des umlaufenden Koordinatensystems L (d, q) auf die mit der Polpaarzahl Z_p umgerechnete mechanische Winkelgeschwindigkeit Ω_m des Rotors festgelegt ist.

$$\Omega_L = Z_p \cdot \Omega_m \quad (16.1)$$

Wie bei der allgemeinen Drehfeldmaschine gilt für das Statorwicklungssystem die folgende Spannungsgleichung (S: statorfestes Koordinatensystem):

$$\vec{U}_1^S = R_1 \cdot \vec{I}_1^S + \frac{d\vec{\Psi}_1^S}{dt} \quad (16.2)$$

Wie bereits in Abb. 16.1 dargestellt, soll eine Winkeldifferenz β_L zwischen der statorfesten Koordinatenachse α und der auf das Polrad orientierten Koordinatenachse d bestehen. Es gilt:

$$\beta_L = \beta_{L0} + \int_0^t \Omega_L(\tau) d\tau \quad (16.3)$$

mit β_{L0} als Anfangswert des Winkels zum Zeitpunkt Null und der elektrischen Winkelgeschwindigkeit Ω_L des Polrades, vom statorfesten Koordinatensystem aus betrachtet.

Wie in Kap. 13.1.1 soll nun in einem zweiten Schritt für die Wicklungssysteme des Stators und des Polrads das gemeinsame Koordinatensystem L gewählt werden. Im vorliegenden Fall der Schenkelpolmaschine ist es naheliegend, das Koordinatensystem L auf das ausgeprägte Polrad des Rotors entsprechend Abb. 16.1 zu orientieren.

Bei der Transformation der Spannungsgleichung des Stators muß außerdem beachtet werden, daß sowohl die Amplitude des Flusses Ψ_1 als auch die Lage relativ zum Koordinatensystem L zeitvariant sind. Es muß somit die Produktregel bei der Differentiation des Flusses angewendet werden, da die Differentiation sowohl nach der zeitvarianten Amplitude als auch nach der Lage erfolgen muß. Es ergibt sich somit:

$$\vec{U}_1^L = R_1 \cdot \vec{I}_1^L + \frac{d\vec{\Psi}_1^L}{dt} + j\Omega_L \cdot \vec{\Psi}_1^L \quad \text{mit} \quad \frac{d\beta_L}{dt} = \Omega_L \quad (16.4)$$

Der zweite Term in Gl. (16.4) beschreibt die induzierte Spannung aufgrund der Amplitudenänderung, der dritte Term aufgrund der Lageänderung.

Die obige Gleichung kann direkt in die d- und q-Komponenten zerlegt werden:

$$U_d = R_1 \cdot I_d + \frac{d\Psi_d}{dt} - \Omega_L \cdot \Psi_q \quad (16.5)$$

$$U_q = R_1 \cdot I_q + \frac{d\Psi_q}{dt} + \Omega_L \cdot \Psi_d \quad (16.6)$$

Ein vergleichbares Gleichungssystem hatte sich auch für das Statorsystem der allgemeinen Drehfeldmaschine ergeben.

Für die Gleichungen des Erregerkreises gilt entsprechend:

$$\vec{U}_E^L = R_E \cdot \vec{I}_E^L + \frac{d\vec{\Psi}_E^L}{dt} \quad (16.7)$$

Der hochgestellte Index L kann entfallen, da alle Gleichungen jetzt im gleichen Koordinatensystem vorliegen (nur d-Achse).

$$U_E = R_E \cdot I_E + \frac{d\Psi_E}{dt} \quad (16.8)$$

Wie bei der allgemeinen Drehfeldmaschine müssen nun noch die Flußverketungen zwischen Stator und Rotor beschrieben werden.

Die Induktivitäten in der d- und q-Achse unterscheiden sich bei der Schenkelpolmaschine. Die Statorinduktivitäten sind L_d und L_q , die Polrad-Induktivität ist L_E , die Gegeninduktivitäten zwischen Stator und Polrad sind M_{dE} bzw. $M_{qE} = 0$ (siehe auch Abb. 16.2).

Aus den bisherigen Darstellungen und Abb. 16.1 folgt, daß bei der Schenkelpolmaschine ohne Dämpferwicklung nur eine Flußverkettung in der d-Achse über M_{dE} möglich ist. Damit gilt:

$$\Psi_d = L_d \cdot I_d + M_{dE} \cdot I_E \tag{16.9}$$

$$\Psi_q = L_q \cdot I_q \tag{16.10}$$

$$\Psi_E = L_E \cdot I_E + M_{dE} \cdot I_d \tag{16.11}$$

Die Induktivitäten in der d- und q-Achse lassen sich in Streu- und Hauptinduktivitäten aufteilen. In der d-Achse entspricht die Hauptinduktivität der Gegeninduktivität.

$$L_d = L_{\sigma d} + L_{hd} = L_{\sigma d} + M_{dE}; \quad L_q = L_{\sigma q} + L_{hq} \tag{16.12}$$

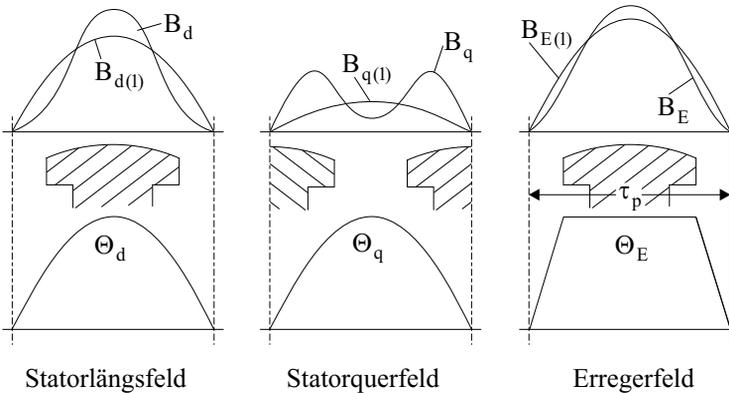


Abb. 16.3: Bestimmung der Grundwellenfelder bei gleicher Erreger- und Statordurchflutung ($\Theta = I \cdot w$: Amperewindungen)

Zur Veranschaulichung der Durchflutungs- und Feldverhältnisse dient Abb. 16.3. Daraus ist zu entnehmen, daß die Grundwellen $B_{d(1)}$ bzw. $\Psi_{d(1)}$ und $B_{E(1)}$ bzw. $\Psi_{E(1)}$ deutlich größer als $B_{q(1)}$ bzw. $\Psi_{q(1)}$ sind. Entsprechend ist die Hauptinduktivität $L_{hd} > L_{hq}$ und die Streuinduktivität $L_{\sigma q} \approx L_{\sigma d}$ (hauptsächlich Nutstreuung), während $L_d > L_q$ ist.

Da wie bei der allgemeinen Drehfeldmaschine das erzeugte Drehmoment M_{Mi} und die mechanische Bewegungsgleichung unabhängig vom verwendeten Koordinatensystem sind, kann wie folgt aus Kap. 13.1.1 übertragen werden:

$$M_{Mi} = \frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot (\Psi_d \cdot I_q - \Psi_q \cdot I_d) \tag{16.13}$$

Die Drehmomentgleichung (16.13) muß für die Schenkelpolmaschine noch interpretiert werden. Wenn Ψ_d und Ψ_q in die Gleichung eingesetzt werden, erhält man mit:

$$\Psi_d = L_d \cdot I_d + M_{dE} \cdot I_E \quad (16.14)$$

$$\Psi_q = L_q \cdot I_q \quad (16.15)$$

für das Drehmoment:

$$M_{Mi} = \frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot \left(M_{dE} \cdot I_E \cdot I_q + (L_d - L_q) \cdot I_d \cdot I_q \right) \quad (16.16)$$

Aus der Momentgleichung ist zu entnehmen, daß der erste Term aus der multiplikativen Verknüpfung des mit dem Stator verkoppelten Erregerflusses und des Statorstromes I_q entsteht. Im zweiten Term wird ein Drehmomentanteil beschrieben, der unabhängig vom Erregerstrom I_E ist. Wenn beispielsweise $I_E = 0$ gesetzt wird und eine Maschine mit ausgeprägten Polen des Polrads wie bei der Schenkelpolmaschine vorliegt, dann kann allein aufgrund von $L_d \neq L_q$ ein Moment, das Reluktanzmoment (zweiter Term) erzeugt werden.

(Anmerkung: Im Fall der idealen Vollpolmaschine (Turboläufer) ist $L_d = L_q$ und der zweite Term entfällt. Damit verbleibt bei der Vollpolmaschine $M_{Mi} \sim I_E \cdot I_q$. Es könnte nun die Frage entstehen, warum I_d in diesem Fall keinen Einfluß mehr auf die Momentbildung hat, beim Blindleistungsbetrieb (Phasenschieber) aber I_E und I_d gleichberechtigt sind. Die Erklärung ist physikalisch: Es ist richtig, daß I_E und I_d beim Flußaufbau gleichberechtigt sind. Bei der Momentbildung muß allerdings beachtet werden, daß die dreiphasige Statorwicklung bedingt durch die Raumzeigerdarstellung in zwei senkrecht zueinander angeordnete Statorwicklungen transformiert wird. Diese beiden senkrecht zueinander angeordneten Wicklungen führen die Ströme I_d und I_q , die Kraftwirkung wird aber vom Statorgehäuse aufgenommen und trägt nicht zum verfügbaren Moment M_{Mi} bei.)

Für eine Schenkelpolmaschine ohne Dämpferwicklung kann umgeformt werden:

$$M_{Mi} = \frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot \left((M_{dE} \cdot I_{\mu d} + L_{\sigma d} \cdot I_d) \cdot I_q - L_q \cdot I_d \cdot I_q \right) \quad (16.17)$$

$$\text{mit} \quad I_{\mu d} = I_d + I_E \quad (16.18)$$

Aus Gl. (16.17) ist mit $I_{\mu d}$ die Verkettung der Flüsse Ψ_d und Ψ_E entsprechend der Ströme zu erkennen. Es gelten aber die obigen Aussagen bei $L_d = L_q$ weiterhin.

Mit der mechanischen Gleichung kann der komplette Gleichungssatz (16.19) für die Synchron-Schenkelpolmaschine im d-q-System geschrieben werden als:

$$\begin{aligned}
 \Psi_d &= L_d \cdot I_d + M_{dE} \cdot I_E \\
 \Psi_q &= L_q \cdot I_q \\
 \Psi_E &= L_E \cdot I_E + M_{dE} \cdot I_d \\
 U_d &= R_1 \cdot I_d + \frac{d\Psi_d}{dt} - \Omega_L \cdot \Psi_q \\
 U_q &= R_1 \cdot I_q + \frac{d\Psi_q}{dt} + \Omega_L \cdot \Psi_d \\
 U_E &= R_E \cdot I_E + \frac{d\Psi_E}{dt} \\
 M_{Mi} &= \frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot \left(M_{dE} \cdot I_E \cdot I_q + (L_d - L_q) \cdot I_d \cdot I_q \right) \\
 \Theta \cdot \frac{d\Omega_m}{dt} &= M_{Mi} - M_W \\
 \Omega_L &= Z_p \cdot \Omega_m
 \end{aligned} \tag{16.19}$$

16.1.2 Synchron-Schenkelpolmaschine in normierter Darstellung

Das beschreibende Gleichungssystem (16.19) soll jetzt *normiert* werden. In einem ersten Schritt werden die Bezugswerte so gewählt, daß die Nähe zu den physikalischen Gleichungen möglichst gewahrt bleibt. Zur Vereinfachung der aus diesen Gleichungen ableitbaren Signalflußpläne werden dann in einem zweiten Schritt die Bezugswerte so gesetzt, daß sich die normierten Gleichungen und folglich auch die Signalflußpläne möglichst stark vereinfachen [102]. Dies ist vor allem aus regelungstechnischer Sicht sehr wünschenswert.

Die Bezugswerte für den Stator entsprechen den Daten der Maschine bei Nennbetrieb. Dabei sind U_{effN} und I_{effN} die Strangennenngrößen:

$$U_N = \sqrt{2} \cdot U_{effN}; \quad I_N = \sqrt{2} \cdot I_{effN}; \quad T_N = \frac{1}{2\pi \cdot f_N} \tag{16.20}$$

Die abgeleiteten Bezugswerte sind dann:

$$\Psi_N = T_N \cdot U_N; \quad R_N = \frac{U_N}{I_N}; \quad L_N = \frac{\Psi_N}{I_N} = T_N \cdot \frac{U_N}{I_N} \quad (16.21)$$

$$\Omega_N = \frac{1}{T_N} \text{ (elektrisch);} \quad \Omega_{0N} = \frac{1}{T_N \cdot Z_p} \text{ (mechanisch)} \quad (16.22)$$

$$\Omega_{0N} = 2\pi \cdot N_{0N}; \quad M_{iN} = \frac{3}{2} \cdot \frac{U_N \cdot I_N}{\Omega_{0N}} \quad (16.23)$$

Induktivität und Reaktanz bei Nennfrequenz sind im normierten Fall gleich, z.B.:

$$l_d = \frac{L_d}{L_N} = \frac{2\pi \cdot f_N \cdot L_d}{R_N} = x_d; \quad l_q = \frac{L_q}{L_N} = \frac{2\pi \cdot f_N \cdot L_q}{R_N} = x_q \quad (16.24)$$

Mechanische und elektrische Winkelgeschwindigkeiten und Drehzahl des Rotors (Polrad) sind normiert im stationären Betrieb gleich:

$$\omega_L = \frac{\Omega_L}{\Omega_N}; \quad \omega_m = \frac{\Omega_m}{\Omega_{0N}}; \quad n = \frac{N}{N_{0N}} \quad (16.25)$$

$$\omega_L = \omega_m = n \quad (16.26)$$

Mit diesen Bezugswerten können die Gleichungen (16.8) bzw. (16.5) und (16.6) normiert werden:

$$u_d = r_1 \cdot i_d + T_N \cdot \frac{d\psi_d}{dt} - \omega_L \cdot \psi_q \quad (16.27)$$

$$u_q = r_1 \cdot i_q + T_N \cdot \frac{d\psi_q}{dt} + \omega_L \cdot \psi_d \quad (16.28)$$

Es ist sinnvoll, den Erregerkreis (und später auch den Dämpferkreis) nicht mit den Bezugswerten für den Stator zu normieren. Die Bezugswerte hierfür lauten:

$$U_{EN} = I_{EN} \cdot R_{EN}; \quad I_{EN} = \frac{\Psi_{EN}}{L_{EN}}; \quad T_E = \frac{L_{EN}}{R_{EN}} = \frac{\Psi_{EN}}{U_{EN}} \quad (16.29)$$

Um die Kopplung zwischen Stator- und Erregerkreis in normierter Darstellung zu beschreiben, wird noch der Bezugswert für die Kopplungsinduktivität eingeführt:

$$M_{dEN} = \frac{\Psi_N}{I_{EN}} \quad \Longrightarrow \quad m_{dE} = \frac{M_{dE}}{\Psi_N} \cdot I_{EN} = \frac{M_{dE}}{M_{dEN}} \quad (16.30)$$

Durch Einsetzen erhält man nun:

$$u_E = r_E \cdot i_E + T_E \cdot \frac{d\psi_E}{dt} \quad (16.31)$$

Die Momentgleichung und die bekannte mechanische Bewegungs-Differentialgleichung lauten normiert:

$$m_{Mi} = \psi_d \cdot i_q - \psi_q \cdot i_d \tag{16.32}$$

$$T_{\Theta N} \cdot \frac{d\omega_m}{dt} = m_{Mi} - m_W \quad \text{mit} \quad T_{\Theta N} = \frac{\Theta \cdot \Omega_{0N}}{M_{iN}} \tag{16.33}$$

Die Normierung der Flußverkettungsgleichungen ergibt für ψ_d :

$$\psi_d = l_d \cdot i_d + m_{dE} \cdot i_E \tag{16.34}$$

Der Statorquerfluß ist unabhängig vom Strom der Erregerwicklung:

$$\psi_q = l_q \cdot i_q \tag{16.35}$$

Entsprechend Gl. (16.34) gilt für den Erregerfluß:

$$\psi_E = l_E \cdot i_E + m_{Ed} \cdot i_d \tag{16.36}$$

mit dem Kopplungsfaktor vom Rotor zum Stator:

$$m_{Ed} = m_{dE} \cdot \frac{M_{dEN}^2}{L_{EN} \cdot L_N} \tag{16.37}$$

Analog zum Gleichungssatz (16.19) der Synchron-Schenkelpolmaschine in unnormierter Darstellung im d-q-System kann für die normierte Darstellung der Gleichungssatz (16.38) aufgestellt werden:

$$\begin{aligned} \psi_d &= l_d \cdot i_d + m_{dE} \cdot i_E \\ \psi_q &= l_q \cdot i_q \\ \psi_E &= l_E \cdot i_E + m_{Ed} \cdot i_d \\ u_d &= r_1 \cdot i_d + T_N \cdot \frac{d\psi_d}{dt} - \omega_L \cdot \psi_q \\ u_q &= r_1 \cdot i_q + T_N \cdot \frac{d\psi_q}{dt} + \omega_L \cdot \psi_d \\ u_E &= r_E \cdot i_E + T_E \cdot \frac{d\psi_E}{dt} \\ m_{Mi} &= \psi_d \cdot i_q - \psi_q \cdot i_d \\ T_{\Theta N} \cdot \frac{d\omega_m}{dt} &= m_{Mi} - m_W \\ \omega_L &= \omega_m = n \end{aligned} \tag{16.38}$$

Durch geschickte Wahl der Bezugswerte im Erregerkreis läßt sich nun der Gleichungssatz (16.38) noch weiter vereinfachen. So wird der Nenn-Erregerwiderstand R_{EN} gleich dem Erregerwiderstand R_E gesetzt, der Bezugswert L_{EN} für die Erregerinduktivität wird zu L_E gewählt und die Kopplungsinduktivität wird auf M_{dE} bezogen:

$$\mathbf{R}_{EN} = \mathbf{R}_E ; \mathbf{L}_{EN} = \mathbf{L}_E ; \mathbf{M}_{dEN} = \mathbf{M}_{dE} \Rightarrow \mathbf{r}_E = \mathbf{l}_E = \mathbf{m}_{dE} = 1 \tag{16.39}$$

Durch diese Wahl der Bezugswerte entfallen in Gleichungssatz (16.38) r_E, l_E und m_{dE} , der Kopplungsfaktor m_{Ed} wird umgerechnet zu

$$m_{Ed} = 1 \cdot \frac{M_{dE}^2}{L_E \cdot L_N} \cdot \frac{L_d}{L_d} = \frac{M_{dE}^2}{L_E \cdot L_d} \cdot l_d = (1 - \sigma_E) \cdot l_d \tag{16.40}$$

mit dem Streufaktor σ_E

$$\sigma_E = 1 - \frac{M_{dE}^2}{L_d \cdot L_E} \tag{16.41}$$

Es ergibt sich nunmehr der vereinfachte Gleichungssatz (16.42), der als Grundlage für alle weiteren Betrachtungen herangezogen wird.

$\psi_d = l_d \cdot i_d + i_E$ $\psi_q = l_q \cdot i_q$ $\psi_E = i_E + (1 - \sigma_E) \cdot l_d \cdot i_d$ $u_d = r_1 \cdot i_d + T_N \cdot \frac{d\psi_d}{dt} - \omega_L \cdot \psi_q$ $u_q = r_1 \cdot i_q + T_N \cdot \frac{d\psi_q}{dt} + \omega_L \cdot \psi_d$ $u_E = i_E + T_E \cdot \frac{d\psi_E}{dt}$ $i_d = \frac{1}{\sigma_E \cdot l_d} \cdot (\psi_d - \psi_E)$ $i_q = \frac{1}{l_q} \cdot \psi_q$ $i_E = \frac{1}{\sigma_E} \cdot (\psi_E - (1 - \sigma_E) \cdot \psi_d)$ $m_{Mi} = \psi_d \cdot i_q - \psi_q \cdot i_d$ $T_{\theta N} \cdot \frac{d\omega_m}{dt} = m_{Mi} - m_W$ $\omega_L = \omega_m$	$\tag{16.42}$
--	---------------

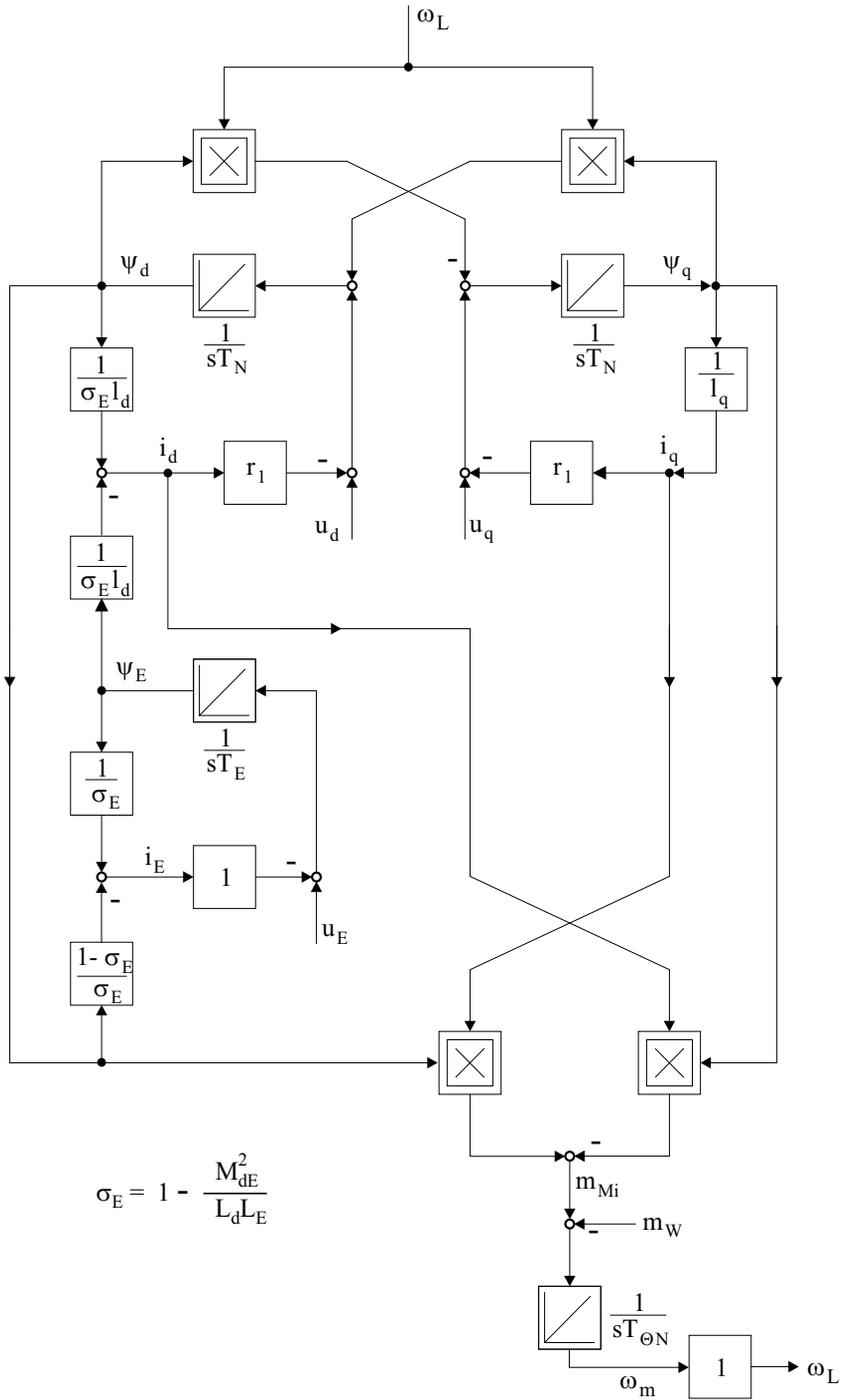


Abb. 16.4: Normierter Signalflußplan der Synchron-Schenkelpolmaschine nach Gleichungssatz (16.42)

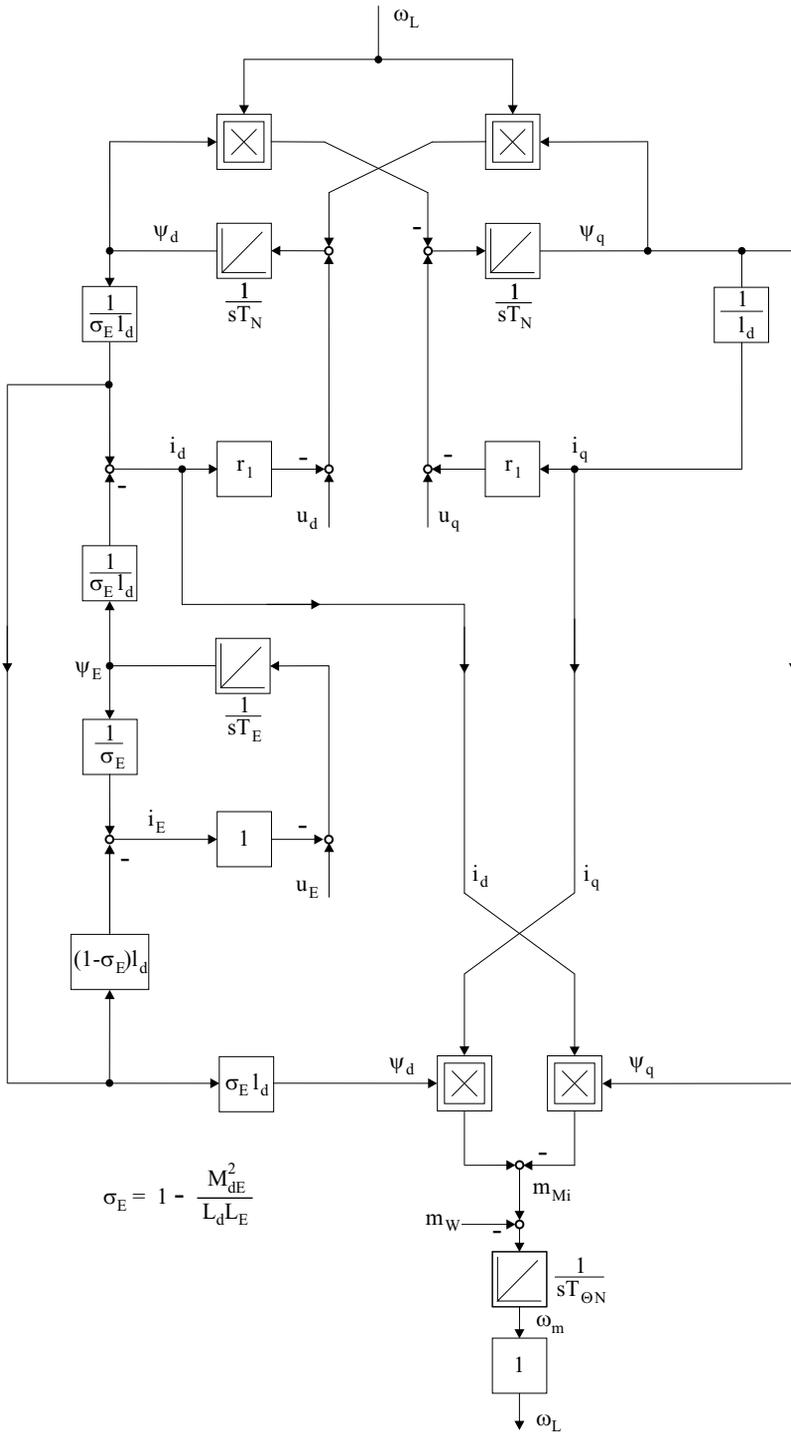


Abb. 16.5: Abgewandelter Signalflußplan der Synchron-Schenkelpolmaschine nach Gleichungssatz (16.42)

16.1.3 Signallaßplan der Synchron-Schenkelpolmaschine bei Spannungseinprägung

Mit Hilfe des Gleichungssatzes (16.42) und

$$T_N \cdot \frac{d\psi_d}{dt} = u_d - r_1 \cdot i_d + \omega_L \cdot \psi_q \tag{16.43}$$

$$T_N \cdot \frac{d\psi_q}{dt} = u_q - r_1 \cdot i_q - \omega_L \cdot \psi_d \tag{16.44}$$

$$T_E \cdot \frac{d\psi_E}{dt} = u_E - i_E \tag{16.45}$$

läßt sich nun der normierte Signallaßplan der Synchron-Schenkelpolmaschine im d-q-System zeichnen (Abb. 16.4) siehe Hinweis Kap. 13.2.1, Abb. 13.7.

Abbildung 16.5 zeigt einen abgewandelten Signallaßplan, der in späteren Kapiteln - beispielsweise bei Synchronmaschinen mit Dämpferwicklung — verwendet wird. Das vollständige Blockschaltbild der Synchron-Schenkelpolmaschine ohne Dämpferwicklung im Dreiphasen-Drehstromsystem zeigt Abb. 16.6.

Die Koordinatenwandlung vom Dreiphasen-Drehstromsystem auf das d-q-System zeigt Abb. 16.7, und die Umwandlung der Drehzahl ω_L in die Funktionen $\sin \beta_L$ und $\cos \beta_L$ zeigt Abb. 16.8. Die Koordinatenwandlung vom d-q-System auf das Dreiphasen-Drehstromsystem zeigt Abb. 16.9

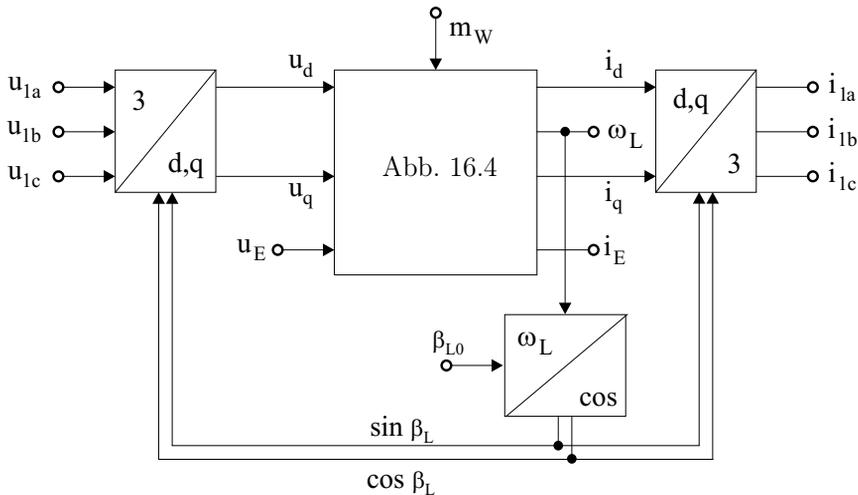


Abb. 16.6: Blockschaltbild der Schenkelpolmaschine bei Vorgabe der Statorspannung

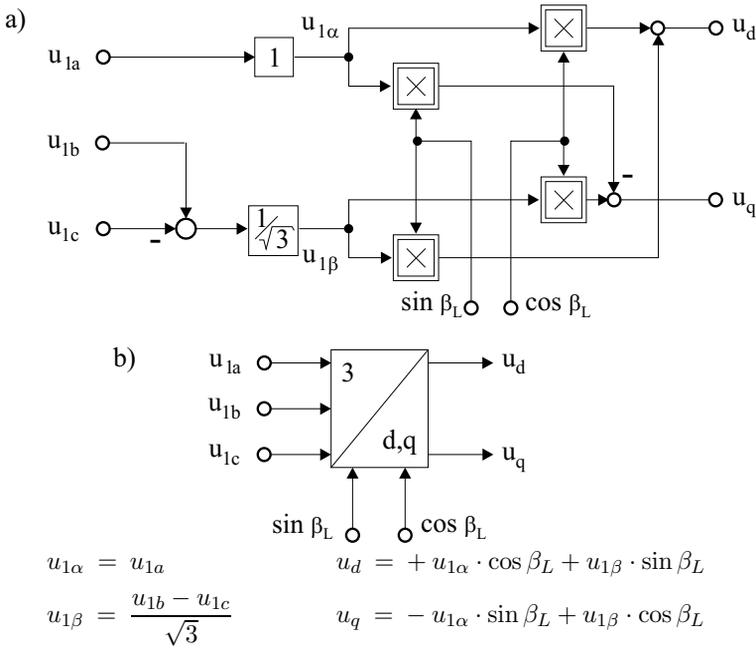


Abb. 16.7: Umwandlung der drei Phasenspannungen u_{1a} , u_{1b} und u_{1c} in die Spannungen u_d und u_q der Längs- und Querachse der Synchronmaschine: a) Signalflussplan, b) Blockdarstellung

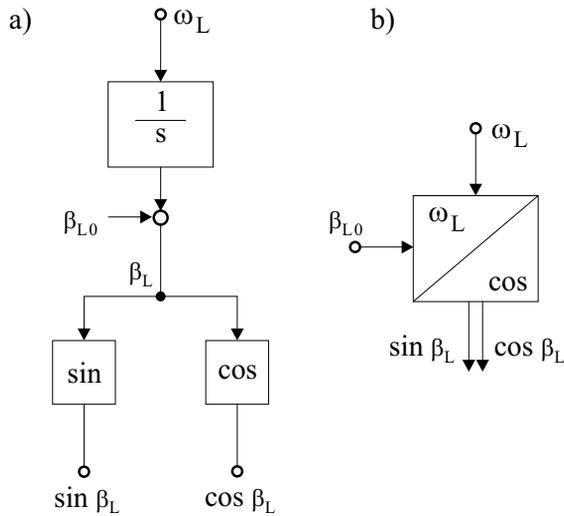


Abb. 16.8: Umwandlung der Drehzahl ω_L in die Winkelfunktionen $\cos \beta_L$ und $\sin \beta_L$: a) Signalflussplan, b) Blockdarstellung

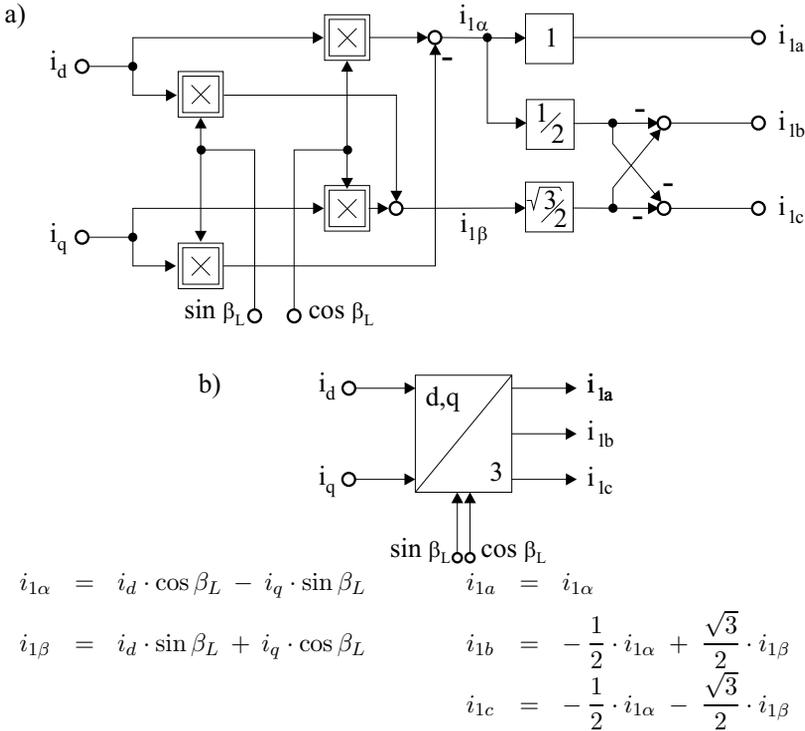


Abb. 16.9: Umwandlung der Ströme i_d und i_q der Längs- und Querachse der Synchron-Schenkelpolmaschine in die drei Phasenströme i_{1a} , i_{1b} und i_{1c} : a) Signalflussplan, b) Blockdarstellung

16.1.4 Signalflußplan der Synchron-Schenkelpolmaschine bei Stromeinprägung

Die aus Kap. 16.1.1 bekannten Gleichungen aus Gleichungssatz (16.42) der Schenkelpolmaschine können so aufgelöst werden, daß man den Signalflußplan der Synchron-Schenkelpolmaschine ohne Dämpferwicklung bei *Stromeinprägung* erhält. Beispielhaft wird dabei zusätzlich vom Zeitbereich in den s -Bereich transformiert (Faltung!).

Es gilt: Die Hinweise hinsichtlich der Bedeutung der kreisförmigen Kopplung im Statorkreis bei den Asynchronmaschinen gelten auch für Synchronmaschinen mit Schenkeligkeit.

Abbildung 16.10 zeigt den normierten Signalflußplan bei Stromvorgabe und Abb. 16.11 den Signalflußplan im Dreiphasensystem. Für die Umwandlung der Signale vom Dreiphasensystem in das d-q-System und umgekehrt können sinngemäß die in Abb. 16.7 und 16.9 dargestellten Transformationsvorschriften angewendet werden.

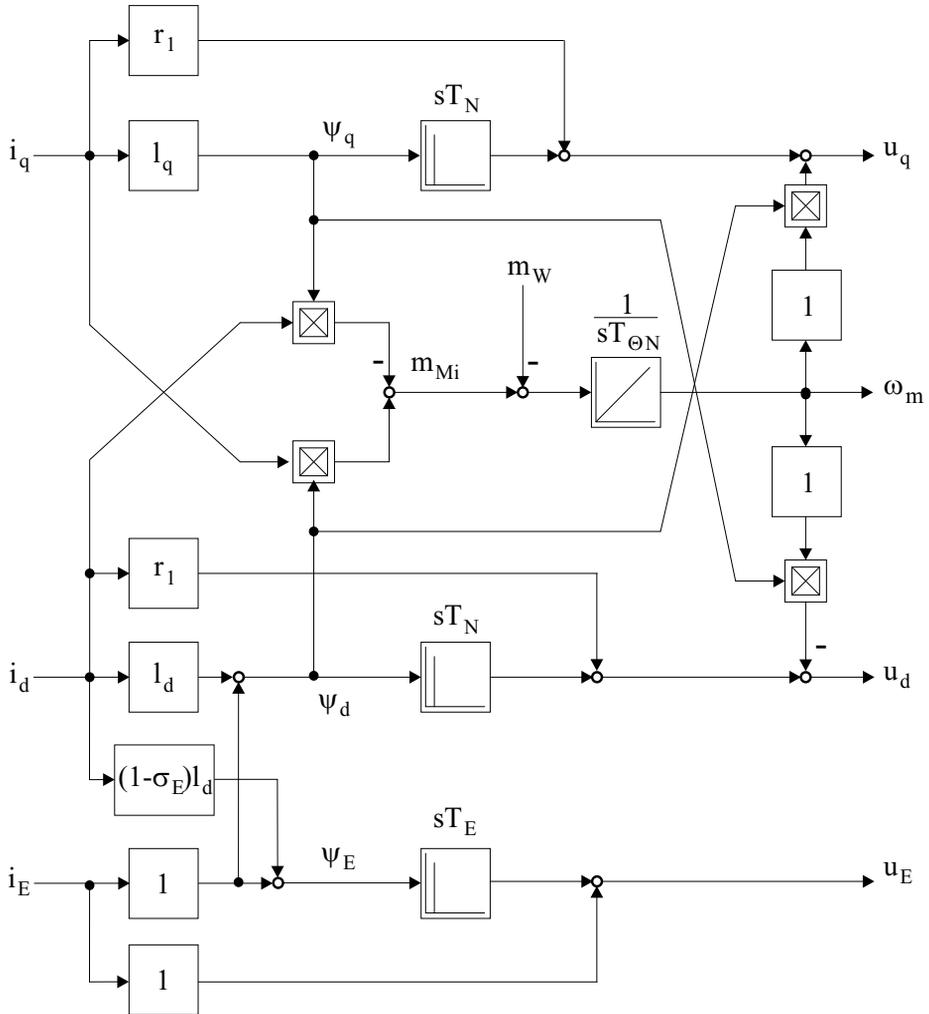


Abb. 16.10: Normierter Signalflußplan der Synchron-Schenkelpolmaschine bei Stromeinprägung nach Gleichungssatz (16.46)

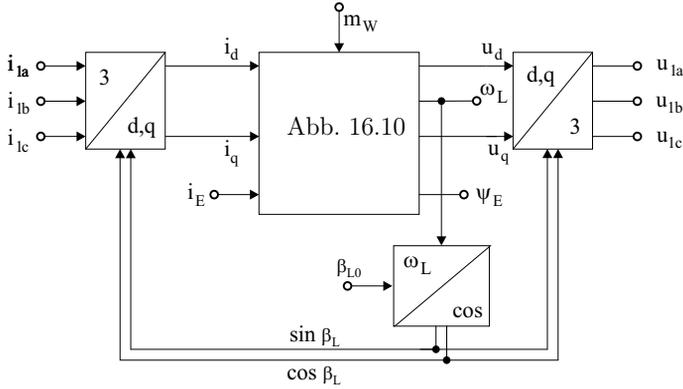


Abb. 16.11: Blockschaltbild der Schenkelpolmaschine bei Stromeinprägung

$$\psi_d = l_d \cdot i_d + i_E$$

$$\psi_q = l_q \cdot i_q$$

$$\psi_E = i_E + (1 - \sigma_E) \cdot l_d \cdot i_d$$

$$u_d = s T_N \cdot \psi_d + r_1 \cdot i_d - \omega_L * \psi_q$$

$$u_q = s T_N \cdot \psi_q + r_1 \cdot i_q + \omega_L * \psi_d$$

$$u_E = s T_E \cdot \psi_E + i_E$$

$$i_d = \frac{1}{\sigma_E \cdot l_d} \cdot (\psi_d - \psi_E)$$

$$i_q = \frac{1}{l_q} \cdot \psi_q$$

$$i_E = \frac{1}{\sigma_E} \cdot (\psi_E - (1 - \sigma_E) \cdot \psi_d)$$

$$m_{Mi} = \psi_d * i_q - \psi_q * i_d$$

$$s T_{\Theta N} \cdot \omega_m = m_{Mi} - m_W$$

$$\omega_L = \omega_m$$

(16.46)

16.1.5 Ersatzschaltbild der Synchron-Schenkelpolmaschine

Mit den obigen Gleichungen können auch unnormierte galvanische Ersatzschaltbilder der Schenkelpolmaschine dargestellt werden. Wesentlich ist die Einführung des resultierenden Magnetisierungsstroms $I_{\mu d}$ in der d-Achse:

$$I_{\mu d} = I_d + I_E; \quad I_{\mu q} = I_q \quad (16.47)$$

Mit diesen Gleichungen können die Flußgleichungen umgeschrieben werden:

$$\Psi_d = M_{dE} \cdot I_{\mu d} + L_{\sigma d} \cdot I_d \quad (16.48)$$

$$\Psi_q = L_q \cdot I_q = (L_{\sigma q} + L_{hq}) \cdot I_q \quad (16.49)$$

$$\Psi_E = M_{dE} \cdot I_{\mu d} + L_{\sigma E} \cdot I_E \quad (16.50)$$

mit $L_{\sigma E} = L_E - M_{dE}$

Werden in die unnormierten Spannungsgleichungen

$$U_d = R_1 \cdot I_d + \frac{d\Psi_d}{dt} - \Omega_L \cdot \Psi_q \quad (16.51)$$

$$U_q = R_1 \cdot I_q + \frac{d\Psi_q}{dt} + \Omega_L \cdot \Psi_d \quad (16.52)$$

die obigen Flußgleichungen (16.48) bis (16.50) eingesetzt, ergibt sich:

$$\begin{aligned} U_d &= \frac{d}{dt} (M_{dE} \cdot I_{\mu d} + L_{\sigma d} \cdot I_d) - \Omega_L \cdot \Psi_q + R_1 \cdot I_d \\ &= \frac{d}{dt} (M_{dE} \cdot I_{\mu d} + L_{\sigma d} \cdot I_d) - \Omega_L \cdot L_q \cdot I_q + R_1 \cdot I_d \end{aligned} \quad (16.53)$$

$$\begin{aligned} U_q &= \frac{d}{dt} ((L_{\sigma q} + L_{hq}) \cdot I_q) + \Omega_L \cdot \Psi_d + R_1 \cdot I_q \\ &= \frac{d}{dt} ((L_{\sigma q} + L_{hq}) \cdot I_q) + \Omega_L \cdot M_{dE} \cdot I_{\mu d} + \Omega_L \cdot L_{\sigma d} \cdot I_d + R_1 \cdot I_q \end{aligned} \quad (16.54)$$

$$U_E = \frac{d\Psi_E}{dt} + I_E \cdot R_E = \frac{d}{dt} (M_{dE} \cdot I_{\mu d} + L_{\sigma E} \cdot I_E) + I_E \cdot R_E \quad (16.55)$$

Das Ersatzschaltbild in Abb. 16.12 veranschaulicht diese Gleichungen.

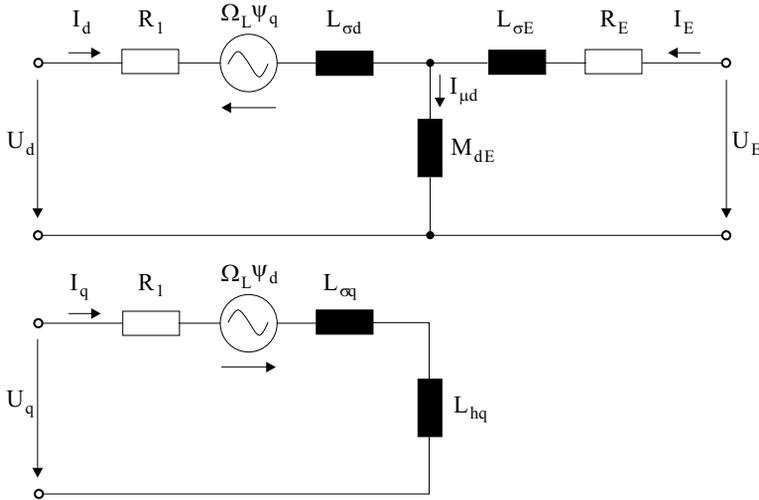


Abb. 16.12: Ersatzschaltbild der Synchron-Schenkelpolmaschine ohne Dämpferwicklung

Im stationären Betrieb gilt $d/dt = 0$; die Gleichungen vereinfachen sich dann zu:

$$U_d = -\Omega_L \cdot L_q \cdot I_q + R_1 \cdot I_d = -\Omega_L \cdot (L_{\sigma q} + L_{hq}) \cdot I_q + R_1 \cdot I_d \quad (16.56)$$

$$\begin{aligned} U_q &= \Omega_L \cdot (L_d \cdot I_d + M_{dE} \cdot I_E) + R_1 \cdot I_q \\ &= \Omega_L \cdot M_{dE} \cdot I_{\mu d} + \Omega_L \cdot L_{\sigma d} \cdot I_d + R_1 \cdot I_q \end{aligned} \quad (16.57)$$

$$U_E = R_E \cdot I_E \quad (16.58)$$

Diese Gleichungen lassen sich mit $\vec{U}_1^L = U_d + j U_q$ zusammenfassen:

$$\begin{aligned} \vec{U}_1^L &= R_1 \cdot (I_d + j I_q) + j \Omega_L \cdot (L_d \cdot I_d + j L_q \cdot I_q) + j \Omega_L \cdot M_{dE} \cdot I_E \\ &= R_1 \cdot (I_d + j I_q) + j \Omega_L \cdot (L_{\sigma d} \cdot I_d + j L_{\sigma q} \cdot I_q) \\ &\quad + j \Omega_L \cdot (L_{hd} \cdot I_d + j L_{hq} \cdot I_q) + j \Omega_L \cdot M_{dE} \cdot I_E \end{aligned} \quad (16.59)$$

mit $L_{hd} = M_{dE}$

Der vierte Term von Gl. (16.59) wird als Polradspannung \vec{U}_p bezeichnet; dies ist die im Stator durch das Polrad induzierte Spannung. Der dritte und vierte Term zusammen bilden die Hauptfeldspannung \vec{U}_h .

$$\vec{U}_p = j \Omega_L \cdot M_{dE} \cdot I_E = j X_h \cdot I_E \quad (16.60)$$

$$\vec{U}_h = \vec{U}_p + j \Omega_L \cdot (L_{hd} \cdot I_d + j L_{hq} \cdot I_q) \quad (16.61)$$

16.2 Synchron-Schenkelpolmaschine mit Dämpferwicklung

16.2.1 Beschreibendes Gleichungssystem und Signalfußplan

In Kap. 16.1 wurden die Gleichungen und die Signalfußpläne für die Synchron-Schenkelpolmaschine ohne Dämpferwicklung und in Kap. 13.1.1 entsprechend für die allgemeine Drehfeldmaschine dargestellt. Wie bereits in Abb. 16.2 gezeigt, ist die Synchron-Schenkelpolmaschine mit Dämpferwicklung eine Kombination von Synchron-Schenkelpolmaschine und der zusätzlichen dreiphasigen kurzgeschlossenen Rotorwicklung. Die kurzgeschlossene Rotorwicklung wirkt wie bei einer Asynchronmaschine und dämpft mechanische Drehzahlpendelungen. Beim Stromrichteromotor wird die Dauer der Kommutierung des lastgeführten Stellglieds verkürzt, damit kann die Aussteuerung und somit die Blindleistungsbilanz verbessert werden.

Es können somit die vorliegenden Kenntnisse zusammengefaßt werden. Zu beachten ist allerdings, daß das Koordinatensystem L verwendet wird. Damit ergibt sich das folgende Gleichungssystem:

$$\Psi_d = L_d \cdot I_d + M_{dD} \cdot I_D + M_{dE} \cdot I_E \quad (16.62)$$

$$\Psi_D = L_D \cdot I_D + M_{dD} \cdot I_d + M_{DE} \cdot I_E \quad (16.63)$$

$$\Psi_q = L_q \cdot I_q + M_{qQ} \cdot I_Q \quad (16.64)$$

$$\Psi_Q = L_Q \cdot I_Q + M_{qQ} \cdot I_q \quad (16.65)$$

$$\Psi_E = L_E \cdot I_E + M_{DE} \cdot I_D + M_{dE} \cdot I_d \quad (16.66)$$

$$U_d = R_1 \cdot I_d + \frac{d\Psi_d}{dt} - \Omega_L \cdot \Psi_q \quad (16.67)$$

$$U_q = R_1 \cdot I_q + \frac{d\Psi_q}{dt} + \Omega_L \cdot \Psi_d \quad (16.68)$$

$$0 = R_D \cdot I_D + \frac{d\Psi_D}{dt} \quad (16.69)$$

$$0 = R_Q \cdot I_Q + \frac{d\Psi_Q}{dt} \quad (16.70)$$

$$U_E = R_E \cdot I_E + \frac{d\Psi_E}{dt} \quad (16.71)$$

Für das Drehmoment gilt:

$$\begin{aligned} M_{Mi} &= \frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot \left(\Psi_d \cdot I_q - \Psi_q \cdot I_d \right) \\ &= \frac{3}{2} Z_p \left(M_{dE} I_E I_q + M_{dD} I_D I_q - M_{qQ} I_Q I_d + (L_d - L_q) I_d I_q \right) \quad (16.72) \end{aligned}$$

und für die mechanische Gleichung:

$$\Theta \cdot \frac{d\Omega_m}{dt} = M_{Mi} - M_W \quad (16.73)$$

Somit ergibt sich das normierte Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} \psi_d &= l_d \cdot i_d + i_D + i_E \\ \psi_D &= (1 - \sigma_D) \cdot l_d \cdot i_d + i_D + \mu_D \cdot i_E \\ \psi_q &= l_q \cdot i_q + i_Q \\ \psi_Q &= (1 - \sigma_Q) \cdot l_q \cdot i_q + i_Q \\ \psi_E &= (1 - \sigma_E) \cdot l_d \cdot i_d + \mu_E \cdot i_D + i_E \\ u_d &= r_1 \cdot i_d + T_N \cdot \frac{d\psi_d}{dt} - \omega_L \cdot \psi_q \\ u_q &= r_1 \cdot i_q + T_N \cdot \frac{d\psi_q}{dt} + \omega_L \cdot \psi_d \\ 0 &= i_D + T_D \cdot \frac{d\psi_D}{dt} \\ 0 &= i_Q + T_Q \cdot \frac{d\psi_Q}{dt} \\ u_E &= i_E + T_E \cdot \frac{d\psi_E}{dt} \\ m_{Mi} &= \psi_d \cdot i_q - \psi_q \cdot i_d \\ T_{\Theta N} \cdot \frac{d\omega_m}{dt} &= m_{Mi} - m_W \end{aligned} \quad (16.74)$$

mit

$$\sigma_E = 1 - \frac{M_{dE}^2}{L_d \cdot L_E}; \quad \sigma_D = 1 - \frac{M_{dD}^2}{L_d \cdot L_D}; \quad \sigma_Q = 1 - \frac{M_{qQ}^2}{L_q \cdot L_Q} \quad (16.75)$$

$$\mu_E = M_{DE} \cdot \frac{M_{dE}}{M_{dD} \cdot L_E}; \quad \mu_D = M_{DE} \cdot \frac{M_{dD}}{M_{dE} \cdot L_D} \quad (16.76)$$

Die Normierung der Gleichungen der Synchron-Schenkelpolmaschine mit Dämpferwicklung gründet auf der in Kap. 16.1.2 getroffenen Wahl der Bezugswerte und den Vereinfachungen nach Gl. (16.39).

Zusätzlich müssen noch die Bezugswerte für die Dämpferwicklung gewählt werden:

$$I_{DN} = \frac{\Psi_N}{M_{dD}}; \quad \Psi_{DN} = L_D \cdot I_{DN}; \quad T_D = \frac{L_D}{R_D} \quad (16.77)$$

$$I_{QN} = \frac{\Psi_N}{M_{qQ}}; \quad \Psi_{QN} = L_Q \cdot I_{QN}; \quad T_Q = \frac{L_Q}{R_Q} \quad (16.78)$$

Aus den obigen Ableitungen können die häufig verwendeten subtransienten und transienten Längs- und Querreaktanzen ermittelt werden:

subtransiente Querreaktanz: $x_q'' = \sigma_Q \cdot l_q$ (16.79)

subtransiente Zeitkonstante des Quersfeldes: $T_q'' = \sigma_Q \cdot T_Q$ (16.80)

subtransiente Längsreaktanz:

$$x_d'' = \left(1 - \frac{(1 - \mu_E) \cdot (1 - \sigma_D) + (1 - \mu_D) \cdot (1 - \sigma_E)}{1 - \mu_D \cdot \mu_E} \right) \cdot l_d \quad (16.81)$$

subtransiente Zeitkonstante des Längsfeldes: $T_d'' \approx \frac{x_d''}{l_d} \cdot \frac{1 - \mu_D \cdot \mu_E}{\sigma_E} \cdot T_D$ (16.82)

transiente Längsreaktanz: $x_d' \approx \sigma_E \cdot l_d$ (16.83)

transiente Zeitkonstante des Längsfeldes: $T_d' \approx \sigma_E \cdot T_E$ (16.84)

16.2.2 Ersatzschaltbild der Synchron-Schenkelpolmaschine mit Dämpferwicklung

In Gl. (16.62) bis (16.73) wurde die Synchronmaschine in allgemeiner Form dargestellt. Zu einer gebräuchlichen und einfachen Darstellung gelangt man, wenn angenommen wird, daß Erregerwicklung und Dämpferwicklungen gleiche Kopplung mit den Statorwicklung haben. Damit lassen sich die folgenden Vereinfachungen in den obigen Gleichungen erzielen:

$$M_{dE} = M_{dD} = L_{hd} \quad (16.85)$$

$$M_{qQ} = L_{hq} \quad (16.86)$$

$$L_d = L_{\sigma 1} + L_{hd} \quad (16.87)$$

$$L_q = L_{\sigma 1} + L_{hq} \quad (16.88)$$

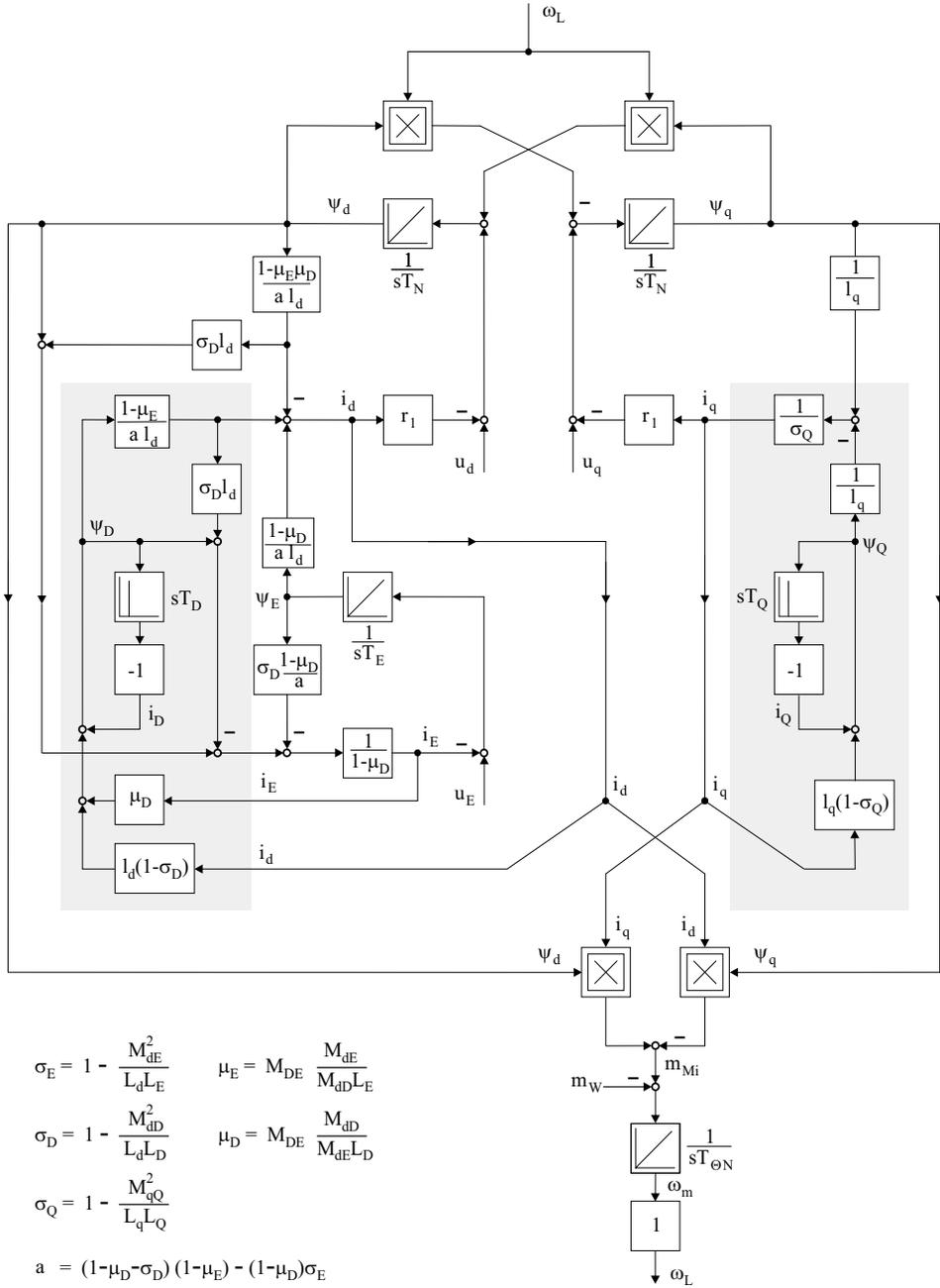


Abb. 16.13: Signalflußplan der Synchron-Schenkelpolmaschine mit Dämpferwicklung nach Gleichungssatz (16.74)

Mit der Induktivität L_c soll eine unterschiedliche Kopplung der Erreger- und der Längsdämpferwicklung bzw. der Statorwicklung eingeführt werden. Sie kann bei Schenkelpolmaschinen auch negativ werden; nämlich dann, wenn die magnetische Kopplung der Längsdämpferwicklung mit der Statorwicklung enger ist als mit der Erregerwicklung, wie von Maurer [218] und Canay [204] beschrieben wird. Damit wird für die zunächst allgemein angenommene Kopplung M_{DE} :

$$M_{DE} = L_{hd} + L_c \quad (16.89)$$

Für die Erregerinduktivität L_E wird dann, wenn die Erregerstreuinduktivität $L_{\sigma E}$ angenommen wird:

$$L_E = L_{\sigma E} + L_{hd} + L_c \quad (16.90)$$

Schließlich gilt dann für die Dämpferinduktivitäten (Eigenstreuinduktivitäten $L_{\sigma D}$ und $L_{\sigma Q}$):

$$L_D = L_{\sigma D} + L_{hd} + L_c \quad (16.91)$$

$$L_Q = L_{\sigma Q} + L_{hq} \quad (16.92)$$

Setzt man die obigen Beziehungen in die Gleichungen (16.62) bis (16.71) ein, so erhält man folgende Systemgleichungen:

$$\Psi_d = L_{\sigma 1} \cdot I_d + \Psi_{hd} \quad (16.93)$$

$$\Psi_D = \Psi_{hd} + L_c \cdot (I_D + I_E) + L_{\sigma D} \cdot I_D \quad (16.94)$$

$$\Psi_q = L_{\sigma 1} \cdot I_q + \Psi_{hq} \quad (16.95)$$

$$\Psi_Q = \Psi_{hq} + L_{\sigma Q} \cdot I_Q \quad (16.96)$$

$$\Psi_E = \Psi_{hd} + L_c \cdot (I_D + I_E) + L_{\sigma E} \cdot I_E \quad (16.97)$$

$$U_d = R_1 \cdot I_d + \frac{d\Psi_d}{dt} - \Omega_L \cdot \Psi_q \quad (16.98)$$

$$U_q = R_1 \cdot I_q + \frac{d\Psi_q}{dt} + \Omega_L \cdot \Psi_d \quad (16.99)$$

$$0 = R_D \cdot I_D + \frac{d\Psi_D}{dt} \quad (16.100)$$

$$0 = R_Q \cdot I_Q + \frac{d\Psi_Q}{dt} \quad (16.101)$$

$$U_E = R_E \cdot I_E + \frac{d\Psi_E}{dt} \quad (16.102)$$

Dabei wurden die Luftspaltflüsse definiert zu:

$$\Psi_{hd} = L_{hd} \cdot (I_d + I_D + I_E) \tag{16.103}$$

$$\Psi_{hq} = L_{hq} \cdot (I_q + I_Q) \tag{16.104}$$

Für das Drehmoment wird dann:

$$M_{Mi} = \frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot \left(L_{hd} \cdot I_E \cdot I_q + L_{hd} \cdot I_D \cdot I_q - L_{hq} \cdot I_Q \cdot I_d + (L_{hd} - L_{hq}) \cdot I_d \cdot I_q \right) \tag{16.105}$$

Der erste Term ist dabei der Drehmomentanteil, der aus Erregerstrom I_E und Statorquerstrom I_q erzeugt wird. Der zweite und der dritte Term beschreiben zusammen das durch den Dämpfer erzeugte Moment. Es tritt nur im dynamischen Fall auf und kann als asynchrones Moment interpretiert werden. Bei Maschinen ohne Dämpferwicklung ist dieser Anteil entsprechend Null bzw. nur durch die in der Praxis vorkommenden parasitären Dämpferkreise bestimmt. Durch die ungleichen Hauptinduktivitäten in d- und q-Achse, die aufgrund der ausgeprägten Pole entstehen, ergibt sich das Reluktanzmoment, das durch den vierten Term von Gl. (16.105) beschrieben wird. Beim Vollpolläufer tritt dieses Moment nicht auf.

Mit den gewählten Vereinfachungen kann nun das Ersatzschaltbild der Schenkelpolmaschine mit Dämpferwicklung in d- und q-Achse angegeben werden (Abb. 16.15).

Die unterschiedliche Ausprägung des Rotors in d- und q-Achse drückt sich auch im Ersatzschaltbild durch die Rotorschleife mit unterschiedlichen Parametern aus. Der Stator hingegen ist nicht in einer Achse ausgeprägt. Er besitzt damit auch die gleiche Parametrierung in d- und q-Achse. In vielen Fällen wird zur weiteren Vereinfachung die Induktivität L_c zu Null gesetzt.

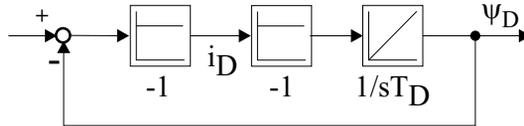


Abb. 16.14: Variante der Realisierung des Dämpfungskreises ψ_D

In Abb. 16.13 bzw. Abb. 16.18 sind die Gleichungen des Dämpferkreises ($i_D, \psi_D; i_Q, \psi_Q$) grau hinterlegt und entsprechend Gleichungssatz (16.74) bzw. (16.123) mit Differentiationen in den Rückwärtszweigen realisiert. Diese Realisierung kann bei der Simulation Probleme bereiten. Eine einfache Abhilfe ist die Realisierung mittels eines Integrators im Vorwärtszweig und einer Einheitsrückführung im Rückwärtszweig (Abb. 16.14 für i_D, ψ_D).

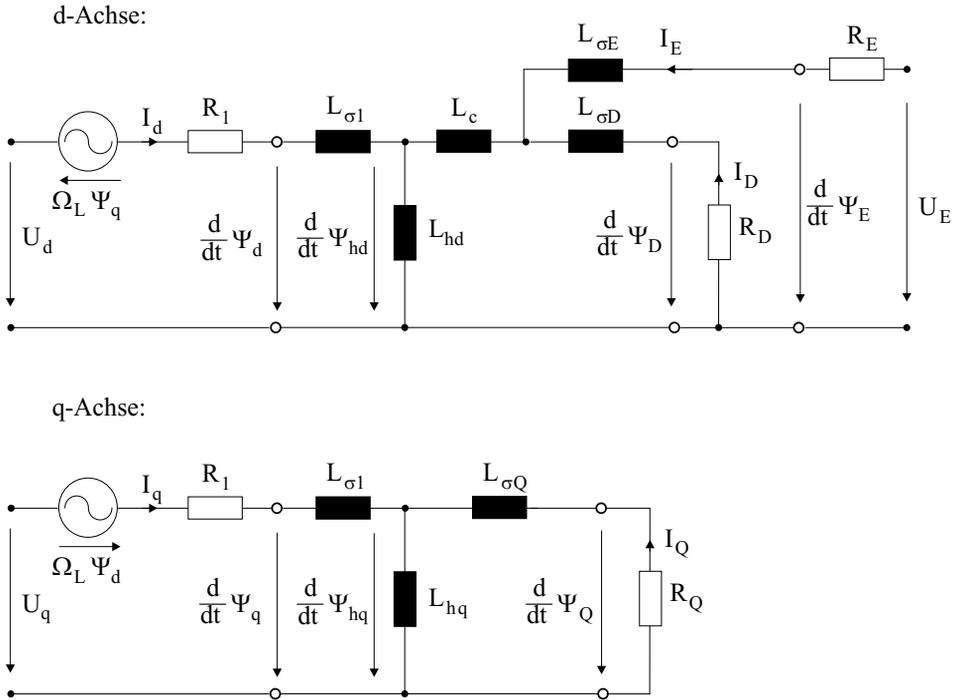


Abb. 16.15: Ersatzschaltbild der Synchron-Schenkelpolmaschine mit Dämpferwicklung

16.3 Synchron-Vollpolmaschine

16.3.1 Beschreibendes Gleichungssystem und Signalfußpläne

Bei der (idealen) Vollpolmaschine ist zum Unterschied zur Schenkelpolmaschine der Rotor konstruktiv rotationssymmetrisch aufgebaut (Abb. 16.16). Auch hier ist der Rotor der Träger der Erregerspule, die vorzugsweise einen Fluß in der d-Richtung erzwingen soll. Zusätzlich zur Erregerspule sei noch ein Dämpfersystem eingebaut.

Es gelten für die Synchron-Vollpolmaschine mit Dämpferwicklung prinzipiell die Gleichungen (16.62) bis (16.73) für die unnormierte Darstellung und der Gleichungssatz (16.74) für die normierte Darstellung. Allerdings muß bei der Synchron-Vollpolmaschine beachtet werden, daß der Rotor konstruktiv rotationssymmetrisch aufgebaut ist und damit nicht mehr zwischen Induktivitäten in der d- und der q-Achse unterschieden werden muß.

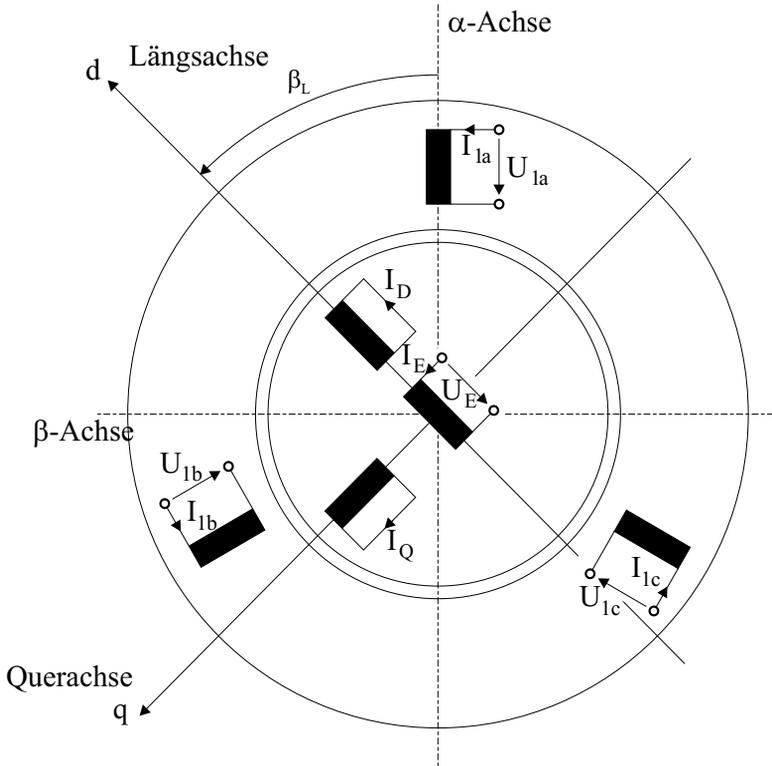


Abb. 16.16: Synchron-Vollpolmaschine mit Dämpferwicklung (Stator: dreiphasiges System, Rotor: d-q-System)

$$\begin{aligned}
 L_1 &= L_d = L_q \\
 L_h &= L_{hd} = L_{hq} = M_{dE} \\
 L_3 &= L_D = L_Q \\
 M_{13} &= M_{dD} = M_{qQ}
 \end{aligned}
 \tag{16.106}$$

Die vorher nach d und q unterschiedlichen Zeitkonstanten sind dadurch ebenso gleich.

Aus Symmetriegründen vereinfachen sich die Flußgleichungen im auf das d-q-Koordinatensystem orientierten System:

$$\Psi_d = L_1 \cdot I_d + M_{13} \cdot I_D + M_{dE} \cdot I_E \quad (16.107)$$

$$\Psi_D = L_3 \cdot I_D + M_{13} \cdot I_d + M_{DE} \cdot I_E \quad (16.108)$$

$$\Psi_q = L_1 \cdot I_q + M_{13} \cdot I_Q \quad (16.109)$$

$$\Psi_Q = L_3 \cdot I_Q + M_{13} \cdot I_q \quad (16.110)$$

$$\Psi_E = L_E \cdot I_E + M_{DE} \cdot I_D + M_{dE} \cdot I_d \quad (16.111)$$

$$U_d = R_1 \cdot I_d + \frac{d\Psi_d}{dt} - \Omega_L \cdot \Psi_q \quad (16.112)$$

$$U_q = R_1 \cdot I_q + \frac{d\Psi_q}{dt} + \Omega_L \cdot \Psi_d \quad (16.113)$$

$$0 = R_3 \cdot I_D + \frac{d\Psi_D}{dt} \quad (16.114)$$

$$0 = R_3 \cdot I_Q + \frac{d\Psi_Q}{dt} \quad (16.115)$$

$$U_E = R_E \cdot I_E + \frac{d\Psi_E}{dt} \quad (16.116)$$

Aufgrund der Rotationssymmetrie wird kein Reluktanzmoment entstehen und die Gleichung für das Drehmoment vereinfacht sich zu:

$$M_{Mi} = \frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot \left(M_{dE} \cdot I_E \cdot I_q + M_{13} \cdot (I_D \cdot I_q - I_Q \cdot I_d) \right) \quad (16.117)$$

Im stationären Fall entfällt der zweite Term, da dann $I_D = I_Q = 0$ ist. Die mechanische Gleichung verbleibt zu

$$\Theta \cdot \frac{d\Omega_m}{dt} = M_{Mi} - M_W \quad (16.118)$$

Die Bezugswerte für die Normierung ergeben sich durch Einsetzen der sich bei den beiden Maschinentypen entsprechenden Größen.

Es folgt:

$$l_d = l_q = l_1 \quad (16.119)$$

Die Streufaktoren bei der Synchron-Vollpolmaschine lauten:

$$\sigma_E = 1 - \frac{M_{dE}^2}{L_1 \cdot L_E}; \quad \mu_E = M_{DE} \cdot \frac{M_{dE}}{M_{13} \cdot L_E} \quad (16.120)$$

$$\sigma_3 = 1 - \frac{M_{13}^2}{L_1 \cdot L_3}; \quad \mu_D = M_{DE} \cdot \frac{M_{13}}{M_{dE} \cdot L_3} \quad (16.121)$$

Ebenso wie in den vorangegangenen Abschnitten werden auch hier wieder die normierten Gleichungssätze für die Synchron-Vollpolmaschine und die normierten Signalflußpläne angegeben: Synchron-Vollpolmaschine ohne Dämpferwicklung nach Gleichungssatz (16.122) in Abb. 16.17 und Synchron-Vollpolmaschine mit Dämpferwicklung nach Gleichungssatz (16.123) in Abb. 16.18. Bei der Normierung wurden wie in Kap. 16.2.1 die Bezugswerte so gewählt, daß sich die normierten Gleichungen möglichst weit vereinfachen.

$$\begin{aligned} \psi_d &= l_1 \cdot i_d + i_E \\ \psi_q &= l_1 \cdot i_q \\ \psi_E &= i_E + (1 - \sigma_E) \cdot l_1 \cdot i_d \\ u_d &= r_1 \cdot i_d + T_N \cdot \frac{d\psi_d}{dt} - \omega_L \cdot \psi_q \\ u_q &= r_1 \cdot i_q + T_N \cdot \frac{d\psi_q}{dt} + \omega_L \cdot \psi_d \\ u_E &= i_E + T_E \cdot \frac{d\psi_E}{dt} \\ m_{Mi} &= \psi_d \cdot i_q - \psi_q \cdot i_d \\ T_{\Theta N} \cdot \frac{d\omega_m}{dt} &= m_{Mi} - m_W \\ \omega_L &= \omega_m \end{aligned} \quad (16.122)$$

$$\begin{aligned}
 \psi_d &= l_1 \cdot i_d + i_D + i_E \\
 \psi_D &= (1 - \sigma_3) \cdot l_1 \cdot i_d + i_D + \mu_D \cdot i_E \\
 \psi_q &= l_1 \cdot i_q + i_Q \\
 \psi_Q &= (1 - \sigma_3) \cdot l_1 \cdot i_q + i_Q \\
 \psi_E &= (1 - \sigma_E) \cdot l_1 \cdot i_d + \mu_E \cdot i_D + i_E \\
 u_d &= r_1 \cdot i_d + T_N \cdot \frac{d\psi_d}{dt} - \omega_L \cdot \psi_q \\
 u_q &= r_1 \cdot i_q + T_N \cdot \frac{d\psi_q}{dt} + \omega_L \cdot \psi_d \\
 0 &= i_D + T_D \cdot \frac{d\psi_D}{dt} \\
 0 &= i_Q + T_Q \cdot \frac{d\psi_Q}{dt} \\
 u_E &= i_E + T_E \cdot \frac{d\psi_E}{dt} \\
 m_{Mi} &= \psi_d \cdot i_q - \psi_q \cdot i_d \\
 T_{\Theta N} \cdot \frac{d\omega_m}{dt} &= m_{Mi} - m_W \\
 \omega_L &= \omega_m
 \end{aligned} \tag{16.123}$$

16.3.2 Ersatzschaltbild der Synchron-Vollpolmaschine

Die in den Gleichungen (16.107) bis (16.117) dargestellten Beziehungen beschreiben die Vollpolmaschine mit Dämpferwicklung in allgemeiner Form. Auch hier ist es zweckmäßig, wie bei der Schenkelpolmaschine Vereinfachungen zu treffen. Zu einer gebräuchlichen einfacheren Form gelangt man, wenn wiederum angenommen wird, daß Erregerkreis und Dämpferkreis die gleiche Kopplung zum Statorkreis besitzen ($L_c = 0$). Die Kopplung soll hier durch eine gemeinsame Hauptinduktivität L_h beschrieben werden. Die Hauptinduktivität L_h soll in d- und q-Achse gleich sein. Demnach wird gleichgesetzt:

$$M_{dE} = M_{DE} = M_{13} = L_h \tag{16.124}$$

Die Statorinduktivität L_1 kann in Statorstreuung $L_{\sigma 1}$ und Hauptinduktivität L_h aufgeteilt werden:

$$L_1 = L_{\sigma 1} + L_h \tag{16.125}$$

Weiter soll für den Erregerkreis gelten ($L_c = 0$):

$$L_E = L_{\sigma E} + L_h \tag{16.126}$$

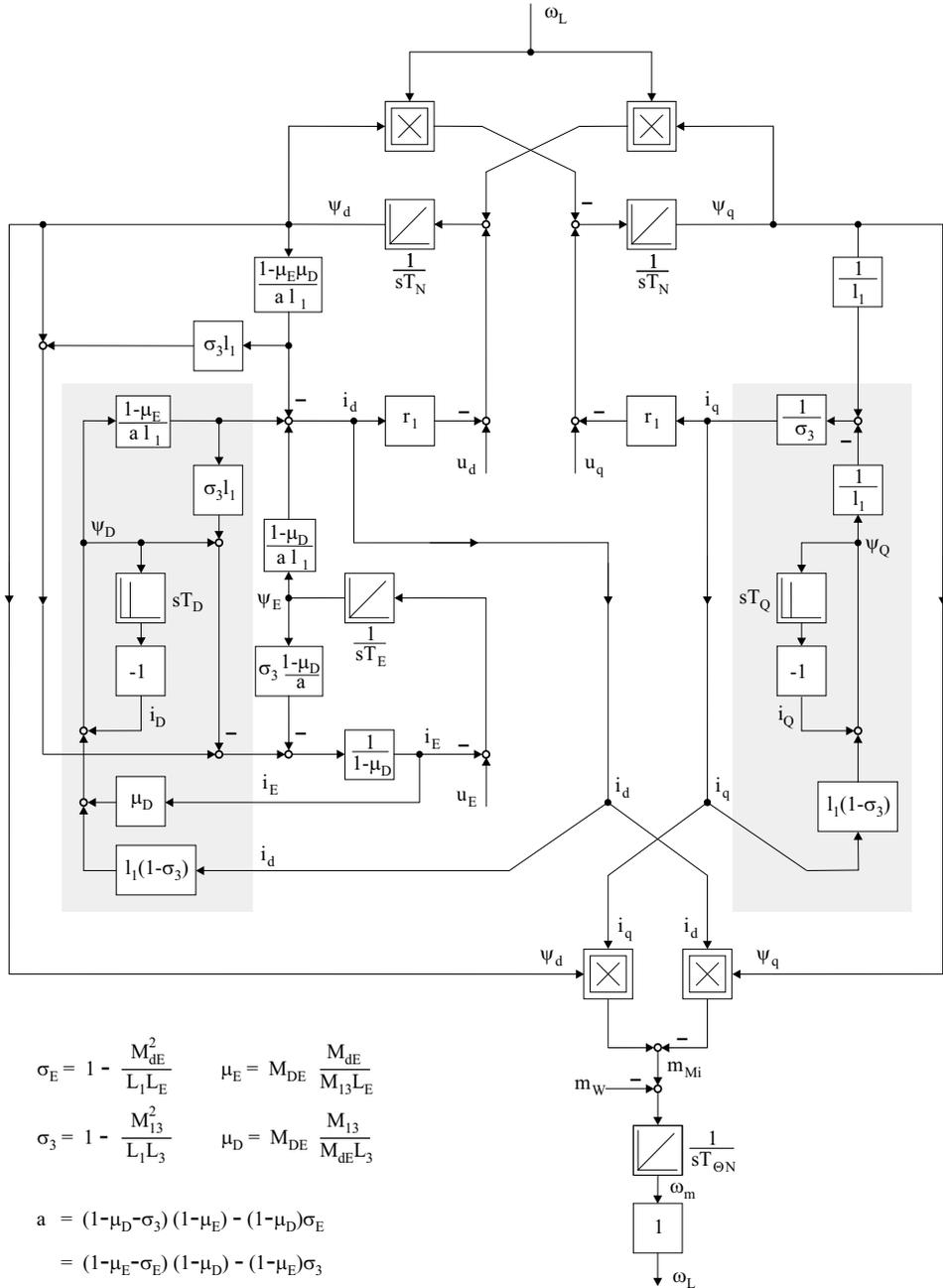


Abb. 16.18: Signalflußplan der Synchron-Vollpolmaschine mit Dämpferwicklung nach Gleichungssatz (16.123) (siehe auch Realisierung Dämpferkreis Abb. 16.14)

Die Rotorinduktivität L_3 kann in eine Rotorstreuung $L_{\sigma 3}$ und die gemeinsame Hauptinduktivität L_h aufgeteilt werden:

$$L_3 = L_{\sigma 3} + L_h \quad (16.127)$$

Setzt man die obigen Beziehungen in die Gleichungen (16.85) bis (16.92) ein, so erhält man folgende Gleichungen:

$$\Psi_d = L_{\sigma 1} \cdot I_d + \Psi_{hd} \quad (16.128)$$

$$\Psi_q = L_{\sigma 1} \cdot I_q + \Psi_{hq} \quad (16.129)$$

$$\Psi_D = \Psi_{hd} + L_{\sigma 3} \cdot I_D \quad (16.130)$$

$$\Psi_Q = \Psi_{hq} + L_{\sigma 3} \cdot I_Q \quad (16.131)$$

$$\Psi_E = \Psi_{hd} + L_{\sigma E} \cdot I_E \quad (16.132)$$

$$U_d = R_1 \cdot I_d + \frac{d\Psi_d}{dt} - \Omega_L \cdot \Psi_q \quad (16.133)$$

$$U_q = R_1 \cdot I_q + \frac{d\Psi_q}{dt} + \Omega_L \cdot \Psi_d \quad (16.134)$$

$$0 = R_3 \cdot I_D + \frac{d\Psi_D}{dt} \quad (16.135)$$

$$0 = R_3 \cdot I_Q + \frac{d\Psi_Q}{dt} \quad (16.136)$$

$$U_E = R_E \cdot I_E + \frac{d\Psi_E}{dt} \quad (16.137)$$

Dabei wurden die Luftspaltflüsse definiert zu:

$$\Psi_{hd} = L_h \cdot (I_d + I_D + I_E) \quad (16.138)$$

$$\Psi_{hq} = L_h \cdot (I_q + I_Q) \quad (16.139)$$

Für das Drehmoment gilt dann:

$$M_{Mi} = \frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot \left(L_h \cdot I_E \cdot I_q + L_h \cdot (I_D \cdot I_q - I_Q \cdot I_d) \right) \quad (16.140)$$

Der erste Term ist dabei der Drehmomentanteil, der aus Erregerstrom I_E und Statorquerstrom I_q erzeugt wird. Der zweite und dritte Term beschreiben die durch die Dämpferwicklungen erzeugten Momente. Es tritt nur im dynamischen Fall auf und kann als asynchrones Moment interpretiert werden. Bei Maschinen ohne Dämpferwicklung ist dieser Anteil entsprechend Null bzw. nur durch die in der Praxis vorkommenden parasitären Dämpferkreise bestimmt. Im Gegensatz zum Schenkelpolläufer sind die Hauptinduktivitäten in d- und q-Achse gleich. Dadurch entsteht kein Reluktanzmoment.

Die Gleichungen (16.128) bis (16.140) gehen auch aus den Gleichungen (16.93) bis (16.105) in Kap. 16.2.1 hervor, wenn die elektrische und magnetische Symmetrie berücksichtigt wird:

$$L_h = L_{hd} = L_{hq} \tag{16.141}$$

$$L_{\sigma 3} = L_{\sigma D} = L_{\sigma Q} \tag{16.142}$$

$$R_3 = R_D = R_Q \tag{16.143}$$

Der Vollpolläufer ist also ein Sonderfall der Schenkelpolmaschine.

Mit den gewählten Vereinfachungen kann nun auch das Ersatzschaltbild des Vollpolläufers mit Dämpferwicklung angegeben werden (Abb. 16.19). Die gleiche Ausprägung des Rotors in d- und q-Achse drückt sich auch im Ersatzschaltbild durch eine gleiche Parametrierung von Dämpferstreuung $L_{\sigma 3}$ und Dämpferwiderstand R_3 in der Rotorschleife aus.

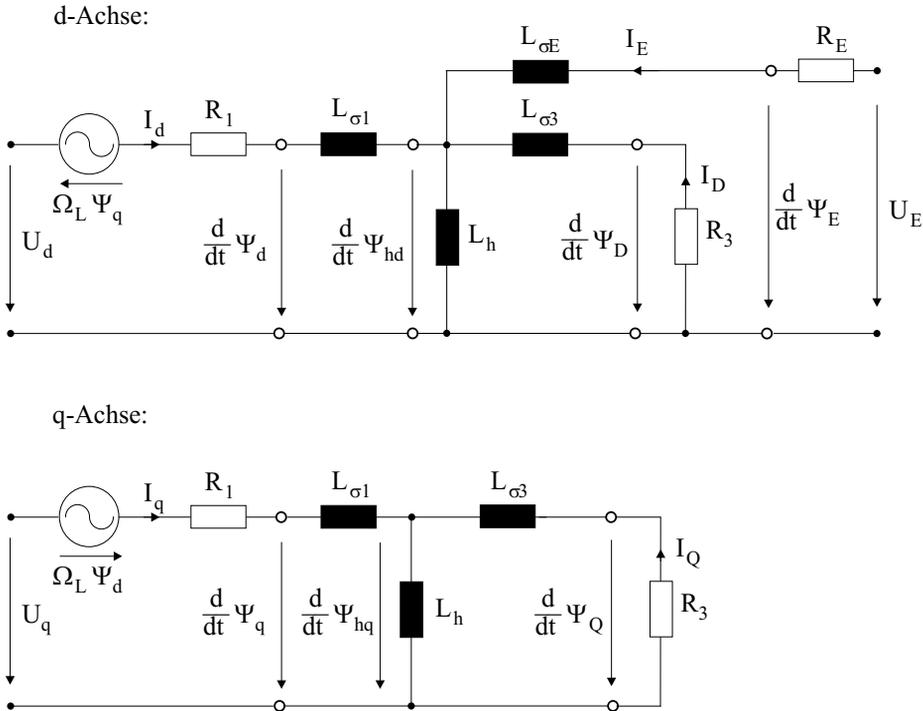


Abb. 16.19: Ersatzschaltbild der Synchron-Vollpolmaschine mit Dämpferwicklung

Das Ersatzschaltbild nach Abb. 16.19 kann für den stationären Betriebszustand und der Annahme vollständiger Symmetrie zu Abb. 16.20 vereinfacht werden. Im stationären Betrieb entfällt, wie schon erwähnt, die Wirkung des Dämpfersystems. Für die Gleichungen (16.128) bis (16.140) bedeutet das, daß

die Ableitungen zu Null werden. Für die Dämpferströme I_D und I_Q gilt dann unmittelbar:

$$I_D = 0 \quad (16.144)$$

$$I_Q = 0 \quad (16.145)$$

Die Statorflüsse ergeben sich damit zu:

$$\Psi_d = L_{\sigma 1} \cdot I_d + L_h \cdot (I_d + I_E) \quad (16.146)$$

$$\Psi_q = L_{\sigma 1} \cdot I_q + L_h \cdot I_q \quad (16.147)$$

Für die Spannungsgleichungen (16.133) und (16.134) kann dann in Komponentenschreibweise formuliert werden:

$$U_d = R_1 \cdot I_d - \Omega_L \cdot (L_{\sigma 1} + L_h) \cdot I_q \quad (16.148)$$

$$U_q = R_1 \cdot I_q + \Omega_L \cdot (L_{\sigma 1} + L_h) \cdot I_d + \Omega_L \cdot L_h \cdot I_E \quad (16.149)$$

Setzt man in Gl. (16.148) und (16.149) die Definition des komplexen Zeigers ein

$$\vec{U}_1 = U_d + j U_q ; \quad \vec{I}_1 = I_d + j I_q ; \quad \vec{I}_2 = I_E \quad (16.150)$$

so erhält man die komplexe Gleichung:

$$\vec{U}_1 = R_1 \cdot \vec{I}_1 + j \Omega_L \cdot L_{\sigma 1} \cdot \vec{I}_1 + \vec{U}_h \quad (16.151)$$

mit der Polradspannung

$$\vec{U}_p = j \Omega_L \cdot M_{dE} \cdot I_E = j X_h \cdot I_E \quad (16.152)$$

und mit der Hauptfeldspannung

$$\vec{U}_h = \vec{U}_p + j \Omega_L \cdot L_h \cdot \vec{I}_1 = \vec{U}_p + j X_h \cdot \vec{I}_1 \quad (16.153)$$

Diese Art der Spannungsgleichungen des Stators ist bereits aus den Ableitungen der allgemeinen Drehfeldmaschine in Kap. 13.1.1 bekannt. Das stationäre Ersatzschaltbild zeigt Abb. 16.20.

Die Polradspannung \vec{U}_p ist eine Funktion von Ω_L und I_E und kann an den Klemmen des Stators gemessen werden, wenn keine Statorspannung angelegt wird.

Umgekehrt können, wenn das Polrad nicht erregt wird ($I_E = 0$), die Zuordnung von \vec{U}_1 und \vec{I}_1 und somit die Parameter R_1 und X_1 bestimmt werden. Wenn $I_E \neq 0$ und \vec{U}_1 eingeschaltet wird, dann gilt

$$\vec{U}_1 = R_1 \cdot \vec{I}_1 + j \Omega_L \cdot L_{\sigma 1} \cdot \vec{I}_1 + j X_h \cdot \vec{I}_1 + j X_h \cdot I_E \quad (16.154)$$

Die aus dem Signalfußplan bekannte Flußverkettung ist auch im Ersatzschaltbild zu erkennen aus

$$\vec{U}_h = j X_h \cdot (\vec{I}_1 + I_E) \quad (16.155)$$

16.3.3 Feldorientierte Darstellung der Synchron-Vollpolmaschine mit Dämpferwicklung

Ausgangspunkt für die Herleitung der feldorientierten Darstellung sind die in Kap. 16.1.1 und Kap. 16.3.1 abgeleiteten Gleichungen

für die Spannungen

$$\vec{U}_1^S = R_1 \cdot \vec{I}_1^S + \frac{d\vec{\Psi}_1^S}{dt} \quad \text{Statorkreis} \quad (16.156)$$

$$0 = R_3 \cdot \vec{I}_3^L + \frac{d\vec{\Psi}_3^L}{dt} \quad \text{Dämpferkreis} \quad (16.157)$$

$$\vec{U}_E^L = R_E \cdot \vec{I}_E^L + \frac{d\vec{\Psi}_E^L}{dt} \quad \text{Erregerkreis} \quad (16.158)$$

für die Flußverkettungen

$$\left. \begin{aligned} \Psi_d &= L_1 \cdot I_d + M_{13} \cdot I_D + M_{dE} \cdot I_E \\ \Psi_q &= L_1 \cdot I_q + M_{13} \cdot I_Q \end{aligned} \right\} \text{Statorfluß}$$

$$\left. \begin{aligned} \Psi_D &= L_3 \cdot I_D + M_{13} \cdot I_d + M_{DE} \cdot I_E \\ \Psi_Q &= L_3 \cdot I_Q + M_{13} \cdot I_q \end{aligned} \right\} \text{Dämpferfluß}$$

$$\Psi_E = L_E \cdot I_E + M_{dE} \cdot I_d + M_{DE} \cdot I_D \quad \text{Erregerfluß}$$

für das Drehmoment

$$M_{Mi} = \frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot \left(M_{dE} \cdot (I_E \cdot I_q - 0 \cdot I_d) + M_{13} \cdot (I_D \cdot I_q - I_Q \cdot I_d) \right)$$

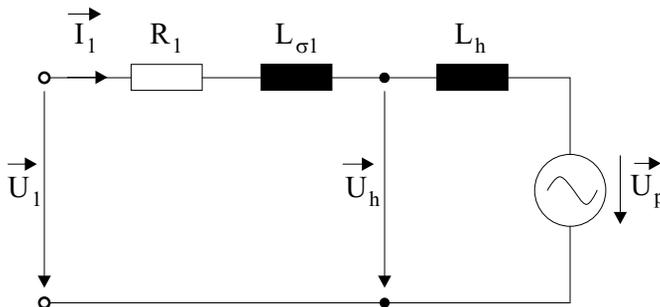


Abb. 16.20: Ersatzschaltbild der Synchron-Vollpolmaschine ohne Dämpferwicklung im stationären Betrieb

und für die Mechanik

$$\Theta \cdot \frac{d\Omega_m}{dt} = M_{Mi} - M_W$$

Bei den folgenden Darstellungen wird von Stromeinprägung in der Maschine ausgegangen. Die Gleichungen (16.156) und (16.158) sind daher hier nicht von Bedeutung. Auch die Erregerverkettungsgleichung und die Gleichung der Mechanik werden nicht weiter betrachtet. Für die übrigen Gleichungen wird nun die Raumzeigerdarstellung bei rotororientierten Koordinaten gewählt.

Die Raumzeiger werden hier folgendermaßen bezeichnet:

$$\vec{I}_1^L = I_d + j I_q ; \quad \vec{I}_3^L = I_D + j I_Q ; \quad \vec{I}_E^L = I_E + j 0 \quad (16.159)$$

$$\vec{\Psi}_1^L = \Psi_d + j \Psi_q ; \quad \vec{\Psi}_3^L = \Psi_D + j \Psi_Q ; \quad \vec{\Psi}_E^L = \Psi_E + j 0 \quad (16.160)$$

Damit verbleibt:

$$0 = R_3 \cdot \vec{I}_3^L + \frac{d\vec{\Psi}_3^L}{dt}$$

$$\vec{\Psi}_1^L = L_1 \cdot \vec{I}_1^L + M_{13} \cdot \vec{I}_3^L + M_{dE} \cdot \vec{I}_E^L \quad \text{Statorfluß}$$

$$\vec{\Psi}_3^L = M_{13} \cdot \vec{I}_1^L + L_3 \cdot \vec{I}_3^L + M_{DE} \cdot \vec{I}_E^L \quad \text{Dämpferfluß}$$

$$M_{Mi} = \frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot \left(M_{dE} \cdot \text{Im} \left\{ \vec{I}_E^{*L} \cdot \vec{I}_1^L \right\} + M_{13} \cdot \text{Im} \left\{ \vec{I}_3^{*L} \cdot \vec{I}_1^L \right\} \right)$$

Die Flüsse $\vec{\Psi}_1$ und $\vec{\Psi}_3$ bestehen aus einem gemeinsamen Anteil $\vec{\Psi}_\mu$, dem Luftspaltfluß, dessen Feldlinien mit allen drei Wicklungen der Maschine verkettet sind (siehe auch Abb. 13.14)

$$\vec{\Psi}_\mu^L = L_h \cdot \vec{I}_1^L + M_{dE} \cdot \vec{I}_3^L + M_{DE} \cdot \vec{I}_E^L \quad (16.161)$$

mit

$$L_1 = L_{\sigma 1} + L_h \quad L_3 = L_{\sigma 3} + M_{dE} \quad L_E = L_{\sigma E} + M_{DE}$$

und den jeweiligen Streuanteilen $L_{\sigma 1} \vec{I}_1^L$ bzw. $L_{\sigma 3} \vec{I}_3^L$, deren Feldlinien nur die jeweilige Wicklung umschließen. Es gilt somit:

$$\vec{\Psi}_1^L = L_{\sigma 1} \cdot \vec{I}_1^L + \vec{\Psi}_\mu^L \quad \vec{\Psi}_3^L = L_{\sigma 3} \cdot \vec{I}_3^L + \vec{\Psi}_\mu^L \quad (16.162)$$

Geht man nun davon aus, daß alle auf die Statorseite umgerechneten Gegeninduktivitäten gleich sind

$$M_{13} = M_{dE} = M_{DE} = L_h = M \quad (16.163)$$

so vereinfachen sich die Gleichungen

$$\vec{\Psi}_1^L = L_1 \cdot \vec{I}_1^L + M \cdot (\vec{I}_3^L + \vec{I}_E^L)$$

$$\vec{\Psi}_3^L = L_3 \cdot \vec{I}_3^L + M \cdot (\vec{I}_1^L + \vec{I}_E^L)$$

$$M_{Mi} = \frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot M \cdot \text{Im} \left\{ (\vec{I}_E^{*L} + \vec{I}_3^{*L}) \cdot \vec{I}_1^L \right\} = \frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot \text{Im} \left\{ \vec{\Psi}_1^{*L} \cdot \vec{I}_1^L \right\}$$

Bisher sind alle Raumzeiger am Rotor orientiert (L-System). Für die folgenden Betrachtungen wird analog zum Vorgehen bei der Asynchronmaschine ein beliebig rotierendes Koordinatensystem (K-System) eingeführt. Die Bezeichnungen werden ähnlich zu denen bei der Asynchronmaschine gewählt und sind Abb. 16.21 zu entnehmen.

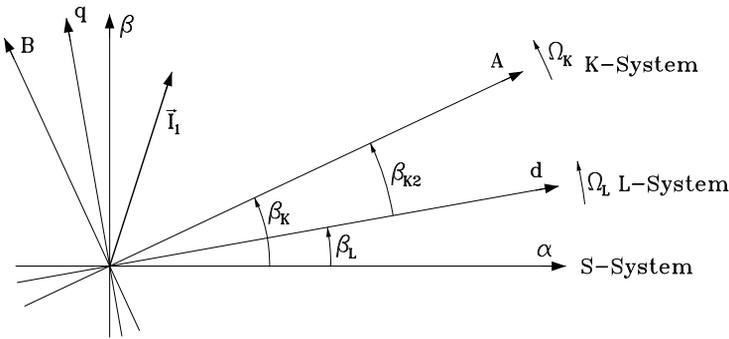


Abb. 16.21: Koordinatensysteme für die Raumzeiger

Für die Transformationen zwischen den Koordinatensystemen gilt am Beispiel des Statorstromes:

$$\vec{I}_1^S = \vec{I}_1^L e^{j\beta_L} \tag{16.164}$$

$$\vec{I}_1^S = \vec{I}_1^K e^{j\beta_K} \tag{16.165}$$

$$\vec{I}_1^L = \vec{I}_1^K e^{j(\beta_K - \beta_L)} = \vec{I}_1^K e^{j\beta_{K2}} \tag{16.166}$$

Als Winkelgeschwindigkeiten ergeben sich

$$\Omega_K = \frac{d\beta_K}{dt} ; \quad \Omega_L = Z_p \cdot \Omega_m = \frac{d\beta_L}{dt} ; \quad \Omega_{K2} = \frac{d\beta_{K2}}{dt} \tag{16.167}$$

β_{K2} bzw. Ω_{K2} sind Winkel bzw. Winkelgeschwindigkeit des K-Systems gegenüber dem Rotor. Mit diesen Beziehungen lassen sich die obigen Gleichungen analog zum Vorgehen bei der Asynchronmaschine in das K-System transformieren.

$$\begin{aligned}
 0 &= R_3 \cdot \vec{I}_3^K + \frac{d\vec{\Psi}_3^K}{dt} + j \Omega_{K2} \cdot \vec{\Psi}_3^K \\
 \vec{\Psi}_1^K &= L_1 \cdot \vec{I}_1^K + M \cdot \vec{I}_3^K + M \cdot \vec{I}_E^K && \text{Statorflu\ss} \\
 \vec{\Psi}_3^K &= M \cdot \vec{I}_1^K + L_3 \cdot \vec{I}_3^K + M \cdot \vec{I}_E^K && \text{D\u00e4mpferflu\ss} \\
 M_{Mi} &= \frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot \text{Im} \left\{ \vec{\Psi}_1^{*K} \cdot \vec{I}_1^K \right\}
 \end{aligned}$$

F\u00fcr das weitere Vorgehen werden die Beziehungen zwischen den Gr\u00f6\u00dfen \vec{I}_1 , $\vec{\Psi}_3$ und \vec{I}_E ben\u00f6tigt. Die Gr\u00f6\u00dfen $\vec{\Psi}_1$ und \vec{I}_3 werden daher aus den Gleichungen eliminiert. Dazu werden

$$\vec{I}_3^K = \frac{1}{L_3} \cdot \vec{\Psi}_3^K - \frac{M}{L_3} \cdot (\vec{I}_1^K + \vec{I}_E^K) \quad (16.168)$$

und

$$\vec{\Psi}_1^K = \sigma_3 \cdot L_1 \cdot \vec{I}_1^K + \frac{M}{L_3} \cdot \vec{\Psi}_3^K + M \cdot \left(1 - \frac{M}{L_3} \right) \cdot \vec{I}_E^K \quad (16.169)$$

$$\text{mit} \quad \sigma_3 = 1 - \frac{M^2}{L_1 \cdot L_3}$$

eingesetzt, und man erh\u00e4lt eine Differentialgleichung f\u00fcr den D\u00e4mpferkreis

$$T_3 \cdot \frac{d\vec{\Psi}_3^K}{dt} + \vec{\Psi}_3^K = M \cdot (\vec{I}_1^K + \vec{I}_E^K) - j \Omega_{K2} \cdot T_3 \cdot \vec{\Psi}_3^K \quad (16.170)$$

mit der D\u00e4mpferzeitkonstanten $T_3 = L_3/R_3$, und das Drehmoment abh\u00e4ngig von den interessierenden Gr\u00f6\u00dfen:

$$M_{Mi} = \frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot \text{Im} \left\{ \frac{M}{L_3} \cdot \vec{\Psi}_3^{*K} \cdot \vec{I}_1^K + M \cdot \left(1 - \frac{M}{L_3} \right) \cdot \vec{I}_E^{*K} \cdot \vec{I}_1^K \right\} \quad (16.171)$$

In Komponenten-Schreibweise ergibt sich daraus:

$$T_3 \cdot \frac{d\Psi_{3A}}{dt} + \Psi_{3A} = M (I_{1A} + I_{EA}) + \Omega_{K2} \cdot T_3 \cdot \Psi_{3B} \quad (16.172)$$

$$T_3 \cdot \frac{d\Psi_{3B}}{dt} + \Psi_{3B} = M (I_{1B} + I_{EB}) - \Omega_{K2} \cdot T_3 \cdot \Psi_{3A} \quad (16.173)$$

$$\begin{aligned}
 M_{Mi} &= \frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot \left(\frac{M}{L_3} \cdot (\Psi_{3A} \cdot I_{1B} - \Psi_{3B} \cdot I_{1A}) \right. \\
 &\quad \left. + M \cdot \left(1 - \frac{M}{L_3} \right) \cdot (I_{EA} \cdot I_{1B} - I_{EB} \cdot I_{1A}) \right) \quad (16.174)
 \end{aligned}$$

Wenn man nun das Koordinatensystem K am D\u00e4mpferflu\u00df $\vec{\Psi}_3$ orientiert, dann wird Ω_K zur Frequenz und β_K zum Winkel des Flusses gegen\u00fcber dem Stator.

Es gilt dann

$$\vec{\Psi}_3^K = \Psi_{3A} = |\vec{\Psi}_3| \quad \Psi_{3B} = \frac{d\Psi_{3B}}{dt} = 0 \quad (16.175)$$

und die Gleichungen vereinfachen sich zu:

$$T_3 \cdot \frac{d\Psi_{3A}}{dt} + \Psi_{3A} = M \cdot (I_{1A} + I_{EA}) \quad (16.176)$$

$$\Omega_{K2} = R_3 \cdot \frac{M}{L_3} \cdot \frac{I_{1B} + I_{EB}}{\Psi_{3A}} \quad (16.177)$$

$$M_{Mi} = \frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot \left(\frac{M}{L_3} \cdot \Psi_{3A} \cdot I_{1B} + M \cdot \left(1 - \frac{M}{L_3} \right) \cdot (I_{EA} \cdot I_{1B} - I_{EB} \cdot I_{1A}) \right) \quad (16.178)$$

Damit ergeben sich prinzipiell ähnliche Aussagen wie bei der rotorflußorientierten Asynchronmaschine. Mit der flußparallelen Komponente des Statorstromes I_{1A} zusammen mit der des Erregerstromes I_{EA} läßt sich der Fluß in der Maschine über eine Verzögerung erster Ordnung steuern. Sieht man von dem zweiten Summanden in der Drehmomentformel (16.178) ab (sein Wert ist i.a. klein gegen den des ersten Summanden wegen $M/L_3 \approx 1$), und geht man von einem konstanten Fluß aus, so läßt sich das Drehmoment **unverzögert** über die flußsenkrechte Komponente I_{1B} des Statorstromes steuern. Unter der Voraussetzung, daß die Größen I_{1A} , I_{1B} und I_{EA} in der Maschine eingepreßt werden können, hat man damit prinzipiell das einfache regelungstechnische Verhalten der Gleichstrom-Nebenschlußmaschine erreicht. Diese Zusammenhänge sind in Abb. 16.22 als Signalflußplan dargestellt.

Dabei wurde davon ausgegangen, daß der Statorstrom vom Umrichter im ruhenden Koordinatensystem und der Erregerstrom im Rotorkoordinatensystem erzeugt wird. Es wurde jeweils die Polardarstellung der Raumzeiger gewählt.

$$\vec{I}_1^S = I_{1\alpha} + j I_{1\beta} = I_1 \cdot e^{j\gamma_i^S} \quad \text{bzw.} \quad \vec{I}_E^L = I_E + j 0 = I_E \cdot e^{j 0} \quad (16.179)$$

$$\gamma_E^L = 0 \quad (16.180)$$

Die Polardarstellung bezogen auf das flußfeste Koordinatensystem (K -System) entsteht daraus durch

$$\gamma_i^K = \gamma_i^S - \beta_K \quad \text{bzw.} \quad \gamma_E^K = \gamma_E^L - \beta_{K2} = -\beta_{K2} \quad (16.181)$$

und die Komponenten in kartesischer Darstellung durch die Beziehungen

$$\vec{I}_1^K = I_{1A} + j I_{1B} = I_1 \cdot (\cos \gamma_i^K + j \sin \gamma_i^K) \quad \text{bzw.} \quad (16.182)$$

$$\vec{I}_E^K = I_{EA} + j I_{EB} = I_E \cdot (\cos \beta_{K2} - j \sin \beta_{K2}) \quad (16.183)$$

Dies wird durch die Blöcke für die Polar-Kartesisch-Transformation angedeutet.

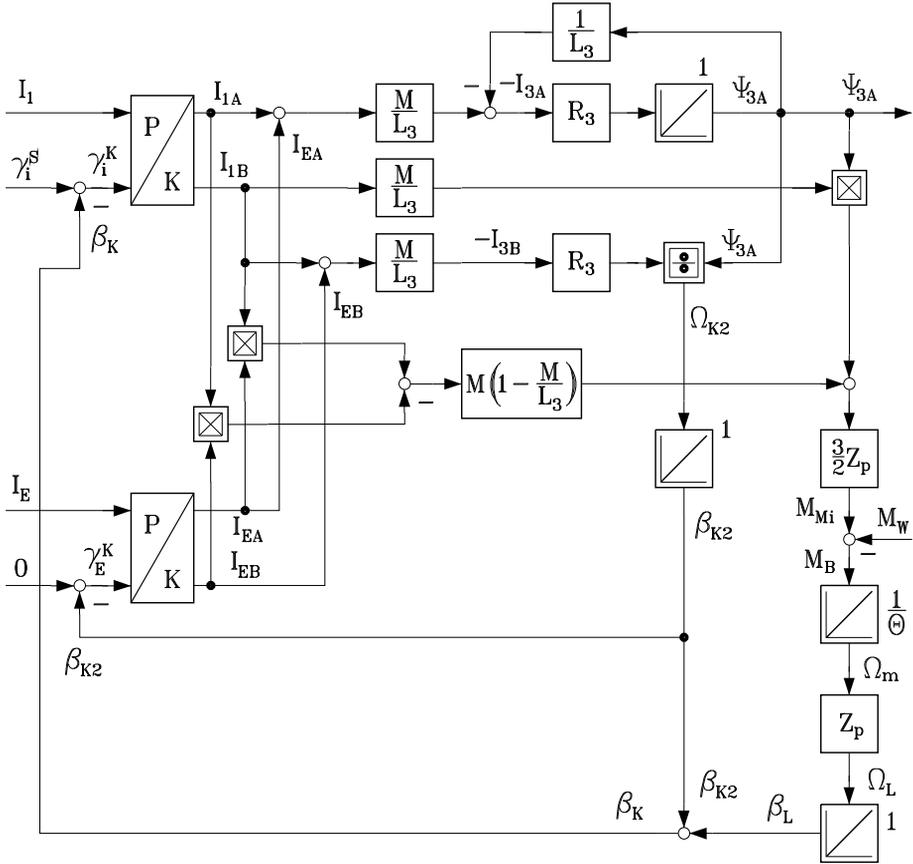


Abb. 16.22: Signalflußplan der feldorientierten Synchron-Vollpolmaschine mit Dämpferwicklung

Die Gleichung zur Berechnung der Größe Ω_{K2} , der Schlupffrequenz, ist bis auf die Einwirkung der Erregerstromkomponente I_{EB} ebenfalls identisch zu der entsprechenden Beziehung bei der Asynchronmaschine. Im Unterschied zur **Asynchronmaschine** tritt bei der **Synchronmaschine** allerdings stationär kein Schlupf auf ($\Omega_{K2} = 0$; $\beta_{K2} = \text{const}$). Dies entsteht durch die im Signalflußplan erkennbare nichtlineare Gegenkopplung über die Schleife mit den Größen Ω_{K2} , β_{K2} und I_{EB} . Der Winkel β_{K2} verändert sich daher bei transienten Vorgängen so lange, bis gilt

$$I_{EB} = -I_{1B} \quad \text{und damit} \quad \Omega_{K2} = 0 \quad (16.184)$$

Stationär ist somit der Dämpferkreis ohne Wirkung ($I_{3A} = I_{3B} = 0$).

Eine wesentlich vereinfachte Darstellung erhält man unter Vernachlässigung der Streuung im Dämpferkreis. Dann gilt:

$$L_{\sigma 3} = 0 \implies L_3 = L_{\sigma 3} + M = M \quad \text{bzw.} \quad \frac{M}{L_3} = 1 \quad (16.185)$$

Das heißt, man geht davon aus, daß der Fluß im Rotor bzw. im Dämpferkreis gleich dem Luftspaltfluß ist

$$\vec{\Psi}_3 = \vec{\Psi}_\mu \tag{16.186}$$

und sich somit keine Feldlinien innerhalb des Rotors schließen. Alle Feldlinien, die den Rotor durchdringen, durchdringen auch den Stator.

Die Gleichungen vereinfachen sich damit zu

$$T_3 \cdot \frac{d\Psi_{3A}}{dt} + \Psi_{3A} = M \cdot (I_{1A} + I_{EA}) \tag{16.187}$$

$$\Omega_{K2} = R_3 \cdot \frac{I_{1B} + I_{EB}}{\Psi_{3A}} \tag{16.188}$$

$$M_{Mi} = \frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot \Psi_{3A} \cdot I_{1B} \tag{16.189}$$

und es ergibt sich der Signalflußplan nach Abb. 16.23 [278].

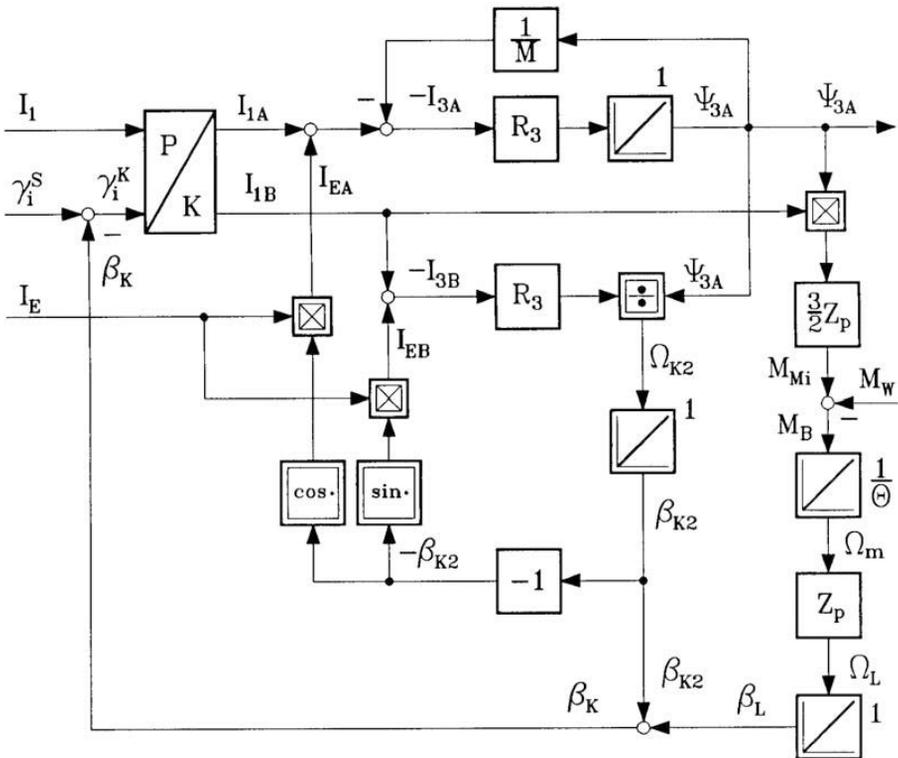


Abb. 16.23: Signalflußplan der feldorientierten Synchron-Vollpolmaschine bei vernachlässigter Dämpferstreuung

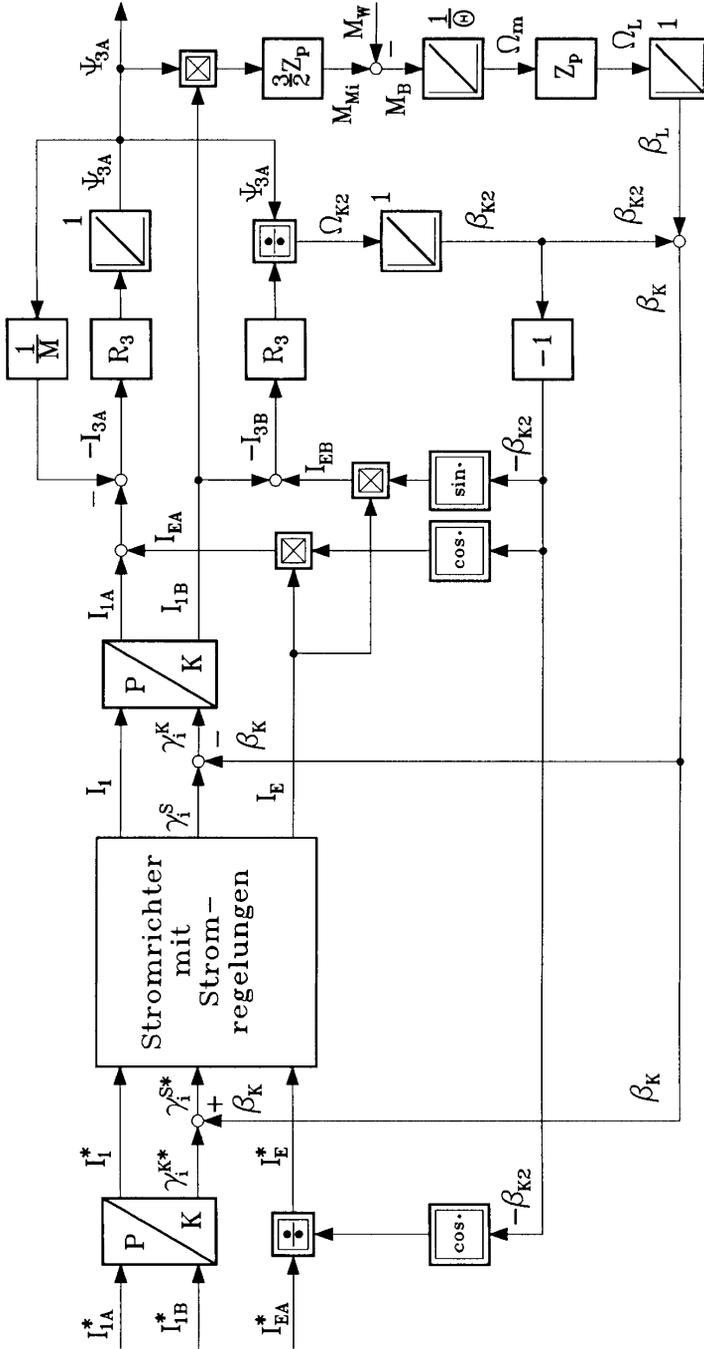


Abb. 16.24: Feldorientierte Regelung der Synchron-Vollpolmaschine bei meßbarem Feldwinkel

Zusätzlich wurde hier die Berechnung der flußorientierten Erregerstromkomponenten I_{EA} , I_{EB} einzeln ausgeführt. Diese Darstellung ist äquivalent mit der häufig in der Literatur erwähnten Darstellung nach [278].

Zusammenfassend soll hier noch einmal erwähnt werden, daß durch die feldorientierte Betrachtungsweise **die Einflußgrößen** in der Maschine gefunden werden, die eine **unabhängige Beeinflussung** der entscheidenden Maschinengrößen, nämlich Fluß (I_{1A} , I_{EA}) und Drehmoment (I_{1B}) ermöglichen. Im Unterschied zur Asynchronmaschine, wo nur die Statorstromkomponente I_{1A} zur Flußbildung herangezogen werden kann, ist hier die Flußerzeugung theoretisch beliebig aufteilbar zwischen Statorkreis und Erregerkreis (d. h. zwischen I_{1A} und I_{EA}). Diese Aufteilung wird im allgemeinen nach übergeordneten Kriterien wie z. B. dem Blindleistungsbedarf der Maschine festgelegt.

Wenn es gelingt, diese Einflußgrößen I_{1A} , I_{EA} und I_{1B} durch regelungstechnische Maßnahmen in der Maschine einzuprägen, dann ergibt sich das günstige regelungstechnische Verhalten der Gleichstrom-Nebenschlußmaschine. Eine Möglichkeit einer solchen **feldorientierten Regelung** zeigt Abb. 16.24 [278].

Dabei werden durch entsprechend inverses Aufschalten der Feldwinkel β_K und β_{K2} zunächst Stromsollwerte für die geregelten Stromrichter erzeugt, die im Koordinatensystem der jeweiligen Wicklung (Statorstrom \rightarrow Statorwicklung \rightarrow S-System, Erregerstrom \rightarrow Erregerwicklung \rightarrow L-System) dargestellt sind. Diese Sollwerte werden dann von den Stromrichtern realisiert. Die Wirkung der nachfolgenden Koordinatentransformationen wird durch die vorangegangene inverse Aufschaltung gerade aufgehoben. Hier wurde allerdings vorausgesetzt, daß die Feldwinkel β_K und β_{K2} exakt meßbar sind. Dies ist in der Realität nicht oder nur unter großem Aufwand möglich. Daher setzt man im allgemeinen wie bei der Asynchronmaschine Modelle oder Beobachter zur Schätzung der nicht meßbaren Größen ein.

Generell wurde die feldorientierte Regelung an sich, die Realisierung sowie die Parameterempfindlichkeit, die adaptive Nachführung von zeitvarianten Parametern und die Fragen der Stromregelung zur Einprägung der Statorströme ausführlich bereits bei der Asynchronmaschine dargestellt. Aufgrund dieser ausführlichen Darstellung von verschiedenen Gesichtspunkten aus können diese Überlegungen auf die Regelungen für die Synchronmaschine übertragen werden, so daß hier auf weitere Darstellungen verzichtet wird. Hingewiesen sei hier auch nochmals auf die Darstellungen bei der permanentmagneterregten Synchronmaschine und bei der bürstenlosen Gleichstrommaschine.

16.3.4 Steuerbedingungen der Synchron-Vollpolmaschine ohne Dämpferwicklung

Die Gleichungen (16.128) bis (16.140) beschreiben die Synchron-Vollpolmaschine mit Dämpferwicklung. Wenn die Synchronmaschine keine Dämpferwicklung hat, dann entfallen die Gleichungen der Dämpferwicklung (Gl. (16.130), Gl. (16.131), Gl. (16.135) und Gl. (16.136)), da $I_D = I_Q = \Psi_D = \Psi_Q = d\Psi_D/dt = d\Psi_Q/dt = 0$.

$$\Psi_d = L_{\sigma 1} \cdot I_d + \Psi_{hd} \quad (16.190)$$

$$\Psi_q = L_{\sigma 1} \cdot I_q + \Psi_{hq} \quad (16.191)$$

$$\Psi_E = \Psi_{hd} + L_{\sigma E} \cdot I_E \quad (16.192)$$

$$\Psi_{hd} = L_h \cdot (I_d + I_E) \quad (16.193)$$

$$\Psi_{hq} = L_h \cdot I_q \quad (16.194)$$

$$U_d = R_1 \cdot I_d + \frac{d\Psi_d}{dt} - \Omega_L \cdot \Psi_q \quad (16.195)$$

$$U_q = R_1 \cdot I_q + \frac{d\Psi_q}{dt} + \Omega_L \cdot \Psi_d \quad (16.196)$$

$$U_E = I_E \cdot R_E + \frac{d\Psi_E}{dt} \quad (16.197)$$

$$M_{Mi} = \frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot I_E \cdot I_q \cdot L_h \quad (16.198)$$

Diesen Gleichungen ist — analog zur Asynchronmaschine — zu entnehmen, daß das Moment M_{Mi} mit I_q vorgegeben wird. Auf die Anmerkung zu Gl. (16.8) bezüglich des Unterschieds von Schenkelpol- zu Vollpolmaschine sei nochmals hingewiesen.

Im stationären Leerlaufzustand ist $I_q = \Psi_q = d\Psi_q/dt = 0$ und damit gilt für die Spannungen

$$U_d = R_1 \cdot I_d \quad (16.199)$$

$$U_q = \Omega_L \cdot \Psi_d \quad (16.200)$$

d.h. bei konstantem Fluß Ψ_d wird die Spannung U_q proportional zur Kreisfrequenz Ω_L sein.

Der Feldschwächbetrieb kann durch einen Strom $I_d < 0$ erreicht werden.

Die Parallelen zur Asynchronmaschine sind offenkundig.

In gleicher Weise wie bei der Asynchronmaschine können Synchronmaschinen durch Entkopplungsnetzwerke und überlagerte Regelkreise (Kap. 16.4) oder durch Feldorientierung (Kap. 16.5) geregelt werden.

Die Synchron-Vollpolmaschine soll nun so gesteuert werden, daß sich ein Verhalten wie bei der Gleichstrom-Nebenschlußmaschine ergibt. Damit sind drei Ziele für die Steuerung erwünscht:

1. Die Drehzahl soll im Ankerstellbereich verstellbar sein — ohne den Fluß zu beeinflussen.
2. Das Drehmoment soll einstellbar sein.
3. Die Maschine soll über den Nennbetrieb hinaus im Feldschwächbetrieb betrieben werden.

Eine ausführliche Diskussion der Steuerbedingungen bei Phasenschieberbetrieb, beim Betrieb als Stromrichteromotor und beim Betrieb mit dem Direktumrichter als Stellglied erfolgte in Band 1 [57–61] dieser Buchreihe grundsätzlich und in Band 4 [68–70] im Detail einschließlich der Auslegung der Komponenten, so daß an dieser Stelle auf diese Ausführungen verzichtet werden soll.

16.4 Regelung der Synchronmaschine durch Entkopplung

Wie die Asynchronmaschine in Kap. 13 kann die Synchronmaschine entweder mittels Entkopplungsnetzwerken oder feldorientiert geregelt werden. Als wesentlicher Unterschied gegenüber der Asynchronmaschine und entsprechender Vorteil muß allerdings bedacht werden, daß die Orientierung der d-Achse aufgrund der konstruktiven Vorgaben bekannt ist und daher durch einen Sensor relativ einfach bestimmt werden kann. Unterschiedlich zur Asynchronmaschine ist weiterhin, daß bei der Synchronmaschine sowohl im Stator als auch im Erregerkreis eingegriffen werden kann. Es soll nun wie bei der Asynchronmaschine vorgegangen werden und zuerst das Verfahren der Entkopplung und dann die feldorientierte Regelung dargestellt werden.

Im Gleichungssatz (16.42) können die Gleichungen der Schenkelpolmaschine ohne Dämpferwicklung beispielsweise nach den Ableitungen der Flüsse aufgelöst werden, und es ergibt sich der Signalfußplan nach Abb. 16.4 bzw. Abb.16.5. Wesentlich war, daß die Ableitungen der Flüsse als Eingangssignale von Integratoren interpretiert wurden und entsprechend der Gleichung die Eingangssignale des jeweiligen Integrators realisiert wurden. Wie schon bei der Asynchronmaschine und in Kap. 16.1 für die Synchronmaschine ausführlich dargestellt, können die Gleichungen aber auch nach den Spannungen oder Strömen aufgelöst werden, und es ergibt sich ein Signalfußplan, bei dem sich ein Summationspunkt der Spannungen oder Ströme entsprechend der jeweiligen Gleichung ergibt. Ein weiterer Effekt ist, daß nun ein Differenzierglied im Signalfußplan notwendig ist, um bei Flußänderungen die daraus resultierende Spannung zu berechnen.

Um den Umfang der Darstellungen nicht zu umfangreich werden zu lassen und da bei der Asynchronmaschine die Entkopplung in allen Details dargestellt

wurde, soll bei der Synchronmaschine nur die **Entkopplung bei der Synchron-Schenkelpolmaschine ohne Dämpferwicklung** besprochen werden, da alle anderen Abwandlungen — insbesondere für die Synchron-Vollpolmaschine — ohne großen Aufwand direkt nachvollziehbar sind.

Um Durchgängigkeit sicherzustellen, soll entsprechend Kap. 16.1.2 die Normierung entsprechend Gleichungssatz (16.42) erfolgen und die Transformation in den Laplace-Bereich verwendet werden.

$$\psi_d = l_d \cdot i_d + i_E \quad (16.201)$$

$$\psi_q = l_q \cdot i_q \quad (16.202)$$

$$\psi_E = i_E + (1 - \sigma_E) \cdot l_d \cdot i_d \quad (16.203)$$

$$u_d = sT_N \cdot \psi_d + r_1 \cdot i_d - \omega_L * \psi_q \quad (16.204)$$

$$u_q = sT_N \cdot \psi_q + r_1 \cdot i_q + \omega_L * \psi_d \quad (16.205)$$

$$u_E = sT_E \cdot \psi_E + i_E \quad (16.206)$$

$$i_d = \frac{1}{\sigma_E \cdot l_d} \cdot (\psi_d - \psi_E) \quad (16.207)$$

$$i_q = \frac{1}{l_q} \cdot \psi_q \quad (16.208)$$

$$i_E = \frac{1}{\sigma_E} \cdot (\psi_E - (1 - \sigma_E) \cdot \psi_d) \quad (16.209)$$

$$m_{Mi} = \psi_d * i_q - \psi_q * i_d \quad (16.210)$$

$$sT_{EN} \cdot \omega_m = m_{Mi} - m_W \quad (16.211)$$

Die Gleichungen (16.201) bis (16.203) können nach kurzer Rechnung umgeformt werden zu

$$\psi_d = \sigma_E \cdot l_d \cdot i_d + \psi_E \quad (16.212)$$

$$\psi_q = l_q \cdot i_q \quad (16.213)$$

$$\psi_E = \sigma_E \cdot i_E + (1 - \sigma_E) \cdot \psi_d \quad (16.214)$$

Wenn die Spannungs-Gleichungen (16.204) bis (16.206) nach den Strömen i_d , i_q und i_E aufgelöst werden und für die Verkettungen die Strom-Gleichungen (16.207) bis (16.209) und die Fluß-Gleichungen (16.212) bis (16.214) genutzt werden, dann ergibt sich der Signalflußplan in Abb. 16.25.

Beispielsweise gilt nach Gl. (16.204):

$$i_d = \frac{1}{r_1} \cdot (u_d - sT_N \cdot \psi_d + \omega_L * \psi_q)$$

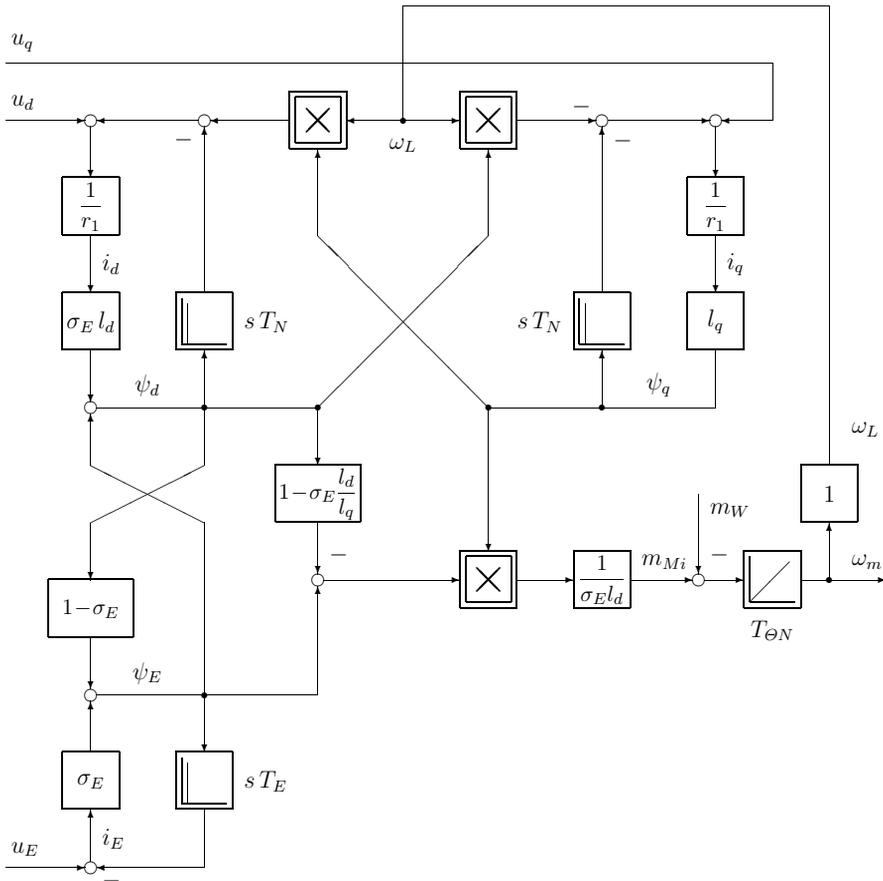


Abb. 16.25: Normierter Signalflußplan der Synchron-Schenkelpolmaschine ohne Dämpferwicklung bei Spannungseinprägung

Entsprechend sind die anderen Gleichungen im Signalflußplan umzusetzen.

In gleicher Weise kann entsprechend dem Gleichungssatz (16.201) bis (16.211) über Gl. (16.212) bis (16.214) der Signalflußplan bei eingepprägten Strömen i_d , i_q und i_E gezeichnet werden (Abb. 16.26). Unterschiedlich zu Abb. 16.10 ist in Abb. 16.26, daß eine ausreichende Spannungsreserve des vorhergehenden Wechselrichters angenommen worden ist. Zu beachten ist, daß bei Stromeinprägung keine „Stromsprünge“ möglich sind, da der Lastkreis eine ohmsch-induktive Komponente hat. Aufgrund dieser Randbedingungen „ohmsch-induktive Komponente im Lastkreis und begrenzte Spannung des Wechselrichters“ sind im Signalflußplan nach Abb. 16.26 in der Realität anzupassende Übertragungsfunktionen der Stromregelkreise vorzuschalten.

Wenn nun die Regelung der Synchronmaschine mittels eines Entkopplungsnetzwerkes erfolgen soll, muß beachtet werden, daß sowohl der Strom i_E als auch der Strom i_d flußbildend sind.

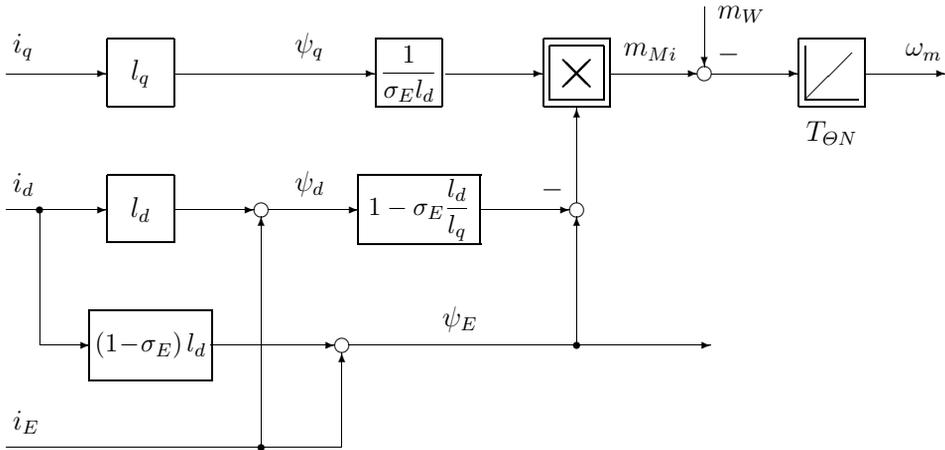


Abb. 16.26: Normierter Signalflußplan der Schenkelpolmaschine ohne Dämpferwicklungen bei Stromeinprägung (Vernachlässigung der Spannungspfade)

$$\psi_d = \sigma_E \cdot l_d \cdot i_d + \psi_E \tag{16.215}$$

bzw.

$$\psi_E = \sigma_E \cdot i_E + (1 - \sigma_E) \cdot \psi_d \tag{16.216}$$

Es müssen somit zur Steuerung der Flüsse sowohl ψ_d^* als auch ψ_E^* berücksichtigt werden. Wie die Relation von ψ_d^* und ψ_E^* zueinander gewählt wird, ist vom gewählten System Stellglied-Synchronmaschine abhängig (siehe beispielsweise [57–61], Stromrichter-motor oder Direktumrichter-Synchronmaschine). Die Momentsteuerung erfolgt über den Fluß ψ_q . Es gilt im Zeitbereich:

$$m_{Mi} = \frac{\psi_q}{\sigma_E \cdot l_d} \cdot \left[\psi_E - \left(1 - \sigma_E \cdot \frac{l_d}{l_q} \right) \cdot \psi_d \right] \tag{16.217}$$

Somit ist als dritter Eingang der Sollwert i_q^* für den drehmomentbildenden Signalpfad notwendig. Bei der Ableitung des Signalflußplans des Entkopplungsnetzwerkes für die Synchronmaschine wird entsprechend dem Vorgehen bei der Asynchronmaschine vorgegangen. Beispielsweise wird die erste Spannungsgleichung (16.204)

$$u_d = s T_N \cdot \psi_d + r_1 \cdot i_d - \omega_L * \psi_q$$

der Synchronmaschine als Gleichung mit der Spannung u_d als Eingangsgröße und den Größen i_d , ψ_d und ψ_q als resultierende Größen angesetzt. Die entsprechende Gleichung des Entkopplungsnetzwerkes ist:

$$u'_d = s T'_N \cdot \psi_d^* + r'_1 \cdot i'_d - \omega'_L * \psi'_q \tag{16.218}$$

wobei u'_d die Ausgangsgröße des Entkopplungsnetzwerkes ist und i'_d , ψ_d^* und ψ'_q als Eingangs- bzw. Zwischengrößen zu interpretieren sind. Die „gestrichenen“ Größen

sind die Größen innerhalb des Entkopplungsnetzwerkes, die aufgrund von Parameterunterschieden zwischen Entkopplungsnetzwerk und realer Maschine nicht exakt mit den Maschinengrößen übereinstimmen.

Um die gewünschten Sollwerte ψ_E^* , ψ_d^* und i_q^* als Eingangsgrößen des Entkopplungsnetzwerkes zu erhalten, müssen die entsprechenden Gleichungen angesetzt werden:

$$u'_q = s T'_N \cdot \psi'_q + r'_1 \cdot i_q^* + \omega'_L * \psi_d^* \quad (16.219)$$

$$u'_E = s T'_E \cdot \psi_E^* + i'_E \quad (16.220)$$

$$i'_d = \frac{1}{\sigma'_E \cdot l'_d} \cdot \left(\psi_d^* - \psi_E^* \right) \quad (16.221)$$

$$\psi'_q = l'_q \cdot i_q^* \quad (16.222)$$

$$i'_E = \frac{1}{\sigma'_E} \cdot \left(\psi_E^* - (1 - \sigma'_E) \cdot \psi_d^* \right) \quad (16.223)$$

Wenn diese Gleichungen für das Entkopplungsnetzwerk verwendet werden, ergibt sich Abb. 16.27. In Abb. 16.27 ist im linken Teil das Entkopplungsnetzwerk mit den Eingangsgrößen i_q^* , ψ_d^* , ψ_E^* und ω'_L und den Ausgangsgrößen u'_d , u'_q und u'_E dargestellt. Im rechten Teil des Bildes ist der Signalfußplan der Synchronmaschine gezeichnet. Bei der Darstellung des Gesamt-Signalfußplans ist angenommen, daß der Umrichter mit eingepprägter Spannung die Spannungen u_d , u_q (mit der entsprechenden Frequenz f entsprechend ω'_L im stationären Fall) und das Gleichspannungs-Stellglied die Spannung u_E amplitudengetreu und ohne Verzögerungen der Synchronmaschine bereitstellen kann. Die Ausgangsgrößen u'_d , u'_q und u'_E des Entkopplungsnetzwerkes werden deshalb als Sollwerte u_d^* , u_q^* und u_E^* für die Stellglieder interpretiert und — ohne daß die idealen Stellglieder gezeichnet sind — als Eingangsgrößen zur Speisung der Synchronmaschine genutzt.

Aus dem Gesamtsignalfußplan in Abb. 16.27 ist wiederum zu erkennen, daß beispielsweise ausgehend von ψ_d^* Proportionalglieder mit den Verstärkungskoeffizienten $1/(\sigma'_E l'_d)$ und r'_1 im Entkopplungsnetzwerk zu realisieren sind und in der Synchronmaschine die entsprechenden Verstärkungsfaktoren $1/r_1$ und $\sigma_E l_d$ im Signalpfad zum Fluß ψ_d folgen. Somit kann — wenn die Parameter im Entkopplungsnetzwerk (gestrichene Größen) und die Parameter in der Synchronmaschine (ungestrichene Größen) übereinstimmen — der Fluß ψ_d durch den Sollwert ψ_d^* direkt gesteuert werden. Die gleiche Aussage gilt für die Signale ψ_E und i_q . Wenn die Sollwerte ψ_d^* und ψ_E^* nicht geändert werden, können die Funktionsblöcke $s T'_N$ und $s T'_E$ in den entsprechenden Signalpfaden entfallen; dies ist durch die Strichelung im Signalpfad angedeutet. Außerdem kann der Multiplizierer $\omega'_L * \psi_d^*$ (Faltung im Laplace-Bereich) durch ein Proportionalglied ersetzt werden. Durch das Entkopplungsnetzwerk wird somit der Synchronmaschine ein dynamisches Verhalten wie der Gleichstrom-Nebenschlußmaschine gegeben. Allerdings ist zu beachten, daß bei Änderungen der Sollwerte ψ_d^* und ψ_E^* durch die Funktionsblöcke $s T'_N$ und $s T'_E$ erhebliche dynamische Spannungsamplituden

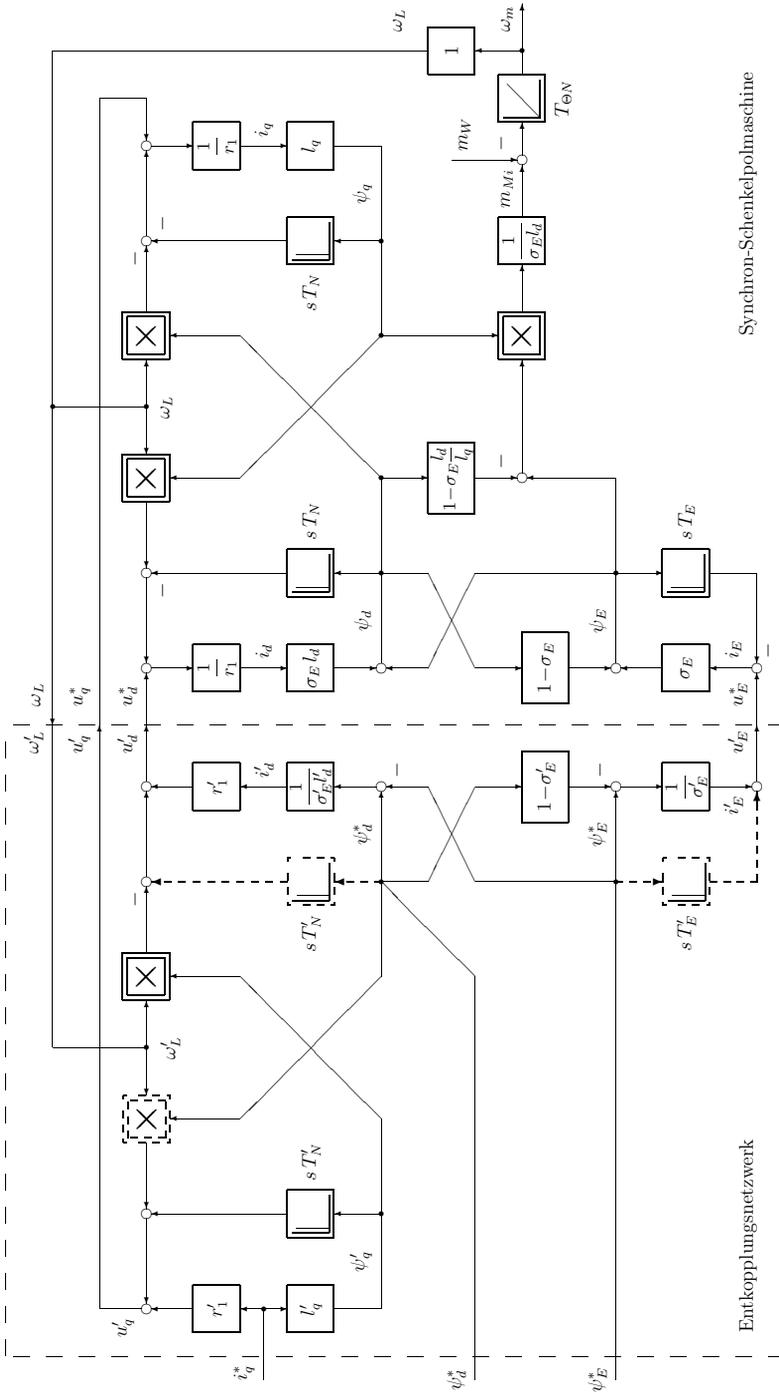


Abb. 16.27: Synchron-Schenkelpolmaschine ohne Dämpferwicklung mit vorgeschaltetem Entkopplungsnetzwerk

der Stellglieder gefordert werden, die eventuell von den Stellgliedern nicht mehr bereitgestellt werden können. Dies gilt aber ebenso für die Stellglieder bei der Gleichstrom-Nebenschlußmaschine.

Im allgemeinen werden beim Wechselrichter mit eingepprägter Spannung die Spannungsamplitude und die Frequenz für das Statorsystem vorgegeben, insofern kann der Gesamt-Signalfußplan in Abb. 16.27 erhalten bleiben. Für die Erregung des Polrades der Synchronmaschine ist im allgemeinen aber die Vorgabe des Erregerstromes i_E vorteilhafter als die Vorgabe der Spannung u'_E , dies ist durch die thermische Änderung des ohmschen Widerstandes R_E der Polrad-Wicklung bedingt. Das Entkopplungsnetzwerk kann für diese geänderte Aufgabenstellung — Vorgabe von u_d^* und u_q^* für den Wechselrichter sowie Vorgabe von i_E^* für das Stellglied, welches die Polradwicklung speist — durch mathematische Umformung der Erregerkreisgleichung angepaßt werden.

Bei der **Realisierung** des Entkopplungsnetzwerkes muß das **Differenzierglied** durch eine **DT₁-Übertragungsfunktion approximiert** werden.

Ausgehend von den bekannten Gleichungen der Spannungen

$$u_d = T_N \cdot \frac{d\psi_d}{dt} + r_1 \cdot i_d - \omega_L \cdot \psi_q \quad (16.224)$$

$$u_q = T_N \cdot \frac{d\psi_q}{dt} + r_1 \cdot i_q + \omega_L \cdot \psi_d \quad (16.225)$$

$$u_E = T_E \cdot \frac{d\psi_E}{dt} + i_E \quad (16.226)$$

und der Flußverkettung

$$i_d = \frac{1}{\sigma_E \cdot l_d} \cdot (\psi_d - \psi_E) \quad (16.227)$$

$$i_q = \frac{1}{l_q} \cdot \psi_q \quad (16.228)$$

$$i_E = \frac{1}{\sigma_E} \cdot (\psi_E - (1 - \sigma_E) \cdot \psi_d) \quad (16.229)$$

werden die Sollwertvorgaben ψ_d^* , ψ_E^* und i_q^* sowie die Ausgangssignale der gewünschten Statorspannungen u'_d , u'_q und der Erregerstrom i'_E berücksichtigt. Wenn somit beispielsweise in Gl. (16.224) für i_d Gl. (16.227) und für ψ_q Gl. (16.228) eingesetzt wird, dann ergibt sich:

$$u'_d = T'_N \cdot \frac{d\psi_d^*}{dt} + \frac{r'_1}{\sigma'_E \cdot l'_d} \cdot (\psi_d^* - \psi_E^*) - \omega'_L \cdot l'_q \cdot i_q^* \quad (16.230)$$

$$u'_q = T'_N \cdot l'_q \cdot \frac{di_q^*}{dt} + r'_1 \cdot i_q^* + \omega'_L \cdot \psi_d^* \quad (16.231)$$

$$i'_E = \frac{1}{\sigma'_E} \cdot (\psi_E^* - (1 - \sigma'_E) \cdot \psi_d^*) \quad (16.232)$$

Entsprechend gilt für die Gleichungen im Laplace-Bereich:

$$u'_d = sT'_N \cdot \psi_d^* + \frac{r'_1}{\sigma'_E \cdot l'_d} \cdot (\psi_d^* - \psi_E^*) - \omega'_L * l'_q \cdot i_q^* \quad (16.233)$$

$$u'_q = sT'_N \cdot l'_q \cdot i_q^* + r'_1 \cdot i_q^* + \omega'_L * \psi_d^* \quad (16.234)$$

$$i'_E = \frac{1}{\sigma'_E} \cdot (\psi_E^* - (1 - \sigma'_E) \cdot \psi_d^*) \quad (16.235)$$

Mit diesen Voraussetzungen ergibt sich der Signalflußplan in Abb. 16.28.

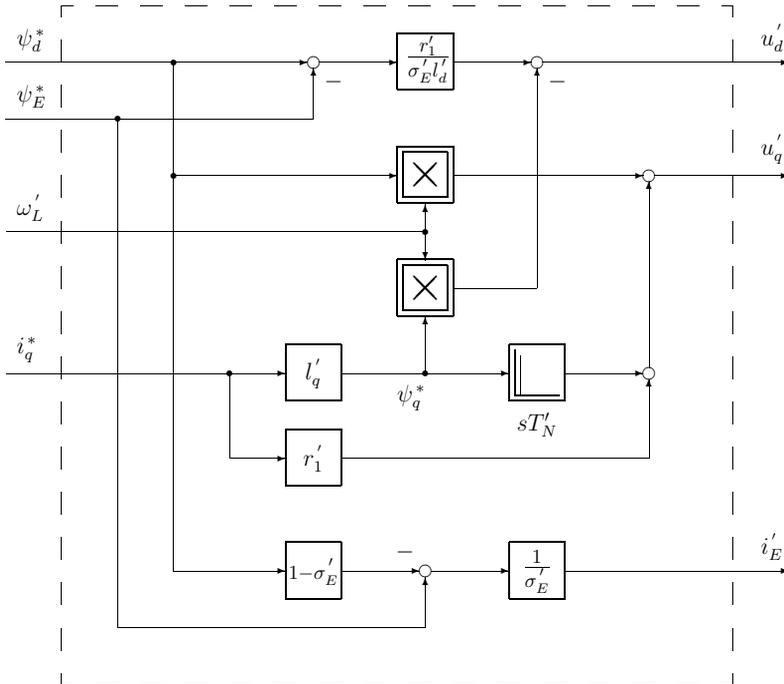


Abb. 16.28: Entkopplungsnetzwerk (EK) für die Schenkelpolmaschine ohne Dämpferwicklung mit Erregerstrom-Sollwert-Ausgang

Bei diesem Signalflußplan wurde zusätzlich angenommen, daß die Änderungen $d\psi_d^*/dt = d\psi_E^*/dt = 0$ sind, somit kann der Term $sT'_N\psi_d^*$ entfallen. In diesem Fall ist ein zusätzlicher Stromregelkreis für die Regelung des Erregerstroms i_E notwendig. Eine derartige Regelung ist aber bereits ausführlich bei den Regelungen der Gleichstrom-Nebenschlußmaschine besprochen worden, so daß hier nicht mehr darauf eingegangen werden soll.

Mit dem in Abb. 16.28 gezeichneten Entkopplungsnetzwerk kann nun ein drehzahl geregelter Synchronmaschinenantrieb aufgebaut werden (Abb. 16.29).

In Abb. 16.29 ist für die Statorspeisung ein Wechselrichter mit eingepprägter Spannung angenommen worden. Wechselrichter mit eingepprägter Spannung sind beispielsweise Direktumrichter oder selbstgeführte Wechselrichter mit

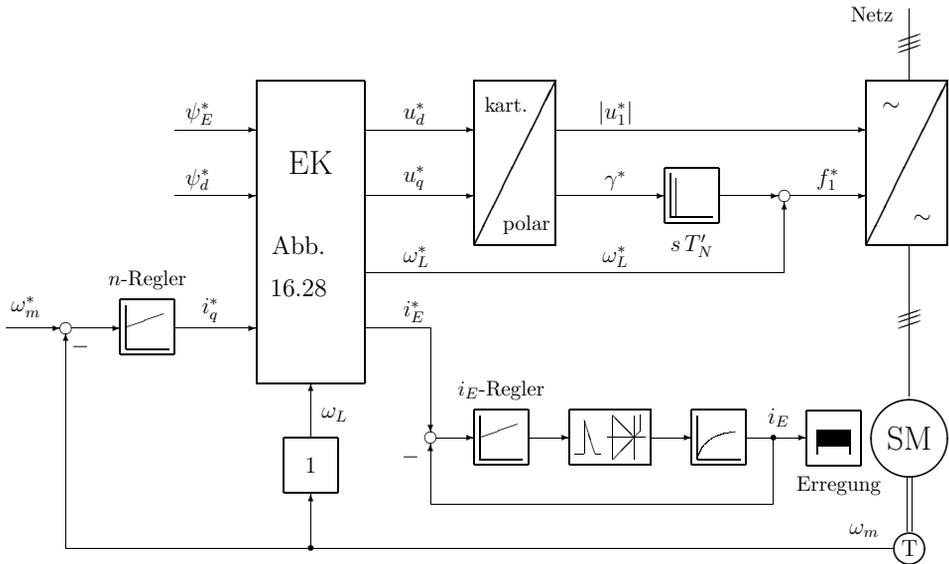


Abb. 16.29: Drehzahlregelung der Synchronmaschine mittels Entkopplungsnetzwerk

eingepprägter Spannung und eventuell in Zukunft Matrixumrichter. Diesen Wechselrichtern werden als Steuersignale die Amplituden der Statorspannung $|u_1^*|$ und die Statorfrequenz f_1^* vorgegeben. Aus Abb. 16.29 ist zu entnehmen, daß — wie bereits bei der Asynchronmaschine dargestellt — das Entkopplungsnetzwerk aus den Eingangsgrößen ψ_E^* , ψ_d^* und i_q^* die Ausgangsgrößen u_d^* , u_q^* , ω_L^* und i_E^* erzeugt. Allerdings wird kein Sensor verwendet, der die Orientierung der d- und q-Achse ermittelt. Um diese Schwierigkeit zu umgehen, wird vom kartesischen d-q-System zum Polarkoordinatensystem übergegangen. Die Bildung der Amplitude $|u_1^*|$ erfolgt über die Gleichung $|u_1^*| = \sqrt{u_d^{*2} + u_q^{*2}}$. Bei der Bestimmung der Statorfrequenz f_1^* wird die Drehzahl ω_L benötigt. Im dynamischen Fall wird zu der stationären Frequenz ω_L noch der Anteil $d\gamma^*/dt$ addiert, der die phasenrichtige Spannungsvorgabe sicherstellt. Um die phasenrichtige Zuordnung von Polradlage und Statorspannungssystem beim Anfahren zu erreichen, können beispielsweise zwei Statorwicklungen mit einem Gleichstrom gespeist werden, damit das Polrad die durch den Statorstrombelag vorgegebene Position einnimmt.

Eine andere Variante ist, zur Drehzahlerfassung einen Impulsgeber IG zu verwenden; damit kann die notwendige Zuordnung des Statorspannungssystems zur Polradlage erreicht werden. Dem Entkopplungsnetzwerk vorgeschaltet ist der überlagerte Drehzahlregler. Die Sollwerte von ψ_d^* und ψ_E^* sind als freie Eingangsgrößen gezeichnet. Die Wahl der Relation erfolgt in Abhängigkeit vom Stellgliedertyp (siehe [57–61] oder [68–70]). Eine allgemeine Diskussion der Flußregelung erfolgt in Kap. 16.5.5, des Feldschwächbetriebs in Kap. 16.5.6 und des Leistungsfaktors der Grundschwingung $\cos \varphi$ in Kap. 16.5.7.

Allgemein muß bei Festlegung der Flußsollwerte gefordert werden, daß im Nennbetriebspunkt weder der Stator-Nennstrom $|I_{1N}|$ noch die Nennspannung $|U_{1N}|$ überschritten werden dürfen.

Wenn in Gl. (16.208) für i_q die Drehmomentgleichung (16.210) und die i_d -Stromgleichung (16.207) eingesetzt werden, dann ergibt sich nach Einsetzen der Momentgleichung

$$i_q = \frac{m_{Mi}}{\psi_d - l_q \cdot i_d} = \frac{\sigma_E \cdot l_d \cdot m_{Mi}}{(\sigma_E l_d - l_q) \cdot \psi_d + l_q \cdot \psi_E} \tag{16.236}$$

wobei $i_d = (\psi_d - \psi_E) / (\sigma_E l_d)$ ist. Damit ist $i_q = f(m_{Mi}, \psi_d, \psi_E)$ und damit der Betrag des Statorstroms i_1 :

$$|i_1| = \sqrt{i_d^2 + i_q^2} = f(m_{Mi}, \psi_d, \psi_E) \tag{16.237}$$

Werden nun beispielsweise die Nennwerte von m_{Mi} und i_1 angesetzt, ergibt sich eine quadratische Bestimmungsgleichung für ψ_d^* und ψ_E^* .

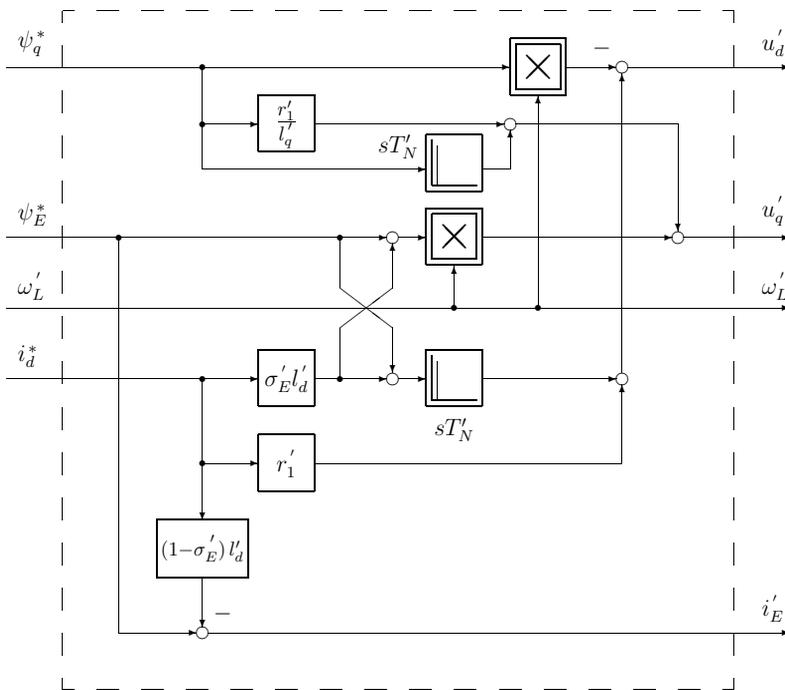


Abb. 16.30: Entkopplungsnetzwerk mit i_d als Stellgröße für das Drehmoment und ψ_q^* und ψ_E^* als Steuergrößen

Eine gleiche Rechnung kann für die Statorspannungsgleichungen als Funktion des Moments m_{Mi} sowie von ψ_d^* und ψ_E^* erfolgen und ergibt eine zweite Bestimmungsgleichung. Damit sind ψ_d^* und ψ_E^* bestimmbar und können entsprechend dem Arbeitspunkt eingestellt werden.

Statt der Steuergrößen ψ_d^* , ψ_E^* und i_q^* (Abb. 16.28) können in gleicher Weise Entkopplungsnetzwerke für andere Kombinationen von Eingangsgrößen entwickelt werden. In Abb. 16.30 ist das Entkopplungsnetzwerk für die Kombination ψ_q^* und ψ_E^* (arbeitspunktabhängige Steuergrößen) sowie i_d^* (dynamisch) dargestellt. Weitere Abwandlungen entsprechend den speziellen Anforderungen sind möglich.

In entsprechender Vorgehensweise können die Entkopplungsnetzwerke für die Schenkelpolmaschine mit Dämpferwicklung und die Vollpolmaschine erarbeitet werden.

Ganz allgemein soll hier noch einmal auf die ausführliche Darstellung der Entkopplung bei der Asynchronmaschine verwiesen werden. Dort wurden einerseits Hinweise für die praktische Realisierung — dies gilt insbesondere für die Realisierung des Differenzierers — und andererseits die Einschränkungen erläutert, so daß hier darauf verzichtet werden kann.

16.5 Regelung der Synchronmaschine durch Feldorientierung

Dr. F. Bauer, Erlangen

Wie bereits in Kap. 16.1.1 für die Synchronmaschine (Schenkelpolmaschine ohne Dämpferwicklung) und in den folgenden Kapiteln für andere Ausführungsformen von Synchronmaschinen sowie in [57–61] dargestellt, ist ein wesentliches Kennzeichen der Synchronmaschine, daß mit dem Erregerstrom I_E der Erregerwicklung ein erster Flußanteil bereitgestellt wird. Der Erregerstrom wird i.a. über Schleifringe dem auf dem Rotor befindlichen Polsystem zugeführt (Innenpolmaschine). Auch sind bürstenlose und damit weitgehend wartungsfreie Ausführungsformen bekannt. Hier wird die Erregung über einem Drehstromsteller, der gegen das Drehfeld einen rotierenden dreiphasigen Transformator speist, sowie einem rotierenden dreiphasigem Brückengleichrichter [68–70] zugeführt.

Im Vergleich zur permanentmagneterregten Synchronmaschine (Kap. 16.6) kann der resultierende Fluß in der d-Richtung somit sowohl vom Erregerstrom als auch von der Stator-Stromkomponente I_d beeinflußt werden. Dies kann u.a. — wie bereits in [57–61] dargestellt — dazu genutzt werden, den Verschiebungsfaktor $\cos \varphi$ einzustellen. Diese Möglichkeit macht die fremderregte Synchronmaschine vor allem für die Energieerzeugung interessant. Der zusätzliche Freiheitsgrad kann aber auch für Antriebsaufgaben vorteilhaft genutzt werden. Hierfür bietet sich die Schenkelpolmaschine gleichermaßen wie der Turboläufer (Vollpolmaschine) an.

Wesentliche Voraussetzung für den Einsatz der Synchronmaschine ist, daß bezüglich Regelbarkeit und Dynamik ein Höchstmaß an Freiheitsgrad und Qualität erreicht wird. Dies gelingt durch den Einsatz der heute etablierten feldorientierten Regelverfahren. Gegenüber der feldorientierten Regelung der Asynchronmaschine oder der permanentmagneterregten Synchronmaschine ist die Regelung

der fremderregten Synchronmaschine aufwendiger — insbesondere dann, wenn ein Schenkelpolläufer vorliegt.

Wie bereits in Kap. 13.4.4 bei der Asynchronmaschine dargestellt, werden z.B. der Fluß Ψ_h und der momentbildende Strom geregelt. Im Ankerstellbereich wird somit Ψ_h auf den Nennwert geregelt, während der momentbildende Strom entsprechend den Momentanforderungen geregelt wird. Damit bestehen – wie bei der Asynchronmaschine — die Aufgabenstellungen, den Betrag und die Phase des Flusses Ψ_h zu bestimmen und weiterhin mittels der Vektordreher einmal vom statorfesten Koordinatensystem eine Transformation zum regelungstechnischen d-q-Koordinatensystem und anschließend zurück zum informationsverarbeitenden Bereich zum Wechselrichter-Statorwicklungssystem durchzuführen. Abbildung 16.34 für die Synchronmaschine entspricht im oberen Bildteil somit der entsprechenden Blockstruktur in Abb. 13.45 der Asynchronmaschine, und es gelten somit die gleichen Grundüberlegungen. Wie sich aus den Erläuterungen in Kap. 13.5 ergeben hat, sind die Modelle zur Ermittlung der benötigten Größen aus den leicht zu messenden Größen wie Statorspannungen und Statorströme von großer Bedeutung für die Funktion der feldorientierten Regelung. Aufgrund dieser Bedeutung der Modelle und der Vorkenntnisse aus Kap. 13.4.4 wird in den folgenden Kapiteln von den Modellen zur Gesamtregelung und zurück zu verfeinerten Modellen und einer erweiterten Gesamtregelung gewechselt, um didaktisch ausgehend von den einfacheren zu den komplexeren Lösungen zu gelangen.

16.5.1 Modelle zur Flußermittlung

Wie bereits bei der Asynchronmaschine betont und in Kap. 16.5 wiederholt, benötigt jede feldorientierte Regelung Informationen über die Winkellage des Flusses. In einem mit dem Flußwinkel verbundenen Koordinatensystem können dann Fluß und Drehmoment unabhängig voneinander eingestellt werden. Bei der permanentmagneterregten Synchronmaschine wird zur Orientierung gewöhnlich die Flußachse Ψ_{PM} der Permanenterregung herangezogen. Diese Ψ_{PM} -Achse (d-Achse) steht also in festem Bezug zur Rotorlage; es gelingt somit die Messung der Polradlage. Bei der fremderregten Synchronmaschine ist die Ankerrückwirkung wesentlich größer. Zudem muß der Erregerstrom I_E so berechnet werden, daß ein gewünschter Betriebspunkt erreicht wird. Der Betriebspunkt ist für bestimmte Werte von Drehzahl und Drehmoment durch einen bestimmten Fluß und einen $\cos \varphi$ charakterisiert. Sie können über Statorblindstrom und Erregerstrom unabhängig voneinander eingestellt werden. Zum Berechnen des Erregerstromes und des Flußraumzeigers verwendet man Modelle.

16.5.2 Spannungsmodell ($U_1 I_1$ -Modell)

Das Spannungsmodell wurde bereits in Verbindung mit der feldorientierten Regelung der Asynchronmaschine (vergl. dazu Kap. 13.5.3) dargestellt. Bei der feldorientierten Regelung der Synchronmaschine spielt es jedoch eine zentrale Rolle

und soll daher genauer betrachtet werden. Das Spannungsmodell benutzt zur Berechnung des Flusses die Statorgleichung der Drehfeldmaschine. Da bei Asynchronmaschine und Synchronmaschine der Stator gleich aufgebaut ist, ergeben sich für beide Maschinentypen gleiche Strukturen. Das Spannungsmodell berechnet aus den gemessenen Statorgrößen Spannung und Strom den Fluß durch Integration der der Spannung, die der zu berechnende Fluß induziert. Dazu werden die Maschinenparameter Statorwiderstand R_1 und Streureaktanz L_σ benötigt (Kap. 13.5.3). Mit dem Spannungsmodell ist es möglich, sowohl Statorfluß, Luftspaltfluß als auch Rotorfluß zu berechnen. Bei der Asynchronmaschine ist die Orientierung auf den Rotorfluß gebräuchlich, weil der Rotorfluß hier die sich am langsamsten ändernde Größe darstellt. Bei der Synchronmaschine entspricht der Rotorfluß dem mit der Dämpferwicklung verketteten Fluß. Hier kommt jedoch häufig die Orientierung auf den Luftspaltfluß zur Anwendung.

16.5.2.1 Spannungsmodell als Wechselgrößenmodell

Bei der Ausführung des Spannungsmodells gibt es unterschiedliche Möglichkeiten. Eine ist, die induzierte Spannung komponentenweise zu berechnen und zu integrieren. Die Berechnung erfolgt im statorfesten Bezugssystem. Man erhält das bekannte Wechselgrößenmodell. Die Berechnung der Komponenten erfolgt hier im statorfesten Bezugssystem. Stationär sind die Komponenten Wechselgrößen mit Statorfrequenz. Die induzierte Spannung ergibt sich aus der folgenden allgemeinen Gleichung, wenn L_σ die wirksame Streuinduktivität zwischen anliegender Statorspannung und der zu berechnenden induzierten Spannung ist:

$$\begin{aligned} E_\alpha &= U_{1\alpha} - R_1 \cdot I_{1\alpha} - L_\sigma \cdot \frac{dI_{1\alpha}}{dt} \\ E_\beta &= U_{1\beta} - R_1 \cdot I_{1\beta} - L_\sigma \cdot \frac{dI_{1\beta}}{dt} \end{aligned} \quad (16.238)$$

Durch Integration der Komponenten der induzierten Spannung E_α und E_β erhält man den Fluß in seinen statorfesten Komponenten:

$$\begin{aligned} \Psi_\alpha &= \int E_\alpha dt \\ \Psi_\beta &= \int E_\beta dt \end{aligned} \quad (16.239)$$

Für die Komponenten der komplexen Zeiger wurde dabei gewählt:

$$\vec{U}_1^S = U_{1\alpha} + j U_{1\beta} \tag{16.240}$$

$$\vec{I}_1^S = I_{1\alpha} + j I_{1\beta} \tag{16.241}$$

$$\vec{\Psi}^S = \Psi_\alpha + j \Psi_\beta \tag{16.242}$$

Die hochgestellten S weisen auf Größen im statorfesten Bezugssystem hin. Der Fluß $\vec{\Psi}^S$ liegt hier in orthogonalen Komponenten vor. Gewöhnlich wird die Information nach Winkel und Betrag benötigt. Die Wandlung kann mit Hilfe eines kartesisch/polar-Wandlers (KP-Wandler) erfolgen. Der KP-Wandler führt dabei folgende mathematische Operationen aus:

$$\Psi = \sqrt{\Psi_\alpha^2 + \Psi_\beta^2} \tag{16.243}$$

$$\varphi_s = \arctan \frac{\Psi_\beta}{\Psi_\alpha} = \beta_S \quad (\text{Kap. 13.1.2.3, Gl. 13.29}) \tag{16.244}$$

Mit der Wahl von L_σ bestimmt man, welcher Fluß berechnet wird. Es gilt dabei:

Parameter L_σ	Es wird berechnet:
0	Statorfluß
$L_{\sigma 1}$	Luftspaltfluß
$\sigma \cdot L_1$	Rotorfluß im vereinfachten Ersatzschaltbild

Dabei bedeuten:

$L_{\sigma 1}$	Statorstreuung
$\sigma \cdot L_1$	Gesamtstreuung

Eine Berechnung des Rotorflusses mit dem Spannungsmodell ist nur dann ohne weiteres möglich, wenn die Maschine keine unterschiedliche Ausprägung in d- und q-Achse besitzt. Dies ist bei der Asynchronmaschine der Fall. Bei der Schenkelpolmaschine ist der Rotor elektrisch und magnetisch unsymmetrisch. In einem nicht mit der Unsymmetrie verbundenen Koordinatensystem sind Rechenoperationen nur schwer durchzuführen. Das bedeutet, daß Gleichungen, die das Verhalten des (unsymmetrischen) Rotors beschreiben, am einfachsten in einem mit dem Rotor verbundenen Koordinatensystem gelöst werden können. Mit dem Spannungsmodell rechnet man daher nur soweit zum Rotor hin, wie die Maschine symmetrisch ist. Daher wird in Verbindung mit der Regelung der fremderregten Synchronmaschine oft der Luftspaltfluß als Orientierungsgröße herangezogen. Entsprechend muß für den Parameter L_σ im Spannungsmodell die Statorstreuung $L_{\sigma 1}$ eingesetzt werden. In diesem Fall entspricht die induzierte Spannung der vom Hauptfeld induzierten Spannung, die auch als Hauptfeldspannung U_h bezeichnet wird (vergl. dazu Gl. (16.153)).

16.5.2.2 Polares Spannungsmodell

Eine Schwierigkeit bei der Anwendung des Spannungsmodells liegt darin, daß geringste Gleichanteile durch die offene Integration das Ergebnis unbrauchbar machen, weil die Integrierer "davonlaufen". Es müssen Stabilisierungsmaßnahmen ergriffen werden, um dennoch zu einem brauchbaren Ergebnis zu kommen. Das kann in dieser Struktur durch eine komponentenweise Rückkopplung der Integratorausgänge auf die Eingänge erfolgen, die frequenzabhängig geführt werden können. Die Integration ist dann aber für kleine Frequenzen nicht mehr ideal: Infolge der Rückkopplung geht der Integrator in ein Verzögerungsglied 1. Ordnung über. Der dadurch entstehende Phasenfehler und der damit einhergehende Orientierungsfehler macht die obige Struktur des Spannungsmodells unterhalb einer Mindestfrequenz unbrauchbar.

Eine Variante des Spannungsmodells erhält man durch polare Integration der induzierten Spannung. Die Integration der Komponenten erfolgt im flußfesten Bezugssystem. Stationär sind die Komponenten Gleichgrößen. Vorteilhaft ist, daß hier auch bei kleinen Frequenzen keine prinzipbedingten Phasenfehler infolge der notwendigen Stabilisierungsmaßnahmen erzeugt werden.

Der Flußraumzeiger ist gegeben durch:

$$\vec{\Psi} = \Psi \cdot e^{j\varphi_s}$$

Die Ableitung des Flusses ist die induzierte Spannung. Differenziert man also obigen Flußraumzeiger, so erhält man folgende Beziehung:

$$E_\alpha + jE_\beta = \frac{d}{dt}(\Psi e^{j\varphi_s}) = (\dot{\Psi} + j\dot{\varphi}_s \Psi) e^{j\varphi_s}$$

Multipliziert man die so erhaltene Gleichung mit $e^{-j\varphi_s}$, so ergibt sich, wenn mit E_{φ_1} und E_{φ_2} die Komponenten der induzierten Spannung im feldorientierten Bezugssystem bezeichnet werden:

$$E_{\varphi_1} + j E_{\varphi_2} = (E_\alpha + jE_\beta) e^{-j\varphi_s} = (\dot{\Psi} + j\dot{\varphi}_s \Psi) \quad (16.245)$$

Transformiert man also die nach Gl. (16.238) erhaltenen Komponenten der induzierten Spannung mit dem Flußwinkel $e^{-j\varphi_s}$, erhält man als Ergebnis die in Gl. (16.245) angegebenen Komponenten. Dabei entspricht die 1. Komponente E_{φ_1} der Ableitung des Flusses. Durch Integration ergibt sich der Flußbetrag (Abb. 16.31).

Die zweite Komponente E_{φ_2} ist das Produkt aus Flußbetrag und -frequenz. Durch Division mit dem Flußbetrag und anschließende Integration erhält man den gewünschten Flußwinkel für die Transformation der induzierten Spannung vom statorfesten in das flußfeste Bezugssystem und für die weitere Verwendung in der feldorientierten Regelung.

Das Verhalten der Struktur unterscheidet sich nicht von dem der direkten statorfesten Integration der induzierten Spannung. Allerdings läßt sich hier eine Stabilisierung finden, die auch bei kleinen Frequenzen stationär keine Phasenfehler verursacht. Eine solche Dämpfung wird durch einen Zusatzpfad erreicht,

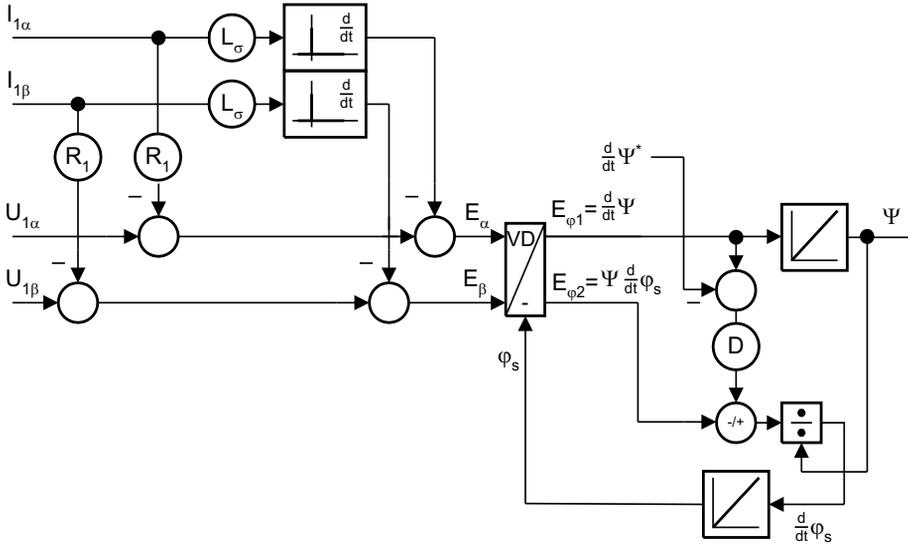


Abb. 16.31: Polares Spannungsmodell

der die Ableitung des Flusses $E_{\varphi 1}$ mit einem Faktor D gewichtet und von der zweiten Komponente $E_{\varphi 2}$ subtrahiert. Bei negativer Flußfrequenz (Drehrichtungsumkehr) muß entsprechend addiert werden (Abb. 16.31).

Steigt z.B. der Flußbetrag an, wird die Frequenz am Eingang des Winkelintegrators verringert. Das führt dazu, daß gegenüber dem stationären Verlauf das Koordinatensystem der Rücktransformation zurückbleibt, was eine Verringerung der $E_{\varphi 1}$ bewirkt. Damit erzielt man eine Gegenkopplung. Im stationären Betrieb ist im Grunddrehzahlbereich die Komponente $E_{\varphi 1} = 0$. Damit verfälscht die Dämpfungsaufschaltung das Ergebnis nicht. Für den Feldschwächbereich kann für den Dämpfungszweig die in der Regelung berechnete Ableitung des Sollflusses von $E_{\varphi 1}$ noch abgezogen werden. Damit wird der in diesem Betriebsbereich ohnehin schon kleine Fehler noch verringert. Auch hier gelten sinngemäß die in Kap. 13.5.3 dargestellten Fehlerbetrachtungen bei Parameterverstimmung.

Die polare Struktur (Abb. 16.31) findet oft Anwendung in feldorientierten Regelungen für die fremderregte Synchronmaschine oberhalb einer Mindestfrequenz. Bei entsprechender Einstellung ermittelt sie recht genau Flußwinkel und Betrag. Zur Regelung der fremderregten Synchronmaschine ist es notwendig, beide Größen möglichst genau zu bestimmen (vergl. dazu Kap. 16.5.3).

16.5.2.3 Spannungsmodell als Gleichgrößenmodell

Eine weitere Variante des Spannungsmodells ergibt sich, wenn die Berechnung der induzierten Spannung auch auf der Gleichgrößenseite erfolgt. Für ein zunächst beliebiges Bezugssystem gilt folgende Statorgleichung. Die hochgestellten Buchstaben sollen darauf verweisen, in welchem Koordinatensystem die Gleichung

gültig ist. In Gl. (16.246) bedeutet K ein allgemein angenommenes Koordinatensystem, das mit der Winkelgeschwindigkeit Ω_K gegenüber dem (ruhenden) Stator rotiert.

$$\vec{U}_1^K = R_1 \cdot \vec{I}_1^K + j \Omega_K \cdot \vec{\Psi}_1^K + \frac{d\vec{\Psi}_1^K}{dt} \quad (16.246)$$

Statorfluß $\vec{\Psi}_1$ und zu berechnender Fluß $\vec{\Psi}$ stehen dabei in folgender Beziehung:

$$\vec{\Psi}_1 = L_\sigma \cdot \vec{I}_1 + \vec{\Psi} \quad (16.247)$$

Für die Wahl von L_σ gilt der bereits oben dargestellte Zusammenhang. In einem mit dem Flußwinkel φ_s umlaufenden Koordinatensystem ($\Omega_K = \dot{\varphi}_s$) erhält man folgende Spannungsgleichung. Dabei ist zu beachten, daß der Fluß $\vec{\Psi}$ in diesem Koordinatensystem nur eine reelle Komponente besitzt ($\vec{\Psi} = \Psi$). Mit dem hochgestellten φ soll ausgedrückt werden, daß die Gleichung in feldorientierten Koordinaten formuliert ist.

$$\vec{U}_1^\varphi = R_1 \cdot \vec{I}_1^\varphi + j \dot{\varphi}_s \cdot (L_\sigma \cdot \vec{I}_1^\varphi + \Psi) + L_\sigma \cdot \frac{d\vec{I}_1^\varphi}{dt} + \frac{d\Psi}{dt} \quad (16.248)$$

Gleichung (16.248) kann nun komponentenweise formuliert in folgende Form gebracht werden:

$$\begin{aligned} \frac{d\Psi}{dt} &= U_{\varphi 1} - \left(R_1 \cdot I_{\varphi 1} - \dot{\varphi}_s \cdot L_\sigma \cdot I_{\varphi 2} + L_\sigma \cdot \frac{dI_{\varphi 1}}{dt} \right) \\ \dot{\varphi}_s \cdot \Psi &= U_{\varphi 2} - \left(R_1 \cdot I_{\varphi 2} + \dot{\varphi}_s \cdot L_\sigma \cdot I_{\varphi 1} + L_\sigma \cdot \frac{dI_{\varphi 2}}{dt} \right) \end{aligned} \quad (16.249)$$

Dabei wurden für die komplexen Zeiger im feldorientierten Koordinatensystem folgende Komponenten verwendet:

$$\vec{U}_1^\varphi = U_{\varphi 1} + j U_{\varphi 2} \quad (16.250)$$

$$\vec{I}_1^\varphi = I_{\varphi 1} + j I_{\varphi 2} \quad (16.251)$$

$$\vec{\Psi}^\varphi = \Psi \quad (16.252)$$

Gleichung (16.249) weist auf der linken Seite die selben Komponenten auf wie Gl. (16.245). Für die Integration des Flusses und für die Dämpfung des Modells kann die selbe Methode wie oben schon gezeigt angewendet werden. Auf der rechten Seite wird ausgesagt, wie im feldorientierten Koordinatensystem die Komponenten $E_{\varphi 1}$ und $E_{\varphi 2}$ berechnet werden. Man erhält so das Spannungsmodell in Gleichgrößenstruktur (Abb. 16.32). Die Berechnung der Komponenten erfolgt im mit dem Flußwinkel umlaufenden Koordinatensystem. Stationär sind in diesem Koordinatensystem alle Größen Gleichgrößen. Im Vergleich zur polaren Struktur erfolgt hier nicht nur die Integration, sondern auch die Berechnung der induzierten Spannung im flußfesten Koordinatensystem.

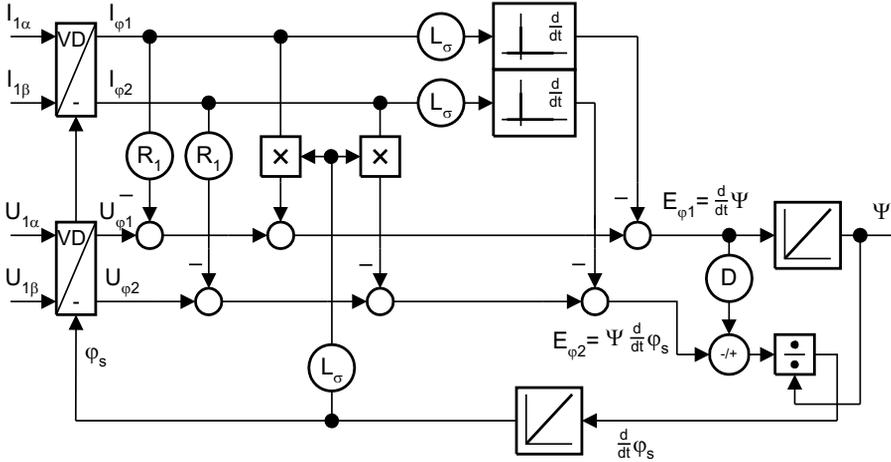


Abb. 16.32: *Spannungsmodell als Gleichgrößenmodell*

Bei der Berechnung der induzierten Spannung ist zu erkennen, daß beim induktiven Spannungsabfall nach stationärem und dynamischem Anteil unterschieden wird. Gegenüber dem polaren Modell hat man hier den zusätzlichen Vorteil, daß bei der Parametrierung in Grundschwingungs- und Oberschwingungsanteil unterschieden werden kann. Diese Möglichkeit kann beim Betrieb der Maschine am Pulsrichter genutzt werden. Hier treten neben der Grundschwingung Oberschwingungen in Spannung und Strom auf. Durch Stromverdrängungseffekte sinkt in der Regel die Streuinduktivität der Maschine mit steigender Frequenz. Da in Verbindung mit der Synchronmaschine oftmals die Orientierung auf den Luftspaltfluß Anwendung findet, ist dieser Vorteil von untergeordneter Bedeutung, weil die Stromverdrängung sich hauptsächlich im Rotor auswirkt. Die Vorteile der polaren Struktur bei der Dämpfung des Modells bleiben hier natürlich erhalten.

Die in Gl. (16.238) angegebene Berechnung der induzierten Spannung ist nur genügend genau oberhalb einer Mindestfrequenz. Darunter wird die induzierte Spannung selbst so klein, daß ein falsch eingestellter Statorwiderstand oder Meßfehler in der Spannung das Ergebnis zu sehr verfälschen und es letztlich unbrauchbar machen (siehe dazu auch Fehlerbetrachtung Kap. 13.5.3). Dies gilt prinzipiell für jede Ausführung des Modells. Je genauer jedoch die Spannungserfassung arbeitet, umso kleiner ist die untere Grenzfrequenz. Der Statorwiderstand kann durch eine gesteuerte Adaption oder mit Hilfe von Regelkreisen aus elektrischen Größen adaptiert werden. Mit genauen Spannungsmessungen und Adaptionen sind heute Mindestfrequenzen von kleiner 2% der Nennfrequenz erreichbar.

16.5.2.4 Strommodell der Schenkelpolmaschine

Das Strommodell ist die stationäre und dynamische Nachbildung der Rotorgleichungen. Bei der Schenkelpolmaschine besitzt der Rotor eine Ausprägung in der d- und q-Achse. Es ist daher günstig, das Modell in den d-q-Koordinaten darzustellen. Da, wie in Kap. 16.2 und 16.3 bereits dargestellt, der Vollpoläufer ein Sonderfall der Schenkelpolmaschine ist, läßt sich das Modell selbstverständlich auch auf diesen Maschinentyp anwenden.

Zur Nachbildung des Rotors können die Gleichungen (16.94) und (16.96) (siehe Kap. 16.2.2) herangezogen werden. Dabei kann der Rotorkreis so nachgebildet werden, daß als Ergebnis die Komponenten des Luftspaltflusses in d-q-Koordinaten anstehen. Durch Umformen erhält man folgende Gleichungen für die Luftspaltflüsse:

$$\Psi_{hd} = \Psi_D - L_{\sigma D} \cdot I_D + L_c \cdot (-I_D - I_E) \quad (16.253)$$

$$\Psi_{hq} = \Psi_Q - L_{\sigma Q} \cdot I_Q \quad (16.254)$$

Die Ableitungen der mit der Dämpferwicklung verketteten Flüsse Ψ_D und Ψ_Q entsprechen den Spannungen, die an den Dämpferwiderständen R_D und R_Q anstehen und die Dämpferströme I_D und I_Q treiben. Die Flüsse Ψ_D und Ψ_Q erhält man durch Integration der Spannungen an den Dämpferwiderständen:

$$\Psi_D = R_D \cdot \int (-I_D) dt \quad (16.255)$$

$$\Psi_Q = R_Q \cdot \int (-I_Q) dt \quad (16.256)$$

Die Dämpferströme ergeben sich aus dem Summenstrom $I_d + I_E$ bzw. I_q , die in den Rotor eingespeist werden und dem Luftspaltfluß (vergl. dazu auch Kap. 16.2 und 16.3):

$$-I_D = I_d + I_E - \frac{1}{L_{hd}} \cdot \Psi_{hd} \quad (16.257)$$

$$-I_Q = I_q - \frac{1}{L_{hq}} \cdot \Psi_{hq} \quad (16.258)$$

Mit Hilfe der Gleichungen (16.253) bis (16.258) kann ein Strommodell mit den Eingangsgrößen I_d , I_E und I_q realisiert werden. Es berechnet die Flußkomponenten Ψ_{hd} und Ψ_{hq} im d-q-Koordinatensystem und bildet den Kern des allgemeinen Strommodells der Schenkelpolmaschine (Abb. 16.33).

Der Luftspaltfluß $\vec{\Psi}_h$ ist durch seine Komponenten Ψ_{hd} und Ψ_{hq} im d-q-Koordinatensystem gegeben. Mit Hilfe eines KP-Wandlers kann der Winkel δ des Flusses im d-q-Koordinatensystem bestimmt werden. Der Winkel δ ist somit der Winkel, um den sich das rotorfixe Koordinatensystem (d, q) und das flußfixe Koordinatensystem (φ_1, φ_2) unterscheidet.

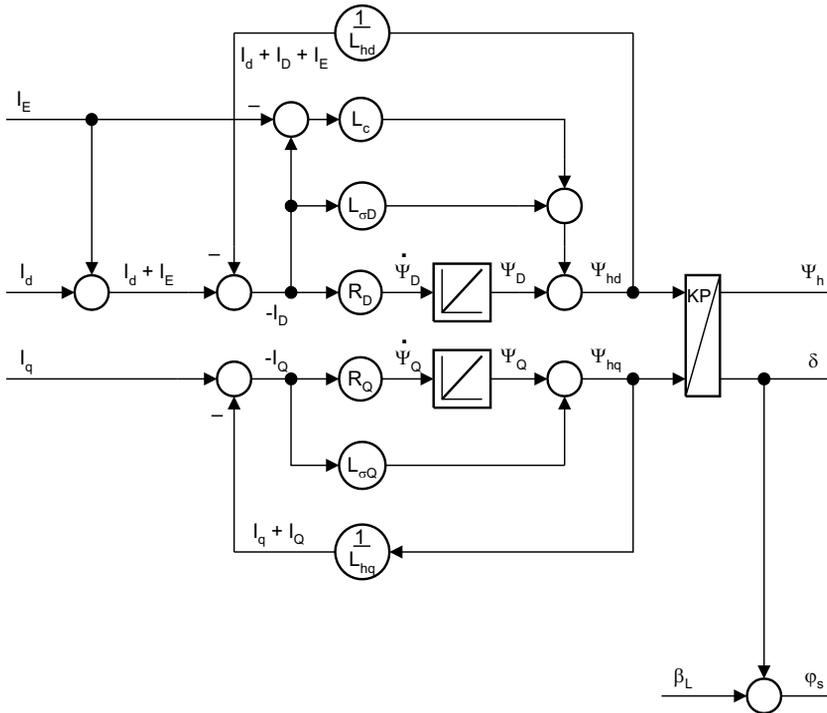


Abb. 16.33: Strommodell der Synchronmaschine

Zur vollständigen Bestimmung des Luftspaltflusses ist noch der Flußwinkel zu berechnen. Dabei ist der Winkel δ zwischen Rotor und Luftspaltfluß bereits bekannt. Den Flußwinkel im statorfesten Koordinatensystem erhält man durch Addition des gemessenen Rotorwinkels β_L (Winkel zwischen stator- und rotorfestem Koordinatensystem, Abb. 16.33):

$$\varphi_s = \beta_L + \delta \tag{16.259}$$

Der so vom Strommodell berechnete Fluß ist mit dem aus dem Spannungsmodell berechneten Luftspaltfluß direkt vergleichbar. Dabei muß, wie oben schon erläutert, L_σ gleich der Statorstreuung $L_{\sigma 1}$ gesetzt werden.

Handelt es sich um eine Vollpolmaschine, so kann das Strommodell vereinfacht werden (vergl. dazu Kap. 16.6). Durch die hier gegebene Symmetrie des Rotors in d- und q-Achse können die Gleichungen ähnlich wie bei der Asynchronmaschine im rotorflußfesten Bezugssystem gelöst werden. Entsprechend resultiert daraus eine dem Strommodell der Asynchronmaschine ähnliche Modellstruktur, wobei der Erregerstrom zusätzlich berücksichtigt werden muß.

16.5.3 Regelung der Synchronmaschine

Die Regelaufgabe bei der Synchronmaschine besteht darin, die Ströme $I_{\varphi 1}^*$, $I_{\varphi 2}^*$ und I_E^* so einzuprägen, daß der Fluß Ψ_h unabhängig vom gewünschten Drehmoment konstant den Nennwert annimmt. Im Feldschwächbereich soll der Fluß so geführt werden, daß die Maschine einen bestimmten Spannungsbetrag annimmt. Eine entsprechende Steuerung soll die Erregung der Synchronmaschine zwischen Stator und Rotor so aufteilen, daß Statorstrom und -spannung in einem gewünschten Winkel zueinander stehen ($\cos \varphi$ -Steuerung).

Eine Möglichkeit bei der Umsetzung der Regelaufgabe besteht darin, den von einem Flußrechner ermittelten Flußbetrag über den Erregerstrom I_E^* mit einem Flußregler auf den gewünschten Wert zu regeln (Abb. 16.34). Eine Zweikomponenten-Stromregelung sorgt dafür, daß die gewünschten Ströme $I_{\varphi 1}^*$ und $I_{\varphi 2}^*$ im felderorientierten Koordinatensystem eingepreßt werden. Die Orientierung des Flusses φ_s ermittelt ebenfalls der Flußrechner.

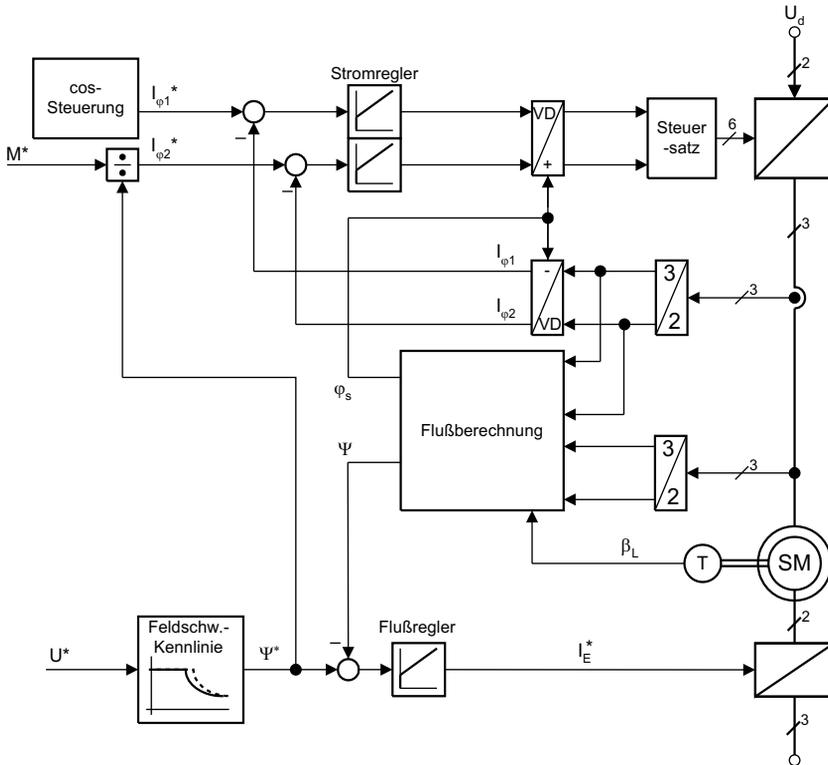


Abb. 16.34: Grundstruktur der felderorientierten Regelung der fremderregten Synchronmaschine

Als Flußrechner kann z.B. das in Kap. 16.5.2 genauer beschriebene Spannungsmodell eingesetzt werden. Antriebe mit geringen dynamischen Anforderun-

gen sind oftmals in dieser Weise ausgeführt. Nachteilig ist, daß das Spannungsmodell unterhalb einer Mindestfrequenz bei der Berechnung des Flußbetrages und des Flußwinkels versagt. Bei Antrieben geringen dynamischen Anforderungen behilft man sich mit einem gesteuerten Anfahren der Maschine.

Weiterhin ist nachteilig, daß mit der Belastung der Synchronmaschine infolge der hohen Ankerrückwirkung der Erregerstrom stark variiert. Da der Flußregler den entsprechenden I-Anteil aufintegrieren muß, führt jeder Lastwechsel auch zu einer Abweichung des Flußwertes gegenüber seinem Sollwert.

Eine Verbesserung des Verhaltens läßt sich durch mehrere Maßnahmen erreichen: Ähnlich wie bei der Asynchronmaschine kann bei kleinen Frequenzen das Strommodell zur Orientierung verwendet werden. Eine Umschaltung der Modelle sorgt für die Auswahl des jeweils besser arbeitenden Modells. Für die Verbesserung der Dynamik der Flußregelung kann der Erregerstromsollwert aus dem Flußsollwert und den Sollwerten der Statorstromkomponenten $I_{\varphi 1}^*$ und $I_{\varphi 2}^*$ berechnet und mit dem Ergebnis der Ausgang des Flußregler vorgesteuert werden.

Für die Berechnung des Erregerstromes aus dem Flußsollwert und den Sollwerten der Statorstromkomponenten $I_{\varphi 1}^*$ und $I_{\varphi 2}^*$ kann das Strommodell verwendet werden. Bei dem in Kap. 16.5.2.4 vorgestellten Strommodell ist jedoch der Erregerstrom I_E ein Eingang und der Hauptflußbetrag Ψ_h ein Ausgang. Es soll daher hier eine Struktur des Strommodells diskutiert werden, die geeignet ist, zum einen aus dem Flußsollwert und den Sollwerten der Statorstromkomponenten den Erregerstrom und zum anderen die Orientierung des Flusses φ_s insbesondere bei kleinen Drehzahlen zu berechnen.

16.5.3.1 Berechnung des Erregerstroms mit dem Strommodell

Gewöhnlich liegen die Statorströme in feldorientierten Koordinaten vor. Die Berechnung der Flußkomponenten aus den Strömen mit dem in Abb. 16.33 gezeigten Strommodell erfolgt im d-q-Koordinatensystem. Daher müssen die auf den Rotor wirkenden Ströme in das d-q-Koordinatensystem transformiert werden. Zudem möchte man in der gesuchten Struktur des Strommodells den Luftspaltflußbetrag Ψ_h vorgeben können und daraus die Information über den dazu notwendigen Erregerstrom erhalten.

Der Winkel δ ist wieder der Winkel, um den sich die Koordinatensysteme d-q und φ_1 - φ_2 unterscheiden. Die Ströme $I_d + I_E$ bzw. I_q sind die magnetisierenden Ströme des Rotors im rotorbezogenen d-q-Koordinatensystem. Sie können durch eine Koordinatentransformation mit Hilfe eines Vektordrehers VD (vergl. dazu Abb. 16.9) mit dem Winkel δ aus den Strömen in feldorientierten Koordinaten berechnet werden. Man erhält dann den magnetisierenden Strom des Rotors in Komponenten des φ_1 - φ_2 -Koordinatensystems durch die Transformation. Der magnetisierende Strom $\vec{I}_{\mu}^{\varphi} = I_{\mu 1} + j I_{\mu 2}$ setzt sich dabei aus dem stationären Magnetisierungsstrom und aus dem dynamisch auftretenden Dämpferstrom zusammen (Zeigerdiagramm Abb. 16.35):

$$I_{\mu 1} + j I_{\mu 2} = (I_d + I_E + j I_q) \cdot e^{-j\delta} \tag{16.260}$$

aus dem Flußsollwert Ψ_h und den Sollwerten der Statorstromkomponenten $I_{\varphi 1}^*$ und $I_{\varphi 2}^*$ den Erregerstrom I_E^* und mit Hilfe der gemessenen Polradlage β_L den Flußwinkel φ_s zu berechnen.

Zur Vervollständigung des Zeigerdiagramms (Abb. 16.37) sollen nun die Achsen des mit dem Luftspaltfluß verbundenen φ_1 - φ_2 -Koordinatensystems im Zeigerdiagramm eingetragen werden. Dabei wird das stationäre Verhalten der Maschine betrachtet. Hierfür gilt für die mit der Dämpferwicklung verketteten Flüsse:

$$\dot{\Psi}_D = 0 \quad \dot{\Psi}_Q = 0 \tag{16.264}$$

Aus Gl. (16.255) und Gl. (16.256) erhält man direkt:

$$I_D = 0 \quad I_Q = 0 \tag{16.265}$$

Mit Gl. (16.265) gelten für das stationäre Verhalten dann nach Gl. (16.257) und Gl. (16.258) die Beziehungen im d-q-Koordinatensystem:

$$I_{\mu d} = I_d + I_E = \frac{1}{L_{hd}} \cdot \Psi_{hd} \tag{16.266}$$

$$I_{\mu q} = I_q = \frac{1}{L_{hq}} \cdot \Psi_{hq} \tag{16.267}$$

Wie aus dem Strukturbild schon hervorgeht, ist der Winkel δ durch die Gleichung $\delta = \arctan(\Psi_{hq}/\Psi_{hd})$ gegeben. Durch die unterschiedlichen Induktivitäten L_{hd} und L_{hq} ist aus den Gleichungen (16.266) und (16.267) zu sehen, daß der Magnetisierungsstrom im rotorfesten d-q-Koordinatensystem $\vec{I}_\mu^R = I_{\mu d} + j I_{\mu q}$ nicht in Richtung des Flusses $\vec{\Psi}_h^R = \Psi_{hd} + j \Psi_{hq}$ liegt. Das bedeutet, daß aufgrund der unterschiedlichen magnetischen Eigenschaften in Längs- und Querachse der Magnetisierungsstrom $\vec{I}_\mu^R = I_{\mu 1} + j I_{\mu 2}$ in Flußkoordinaten eine Querkomponente $I_{\mu 2}$ besitzen muß.

Transformiert man mit den Beziehungen

$$\begin{aligned} (\Psi_{hd} + j \Psi_{hq}) \cdot e^{-j\delta} &= \vec{\Psi}_h^\varphi = \Psi_h \\ (I_{\mu d} + j I_{\mu q}) \cdot e^{-j\delta} &= I_{\mu 1} + j I_{\mu 2} \end{aligned} \tag{16.268}$$

die Gleichungen (16.266) und (16.267) in das φ_1 - φ_2 -Koordinatensystem, so erhält man folgenden Zusammenhang:

$$\frac{1}{2}(L_{hd} + L_{hq}) \cdot (I_{\mu 1} + j I_{\mu 2}) + \frac{1}{2}(L_{hd} - L_{hq}) \cdot (I_{\mu 1} - j I_{\mu 2}) \cdot e^{-j2\delta} = \Psi_h \tag{16.269}$$

Löst man Gl. (16.269) in Real- und Imaginärteil-Komponenten auf und eliminiert daraus den Winkel δ , so erhält man die Ortskurve des Magnetisierungsstromes \vec{I}_μ^φ .

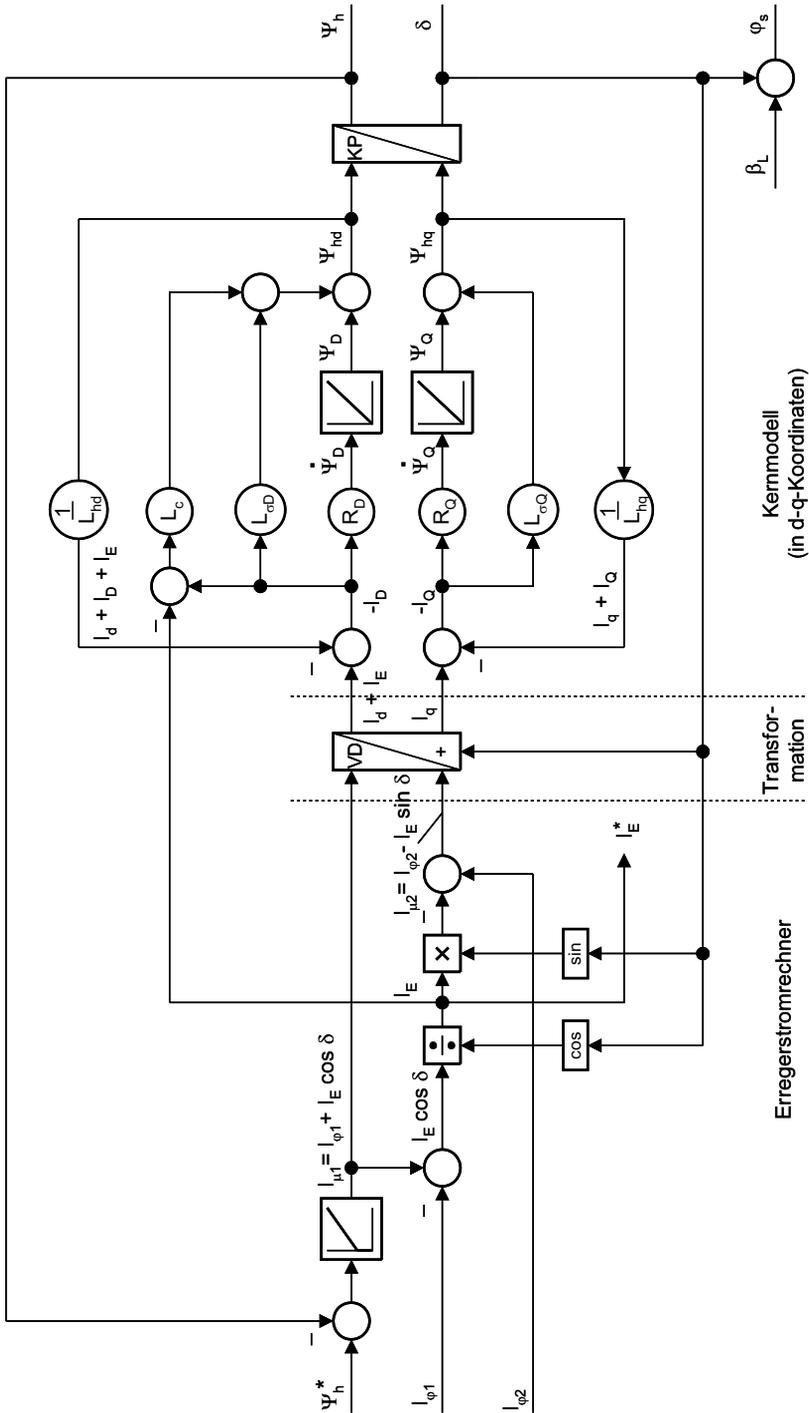


Abb. 16.36: Strommodell der Synchronmaschine mit Erregerstromrechner

Sie genügt folgender Gleichung:

$$\left[I_{\mu 1} - \frac{\Psi_h}{2} \cdot \left(\frac{1}{L_{hd}} + \frac{1}{L_{hq}} \right) \right]^2 + I_{\mu 2}^2 = \left[\frac{\Psi_h}{2} \cdot \left(\frac{1}{L_{hd}} - \frac{1}{L_{hq}} \right) \right]^2 \quad (16.270)$$

Ist also der Fluß Ψ_h konstant, so beschreibt die Spitze des Raumzeigers des Magnetisierungsstroms \vec{I}_μ^φ in feldorientierten Koordinaten einen Kreis, wenn der Winkel δ zwischen flu- und rotorfestem Koordinatensystem zwischen 0° und 180° variiert. Der Kreis wird nochmals durchlaufen, wenn der Winkel δ zwischen 180° und 360° variiert (Reluktanzwirkung des Schenkelpolllufers, vergl. dazu Abb. 16.1 und Gl. (16.16)). Der Kreisdurchmesser ist dabei durch $D = \Psi_h \cdot (1/L_{hd} - 1/L_{hq})$ und der Mittelpunkt durch $M = (\Psi_h/2) \cdot (1/L_{hd} + 1/L_{hq})$ gegeben (hnlich dem Reluktanzkreis der unerregten Schenkelpolmaschine am Netz mit konstanter Spannung). Im Leerlauf ($\delta = 0^\circ$) bestimmt der Kehrwert der in der d-Achse wirksamen Induktivität den Magnetisierungsstrom \vec{I}_μ^φ . Magnetisierungsstrom \vec{I}_μ^φ und Flu Ψ_h zeigen in die gleiche Richtung (φ_1 -Achse). Bei ($\delta = 90^\circ$) ist der Magnetisierungsstrom \vec{I}_μ^φ durch den Kehrwert der in q-Achse wirksamen Reaktanz gegeben. Auch hier zeigt der Magnetisierungsstrom \vec{I}_μ^φ in die Fluachse. Diese zwei Extreme legen auch den Kreisdurchmesser fest. Bei anderen Winkeln δ zeigt, wie oben schon ausgeführt, der Magnetisierungsstrom \vec{I}_μ^φ nicht in die Fluachse. Die Verbindungsgerade vom Magnetisierungsstrom \vec{I}_μ^φ zum Kreismittelpunkt und Fluachse schlieen einen Winkel 2δ ein (Raumzeigerdiagramm Abb. 16.37).

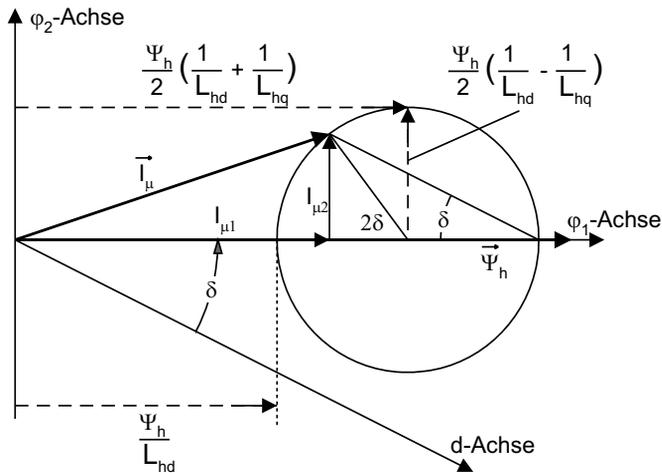


Abb. 16.37: Ortskurve des Magnetisierungsstromes in feldorientierten Koordinaten

Bei der Vollpolmaschine entartet der Kreis infolge von $L_{hd} = L_{hq}$ zu einem Punkt. Der Magnetisierungsstrom \vec{I}_μ^φ zeigt immer in die Flurichtung, die Komponente $I_{\mu 2}$ ist Null (Verschwinden der Reluktanzwirkung).

Der Nachbildung der Maschine im Strommodell liegt die Zweiachsentheorie der Park'schen Gleichungen zugrunde, die in Abb. 16.9 dargestellt sind.

In Abhängigkeit des Winkels δ kann eine resultierende Hauptfeldinduktivität L_{he} angegeben werden:

$$L_{he} = \frac{|\Psi_h|}{|I_\mu|} \quad (16.271)$$

Die resultierende Hauptfeldinduktivität L_{he} läßt sich in Abhängigkeit von dem Winkel δ und den Hauptinduktivitäten in Längs- und Querachse L_{hd} und L_{hq} darstellen. Löst man Gl. (16.269) nach den Stromkomponenten $I_{\mu 1}$ und $I_{\mu 2}$ auf, so erhält man zunächst:

$$I_{\mu 1} = \frac{(L_{hd} + L_{hq}) - (L_{hd} - L_{hq}) \cdot \cos(2\delta)}{2 \cdot L_{hd} \cdot L_{hq}} \cdot \Psi_h \quad (16.272)$$

$$I_{\mu 2} = \frac{(L_{hd} - L_{hq}) \cdot \sin(2\delta)}{2 \cdot L_{hd} \cdot L_{hq}} \cdot \Psi_h \quad (16.273)$$

Berücksichtigt man, daß für das Quadrat des Magnetisierungsstromes $I_\mu^2 = I_{\mu 1}^2 + I_{\mu 2}^2$ gilt, so wird aus Gl. (16.271) durch Quadrieren:

$$L_{he}^2 = \frac{\Psi_h^2}{I_{\mu 1}^2 + I_{\mu 2}^2} \quad (16.274)$$

Durch Einsetzen der Stromkomponenten $I_{\mu 1}$ und $I_{\mu 2}$ in Gl. (16.274) erhält man nun die Gleichung, mit deren Hilfe man aus den Größen L_{hd} , L_{hq} und δ die Ersatzinduktivität L_{he} bestimmen kann:

$$L_{he}^2 = \frac{L_{hd}^2 \cdot L_{hq}^2}{L_{hd}^2 + (L_{hq}^2 - L_{hd}^2) \cdot \cos^2 \delta} = \frac{L_{hd}^2 \cdot L_{hq}^2}{L_{hq}^2 + (L_{hd}^2 - L_{hq}^2) \cdot \sin^2 \delta} \quad (16.275)$$

L_{he} ist gleich dem Radius einer Ellipse, deren große Halbachse gleich L_{hd} und deren kleine Halbachse gleich L_{hq} ist (Abb. 16.38). Die Division von Ψ_h/L_{he} liefert den Betrag des Magnetisierungsstromes $|I_\mu|$ entsprechend der Stromortskurve im feldorientierten Koordinatensystem bzw. umgekehrt.

In der Praxis ist dieser Verlauf für die Ersatzinduktivität L_{he} nur näherungsweise erfüllt. Dies ist abhängig vom Aufbau des Schenkelpolläufers (Polform, Polabdeckung, usw.). Dementsprechend beschreibt auch die Ortskurve von \vec{I}_μ^φ nur näherungsweise den dargestellten Kreis. Zudem wurden bei der Betrachtung Einflüsse der Sättigung außer acht gelassen [277].

16.5.4 Ablösung verschiedener Modelle

Das Strommodell arbeitet im Gegensatz zum Spannungsmodell bei jeder beliebigen Drehzahl. Für die Berechnung des Flußwinkels φ_s benötigt es einen Geber zur Messung des Rotorwinkels β_L . Hierzu werden heute üblicherweise Inkrementalgeber eingesetzt. Hierbei muß zum Berechnen des Absolutwinkels der Winkeloffset

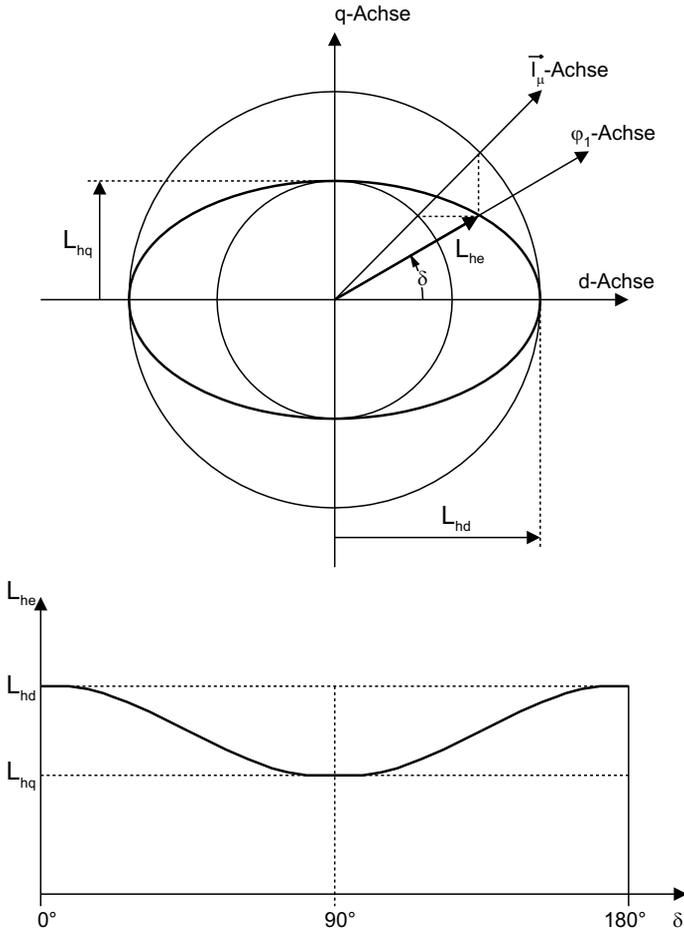


Abb. 16.38: Ersatzinduktivität der Schenkelpolmaschine

durch entsprechende Identifikationsverfahren ermittelt werden. Somit kann das Strommodell zur Führung des Spannungsmodells bei kleinen Drehzahlen und zur Durchführung der feldorientierten Regelung herangezogen werden. Dazu werden die Integratorwerte des Spannungsmodells so gesetzt, daß der Fluß des Spannungsmodells dem des Strommodells entspricht.

Das Strommodell berechnet zusätzlich einen dynamisch hochwertigen Sollwert für den Erregerstrom (vergl. dazu Abb. 16.36). Der Sollwert dient als Vorsteuerwert für die überlagerte Flußregelung, auf die in diesem Kapitel noch eingegangen wird. Weil das Spannungsmodell in der vorgestellten Form das nicht leistet, ist das Strommodell in dynamischen Regelungen für die fremderregte Synchronmaschine immer im Eingriff. Selbstverständlich kann für Antriebe mit dynamisch geringen Anforderungen auf die Vorsteuerung der Flußregelung mit dem Erregerstromsollwert verzichtet werden.

Ein Nachteil des Strommodells ist jedoch, daß, ähnlich wie bei der Asynchronmaschine, die Ungenauigkeiten der Rotorparameter in das Ergebnis eingehen. Zur Orientierung wird deshalb bei höheren Frequenzen oft das dort genauer arbeitende Spannungsmodell herangezogen. Mit der Kombination aus Strom- und Spannungsmodell erreicht man ein Höchstmaß an Dynamik und Drehmomentgenauigkeit, wie es z.B. bei Förder- oder Walzantrieben gefordert wird. Zum Umschalten zwischen den Modellen bedient man sich unterschiedlicher Ablöseschaltungen.

Eine Möglichkeit zum Umschalten zwischen den Modellen besteht darin, daß man zur Orientierung und Flußbetragsregelung stets den Fluß des Spannungsmodells heranzieht. Durch das oben vorgeschlagene Setzen der Integratorwerte unterhalb einer Grenzfrequenz auf die Werte des Strommodells wird auch die Orientierung direkt umgeschaltet.

Sind die Setzwerte infolge von Parameter- und Meßfehlern ungenau, entstehen Einschwingvorgänge des Spannungsmodells. Besser ist es, das Beenden des Setzvorganges und die Umschaltung auf das Spannungsmodell getrennt auszuführen. Die Umschaltung der Orientierung erfolgt sinnvollerweise bei einer höheren Frequenz als der Setzbereich sich erstreckt.

Die Umschaltung kann abhängig von der Frequenz über eine Kennlinie erfolgen (Abb. 16.39). Dabei wird die Winkeldifferenz aus Spannungs- und Strommodell gebildet und mit einer über die Frequenz geführten Kennlinie bei kleinen Frequenzen mit Null, bei hohen mit Eins gewichtet. Addiert man das Ergebnis zur Orientierung des Strommodells, erhält man am Ausgang φ_s bei kleinen Frequenzen die Orientierung des Strommodells, bei großen die des Spannungsmodells. Mit der Parametrierung der Kennlinie läßt sich der kontinuierlich verlaufende Umschaltbereich frei projektieren. Mit φ_s^u und φ_s^i sind die Flußwinkel des Spannungs- bzw. Strommodells bezeichnet. Zur Führung der Kennlinie kann auch die Drehzahl $\dot{\beta}_L$ verwendet werden, die in realen Regelungen häufig einen ruhigeren Verlauf aufweist.

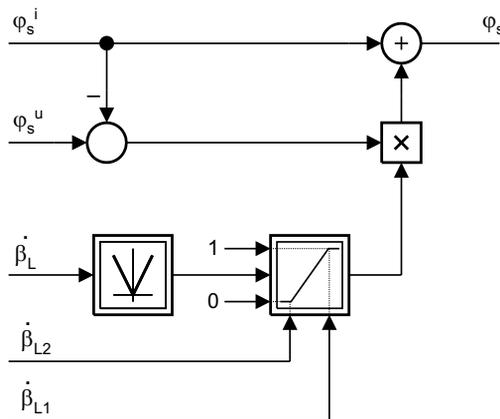


Abb. 16.39: Beispiel für die Umschaltung der Modelle

Eine weitere Möglichkeit zum Umschalten der Modelle besteht darin, eine Struktur zu wählen, die von sich aus frequenzabhängig die Auswahl besorgt. Wie oben gezeigt, berechnet das Strommodell einen Fluß, der direkt mit dem aus dem Spannungsmodell berechneten Luftspaltfluß vergleichbar ist. Hierbei muß, wie schon erläutert, L_σ gleich der Statorstreuung $L_{\sigma 1}$ gesetzt werden. Gemäß Gl. (16.238) und (16.239) gilt für das Spannungsmodell die Gleichung:

$$\vec{\Psi}_h^u = \int \left(\vec{U}_1^S - R_1 \vec{I}_1^S \right) dt - L_{\sigma 1} \vec{I}_1^S \tag{16.276}$$

Zur Unterscheidung soll der vom Spannungsmodell berechnete Fluß mit einem hochgestellten u und der vom Strommodell mit einem hochgestellten i gekennzeichnet werden. Die hochgestellten S weisen auf Größen im statorfesten Bezugssystem hin. Für den vom Spannungs- bzw. Strommodell berechneten Luftspaltfluß gilt dann:

$$\vec{\Psi}_h^u = \Psi_h^u \cdot e^{j\varphi_s^u} = \Psi_{h\alpha}^u + j\Psi_{h\beta}^u \tag{16.277}$$

$$\vec{\Psi}_h^i = \Psi_h^i \cdot e^{j\varphi_s^i} = \Psi_{h\alpha}^i + j\Psi_{h\beta}^i \tag{16.278}$$

Bildet man nun die Differenz der Flüsse und koppelt die mit $1/T$ gewichtete Differenz auf den Eingang der Integratoren zurück, so erhält man die Struktur des von *Bauer* und *Heining* [276] vorgeschlagenen „geführten Spannungsmodells“. Mit T ist eine zunächst frei wählbare Zeitkonstante bezeichnet. Setzt man diese Rückkopplung der Integratoren in Gl. (16.276) ein, so erhält man die vom „geführten Spannungsmodell“ bestimmten Raumzeiger der Hauptflußrichtung $\vec{\Psi}_h$:

$$\vec{\Psi}_h = \int \left[\vec{U}_1^S - R_1 \vec{I}_1^S - \frac{1}{T} \left(\vec{\Psi}_h - \vec{\Psi}_h^i \right) \right] dt - L_{\sigma 1} \vec{I}_1^S \tag{16.279}$$

Das geführte Spannungsmodell läßt sich direkt unter Anwendung von Gl. (16.279) als Wechselgrößenstruktur darstellen (Abb. 16.40). Es entspricht im Aufbau dem Spannungsmodell. Zusätzlich sind die im Spannungsmodell vorkommenden offenen Integratoren mit dem Faktor $1/T$ zurückgekoppelt. Dadurch wird aus der offenen Integration für jede Komponente ein PT₁-Glied mit der Zeitkonstante T . Die Struktur des geführten Spannungsmodells enthält also nicht die Probleme der offenen Integration.

Sind die Parameter von Spannungs- und Strommodell richtig abgeglichen, so sind beide Flüsse gleich. Damit ist die rückgekoppelte Differenz der Flüsse Null. Die Rückführung verursacht also keine prinzipbedingten Fehler, andererseits stabilisiert sie die offene Integration. Sind die Maschinenparameter verstimmt, ergeben sich unterschiedliche Flüsse aus Spannungs- und Strommodell. Somit unterscheidet sich im allgemeinen auch das Ergebnis des geführten Spannungsmodells $\vec{\Psi}_h$ vom Ergebnis des Spannungsmodells $\vec{\Psi}_h^u$. Das stationäre Verhalten des geführten Spannungsmodells bei Parameterverstimmung soll im folgenden betrachtet werden.

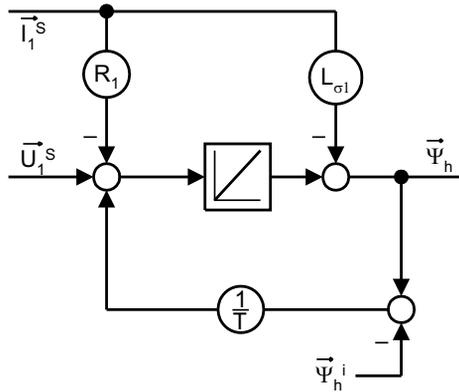


Abb. 16.40: Geführtes Spannungsmodell als Wechselgrößenmodell nach Gl. (16.279)

Zieht man Gl. (16.279) von Gl. (16.276) ab, so erhält man zunächst die Integralgleichung:

$$\vec{\Psi}_h^u - \vec{\Psi}_h = \frac{1}{T} \int (\vec{\Psi}_h - \vec{\Psi}_h^i) dt \quad (16.280)$$

Durch Differentiation wird:

$$T \cdot \frac{d\vec{\Psi}_h^u}{dt} + \vec{\Psi}_h = T \cdot \frac{d\vec{\Psi}_h^i}{dt} + \vec{\Psi}_h^i \quad (16.281)$$

Für eine stationäre Betrachtung soll gelten, daß die Flüsse die selbe Frequenz $\Omega_s = \dot{\varphi}_s$ haben und der Betrag der Flüsse konstant ist. Damit wird für die Ableitungen:

$$\frac{d\vec{\Psi}_h}{dt} = \frac{d}{dt} (\Psi_h \cdot e^{j\varphi_s}) = (\dot{\Psi}_h + j\dot{\varphi}_s \Psi_h) \cdot e^{j\varphi_s} = j \Omega_s \vec{\Psi}_h \quad (16.282)$$

$$\frac{d\vec{\Psi}_h^u}{dt} = \frac{d}{dt} (\Psi_h^u \cdot e^{j\varphi_s^u}) = (\dot{\Psi}_h^u + j\dot{\varphi}_s^u \Psi_h^u) \cdot e^{j\varphi_s^u} = j \Omega_s \vec{\Psi}_h^u \quad (16.283)$$

Setzt man nun Gl. (16.282) und (16.283) in Gl. (16.281) ein, so ergibt sich die Gleichung:

$$\vec{\Psi}_h = \vec{\Psi}_h^i + \frac{j \Omega_s T}{1 + j \Omega_s T} (\vec{\Psi}_h^u - \vec{\Psi}_h^i) \quad (16.284)$$

Gleichung (16.284) beschreibt das stationäre Ablöseverhalten des geführten Spannungsmodells. Dabei spielen die Differenz des Flusses $\vec{\Psi}_h^u - \vec{\Psi}_h^i$ und die Frequenz Ω_s eine entscheidende Rolle. Setzt man Gl. (16.284) in ein Zeigerdiagramm um, so kann das Verhalten anschaulich dargestellt werden (Abb. 16.41).

Der resultierende Fluß $\vec{\Psi}_h$ bewegt sich entlang eines Halbkreises. Der Durchmesser entspricht der Differenz des Flusses $\vec{\Psi}_h^u - \vec{\Psi}_h^i$. Entscheidend für die Lage des Endpunktes vom Fluß $\vec{\Psi}_h$ ist die Frequenz Ω_s . Der Punkt ist definiert durch den Schnittpunkt des Halbkreises mit einer Geraden durch die Spitze

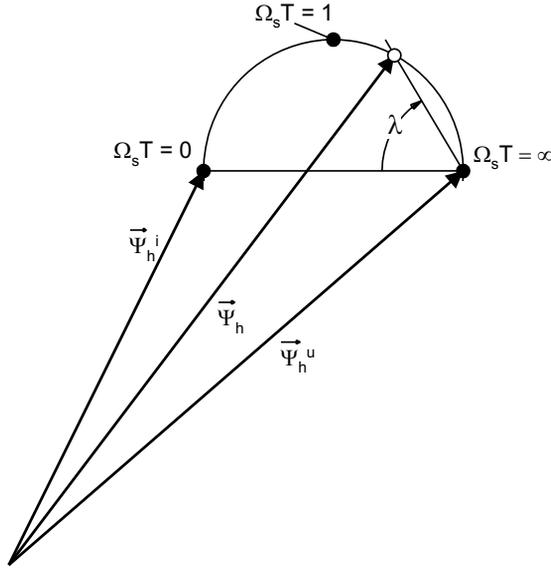


Abb. 16.41: Stationäres Verhalten des geführten Spannungsmodells bei Parameterverstimmung

von $\vec{\Psi}_h^u$, die gegenüber der Verbindungslinie durch die Punkte der Ortskurve für $\Omega_s = 0$ und für $\Omega_s = \infty$ den Neigungswinkel λ aufweist. Der Winkel λ ist gegeben durch:

$$\tan \lambda = \Omega_s T \tag{16.285}$$

Bei kleinen Frequenzen Ω_s ist also für das Ergebnis $\vec{\Psi}_h$ alleine der Fluß $\vec{\Psi}_h^i$ des Strommodells ausschlaggebend. Mit steigender Frequenz gewinnt der Fluß $\vec{\Psi}_h^u$ des Spannungsmodells an Bedeutung. Ist $\Omega_s T = 1$, tragen beide Modelle in gleichen Maße zum Ergebnis bei. Ist $\Omega_s T \gg 1$, ist alleine das Spannungsmodell maßgebend. Die Ablösung erfolgt kontinuierlich über der Frequenz. Mit der Wahl der Zeitkonstante T bestimmt man die Ablösefrequenz. Damit ist die Charakteristik der Ablösung und des Einschwingverhaltens des geführten Spannungsmodells festgelegt. Für die Modifikation kann die Zeitkonstante T zusätzlich mit der Frequenz geführt werden.

Die Struktur mit gleichem Verhalten kann selbstverständlich auch als Gleichgrößenstruktur realisiert werden. Setzt man die Ableitungen der Flüsse in Gl. (16.281) ein und multipliziert sie mit $e^{-j\varphi_s}$, so ergibt sich die Gleichung:

$$\frac{d\vec{\Psi}_h^u}{dt} \cdot e^{-j\varphi_s} = \left(\dot{\Psi}_h + j \dot{\varphi}_s \Psi_h \right) + \frac{1}{T} \cdot \left(\Psi_h - \Psi_h^i e^{j(\varphi_s - \varphi_s)} \right) \tag{16.286}$$

Die Berechnung der Ableitung des Flusses des Spannungsmodells $d\vec{\Psi}_h^u/dt$ aus Spannung und Strom (also die induzierte Spannung) kann, wie oben schon gezeigt, auf der Wechselgrößenseite oder auch auf der Gleichgrößenseite erfolgen (Abb. 16.42). Da die Umformung mathematisch exakt erfolgt ist, hat das

geführte Spannungsmodell in Gleichgrößendarstellung das selbe Verhalten wie das in Wechselgrößenform. In der Gleichgrößendarstellung ist die polare Struktur des Spannungsmodells zu erkennen mit dem Unterschied, daß der Integrator mit dem Faktor $1/T$ rückgekoppelt ist. Zusätzlich werden zwei Komponenten aus dem Strommodell eingespeist. Ist der Orientierungswinkel des Strommodells $\varphi_s^i = \varphi_s$, wird $\text{Im}\{\Psi_h^i e^{j(\varphi_s^i - \varphi_s)}\} = 0$; d.h. die zweite Komponente des Vektordrehers ist Null. Sind die Amplituden der Flüsse $\Psi_h = \Psi_h^i$, wird die Rückkopplung des Integrators zu Null.

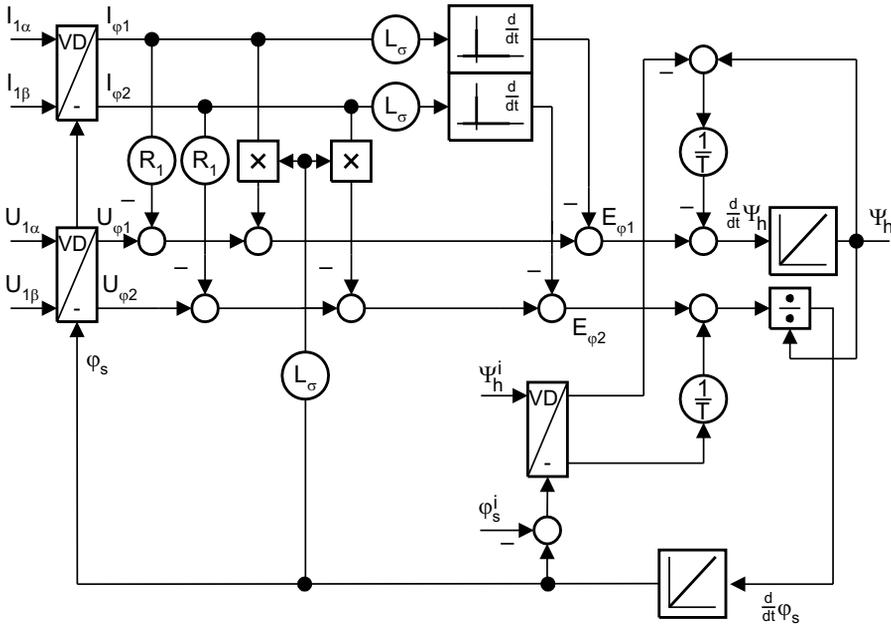


Abb. 16.42: Geführtes Spannungsmodell als Gleichgrößenstruktur

Wie oben schon gezeigt, spielt die Differenz des vom Spannungsmodell und des vom Strommodell berechneten Flusses gerade beim Umschalten der Modelle eine entscheidende Rolle. Moderne Antriebe, wie sie z.B. in Walzwerken zum Einsatz kommen, dürfen über den gesamten Drehzahlbereich keine merklichen Drehmomentstöße aufweisen. Daher ist es wichtig, daß die Differenz der Flüsse gerade im Bereich des Umschaltens möglichst Null ist. Dies gelingt im allgemeinen nur, wenn beide Modelle genau arbeiten. Ist das nicht der Fall, wird sich je nach Größe des Fehlers und angewendeter Methode für das Umschalten ein mehr oder minder großer Drehmomentstoß ausbilden. Ein Vorteil des geführten Spannungsmodells ist es, daß sich Übergangsvorgänge durch Modellfehler eher „weich“ abzeichnen.

Für das Spannungsmodell wurden in Kap. 13.5.3 Fehlerbetrachtungen bei Parameterverstimmung durchgeführt, die sinngemäß auch für die Synchronmaschine gelten. Beim Strommodell wirken sich Parameterfehler bei der Synchron-

und der Asynchronmaschine unterschiedlich aus, weil ihr Rotor unterschiedlich aufgebaut ist.

Die Fehler des Strommodells bei der Synchronmaschine lassen sich in stationäre und dynamische Fehler einteilen. Stationäre Fehler werden z.B. verursacht, wenn die Hauptinduktivitäten L_{hd} , L_{hq} oder auch L_c verstimmt sind. Ebenso spielt der Einfluß der Sättigung dieser Induktivitäten eine Rolle: Bei Änderung der Last variiert auch der Fluß in den Hauptinduktivitäten. Dabei wirkt sich die Sättigung insbesondere auf eine Änderung von L_{hd} aus. Ebenso führt eine falsche Abbildung des Erregerstromsollwertes zu einem stationären Fehler des Strommodells. Zudem ist der theoretische Verlauf für die Ersatzinduktivität L_{he} über den Winkel δ (vergl. dazu Kap. 16.5.3.1) in der Praxis nur näherungsweise erfüllt. Dies ist abhängig vom Aufbau des Schenkelpolläufers (Polform, Polabdeckung, usw.).

Neben den stationären Fehlern können beim Strommodell auch dynamische Fehler auftreten. Dynamische Fehler werden z.B. verursacht, wenn die Dämpferwiderstände R_D , R_Q oder auch die Dämpferstreuintduktivitäten $L_{\sigma D}$ bzw. $L_{\sigma Q}$ verstimmt sind. Ebenso führt eine schlechte Dynamik der Erregerstromeinprägung oder auch die Stellbegrenzung des Erregerstromrichters zu dynamischen Fehlern. Eine sorgfältige Einstellung der Parameter und eine für die dynamischen Anforderungen entsprechend dimensionierte Erregerleinrichtung ist daher unerlässlich für Antriebe hoher Drehmomentqualität und Dynamik.

16.5.5 Flußregelung

Zur Sicherstellung des gewünschten Luftspaltflußbetrages Ψ_h in der Maschine wird oft der Fluß geregelt. Dazu ist jedoch die Kenntnis des Fluß-Istwertes notwendig. Wie in Kap. 13.5.3 und Kap. 16.5.2 gezeigt wird, kann dieser mit dem Spannungsmodell ab einer gewissen Mindestdrehzahl recht genau bestimmt werden. Das Strommodell hingegen ist so aufgebaut, daß vorausgesetzt wird, daß der Istfluß dem Sollfluß entspricht: Das Strommodell liefert infolge des Modellreglers am Ausgang immer den Sollfluß und leitet daraus den notwendigen Erregerstrom ab.

Eine Regelung des Flusses ist also nur in den Betriebsbereichen sinnvoll, wenn die Berechnung des Flusses mit Hilfe des Spannungsmodells zuverlässig arbeitet. Die Flußregelung kann mit einem PI-Regler erfolgen. Der Ausgang des Flußreglers wird z. B. als Zusatz-Erregerstromsollwert zum vom Strommodell berechneten Erregerstromsollwert addiert. Auf diese Weise erreicht man, daß stets der gewünschte Luftspaltfluß in der Maschine realisiert wird. Dies ist insbesondere im Feldschwächbereich wichtig, da die vom Luftspaltfluß induzierte Spannung (Hauptfeldspannung) einen wesentlichen Anteil zur benötigten Statorspannung beiträgt und damit die Stellreserve des Stromrichters bestimmt.

Der Eingriff des Flußreglers als Zusatz-Erregerstromsollwert wirkt direkt in die d-Achse. Für den Durchgriff auf den Hauptfluß ist die Projektion des Erregerstroms auf die Flußachse (φ_1 -Achse) entscheidend. Damit die Streckenver-

stärkung und damit die Dynamik der Flußregelung unabhängig vom Winkel δ wird, kann zur Linearisierung der Regelstrecke der Reglerausgang durch $\cos \delta$ dividiert werden (Abb. 16.43).

16.5.6 Flußführung im Feldschwächbereich

Die von der Maschine benötigte Statorspannung wird durch die Spannungsabfälle am Statorwiderstand R_1 , an der Statorstreuung $L_{\sigma 1}$ und durch die vom Luftspaltfluß Ψ_h induzierte Spannung (Hauptfeldspannung) bestimmt. Dabei sind die Spannungen an der Statorstreuung und die induzierte Spannung direkt proportional zur Frequenz. Das bedeutet, daß die Frequenz und damit die Drehzahl nur soweit gesteigert werden kann, bis die Spannungsstellbereich des Stromrichters erschöpft ist.

Häufig wird aber die Forderung gestellt, den Drehzahlbereich zu vergrößern. Dies läßt sich durch ein Abschwächen des Feldes erreichen. Günstig ist es dabei, den Fluß soweit abzusenken, daß die von der Maschine benötigte Spannung gerade noch der vom Stromrichter realisierbaren Spannung entspricht, weil dann bei einer geforderten Antriebsleistung der Statorstrom und die damit verbundenen Verluste minimal werden.

Der Luftspaltfluß der Maschine wird direkt mit dem Flußsollwert Ψ_h^* vorgegeben. Für die Maschinenregelung bedeutet das, die Größe Ψ_h^* so zu bestimmen, daß laut obiger Forderung die Maschine bei steigender Drehzahl eine bestimmte, vom Stromrichter gerade realisierbare Spannung aufnimmt. Im Grunddrehzahlbereich wird der Nennwert eingestellt. Die Grenze zwischen Grunddrehzahl- und Feldschwächbereich ist durch die Drehzahl charakterisiert, bei der bei Nennfluß gerade die Spannungsgrenze erreicht wird.

Eine häufig angewendete einfache Methode ist, den Flußsollwert Ψ_h^* ab einer Eckdrehzahl mit $1/\beta_L$ zu schwächen. Weil die induzierte Spannung das Produkt aus Feldfrequenz und Flußbetrag ist, bleibt damit die induzierte Spannung selber konstant. Nachteilig ist, daß infolge des mit der Frequenz steigenden Spannungsabfalls an der Streuinduktivität die Statorspannung mit der Drehzahl noch etwas ansteigt. Dabei verursacht insbesondere im Leerlauf ein induktiver Blindstrom die direkte Betragszunahme der Statorspannung. Eine zusätzliche überlagerte Spannungsregelung, die den Flußsollwert Ψ_h^* noch weiter absenken kann, verbessert das Verhalten. Vorteilhaft ist die einfache Realisierung und eine nur geringe Rückwirkung der Maschine auf den Flußsollwert über die Drehzahl (ohne überlagerte Spannungsregelung). Daher sind durch die Feldschwächstruktur hervorgerufene Stabilitätsprobleme kaum zu erwarten.

Das Verhalten im Feldschwächbereich kann verbessert werden, wenn bei der Berechnung des Flußsollwertes Ψ_h^* die Spannungsabfälle am Statorwiderstand R_1 und Ständerstreuinduktivität $L_{\sigma 1}$ berücksichtigt werden. Die Spannungsgleichung (16.249) läßt sich zunächst in Komponenten-Schreibweise im mit φ_s umlaufenden Koordinatensystem formulieren:

$$U_{\varphi_1} = R_1 \cdot I_{\varphi_1} - \dot{\varphi}_s \cdot L_{\sigma 1} \cdot I_{\varphi_2} + L_{\sigma 1} \frac{dI_{\varphi_1}}{dt} + \frac{d\Psi_h}{dt} \quad (16.287)$$

$$U_{\varphi_2} = R_1 \cdot I_{\varphi_2} + \dot{\varphi}_s \cdot L_{\sigma 1} \cdot I_{\varphi_1} + L_{\sigma 1} \frac{dI_{\varphi_2}}{dt} + \dot{\varphi}_s \cdot \Psi_h \quad (16.288)$$

Für die Berechnung des Flußsollwertes Ψ_h^* sollen nur die stationären Spannungsanteile berücksichtigt werden. Dabei ist der im Feldschwächbereich gewünschte Spannungsbetrag U^* durch folgende Beziehung gegeben:

$$U^* = \sqrt{U_{\varphi_1}^2 + U_{\varphi_2}^2} \quad (16.289)$$

Setzt man in Gl. (16.289) die Beziehungen (16.287) und (16.288) ein und löst nach dem gesuchten Fluß Ψ_h^* auf, so ergibt sich die Gleichung:

$$\Psi_h^* = \frac{1}{|\dot{\varphi}_s|} \cdot \left[\sqrt{U^{*2} - \{R_1 \cdot I_{\varphi_1} - \dot{\varphi}_s \cdot L_{\sigma 1} \cdot I_{\varphi_2}\}^2} - \operatorname{sgn}(\dot{\varphi}_s) \cdot (R_1 \cdot I_{\varphi_2} + \dot{\varphi}_s \cdot L_{\sigma 1} \cdot I_{\varphi_1}) \right] \quad (16.290)$$

Zur Vereinfachung kann in Gl. (16.290) anstelle der Flußfrequenz $\dot{\varphi}_s$ auch die mechanische Kreisbewegung $\hat{\beta}_L$ eingesetzt werden. Auch kann es sinnvoll sein, für die Komponenten der Ströme die entsprechenden Sollwerte zu verwenden. Dadurch vermeidet man, daß Rückwirkungen der Stromregelung auf den Flußsollwert entstehen, die zu Stabilitätsproblemen führen können.

Im Grunddrehzahlbereich wird der Flußsollwert Ψ_h^* auf seinen Nennwert begrenzt. Realisiert man also die Feldschwächkennlinie so, daß das Ergebnis aus Gl. (16.290) nur für $\Psi_h^* \leq \Psi_{hN}^*$ verwendet wird, so ergibt sich der Übergang vom Grunddrehzahl- in den Feldschwächbereich automatisch.

16.5.7 Steuerung des $\cos \varphi$ der fremderregten Synchronmaschine

Wie schon in Kap. 16.5.3.1 gezeigt wurde, kann die Erregung für einen bestimmten Fluß sowohl über den Stator als auch über den Erregerstrom selbst erfolgen. Insbesondere im Leerlauf ($I_{\varphi_2} = 0$ und $\delta = 0$) ist aus Gl. (16.263) zu erkennen, daß sich der Magnetisierungsstrom $I_{\mu 1}$ direkt aus der Summe von Erregerstrom I_E und Statorstromkomponente I_{φ_1} in der φ_1 -Achse ergibt. Der Fluß und damit der Magnetisierungsstrom $I_{\mu 1}$ sind fest vorgegeben. Die Statorblindstromkomponente I_{φ_1} kann vom Fluß unabhängig noch frei gewählt werden.

Für die Wahl der Statorblindstromkomponente I_{φ_1} ist zu beachten, daß sie einerseits eine Stromrichter- und Maschinenbelastung darstellt, andererseits die Höhe der Statorspannung mitbestimmt. Dabei ist der Begriff Blindstrom in Bezug auf das φ_1 - φ_2 -Koordinatensystem, also als Blindstrom zur vom Hauptfeld induzierten Spannung (Hauptfeldspannung) zu interpretieren.

Von einem Antrieb wird bei einer gegebenen Drehzahl ein bestimmtes Drehmoment und damit eine bestimmte Wirkleistung verlangt. Vernachlässigt man bei der Betrachtung die Maschinenverluste im Stator (infolge z.B. des Statorwiderstandes R_1), so entspricht die mechanische Leistung der vom Stator aufgenommenen Wirkleistung.

Die aufgenommene Wirkleistung P_s kann aus Statorspannung und Statorstrom berechnet werden:

$$P_s = \frac{3}{2} \cdot |\vec{U}_1| \cdot |\vec{I}_1| \cdot \cos \varphi^u \quad (16.291)$$

Dabei ist der Winkel φ^u der von den Raumzeigern der Statorspannung \vec{U}_1 und des Statorstroms \vec{I}_1 eingeschlossene Winkel.

Für $R_1 = 0$ kann die Wirkleistung P_s auch aus der induzierten Spannung (Hauptfeldspannung \vec{U}_h) und dem Statorstrom \vec{I}_1 berechnet werden, wenn die in Abb. 16.9 dargestellten Transformationsgleichungen zugrundegelegt werden:

$$P_s = \frac{3}{2} \cdot |\vec{U}_h| \cdot |\vec{I}_1| \cdot \cos \varphi^e = \frac{3}{2} \cdot U_h \cdot I_{\varphi 2} \quad (16.292)$$

Dabei ist der Winkel φ^e der von der Hauptfeldspannung \vec{U}_h und dem Statorstrom \vec{I}_1 eingeschlossene Winkel, also der Winkel des Stromraumzeigers \vec{I}_1 zur φ_2 -Achse.

Welche Steuerung des $\cos \varphi$ nun günstig ist, hängt im wesentlichen von den Randbedingungen ab. Ist der Fluß und damit die induzierte Spannung fest, so ist aus Gl. (16.292) zu sehen, daß die Wirkleistung alleine durch die Komponente $I_{\varphi 2}$ bestimmt ist. Eine Vergrößerung der induzierten Spannung würde zu einer kleineren, eine Verkleinerung zu einer größeren Stromkomponente führen.

Möchte man Stromrichter und Maschine mit einem möglichst kleinen Strom belasten, ist also die induzierte Spannung möglichst groß und die Stromkomponente $I_{\varphi 1}$ zu Null zu wählen. Dies ist immer dann möglich, wenn die damit verbundene Statorspannung vom Stromrichter realisiert werden kann (also im Grunddrehzahlbereich). Hier wird daher der Fluß so hoch wie möglich (Nennfluß) und $I_{\varphi 1} = 0$ eingestellt. Da dann induzierte Spannung und Statorstrom in Phase sind, wird häufig von einer Steuerung mit dem inneren $\cos \varphi = 1$ gesprochen. In Gl. (16.292) bedeutet dies, daß $\varphi^e = 0$ ist.

Anders sind die Verhältnisse, wenn der Betrag der Spannung begrenzt ist (Feldschwächbereich). Laut Gl. (16.291) ist für die Wirkleistung alleine die Projektion des Stromraumzeigers \vec{I}_1 auf die Spannung entscheidend. Eine Stromkomponente senkrecht zur Statorspannung entspricht einem unerwünschten Blindstrom. Daher wird im Feldschwächbereich die Stromkomponente $I_{\varphi 1}$ häufig so gesteuert, daß \vec{U}_1 und \vec{I}_1 in Phase sind. Hier wird von einer Steuerung mit dem äußeren $\cos \varphi = 1$ gesprochen ($\varphi^u = 0$).

Zur Steuerung mit dem äußeren $\cos \varphi = 1$ muß im flußbezogenen φ_1 - φ_2 -Koordinatensystem die Stromkomponente $I_{\varphi 1}$ also so gewählt werden, daß folgendes Verhältnis erfüllt wird:

$$\frac{I_{\varphi 1}}{I_{\varphi 2}} = \frac{U_{\varphi 1}}{U_{\varphi 2}}$$

Für den gesuchten Strom $I_{\varphi 1}$ kann also geschrieben werden:

$$I_{\varphi 1} = I_{\varphi 2} \cdot \frac{U_{\varphi 1}}{U_{\varphi 2}} \quad (16.293)$$

Die Spannungskomponenten $U_{\varphi 1}$ und $U_{\varphi 2}$ sind bei spannungseinprägenden Umrichtern bekannt. Sie werden aus der Summe von Stromreglerausgängen und Vorsteuerung gebildet, wenn z.B. ein indirektes Stromregelverfahren angewandt wird (vergl. dazu Kap. 14.2). Die Komponenten enthalten jedoch alle stationären und dynamischen Anteile, wodurch eine starke Rückwirkung der Stromregelung auf die $\cos\varphi$ -Steuerung erfolgt. Hier kann man sich durch entsprechende Glättungen der Sollspannungskomponenten behelfen.

Die Umsteuerung vom inneren $\cos\varphi = 1$ auf den äußeren $\cos\varphi = 1$ kann z. B. dadurch erfolgen, daß die Stromkomponente $I_{\varphi 1}$ mit einer von der Drehzahl geführten Kennlinie gewichtet wird. Die Kennlinie liefert entsprechend bei kleinen Drehzahlen den Wert Null und sollte vor Beginn des Feldschwächbereiches den Wert Eins erreicht haben.

Durch die Möglichkeit, den $\cos\varphi$ der fremderregten Synchronmaschine über die Aufteilung der Erregung auf Stator und Rotor frei bestimmen zu können, ergeben sich eine Reihe von Vorteilen: Wie schon ausgeführt, kann die Maschine so gesteuert werden, daß für eine benötigte Antriebsleistung im gesamten Drehzahlbereich nur ein Minimum an Statorstrom fließt. Dadurch wird Statorwicklung und Stromrichter im Vergleich zur Asynchronmaschine weniger belastet: Bei der Asynchronmaschine muß die Blindleistung für die Erregung über den Ständer zugeführt werden. Die Belastung durch den Blindstrom erzeugt in Stator und Stromrichter in der Regel mehr Verluste, als durch die Erregerleinrichtung und -wicklung bei der Synchronmaschine entsteht. Antriebe mit Synchronmaschinen haben daher in der Regel den größeren Wirkungsgrad und der Stromrichter wird besser ausgenutzt.

Durch die Steuerung mit dem äußeren $\cos\varphi = 1$ kann die Synchronmaschine im Feldschwächbereich nicht kippen. Bei Belastung wird der Fluß und damit die induzierte Spannung soweit angehoben, daß der erforderliche Statorstrom fließen kann. Dies ist bei jeder Frequenz möglich. Die Synchronmaschine kann also theoretisch bis zu beliebigen Feldschwächgraden betrieben werden.

Anders ist dies bei der Asynchronmaschine: Der Spannungsabfall an der Streuinduktivität ist so gerichtet, daß bei der im Feldschwächbereich gegebenen konstanten Statorspannung eine Zunahme des Drehmoments stets zur Verkleinerung des Flusses führt. Überwiegt die Abnahme des Flusses gegenüber der Zunahme des momentbildenden Statorstromes, ist der Kippunkt erreicht: Die Asynchronmaschine ist bei der gegebenen Spannung und Drehzahl nicht in der Lage, mehr Drehmoment zu entwickeln. Das Kippmoment wird dabei mit steigender Drehzahl rasch kleiner. Bei Asynchronmaschinen mit üblicher Streuung von $\sigma = 0,2 \dots 0,25$ wird das der Nennleistung entsprechende Drehmoment

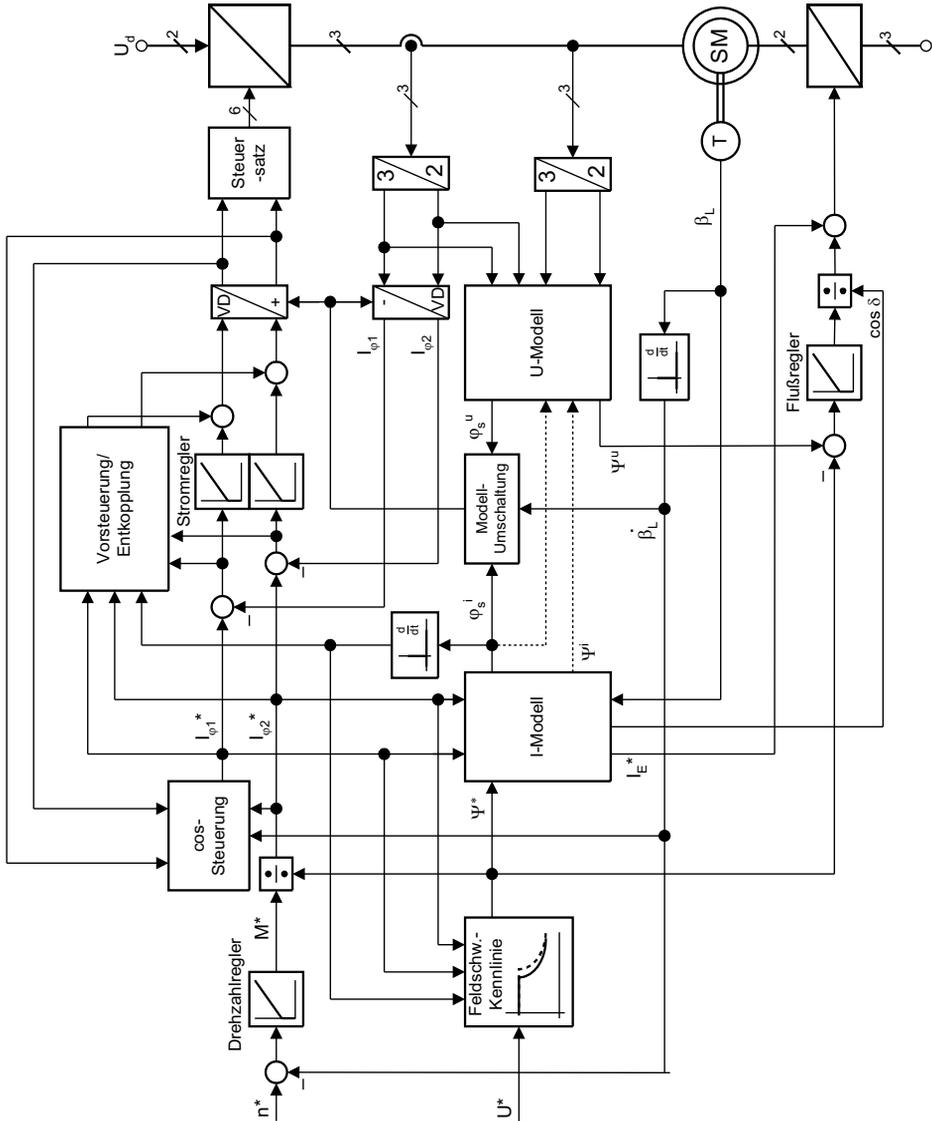


Abb. 16.43: Regelung der fremderregten Synchronmaschine mit Strom- und Spannungsmodell

bei Nennspannung bei maximal der ca. 2,5...3-fachen Nenndrehzahl erreicht. Der Asynchronmaschinenantrieb kann also sinnvollerweise nicht bis zu beliebigen Feldschwächgraden betrieben werden.

Den Vorteilen steht der größere Aufwand bei der Synchronmaschine gegenüber. Sie benötigt eine zusätzliche Erregereinrichtung. Zudem ist der Aufwand in der Steuerung und Regelung größer, weil neben den für die Asynchronma-

schine benötigten Einrichtungen zur Regelung des Statorstromes die entsprechenden Steuer- und Regeleinrichtungen zur Bildung des Erregerstrom-Sollwertes erforderlich sind.

Für die Stromregelung und Entkopplung bzw. Vorsteuerung der Spannungen können die in Kap. 14 für die Asynchronmaschine dargestellten Verfahren genauso auf die Synchronmaschine angewendet werden. Somit sind die wesentlichen Aspekte einer feldorientierten Regelung der fremderregten Synchronmaschine diskutiert. Eine Gesamtübersicht (Abb. 16.43) zeigt, wie resultierend aus den diskutierten Aspekten eine dynamisch hochwertige Regelung aufgebaut sein kann.

16.6 Permanentmagneterregte Synchronmaschine (PM-Maschine)

16.6.1 Signalfußplan der PM-Maschine

Von der Struktur her sind die Synchron-Schenkelpolmaschine und die permanentmagneterregte Drehfeldmaschine vom gedanklichen Ansatz her im Rotor prinzipiell gleich.

Die Voraussetzungen sind dabei erstens, daß die Schenkelpolmaschine keine Dämpferwicklungen hat und der Rotor mit den Permanentmagneten ebenso keine Wirbelströme zuläßt, und zweitens, daß die permanentmagneterregte Drehfeldmaschine (PM-Maschine) mit sinusförmigen Spannungen bzw. Strömen gespeist wird. Wenn außerdem noch sichergestellt ist, daß die Harmonischen in der induzierten Spannung vernachlässigbar sind, dann kann das in Kap. 16.1 abgeleitete Modell und der Signalfußplan in Abb. 16.4 direkt auf die permanentmagneterregte Drehfeldmaschine übertragen werden. Es wird somit nur die Grundwelle $B_{g(1)}$ des Luftspaltfeldes der Permanentmagnete betrachtet.

Die Abbildungen 16.44 und 16.45 zeigen einen Querschnitt einer PM-Maschine und den Verlauf der Flußdichte B_g im Luftspalt sowie deren Grundwellenanteil $B_{g(1)}$.

Laut Kap. 16.1 galt für den Statorkreis:

$$\frac{d\Psi_d}{dt} = U_d - R_1 \cdot I_d + \Omega_L \cdot \Psi_q \quad (16.294)$$

$$\frac{d\Psi_q}{dt} = U_q - R_1 \cdot I_q - \Omega_L \cdot \Psi_d \quad (16.295)$$

Diese Gleichungen bleiben erhalten.

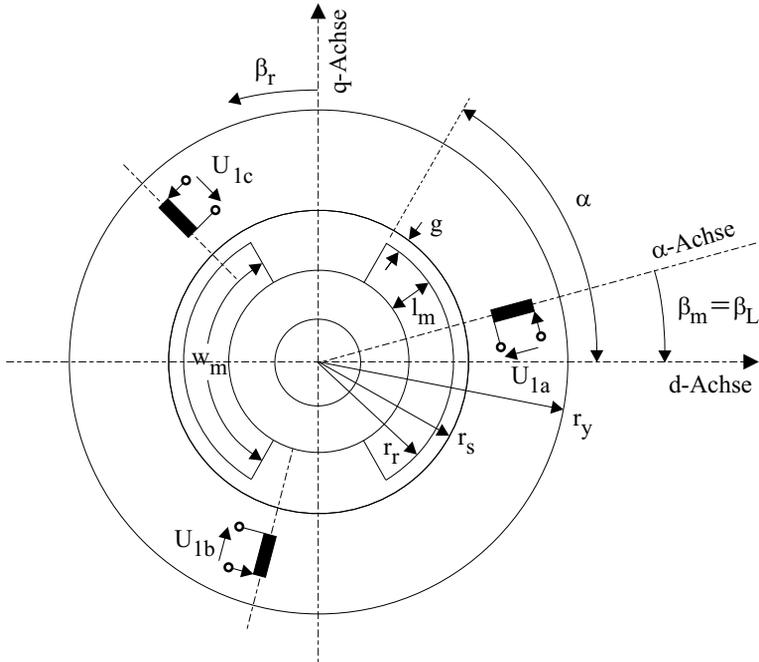


Abb. 16.44: Querschnitt durch eine permanentmagneterregte Synchronmaschine

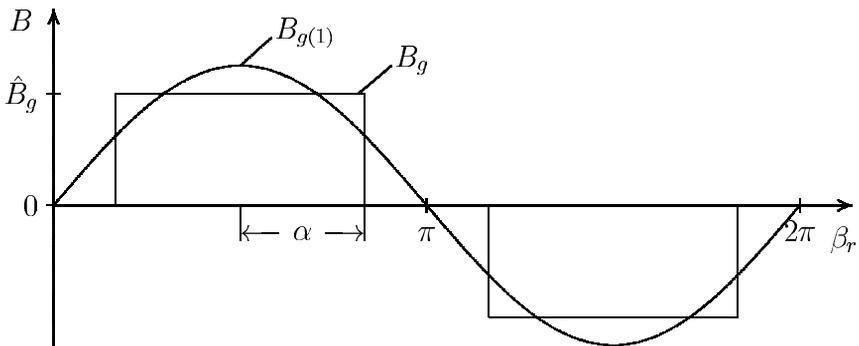


Abb. 16.45: Verlauf von Flußdichte und Grundwellenanteil im Luftspalt

Die Flußgleichungen waren:

$$\Psi_d = L_d \cdot I_d + M_{dE} \cdot I_E \quad (16.296)$$

$$\Psi_q = L_q \cdot I_q \quad (16.297)$$

$$\Psi_E = L_E \cdot I_E + M_{dE} \cdot I_d \quad (16.298)$$

Für das Luftspaltmoment M_{Mi} galt:

$$M_{Mi} = \frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot (\Psi_d \cdot I_q - \Psi_q \cdot I_d)$$

Bei der PM-Drehfeldmaschine ist die Erregerwicklung im Rotor durch einen Permanentmagneten ersetzt. Es gibt daher weder einen Erregerstrom noch eine induzierte Spannung im Erregerkreis, so daß die dritte Flußgleichung (16.298) entfallen kann. Stattdessen erzeugt der Permanentmagnet im Rotor (in d-Richtung) einen Fluß $\vec{\Psi}_{PMg}$, der abzüglich des Streuteils $\sigma_r \vec{\Psi}_{PMg}$ den Stator konstant durchdringt.

Mit

$$\vec{\Psi}_{PMg} = \Psi_{PMgd} = \Psi_{PMg} \quad \text{und} \quad \Psi_{PM} = (1 - \sigma_r) \cdot \Psi_{PMg}$$

ergibt sich für die Statorflüsse der PM-Maschine:

$$\Psi_d = \Psi_{PM} + L_d \cdot I_d \quad \text{oder} \quad I_d = \frac{\Psi_d - \Psi_{PM}}{L_d} \quad (16.299)$$

$$\Psi_q = L_q \cdot I_q \quad \text{oder} \quad I_q = \frac{\Psi_q}{L_q} \quad (16.300)$$

Mit diesen Gleichungen kann der Signalfußplan der PM-Maschine gezeichnet werden (Abb. 16.46).

Setzt man diese Gleichungen in die Drehmomentgleichung ein, ergibt sich:

$$M_{Mi} = \frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot \left(\Psi_{PM} \cdot I_q + (L_d - L_q) \cdot I_d \cdot I_q \right) \quad (16.301)$$

Der zweite Term in der Momentgleichung entfällt, wenn $L_d = L_q = L_1$ oder $I_d = 0$ ist. Die Gleichung der Mechanik bleibt erhalten:

$$\Theta \cdot \frac{d\Omega_m}{dt} = M_{Mi} - M_W$$

Damit ergibt sich für die permanentmagneterregte Drehfeldmaschine ohne Reluktanzeinflüsse ($L_d = L_q$) folgendes Gleichungssystem:

$$\frac{d\Psi_d}{dt} = U_d - R_1 \cdot I_d + \Omega_L \cdot \Psi_q$$

$$\frac{d\Psi_q}{dt} = U_q - R_1 \cdot I_q - \Omega_L \cdot \Psi_d$$

$$\Psi_d = \Psi_{PM} + L_1 \cdot I_d$$

$$\Psi_q = L_1 \cdot I_q$$

$$M_{Mi} = \frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot \Psi_{PM} \cdot I_q$$

$$\Theta \cdot \frac{d\Omega_m}{dt} = M_{Mi} - M_W$$

In Abb. 16.47a ist das Ersatzschaltbild im stationären Betrieb der PM-Maschine und in Abb. 16.47b das Zeigerdiagramm dargestellt. Die durch die Permanentmagnete induzierte Polradspannung \vec{U}_p eilt dem Fluß Ψ_{PM} um 90° el. voraus. Wenn $I_d = 0$ und $I_q \neq 0$ gesetzt wird, dann ergibt sich der durchgezogene Spannungszeiger \vec{U}_1 , wenn dagegen $I_d \neq 0$ und $I_q \neq 0$ sind, dann gelten die gestrichelten Linien. Aus Abb. 16.47b ist zu erkennen, daß die PM-Maschine auch im "Feldschwächbereich" betrieben werden kann ($I_d < 0$), allerdings auf Kosten einer tendenziell vergrößerten Statorstrom- und Umrichterstrombelastung. Es verbleibt daher, daß sich im Ankerstellbereich mit $I_d = 0$ im vorliegenden Beispiel besonders einfache Betriebszustände ergeben. Die ursprüngliche Einschränkung bei PM-Maschinen konnte aber inzwischen durch geeignetes Design der Maschine eingeschränkt bzw. vermieden werden. Wenn, wie in Abb. 16.47.c, der Strom \vec{I}_1 dem Fluß $\vec{\Psi}_{PM}$ um 90° el. nacheilt ($I_q < 0$), ist Bremsbetrieb realisierbar. In Abb. 16.47d ist dagegen die Grenzsituation bei Belastung ≈ 0 und höchsten Drehzahlen dargestellt. Bei großen Drehzahlen hat \vec{U}_p große Werte. Da die Amplitude der Statorspannung, die vom Umrichter erzeugt werden kann, begrenzt ist, ergeben sich zwei Probleme: Die Drehzahl kann nicht weiter erhöht werden, da die zulässige Spannung überschritten würde. Die Spannungsreserve, die notwendig wäre, um den Strom I_q und damit das Moment M_{Mi} dynamisch zu erhöhen, ist sehr gering. Damit ist keine Beschleunigung bzw. Reaktion auf Laständerungen mehr möglich. Beide Probleme lassen sich mit der Feldschwächung $I_d < 0$ dadurch lösen, daß die Amplitude der Statorspannung $|\vec{U}_1|$ mit dem Term $j \Omega_L L_1 I_d$, der \vec{U}_p entgegenwirkt, verringert wird. Dies kann insbesondere in dynamischen Betriebszuständen sehr zweckmäßig genutzt werden, da die PM-Maschine kurzzeitig im Strom überbelastet werden darf und dann nur das Stellglied etwas überdimensioniert werden muß. Sinnvollerweise wird daher mittels I_d dynamisch \vec{U}_p resultierend abgesenkt, um mit der Stellreserve I_q zu erhöhen. Nach der Einstellung von I_q kann \vec{U}_p auf annähernd den alten Wert zurückgestellt und damit I_d auf 0 reduziert werden.

Wie bei der Synchronmaschine sind die d-q-Achsen rotorfest, d.h. die d-Achse ist auf Ψ_{PM} und damit auch I_d auf Ψ_{PM} orientiert. Die q-Achse eilt um 90° el. vor. Diese rotorfesten Achsen rotieren mit Ω_L , daher bildet sich zwischen der d-Achse und dem statorfesten Koordinatensystem ein Winkel β_L

$$\beta_L = \int \Omega_L dt = Z_p \cdot \beta_m = \int Z_p \cdot \Omega_m dt \quad (16.305)$$

aus. Die Raumzeiger sind in Abb. 16.48 dargestellt.

Wie schon bei der Asynchronmaschine diskutiert, wird somit durch gezielte Steuerung der Statorflüsse bzw. Statorströme der PM-Maschine eine vereinfachte regelungstechnische Struktur und damit ein regelungstechnisch besser überschaubares dynamisches Verhalten erzeugt. Im vorliegenden Fall kann durch Steuerung der Statorstrom $I_d = 0$ gesetzt werden.

Damit gilt für M_{Mi} auch unabhängig von Reluktanzeffekten (bei $I_d = 0$ und $\Psi_d = \Psi_{PM}$)

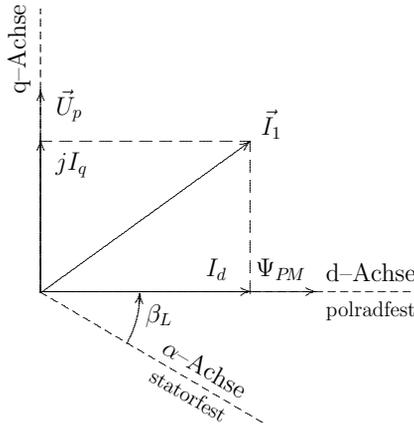


Abb. 16.48: Koordinatensysteme bei der PM-Maschine

$$M_{Mi} = \frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot \Psi_{PM} \cdot I_q \quad (16.306)$$

d.h. durch Einprägen von I_q kann daher das Moment direkt gesteuert werden.

Ein anderer Ansatz wäre, das maximale Moment bei minimalem Statorstrom zu erreichen. Dies soll später diskutiert werden.

16.6.2 Regelung der PM-Maschine ohne Reluktanzeinflüsse

Wenn der in Abb. 16.46 dargestellte Signalflußplan mit der Zusatzbedingung $I_d = 0$ als Voraussetzung für den Entwurf der Regelung angesetzt wird, dann ist zu erkennen, daß bei der PM-Maschine die Steuerbedingungen für die Spannungen prinzipiell ähnlich wie bei der elektrisch erregten Synchronmaschine sind.

Aus dem Signalflußplan (Abb. 16.46) ist zu erkennen, daß sich für $I_d = 0$ (Ankerstellbereich) und ohne Reluktanzeinflüsse ($L_d = L_q = L_1$) ergibt:

$$\Psi_d = \Psi_{PM} = \text{const.} \quad (16.307)$$

$$\Psi_q = L_1 \cdot I_q \quad (16.308)$$

$$\frac{d\Psi_d}{dt} = 0 = U_d + \Omega_L \cdot L_1 \cdot I_q \quad (16.309)$$

$$1. \text{ Steuerbedingung: } U_d = -\Omega_L \cdot L_1 \cdot I_q \quad (16.310)$$

Mit dieser ersten Steuerbedingung wird $I_d = 0$ gehalten. Außerdem folgt für die zweite Steuerbedingung des Moments:

$$2. \text{ Steuerbedingung: } \frac{d\Psi_q}{dt} = U_q - R_1 \cdot \frac{\Psi_q}{L_1} - \Omega_L \cdot \Psi_{PM} \quad (16.311)$$

und daraus

$$T_1 \cdot \frac{d\Psi_q}{dt} + \Psi_q = T_1 \cdot (U_q - U_p) \quad \text{mit} \quad T_1 = \frac{L_1}{R_1} = \frac{L_q}{R_1} \quad (16.312)$$

Mit diesen Steuerbedingungen vereinfacht sich der Signalflußplan nach Abb. 16.46, und es ergibt sich Abb. 16.49.

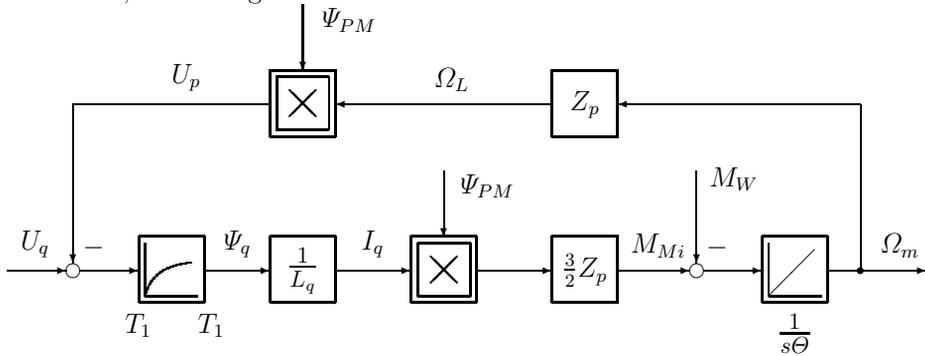


Abb. 16.49: Vereinfachter Signalflußplan zur Momenterzeugung der PM-Maschine bei $I_d = 0$; Zusatzbedingung: $U_d = -\Omega_L L_1 I_q$

Damit hat bei $I_d = 0$ die PM-Maschine im Prinzip einen Signalflußplan wie die Gleichstrommaschine. Es können somit die gleichen Regelstrategien wie bei der Gleichstrom-Nebenschlußmaschine eingesetzt werden.

Da grundsätzlich Stromrichter als Stellglieder vorausgesetzt werden, können per Stromregelung die Stromkomponenten $I_d = 0$ bzw. I_q eingepreßt werden.

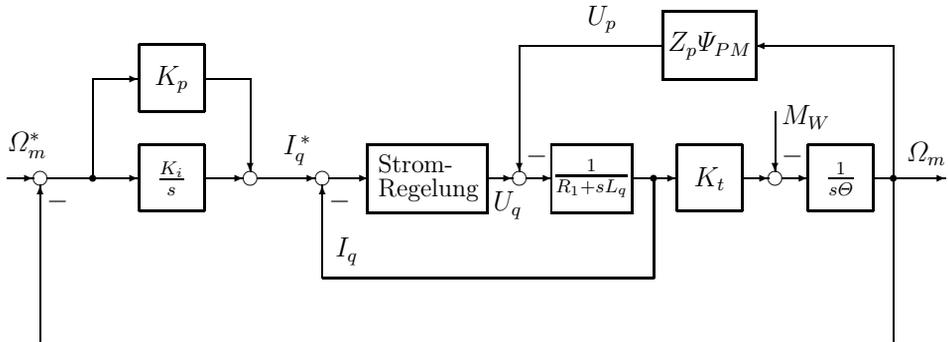


Abb. 16.50: Drehzahlregelkreis mit Kaskadenstruktur

Abbildung 16.50 zeigt die übliche Kaskadenstruktur mit PI-Drehzahlregler ohne Sollwertglättung und unterlagerter Stromregelung. Abbildung 16.51 zeigt die Regelungsstruktur bei einem Drehzahlregler mit integrierter Sollwertglättung (PDF-Regler; siehe auch Kap. 7.1.2 Abb. 7.15).

Aufgrund der Struktur des Stromregelkreises treten die gleichen Schwierigkeiten bei der Stromregelung wie bei der Gleichstrom-Nebenschlußmaschine auf. Insbesondere kann bei kleinen Strömen das

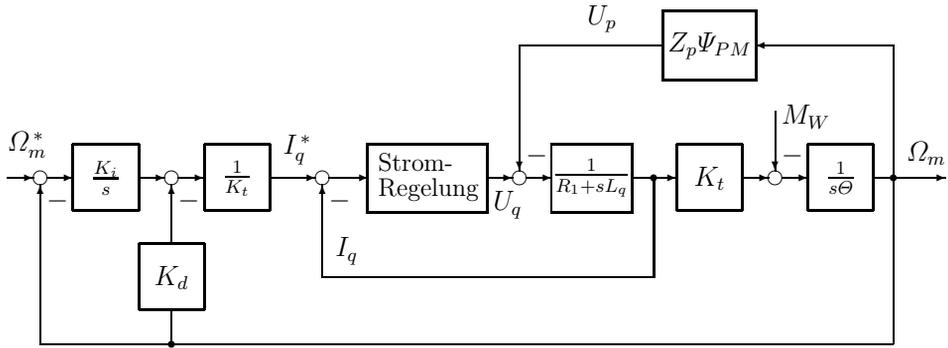


Abb. 16.51: Drehzahlregelung mit PDF-Regler

unerwünschte Stromlücken auftreten, das vor allem beim dynamischen Verhalten zu einer deutlichen Verschlechterung führt. Diese Verschlechterung des dynamischen Verhaltens verursacht eine Verringerung der Stromzeitflächen und damit auch eine Änderung der Orientierung, und das führt insgesamt zu einer deutlichen Verringerung des verfügbaren Moments. Maßnahmen gegen das Stromlücken sind deshalb notwendig.

Die Polradspannung U_p ist außerdem bei hochdynamischen Antrieben als Störgröße wirksam. Es empfiehlt sich deswegen wie bei der Gleichstrom-Nebenschlußmaschine eine Störgrößenaufschaltung.

Wenn die Daten der Stromregelung — Verstärkung und dynamische Ersatzzeit — bekannt sind, kann der Drehzahlregelkreis nach den bekannten Optimierungskriterien optimiert werden. Es verbleibt zu klären, wie die Regelung des Stromes I_q einerseits und des Stromes $I_d = 0$ andererseits realisiert wird. Zur Erinnerung: die Überlegungen zum Signalflußplan und zur Drehzahlregelung fanden bei einem rotorfesten bzw. flußfesten Koordinatensystem statt. Die Steuerung des Stellgliedes muß aber statorfest erfolgen (vergl. die Kapitel 13.4.1 und 13.4.4).

Abbildung 16.52 zeigt das um die zusätzlichen Komponenten erweiterte Strukturbild. Insbesondere ist hier die Wandlung vom d-q-Koordinatensystem zum α - β -Koordinatensystem, die Stromregelung im α - β -System sowie der Umrichter und der Statorkreis zu berücksichtigen. Bei der Stromregelung ist die Regelung im α - β -System zu beachten (siehe auch Kap. 13.4.4). Vorteilhaft bei der PM-Maschine ist, daß der Winkel β_L einfach gemessen werden kann, da die räumliche Lage des Flusses Ψ_{PM} durch die Permanentmagnete und damit durch den Rotor fest vorgegeben ist. Damit entfällt der Flußbeobachter, der bei der indirekten feldorientierten Regelung (ASM) notwendig ist. Zu beachten ist weiterhin, daß eine Begrenzung der Stromsollwerte — im vorliegenden Fall $I_d = 0$ und $I_q \leq I_{qmax}$ — im Regelkreis notwendig ist (siehe auch Kap. 5.6).

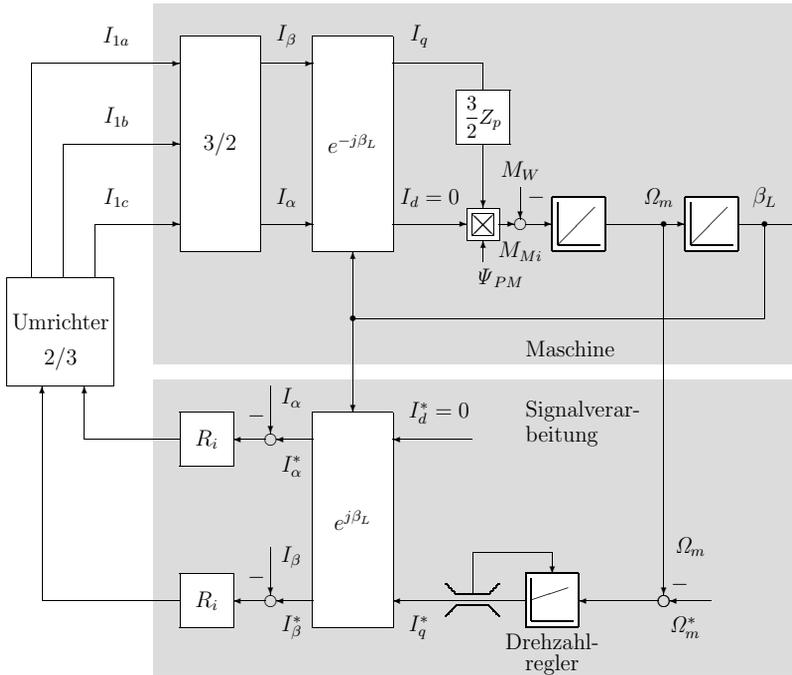


Abb. 16.52: Signalflußplan einschließlich Koordinatentransformationen

16.6.3 Rechteckförmige Stromeinprägung ohne Reluktanzeinflüsse

Statt der sinusförmigen Stromeinprägung kann auch eine rechteckförmige Strom-einprägung („Blockstrom-Speisung“) vorausgesetzt werden (Abb. 16.53a).

Dies bedeutet, daß gegenüber der sinusförmigen Stromeinprägung — bei der alle drei Phasen mit Strom beaufschlagt wurden — nun nur noch jeweils zwei Phasen mit Strom beaufschlagt werden können ($\sum \vec{i} = 0$) (Abb. 16.53a).

Bei rechteckförmiger Speisung enthalten alle Größen erhebliche Oberschwingungen. Dies bedeutet, es gibt eine Grundschwingung und die Oberschwingungen in allen Signalen. Prinzipiell ist es nun möglich, Raumzeiger für jede Frequenz einzeln zu definieren und — solange das System linear ist — die Raumzeiger für die verschiedenen Frequenzen zu überlagern (Superpositionsprinzip). Allerdings ist diese Darstellung relativ komplex, da wie bekannt die Raumzeiger eine Amplitude und eine Frequenz aufweisen. Dies führt dazu, daß nun nicht mehr ein umlaufendes Koordinatensystem gewählt werden kann, damit der Frequenzanteil entfällt und sich somit im stationären Fall ein Ersatzschaltbild und ein Vektordiagramm ergibt. Wird dieser Weg gewählt, und wird beispielsweise die Grundschwingung als Orientierungsgröße gewählt, dann werden die Oberschwingungen ihre Frequenzanteile minus der Grundfrequenz behalten und mit dieser Differenzfrequenz umlaufen.

Bei sinusförmiger Speisung sind die Raumzeiger aller Größen im rotorfesten Koordinatensystem dagegen aber konstant und winkelfest zueinander, wenn sich

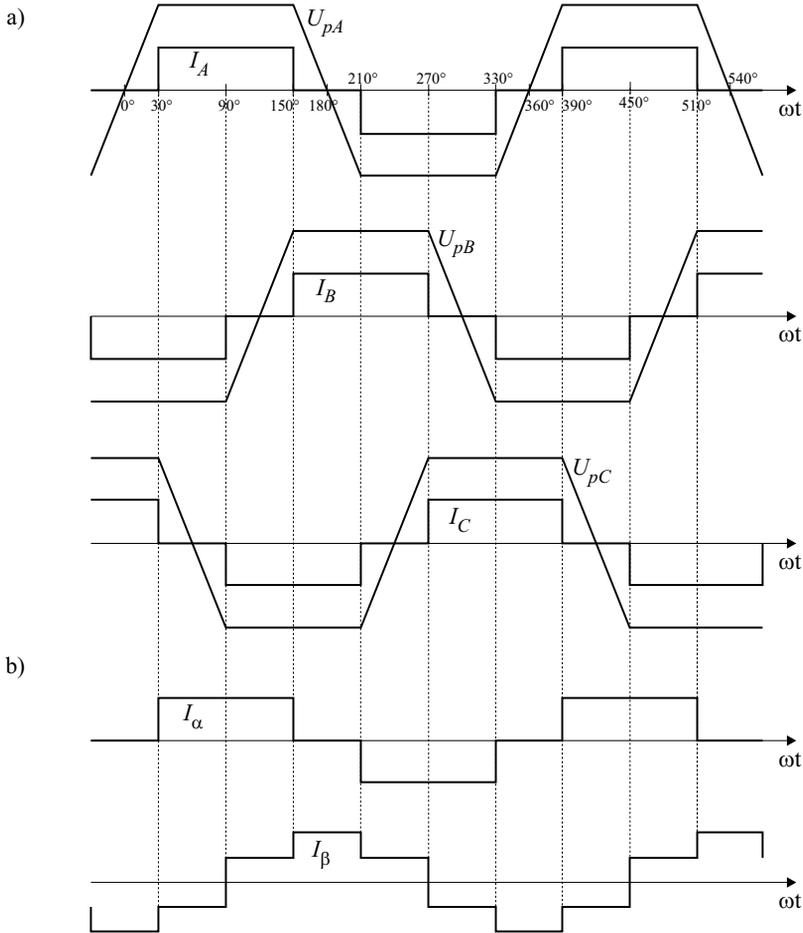


Abb. 16.53: Kurvenformen bei einer rechteckförmig gespeisten PM-Maschine: a) Phasegrößen, b) Strom in der statorfesten Zwei-Achsen-Darstellung

die Maschine im stationären Zustand befindet. Zur Herleitung der Zeigerdiagramme konnte daher stationär $d/dt = 0$ gesetzt werden. Bei rechteckförmiger Speisung machen die Raumzeiger jedoch auch stationär zusätzliche Bewegungen entsprechend der vorhandenen Harmonischen und es gilt nicht mehr $d/dt = 0$. Die hergeleiteten Zeigerdiagramme (z.B. Abb. 16.47) gelten daher nur für den Grundschwungsanteil. Jede Oberschwingung müßte durch ein eigenes Zeigerdiagramm berücksichtigt werden. Außerdem ist aus Abb. 16.53b zu ersehen, daß die Ströme im statorfesten Koordinatensystem unterschiedliche Oberschwungsanteile haben.

Setzt man weiter für die Polradspannung U_p den in Abb. 16.53a gezeigten trapezförmigen Verlauf voraus (siehe auch Abb. 16.45), ergibt sich auch für den Fluß, der mit den einzelnen Statorwicklungen verkettet ist, ein entsprechend nicht sinusförmiger Verlauf. Folglich können in den einzelnen Phasen unterschiedliche

und zeitlich nicht sinusförmige Veränderungen der Sättigungszustände und damit der Induktivitäten auftreten. Dieser Effekt, der mit der Raumzeigerdarstellung nicht mehr berücksichtigt werden kann, ist jedoch im allgemeinen vernachlässigbar.

Da eine Überlagerung der nicht sinusförmigen Verläufe aus Abb. 16.53a nicht zu gleichartigen Kurvenformen führt, wie das bei der Überlagerung von Sinusfunktionen gleicher Frequenz der Fall ist, ist eine Umrechnung der Phasengrößen auf zwei aufeinander senkrecht stehende Achsen (komplexe Raumzeigerdarstellung) ungünstig, weil für die beiden Komponenten unterschiedliche Kurvenverläufe entstehen (siehe Abb. 16.53b). Außerdem enthalten die Verläufe der Polradspannung U_p nach Abb. 16.53a ein Nullsystem ($U_{pA} + U_{pB} + U_{pC} \neq 0$), das mit der bisher benutzten Raumzeigerdarstellung nicht berücksichtigt werden kann. Es soll daher hier die Darstellung in Phasengrößen benutzt werden. An dieser Stelle werden wegen der auftretenden Doppelindizes die einzelnen Phasengrößen mit den Indizes A, B, C statt wie bisher mit $1a, 1b, 1c$ bezeichnet. Es ergeben sich folgende Grundgleichungen:

$$\begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} L_A & L_{BA} & L_{CA} \\ L_{AB} & L_B & L_{CB} \\ L_{AC} & L_{BC} & L_C \end{pmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U_{pA} \\ U_{pB} \\ U_{pC} \end{pmatrix} \quad (16.313)$$

Diese Darstellungsweise hat zudem den Vorteil, daß in den Phasen unterschiedliche Induktivitätswerte berücksichtigt werden können. Es wurde hier angenommen, daß die Widerstände der Statorwicklungen gleich sind. Wenn die Kurvenformen von Abb. 16.53a vorausgesetzt werden und weiter angenommen wird, daß die Reluktanz sich nicht über dem Umfang ändert, dann kann weiter vereinfacht werden.

$$L_A = L_B = L_C = L \quad (16.314)$$

$$L_{BA} = L_{AB} = L_{CA} = L_{AC} = L_{CB} = L_{BC} = M \quad (16.315)$$

Weiterhin gilt bei offenem Sternpunkt:

$$I_A + I_B + I_C = 0 \quad (16.316)$$

und damit gilt beispielsweise zusätzlich

$$M \cdot I_B + M \cdot I_C = -M \cdot I_A \quad (16.317)$$

Wenn diese Zusatzbedingungen eingesetzt werden, dann ergibt sich endgültig:

$$\begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} L-M & 0 & 0 \\ 0 & L-M & 0 \\ 0 & 0 & L-M \end{pmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U_{pA} \\ U_{pB} \\ U_{pC} \end{pmatrix} \quad (16.318)$$

oder in der Zustandsdarstellung:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{L-M} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L-M} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L-M} \end{pmatrix} \cdot \left[\begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} U_{pA} \\ U_{pB} \\ U_{pC} \end{pmatrix} \right] \quad (16.319)$$

Das Luftspaltmoment ergibt sich zu

$$M_{Mi} = \frac{U_{pA} \cdot I_A + U_{pB} \cdot I_B + U_{pC} \cdot I_C}{\Omega_m} \quad (16.320)$$

Im vorliegenden Beispiel erzeugen die rechteckförmig eingepprägten Ströme mit der trapezförmigen Polradspannung das Moment. Untersuchungen dieses Systems haben gezeigt, daß im wesentlichen die Grundschwingungen vom Statorstrom und der Polradspannungen zur Momentbildung beitragen. Die Harmonischen der Ströme zusammen mit den zugehörigen Harmonischen der induzierten Spannung tragen unwesentlich zur Momentbilanz bei.

Die Spannungen und Ströme ungleicher Ordnungszahlen der Harmonischen erzeugen dagegen Momentpendelungen. Diese Momentpendelungen können sich gegenseitig kompensieren, wenn durch die Speisung der PM-Maschine sichergestellt ist, daß die gegenseitige Lage der Spannungen und Ströme entsprechend Abb. 16.53a ist.

Wenn allerdings von dieser Steuerungsstrategie abgewichen wird, dann gelten die obigen Aussagen nicht mehr. Vorteilhaft gegenüber der Speisung der PM-Maschine mit sinusförmigen Strömen — die eine Pulsweitenmodulation (PWM) der Schalter in jedem Fall erforderlich macht — ist die Speisung mit rechteckförmigen Strömen bei Verwendung eines Stromzwischenkreisumrichters, da hier keine PWM notwendig ist, sondern zu bestimmten Zeitpunkten — in Abb. 16.53 alle 60° el. — ein bestimmter Steuerbefehl gegeben wird. Nachdem nun die prinzipielle Funktion sowie die Steuerung und Regelung bekannt sind, soll nun auf leicht verständliche Steuerungsmaßnahmen eingegangen werden.

Abbildung 16.54 zeigt in Anlehnung an die Abbildungen 16.49, 16.50 und 16.52 die Struktur des geregelten PM-Maschinen-Antriebs. Die vollständige Abbildung 16.54 zeigt einen lagegeregelten Servoantrieb. Wenn der Lageregler entfällt, dann entsteht ein drehzahl geregelter Servo, und wenn der Drehzahlregler entfällt ein Moment servo.

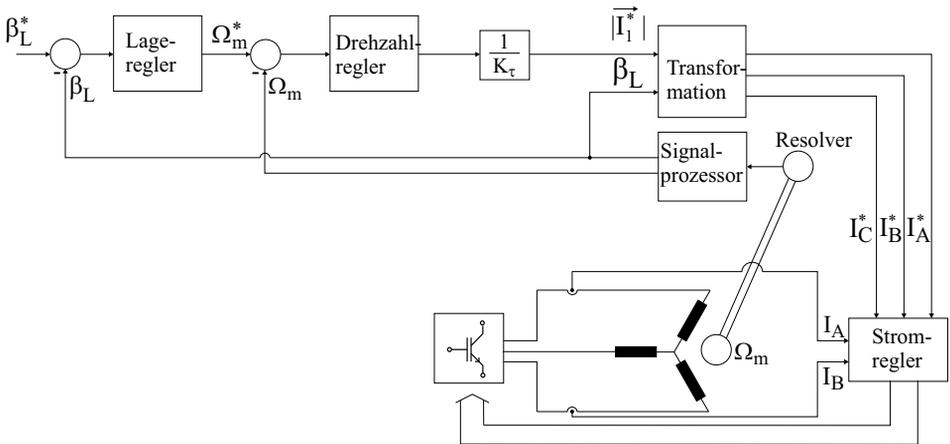


Abb. 16.54: Servoantrieb mit PM-Maschine

Es verbleibt, wie schon früher bemerkt, wie die Ströme am vorteilhaftesten eingepreßt werden können. Dies soll später diskutiert werden (siehe Kap. 14.4).

16.6.4 Vergleich der sinus- und rechteckförmig gespeisten PM-Maschine

Wie aus den vorhergehenden Kapiteln bekannt ist, kann die PM-Maschine (im Ankerstellbereich ohne Reluktanzeinflüsse) mit sinusförmigen Strömen in allen drei Phasen, bei rechteckförmigen Strömen allerdings in nur jeweils zwei Phasen, gespeist werden.

Bedingt durch diesen Unterschied verhält sich der notwendige Strom I_1 bei einer rechteckförmig gespeisten Maschine (Strom I_{re}) gegenüber der sinusförmig gespeisten Maschine (Strom I_{sin} , Effektivwert)

$$I_{re} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot I_{sin} = 1,22 \cdot I_{sin} \tag{16.321}$$

wenn ungefähr gleiches Moment erzeugt werden soll. Dies bedeutet auch, daß der Umrichter den entsprechenden Strom führen muß. Ein genauer Vergleich ergibt folgende Zahlenverhältnisse (Index *re*: Speisung rechteckförmig, Index *sin*: Speisung sinusförmig):

Strom pro Länge des Statorumfangs („Strombelag“; Einheit A/m):

$$A_{re} = \frac{3 N_s}{\pi r_s} \cdot I_{re}$$

$$A_{sin} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot A_{re} = 0,817 \cdot A_{re}$$

Luftspaltmoment ($M_{Mi re}$ über 2/3 des Umfangs erzeugt):

$$M_{Mi\ re} = \frac{2}{3} \cdot (2\pi r_s l_r) \cdot r_s \cdot \hat{B}_g \cdot A_{re}$$

$$M_{Mi\ sin} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot r_s^2 l_r \cdot \hat{B}_{1g} \cdot k_w \cdot A_{sin}$$

mit α halbe elektrische Ausdehnung w_m des Magnets am Umfang

l_r Rotorlänge (siehe auch Abb. 16.44 und 16.45)

N_s Statorwindungszahl pro Phase

k_w Wicklungsfaktor

\hat{B}_{1g} Grundwelle der Induktion im Luftspalt: $\hat{B}_{1g} = \frac{4}{\pi} \cdot \hat{B}_g \sin \alpha$

Damit ergibt sich:

$$M_{Mi\ re} = \frac{\pi}{2\sqrt{3} k_w \cdot \sin \alpha} \cdot M_{Mi\ sin} \quad (16.322)$$

Mit $k_w = 0,945$ ergibt sich für folgende Werte von α

α	$\pi/2$	$\pi/3$
$\frac{M_{Mi\ re}}{M_{Mi\ sin}}$	0,96	1,11

Damit sind die statischen Bedingungen abgeklärt:

Je kleiner die halbe elektrische Ausdehnung α des Magneten am Umfang des Rotors ist, desto kleiner wird auch das Drehmoment der PM-SM, die mit rechteckförmigen Stromblöcken gespeist wird; desto kleiner sind allerdings auch die Kosten für die Permanentmagneten.

Bei der Untersuchung des dynamischen Verhaltens gelten die Ausführungen der vorherigen Kapitel, d.h. das dynamische Verhalten der sinusförmig gespeisten PM-SM wird von der Reglerauslegung und von der Stellreserve im jeweiligen Arbeitspunkt des Wechselrichters bestimmt. Bei der rechteckförmig gespeisten PM-SM treten — wie diskutiert — zusätzliche Harmonische in den Drehmomenten auf (siehe auch Kap. 16.6.5).

16.6.5 Feldschwächbereich der PM-Maschine ohne Reluktanzeinflüsse

Wie bereits in Kap. 16.6.1 ausgeführt, sind PM-Maschinen besonders vorteilhaft einzusetzen, wenn nur der Ankerstellbereich genutzt wird. Wie allerdings in Abb. 16.55 gezeigt wird, kann durch Wahl von $I_d < 0$ auch ein Gegenfeld zum Feld der Permanentmagnete erzeugt werden, das das resultierende Gesamtfeld schwächt. Diese Feldschwächung muß allerdings im allgemeinen durch einen erhöhten Wicklungs- und damit Umrichterstrom erkauft werden.

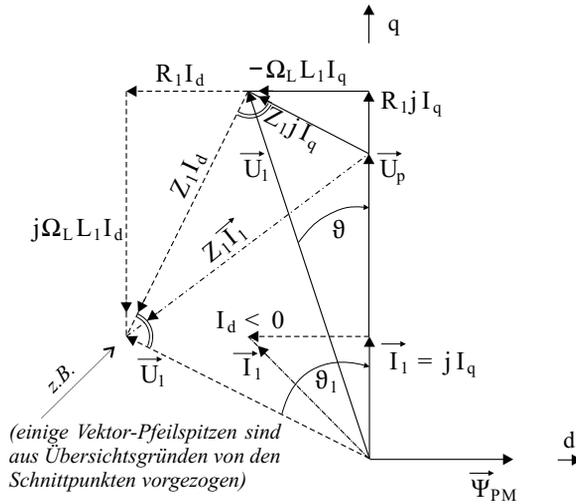


Abb. 16.55: Zeigerdiagramm der PM-Maschine

Die Feldschwächung kann auch erreicht werden, wenn die Permanentmagnete nicht für den Nennfluß sondern nur einen geringeren Fluß, z.B. einen mittleren Fluß, ausgelegt sind. In diesem Fall muß dann eine zusätzliche Erregerwicklung konstruktiv vorgesehen werden, oder es wird ein Strom $I_d \geq 0$ als Erregerstrom eingepreßt, um den Nennfluß zu erreichen, und ein Strom $I_d \leq 0$, um den minimalen Fluß zu erreichen. Damit müssen sowohl die Maschinenwicklungen als auch der Umrichter auf den erhöhten Strom $I_1 = \sqrt{I_d^2 + I_q^2}$ ausgelegt werden.

Eine andere Variante dieser Lösung sind die Transversalflußmaschinen, bei denen das Leistungsgewicht und das Leistungsvolumen auf Grund der hohen Polpaarzahl deutlich günstiger sind als bei Asynchronantrieben [57–61].

In Kap. 16.6.1, in dem die Steuerbedingungen erläutert wurden, war gezeigt worden, daß am vorteilhaftesten die Stromkomponenten $I_d = 0$ und $I_q \neq 0$ gewählt werden sollten. Da die induzierte Polradspannung \vec{U}_p um 90° el. gegenüber $\vec{\Psi}_{PM}$ voreilt, muß somit die Grundschiwingung von \vec{I}_1 in Phase zur Grundschiwingung von \vec{U}_p gehalten werden, wenn das maximale Drehmoment bei geringstem Statorstrom erzielt werden soll. Mit zunehmender Drehzahl der Maschine wird somit aufgrund von $\Psi_{PM} = \text{const.}$ die induzierte Spannung linear zunehmen und daher mit zunehmender Drehzahl die Einprägung des Stroms I_q erschweren.

Aus Abb. 16.55 ist weiterhin zu entnehmen, daß zwischen \vec{U}_1 und \vec{U}_p aufgrund der Spannungsabfälle am Statorwiderstand R_1 und an der Statorinduktivität L_1 mit zunehmender Belastung ein zunehmender Winkel ϑ festzustellen ist ($\vartheta = \angle \vec{U}_1, \vec{U}_p$). Wenn nun zusätzlich $I_d < 0$ gewählt wird, dann wird der Winkel ϑ weiter zunehmen. Die Feldschwächung kann somit erreicht werden, indem der resultierende Stromblock — resultierend aus $I_d \neq 0$ und $I_q \neq 0$ — mit zunehmender Feldschwächung der Polradspannung \vec{U}_p voreilt bzw. indem I_d

feldschwächend vergrößert wird. Allgemein gilt somit:

$$\Psi_{res} = \Psi_{PM} + L_d \cdot I_d \quad (16.323)$$

Soweit die prinzipiellen Überlegungen, die sowohl für die sinusförmig als auch die rechteckförmig gespeiste PM-Maschine gelten.

Bei der Realisierung des Feldschwächbetriebs sind nun allerdings grundsätzliche Unterschiede zu beachten. Wie schon mehrfach betont, werden bei der sinusförmig gespeisten Maschine immer in allen drei Phasen Ströme fließen; dies bedeutet, daß alle drei Phasen der PM-Maschine kontinuierlich mit dem Zwischenkreis verbunden sind. Bei der rechteckförmig gespeisten Maschine sind dagegen im Ankerstellbereich jeweils nur zwei Phasen der PM-Maschine mit dem Zwischenkreis verbunden; die dritte Phase ist somit stromfrei.

Bei hohen Drehzahlen der rechteckförmig gespeisten PM-Maschine kann nun durch die hohe induzierte Spannung \vec{U}_p in der normalerweise nicht stromführenden Phase doch ein Stromfluß über die Freilaufdioden des Umrichters erfolgen. Dies ist ein wesentlicher Unterschied zu der sinusförmig gespeisten Maschine, der sich auf den erzielbaren Momentverlauf bei hohen Drehzahlen auswirkt.

Ohne jetzt im Detail auf die Berechnung der erzielbaren Drehzahl, des erzielbaren Drehmoments bei gegebener Zwischenkreisspannung und Voreilwinkel ϑ sowie die zu tolerierenden Momentpulsationen und den zur Verfügung zu stellenden Statorstrom einzugeben, sollen einige typische Ergebnisse aufgezeigt werden.

Der Winkel κ ist dabei als Winkel zwischen der induzierten Spannung \vec{U}_p und der voreilenden Grundschwingung des Stroms definiert und gilt als Maß für die Feldschwächung. Abbildung 16.56 zeigt einen direkten Vergleich zwischen beiden Betriebsarten bei unterschiedlichen Winkeln κ . Es ist zu erkennen, daß mit der sinusförmig gespeisten PM-Maschine bei $\kappa > 0$ ein größerer Drehmoment-Drehzahlbereich abgedeckt wird, daß allerdings bei $\kappa = 0$ der Drehmoment-Drehzahlbereich bei dieser Betriebsart wesentlich geringer ist als bei der rechteckförmig gespeisten Maschine.

Ebenso günstiger hinsichtlich des Drehzahlbereichs verhält sich die sinusförmig gespeiste Maschine bei den Drehzahlpulsationen (Abb. 16.57); dies gilt nicht bezüglich des maximal erzeugbaren Moments.

Dies gilt auch für die sinusförmig gespeiste Maschine, wenn das Verhältnis von erzeugtem Drehmoment zu notwendigem Strom betrachtet wird (Abb. 16.58).

Umgekehrt kann festgestellt werden, daß bei $\kappa = 0$ sich die rechteckförmig gespeiste PM-Maschine günstiger verhält als die sinusförmig gespeiste Maschine. Wenn der Statorwiderstand der Maschine erhöht wird, dann verbessert sich dagegen das mittlere Moment bei der sinusförmig gespeisten Maschine auch bei $\kappa = 0$. Ansonsten verhalten sich die Maschinen bei beiden Betriebsarten hinsichtlich der Empfindlichkeit auf Änderungen anderer Maschinenparameter gleich.

Die Feldschwächung durch den Strom I_d kann nicht beliebig erfolgen, einerseits, wie bereits beschrieben, weil die Stator- und damit die Wechselrichterströme ansteigen. Andererseits kann aber auch das Magnetmaterial dauerhaft entmagnetisiert werden; dies ist absolut unerwünscht.

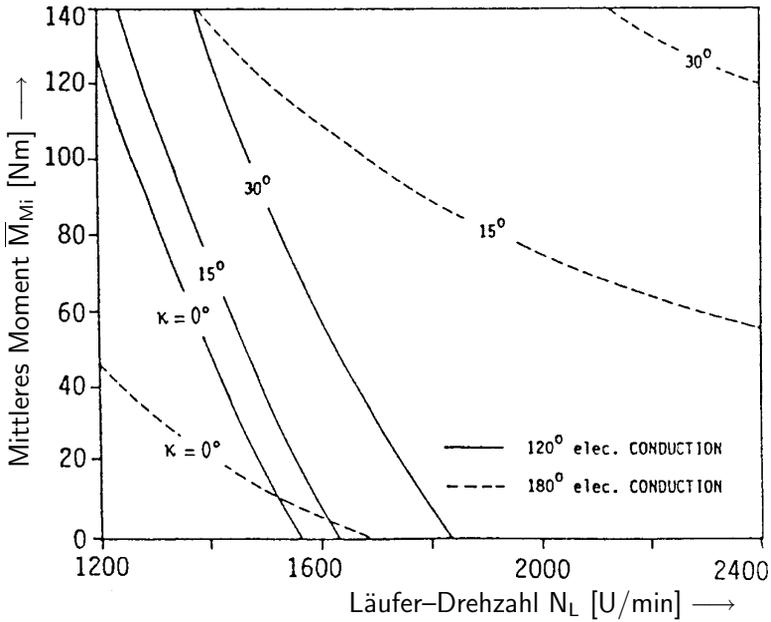


Abb. 16.56: Drehmoment für eine rechteckförmig (120° conduction) bzw. sinusförmig (180° conduction) gespeiste Maschine abhängig von der Drehzahl und dem Winkel κ

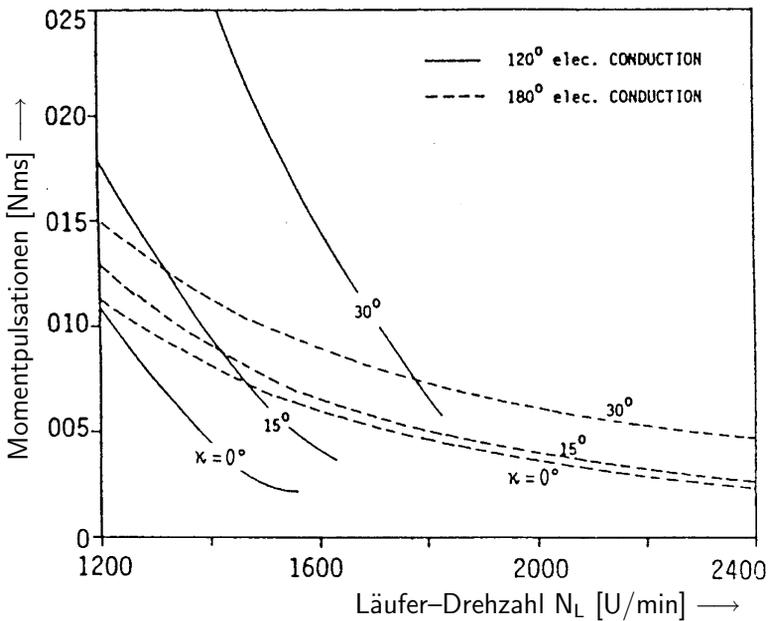


Abb. 16.57: Drehmomentpulsationen für eine rechteckförmig (120° conduction) bzw. sinusförmig (180° conduction) gespeiste Maschine abhängig von der Drehzahl und dem Winkel κ

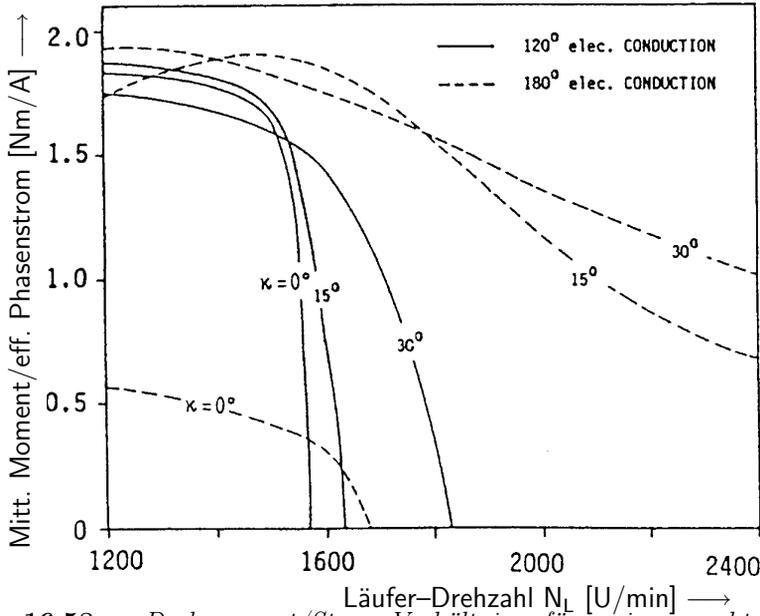


Abb. 16.58: Drehmoment/Strom-Verhältnis für eine rechteckförmig (120° conduction) bzw. sinusförmig (180° conduction) gespeiste Maschine abhängig von der Drehzahl und dem Winkel κ

Grundsätzlich muß zwischen verschiedenen Magnetmaterialien unterschieden werden: Ferrite, Alnico- und Seltene-Erden-Magnete (Abb. 16.59).

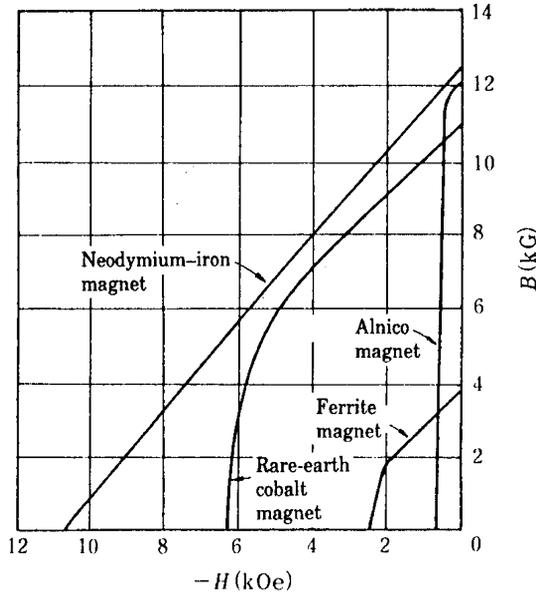


Abb. 16.59: Hysteresekennlinie von Permanentmagnet-Materialien

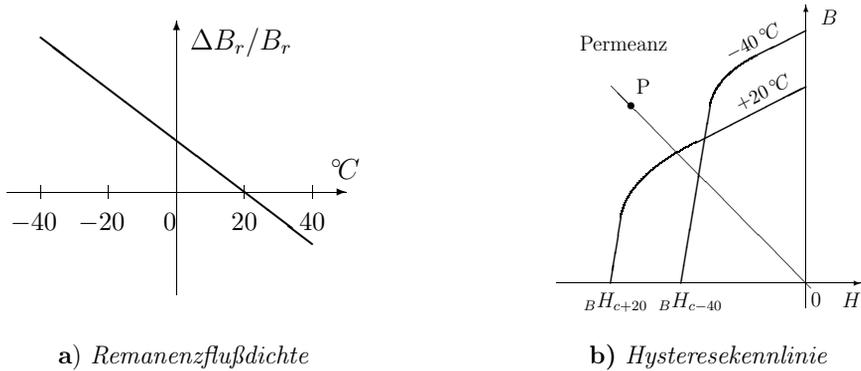


Abb. 16.60: Temperaturverhalten von Ferriten

Diese Aussage und der Feldschwächbetrieb sollen im folgenden genauer besprochen werden. Gewünscht ist für PM-Maschinen ein möglichst großes B zu H -Gebiet im 2. Quadranten der $B(H)$ -Hysteresekennlinie des Magneten. Beispielsweise hat Alnico eine große Remanenzinduktion B_r ($H = 0$), aber nur eine kleine Koerzitivfeldstärke ${}_B H_c$ ($B = 0$). Im Gegensatz dazu haben die Magnet-Werkstoffe Samarium-Cobalt (Sm-Co) oder das noch günstigere Neodym-Bor-Eisen (Nd-Fe-B) sowohl eine große Remanenzinduktion als auch eine große Koerzitivfeldstärke, und es besteht ein praktisch linearer Abfall von B über H im ganzen 2. Quadranten.

Außerdem muß noch das Temperaturverhalten der Magnetmaterialien beachtet werden (Abb. 16.60): Mit fallender Temperatur nimmt $\Delta B_r/B_r$ zu (Abb. 16.60a) und zugleich ändert sich die die Form der Hysteresekennlinie, wobei bei Ferriten $|{}_B H_c|$ deutlich abnimmt (Abb. 16.60b), bei Seltenen-Erden-Magneten dagegen nur minimal. Die Funktion der Geraden \overline{OP} , die die Kennlinie des magnetischen Leitwerts (bei einem im magnetischen Kreis vorhandenen Luftspalt) darstellt, wird aus den Erläuterungen zu Abb. 16.61 verständlich. Diese Unterschiede sollen im folgenden näher diskutiert werden [103].

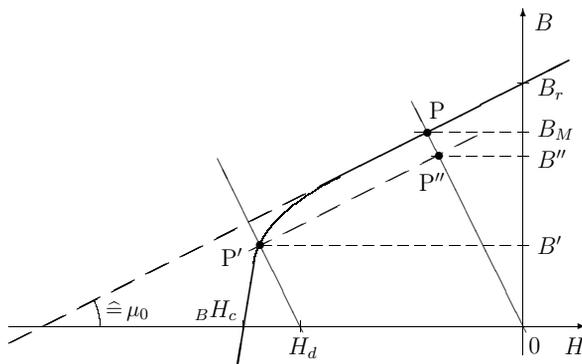


Abb. 16.61: Entmagnetisierung durch Gegenfeld

Wird der Magnet in einen magnetischen Kreis ohne Luftspalt eingebaut, dann bildet sich bei $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$ die Remanenzinduktion B_r (Flußdichte) bei der magnetischen Feldstärke $H = 0$ aus (Abb. 16.61). Wenn wir den magnetischen Kreis einer PM-Maschine betrachten, dann besteht der magnetische Kreis aus dem Stator, zwei Ersatzluftspalte $2\delta''$ (δ'' berücksichtigen die Nutung und den magnetischen Spannungsabfall im Eisen) jeweils mit der relevanten Fläche A_L , den zwei Permanentmagneten jeweils der Höhe l_M und der Fläche A_M , sowie dem Rotor. Wir nehmen weiterhin $\mu_{Fe} \rightarrow \infty$ an. Es gilt:

$$\Psi_M = B_M \cdot A_M \tag{16.324}$$

$$\Psi_L = B_L \cdot A_L \tag{16.325}$$

Die Permanentmagneten seien nicht streuungslos eingebaut:

$$\Psi_M = \Psi_L + \Psi_\sigma = \Psi_L \cdot \left(1 + \frac{\Psi_\sigma}{\Psi_L}\right) = \Psi_L \cdot (1 + \sigma) \tag{16.326}$$

Gleichung (16.325) nach B_L aufgelöst und Ψ_L aus (16.326) ergibt:

$$B_L = \frac{\Psi_L}{A_L} = \frac{\Psi_M}{(1 + \sigma) \cdot A_L} = B_M \cdot \frac{A_M}{(1 + \sigma) \cdot A_L} \tag{16.327}$$

Da wir den Feldschwächvorgang untersuchen wollen, müssen wir zusätzlich die elektrische Durchflutung $\Theta_d = w \cdot I_d$ (magnetische Quellenspannung) berücksichtigen, es gilt allgemein:

$$\Theta = w \cdot I = \sum_j H_j \cdot l_j \text{ und } \Psi = \frac{\Theta}{\sum_j R_{mj}} \text{ mit } R_{mj} = \frac{l_j}{\mu_0 \mu_{rj} A_j} \tag{16.328}$$

$$\Theta_d = w \cdot I_d = 2 \cdot l_M \cdot H_M + 2 \cdot \delta'' \cdot H_L \tag{16.329}$$

Um die magnetische Feldstärke H_L aus der Gleichung (16.329) zu eliminieren, wird angesetzt:

$$H_L = \frac{B_L}{\mu_0} \tag{16.330}$$

mit B_L aus (16.327) ergibt sich

$$H_L = \frac{B_M}{\mu_0} \cdot \frac{A_M}{(1 + \sigma) \cdot A_L} \tag{16.331}$$

Gleichung (16.329) nach H_M aufgelöst und H_L aus (16.331) eingesetzt:

$$H_M = \frac{\Theta_d}{2 \cdot l_M} - \frac{\delta''}{l_M} \cdot \frac{B_M}{\mu_0} \cdot \frac{A_M}{(1 + \sigma) \cdot A_L} \tag{16.332}$$

Damit ergibt sich die Gleichung der Scherungsgeraden

$$H_M = \frac{\Theta_d}{2 \cdot l_M} - N_M \cdot \frac{B_M}{\mu_0} \tag{16.333}$$

mit dem Entmagnetisierungsfaktor N_M

$$N_M = \frac{\delta''}{l_M} \cdot \frac{A_M}{(1 + \sigma) \cdot A_L} \quad (16.334)$$

Gleichung (16.333) nach B_M aufgelöst

$$B_M = \frac{\Theta_d \cdot \mu_0}{2 \cdot l_M \cdot N_M} - H_M \cdot \frac{\mu_0}{N_M} = \frac{1}{N_M} \cdot \left(\frac{\Theta_d \cdot \mu_0}{2 \cdot l_M} - H_M \cdot \mu_0 \right) \quad (16.335)$$

Wir betrachten nun die Entmagnetisierung ($B_M = 0$) durch eine Feldschwächung mit Θ_d

$$0 = \frac{1}{N_M} \cdot \left(\frac{\Theta_d \cdot \mu_0}{2 \cdot l_M} - H_M \cdot \mu_0 \right) \quad (16.336)$$

$$\Theta_d = H_M \cdot 2 \cdot l_M \quad (16.337)$$

Die lineare Entmagnetisierungskennlinie lautet (Abb. 16.62):

$$B_M = B_r + \mu_0 \cdot \mu_{rM} \cdot H_M \quad (16.338)$$

Daraus ergibt sich der Schnittpunkt mit der H_M -Achse

$$H_c = \frac{-B_r}{\mu_0 \cdot \mu_{rM}} \quad (16.339)$$

und der Schnittpunkt der linearen Entmagnetisierungskennlinie (16.338) mit der Scherungsgeraden (16.333)

$$B_M = \frac{B_r + \mu_0 \cdot \mu_{rM} \cdot \Theta_d / (2 \cdot l_M)}{1 + N_M \cdot \mu_{rM}} \quad (16.340)$$

Aus Abb. 16.62 ist zu entnehmen, dass sich der Arbeitspunkt AP_1 ergibt bei $\Theta_d = 0$ und $\delta'' = \delta_1''$. Mit zunehmenden Luftspalt $\delta_2'' > \delta_1''$ und $\Theta_d = 0$ wird H_M größer und somit B_M kleiner. Bei $\Theta_d > 0$ wird der AP_3 und für $\Theta_d < 0$ der AP_4 erzielt. Da in Abb. 16.62 eine lineare Entmagnetisierungskennlinie – wie in Abb. 16.59 beim Neodymium Eisen dargestellt – angenommen wurde, kann Θ_d ohne Schädigung des Permanentmagneten im Betriebsbereich bis $B_M = 0$ realisiert werden. In Abb. 16.61 und Abb. 16.59 ist dagegen eine nichtlineare Entmagnetisierungskennlinie – wie bei rare-earth-cobalt Magneten – angenommen. Aus dieser Abbildung ist zu entnehmen, dass eine Schädigung eintritt, wenn beispielsweise bis P' entmagnetisiert wird, denn B_M verringert sich von B_M auf B'' . Es empfiehlt sich daher, diese Frage mit dem Maschinenhersteller abzuklären.

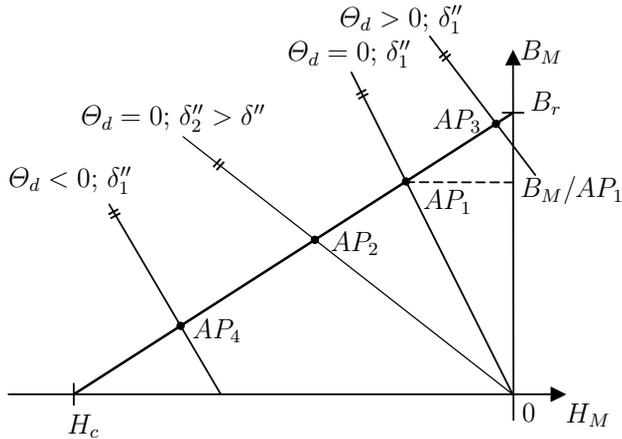


Abb. 16.62: Flussdichte B_M als Funktion von Ψ_M und Θ_d ; lineare Entmagnetisierungskennlinie

16.7 PM-Maschine mit Reluktanzeinflüssen

In den vorherigen Kapiteln wurden die Gleichungen, die Signalflusspläne sowie die Steuerung und Regelung der PM-Drehfeldmaschine behandelt mit der Annahme, dass die Maschine mit $I_d = 0$ betrieben wird, symmetrisch im Rotor aufgebaut ist und damit keine Reluktanzerscheinungen aufweisen kann.

Nun kann die PM-Drehfeldmaschine aber auch so aufgebaut sein, dass $L_d \neq L_q$ ist und somit die Reluktanzeinflüsse nicht zu vernachlässigen sind. Durch gezielte Auslegung auf einen hohen Reluktanzanteil kann eine hohe Leistungsdichte erzielt werden. Ein weiterer Vorteil ergibt sich dadurch, dass bei sonst gleichen Leistungsdaten für die reluktanzbehaftete Maschine ein geringerer Permanentfluss als bei der symmetrischen permanentenerregten Synchronmaschine erforderlich ist, wodurch die Wirbelstromverluste reduziert werden können. Damit kann mit diesem Maschinentyp im Teillastbereich bei hohen Drehzahlen ein besserer Wirkungsgrad erzielt werden. Für Hybridfahrzeuge mit leistungsverzweigender Struktur, in denen eine relativ hohe elektrische Leistung installiert sein muss, um die Kraftübertragung sicherzustellen, in gängiger Fahrzyklen jedoch meist nur eine geringe Leistung abgerufen wird und die Drehzahl des Elektromotors nicht frei wählbar ist, ist dieser Maschinentyp daher besonders interessant [316]. Die Steigerung der Leistungsdichte macht den Einsatz grundsätzlich in allen mobilen Anwendungen mit Platz- und Gewichtsbeschränkungen wie elektrische PKW-Antriebe interessant [286].

Eine elektrische Maschine mit nur ausgeprägter Rotorkonstruktion (Reluktanzeffekt) ist im Rotor wesentlich einfacher aufzubauen als ein Rotor einer Asynchronmaschine mit Kurzschlusskäfig oder mit ausgeführten Wicklungen und Schleifringen oder mit einer Erregerwicklung wie bei einer Synchronmaschine. Es verbleiben noch die Statorwicklungen. Eine symmetrisch aufgebaute Dreiphasenwicklung wie bei der Asynchronmaschine oder wie bei der Synchronmaschine er-

möglichst einen umlaufenden Strombelag (Strom-Raumzeiger) und erlaubt damit, einen umlaufenden Fluss-Raumzeiger zu erzeugen. Ein derartig umlaufender Raumzeiger mit konstanter Amplitude erzeugt aber deutlich geringere Eisenverluste als ein Fluss, der auf- und abgebaut wird, wie bei einer geschalteten Reluktanzmaschine (Switched Reluctance Machine). Außerdem wird durch den Auf- und Abbau der räumlich fest orientierten Flüsse bei der Switched-Reluctance-Maschine dynamisch eine Verzögerung zu beobachten sein, die den realisierbaren Drehzahlbereich einschränkt. Damit ergibt sich die Möglichkeit, eine Maschine mit Dreiphasenwicklung im Stator und einem Rotor in ausgeprägter Konstruktion als besonders einfache Synchronmaschine zu nutzen [283] („synchrone“ Reluktanzmaschine). Die Ausnutzung dieser Maschine ist aber nur mäßig (siehe auch [57–61]). Für anspruchsvolle Anforderungen wird daher im Allgemeinen nicht auf den Permanentfluss verzichtet.

Aus Kapitel 16.1 der PM-Drehfeldmaschine können die in diesem Falle gültigen Gleichungen übertragen werden:

$$\frac{d\Psi_d}{dt} = U_d - R_1 \cdot I_d + \Omega_L \cdot \Psi_q \quad (16.341)$$

$$\frac{d\Psi_q}{dt} = U_q - R_1 \cdot I_q - \Omega_L \cdot \Psi_d \quad (16.342)$$

$$\Psi_d = \Psi_{PM} + L_d \cdot I_d \quad (16.343)$$

$$\Psi_q = L_q \cdot I_q \quad (16.344)$$

$$\Psi_0 = \sqrt{\Psi_d^2 + \Psi_q^2} = \sqrt{(L_d I_d + \Psi_{PM})^2 + (L_q I_q)^2} \quad (16.345)$$

$$M_{Mi} = \frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot \left(\Psi_{PM} \cdot I_q + (L_d - L_q) \cdot I_d \cdot I_q \right) \quad (16.346)$$

$$\Theta \cdot \frac{d\Omega_m}{dt} = M_{Mi} - M_W \quad (16.347)$$

$$\Omega_L = Z_p \cdot \Omega_m \quad (16.348)$$

Abbildung 16.63 zeigt analog zu Abb. 16.47 das Raumzeigerdiagramm für eine reluktanzbehaftete PM-Maschine im stationären Zustand.

Aus der Drehmomentgleichung (16.346) ist zu erkennen, dass der erste Term nur von I_q und der zweite Term aufgrund der Reluktanz sowie I_d und I_q erzeugt wird.

Wenn nun wie in den vorherigen Untersuchungen außerhalb des Feldschwächbetriebs $I_d = 0$ vorausgesetzt werden kann, dann ist in der Momentgleichung der Reluktanzeinfluss nicht vorhanden. Entsprechend ist dann $\Psi_d = \Psi_{PM}$, und es verbleiben die Rückwirkungen des drehmomentbildenden Stroms I_q bzw. von Ψ_q auf die Statorspannungen. Wenn nun aber dem Motor nicht die Ströme $I_d = 0$ und $I_q \neq 0$, sondern die Spannungen eingeprägt werden, dann kann beispielsweise $U_d = 0$ und $U_q \neq 0$ gesetzt werden.

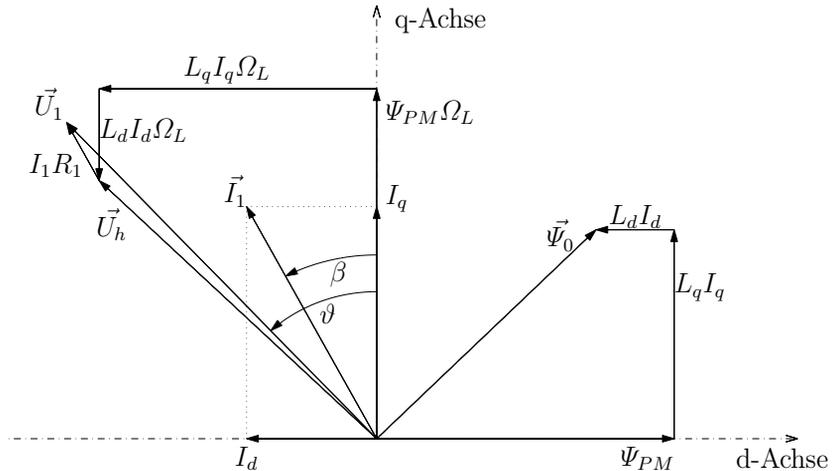


Abb. 16.63: Vektordiagramm im d-q-Koordinatensystem für die PM-Maschine mit Reluktanz im stationären Zustand

In diesem Fall besteht im stationären Zustand zwischen den Strömen die Beziehung (Gl. (16.294) und (16.297) in Kap. 16.6.1):

$$I_d = \frac{\Omega_L \cdot L_q}{R_1} \cdot I_q \tag{16.349}$$

Damit enthält die Drehmomentgleichung

$$M_{Mi} = \frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot \left(\Psi_{PM} \cdot I_q + (L_d - L_q) \cdot \frac{\Omega_L \cdot L_q}{R_1} \cdot I_q^2 \right) \tag{16.350}$$

einen Term nur mit I_q und einen weiteren Term mit $\Omega_L I_q^2$, d.h. die Drehmomentgleichung ist nichtlinear in I_q . In gleicher Weise enthält die Spannungsgleichung einen Term in Ω_L und einen weiteren Term in $\Omega_L^2 I_q$, d.h. diese Gleichung ist ebenso nichtlinear:

$$U_q = R_1 \cdot I_q + \Omega_L \cdot \Psi_{PM} + \Omega_L^2 \cdot \frac{L_d \cdot L_q}{R_1} \cdot I_q \tag{16.351}$$

Aus diesen Gleichungen ist zu erkennen, dass bei der Vorgabe der Spannungen $U_d = 0$ und $U_q \neq 0$ trotzdem über die Verkopplungen der d- und q-Komponenten sich ein Strom $I_d = \Omega_L I_q L_q / R_1$ ausbildet, d.h. ein Strom I_d , der von I_q gesteuert wird. Aufgrund dieses Effekts wird daher die Gleichung für die Spannung U_q abhängig von Ω_L und Ω_L^2 , die Drehmomentgleichung abhängig von I_q aber auch von $\Omega_L I_q^2$. Der Vorteil, das zusätzliche Reluktanzmoment zu nutzen, wird mit dem Nachteil der nichtlinearen Gleichungen und damit den variablen Polstellen des Systems erkauft.

Daher kann ein linearer Reglerentwurf aufgrund der nichtlinearen Gleichungen für das Moment und die Statorspannung nur in einem vorgegebenen Arbeitspunkt die gewünschten Ergebnisse erbringen.

Ziel der Überlegungen muß deshalb sein, Regelungsstrukturen zu finden, die einerseits das Reluktanzmoment nutzen können und andererseits stabile und vorgebbare dynamische Eigenschaften des geregelten Systems im ganzen Betriebsbereich ermöglichen.

Beispielsweise könnte für die Spannungen folgendes Steuergesetz vorgegeben werden:

$$U_d = V_d - \Omega_L \cdot L_q \cdot I_q + R_1 \cdot I_d \quad (16.352)$$

$$U_q = V_q + \Omega_L \cdot L_d \cdot I_d \quad (16.353)$$

Durch dieses Steuergesetz für die Spannungen, das eine Entkopplung der d- und q-Komponenten bewirkt, ergibt sich für die ursprünglichen Gleichungen:

$$\frac{d\Psi_d}{dt} = V_d \quad (16.354)$$

$$\frac{d\Psi_q}{dt} = V_q - R_1 \cdot I_q - \Omega_L \cdot \Psi_{PM} \quad (16.355)$$

$$\Psi_d = \Psi_{PM} + L_d \cdot I_d \quad (16.356)$$

$$\Psi_q = L_q \cdot I_q \quad (16.357)$$

Da Ψ_{PM} konstant ist, kann einerseits über V_d die Änderung von Ψ_d und damit auch die Änderung von I_d eingestellt werden, ohne dass eine Rückwirkung zu Ψ_q und V_q besteht. Andererseits kann über V_q die Änderung von Ψ_q und I_q eingestellt werden, ohne dass Ψ_d und damit I_d beeinflusst wird. Damit kann das Drehmoment sowohl über V_q und I_q (erster Term der Drehmomentgleichung) als auch über V_d und I_d (zweiter Term, Reluktanzanteil) eingestellt werden. Die Spannungsvorgabe stellt eine einfache Methode den Reluktanzeffekt zumindest teilweise zu nutzen dar. Im Folgenden werden für die verschiedenen Betriebsbereiche systematisch die optimalen Steuerbedingungen vorgestellt.

Wie bereits in Kap. 13.4.4 und Kap. 13.8 für die Asynchronmaschine sowie in Kap. 16.3.4 und Kap. 16.5.6 für die Synchronmaschine und weiterhin in Kap. 16.6.5 für permanentmagneterregte Synchronmaschinen dargestellt, besteht außer dem Ankerstellbereich auch noch der Feldschwächbereich bei Drehfeldmaschinen. Prinzipiell ist weiterhin aus [57–61], Abb. 3.44 bekannt, dass es bei der Gleichstrom-Nebenschlußmaschine drei Betriebsbereiche gibt. Es besteht nun die Frage, ob dies auch auf Drehfeldmaschinen übertragbar ist. Auf die weiteren regelungstechnischen Fragestellungen (dynamische Betrachtungen) in Kap. 7.2 sei zusätzlich verwiesen.

Wie schon angemerkt, ist die Feldschwächung bei permanentmagneterregten Synchronmaschinen eine Problematik des verwendeten Magnetmaterials. Wie aus Abb. 16.59 zu entnehmen ist, wird das Material Alnico relativ schnell demagnetisiert. Wenn stattdessen angenommen wird, dass das Material Neodymium-Eisen verwendet wird, dann ist der Feldschwächbereich realisierbar. Eine andere Möglichkeit ist es, durch zusätzliche Barrieren bzw. eingebettete Magnete [317]

oder besondere Magnetformen [348] Feldschwächung zu ermöglichen. Es fragt sich nun allerdings, wie der Bereich der Feldschwächung am vorteilhaftesten realisiert werden soll, wenn die folgenden Randbedingungen bestehen: erstens maximaler Strom $I_{1,max}$ der Maschine bzw. des Wechselrichters, zweitens maximale Spannung $U_{1,max}$ der Maschine bzw. des Wechselrichters und drittens das Ziel, ein maximal erreichbares Verhältnis von Statorstrom zu Drehmoment zu erreichen. Diese Fragestellung werden in [333] und dem sehr umfassenden Beitrag [332] ausführlich abgehandelt. Durch spezielle Realisierungen lassen sich vorteilhafte Effekte bezüglich der online benötigten Rechenzeit bzw. für verschiedene Maschinenparametrierungen erreichen wie in diversen Beiträgen wie [342], [380] oder [274] dargestellt.

Im Ankerstellbereich stellt die Spannungsbegrenzung im stationären Fall keine Einschränkung dar, weshalb beim Betrieb rein auf optimale Ausnutzung bezüglich des Stroms geachtet werden muss. Dies führt zu der Betriebsweise mit maximalem Moment pro Ampere (MMPA) oder bei Berücksichtigung der Eisenverluste in der Maschine zu der Verlustminimierung (VM). Im Feldschwächbereich wird die Spannungsbegrenzung relevant und muss mit berücksichtigt werden. Dies führt zum Betrieb mit maximalem Moment pro Volt (MMPV), wenn nur die Spannungsgrenze wirksam ist, beziehungsweise zum Feldschwächbetrieb unter Beachtung von Strom- und Spannungsgrenze.

16.7.1 Maximales Moment pro Ampere

Der dominante Verlustanteil entsteht — insbesondere im niedrigen Drehzahlbereich — in der Maschine in der Regel durch die Kupferverluste und steigt somit quadratisch mit dem Maschinenstrom. Auch die Schalt- und Durchlassverluste im Wechselrichter steigen mit dem Wechselrichterstrom. Daher wird angestrebt, das gewünschte Moment im jeweiligen Betriebspunkt mit dem minimal möglichen Strom zu erzeugen, beziehungsweise mit einem gegebenen Strom das maximal mögliche Moment zu erzielen.

Dies führt zur Formulierung eines Optimierungsproblems mit maximalem Drehmoment als Zielfunktion und der Nebenbedingung konstanten Strombetrags in Form einer Lagrange-Funktion [51]. Da das Moment maximiert werden soll (motorischer Betrieb), wird die Zielfunktion $f(I_d, I_q)$ aus der negativen Drehmomentgleichung (16.346) zu

$$f(I_d, I_q) = -\frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot (\Psi_{PM} \cdot I_q + (L_d - L_q) \cdot I_d \cdot I_q) \quad (16.358)$$

bestimmt, so dass ein Minimierungsproblem entsteht. Die Gleichungsnebenbedingung $c(I_d, I_q)$ nämlich einen konstanten Statorstrombetrag

$$I_1 = \sqrt{I_d^2 + I_q^2} \quad (16.359)$$

einzuhalten wird folgendermaßen formuliert:

$$c(I_d, I_q) = I_1^2 - I_d^2 - I_q^2 \quad (16.360)$$

Aus der Zielfunktion und der Nebenbedingung wird nun die Lagrange-Funktion L (entspricht Gütefunktional J) entwickelt.

$$\begin{aligned} L &= -\frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot (\Psi_{PM} \cdot I_q + (L_d - L_q) \cdot I_d \cdot I_q) \\ &\quad + \lambda \cdot (I_1^2 - I_d^2 - I_q^2) \end{aligned} \quad (16.361)$$

Zur Bestimmung des Minimums der Lagrange-Gleichung wird diese nach den beiden Stromkomponenten I_d und I_q sowie nach λ abgeleitet.

$$\frac{\partial L}{\partial I_d} = -\frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot (L_d - L_q) \cdot I_q - 2 \cdot \lambda \cdot I_d \quad (16.362)$$

$$\frac{\partial L}{\partial I_q} = -\frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot (\Psi_{PM} + (L_d - L_q) \cdot I_d) - 2 \cdot \lambda \cdot I_q \quad (16.363)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = I_1^2 - I_d^2 - I_q^2 \quad (16.364)$$

Null setzen der Gleichungen (16.362) und (16.363) und Auflösen nach λ ergibt

$$\lambda = -\frac{3 \cdot Z_p \cdot (L_d - L_q) \cdot I_q}{4 \cdot I_d} \quad (16.365)$$

$$\lambda = -\frac{3 \cdot Z_p \cdot (\Psi_{PM} + (L_d - L_q) \cdot I_d)}{4 \cdot I_q} \quad (16.366)$$

Wird Gleichung (16.364) zu Null gesetzt, so ergibt sich die einzuhaltende Gleichungsnebenbedingung. Durch Gleichsetzen der Gleichungen (16.365), (16.366)

$$\frac{3 \cdot Z_p \cdot (L_d - L_q) \cdot I_q}{4 \cdot I_d} = \frac{3 \cdot Z_p \cdot (\Psi_{PM} + (L_d - L_q) \cdot I_d)}{4 \cdot I_q} \quad (16.367)$$

$$(L_d - L_q) \cdot I_q^2 = (\Psi_{PM} + (L_d - L_q) \cdot I_d) \cdot I_d \quad (16.368)$$

\Leftrightarrow

$$0 = I_d^2 + I_d \frac{\Psi_{PM}}{L_d - L_q} - I_q^2 \quad (16.369)$$

und Auflösen nach I_d kann die optimale Stromaufteilung im Ankerstellbereich angegeben werden.

$$I_{d,1,2} = -\frac{\Psi_{PM}}{2(L_d - L_q)} \pm \sqrt{\frac{\Psi_{PM}^2}{4(L_d - L_q)^2} + I_q^2} \quad (16.370)$$

Ob es sich bei der gefundenen Lösung um ein Maximum, ein Minimum oder einen Sattelpunkt handelt, kann mittels der notwendigen Bedingung 2. Ordnung also der zweiten Ableitung ermittelt werden.

$$\frac{\partial^2 L}{\partial^2 I_d} = -2 \cdot \lambda \tag{16.371}$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial I_d \partial I_q} = -\frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot (L_d - L_q) \tag{16.372}$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial I_q \partial I_d} = -\frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot (L_d - L_q) \tag{16.373}$$

$$\frac{\partial^2 L}{\partial^2 I_q} = -2 \cdot \lambda \tag{16.374}$$

Dazu wird die Definitheit der Matrix z.B. mittels des Sylvesterkriteriums untersucht.

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial^2 L}{\partial^2 I_d} & \frac{\partial^2 L}{\partial I_d \partial I_q} \\ \frac{\partial^2 L}{\partial I_q \partial I_d} & \frac{\partial^2 L}{\partial^2 I_q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \cdot \lambda & -\frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot (L_d - L_q) \\ -\frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot (L_d - L_q) & -2 \cdot \lambda \end{bmatrix} \tag{16.375}$$

Für ein Minimum müssen alle Koeffizienten der Matrix positiv sein. Da $L_d < L_q$ und $Z_p > 0$ sind, ist diese Bedingung für (16.372) und (16.373) bereits erfüllt. Um positive Werte für die beiden Gleichungen (16.371) und (16.374) zu erhalten muss λ negativ sein. Um dies zu untersuchen, werden die beiden Ströme $I_{d,2}$ aus Gleichung (16.370) in (16.365) eingesetzt.

$$\lambda_{1,2} = -\frac{3 \cdot Z_p \cdot (L_d - L_q) \cdot I_q}{2 \left(-\frac{\Psi_{PM}}{L_d - L_q} \pm \sqrt{\frac{\Psi_{PM}^2}{(L_d - L_q)^2} + 4 \cdot I_q^2} \right)} \tag{16.376}$$

Neben der oben genannten Bedingung $L_d < L_q$ und $Z_p > 0$ sowie der Bedingung $\Psi_{PM} > 0$ lassen sich für den motorischen Betrieb ($I_q > 0$) die folgenden Zusammenhänge für die beiden $\lambda_{1,2}$ bestimmen.

$$\lambda_1 > 0 \tag{16.377}$$

$$\lambda_2 < 0 \tag{16.378}$$

Demnach ist die zweite Lösung die Gesuchte, bei der sich — unter Einhaltung der Nebenbedingung eines konstanten Strombetrags — ein maximales Moment pro Ampere (MMPA) ergibt.

$$I_d^1 = -\frac{\Psi_{PM}}{2(L_d - L_q)} - \sqrt{\frac{\Psi_{PM}^2}{4(L_d - L_q)^2} + I_q^2} \tag{16.379}$$

Dieser Zusammenhang für maximales Moment pro Ampere im Ankerstellbereich lässt sich auch als Phasenwinkel β des Stroms (Abb. 16.63) in Abhängigkeit des Strombetrags I_1 angeben.

¹Bei Schenkelpolmaschinen ist (Abb. 16.1) ist $L_d > L_q$, bei Vollpolmaschinen (Abb. 16.16) ist $L_d = L_q$ und bei Permanentmagnet-Polschuh-Synchronmaschinen ist $L_d < L_q$. [332] [1292]

$$\beta = \arcsin \left(\frac{\Psi_{PM} - \sqrt{\Psi_{PM}^2 + 8(L_d - L_q)^2 I_1^2}}{4(L_d - L_q) I_1} \right) \quad (16.380)$$

Abbildung 16.64 zeigt die Trajektorie in der I_d - I_q -Ebene für eine beispielhafte

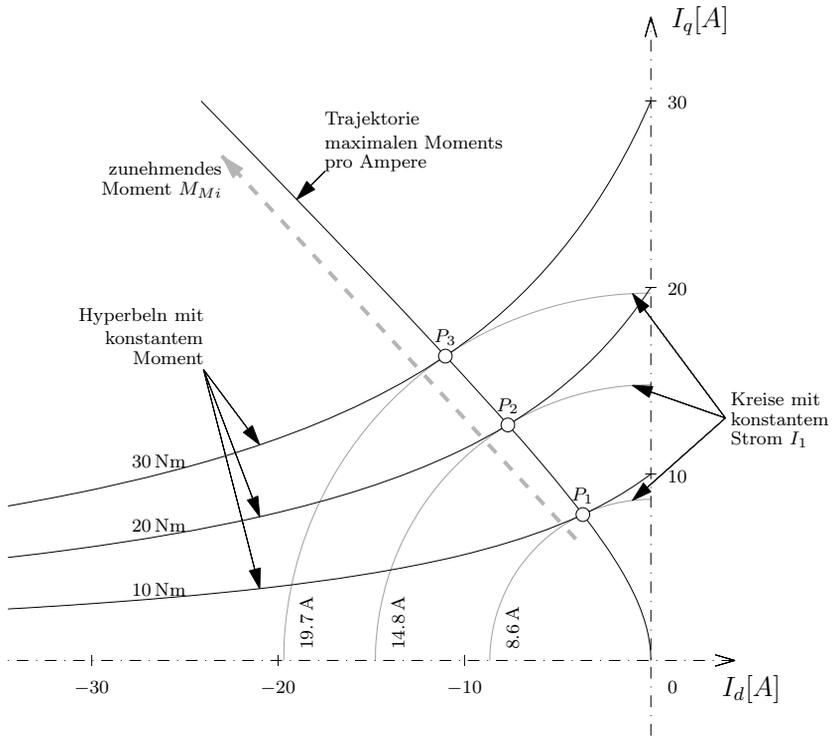


Abb. 16.64: Strom-Vektor-Trajektorie für maximales Moment pro Ampere im Ankerstellbereich

Maschine. In Abb. 16.65 sind die Ströme und der Phasenwinkel über dem Moment dargestellt. Mit zunehmender Momentenanforderung wird sowohl I_q als auch I_d betragsmäßig erhöht. In Abb. 16.64 sind zusätzlich die Linien gleichen Strombetrags, die in der I_d - I_q -Ebene konzentrische Kreise um den Ursprung darstellen, für drei verschiedene Strombeträge abgebildet. Die Linien gleichen Moments liegen hyperbelförmig in der Ebene. Die dargestellten Betriebspunkte P_1 , P_2 und P_3 stellen die Betriebspunkte mit 10, 20 bzw. 30 Nm mit dem minimalen Strombetrag dar. Alle anderen Punkte gleichen Moments liegen außerhalb des entsprechenden Stromkreises, erfordern also einen höheren Strom und sind

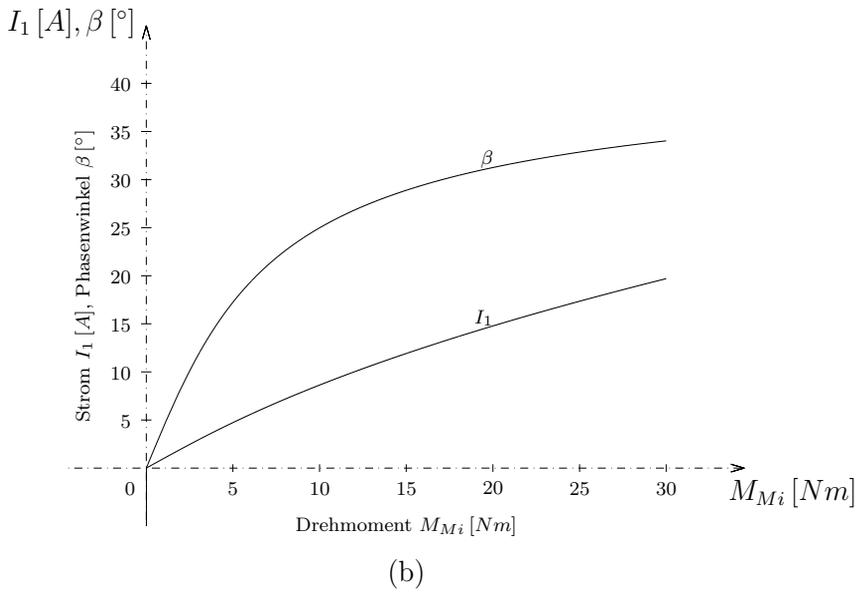
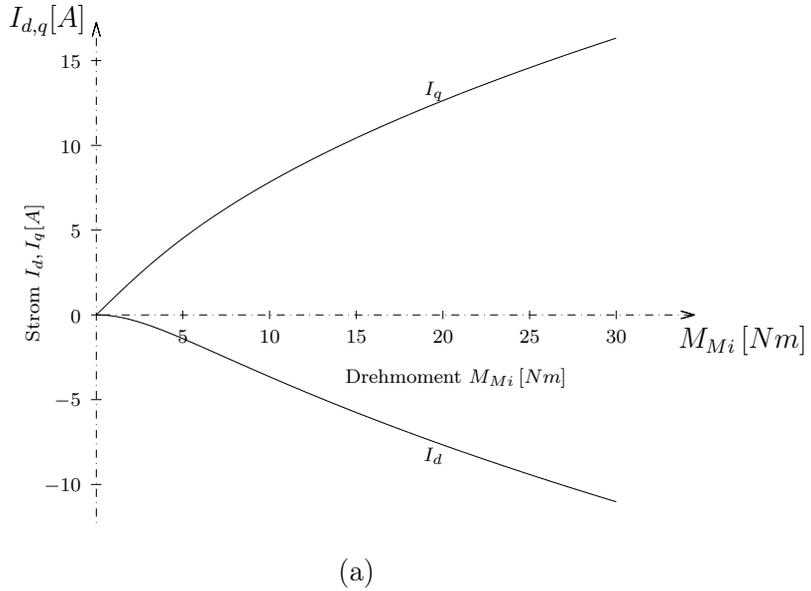


Abb. 16.65: Beispiel für Regelung auf maximales Moment im Ankerstellbereich

aus dieser Betrachtung ungünstiger. Die Linie maximalen Moments verläuft — wie zu erkennen ist — immer senkrecht zu den Linien konstanten Stroms.

Abb. 16.66 zeigt den Vergleich einer reluktanzbehafteten Maschine, die einmal mit der hier diskutierten Methode des maximalen Moments pro Ampere angesteuert wird und einmal mit $I_d = 0$, wie es bei einer Maschine ohne Reluktanzeigenschaften üblich ist. Durch die Einpägung einer negativen Stromkomponente I_d (Abb. 16.65a) kann bei gleichem Strombetrag ein höheres Moment erreicht werden, als dies bei Ansteuerung mit $I_d = 0$ der Fall wäre. Dadurch kann bei einer durch die Auslegung des Wechselrichters und auch der Statorwicklungen der Maschine gegebenen Strombegrenzung ein höheres maximales Moment erreicht werden. Weiterhin ist zu erkennen, dass durch die MMPA-Methode die Spannung an der Maschine kleiner bleibt. Dies wird durch die feldschwächende Wirkung des negativen Stromes I_d verursacht. Dadurch kann diese Steuerbedingung bis zu einer höheren Drehzahl verwendet werden als die $I_d = 0$ -Regelung. Bedingt durch den geringeren Strom werden die Schalt- und Durchlassverluste im Wechselrichter und die Kupferverluste in der Maschine verringert, wodurch ein günstigerer Wirkungsgrad erreicht wird. Durch die feldschwächende Wirkung des negativen Stroms in d-Richtung können die Eisenverluste auch reduziert werden. Im folgenden wird ein Verfahren beschrieben, in dem dies gezielt ausgenutzt wird.

16.7.2 Verlustminimierung

Neben den Leitungsverlusten im Kupfer, die durch eine Minimierung des Stroms verringert werden können, treten in einer Maschine auch Eisenverluste durch die Änderung des Flusses in den Blechpaketen auf. Will man einen maximalen Wirkungsgrad und damit auch die bestmögliche Ausnutzung des Antriebssystems erreichen, müssen die verschiedenen Verlustmechanismen betrachtet werden. Unter Umständen kann es zielführend sein, höhere Kupferverluste in Kauf zu nehmen, wenn gleichzeitig die Eisenverluste reduziert werden können. In Abb. 16.67 sind Ersatzschaltbilder für die Verluste in d- und q-Richtung gezeigt. Die Kupferverluste entstehen in dem Wicklungswiderstand R_1 . Die Eisenverluste können mit dem frequenzabhängigen Ersatzwiderstand R_c modelliert werden.

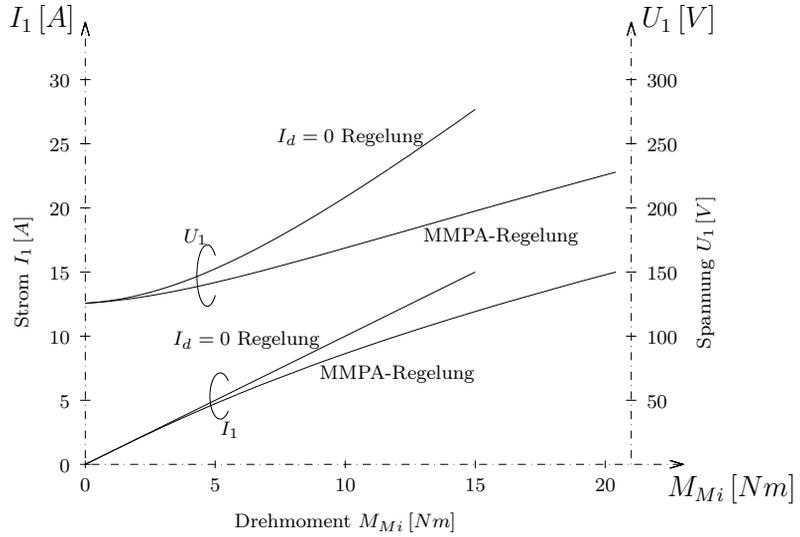
$$\frac{1}{R_c} = \frac{1}{R_{c0}} + \frac{1}{R_{c1}\Omega_L} \quad (16.381)$$

Sie können durch eine Reduzierung des Flusses verringert werden. Bei konstantem Moment ergibt sich der Strom I_q in Abhängigkeit von I_d zu

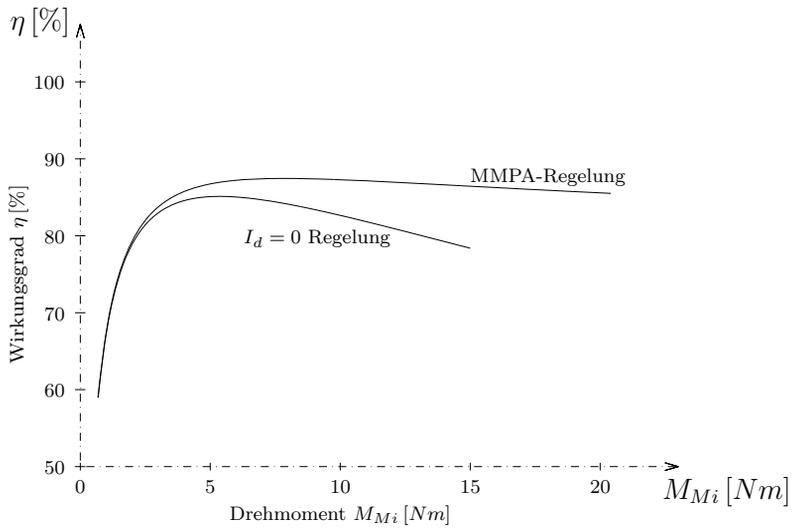
$$I_q = \frac{2 M_{Mi}}{3 Z_p (\Psi_{PM} + (L_d - L_q) I_d)} \quad (16.382)$$

Abb. 16.68 zeigt die Veränderung des verketteten Flusses

$$\Psi_0 = \sqrt{(L_d I_d + \Psi_{PM})^2 + (L_q I_q)^2} \quad (16.383)$$



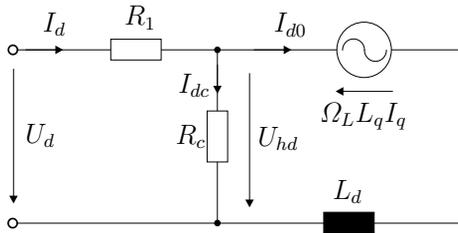
(a)



(b)

Abb. 16.66: Beispiel für Regelung auf maximales Moment im Ankerstellbereich

d-Achse:



q-Achse:

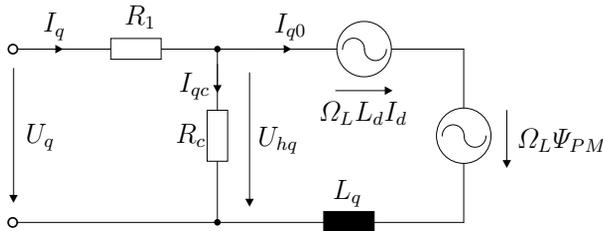


Abb. 16.67: Ersatzschaltbild Eisenverluste

und des Strombetrags

$$I_1 = \sqrt{I_d^2 + I_q^2} \quad (16.384)$$

mit dem Phasenwinkel $\beta = \arctan(-I_d/I_q)$ des Stroms bei einem gegebenen konstanten Moment von 20 Nm. Das Minimum des verketteten Flusses fällt nicht mit dem des Stroms zusammen.

In Abb. 16.69 sind die Eisenverluste,

$$P_{V,Eis.} = \frac{U_h^2}{R_c} = \frac{\Psi_0^2 \Omega_L^2}{R_c} \quad (16.385)$$

die vom verketteten Fluss abhängen und die Kupfer- und sonstigen elektrischen Verluste,

$$P_{V,El.} = (I_1 + I_{R_c})^2 R_1 \quad (16.386)$$

die in erster Linie vom Strom abhängen, sowie die Gesamtverluste und der Wirkungsgrad, für die gleichen Betriebspunkte bei konstantem Moment und einer gegebenen Drehzahl von 3000 min^{-1} aufgetragen. Gegenüber dem MMPA-Verfahren ergibt sich als Betriebspunkt minimaler Verluste ein größerer Phasenwinkel, d.h. eine stärkere Schwächung des Feldes.

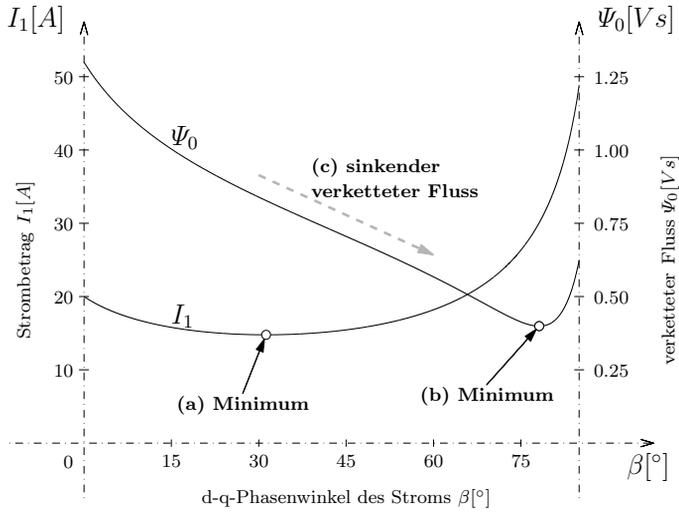


Abb. 16.68: Strombetrag und verketteter Fluss als Funktion des Phasenwinkels β

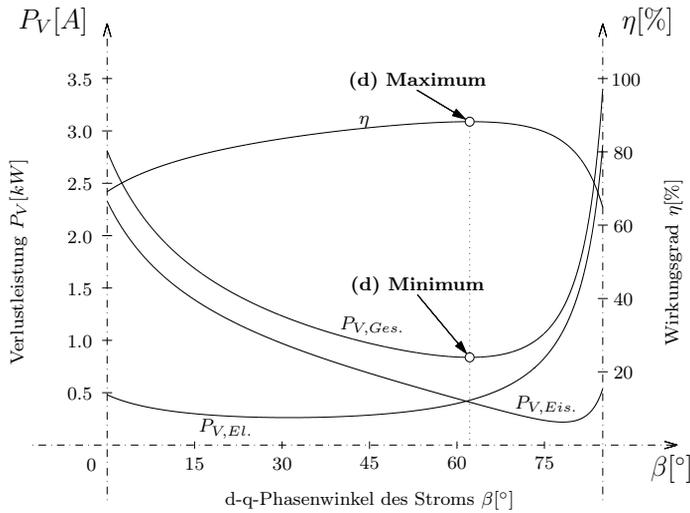


Abb. 16.69: Elektrische-, Eisen und Gesamtverluste sowie den Wirkungsgrad als Funktion des Phasenwinkels β

Abb. 16.70 zeigt die Strom-Vektor-Trajektorien für

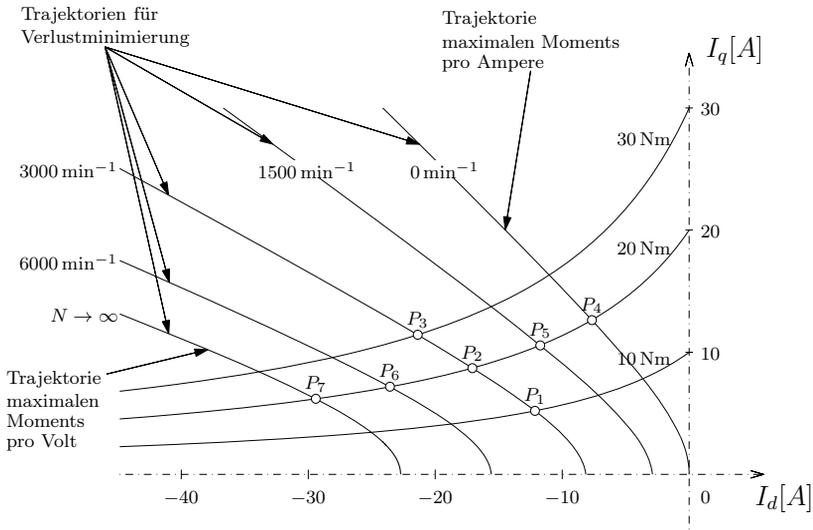


Abb. 16.70: Strom-Vektor-Trajektorien für Verlustminimierung

die Verlustminimierung (VM). Zur Berechnung der Trajektorien kann wie in Kap. 16.7.1 eine Lagrange-Funktion angesetzt werden, mit den Verlusten als zu minimierende Zielfunktion und der Momentengleichung als Gleichungsnebenbedingung.

$$f(I_d, I_q) = P_{V,Eis.} + P_{V,El.} \tag{16.387}$$

$$c(I_d, I_q) = M_{Mi} - \frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot (\Psi_{PM} \cdot I_q + (L_d - L_q) \cdot I_d \cdot I_q) \tag{16.388}$$

$$L = P_{V,Eis.} + P_{V,El.} + \lambda \cdot \left(M_{Mi} - \frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot (\Psi_{PM} \cdot I_q + (L_d - L_q) \cdot I_d \cdot I_q) \right) \tag{16.389}$$

Da bei Nulldrehzahl noch keine Eisenverluste vorhanden sind, fällt die Trajektorie dort mit der MMPA-Trajektorie zusammen. Mit zunehmender Drehzahl gewinnen die Eisenverluste gegenüber den Kupferverlusten immer mehr an Bedeutung, weshalb eine zunehmende Feldschwächung vorgenommen wird, um die Eisenverluste zu reduzieren. Für den theoretischen Fall einer gegen unendlich gehenden Drehzahl spielen die Kupferverluste überhaupt keine Rolle mehr, und es wird ausschließlich auf minimale Eisenverluste optimiert. Die sich ergebende

Betriebstrajektorie fällt mit der im Folgenden hergeleiteten Trajektorie für maximales Moment pro Volt (MMPV) zusammen. Das Moment kann bei Anwendung dieser Steuerstrategie durch Verschiebung des Betriebspunktes auf der jeweils gültigen Trajektorie variiert werden. Die Betriebspunkte P_1 , P_2 und P_3 zeigen beispielsweise die gültigen Stromvektoren für 10, 20 und 30 Nm bei einer Drehzahl von 3000 min^{-1} , während die Punkte P_4 bis P_7 die Betriebspunkte auf der Hyperbel konstanten Moments bei 20 Nm und verschiedenen Drehzahlen festlegen. Einschränkend ist festzustellen, dass ein Teil der höheren Stromverluste nicht in der Maschine, sondern im Wechselrichter auftritt, dies muss bei der Auslegung entsprechend beachtet werden.

16.7.3 Maximales Moment pro Volt

Neben dem Wunsch nach möglichst geringen Verlusten und der Begrenzung des Stroms im Wechselrichter und bei der Wicklungsauslegung besteht auch immer eine Spannungsgrenze. Je nach eingesetztem Pulsverfahren des Wechselrichters kann der Betrag des an die Maschine angelegten Spannungsvektors nur einen bestimmten Anteil der Wechselrichterzwischenkreisspannung U_{dc} erreichen. Durch das Steuerverfahren muss sichergestellt werden, dass keine höheren Spannungen notwendig werden. Bei hohen Drehzahlen ist die Spannungsbegrenzung die relevante Restriktion in der Ansteuerung. Um mit einer gegebenen maximalen Wechselrichterspannung das Antriebssystem bezüglich des Moments bestmöglich auszunutzen, wird das Verfahren des maximalen Moments pro Volt (MMPV) eingesetzt. Für den Feldaufbau steht jedoch nicht die gesamte Zwischenkreisspannung zur Verfügung. Zum einen reduziert sich die Spannung je nach eingesetztem Pulsverfahren, bei einer Sinus- Dreieckmodulation beispielsweise wird die maximal mögliche Strangspannung auf

$$U_{1,max} = \frac{1}{\sqrt{3}} U_{dc} \quad (16.390)$$

begrenzt (Abb. 14.49). Zum anderen ist der ohmsche Spannungsabfall an den Statorwicklungen zu berücksichtigen.

$$U_{FA} = U_{1,max} - R_1 I_{1,max} \quad (16.391)$$

Die für den Feldaufbau zur Verfügung stehende Spannung U_{FA} wird je nach gewünschter Dynamik weiter reduziert, um eine Stellreserve zum Einregeln von Stromänderungen vorzuhalten. Ausgehend von der zur Verfügung stehenden Spannung lässt sich die Steuerbedingung mit Hilfe einer Lagrangefunktion (siehe Kap. 16.7.1) mit der negativen Momentengleichung als zu minimierende Zielfunktion und der gegebenen Spannungsbegrenzung als Gleichungsnebenbedingung herleiten.

$$f(I_d, I_q) = -\frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot (\Psi_{PM} \cdot I_q + (L_d - L_q) \cdot I_d \cdot I_q) \quad (16.392)$$

$$c(I_d, I_q) = \frac{U_{FA}^2}{\Omega_L^2} - (\Psi_{PM} + L_d I_d)^2 - L_q^2 I_q^2 \quad (16.393)$$

$$L = -\frac{3}{2} \cdot Z_p \cdot (\Psi_{PM} \cdot I_q + (L_d - L_q) \cdot I_d \cdot I_q) \quad (16.394)$$

$$+ \lambda \cdot \left(\frac{U_{FA}^2}{\Omega_L^2} - (\Psi_{PM} + L_d I_d)^2 - L_q^2 I_q^2 \right) \quad (16.395)$$

Damit ergibt sich die MMPV-Steuerbedingung:

$$I_d = -\frac{\Psi_{PM} + \Delta\Psi_d}{L_d} \quad (16.396)$$

$$I_q = -\frac{\sqrt{\frac{U_{FA}^2}{\Omega_L^2} - \Delta\Psi_d^2}}{L_q} \quad (16.397)$$

mit

$$\Delta\Psi_d = \frac{L_q \Psi_{PM} - \sqrt{(L_q \Psi_{PM})^2 + 8(L_d - L_q)^2 \frac{U_{FA}^2}{\Omega_L^2}}}{4(L_d - L_q)} \quad (16.398)$$

Die Betriebstrajektorie in der Stromebene für maximales Moment pro Volt ist in Abb. 16.71 gezeigt.

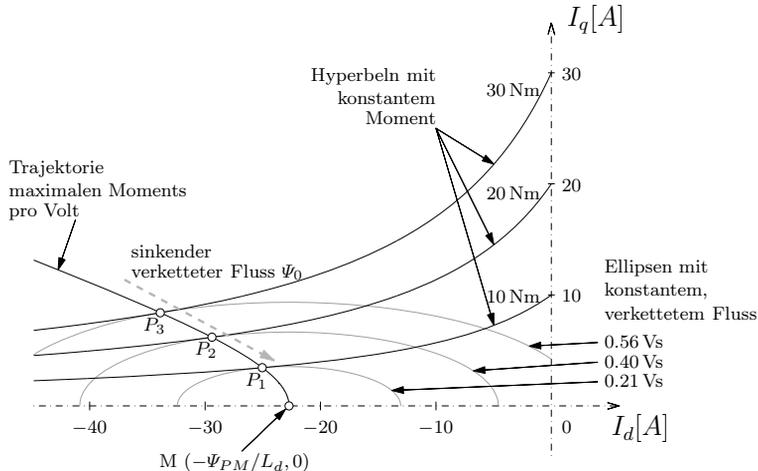


Abb. 16.71: Strom-Vektor-Trajektorie für maximales Moment pro Volt

Die Hauptfeldspannung U_h hängt vom verketteten Fluss Ψ_0 und der Drehzahl Ω_L ab, daher sind die Ellipsen konstanten verketteten Flusses eingezeichnet.

Deren Mittelpunkt liegt im Betriebspunkt $M(-\Psi_{PM}/L_d, 0)$, dies entspricht einem angelegten Kurzschluss, da hier die Spannung Null wird. In diesem Betriebspunkt ist das Feld in d-Richtung genau zu Null geschwächt, und es tritt kein Feld in q-Richtung auf. Die Betriebspunkte nach der MMPV-Bedingung liegen auf den Berührungspunkten der Ellipsen konstanten verketteten Flusses mit den Linien gleichen Moments. Die Punkte P_1 , P_2 und P_3 sind diejenigen Punkte mit 10, 20 bzw. 30 Nm Moment, bei denen der geringst mögliche verkettete Fluss auftritt, d.h. die bei wirksamer Spannungsbegrenzung bis zur höchsten Drehzahl hin eingestellt werden können.

16.7.4 Feldschwächung unter Strom- und Spannungsbegrenzung

Die zuvor vorgestellten Verfahren sind geeignet, wenn nur einer der in einem elektrischen Antriebssystem immer vorhandenen Begrenzungen Statorstrom und Statorspannung relevant ist, d.h. wenn unter Beachtung einer der Bedingungen die andere automatisch mit erfüllt ist. Normalerweise ist im oberen Drehzahlbereich die Spannungsgrenze dominierend, und es gibt keine Betriebspunkte zulässiger Spannung, bei denen der maximale Strom I_1 überschritten wird. Im unteren Drehzahlbereich ist die Hauptfeldspannung U_h noch gering, so dass bei zulässigen Strömen keine unzulässigen Spannungen auftreten können. In einem Übergangsbereich ist es jedoch möglich, dass beide Begrenzungen gleichzeitig aktiv sind.

Aus den Gleichungen (16.345) für die Fluss- bzw. Spannungsbegrenzungen

$$\Psi_0^2 = (L_d I_d + \Psi_{PM})^2 + (L_q I_q)^2 \tag{16.399}$$

$$\left(\frac{U_{FA}}{\Omega_L}\right)^2 = (L_d I_d + \Psi_{PM})^2 + (L_q I_q)^2 \tag{16.400}$$

lässt sich durch Auflösen der Gleichung (16.400) nach I_d die Stromaufteilung für diesen Fall ermitteln.

$$I_d = -\frac{\Psi_{PM}}{L_d} \pm \frac{1}{L_d} \sqrt{\left(\frac{U_{FA}}{\Omega_L}\right)^2 - (L_q I_q)^2} \tag{16.401}$$

Wie in Abb. 16.72 gezeigt bewegt sich der Stromvektor (I_d, I_q) dabei mit einer Erhöhung des Moments längs den Spannungsbegrenzungsellipsen, die aus den Ellipsen konstanten verketteten Flusses, der Drehzahl und der maximal für den Feldaufbau zur Verfügung stehenden Spannung U_{FA} abgeleitet werden können. Der Strombetrag steigt dabei vom Punkt P_1 über P_2 nach P_3 an und kann nicht mehr auf dem Minimalbetrag gemäß der MMPA-Trajektorie verbleiben.

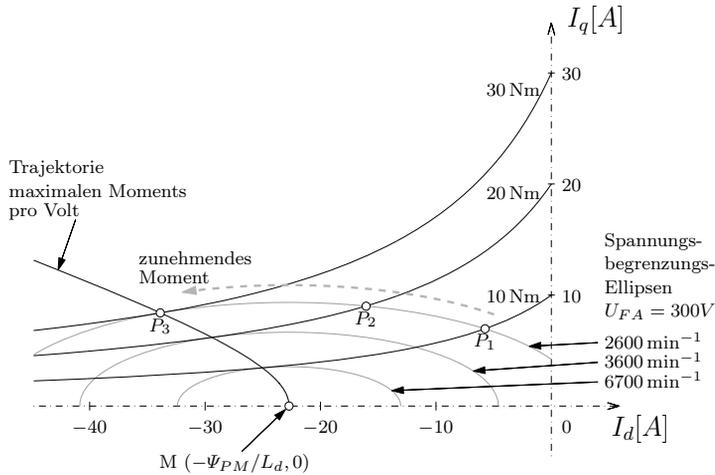


Abb. 16.72: Strom-Vektor-Trajektorie für den Feldschwächbereich

16.7.5 Zusammenfassung der Steuerverfahren

In den Abschnitten zuvor wurde gezeigt, dass je nach Betriebsbereich verschiedene Steuerbedingungen zur Anwendung kommen. Im unteren Drehzahlbereich ist in der Regel die Strombegrenzung des Wechselrichters der limitierende Faktor bzw. im Teillastbereich kann der Strom nach der MMPA-Steuerbedingung minimiert werden. Mit steigender Drehzahl steigt die Hauptfeldspannung U_h und die Begrenzung der Spannung kommt als Nebenbedingung hinzu. Je nach Auslegung des Antriebssystems kann sich dem noch ein dritter Bereich anschließen, in dem der maximale Strom aufgrund der Spannungsgrenze nicht mehr eingepreßt werden kann. Abb. 16.73 zeigt die Begrenzungen des Stromzeigers für zwei verschiedene Maximalströme $I_{begr,1}$ und $I_{begr,2}$ bei verschiedenen Drehzahlen für eine beispielhafte Maschine. Grundsätzlich sind nur Betriebspunkte zulässig in denen sich der Stromkreis mit der Spannungsellipse überschneidet (grau hinterlegter Bereich in Abb. 16.73). Die Strombegrenzung kann dabei fest sein (z.B. $I_{1,max} = I_{begr,1}$ oder $I_{1,max} = I_{begr,2}$) oder bei der Zulassung kurzzeitiger Überlastung variabel sein. Die Spannungsbegrenzungsellipse wird mit zunehmender Drehzahl und — sofern eine variable Zwischenkreisspannung zugelassen wird — mit sinkender Spannung immer kleiner.

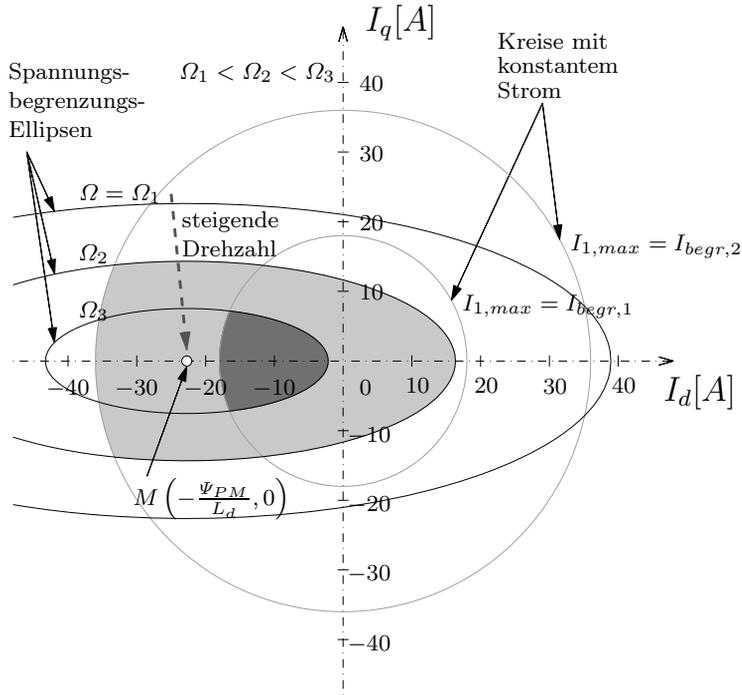


Abb. 16.73: Strombegrenzungskreise und Spannungsbegrenzungsellipsen im I_d – I_q -Koordinatensystem

Für die Begrenzungen des Wechselrichterstroms I_1 und der Wechselrichterspannung, bzw. deren Anteil für den Feldaufbau U_{FA} , werden die folgenden Grenzen angegeben:

$$I_1 = \sqrt{I_d^2 + I_q^2} \leq I_{1,max} \quad (16.402)$$

$$U_1 = \sqrt{U_d^2 + U_q^2} \leq U_{FA} \quad (16.403)$$

$$U_h = \Omega_L \sqrt{(L_d I_d + \Psi_{PM})^2 + (L_q I_q)^2} \leq U_{FA} \quad (16.404)$$

Für die verschiedenen Bereiche gelten dann folgende Steuerbedingungen:

Region I:

$$I_{d,I} = -\frac{\Psi_{PM}}{4(L_d - L_q)} - \sqrt{\frac{\Psi_{PM}^2}{16(L_d - L_q)^2} + \frac{I_{1,max}^2}{2}} \quad (16.405)$$

$$I_{q,I} = \sqrt{I_{1,max}^2 - I_{d,I}^2} \quad (16.406)$$

Region II:

$$I_{d,II} = \frac{-\Psi_{PM}L_d - \sqrt{\Psi_{PM}^2L_q^2 - (L_d^2 - L_q^2) \left(L_q^2I_{1,max}^2 - \frac{U_{FA}^2}{\Omega_L^2} \right)}}{L_d^2 - L_q^2} \quad (16.407)$$

$$I_{q,II} = \sqrt{I_{1,max}^2 - I_{d,II}^2} \quad (16.408)$$

Region III:

$$I_{d,III} = -\frac{\Psi_a + \Delta\Psi}{L_d} \quad (16.409)$$

$$I_{q,III} = \frac{\sqrt{\left(\frac{U_{FA}}{\Omega_L}\right)^2 - (\Delta\Psi)^2}}{L_q} \quad (16.410)$$

$$\text{mit } \Delta\Psi = \frac{L_q\Psi_{PM} - \sqrt{(L_q\Psi_{PM})^2 + 8(L_d - L_q)^2 \left(\frac{U_{FA}}{\Omega_L}\right)^2}}{4(L_d - L_q)} \quad (16.411)$$

In der Stromebene ergeben sich die in Abb. 16.74 dargestellten Verläufe. Die Gleichungen (16.405) bis (16.411) geben die Betriebsgrenzen bei den gegebenen Spannungs- und Stromgrenzen an. Im Teillastbetrieb ist es zweckmäßig, die Stromaufteilung in Abhängigkeit des geforderten Sollmoments M_{Mi}^* sowohl für den Ankerstellbereich als auch für den Feldschwächbereich anzugeben.

Durch Einsetzen von Gleichung (16.379) in die Momentengleichung (16.346) — wobei M_{Mi} nun zur Sollgröße M_{Mi}^* wird — lässt sich die Momentengleichung bei einer Stromaufteilung nach MMPA in Abhängigkeit von I_q darstellen:

$$M_{Mi}^* = \frac{3}{2}Z_p \left(\Psi_{PM}I_q + \frac{1}{2} \left(-\Psi_{PM} - \sqrt{\Psi_{PM}^2 + 4(L_d - L_q)^2I_q^2} \right) I_q \right) \quad (16.412)$$

Auflösen und faktorisieren nach I_q ergibt folgendes Polynom:

$$I_q^4 + \frac{2M_{Mi}^*\Psi_{PM}}{3(L_d - L_q)^2Z_p}I_q - \frac{(2M_{Mi}^*)^2}{9(L_d - L_q)^2Z_p^2} = 0 \quad (16.413)$$

Durch Berechnung des Stroms in q-Richtung und Einsetzen in Gleichung (16.379)

$$I_d = -\frac{\Psi_{PM}}{2(L_d - L_q)} - \sqrt{\frac{\Psi_{PM}^2}{4(L_d - L_q)^2} + I_q^2} \quad (16.414)$$

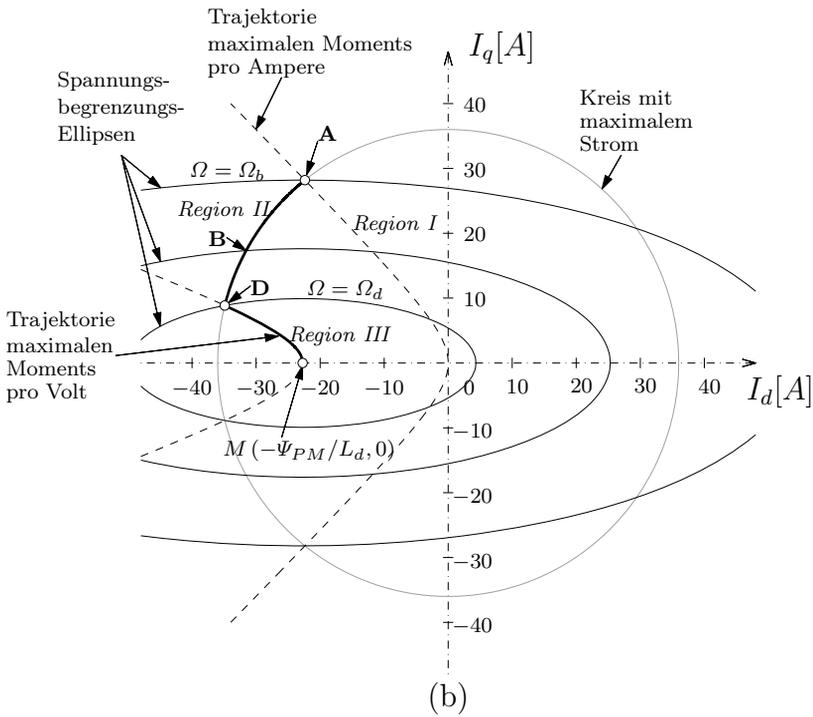
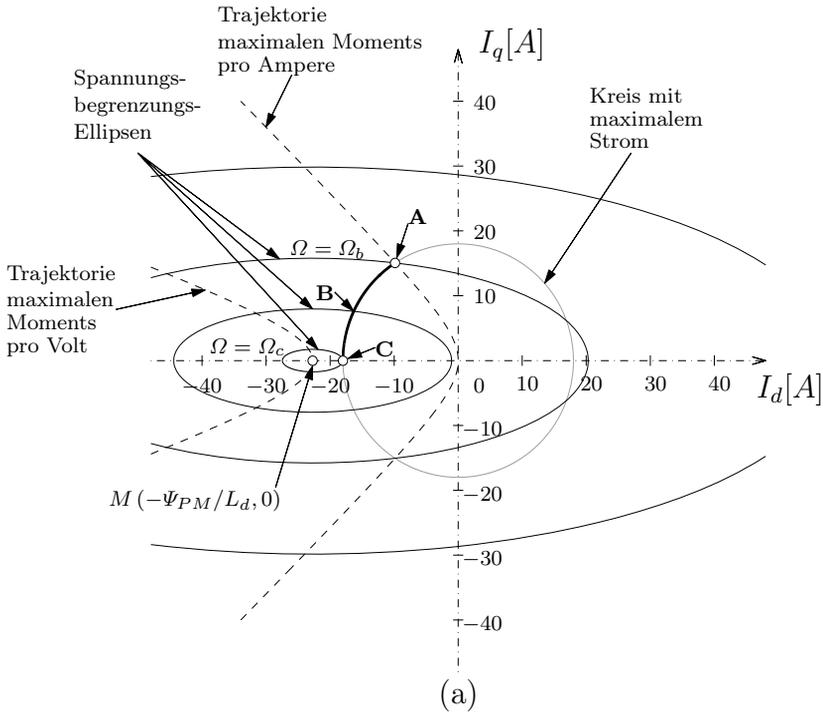


Abb. 16.74: Zusammenfassung der Steuerbedingungen

können die beiden Stromkomponenten I_d und I_q direkt aus der Sollmomentanforderung M_{Mi}^* berechnet werden. Für den Feldschwächbereich kann durch gleiches Vorgehen ebenfalls die optimale Stromaufteilung berechnet werden. Dazu wird Gleichung (16.401) in die Momentengleichung (16.346) eingesetzt.

$$M_{Mi}^* = \frac{3}{2} Z_p \left(\Psi_{PM} I_q + \frac{(L_d - L_q)}{L_d} \left(-\Psi_{PM} \pm \sqrt{\frac{U_{FA}^2}{\Omega_L^2} - L_q^2 I_q^2} \right) I_q \right) \quad (16.415)$$

Durch Auflösen und Faktorisieren ergibt sich das folgende Polynom 4. Grades

$$I_q^4 + p_2 I_q^2 + p_1 I_q + p_0 = 0 \quad (16.416)$$

mit den Polynomkoeffizienten

$$p_2 = \frac{\Psi_{PM}^2 L_q^2 - (L_d - L_q)^2 \frac{U_{FA}^2}{\Omega_L^2}}{L_q^2 (L_d - L_q)^2} \quad (16.417)$$

$$p_1 = \frac{-4 M_{Mi}^* L_d L_q \Psi_{PM}}{3 L_q^2 Z_p (L_d - L_q)^2} \quad (16.418)$$

$$p_0 = \frac{(2 M_{Mi}^* L_d)^2}{9 L_q^2 Z_p^2 (L_d - L_q)^2} \quad (16.419)$$

Mit dem berechneten Strom in q-Richtung lässt sich mit Gleichung (16.401)

$$I_d = -\frac{\Psi_{PM}}{L_d} \pm \frac{1}{L_d} \sqrt{\left(\frac{U_{FA}}{\Omega_L} \right)^2 - (L_q I_q)^2} \quad (16.420)$$

der Strom in d-Richtung bestimmen. Neben der Abhängigkeit vom Sollmoment M_{Mi}^* ist die Stromaufteilung nun zusätzlich von der Drehzahl Ω_L und der Spannung U_{FA} abhängig. Alternativ kann die Aufteilung der Stromkomponenten sowohl für den Ankerstellbereich (Gleichungen (16.413), (16.414)) als auch für den Feldschwächbereich (Gleichungen (16.413), (16.414)) auch als Strombetrag mit zugehörigem Phasenwinkel

$$I_1 = f(M_{Mi}^*, \Omega_m) \quad (16.421)$$

$$\beta = f(M_{Mi}^*, \Omega_m) \quad (16.422)$$

angegeben werden, diese sind aber nicht so einfach aufzulösen wie die oben angegebenen Gleichungen. Für eine Implementierung mit Strombetrag und Phasenwinkel in einem Regelsystem empfiehlt sich deshalb die iterative Berechnung der Zusammenhänge. Die zur Winkelgeschwindigkeit Ω_b in Abb. 16.74 gehörende Drehzahl ist dabei diejenige, ab der die Spannungsgrenze relevant wird, d.h. ab der in den Feldschwächbereich übergegangen wird. Die

Winkelgeschwindigkeit Ω_b lässt sich durch Berechnen der Ströme in d- und q-Richtung im Schnittpunkt der MMPA-Trajektorie (16.379) mit dem Stromkreis (16.359) und Einsetzen in die Flussgleichungen (16.343), (16.344) und (16.345) bestimmen. Die Region III tritt nur bei Auslegungen des Antriebssystems auf, bei denen der Mittelpunkt der Spannungsellipsen M innerhalb des Kreises des maximalen Strombetrags liegt. Für Auslegungen bei denen dies nicht der Fall ist, gibt es aus elektrischer Sicht eine Drehzahlbegrenzung (Ω_c). Die Winkelgeschwindigkeit Ω_c ergibt sich in diesem Fall im Schnittpunkt der Spannungsellipsen mit der d-Achse bei $I_q = 0$ und $I_d = -I_{1,max}$ und lässt sich durch die Flussgleichungen (16.343), (16.344) und (16.345) ermitteln. Liegt der Punkt M innerhalb des Kreises mit maximalem Strom, so kann aus elektrischer Sicht theoretisch eine unendlich hohe Drehzahl erreicht werden. Ab der Winkelgeschwindigkeit Ω_d kann dabei nicht mehr der volle Strom eingepreßt werden, sondern die Steuertrajektorie bewegt sich längs der MMPV-Bedingung. Für diesen Fall kann die Winkelgeschwindigkeit Ω_d durch Schneiden der MMPV-Trajektorie (16.396) und (16.398) mit dem Stromkreis (16.359) und Ermitteln der Ströme in diesem Punkt sowie durch die Flussgleichungen (16.343) bis (16.345) berechnet werden. Eine weitere markante Drehzahl ergibt sich beim Schnittpunkt der Spannungsellipse mit dem Ursprung. Ab der zur Winkelgeschwindigkeit Ω_e gehörigen Drehzahl ist in jedem Falle Feldschwächung erforderlich.

$$\Omega_e = \frac{U_{FA}}{\Psi_{PM}} \quad (16.423)$$

Abb. 16.75 zeigt ein Block-Diagramm zur Auswahl der richtigen Steuerbedingung. Der Sollstrom in q-Richtung wird aus dem Geschwindigkeitsfehler ($\Omega_m^* - \Omega_m$) mittels des Reglers $G_R(s)$ mit Anti-Wind-Up und einer Begrenzung bestimmt. Die Strombegrenzung $I_{q,begr}$ wird je nach Betriebspunkt mittels der Gleichungen (16.406) oder (16.408) bestimmt, um den Strom I_1 innerhalb des Strombegrenzungskreises zu halten. Der Sollwert des Stroms in d-Richtung wird im MMPA-Bereich mit Gleichung (16.379) und im Feldschwächbereich mit der Gleichung (16.401) bestimmt. Im Grundstellbereich unterhalb der Winkelgeschwindigkeit Ω_b kann dabei immer die MMPA-Steuerbedingung angewandt werden. Oberhalb der Geschwindigkeit Ω_d kommt die Steuerbedingung des Feldschwächbereichs zum Einsatz. Im Drehzahlbereich zwischen diesen beiden Grenzen wird anhand der Hauptfeldspannung U_h , die sich bei Anwendung der MMPA-Bedingung ergeben würde, entschieden, ob sie angewandt werden darf, oder ob die Feldschwächung verwendet werden muss.

Die Abbildungen 16.76 und 16.77 zeigen beispielhafte Strom- und Momentenverläufe über der Drehzahl für Auslegungen des Kurzschlussstroms innerhalb bzw. außerhalb des Strombegrenzungskreises. In Abb 16.77 kann ab dem Ablösepunkt von dem Stromkreis bei der Geschwindigkeit Ω_d nicht mehr der volle Strom eingepreßt werden, weshalb die Leistung hier mit steigender Drehzahl wieder absinkt.

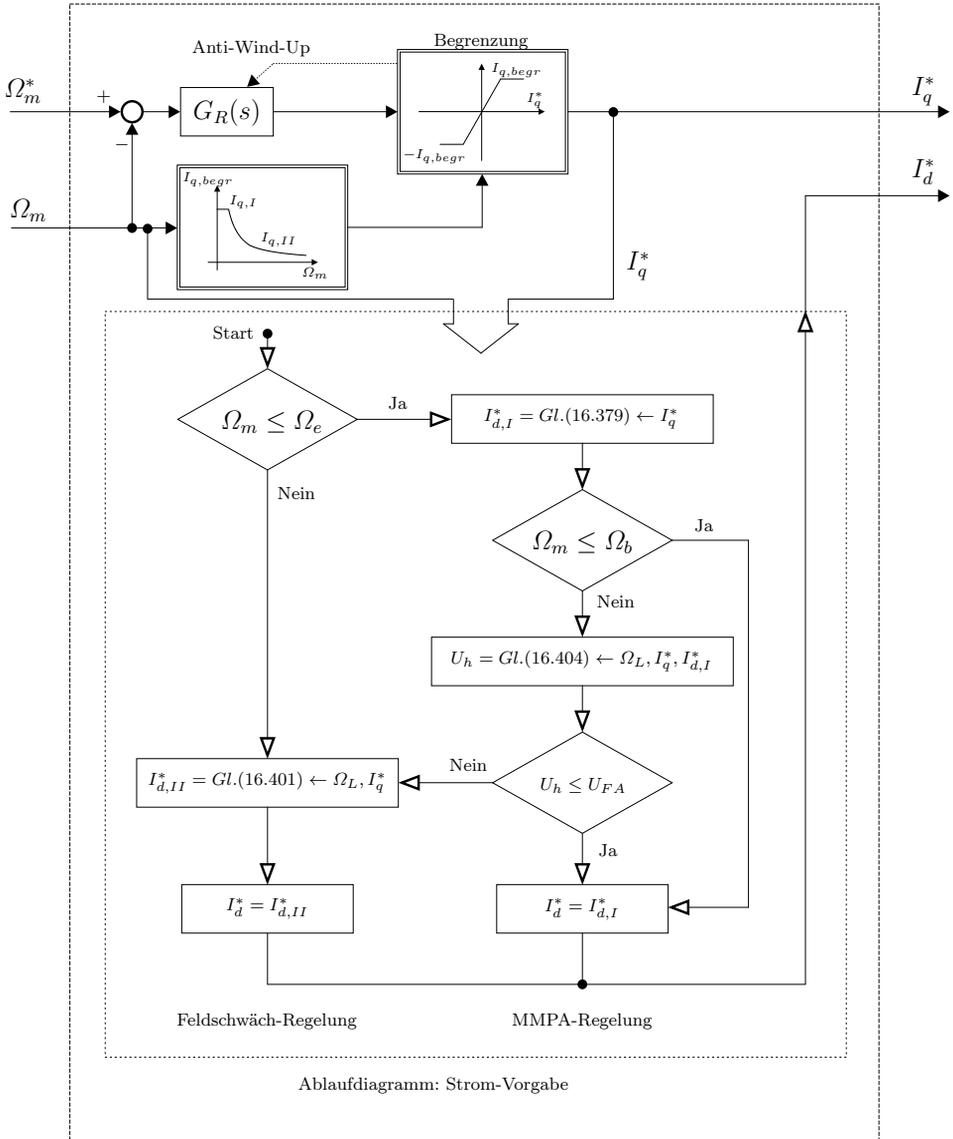


Abb. 16.75: Block-Diagramm Strom-Sollwerterzeugung

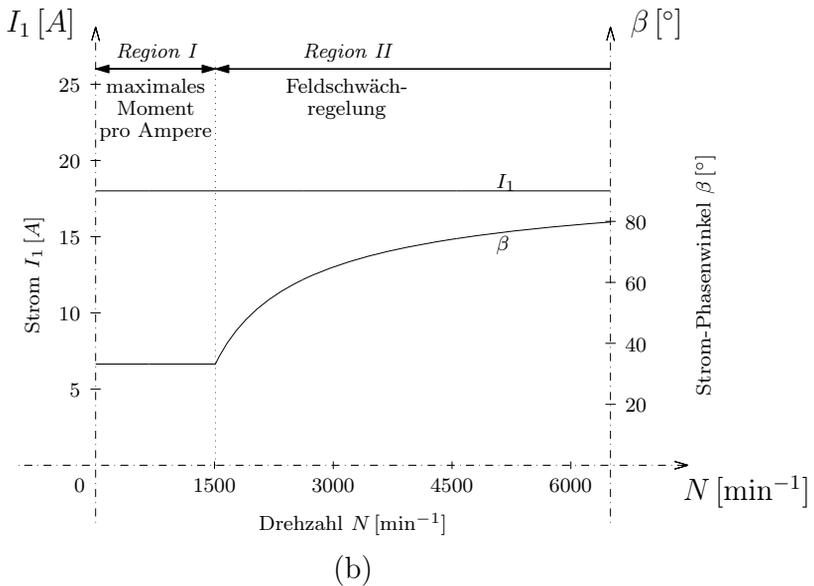
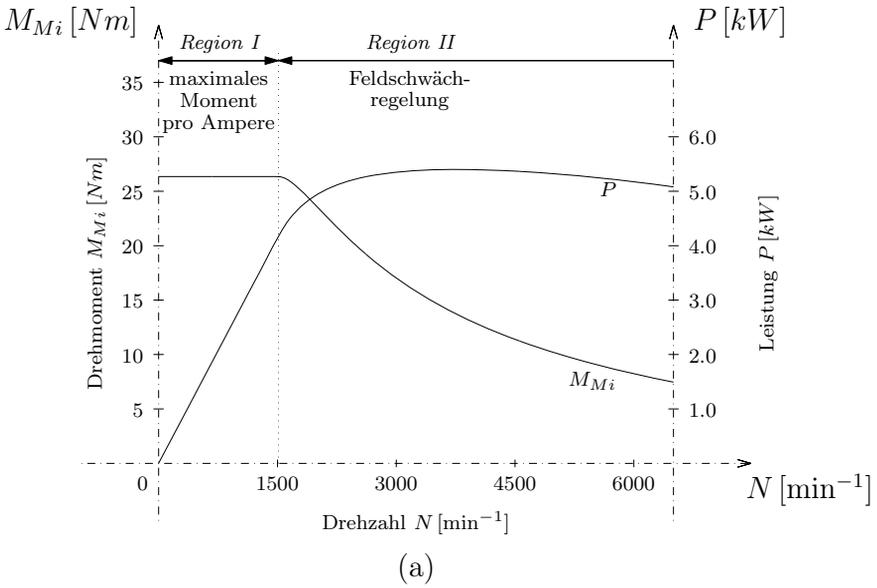
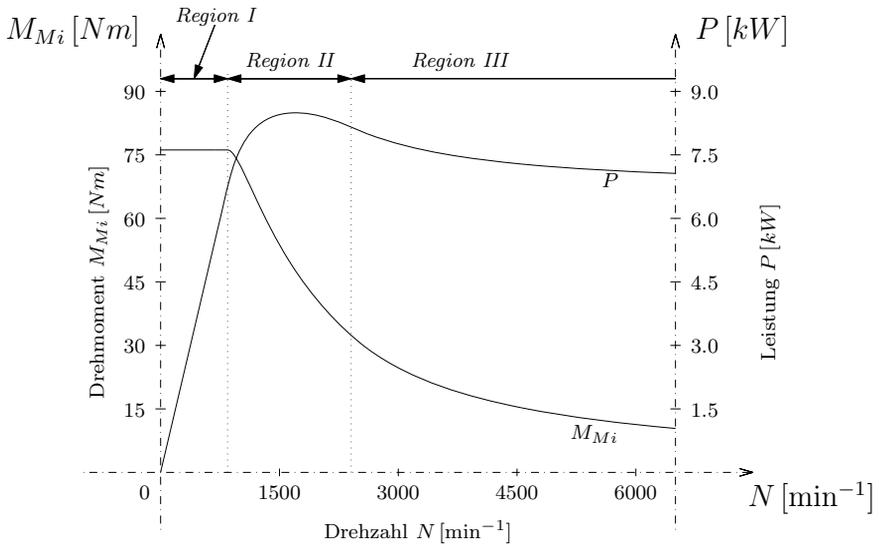
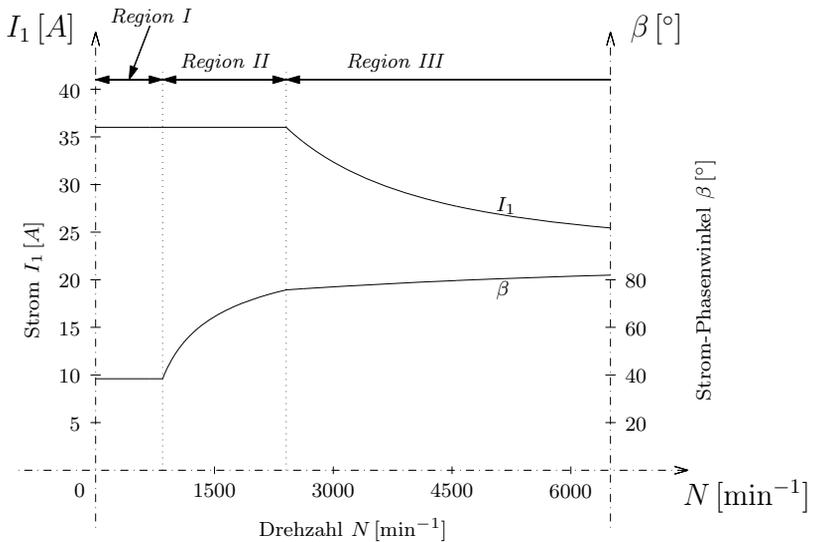


Abb. 16.76: Verläufe bei Auslegung des Kurzschlussstroms außerhalb des Strombegrenzungskreises



(a)



(b)

Abb. 16.77: Verläufe bei Auslegung des Kurzschlussstroms innerhalb des Strombegrenzungskreises

16.7.6 Einbindung in ein Antriebssystem

In den Abschnitten zuvor wurden Steuerbedingungen für verschiedene Betriebsbereiche hergeleitet. Die Einbindung in eine Antriebsregelung geschieht wie in Abb. 16.78 gezeigt.

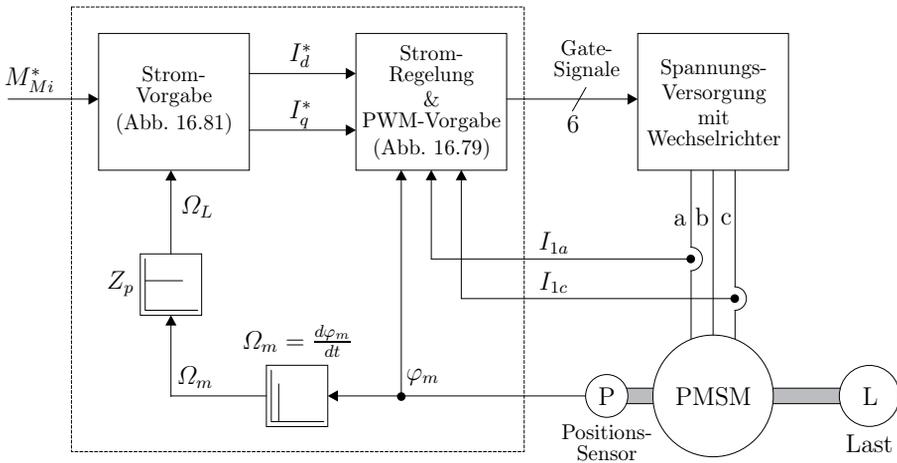


Abb. 16.78: Block-Diagramm eines Regelsystems für eine PMSM-Maschine

In Abhängigkeit von der Drehzahl Ω_m und dem Sollmoment M_{Mi}^* , das bei einem geschwindigkeits- oder positionsgeregelten System die Stellgröße von überlagerten Regelkreisen darstellt, oder bei Momentensteuerung direkt vorgegeben wird, werden anhand der Steuerbedingungen (Abb. 16.81) die Sollströme I_d^* und I_q^* bestimmt. Diese werden dann mit einer indirekten Stromregelung an der Maschine eingestellt. Üblicherweise wird dabei eine feldorientierte Regelung mit Entkoppelung (Abbildungen 16.79 und 16.80) verwendet.

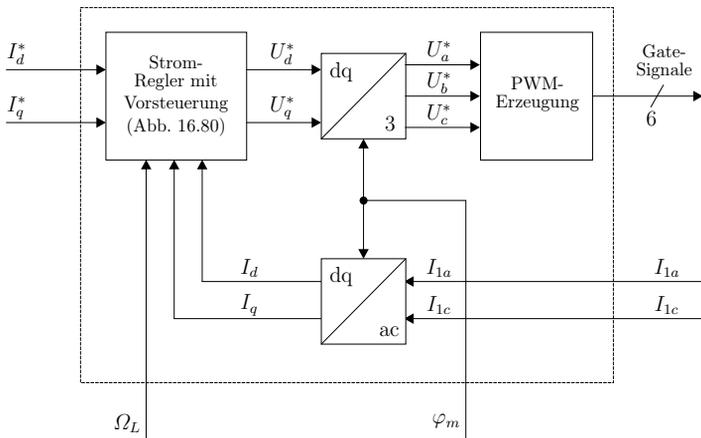


Abb. 16.79: Block-Diagramm Strom-Regelung und PWM-Signalerzeugung

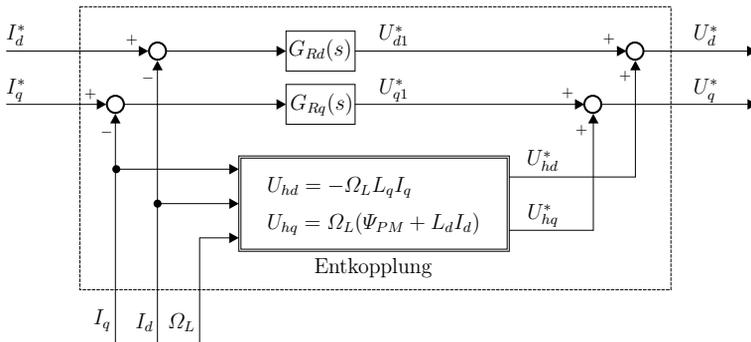


Abb. 16.80: Block-Diagramm Strom-Regler mit Entkopplung

Abb. 16.81 zeigt mögliche Realisierungen der Stromvorgabe. In Bild 16.81a sind für die Ströme in d- und q-Richtung funktionale Abhängigkeiten vom Moment und der Drehzahl (Gleichungen (16.412) bis (16.420)) hinterlegt. Das Verfahren in Bild 16.81b ist ähnlich, nur werden hier Strombetrag und Phasenwinkel (Gl. (16.380)) berechnet und anschließend in Stromkomponenten umgerechnet. Für die Realisierung in Bild 16.81c braucht die Momentenabhängigkeit nicht aufgelöst zu werden. Hier wird lediglich der funktionale Zusammenhang zwischen I_d und I_q (Gleichungen (16.379) und (16.401)) verwendet. Das Moment wird aus den Strömen berechnet und über einen Regelkreis wird der q-Strom angepasst. Selbstverständlich lässt sich auch diese Variante sowohl in Polar- als auch in kartesischen Koordinaten umsetzen. Die Realisierung in Bild 16.81d ist der in Bild 16.81c ähnlich, nur wird hier direkt ohne unterlagerten Momentenregelkreis auf die Geschwindigkeit geregelt. Bild 16.81e zeigt, dass es beispielsweise — um online Rechenzeit zu sparen, anstelle analytische Funktionen zu verwenden — auch möglich ist, die Werte im Voraus zu berechnen und als Tabellen abzulegen.

Im Feldschwächbereich wird die Spannung U_1 stets auf dem Niveau der maximalen Spannung zum Feldaufbau U_{FA} gehalten und ist daher nur geringfügig kleiner als die maximale Wechselrichterspannung $U_{1,max}$. Bei transienten Vorgängen kann es daher vorkommen, dass die vom Stromregler geforderte Spannung die Maximalspannung des Wechselrichters übersteigt. Dieser Spannungsvektor kann nicht eingestellt werden, weshalb auch die Ströme nicht mehr der Vorgabe folgen können. Da die Maximalspannung in ihrem Betrag vorgegeben ist, beeinflussen die Spannungsbegrenzungen in der d- und q-Achse sich gegenseitig. Um das transiente Verhalten zu verbessern und die Stabilität auch im Bereich hoher Feldschwächung zu gewährleisten, wird ein Spannungskompensator (Abb. 16.82) eingesetzt. Damit werden die Sollspannungswerte U_d^* und U_q^* , die von Stromreglern vorgegeben werden zu den kompensierten Sollspannungswerten U_{dk}^* und U_{qk}^* angepasst. Auf der ersten Ebene wird entschieden, ob die für den Feldaufbau maximal zur Verfügung stehende Spannung U_{FA} überschritten wird, d.h. ob eine Kompensation notwendig ist.

Wenn der Betrag der Spannungen die maximale Spannung nicht überschreitet, so werden sie unverändert ausgegeben (Pfad AJ). Im Falle einer Überschreitung

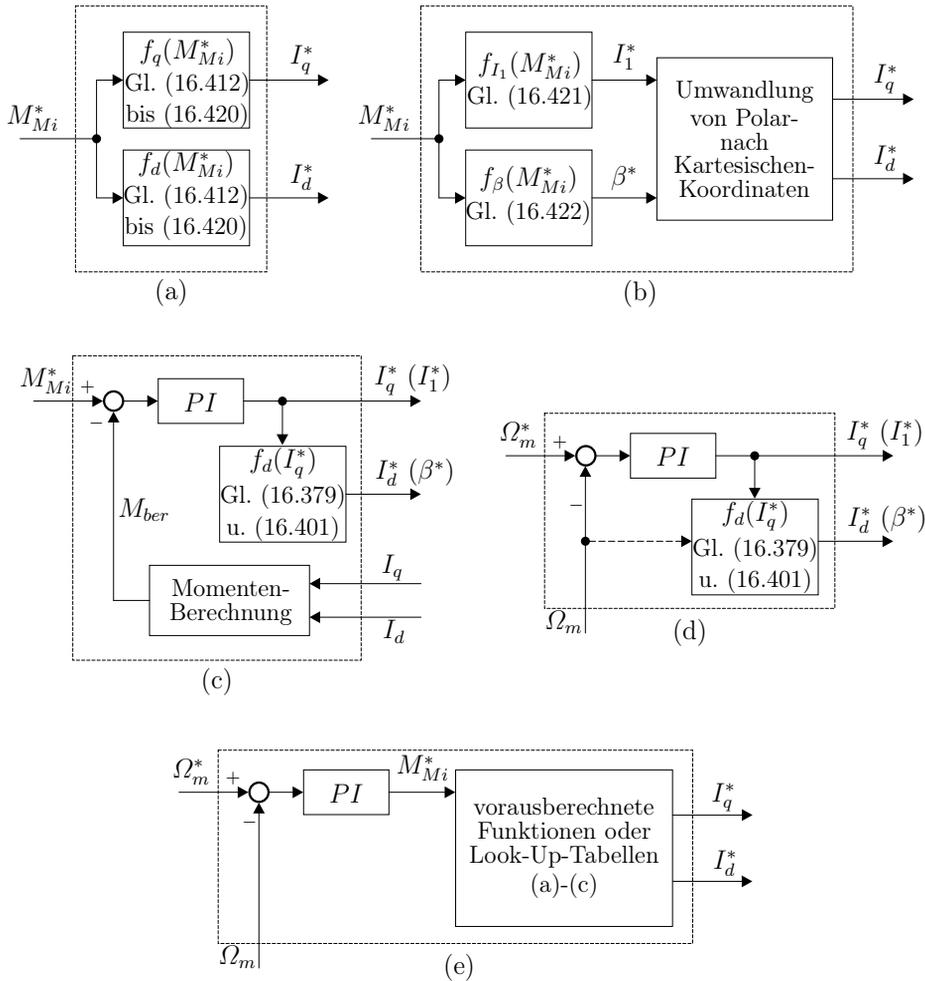


Abb. 16.81: Methoden zur Sollstromgenerierung

wird kontrolliert, ob die d-Komponente der Sollspannung zusammen mit der q-Komponente der Hauptfeldspannung U_{hq}^* die maximale Spannung zum Feldaufbau überschreitet. Ist dies nicht der Fall wird die d-Komponente der Spannung unverändert ausgegeben und die q-Komponenten auf den dann noch maximal möglichen Wert reduziert (Pfad AN, BJ in Abb. 16.82). Genügt die Reduktion der q-Komponente bis auf den Wert der Hauptfeldspannung nicht aus, so muss auch die d-Komponente reduziert werden (Pfad AN, BN). Der Gedanke hinter diesem Schema ist, dass die d-Komponente für die Feldschwächung notwendig ist, und daher mit höherer Priorität eingestellt wird. Abb. 16.83 zeigt die Wirkungsweise des Spannungskompensators im Vektordiagramm.

16.7.7 Feldschwächregelung mit Rückkopplung

Durch Ungenauigkeiten und Schwankungen der Maschinenparameter, etwa aufgrund von Temperatureinflüssen, kann die sich ergebende Hauptfeldspannung von der Gewünschten abweichen. Wenn die Hauptfeldspannung größer wird als die durch den Wechselrichter erzeugbare Spannung, kann die Maschine nicht mehr gesteuert werden. Eine mögliche Abhilfe kann hier eine Feldschwächregelung mit Rückkopplung der Spannung — wie in den Abbildungen 16.84 und 16.85 gezeigt — sein.

Dabei wird der Betrag der Spannungen U_d und U_q , die durch die Stromregler eingestellt werden, zurück geführt und mit der Amplitude der maximal erzeugbaren Strangsspannung $U_{1,max}$ verglichen. Beispielsweise mit einem I-Regler wird der d-Strom bei gleichzeitiger Einhaltung des maximalen Strombetrags soweit reduziert, dass die maximale Spannung eingehalten wird. Alternativ kann der Regeleingriff auch auf den Phasenwinkel γ erfolgen. Abbildung 16.86 zeigt die Wirkungsweise derartiger Strukturen. Gegenüber der MMPA-Trajektorie wird der Soll-Stromvektor durch diese Reglereingriffe längs eines Stromkreises auf die Spannungsbegrenzungsellipse verschoben.

16.7.8 Hybride Feldschwächregelungsstruktur

Abb. 16.87 zeigt ein Block-Diagramm zur Sollstrom-Generation mit Vorsteuerung und Spannungsrückkopplung. Im Teil *I* wird aus der DC-Spannung des Wechselrichters U_{dc} und der Drehzahl der maximal zulässige Fluss $\Psi_{max,ff}$ bestimmt. Daraus wird im Teil *III* das maximale Moment M_{Max} berechnet und der Momentensollwert M_{Mi}^* auf den begrenzten Sollwert M_{begr}^* limitiert. In Teil *II* sind zweidimensionale Tabellen der Sollstromkomponenten I_d und I_q jeweils über dem Sollmoment M_{Mi}^* und dem Fluss Ψ hinterlegt. Der Regeleingriff erfolgt durch Änderung des Flusswertes für den aus den Tabellen die Sollstromwerte ausgelesen werden. Im Teil *IV* wird dazu die Differenz der erzeugbaren und der aktuell geforderten Spannung $U_{1,max} - U_1^*$ gebildet. Durch die elektrische Drehzahl dividiert ergibt sich so ein Flusswert, der beispielsweise mit einem PI-Regler zu dem idealen Fluss $\Psi_{max,ff}$ addiert wird, um den Flusseintrag für die Tabellenauswahl zu erhalten. Durch dieses Schema wird einerseits die hohe Dynamik einer gesteuerten Feldschwächung erreicht, andererseits kann der Einfluss von Parameterschwankungen abgefangen werden.

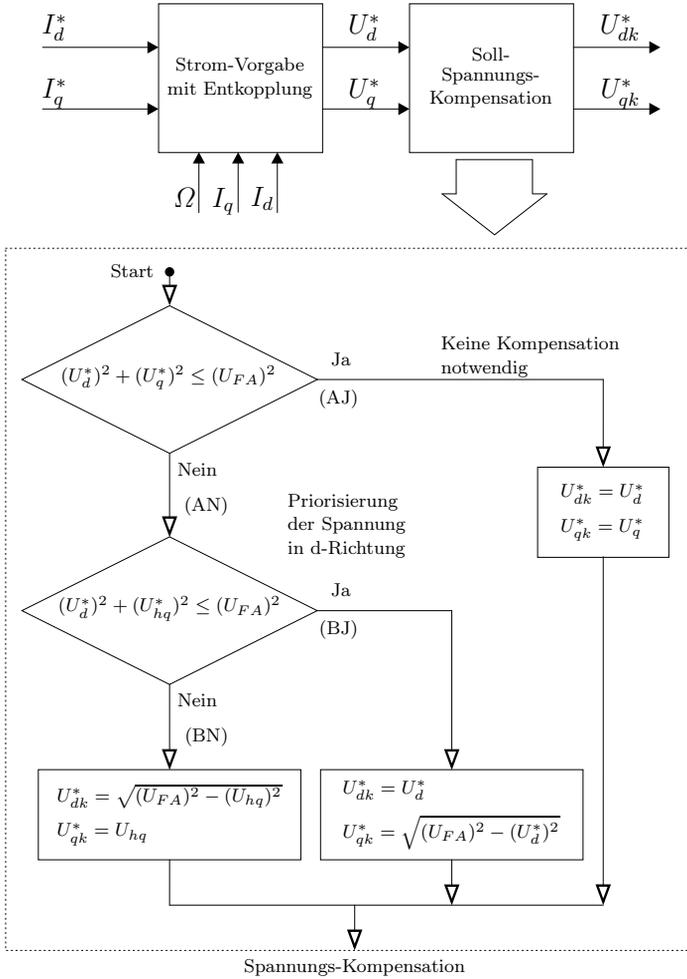


Abb. 16.82: Spannungskompensation

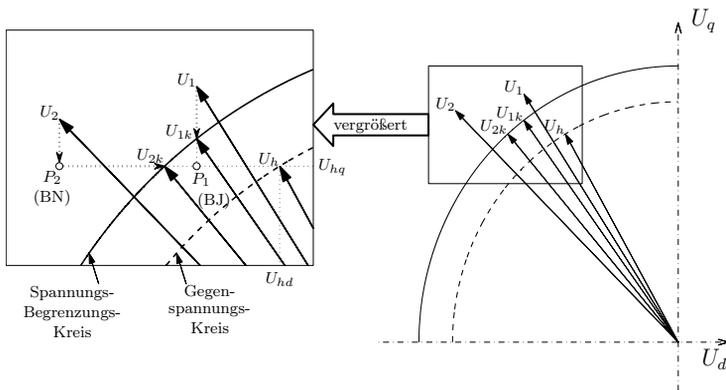


Abb. 16.83: Vektordiagramm zur Spannungskompensation

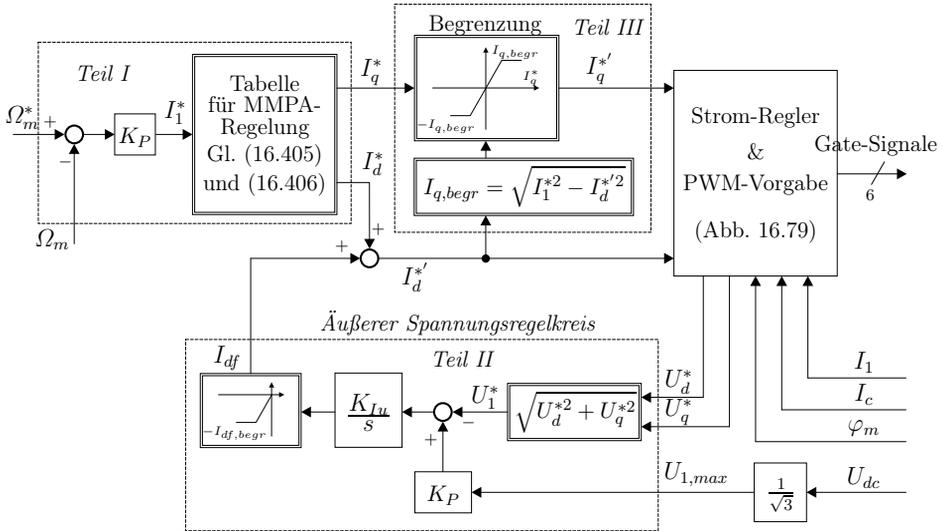


Abb. 16.84: Feldschwächregelung mit Spannungsrückkopplung 1

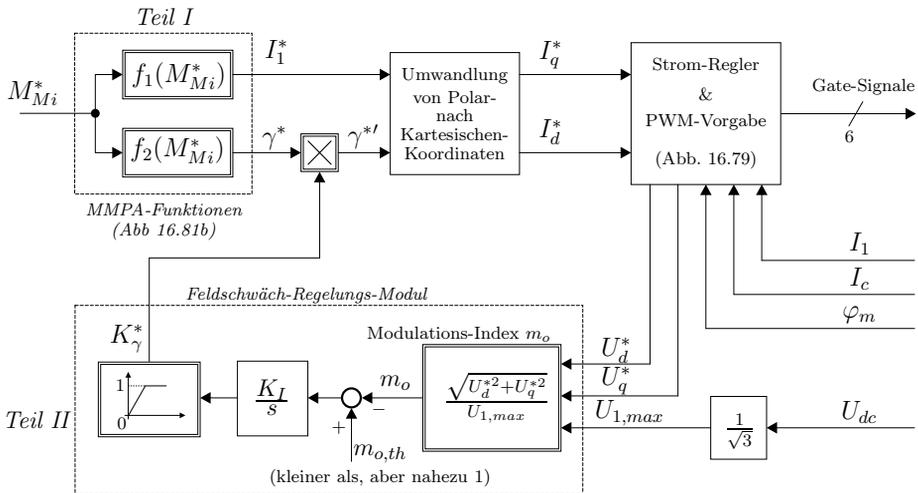


Abb. 16.85: Feldschwächregelung mit Spannungsrückkopplung 2

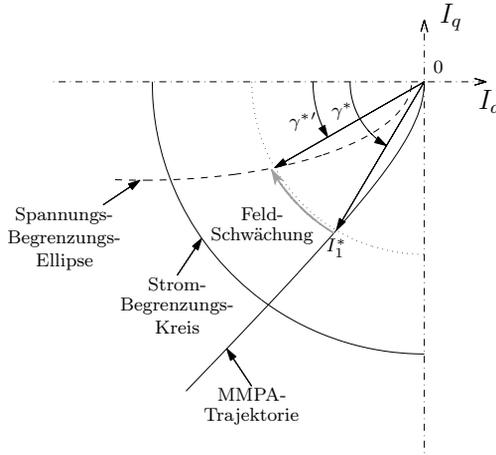


Abb. 16.86: Wirkungsweise der Feldschwächregelung mit Spannungsrückkopplung

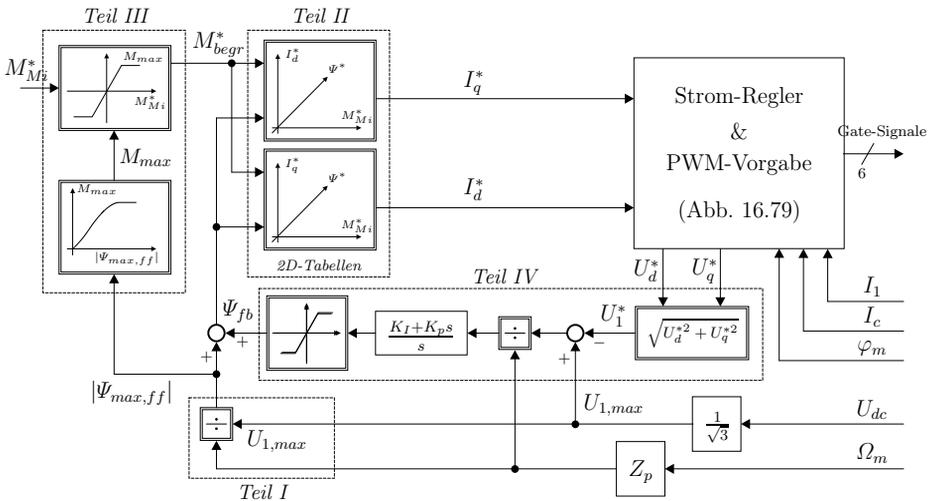


Abb. 16.87: Block-Diagramm Strom-Sollwertzeugung

Geschaltete Reluktanzmaschine

Prof. R. de Donker, Aachen

Das Prinzip der Geschalteten Reluktanzmaschine ist eines der am längsten bekannten Prinzipien zur Umwandlung elektrischer Energie in mechanische. Das erste Patent, bei dem das Reluktanzmoment benutzt wurde, stammt aus dem Jahre 1839 [845]. Erst durch die enormen Fortschritte der Halbleitertechnologie und der einhergehenden Entwicklung der Leistungs- und Mikroelektronik in den 70er Jahren, wurde das Prinzip des Reluktanzantriebes neu belebt.

Bei der Geschalteten Reluktanzmaschine wird im Gegensatz zu den anderen im Umdruck beschriebenen Maschinen das Drehmoment nicht durch die Lorentzkraft, sondern durch die Reluktanzkraft erzeugt. Die Funktionsweise und der mechanische Aufbau sind vergleichbar mit denen eines (Reluktanz) Schrittmotors. Seine Funktionsweise ist ebenso durch ein synchrones Verhalten des Rotors mit dem Statorfeld charakterisiert. Aufgrund des ständig wachsenden Interesses von Seiten der Wissenschaft und Industrie an dem Geschalteten Reluktanzantrieb, und der grundsätzlich von den schon herkömmlichen Maschinentypen abweichenden Funktionsweise, werden in den folgenden Abschnitten die Geschaltete Reluktanzmaschine und deren Antriebskonfigurationen behandelt.

GRM ist die Abkürzung für Geschaltete Reluktanzmaschine. Im Englischen wird dieser Maschinentyp als *switched reluctance machine* bzw. *motor* bezeichnet und mit SRM abgekürzt. Für weitere einführende Literatur sei an dieser Stelle auf [819, 820, 838] und [57–61] verwiesen.

17.1 Funktionsweise und Aufbau

Das Wirkprinzip der Geschalteten Reluktanzmaschine beruht auf der Erzeugung eines Reluktanzmomentes. Reluktanz ist die Bezeichnung für den magnetischen Widerstand in einem magnetischen Kreis. Der Luftspalt bildet den größten magnetischen Widerstand im magnetischen Kreis, da die Permeabilität des Eisens um den Faktor Hundert bis Tausend größer ist als die der Luft. Diese Tatsache wird bei der Reluktanzmaschine ausgenutzt, indem der Maschinenrotor ausgeprägte Zähne besitzt, wie in Abb. 17.1 dargestellt. Mit Änderung der Lage des Rotors gegenüber dem Stator variiert der magnetische Widerstand (Reluktanz) in

einem magnetisch aktiven Kreis. Da der magnetische Fluss (in Abb. 17.1 durch die helle Kurve angedeutet) immer den Weg des geringsten Widerstandes einnimmt, wird der Rotor der Reluktanzmaschine versuchen, sich im magnetischen Feld dementsprechend auszurichten. Die damit wirkende Reluktanzkraft greift als Grenzflächenkraft an den Flanken der erregten Pole an. Werden bei der in Abb. 17.1 dargestellten Anordnung die Spulen der Pole A und A' bestromt, wird ein Drehmoment gegen die Uhrzeigerrichtung erzeugt. Durch gezieltes Bestromen der einzelnen Wicklungen kann so eine kontinuierliche, rotatorische Bewegung hervorgerufen werden. Für das zeitrichtige Bestromen der Wicklungen sorgt eine elektronische Steuerung, die in entsprechenden Rotorpositionen einen Umrichter ansteuert, der die Leistung in geeigneter Form an den Maschinenklemmen zur Verfügung stellt. Bei der Geschalteten Reluktanzmaschine liegt das gleiche Prinzip der Krafterzeugung wie bei elektromechanischen Aktuatoren (Relais, Elektromagnete) zu Grunde, mit dem Unterschied, dass eine kontinuierliche Drehbewegung erzeugt wird.

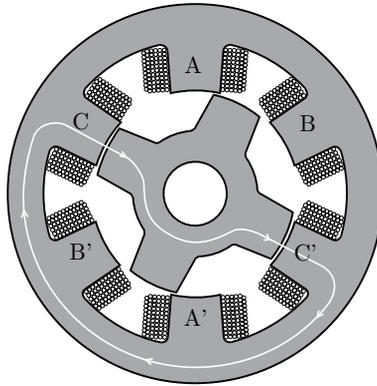


Abb. 17.1: Querschnitt einer 3-phasigen Geschalteten Reluktanzmaschine

In Abbildung 17.1 ist besonders die ausgeprägte Struktur der Reluktanzmaschine auffallend. Durch die ausgeprägten Rotorpole wird eine Variation der Induktivität mit der Rotorposition erreicht. Der Rotor trägt keine aktive Erregung wie Wicklungen oder Permanentmagnete. Dies ermöglicht eine hohe Dynamik und eine hohe Festigkeit bezüglich auftretender Fliehkräfte. Die Statorzähne werden mit jeweils voneinander unabhängigen Spulenpaketen bestückt. Die so genannten konzentrierten Wicklungen bieten einen hohen Kupferfüllfaktor sowie niedrige Fertigungskosten. Im Allgemeinen bilden zwei gegenüberliegende Statorzähne einen Strang, welcher auch als Phase bezeichnet wird. Hierbei werden ihre Wicklungen meist seriell verschaltet. Es gibt auch Maschinen, bei denen eine höhere Polpaarzahl p zu einem Strang zusammengeschaltet wird. Durch die Multiplikation mit der Phasenzahl N_{ph} kann dann die Anzahl der Statorzähne im Allgemeinen bestimmt werden:

$$N_s = 2p \cdot N_{\text{ph}} \quad (17.1)$$

Die Anzahl der Rotorzähne bestimmt sich darauf zu

$$N_r = 2p \cdot (N_{ph} - 1) \text{ für } N_r < N_s \quad (17.2)$$

Auffällig hierbei ist, dass im Gegensatz zu Drehfeldmaschinen die Anzahl von Stator- und Rotorpolen unterschiedlich ist. Damit ergeben sich jeweils

$$N_{\text{plus}} = N_r \cdot N_{ph} = 2p \cdot (N_{ph}^2 - N_{ph}) \quad (17.3)$$

stabile sowie labile Positionen innerhalb einer mechanischen Umdrehung des Rotors (s.u.). Die Anzahl N_{plus} entspricht damit auch der Anzahl der Schaltschritte, die von der Maschine pro Umdrehung ausgeführt werden können. Vorausgesetzt wird dabei, dass die Geometrie von Stator und Rotor achsensymmetrisch ist. Die stabile Lage beschreibt die Rotorposition, in der sich ein Rotorpolpaar in Längsrichtung zu einem erregten Statorpolpaar ausrichtet. Diese Position, in welcher die Flussverketzung den Weg des geringsten magnetischen Widerstandes beschreibt, wird auch als *ausgerichtet* bezeichnet.

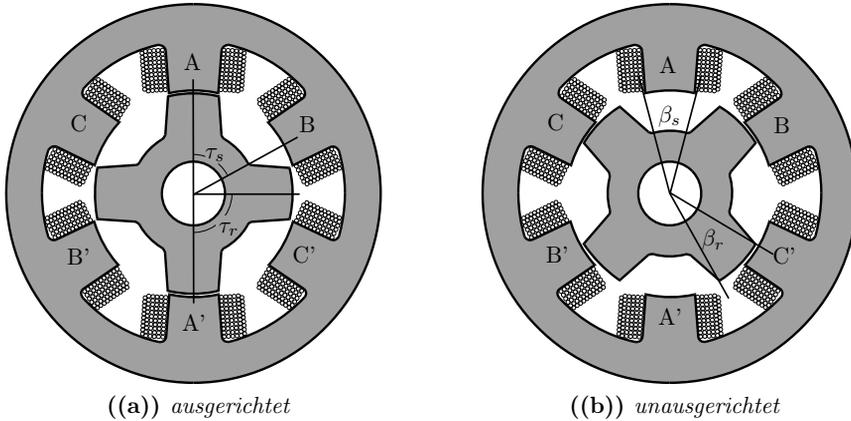


Abb. 17.2: Rotor in ausgerichteter und unausgerichteter Position bezüglich AA'

Der Stator- und der Rotorpolteilungswinkel, τ_s und τ_r , wie sie in Abbildung 17.2a dargestellt sind, werden mit der folgenden Gleichung bestimmt:

$$\tau_i = \frac{2\pi}{N_i} i = r, s \quad (17.4)$$

In Abbildung 17.2(a) befindet sich der Rotor bezüglich des Statorpolpaars AA' in der ausgerichteten Position. Das wirksame Drehmoment in dieser zu AA' relativen Rotorposition θ ist Null:

$$M(\theta_{\text{mech}} = \tau_r/2) = 0 \quad (17.5)$$

Der Rotor befindet sich in der labilen Ruhelage, wenn ein Statorpolpaar in die Mitte zwischen zwei Rotorpolen zeigt, wie es für AA' der Fall in Abbildung 17.2(b) ist. Wiederum ist das Drehmoment, welches mit dem Strang AA' erzeugt werden kann, gleich Null:

$$M(\theta_{\text{mech}} = 0) = M(\theta_{\text{mech}} = \tau_r) = 0 \tag{17.6}$$

Neben dem Winkel für die mechanische Rotorposition θ_{mech} wird ein elektrischer Winkel θ_{el} eingeführt:

$$\theta = \theta_{\text{el}} = N_r \cdot \theta_{\text{mech}} \tag{17.7}$$

Eine elektrische Periode beschreibt damit den Winkelbereich des Rotorpolteilungswinkels τ_r . Die Nullposition des elektrischen Winkels wird (hier) für die unausgerichtete Lage definiert. Aufgrund der vereinfachten Schreibbarkeit wird der Index des elektrischen Winkels häufig weggelassen.

Der in Abbildung 17.1 dargestellte Maschinenquerschnitt stellt eine der am weitest verbreiteten Konfigurationen dar. Eine kontinuierliche Drehbewegung kann auch mit Maschinen anderer Zahnanordnungen erzielt werden. Im Allgemeinen wird der Rotor so ausgeführt, dass die an der Welle wirkenden Radialkräfte in der Summe Null ergeben, damit es bei der Rotation nicht zu Unwuchten kommt.

Aufgrund der modularen Anordnung der Erregerwicklungen ist bei einer blockförmigen Bestromung und einem im realen Fall nicht linearem Verhalten zwischen Strom und Drehmoment eine inhärente Drehmomentwelligkeit vorhanden. Zur Verringerung dieser Drehmomentschwankungen kann die Anzahl der Phasen einer Maschine erhöht werden, womit sich automatisch die Anzahl der stabilen Positionen erhöht. Den gleichen Effekt hat die Erhöhung der Anzahl der Rotorpole gegenüber den Statorpolen, so dass wegen $N_r > N_s$ statt Gleichung (17.2) die folgende Gleichung zur korrekten Berechnung benutzt werden muss:

$$N_r = 2p \cdot (N_{\text{ph}} + 1) \text{ fuer } N_r > N_s \tag{17.8}$$

Die Grundfrequenz, mit der die Spulenpaare bestromt werden müssen, berechnen sich zu

$$f_s = N_r \cdot n \tag{17.9}$$

Deshalb führt die Wahl $N_r > N_s$ zu höheren Grundfrequenzen und somit zu höheren Ummag-netisierungsverlusten. Dies ist der Grund, weshalb solche Konfigurationen weniger anzutreffen sind. Meistens werden Maschinen mit Stator-/Rotorpol Verhältnissen realisiert, wie sie in Tabelle 17.1 aufgelistet sind.

Tabelle 17.1: Häufig realisierte Maschinenkonfigurationen

Phasenzahl	1		2		3			4		5	
N_s	2	4	4	8	6	12	18	8	16	10	20
N_r	2	2	2	4	4	8	12	6	12	8	16
p	1	2	1	2	1	2	3	1	2	1	2

17.2 Grundgleichungen

17.2.1 Spannungsgleichung

Zur Herleitung des mathematischen Modells einer Phase einer Geschalteten Reluktanzmaschine kann die allgemeine Spannungsgleichung einer Drossel benutzt werden:

$$u(t) = R \cdot i(t) + \frac{d\Psi(t)}{dt} \quad (17.10)$$

Wie später gezeigt wird, wird das flussführende Material von Geschalteten Reluktanzmaschinen meistens in der Sättigung betrieben, womit die Flussverkettung Ψ nicht linear vom Strom i abhängt. Weiterhin ist die Flussverkettung von der Rotorposition θ abhängig, womit sich für die Spannung u_{ph} an der Maschinenwicklung folgende Gleichung ergibt:

$$u_{\text{ph}}(t) = R \cdot i(t) + \frac{\partial \Psi(i, \theta)}{\partial i} \frac{di(t)}{dt} + \frac{\partial \Psi(i, \theta)}{\partial \theta} \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (17.11)$$

Diese Gleichung gilt unter der Voraussetzung, dass keine magnetische Beeinflussung durch eine benachbarte Phase stattfindet. Das Verhältnis zwischen Flussverkettung und Strom wird durch die Induktivität L beschrieben. Wird die Flussverkettung durch den Strom und die vom Strom und dem Rotorwinkel abhängige Induktivität ersetzt

$$\Psi(t) = L(i(t), \theta(t)) \cdot i(t) \quad (17.12)$$

ergibt sich folgende Gleichung:

$$u_{\text{ph}}(t) = R \cdot i(t) + \left(L(i, \theta) + i(t) \frac{\partial L(i, \theta)}{\partial i} \right) \frac{di(t)}{dt} + i(t) \frac{\partial L(i, \theta)}{\partial \theta} \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (17.13)$$

Der erste Term auf der rechten Gleichungsseite stellt den ohmschen Spannungsabfall über der Wicklung dar. Der zweite Term repräsentiert den Anteil der an der Induktivität selbst induzierten Spannung. Der Spannungsabfall, der durch die Sättigungseffekte im Eisen hervorgerufen wird, wird mit dem dritten Term berücksichtigt. Der Ausdruck auf der rechten Seite ist die von der mechanischen Seite herrührende Bewegungsspannung. Die induzierte Bewegungsspannung wird auch als elektromotorische Kraft (EMK) bezeichnet. Sie verhält sich porportional zur Winkelgeschwindigkeit Ω_m .

$$e = \Omega_m \cdot i(t) \frac{\partial L(i, \theta)}{\partial \theta} \Omega_m = \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (17.14)$$

Mit diesen Voraussetzungen kann nun das Ersatzschaltbild (ESB) einer Phase abgeleitet werden. Abbildung 17.3 stellt das Ersatzschaltbild einer Phase dar, bei Vernachlässigung der magnetischen Kopplung mit benachbarten Phasen.

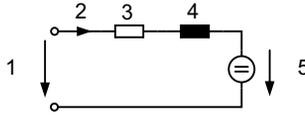


Abb. 17.3: Ersatzschaltbild einer Phase

Um eine Vorstellung zu erlangen, wie sich die Induktivität einer Phase abhängig von der Rotorposition und der Bestromungstärke ändert, sei in Abbildung 17.4 ein realer Induktivitätsverlauf dargestellt.

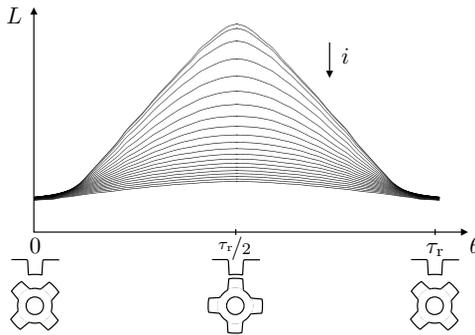


Abb. 17.4: Induktivitätsverlauf in Abhängigkeit von der Rotorposition und dem Strom

Mit den Daten dieser Abbildung und Gleichung (17.13) lässt sich das elektrische Verhalten einer Geschalteten Reluktanzmaschine beschreiben. Unter Vernachlässigung der Sättigung ergibt sich die Spannungsgleichung (17.13) zu:

$$u_{\text{ph}}(t) = R \cdot i(t) + L(\theta) \frac{di(t)}{dt} + i(t) \frac{dL(\theta)}{d\theta} \frac{d\theta(t)}{dt} \tag{17.15}$$

Hierbei ist die Stranginduktivität unabhängig von der Stromstärke. Anhand dieser Gleichung lässt sich das Betriebsverhalten von Geschalteten Reluktanzmaschinen einfacher beschreiben. Weiterhin kann mit dieser Gleichung eine erste Abschätzung bei dem Entwurf von Geschalteten Reluktanzmaschinen durchgeführt werden.

17.2.2 Drehmomentengleichung und Energiebilanz

Bei elektrischen Maschinen interessiert nicht nur das elektrische Verhalten, sondern ebenfalls die mechanische Größe des Drehmoments als entscheidende Ausgangsgröße. Der Zusammenhang zwischen elektrischer und mechanischer Seite kann durch eine Leistungs- bzw. Energiebilanz hergeleitet werden. Annahme hierbei ist, dass die über einen Zyklus aufgenommene elektrische Energie abgezogen der Verlustenergie in mechanische Energie umgewandelt wird.

Drehmoment - Linearer Betrachtung

Multipliziert man die Spannungsgleichung (17.15) (keine Sättigung) mit dem Strom, so ergibt sich die aufgenommene elektrische Leistung:

$$P(t) = u(t) \cdot i(t) = Ri^2(t) + i(t) L(\theta) \frac{di(t)}{dt} + i^2(t) \frac{dL(\theta)}{d\theta} \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (17.16)$$

Mit $i \cdot di = \frac{1}{2} di^2$ und einer Erweiterung der Gleichung (17.16) erhält man:

$$P(t) = Ri^2(t) + \frac{1}{2} \frac{di^2(t)}{dt} L(\theta) + i^2(t) \frac{dL(\theta)}{d\theta} \frac{d\theta(t)}{dt} + \frac{1}{2} i^2(t) \frac{dL(\theta)}{dt} - \frac{1}{2} i^2(t) \frac{dL(\theta)}{dt} \quad (17.17)$$

Mit der Produktregel

$$\frac{1}{2} \frac{di^2(t)}{dt} L(\theta) + \frac{1}{2} i^2(t) \frac{dL(\theta)}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} i^2 L(\theta) \right) \quad (17.18)$$

folgt schließlich für die der Phase elektrisch zugeführte Leistung:

$$P(t) = Ri^2(t) + \frac{1}{2} \frac{d(i^2(t) L(\theta))}{dt} + \frac{1}{2} i^2(t) \frac{dL(\theta)}{d\theta} \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (17.19)$$

Der erste Term der rechten Gleichungsseite stellt die ohmsche Verlustleistung dar. Der mittlere Term beinhaltet die zur Änderung der Magnetisierung anfallende Leistung. Der letzte Term repräsentiert die mechanische Leistung.

Im Falle linearer magnetischer Verhältnisse, d.h. es findet keine Sättigung des flussführenden Materials statt, und mithilfe der Gleichung $P = M \cdot \Omega_m$ ergibt sich nach der durchgeführten Energiebilanz das innere Drehmoment einer Phase zu:

$$M(t) = \frac{1}{2} i^2(t) \frac{dL(\theta)}{dt} \quad (17.20)$$

Aus dem idealisierten Induktivitätsverlauf in Abbildung 17.5(a) kann mit dieser Gleichung der Drehmomentenverlauf bestimmt werden. Es wird deutlich, dass das Vorzeichen der Steigung der Induktivität das Vorzeichen des Drehmoments bestimmt. Somit kann allein mit einem unipolaren Strom sowohl motorisches als auch generatorisches Drehmoment allein durch die Wahl des bestromten Winkelbereichs erzeugt werden. Unipolare Bestromung bedeutet, dass die Wicklungen einer Geschalteten Reluktanzmaschine nur in eine Richtung bestromt werden.

Das Aussehen des Induktivitäts- und Momentenverlaufs hängt von den geometrischen Abmaßen der Maschine ab. Insbesondere ist die Breite der Pole für die Weite der Abschnitte $\Delta\tau_a$ und $\Delta\tau_u$ bestimmend. Der Winkelabstand $\Delta\tau_u$ stellt den Bereich dar, in dem sich die minimale Induktivität im idealisierten Fall nicht ändert. Die minimale Induktivität ist konstant, da in diesem Bereich keinerlei Überlappung der betrachteten Zähne stattfindet. Sind Rotor- und Statorpole

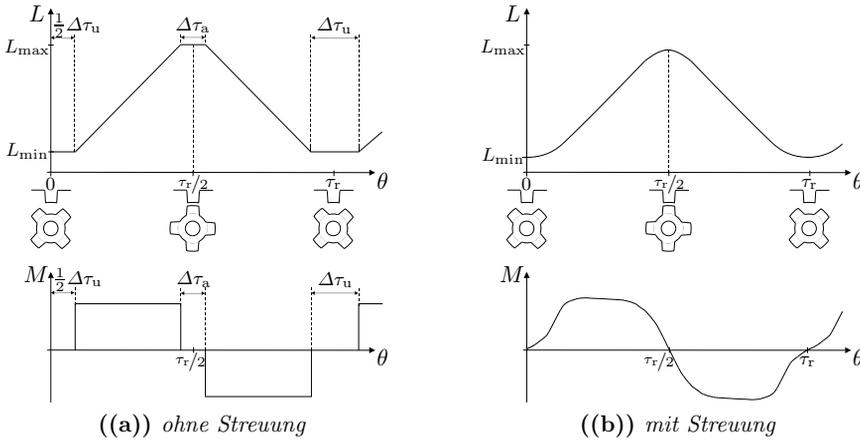


Abb. 17.5: Induktivitäts- und Drehmomentenverlauf bei konstantem Strom

zueinander ausgerichtet, so wird die Induktivität maximal. Ist die Breite der Pole unterschiedlich, so dass sich der magnetisch durchflossene Querschnitt bei einer geringen Rotorlageänderung nicht ändert, so bleibt die Induktivität maximal. $\Delta\tau_a$ ist damit durch das Breitenverhältnis der Pole zueinander bestimmt. Werden zum Beispiel Rotor- und Statorzähne mit gleicher Breite ausgeführt, so wird der Winkelabstand $\Delta\tau_a$, der die Breite der maximalen Induktivität beschreibt, Null.

Der reale Verlauf der Induktivität weicht aufgrund von Streuungseffekten des magnetischen Flusses von dem idealisierten Verlauf ab (Abbildung 17.5(b)). Somit verändert sich ebenfalls der reale Verlauf des Drehmoments.

Energiebilanz

Die Energiewandlung in einer Reluktanzmaschine wurde bereits in [57–61] beschrieben. An dieser Stelle wird noch einmal auf die Energiebilanzierung für den gesättigten Betrieb genauer eingegangen. Die Energiebilanz besagt, dass die Summe aller Energien in einem System konstant ist. Für die Änderung der Energie gilt daher folgende Gleichung:

$$dW_{el} = dW_{verlust} + dW_{mag} + dW_{mech} \tag{17.21}$$

In einem elektromagnetischen System ist die elektrische Energie W_{el} durch die allgemeinen Spannungsgleichung definiert zu:

$$W_{el} = \int u \cdot i dt \tag{17.22}$$

Für die Verlustenergie $W_{verlust}$ in den Wicklungen gilt:

$$W_{verlust} = \int R \cdot i^2 dt \tag{17.23}$$

Die innere Energie W_{inner} des Systems ergibt sich mit Gleichung (17.10) zu:

$$W_{\text{inner}} = W_{\text{el}} - W_{\text{verlust}} = \int i(u - R \cdot i) dt = \int i \frac{d\Psi}{dt} dt = \int i d\Psi \quad (17.24)$$

Wird keine mechanische Energie erzeugt, d.h. es gibt keine bewegten Teile, so gilt aufgrund der Energiebilanz:

$$dW_{\text{mag}} = dW_{\text{el}} - dW_{\text{verlust}} = dW_{\text{inner}} \quad (17.25)$$

Abbildung 17.6 zeigt die magnetische Energie und die Änderung der magnetischen Energie in dem Strom-Flussverkettung-Diagramm (I - Ψ -Diagramm). Die Magnetisierungskennlinie beschreibt hierbei den Verlauf der Flussverkettung $\Psi = L \cdot i$. Für hohe Ströme befindet sich die Induktivität in Sättigung. Daher verläuft die Magnetisierungskennlinie nicht-linear. Die magnetische Energie kann als Fläche in diesem Diagramm betrachtet werden und bestimmt sich zu:

$$W_{\text{mag}} = \int_0^{\Psi_0} i d\Psi \quad (17.26)$$

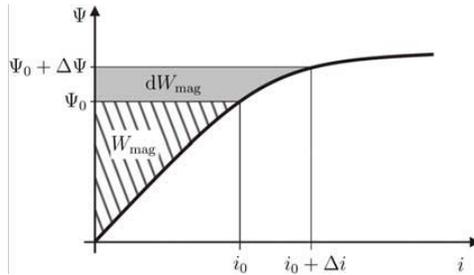


Abb. 17.6: Änderung der magnetischen Energie unter Berücksichtigung von Sättigung

Wird der Luftspalt eines Elektromagneten bei konstantem Strom variiert, so wird mechanische Energie erzeugt oder aufgenommen.

$$dW_{\text{mech}} = dW_{\text{el}} - dW_{\text{verlust}} - dW_{\text{mag}} = dW_{\text{inner}} - dW_{\text{mag}} \quad (17.27)$$

Die Bewegung einer Reluktanzmaschine während einer elektrischen Periode kann in drei Schritte unterteilt werden:

1. Am Anfang ist der Luftspalt konstant d.h. der Rotor befindet sich in der fixen Position θ_s . Die Spule wird aufmagnetisiert bis der Strom i_0 erreicht wird. Aufgrund des konstanten Luftspalts wird keine mechanische Energie umgesetzt. Somit entspricht bis zu diesem Zeitpunkt die magnetische Energie der inneren Energie:

$$\Delta W_{\text{mag}0S} = \Delta W_{\text{inner}0S} = \int_0^{\psi_S} id\psi \Big|_{\theta=\theta_S} \quad (17.28)$$

2. Bei konstantem Strom rotiert der Rotor von Position θ_S zu θ_E . Hierdurch wird der Luftspalt verringert und mechanische Energie erzeugt. Die Magnetisierungskennlinie für die Position θ_E im Ψ - I -Diagramm verläuft aufgrund der größeren Induktivität bei kleinerem Luftspalt oberhalb der Magnetisierungskennlinie für die Position θ_S (Abbildung 17.7). Es gilt:

$$\Delta W_{\text{magSE}} = \Delta W_{\text{innerSE}} - \Delta W_{\text{mechSE}} = \int_{\psi_S}^{\psi_E} i_0 d\psi - \Delta W_{\text{mechSE}} \quad (17.29)$$

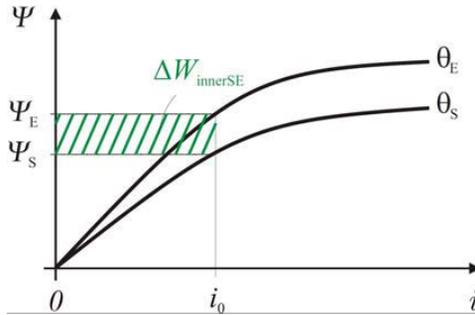


Abb. 17.7: Änderung der Energieaufteilung bei konstantem Strom und Änderung der Induktivität

3. Am Ende, in der Position θ_E , wird der Strom reduziert und die Spule somit abmagnetisiert. Der Luftspalt bleibt analog zum ersten Schritt konstant und es wird keine mechanische Energie umgesetzt

$$\Delta W_{\text{magE}0} = \Delta W_{\text{innerE}0} = \int_{\psi_E}^0 id\psi \Big|_{\theta=\theta_E} = - \int_0^{\psi_E} id\psi \Big|_{\theta=\theta_E} \quad (17.30)$$

Nach allen drei Schritten hat der Strom wieder seinen Anfangswert $i = 0$ erreicht. Daher ist die magnetische Energie, die im System gespeichert ist, zu Beginn und Ende Null. Die Summe der magnetischen Energien der drei Abschnitte muss somit ebenfalls Null ergeben. Die mechanische Energie einer Periode ergibt sich damit zu:

$$\Delta W_{\text{mech}} = \sum \Delta W_{\text{mag}} = \int_0^{\Psi_S} id\Psi \Big|_{\theta=\theta_S} + \int_{\Psi_S}^{\Psi_E} i_0 d\Psi - \int_0^{\Psi_E} id\Psi \Big|_{\theta=\theta_E} \quad (17.31)$$

Abbildung 17.8 zeigt die verschiedenen Energieflächen während einer elektrischen Periode. Die rote Fläche stellt die mechanische Energie ΔW_{mech} dar.

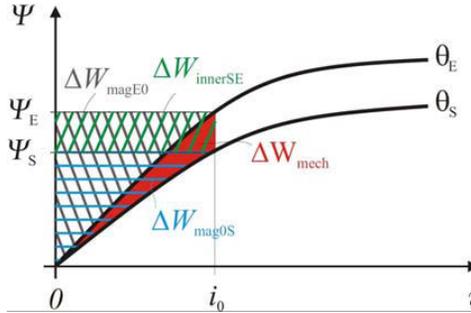


Abb. 17.8: Änderung der Energieaufteilung während einer elektrischen Periode

Die rote Fläche der mechanischen Energie kann auch bestimmt werden indem die Flächen unterhalb der Magnetisierungskennlinien bis zu dem Strom i_0 voneinander abgezogen werden. Die Fläche unterhalb der Kennlinie wird als Koenergie bezeichnet.

$$\Delta W_{\text{mech}} = \int_0^{i_0} \Psi di \Big|_{\theta=\theta_E} - \int_0^{i_0} \Psi di \Big|_{\theta=\theta_S} \quad (17.32)$$

Durch die Energieänderung ΔW_{mech} ändert sich die Position um die Teilstrecke $\Delta\theta$. Das für diesen Vorgang erforderliche Moment bestimmt sich daher zu:

$$M = \frac{dW_{\text{mech}}}{d\theta} \quad (17.33)$$

17.2.3 Einfluss der Sättigung

Die Energieausnutzung λ_w bestimmt das Verhältnis von mechanisch gewonnener Energie W_{mech} zu der Summe aus mechanisch gewonnener Energie und magnetisch zurückgewonnener Energie W_{mag} nach einer elektrischen Periode.

$$\lambda_w = \frac{W_{\text{mech}}}{W_{\text{mech}} + W_{\text{mag}}} \quad (17.34)$$

Bei linearen magnetischen Verhältnissen beträgt die maximale Energieausnutzung 50%. Bei der Geschalteten Reluktanzmaschine kann die Ausnutzung um bis über 80% gesteigert werden, wenn die Maschine deutlich in der Sättigung

betrieben wird. Anschaulich kann diese bessere Ausnutzung des magnetischen Materials aufgrund der Sättigung anhand Abbildung 17.9 verdeutlicht werden.

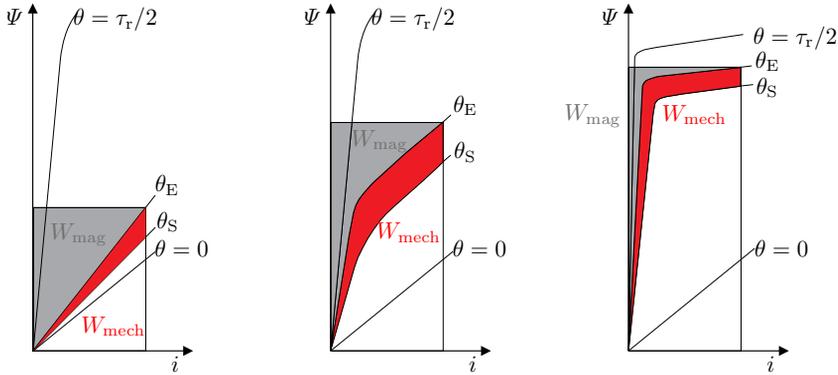


Abb. 17.9: Vergleich magnetische und mechanische Energie bei unterschiedlichem Sättigungsgrad

Es ist zu erkennen, dass sich das Verhältnis von Magnetisierungsenergie und umgesetzter mechanischer Energie mit zunehmender Sättigung zugunsten der mechanischen Energie verschiebt. Der Anteil der erforderlichen Blindleistung nimmt durch die magnetische Sättigung des Maschinenmaterials ab. Eine hohe Blindleistungsaufnahme bedeutet, dass der Umrichter größer und teurer würde, weil er für eine höhere Leistungsübertragung ausgelegt werden muss, als wenn er nur Wirkleistung übertragen würde. Daher werden Reluktanzmaschinen von der Geometrie her häufig so ausgelegt, dass sich im Nennbetrieb Sättigungseffekte in den Stator- und Rotorzähnen ergeben. Sättigungseffekte in den Jochen sind hingegen unerwünscht, da die flussführenden Eigenschaften des Materials durch Sättigung verloren gehen. Dieses würde dazu führen, dass die Magnetisierungskennlinien in Abbildung 17.9 für die Positionen θ_S und θ_E näher aneinander liegen und somit die mechanische Energie geringer wäre.

17.3 Umrichterschaltungen

Wie in Abschnitt 17.2 festgestellt wurde, ist das Vorzeichen des erzeugten Drehmoments unabhängig von der Richtung des Stromes in einer Wicklung. Dadurch kann eine Bestromung der Phasen einer Maschine durch relativ einfache Umrichterkonfigurationen erreicht werden. Es gibt eine Vielzahl verschiedener Umrichtervarianten für Geschaltete Reluktanzmaschinen. Die wegen ihrer Flexibilität und Einfachheit am häufigsten eingesetzte Schaltung ist die Asymmetrische Halbbrücke. In Abbildung 17.10 ist diese Variante in verschiedenen Schaltzuständen dargestellt. Für weitere Umrichtervarianten wird auf [57–61] verwiesen.

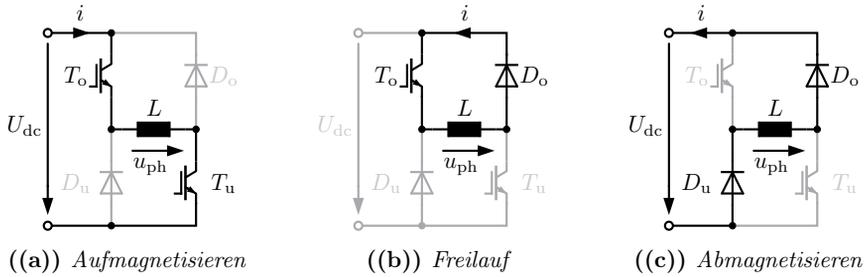


Abb. 17.10: Schaltzustände einer asymmetrischen Halbbrücke

Im Zustand Aufmagnetisieren sind beide Halbleiter-Schalter geschlossen. Die Phasenspannung entspricht der Zwischenkreisspannung $u_{\text{ph}} = U_{\text{dc}}$. Es baut sich ein Strom mit positiven Gradienten auf. Durch Öffnen beider Schalter wird die Phase abmagnetisiert, da über der Maschinenphase nun die negative Zwischenkreisspannung anliegt. Der Stromgradient ist für diesen Fall negativ. In Zustand des Freilaufes ist die Phase kurzgeschlossen. Nur ein Schalter ist geschlossen. Die Wicklung wird von der Zwischenkreisspannung getrennt und der Strom fließt über den geschlossenen Schalter und die Freilaufdiode. Dieser Zustand wird häufig in Stromreglern verwendet, um die Schaltverluste und die Stromwelligkeit zu reduzieren. Die Schaltzustände sind in Tabelle 17.2 zusammen gefasst.

Tabelle 17.2: Erregungszustände durch Asymmetrische Halbbrücke
1: Bauelement stromführend; 0: Bauelement stromlos

Schaltzustand	T_o	T_u	D_o	D_u	u_{ph}
Aufmagnetisieren	1	1	0	0	U_{dc}
Freilauf	0	1	0	1	0
(Phasenkurzschluss)	1	0	1	0	0
Abmagnetisieren	0	0	1	1	$-U_{\text{dc}}$

Durch je eine Asymmetrische Halbbrücke pro Phase sind die einzelnen Phasen elektrisch voneinander entkoppelt. Abbildung 17.11 zeigt den Aufbau eines Umrichters für eine dreiphasige Reluktanzmaschine. Es ist zu erkennen, dass für eine dreiphasige Maschine sechs Zuleitungen zwischen Umrichter und Maschine benötigt werden.

17.4 Antriebskonfigurationen

Mit der Geschalteten Reluktanzmaschine wird ein kontinuierliches Drehmoment erzeugt, indem idealisiert blockförmige Ströme zyklisch in die einzelnen Phasen eingepreßt werden. In der Realität ist es jedoch nicht möglich idealen blockförmigen Strom einzuspeisen. In diesem Abschnitt sollen die unterschiedlichen

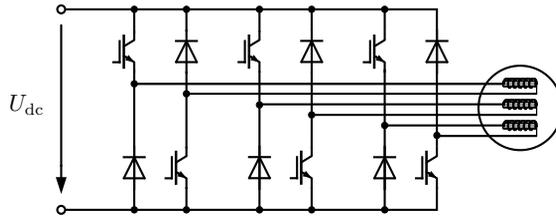


Abb. 17.11: Asymmetrische Halbbrücken-Schaltung einer dreiphasigen Reluktanzmaschine

Möglichkeiten betrachtet werden den idealen Stromverlauf anzunähern. In Abbildung 17.12 ist ein beispielhafter Verlauf eines realen Stroms dargestellt.

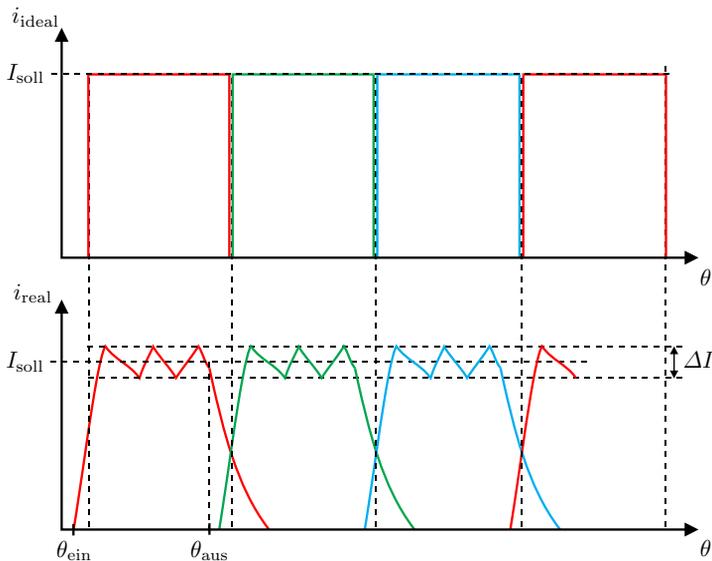


Abb. 17.12: Bedeutung der Steuerparameter I_{soll} , ΔI , θ_{ein} , θ_{aus}

Aufgrund des induktiven Verhaltens der Maschinenphasen, in die der Strom eingespeist wird, kann kein beliebig schneller Stromanstieg, wie er mit i_{ideal} dargestellt ist, erzielt werden. Um einen ähnlichen Drehmomentsverlauf zu erzeugen, ist es möglich den Strom so zu schalten wie er in Abbildung 17.12 als i_{real} aufgetragen ist. Die Form dieses Stromes wird durch die Steuerparameter I_{soll} , ΔI , θ_{ein} und θ_{aus} festgelegt. Der Sollstrom I_{soll} und die Toleranzbandbreite ΔI eines Stromreglers begrenzen den maximalen Strom. Der relative Einschaltwinkel θ_{ein} und der relative Ausschaltwinkel θ_{aus} bestimmen die Breite blockähnlichen Stromes. Der in Abbildung 17.12 dargestellte Betrieb der Reluktanzmaschine ist als Toleranzband-Betrieb bekannt.

Durch eine schmale Toleranzbandbreite können sehr hohe Schaltfrequenzen entstehen. Es ist möglich den Strom mit einer festen Schaltfrequenz zu schal-

ten. Dieser Betrieb nennt sich Pulsweitenmodulation (PWM). Ein Vergleich der Stromformen ist in Abbildung 17.13 dargestellt. Toleranzband-Betrieb und PWM-Betrieb gehören zu den gepulsten Betriebsarten und werden für niedrige Drehzahlbereiche verwendet.

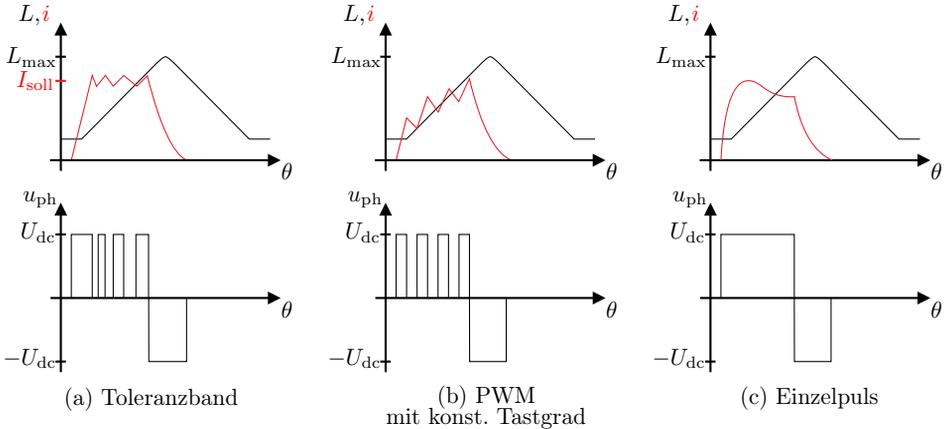


Abb. 17.13: Spannungs- und Stromverläufe der Betriebsarten

Der Gradient des Stromes wird durch die Spannungsverhältnisse an den Spulenklammern bestimmt. Verändert sich zum Beispiel die rotatorisch induzierte Spannung (Gleichung (17.14)) aufgrund von Sättigung oder Drehzahlveränderung, so ändert sich auch die Stromanstiegsgeschwindigkeit. Ein ähnliches Drehmoment bei geringerer Stromanstiegsgeschwindigkeit kann nur dann erreicht werden, wenn die Steuerungsparameter dem neuen Betriebspunkt entsprechend angepasst werden.

Für hohe Drehzahlen sinkt die Stromanstiegsgeschwindigkeit aufgrund der rotatorischen induzierten Spannung soweit ab, dass das Toleranzband nicht mehr erreicht wird, bevor die Phase wieder abmagnetisiert wird. Die Stromhöhe wird somit nur noch über die Schaltwinkel θ_{ein} und θ_{aus} eingestellt. Dieser Betrieb ist als Einzelpuls-Betrieb bekannt (Abbildung 17.13c).

Durch die Vorgabe der beschriebenen Steuerungsparameter wird sich ein Betriebspunkt aufgrund der Bewegungsgleichung einstellen. Mittels einer Steuerung, die diese Parameter berechnet oder aus Tabellen für den geforderten Betriebspunkt ermittelt, kann der Antrieb betrieben werden. Da die elektrischen Zusammenhänge der Geschalteten Reluktanzmaschine stark nichtlinear sind, ist das Drehmoment nicht allgemeingültig berechenbar bzw. vom Strom abhängig, wie zum Beispiel bei der Gleichstrommaschine. Aus diesem Grund kann ein Geschalteter Reluktanzantrieb genaugenommen nur Drehmomenten-gesteuert betrieben werden, es sei denn, die Größe des Drehmomentes wird ermittelt und für eine Regelung verwendet (Abschnitt 17.5).

Das maximale Drehmoment bei niedrigen Drehzahlen wird durch die Vorgabe eines Sollstroms (Effektivspannung) begrenzt. Damit wird eine Zerstörung des Umrichters und eine thermische Überhitzung der Maschine verhindert.

Die Grenze des maximalen Drehmoments für höhere Drehzahlen fällt idealisiert reziprok mit steigender Drehzahl ab (Abbildung 17.14). Diese Grenze stellt die maximale thermische Dauerbelastbarkeit der Maschine dar. Die thermische Belastung wird durch die verwendete Kühlung und die Maschinenverluste bestimmt. Da die Verluste bei unterschiedlichen Drehzahlen nur bedingt proportional zu der Maschinenleistung an der Welle sind, ist diese thermische Grenze in der Praxis nicht genau reziprok zur Drehzahl.

Der Typenpunkt definiert im Gegensatz zum Nennpunkt die maximale Drehzahl, die mit maximalen Umrichterströmen theoretisch erreichbar ist. Diese maximale Drehzahl wird begrenzt durch die vorgegebene konstante Zwischenkreisspannung. Der Typenpunkt berücksichtigt keine thermischen Grenzen. Ein Betrieb ohne thermische Überhitzung der Maschine ist daher für den in Abbildung 17.14 spezifizierten Fall nur kurzzeitig im Überlastfall möglich. Abhängig von der Auslegung des Antriebs können jedoch Typen- und Nennpunkt zusammenfallen.

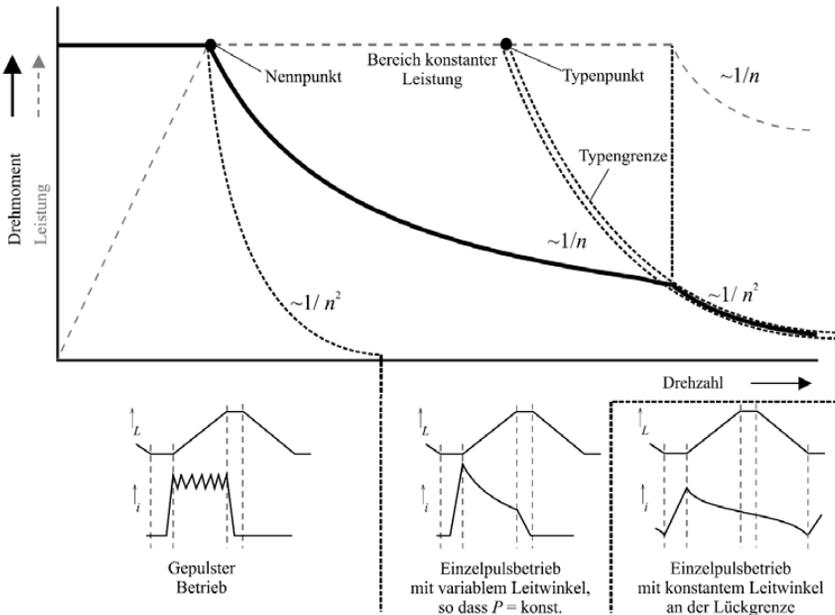


Abb. 17.14: Betriebsgrenzen und Betriebsarten einer Geschalteten Reluktanzmaschine

Die maximal verfügbare Zwischenkreisspannung definiert die durch den Typenpunkt gehende Typengrenze. Diese Grenze beschreibt die maximalen Drehmomente bei hohen Drehzahlen. Begrenzt dieses Limit das maximale Drehmoment vor einer thermischen Begrenzung, so fällt die maximale Leistung reziprok mit der Drehzahl ab.

17.5 Steuerung und Regelung

Um einen Geschalteten Reluktanzantrieb mit optimalen Steuervariablen zu betreiben, müssen diese aufgrund der nicht-linearen Abhängigkeiten auch nicht-linear mit dem Drehmoment und der Drehzahl verändert werden. Die Steuervariablen werden daher häufig durch Simulationen oder Messungen ermittelt und in Tabellen abgelegt. Auf diese Tabellen wird dann während des Regelalgorithmus zugegriffen.

17.5.1 Drehzahlregelung

Die einfachste Form der Regelung einer Reluktanzmaschine ist die Regelung der Drehzahl. Hierzu wird aus dem Positionssignal durch Differenzierung die aktuelle Winkelgeschwindigkeit ω gewonnen. Aus dem Vergleich mit dem Sollwert ω^* wird die Regelabweichung $\Delta\omega$ bestimmt, welche in einen PI-Regler geführt wird (Abbildung 17.15).

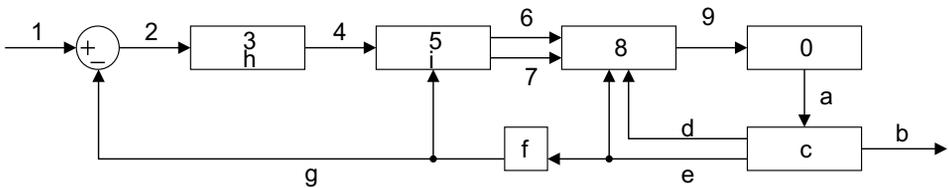


Abb. 17.15: Drehzahlregelung einer Geschalteten Reluktanzmaschine

Der PI-Regler bestimmt das zur Eliminierung der Regelabweichung benötigte Moment M^* . In einer Tabelle wurden zuvor die Steuerparameter für die gewünschten Betriebspunkt hinterlegt. Diese werden durch den Toleranzbandregler in Schaltsignale (Schalter S_{xy} geschlossen/geöffnet) transformiert und auf den Umrichter gegeben. Somit wird durch An- bzw. Abschalten der Spannung die gewünschte Stromform in die Maschine eingepreßt.

17.5.2 Drehmomentregelung

Häufig erfordert eine Anwendung nicht nur die Regelung der Drehzahl, sondern das Einstellen eines bestimmten Arbeitspunktes, vorgegeben durch Drehzahl und Drehmoment. Dabei wird zwischen zwei Fällen unterschieden. Zum Einen die Regelung des mittleren Drehmomentes, wobei das durchschnittliche Drehmoment einer elektrischen Periode geregelt wird. Dadurch lässt sich die abgegebene mechanische Leistung einstellen. Zum Anderen ist es möglich die momentane Drehzahl zu regeln, um die Drehmomentwelligkeit zu reduzieren.

Regelung des mittleren Drehmoments

In [831] wird gezeigt, dass das mittlere Drehmoment durch die Auswertung von Strom und Spannung über den Maschinenphasen geschätzt werden kann. Durch diese Schätzung wird es möglich das Drehmoment durch einen Vergleich mit dem Sollwert zu regeln. Ein schematischer Aufbau des Regelungsalgorithmus ist in Abbildung 17.16 dargestellt. Häufig wird diese Form der Regelung als DATC (*Direct Average Torque Control*) bezeichnet.

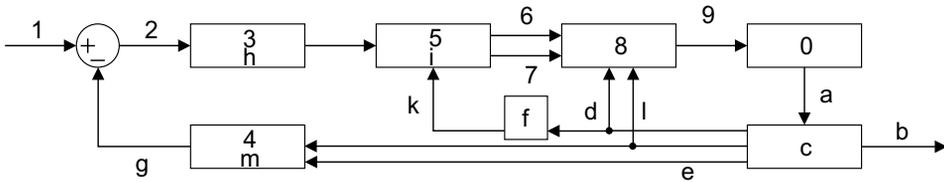


Abb. 17.16: Aufbau des Regelungsalgorithmus zur mittleren Drehmomentregelung

Abbildung 17.17 zeigt einen gemessenen Verlauf des momentanen Drehmoments bei einem Sprung auf die Sollzahl. Dargestellt ist dabei das momentane Drehmoment einer Phase sowie das momentane Drehmoment der Maschine. Ebenfalls sind das Sollwertmoment und das geschätzte Drehmoment aufgetragen. Es ist gut ersichtlich, dass das momentane Drehmoment eine hohe Welligkeit aufweist und nur das mittlere Drehmoment konstant geregelt wird.

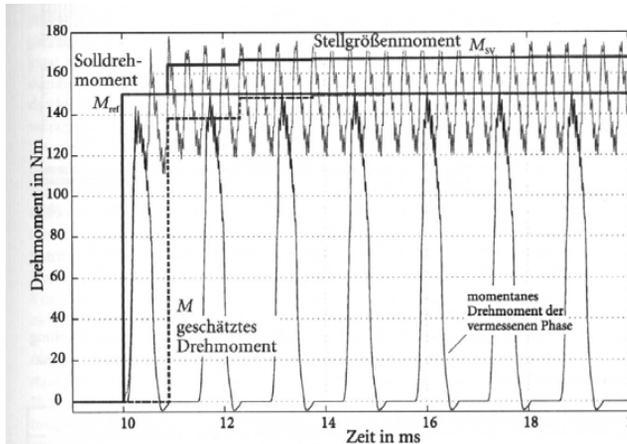


Abb. 17.17: Sprung auf Sollzahl bei mittleren Drehmomentregelung [831]

Regelung des momentanen Drehmoments

Wird die Drehzahl durch eine Strom-Toleranzbandregelung, eine PWM-Regelung oder im Einzelpulsbetrieb geregelt, so entstehen besonders in den Bereichen in denen zwei Phasen gleichzeitig bestromt werden Drehmomentsspitzen (Abbildung 17.17). Um diese Welligkeit zur verringern ist es möglich das momentane Drehmoment zu regeln. Das momentane Drehmoment kann aus dem Phasenstrom oder der Flussverkettung geschätzt werden [823].

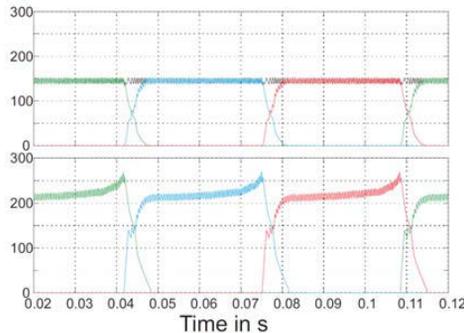


Abb. 17.18: Regelung des momentanen Drehmoments [823]

Durch die Schätzung des aktuellen Drehmomentwerts ist es möglich das Drehmoment kontinuierlich zu regeln. In [831] wird dafür eine Toleranzbandregelung des Drehmoments vorgestellt, welche der Toleranzbandregelung des Stroms übergeordnet ist. Der resultierende Verlauf ist in Abbildung 17.18 dargestellt.

Zur Regelung des momentanen Drehmoment ist es notwendig den Strom im Übergang zwischen zwei Phasen anzupassen und hierfür geeignete Strategien zu entwickeln. Der Übergang zwischen zwei Phasen ist in Abbildung 17.19 dargestellt. Zu erkennen ist, dass das Toleranzband aus fünf Drehmomentgrenzen besteht und diesen Bereich nicht verlässt. Zum Abmagnetisieren der Phase wird diese nicht nur mit der negativen Zwischenkreisspannung beschaltet, sondern auch teilweise in den Freilauf versetzt, um das Drehmoment dieser Phase nicht zu schnell abzubauen. Analog wird bei der einschaltenden Phase zwischen Aufmagnetisieren und Freilauf geschaltet. Somit ergibt sich ein annähernd konstanter Verlauf des momentanen Drehmoments. Diese Regelung wird als DITC (*Direct Instantaneous Torque Control*) bezeichnet.

Wie in Abbildung 17.19 erkennbar, wird durch die Toleranzbandregelung des Drehmoments teilweise sehr hohe Schaltfrequenzen hervorgerufen. In [823] wird daher eine Regelung des momentanen Drehmoments vorgestellt, welche die Phasenspannung mittels Pulsweitenmodulation und somit fester Taktfrequenz schaltet (PWM-DITC). Dazu wird während jedem Schaltzyklus das im nächsten Zyklus auftretende Drehmoment geschätzt und die Pulsbreite dementsprechend angepasst. Abbildung 17.20 zeigt eine Simulation der Phasenspannung und des Phasenstroms sowie der Flussverkettung und des Drehmoments. Erkennbar ist

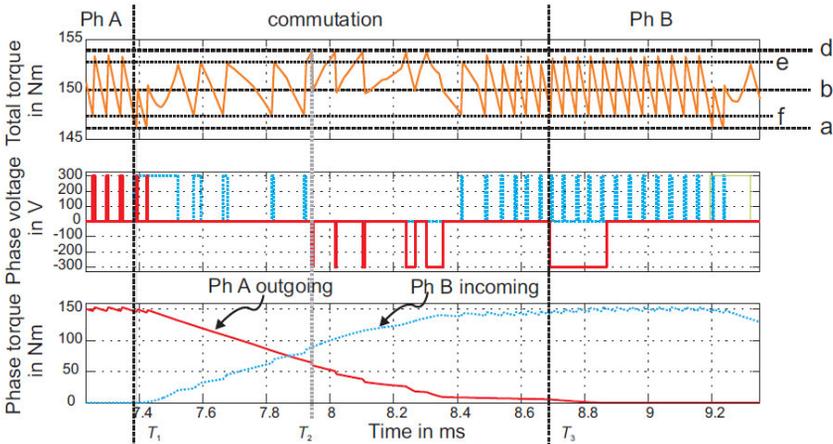


Abb. 17.19: Phasenübergang bei Regelung des momentanen Drehmoments [823]

die deutlich reduzierte Schaltfrequenz. Durch die fixe Taktfrequenz ist es möglich PWM-DITC auf einem digitalen Signalprozessor (DSP) zu implementieren.

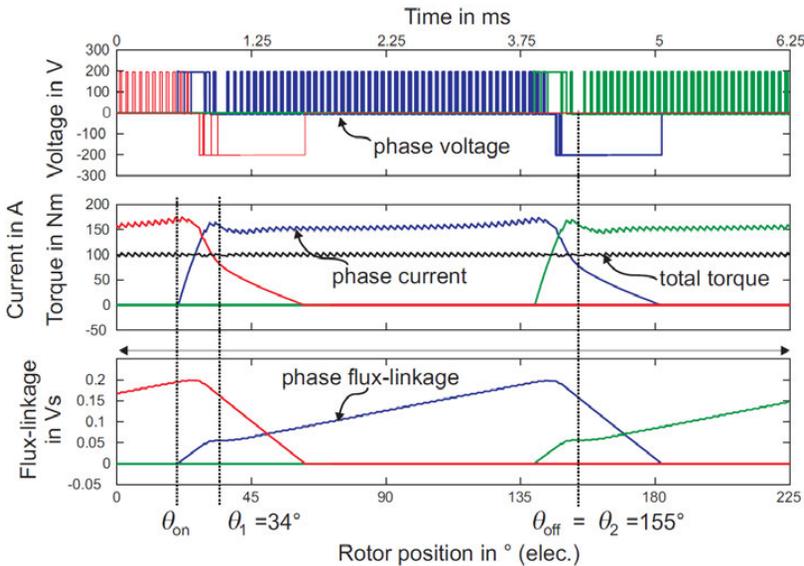


Abb. 17.20: Drehmomentverlauf bei PWM basierter momentanen Drehmomentregelung [823]

17.5.3 Sensorlose Regelung

Das zur Drehzahl- oder Drehmomentregelung benötigte Positionssignal wird in der Regel durch einen Lagegeber zur Verfügung gestellt. Der Lagegeber bildet

im System eine Komponente die teuer und mit einem hohen Ausfallrisiko belastet ist. Daher werden Antriebe entwickelt, die ohne einen Lagegeber auskommen. Allgemein werden diese Antriebe als sensorlos bezeichnet. Die Bezeichnung bezieht sich jedoch nur auf den Lagegeber. Bei einem sensorlosen Antrieb wird das Positionssignal aus anderen Informationen gewonnen. Häufig wird hierzu das gemessene Stromsignal verwendet. Ein sensorloser Antrieb kann somit trotzdem Stromsensoren besitzen.

Wegen der variablen Reluktanz in Geschalteten Reluktanzmaschinen ist die sensorlose Regelung relativ einfach und kostengünstig zu realisieren. Es gibt daher verschiedene Methoden zur Bestimmung der Position. Es ist möglich durch Messungen des Stroms in gerade nicht aktiv bestromten Phasen auf die Position des Rotors zu schließen. Dabei wird entweder aufgrund von Kopplungseffekten mit aktiven Phasen oder durch Einprägen von Signalpulsen in die passive Phase die Position geschätzt. Eine andere Möglichkeit besteht darin, durch Aufzeichnen des Strom- oder des Flussverkettungsverlaufs in aktiv bestromten Phasen, auf die Position des Rotors zu schließen. In [846] werden die verschiedenen Ansätze vorgestellt und genauer erläutert.

17.6 Ansätze und Methoden zur Optimierung

Es gibt diverse Ansätze und Methoden zur Optimierung von Reluktanzmaschinen. Im Folgenden wird auf einige genauer eingegangen.

17.6.1 Minimierte Zwischenkreiskapazität

Ein Ansatz der Optimierung ist die Minimierung der Welligkeit der Zwischenkreisspannung. Dadurch kann die im Umrichter integrierte Zwischenkreiskapazität minimiert werden und somit Bauraum und Kosten eingespart werden. Dieses Thema wird in [839] genauer betrachtet.

Im gepulsten Betrieb mit PWM treten, analog zur Drehmomentwelligkeit, die Spannungsspitzen häufig bei dem Übergang zwischen zwei aktiven Phasen auf. Zur Minimierung der Überspannung kann die Pulsbreite a der abmagnetisierenden Phase so angepasst werden, dass die aus der abmagnetisierenden Phase zurück gespeisten magnetischen Energie, die der durch die aufmagnetisierenden Phase benötigten Energie nicht überschreitet. Somit wird nahezu keine Energie zurück in den Zwischenkreis gespeist. Die magnetische Energie wird von einer Phase direkt in die andere geleitet. Somit werden die Überspannungsspitzen im Zwischenkreis vermieden. Abbildung 17.21 zeigt einen Vergleich von herkömmlichem PWM-Betrieb und der vorgestellten Betriebsstrategie.

Das vorgestellte Verfahren kann ebenfalls für den Betrieb im Einzelpuls angewendet werden. Dabei wird die Phase beim Abmagnetisieren nicht kontinuierlich abgeschaltet, sondern zwischendurch in den Freilauf versetzt, um das Energiegleichgewicht zu wahren. Ein Vergleich zum konventionellen Betrieb im

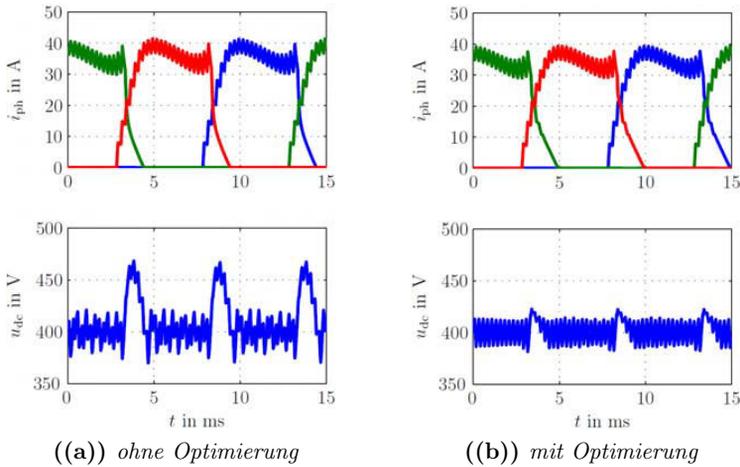


Abb. 17.21: Minimierung der Zwischenkreis-Überspannung im PWM-Betrieb [839]

Einzelpuls ist in Abbildung 17.22 dargestellt. In [839] wird ebenfalls ein Ansatz vorgestellt, in welchem die Stromtoleranzbandregelung durch eine Spannungtoleranzbandregelung überlagert wird.

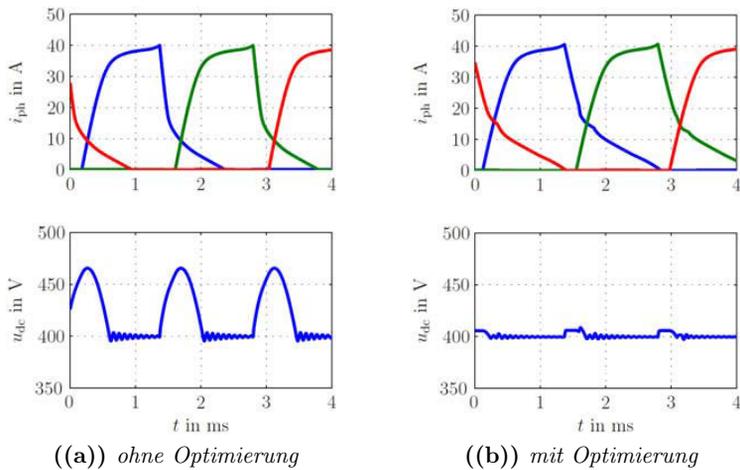


Abb. 17.22: Minimierung der Zwischenkreis-Überspannung im Einzelpuls-Betrieb [839]

17.6.2 Akustische Analyse

Ein großer Nachteil von elektrischen Maschinen mit konzentrierter Wicklung, und damit auch Geschalteten Reluktanzmaschinen, ist die akustische Geräusch-

abstrahlung. Aufgrund des Funktionsprinzip wird durch das magnetische Feld nicht nur eine Kraft in tangentialer Richtung (Drehmoment) erzeugt, sondern zusätzlich eine große Kraftkomponente in radialer Richtung [832]. Diese radiale Kraft tritt periodisch mit der elektrischen Frequenz der Reluktanzmaschine auf und greift an den Statorzähnen an. Dabei regt sie Schwingung im Stator an, welche als Schall abgestrahlt werden und so akustisch hörbar sind.

Da die Geometrie von elektrischen Maschinen häufig einen Zylinder darstellt, sind die Resonanzen der Maschine ähnlich denen eines Zylinders. Abhängig von der Anzahl der Knotenpunkten können die Schwingungen in Moden ($\text{mode}_{m,n}$) eingeteilt werden. Jede Schwingung kann aus der Überlagerung von Moden gebildet werden. Für die Modellierung von Reluktanzmaschinen sind rein radiale Moden am wichtigsten, weshalb häufig nur die Moden mit $m = 0$ betrachtet werden [832]. Abbildung 17.23 zeigt die ersten vier Moden einer Reluktanzmaschine.

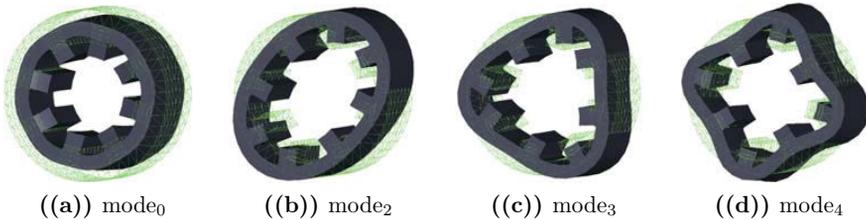


Abb. 17.23: Moden einer Reluktanzmaschine mit $m = 0$ [821]

Für die Modellierung und Bewertung des akustischen Verhalten einer Reluktanzmaschine ist besonders die Oberflächengeschwindigkeit und -beschleunigung auf der Außenseite des Stators von Interesse. Diese können durch Messungen mit Beschleunigungssensoren oder Simulationen bestimmt werden. In [812] wird der Aufbau einer solchen Simulation genauer beschrieben. Für weitere Informationen sei auf [813], [822] und [829] verwiesen.

Aternative Anordnungen

Durch Regelstrategien ist es möglich das akustische Verhalten der Reluktanzmaschine zu beeinflussen. Es ist ebenfalls möglich den mechanischen Aufbau der Maschine anzupassen und somit Einfluss auf das akustische Abstrahlverhalten zu nehmen. Ein Beispiel für eine Abwandlung des Aufbaus ist eine Axialfluss Reluktanzmaschine (Abbildung 17.24). Hierbei greift zusätzlich zum Drehmoment eine axiale Kraft an den Statorzähnen an. Da die Stirnseiten der Maschine massiver gefertigt werden können als das zylindrische Statorgehäuse einer konventionellen Maschine, ist es möglich die Schwingungen besser zu dämpfen [832], [842].

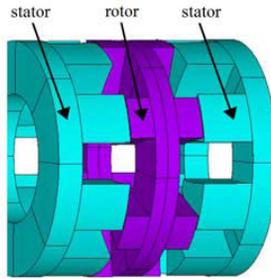


Abb. 17.24: Axialfluss Reluktanzmaschine [832]

17.6.3 Verlustmodellierung

Ein Weitere Schritt zur Optimierung von Reluktanzmaschinen ist die Modellierung der Verluste. Somit können schon während des Designprozesse verschieden Auslegungen miteinander verglichen und bezüglich des Wirkungsgrades optimiert werden. Die Verluste eines Reluktanzmaschine lassen sich in Wickungsverluste und Eisenverluste unterteilen.

In [817] und [843] werden Methoden vorgestellt, um die Wickungsverluste zu bestimmen. Dabei werden nicht nur die ohmschen Gleichstromverluste betrachtet sondern auch Wirbelstromverluste in den Wicklungen genauer untersucht. In den Wicklungen treten Wirbelstromverluste aufgrund des Skin- und des Proximity-Effekts auf. Dabei wird beim Skin-Effekt der Strom aufgrund des durch den Leiter selbst verursachten Magnetfeldes verdrängt. Beim Proximity-Effekt beeinflusst das Magnetfeld der benachbarten Leiter die Stromdichte [833].

Da im motorischen Betrieb die Phase vor der ausgerichteten Position mit Strom durchflossen wird, verläuft das resultierende Magnetfeld zu größeren Teilen durch die Leiter der Wicklung an der eindrehenden Flanke (Abbildung 17.25(a)). Dadurch werden in diesen Leitern höhere Wirbelstromverluste induziert. In Abbildung 17.25(b) sind die Verluste der einzelnen Leiter graphisch dargestellt. Mit einer umrandenden Linie sind zusätzlich die Gleichstromverluste eingetragen. Es ist zu erkennen, dass für die untersuchte Anordnung die Wirbelstromverluste deutlich über den Gleichstromverlusten liegen [817]. Die Simulation wurde mit einem gekoppelten MATLAB/Simulink - FLUX 2D Modell durchgeführt [825], [836].

Neben Wickungsverlusten treten in der Reluktanzmaschine Eisenverluste auf. Diese werden durch Ummagnetisierungsvorgängen im Rotor- und Statormaterial hervorgerufen. In [826] und [835] werden Methoden zu Berechnung und Simulation vorgestellt. Zusätzlich zu den Verlusten in der Maschine haben die Verluste im Umrichter einen Einfluss auf den Wirkungsgrad des Antriebssystems.

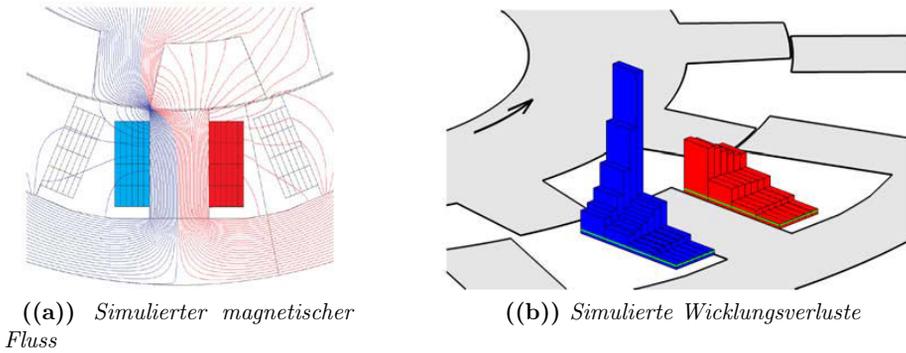


Abb. 17.25: Modellierung von Wirbelstromverlusten [817]

17.6.4 Modellierung mithilfe von Reluktanz-Netzwerken

Häufig werden Reluktanzmaschine mit FEM-Simulationen (Finite-Elemente-Methode) modelliert und ausgelegt.

Die größten Nachteile von FEM-Berechnungen sind die lange Simulationszeit, der hohe Rechenaufwand und der große Speicherbedarf. Daher soll an dieser Stelle eine alternative Methode vorgestellt werden: die Modellierung der Reluktanzmaschine durch ein Reluktanz-Netzwerk. Hierbei wird der magnetische Flusspfad (analog zum elektrischen Ersatzschaltbild) durch magnetische Widerstände und Quellen aufgebaut. Abbildung 17.26(a) zeigt exemplarisch einen solchen Aufbau. Zu beachten ist, dass es sich bei der modellierten Maschine um eine Reluktanzmaschine mit Außenläufer handelt. Der Stator befindet sich demzufolge in der Mitte. Dieser Aufbau kann z.B. für Direktantriebe in Straßen- oder Schienenfahrzeugen eingesetzt werden.

Das Netzwerk setzt sich zusammen aus Reluktanzen für die Stator- und Rotorzähne (R_m^{rt} , R_m^{st}), die Reluktanzen der Joche (R_m^r , R_m^s), den Luftspaltreluktanzen (R_m^{ag}) sowie den Zahn-zu-Zahn-Reluktanzen (R_m^{tt}) und den Streureluktanzen (R_m^{sf}). Die Schwierigkeit eines solchen Modells liegt in der Bestimmung der Werte der Reluktanzen. Diese sind positions- und sättigungsabhängig [827], [834], [840].

Alternativ ist es möglich allen von der Rotorposition abhängenden Reluktanzen in der Reluktanz R_m^z zusammenzufassen und diese Reluktanz durch eine einmalige 2D-FEM Simulationen zu berechnen (Abbildung 17.26(b)). Die dadurch bestimmten Werte werden in Abhängigkeit von der Rotorposition und der Flussverkettung in Tabellen hinterlegt und im Modell verwendet [827]. Die Reluktanzen des Rotor- und des Statorjoches können mit einem Sättigungsmodell beschrieben werden [840].

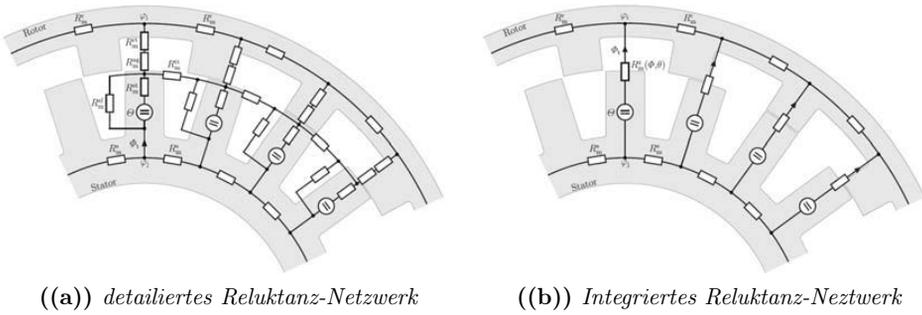
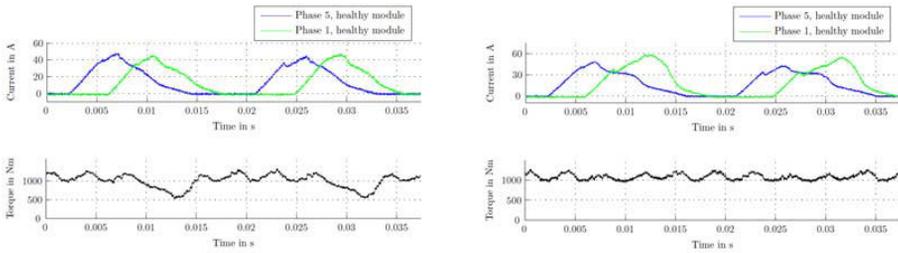


Abb. 17.26: Modellierung einer Geschalteten Reluktanzmaschine [827]

Betrachtung von Fehlerfällen

Eine Anwendung von Reluktanz-Netzwerken kann die Betrachtung von Fehlerfällen sein. Hierdurch können Strategien entwickelt werden, wie die Regelung auf Fehlerfälle reagiert sollte. In [828] wird dazu eine Reluktanzmaschine mit 20 Statorzähnen, 16 Rotorzähnen und fünf Phasen betrachtet. Die vier Statorzähne pro Phase sind jeweils unabhängig voneinander durch einzelne Module eines verteilten Umrichters schaltbar.

In dem hier betrachteten Fehlerfall fallen zwei sich gegenüber liegende Module der Phase 1 aus. Abbildung 17.27(a) zeigt die gemessenen Phasenströme und das Drehmoment der Maschine ohne eine angepasste Regelung im Fehlerfall. Es ist zu erkennen, dass das Drehmoment zu dem Zeitpunkt in dem Phase 1 bestromt wird deutlich einbricht. In Abbildung 17.27(b) reagiert die Regelung auf den Fehlerfall und passt die Bestromung der zwei verblieben Module der Phase 1 an, so dass der Einbruch des Drehmoments abgefangen wird [827].



(a) ohne angepasste Regelung im Fehlerfall **(b)** mit angepasste Regelung im Fehlerfall

Abb. 17.27: Vergleich der Drehmomentverläufe bei Ausfall von zwei Umrichtermodulen [827]

18 Identifikation linearer dynamischer Systeme

Die Identifikation linearer dynamischer Systeme ist ein umfassend erforschtes Gebiet. In diesem Kapitel sollen die wichtigsten linearen Modellstrukturen und Identifikationsverfahren vorgestellt werden. Es werden prinzipielle Unterschiede zwischen den Identifikationsverfahren erläutert und an Simulationsbeispielen veranschaulicht. Detaillierte Ausführungen zur Identifikation linearer dynamischer Systeme können z.B. in [961, 962, 966, 967] und insbesondere in [33] gefunden werden. Die Identifikation von linearen dynamischen Systemen ist eine wichtige Voraussetzung, um aussagekräftige Modelle des betrachteten Systems zu erhalten. Mit diesen aussagekräftigen Modellen können dann Simulationen durchgeführt werden, um eine gezielte Analyse der Aufgabenstellung im Vorfeld praktischer Untersuchungen durchzuführen und damit aufwendige und teure praktische Experimente möglichst zu minimieren oder sogar ganz zu vermeiden. Insofern ist eine physikalisch interpretierbare und konvergente Identifikation von größter Bedeutung.

Ein weiterer wesentlicher Punkt bei der Identifikation ist, ob das zu identifizierende System zeitinvariant oder zeitvariant ist. Wenn das System zeitvariant ist, d.h. seine Parameter ändern sich, dann ist die benötigte Zeitdauer der Identifikation ein weiteres Kriterium. Vorausgesetzt das lineare System ist identifiziert, dann bildet die Aussage der Identifikation die Basis für die Festlegung der Regelung.

Eine erste Einführung in das Gebiet der Parameter-Identifikation erfolgte in Kap. 13.6 am Beispiel der Asynchronmaschine. In diesem Kapitel wurde ausgeführt, dass es deterministische Ansätze gibt, d.h. Modellansätze, die speziell auf die Aufgabenstellung zugeschnitten sind.

Eine weitere, allgemeine Verfahrensgruppe sind die Parameterschätzverfahren nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate (MKQ). Es ist zu beachten, ob das zu identifizierende System nicht, nur gering oder erheblich gestört ist.

Wie allen Kapiteln dieses Buches zu entnehmen, ist die Kenntnis des zu untersuchenden Systems eine grundsätzliche Voraussetzung: ¹ Aufgrund dieser Situa-

¹Dies ist bereits bei den Signalfußplänen der elektrischen Maschinen einsichtig. Bei mechatronischen Systemen — wie bei der Regelung von elastischen Mehrmassensystemen (vgl. Kap. 19), der Schwingungsdämpfung (siehe Kap. 20) oder bei technologischen Regelungen — ist die Systemidentifikation unabdingbar.

tion soll im Folgenden eine allgemeine Einführung in die Identifikation linearer Systeme gegeben werden.

18.1 Grundlagen der Identifikation

18.1.1 Parametrische und nichtparametrische Identifikationsverfahren

Die Verfahren zur Identifikation linearer dynamischer Systeme können in parametrische und nichtparametrische Ansätze unterteilt werden. Desweiteren ist es hilfreich, zwischen dem Modell und dem Verfahren, das zur Ermittlung der Freiheitsgrade des Modells zum Einsatz kommt, zu unterscheiden. Parametrische und nichtparametrische Modelle können wie folgt voneinander abgegrenzt werden:

- Parametrische Modelle beschreiben das Systemverhalten exakt mit einer endlichen Anzahl an Parametern. Ein typisches Beispiel hierfür ist ein Modell, das auf einer Differentialgleichung bzw. einer Differenzgleichung basiert. Die Parameter haben in der Regel einen direkten Bezug zu physikalischen Größen wie z.B. einer Masse oder einem Trägheitsmoment.
- Nichtparametrische Modelle benötigen eine unendliche Anzahl an Parametern, um das Systemverhalten exakt zu beschreiben. Ein typisches Beispiel ist ein Modell, das auf der Impulsantwort des Systems basiert.

Desweiteren können auch die Identifikationsverfahren in parametrische und nichtparametrische Methoden unterteilt werden:

- Parametrische Methoden bestimmen eine endliche Anzahl von Parametern. Parametrische Methoden können auch dazu verwendet werden, um die Parameter eines nichtparametrischen Modells zu bestimmen, wenn die Parameter vorher auf eine endliche Anzahl reduziert wurden. Ein typisches Beispiel ist das FIR-Modell (finite impulse response), das die unendliche lange Impulsantwort eines Systems nachbildet.
- Nichtparametrische Methoden sind flexibler als parametrische Methoden. Sie werden meistens verwendet, wenn die Struktur des Systems nur unzureichend bekannt ist. Ein typisches Beispiel ist die Fourieranalyse, bei der eine endliche Parameteranzahl im allgemeinen nicht ausreicht. Nichtparametrische Methoden benötigen theoretisch unendlich viele Parameter. Bei einer Implementierung können aber nur endlich viele Parameter — das Systemverhalten kann in diesem Fall nicht mehr exakt beschrieben werden — berücksichtigt werden. Diese endliche Anzahl der Parameter ist aber wesentlich größer als bei parametrischen Methoden.

Neben der Unterscheidung von parametrischen und nichtparametrischen Methoden können die Identifikationsverfahren auch nach Zeitbereich und Frequenzbereich unterschieden werden. Im Folgenden sollen jedoch ausschließlich parametrische Identifikationsverfahren im Zeitbereich betrachtet werden, da ihnen die größte Bedeutung zukommt. Bei den vorgestellten Verfahren handelt es sich ausschließlich um Methoden im zeitdiskreten Bereich.

18.1.2 Identifikation

Ausgehend von einer modellhaften Vorstellung der physikalischen Realität erfolgt die Identifikation. Ziel einer Identifikation ist es, mit Hilfe gemessener Ein- und Ausgangssignale des Prozesses ein Modell zu bestimmen, welches das statische und dynamische Verhalten des Prozesses möglichst gut nachbildet. Dabei wird angenommen, dass ein eindeutiger Zusammenhang zwischen den Eingangssignalen \underline{u} , der Anregung des Prozesses, und dem Ausgangssignal y_u existiert. Aufgrund der Tatsache, dass auf jeden Prozess Störungen, wie z.B. Messrauschen, einwirken, kann nur das gestörte Ausgangssignal y zur Identifikation genutzt werden, welches als Überlagerung des ungestörten Prozessausgangs y_u mit einem Störsignal z angesehen werden kann. Abbildung 18.1 zeigt die grundsätzliche Struktur einer Identifikation. Jede Identifikation setzt sich aus zwei grundlegen-

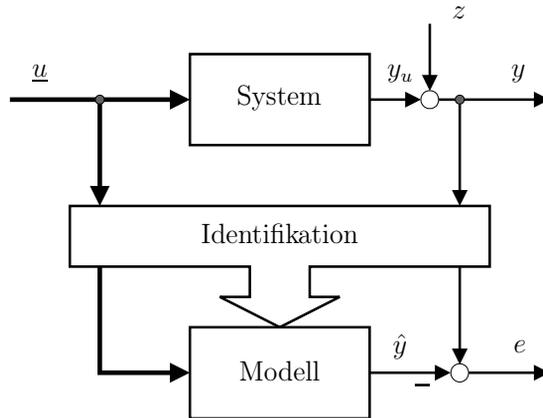


Abb. 18.1: *Prinzipielle Struktur einer Identifikation*

den Schritten zusammen:

1. Strukturauswahl bzw. Strukturbestimmung
2. Adaption der Parameter

Zunächst muss für das Modell eine Struktur festgelegt bzw. bestimmt [957, 959] werden. Prinzipiell kann festgehalten werden, dass bei der Strukturauswahl so viel Vorwissen wie möglich berücksichtigt werden sollte, um die Anzahl der

Parameter klein und die Konvergenzzeiten kurz zu halten.

Im zweiten Schritt müssen die Parameter der gewählten Modellstruktur so angepasst werden, dass der Fehler e zwischen realem Prozeß und Modell minimiert wird. Dieser Teil wird deshalb als Parameteradaption bezeichnet und wurde schon in Kap. 13.6 erläutert. Prinzipiell handelt es sich bei der Parameteradaption um ein mathematisches Optimierungsproblem, dessen Lösung ausschließlich von der Form des Gleichungssystems abhängt bzw. ob die unbekannt Parameter linear oder nichtlinear in den Ausgang eingehen.

Bei der Parameteradaption hat das Anregesignal einen entscheidenden Einfluss auf die Modellgüte. Die einfache Vorstellung einer Messung, bei der der Prozess während der gesamten Messzeit in Ruhe verweilt, macht deutlich, dass aus einer solchen Messung keine Informationen über das dynamische Verhalten des Systems gewonnen werden können [960]. Bei der Identifikation muss also stets darauf geachtet werden, dass der gesamte Eingangsraum, wie auch die Dynamik des Prozesses durch eine entsprechende Wahl des Eingangssignals bzw. der Eingangssignale angeregt wird. In der Literatur werden stochastische Signale wie z.B. das amplitudenmodulierte Pseudo-Rausch-Binärsignal [955, 956, 962] als besonders geeignet angesehen, da sie viele unterschiedliche Frequenzen und Amplituden beinhalten. Mit derartigen Eingangssignalen wird das Auffinden des globalen Minimums des Gütefunktional begünstigt.

18.2 Lineare dynamische Modellstrukturen

In diesem Kapitel sollen, ausgehend von unterschiedlichen Modellstrukturen, verschiedene Ansätze zur Identifikation linearer dynamischer Systeme vorgestellt werden. Ziel ist es, ein grundlegendes Verständnis für die Problemstellungen zu schaffen, die bei der Identifikation dynamischer Systeme auftreten können.

Ausgangspunkt für die Identifikation von linearen dynamischen Systemen ist eine allgemeine modellhafte Vorstellung des linearen (zeitdiskreten) Systems, wie sie in Abb. 18.2 dargestellt ist.

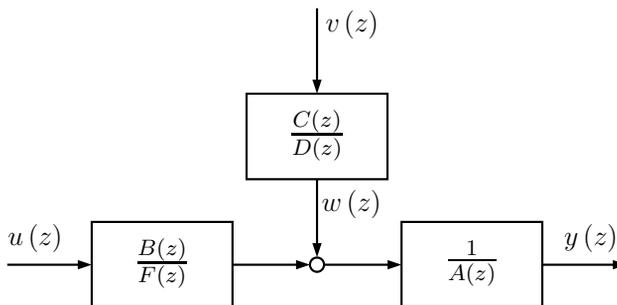


Abb. 18.2: Allgemeine lineare Modellstruktur

Tabelle 18.1: *Lineare Modellstrukturen im Überblick*

Modellstruktur		Modellgleichung
MA	(Moving Average)	$y(z) = C(z) \cdot v(z)$
AR	(Auto Regressive)	$y(z) = \frac{1}{D(z)} \cdot v(z)$
ARMA	(Auto Regressive Moving Average)	$y(z) = \frac{C(z)}{D(z)} \cdot v(z)$
ARX	(Auto Regressive with eXogenous input)	$y(z) = \frac{B(z)}{A(z)} \cdot u(z) + \frac{1}{A(z)} \cdot v(z)$
ARMAX	(Auto Regressive Moving Average with eXogenous input)	$y(z) = \frac{B(z)}{A(z)} \cdot u(z) + \frac{C(z)}{A(z)} \cdot v(z)$
OE	(Output Error)	$y(z) = \frac{B(z)}{F(z)} \cdot u(z) + v(z)$
FIR	(Finite Impulse Response)	$y(z) = B(z) \cdot u(z) + v(z)$

deterministischen Einflussgrößen nur schwer zu bestimmen sind bzw. deren Anzahl sehr groß ist. Bei technischen Problemstellungen sind die deterministischen Einflussgrößen meistens sehr gut bekannt, so dass es sinnvoller ist, ein Modell zu verwenden, wo diese auch berücksichtigt werden. Aus diesem Grund wird im Folgenden auf die Zeitreihenmodelle nicht weiter eingegangen.

Das ARX-Modell (Auto Regressive with eXogenous input) besitzt, ebenso wie das ARMAX-Modell (Auto Regressive Moving Average with eXogenous input), ein gemeinsames Nennerpolynom $A(z)$ im deterministischen und stochastischen Anteil. Beide Modelle gehören zur Klasse der Gleichungsfehlermodelle. Im Gegensatz dazu ist beim OE-Modell (Output Error) sowie beim FIR-Modell (Finite Impulse Response) der stochastische Anteil unabhängig vom deterministischen Anteil. Diese Modelle gehören zur Klasse der Ausgangsfehlermodelle. In Abb. 18.3 ist diese Art der Klassifikation noch einmal verdeutlicht.

In Abb. 18.3 wurde zusätzlich das OBF-Modell (Orthonormal Basis Function) aufgeführt, das eine Erweiterung des FIR-Modells darstellt und in Kapitel 18.2.2.2 behandelt wird.

18.2.1 Modelle mit Ausgangsrückkopplung

In diesem Kapitel werden lineare Modelle mit Ausgangsrückkopplung, (z.B. ARX-, ARMAX- und OE-Modell) genauer betrachtet. Am Beispiel des ARX- und des OE-Modells soll der Unterschied zwischen einem Gleichungsfehler- und einem Ausgangsfehlermodell erläutert werden.

18.2.1.1 Autoregressive with Exogenous Input Model

Das ARX-Modell wird sehr häufig zur Identifikation linearer Systeme verwendet. Das liegt in erster Linie daran, dass der Modellausgang linear in den Parametern ist und deshalb auch lineare Lernverfahren eingesetzt werden können. In Abb. 18.4 ist die Gleichungsfehlerstruktur des ARX-Modells dargestellt. Der

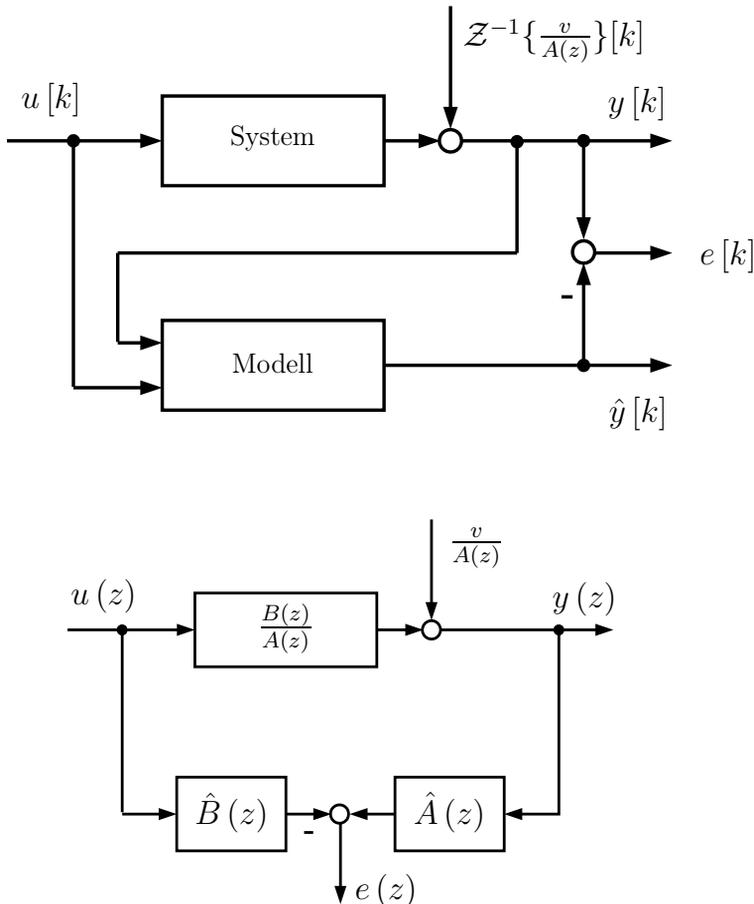


Abb. 18.4: Gleichungsfehlerstruktur des ARX-Modells

ARX-Systemansatz ist definiert durch die Gleichung:

$$y(z) = \frac{B(z)}{A(z)} \cdot u(z) + \frac{1}{A(z)} \cdot v(z) \tag{18.7}$$

Die optimale Identifikationsgleichung ergibt sich, wenn das Fehlersignal $e(z)$ gleich dem weißen Rauschen $v(z)$ ist, d.h. es gilt:

$$e(z) \stackrel{!}{=} y(z) - \hat{y}(z) \tag{18.8}$$

Zielvorgabe

(Anmerkung: Wenn die Gleichung (18.7) für $y(z)$ in die Gleichung (18.14) eingesetzt wird, dann die Fehlergleichung $e(z) = y(z) - \hat{y}(z)$ gebildet wird, indem Gl. (18.7) und die abgeänderte Gl. (18.14) eingesetzt werden — weiterhin gilt $A(z) = \hat{A}(z)$ und $B(z) = \hat{B}(z)$ — dann ergibt sich $e(z) = v(z)$!)

Für das optimale Identifikationsergebnis $e(z) = v(z)$ gilt $\hat{A}(z) = A(z)$ und $\hat{B}(z) = B(z)$, womit für den Systemansatz

$$y(z) = \frac{\hat{B}(z)}{\hat{A}(z)} \cdot u(z) + \frac{1}{\hat{A}(z)} \cdot v(z) \tag{18.9}$$

geschrieben werden kann. Wird in diesen Ansatz die Bedingung für die optimale Identifikationsgleichung eingesetzt, ergibt sich

$$y(z) = \frac{\hat{B}(z)}{\hat{A}(z)} \cdot u(z) + \frac{1}{\hat{A}(z)} \cdot \underbrace{(y(z) - \hat{y}(z))}_{e(z) \stackrel{!}{=} v(z)} \tag{18.10}$$

Daraus kann für den Modellansatz (vgl. rechte Seite der Abbildung 18.4) die Gleichung

$$e(z) = -\hat{B}(z) \cdot u(z) + \hat{A}(z) \cdot y(z) \tag{18.11}$$

hergeleitet werden. Der Modellansatz kann auch in einen expliziten Ausdruck für den Modellausgang $\hat{y}(z)$ umgeformt werden. Ausgehend von Gleichung (18.10) ergibt sich durch elementare Umformungen:

$$\hat{A}(z) \cdot y(z) = \hat{B}(z) \cdot u(z) + y(z) - \hat{y}(z) \tag{18.12}$$

$$\hat{y}(z) = \hat{B}(z) \cdot u(z) + y(z) - \hat{A}(z) \cdot y(z) \tag{18.13}$$

Der Modellansatz lautet damit:

$$\hat{y}(z) = \hat{B}(z) \cdot u(z) + [1 - \hat{A}(z)] \cdot y(z) \tag{18.14}$$

Wird Gl. (18.14) in eine Differenzgleichung umgewandelt, ergibt sich²:

$$\hat{y}[k] = b_1 \cdot u[k-1] + \dots + b_{nb} \cdot u[k-nb] - a_1 \cdot y[k-1] - \dots - a_{na} \cdot y[k-na] \tag{18.15}$$

²In Gl. (18.15) wird angenommen, dass der Prozess nicht sprungfähig ist und deswegen der Parameter b_0 vernachlässigt werden kann.

Aus Gl. (18.15) wird deutlich, dass die unbekanntes Gewichte $b_1 \dots b_{nb}$ und $a_1 \dots a_{na}$ linear in den Ausgang $\hat{y}[k]$ eingehen. Außerdem ist die ARX-Identifikationsstruktur garantiert stabil, da die Identifikationsgleichung (18.11) keine Rückkopplungen enthält. Der Nachteil dieser Modellstruktur ist, dass mit der ARX-Identifikationsgleichung kein paralleles Modell, sondern ein seriell-paralleles Modell (Abbildung 18.4) bestimmt wird.

Beim ARX-Modell wird der sog. Gleichungsfehler (oder auch 1-Schritt-Prädiktionsfehler) minimiert. Die Bezeichnung Gleichungsfehler oder 1-Schritt-Prädiktionsfehler wird verwendet, weil der Identifikationsalgorithmus das aktuelle Ausgangssignal nicht eigenständig, sondern nur mit Hilfe der zuletzt gemessenen Ausgangssignale schätzt. Somit wird vom ARX-Modell nur eine 1-Schritt-Prädiktion zum neuen Ausgangssignal ausgeführt.

Wird der Gleichungsfehler minimiert, entsteht wie bereits erwähnt ein seriell-paralleles Modell. Bei genauer Betrachtung der Gleichungsfehlerstruktur nach Abb. 18.4 ist zu erkennen, dass System und Modell bezüglich des Eingangs $u[k]$ parallel, aber bezüglich des Systemausgangs $y[k]$ seriell verbunden sind.

In der Praxis wird jedoch oft ein paralleles Modell benötigt. Bei nicht oder wenig verrauschten Messsignalen stellt der Gleichungsfehler eine gute Näherung für den Ausgangsfehler (siehe Kapitel 18.2.1.2) dar [955], so dass das geschätzte Modell auch parallel betrieben werden kann. Dies gilt jedoch nicht mehr, wenn die Störungen auf das System zunehmen. Denn anders als bei der Ausgangsfehlerstruktur, bei der sich Messstörungen nur auf das gebildete Fehlersignal e auswirken, werden bei der Gleichungsfehlerstruktur zusätzlich die Eingangssignale des Modells verfälscht. Die ARX-Modellstruktur ist somit nur bedingt zur Identifikation von parallelen Modellen geeignet, da mit zunehmenden Rauschen, das Identifikationsergebnis mit einem zunehmenden systematischen Fehler behaftet ist [955]. Aus diesem Grund wurden in der Vergangenheit aufwändige lineare Lernverfahren entwickelt, wie z.B. die Methode der verallgemeinerten kleinsten Quadrate, die Methode der Hilfsvariablen und die Methode der totalen kleinsten Quadrate, die alle zum Ziel haben, die Konvergenz der Schätzung bei gestörten Modelleingangssignalen zu verbessern. Die Praxis hat jedoch gezeigt, dass auch mit diesen aufwändigen Methoden keine vollständig fehlerfreien Schätzungen erzielt werden, da reales Messrauschen in der Regel nicht die restriktiven Bedingungen erfüllt, die zur Herleitung dieser Verfahren idealisiert angenommen werden.

18.2.1.2 Output Error Model

Das OE-Modell gehört zur Klasse der Ausgangsfehlermodelle. Der Vorteil der OE-Modellstruktur ist, dass mit ihr ein paralleles Modell bestimmt werden kann. Allerdings ist das OE-Modell nichtlinear in den Parametern und deswegen mit nichtlinearen Verfahren zu adaptieren. In Abb. 18.5 ist die Ausgangsfehlerstruktur des OE-Modells dargestellt. Der OE-Systemansatz aus Abb. 18.5 ist durch die folgende Gleichung definiert:

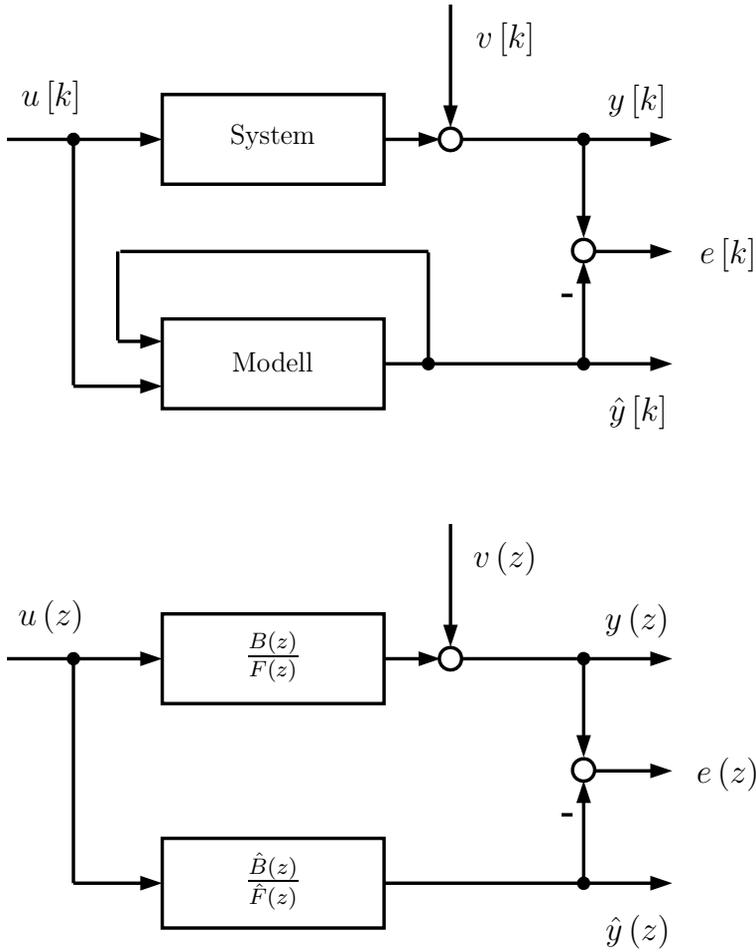


Abb. 18.5: Ausgangsfehlerstruktur des OE-Modells

$$y(z) = \frac{B(z)}{F(z)} \cdot u(z) + v(z) \quad (18.16)$$

Als OE-Modellansatz bietet sich folgende Gleichung mit $e(z) = v(z)$ an:

$$\hat{y}(z) = \frac{\hat{B}(z)}{\hat{F}(z)} \cdot u(z) \quad (18.17)$$

Im Gegensatz zu Kapitel 18.2.1.1 wird das optimale Identifikationsmodell nicht aus der Fehlergleichung, sondern durch Ansetzen eines echten Parallelmodells bestimmt. Die Umwandlung von Gl. (18.17) in eine Differenzgleichung verdeutlicht, warum das OE-Modell nichtlinear in den Parametern ist:

$$\hat{y}[k] = b_1 \cdot u[k-1] + \dots + b_{n_b} \cdot u[k-n_b] - f_1 \cdot \hat{y}[k-1] - \dots - f_{n_f} \cdot \hat{y}[k-n_f] \quad (18.18)$$

Im Vergleich zum ARX-Modell wurde in Gl. (18.18) der gemessene Ausgang y durch den Modellausgang ersetzt. Hier liegt auch der Grund dafür, dass die OE-Modellstruktur nichtlinear in den Parametern ist, da die Vergangenheitswerte $\hat{y}[k-i]$ des Modellausgangs selbst von den zu optimierenden Parametern abhängen. Dies soll anhand des folgenden Beispiels kurz dargestellt werden:

$$\begin{aligned} \hat{y}[k] &= -a_1 \cdot \hat{y}[k-1] + b_1 \cdot u[k-1] \\ \hat{y}[k+1] &= -a_1 \cdot (-a_1 \cdot \hat{y}[k-1] + b_1 \cdot u[k-1]) + b_1 \cdot u[k] \\ &= a_1^2 \cdot \hat{y}[k-1] - a_1 \cdot b_1 \cdot u[k-1] + b_1 \cdot u[k] \end{aligned} \quad (18.19)$$

Die zurückliegenden Modellausgangssignale müssen wieder in die Differenzgleichung eingesetzt werden, was dazu führt, dass sogar bei einem linearen System erster Ordnung das Ausgangssignal nicht mehr linear in den Parametern ist.

Dem Vorteil, dass mit der OE-Modellstruktur ein echt paralleles Modell identifiziert werden kann, steht somit der Nachteil gegenüber, dass die Adaption der Parameter deutlich aufwändiger wird. Ein weiterer Nachteil ist, dass die Stabilität des OE-Modells aufgrund der Modellrückkopplungen nicht mehr garantiert werden kann.

18.2.2 Modelle ohne Ausgangsrückkopplung

Lineare Modelle ohne Ausgangsrückkopplung, wie z.B. die FIR- und die OBF-Modellstruktur, gehören generell zur Klasse der Ausgangsfehlermodelle. Modelle ohne Ausgangsrückkopplung beruhen prinzipiell auf der Faltungssumme, während Modelle mit Ausgangsrückkopplung auf der Differenzgleichung basieren. Daraus resultieren unterschiedliche Vor- und Nachteile für Modelle ohne Ausgangsrückkopplung.

Bei Ausgangsfehlermodellen ist das Ergebnis der Identifikation immer ein echt paralleles Modell. Im Gegensatz zum OE-Modell sind Modelle ohne Ausgangsrückkopplung aber auch linear in den Parametern, so dass lineare Adaptionsverfahren eingesetzt werden können. Ein weiterer Vorteil ist die garantierte Stabilität, da Modelle ohne Ausgangsrückkopplung nur von Eingangssignalen abhängen. Dadurch hat das Rauschen am Prozessausgang keinen Einfluss auf die

Eingangssignale des Identifikationsalgorithmus, so dass die Parameteradaption nur aufgrund des Fehlersignals — das aber Rauschen enthält — beeinträchtigt wird. Diesen Vorteilen steht wohl als Nachteil die hohe Anzahl an unbekanntem Parametern gegenüber. Diese ist in der Regel deutlich höher als bei Modellen mit Ausgangsrückkopplung. Im Falle von linearen Systemen kann die hohe Parameteranzahl noch als akzeptabel angesehen werden. Dies ändert sich jedoch bei der Identifikation von nichtlinearen dynamischen Systemen auf der Basis von Modellen ohne Ausgangsrückkopplung.

18.2.2.1 Finite Impulse Response Model

Allgemein kann ein lineares dynamisches System zeitdiskret durch die Faltungssumme beschrieben werden [968]. Der Systemausgang berechnet sich entsprechend Gl. (18.20) aus der Faltung der Impulsantwort mit dem Eingangssignal³:

$$y[k] = \sum_{i=0}^k h[i] u[k-i] \quad (18.20)$$

Mit fortschreitender Zeit wird die Anzahl der Abtastzeitpunkte k und somit der Rechenaufwand zur Berechnung der Faltungssumme immer größer. Um einen konstanten Rechenaufwand zu gewährleisten, wird die Faltungssumme bei einer oberen Grenze m unter Vernachlässigung eines Restfehlers abgeschnitten. Dies ist möglich, da für stabile Systeme gilt⁴:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} h[i] = 0 \quad (18.21)$$

Auf die Wahl der oberen Grenze $n_b = m$, die auch als Antwortlänge bezeichnet wird, wird später noch genauer eingegangen. An dieser Stelle ist nur wichtig, dass die Impulsantwort durch das Abschneiden endlich wird. Ein derart motiviertes Modell wird somit als FIR-Modell bezeichnet. Abbildung 18.6 zeigt das FIR-Modell in seiner Struktur. FIR-Modelle gehören grundsätzlich zur Klasse der Ausgangsfehlermodelle und sind linear in den Parametern, jedoch können prinzipbedingt nur Systeme mit abklingender Impulsantwort, d.h. stabile Systeme beschrieben werden. Der FIR-Systemansatz in Abb. 18.6 ist durch die folgende Gleichung definiert:

$$y(z) = B(z) \cdot u(z) + v(z) \quad (18.22)$$

Die optimale Identifikationsgleichung für ein FIR-Modell ergibt sich mit $e(z) = v(z)$ zu:

$$\hat{y}(z) = \hat{B}(z) \cdot u(z) \quad (18.23)$$

Die Umwandlung von Gl. (18.23) führt zu:

$$\hat{y}[k] = b_1 \cdot u[k-1] + b_2 \cdot u[k-2] + \dots + b_m \cdot u[k-m] \quad (18.24)$$

³Der Term $h[0] \cdot u[k]$ kann vernachlässigt werden, wenn das System nicht sprungfähig ist.

⁴Die Gleichung (18.21) gilt nicht für grenzstabile Systeme.

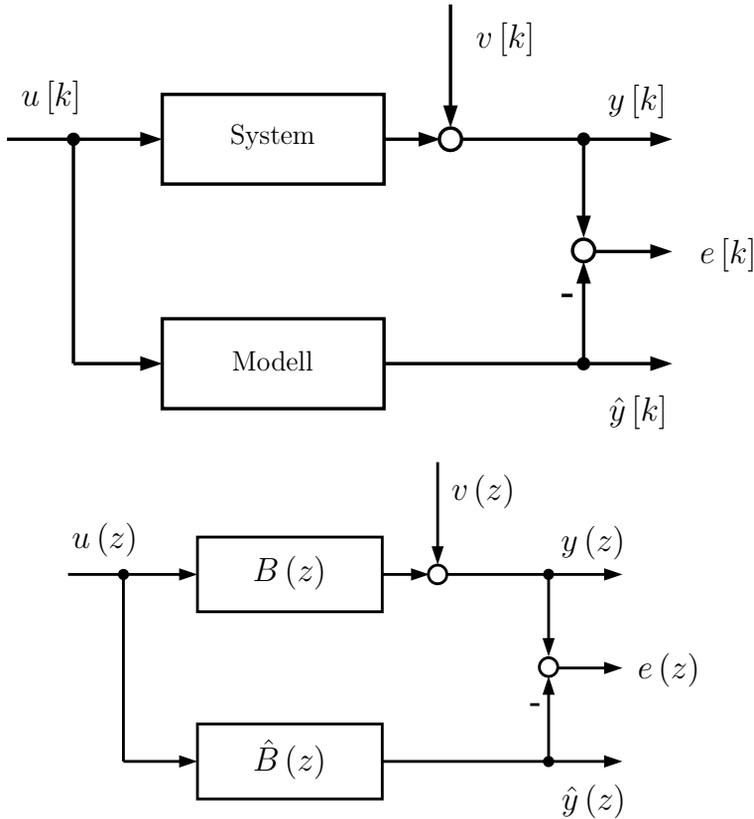


Abb. 18.6: Ausgangsfehlerstruktur des FIR-Modells

Gleichung (18.24) verdeutlicht noch einmal, dass das FIR-Modell aufgrund der fehlenden Ausgangsrückkopplung sowohl linear in den Parametern ist als auch zur Klasse der Ausgangsfehlermodelle gehört.

Den oben genannten Vorteilen steht der Nachteil gegenüber, dass die Anzahl der unbekannt Parameter sehr hoch ist. Die Anzahl der Parameter ist nach Gl. (18.24) identisch mit der Antwortlänge m , d.h. $p_{FIR} = m$. Die Antwortlänge hängt wiederum von der Systemdynamik und der Abtastzeit h ab. Als Faustformel wird in [960] $m \simeq T_{99,9}/h$ angegeben⁵. Im Vergleich dazu ist die Anzahl unbekannter Parameter bei Modellen mit Ausgangsrückkopplung durch $p_{ARX/OE} = 2 \cdot n$ gegeben.⁶ Ein Beispiel soll die Größenordnung der Anzahl unbekannter Parameter verdeutlichen. Betrachtet wird ein System zweiter Ordnung mit den auf die Abtastzeit $h = 1\text{ s}$ normierten Zeitkonstanten $T_1 = 5$ und $T_2 = 7$. Für dieses System ergeben sich die Parameteranzahlen $p_{ARX/OE} = 4$ und $p_{FIR} = 54$. Diese hohe Anzahl an Parametern stellt bereits bei linearen

⁵ $T_{99,9}$ ist die Zeit, bis 99.9% des Endwertes der Sprungantwort eines Systems erreicht sind.

⁶Wenn angenommen wird, dass $na = nb = n$ ist und das System nicht sprunghaft ist.

Modellen ein Problem dar, was sich bei der Erweiterung des FIR-Modells auf nichtlineare Systeme noch verstärkt. Deshalb wurde bereits beim FIR-Modell nach Möglichkeiten gesucht, die Parameteranzahl zu reduzieren, woraus sich das OBF-Modell ergibt.

18.2.2.2 Orthonormal Basis Function Model

Durch die Einführung von orthonormalen Basisfunktionen lässt sich die Anzahl unbekannter Parameter von FIR-Modellen deutlich reduzieren. Die Idee von OBF-Modellen ist, die Impulsantwort durch eine gewichtete Überlagerung von orthonormalen Basisfunktionen zu beschreiben⁷. In Abb. 18.7 ist dieses Prinzip verdeutlicht.

Mit der gewichteten Überlagerung orthonormaler Basisfunktionen kann die Impulsantwort (gestrichelte Kurve) eines Systems nachgebildet werden. Die Herausforderung dabei ist, Basisfunktionen zu finden, mit denen es möglich ist, die Impulsantwort eines Systems zu rekonstruieren. Hierzu ist ein gewisses Vorwissen über die Dynamik des Systems erforderlich, das jedoch durch die Analyse der Sprungantwort leicht gewonnen werden kann.

Das OBF-Modell kann wie folgt definiert werden:

$$y(z) = b_1 \cdot L_1(z) \cdot u(z) + b_2 \cdot L_2(z) \cdot u(z) + \dots + b_{m_r} \cdot L_{m_r}(z) \cdot u(z) + v(z) \quad (18.25)$$

$L_1(z) \dots L_{m_r}(z)$ kennzeichnet die Übertragungsfunktionen der orthonormalen Filter. $m_r \in \mathbb{N}$ ist die Anzahl der orthonormalen Filter bzw. der orthonormalen Basisfunktionen, für die die Beziehung $m_r \leq m$ gilt. Die Impulsantworten der orthonormalen Filter $L_j(z)$ stellen die orthonormalen Basisfunktionen dar. Es gilt:

$$L_j(z) = \sum_{i=1}^{\infty} \tilde{r}_j[i] \cdot z^{-i} \quad \text{mit} \quad j = 1 \dots m_r \quad (18.26)$$

Das OBF-Modell nach Gl. (18.25) kann in ein FIR-Modell überführt werden, wenn für die orthonormalen Filter $L_1(z) = z^{-1} \dots L_{m_r}(z) = z^{-m}$ mit $m_r = m$ eingesetzt wird. Die Wahl der orthonormalen Filter $L_j(z)$ kann als das Einbringen von Vorwissen über die Dynamik des Systems betrachtet werden. In der Literatur sind verschiedene Filter bekannt. Laguerre-Filter [969] eignen sich für stark gedämpfte Systeme, da sie auf Vorwissen über einen reellen Pol des Systems beruhen. Umgekehrt eignen sich Kautz-Filter [970] für schwach gedämpfte, oszillierende Systeme, da sie Vorwissen über ein konjugiert komplexes Polpaar beinhalten. In [954, 962] werden sog. verallgemeinerte Filter vorgestellt, die es erlauben, eine beliebige Anzahl von reellen Polen und konjugiert komplexen Polpaaren zu berücksichtigen. Laguerre- und Kautz-Filter sind als Spezialfälle in diesen verallgemeinerten Filtern enthalten.

In [958] werden als Basisfunktionen orthonormalisierte verzerrte Sinusfunktionen

⁷Das FIR-Modell kann auch als gewichtete Überlagerung von Basisfunktionen angesehen werden. Die Basisfunktionen sind in diesem Fall Dirac-Impulse, die sich nicht überlappen.

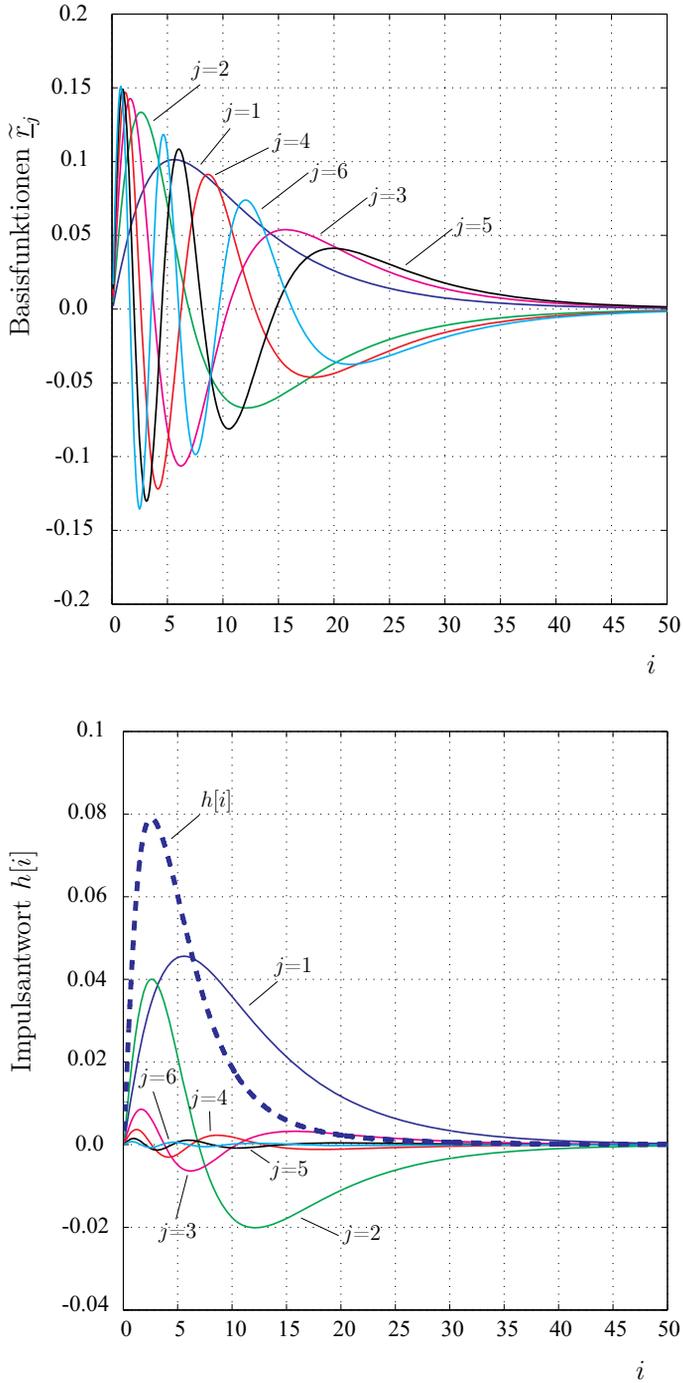


Abb. 18.7: Orthonormale Basisfunktionen (oben) und Überlagerung gewichteter Basisfunktionen zur Impulsantwort (unten)

vorgeschlagen. Nach [960] eignen sich diese Basisfunktionen sowohl für schwach als auch stark gedämpfte Prozesse, weshalb sie im Folgenden genauer betrachtet werden. Die noch nicht orthonormierten verzerrten Sinusfunktionen lassen sich im Zeitbereich mit $i = 1 \dots m$ und $j = 1 \dots m_r$ berechnen durch:

$$r_j[i] = \frac{1}{\sqrt{m/2}} \cdot \sin [j \cdot \pi \cdot (1 - e^{-(i-0,5)/\zeta})] \tag{18.27}$$

In Gl. (18.27) bezeichnet $m \in \mathbb{N}$ die Antwortlänge und $m_r \in \mathbb{N}$ die Anzahl der Basisfunktionen. Mit dem Formfaktor $\zeta \in \mathbb{R}^+$ ist es möglich, den Grad der Verzerrung der Basisfunktionen festzulegen und diese auf die Prozessdynamik anzupassen. Die Basisfunktionen können wie folgt zu einer Matrix zusammengefasst werden:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \underline{r}_1^T \\ \underline{r}_2^T \\ \vdots \\ \underline{r}_{m_r}^T \end{bmatrix} \quad \text{mit} \quad \underline{r}_j^T = [r_j[1], r_j[2], \dots, r_j[m]] \tag{18.28}$$

$\mathbf{R} \in \mathbb{R}^{m_r \times m}$ wird als Rekonstruktionsmatrix bezeichnet und enthält die Basisfunktionen zeilenweise. Die Rekonstruktionsmatrix ist nicht orthogonal und nicht normiert, dies kann gezeigt werden durch $\mathbf{R}^T \mathbf{R} \neq \mathbf{E}$. Diese Orthonormalität ist jedoch wichtig, da jede Basisfunktion ihren eigenen Beitrag zur Rekonstruktion der Impulsantwort leisten soll. Durch Orthonormalisierung ergibt sich das tatsächliche Orthonormalsystem, die orthonormierte Rekonstruktionsmatrix $\tilde{\mathbf{R}}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \mathbf{C}^T \tilde{\mathbf{R}} & \mathbf{C} &\in \mathbb{R}^{m_r \times m_r} \\ \mathbf{R} \mathbf{R}^T &= \mathbf{C}^T \tilde{\mathbf{R}} \tilde{\mathbf{R}}^T \mathbf{C} = \mathbf{C}^T \mathbf{C} & & \tag{18.29} \\ \Rightarrow \tilde{\mathbf{R}} &= (\mathbf{C}^T)^{-1} \mathbf{R} & \tilde{\mathbf{R}} &\in \mathbb{R}^{m_r \times m} \end{aligned}$$

Die Berechnung der quadratischen Matrix \mathbf{C} ist in der Literatur (z.B.[972, 973]) auch als Cholesky-Zerlegung bekannt.⁸

Die in Gl. (18.27) definierten Basisfunktionen eignen sich gut für die Identifikation von Prozessen der Ordnungen $n \geq 2$. Bei Systemen mit der Ordnung $n = 1$ entspricht die Impulsantwort einer abklingenden Exponentialfunktion. Durch die Einführung einer zusätzlichen Grundbasisfunktion [960] kann die Impulsantwort für den Fall $n = 1$ besser rekonstruiert werden.

Die erweiterte Rekonstruktionsmatrix ergibt sich zu:

⁸Allgemein formuliert lässt sich die Cholesky-Zerlegung auf jede symmetrische positiv definite Matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ anwenden und eindeutig in der Form $\mathbf{A} = \mathbf{G} \mathbf{G}^T$ darstellen. Nach Bestimmung der linken Dreiecksmatrix \mathbf{G} durch die Cholesky-Zerlegung erfolgt mittels der Substitutionen $\mathbf{L}c - b = 0$ (liefert durch Vorwärtseinsetzen c) und $\mathbf{L}^T x - \underline{d} = \underline{c}$ (liefert durch Rückwärtseinsetzen x) iterativ die Lösung des ursprünglichen Gleichungssystems $\mathbf{A} \underline{x} + \underline{b} = 0$. Für große Matrizen sind $(n^3/6)$ -Iterationsschritte notwendig.

$$r_0[i] = \frac{1}{\sqrt{m/2}} \cdot e^{-(j-0.5)/\zeta} \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \underline{r}_0^T \\ \underline{r}_1^T \\ \vdots \\ \underline{r}_{m_r}^T \end{bmatrix} \quad \mathbf{R} \in \mathbb{R}^{(m_r + 1) \times m} \quad (18.30)$$

Die orthonormierten Sinusfunktionen sind mit und ohne die abklingende Exponentialfunktion für die Einstellwerte $m = 50$, $\zeta = 9$, $m_r = 5$ in Abb. 18.8 dargestellt. Für die richtige Wahl des Formfaktors ζ sowie der Anzahl orthonormalisierter verzerrter Basisfunktionen m_r wurden in [960] die Faustformeln nach Tab. 18.2 festgelegt.

Tabelle 18.2: Faustformeln zur Wahl des Formfaktors ζ und der Basisfunktionenanzahl m_r abhängig vom Dämpfungsgrad D

Dämpfung	Formfaktor	Basisfunktionenanzahl
$D > 0.7$	$\zeta \simeq \frac{T_{63}}{h}$	$m_r \simeq 6$
$D < 0.7$	$\zeta \simeq \frac{T_{95}}{h}$	$m_r \simeq \frac{\zeta}{2}$

Die Zeitkonstanten T_{63} und T_{95} bezeichnen die Zeit bis 63% bzw. 95% des Endwertes der Sprungantwort eines Systems erreicht sind. Diese Zeitkonstanten müssen noch auf die Abtastzeit h bezogen werden.

In Tab. 18.2 ist für die Basisfunktionenanzahl m_r ein Wert empfohlen. In der Regel führen mehr Basisfunktionen auch zu einem besseren Modell. Hier ist im Einzelfall zwischen Aufwand und Nutzen abzuwägen.

Die Identifikationsgleichung für das OBF-Modell ergibt sich somit nach der Einführung orthonormaler Basisfunktionen zu:

$$\hat{y}[k] = b_1 \cdot \tilde{\underline{r}}_1^T \cdot \underline{u}[k] + b_2 \cdot \tilde{\underline{r}}_2^T \cdot \underline{u}[k] + \dots + b_{m_r} \cdot \tilde{\underline{r}}_{m_r}^T \cdot \underline{u}[k] \quad (18.31)$$

Die Vektoren $\tilde{\underline{r}}_j^T \in \mathbb{R}^{1 \times m}$ bezeichnen die orthonormierten Basisfunktionen. Der Vektor $\underline{u}[k] \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ enthält m Vergangenheitswerte von $u[k]$ und ergibt sich zu:

$$\underline{u}^T[k] = \left[u[k-1], u[k-2], \dots, u[k-m] \right] \quad (18.32)$$

Werden die unbekannt Parameter b_i zu einem Parametervektor $\underline{\Theta}$ zusammengefasst, vereinfacht sich Gl. (18.31) mit Hilfe der orthonormierten Basisfunktionenmatrix $\tilde{\mathbf{R}}$ und das optimale OBF-Modell ergibt sich zu:

$$\hat{y}[k] = \underline{\Theta}^T \cdot \tilde{\mathbf{R}} \cdot \underline{u}[k] \quad (18.33)$$

Das vorgestellte OBF-Modell überwindet somit den Nachteil der hohen Parameteranzahl des FIR-Modells. Anstatt $p_{FIR} = m$ müssen nur noch $p_{OBF} = m_r$ Parameter bestimmt werden.

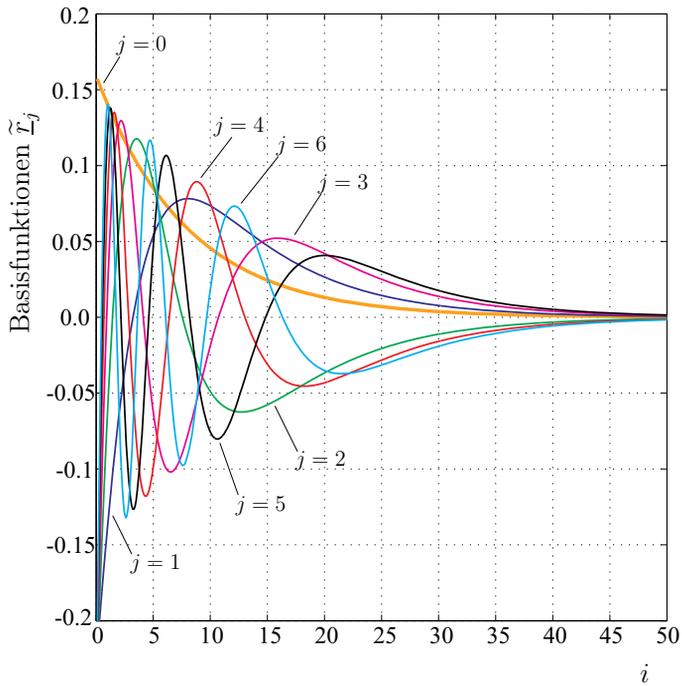
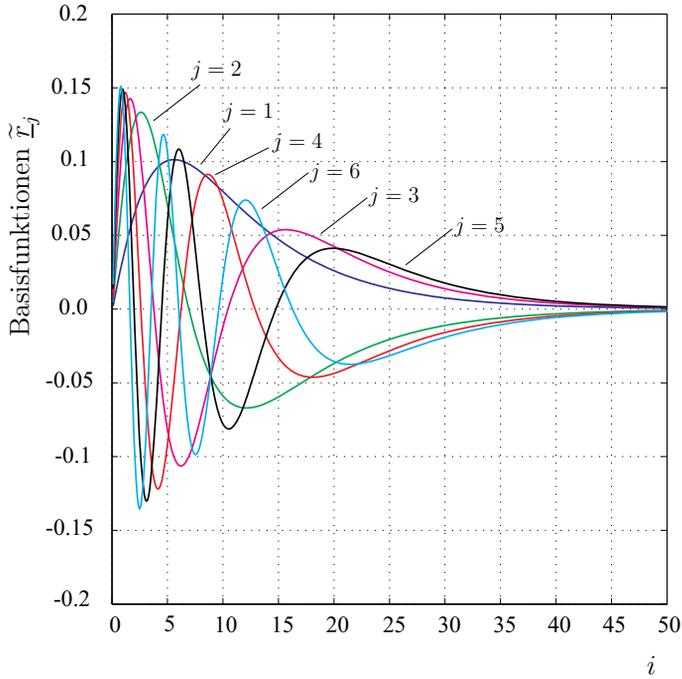


Abb. 18.8: Orthonormale verzerrte Sinusfunktionen ohne (oben) und mit (unten) abklingender Exponentialfunktion

18.3 Identifikationsbeispiele

Die vorgestellten Modellstrukturen sollen in diesem Kapitel an einem Beispiel veranschaulicht werden. Betrachtet wird ein lineares System mit der Übertragungsfunktion

$$F(s) = \frac{1}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)} = \frac{1}{s^2T_1T_2 + s(T_1 + T_2) + 1}$$

und den auf die Abtastzeit von $h = 1$ s normierten Zeitkonstanten

$$T_1 = 5 \quad T_2 = 7 \quad (\text{normiert}) \quad (18.34)$$

Im Folgenden sollen die vorgestellten Modellstrukturen mit und ohne Ausgangsrückkopplung an diesem Beispiel veranschaulicht werden.

18.3.1 ARX-Modell

Der Ausgang des ARX-Modells berechnet sich entsprechend Gl. (18.15) zu:

$$\hat{y}[k] = \hat{\Theta}_1 \cdot u[k-1] + \hat{\Theta}_2 \cdot u[k-2] - \hat{\Theta}_3 \cdot y[k-1] - \hat{\Theta}_4 \cdot y[k-2] \quad (18.35)$$

Das ARX-Modell ist linear in den Parametern, so dass der RLS-Algorithmus zur Parameteradaption verwendet werden kann. Allerdings minimiert das ARX-Modell den Gleichungsfehler und nicht den Ausgangsfehler, so dass kein echtes Parallelmodell entsteht. Der Regressionsvektor setzt sich wie folgt zusammen:

$$\underline{x}^T[k] = \left[u[k-1], u[k-2], -y[k-1], -y[k-2] \right] \quad (18.36)$$

Es sind 4 unbekannte Parameter zu adaptieren. In Abb. 18.9 sind der Identifikationsverlauf und der Parameterverlauf dargestellt. Es ist zu erkennen, dass nach wenigen Zeitschritten der Fehler minimal wird und die Parameter konvergieren.

Nach 250 Zeitschritten werden die Parameter festgehalten, so dass das ARX-Modell als Parallelmodell fungiert. Wie in Abbildung 18.9 zu erkennen ist, steigt der Fehler zwischen Vorgabe und ARX-Modell in diesem Fall nicht an.

Wird dem Nutzsignal ein Rauschen mit ca. 10% der Amplitude des Ausgangssignals überlagert, ergeben sich für den Identifikations- und Parameterverlauf die Ergebnisse nach Abb. 18.10. Das starke Rauschen führt dazu, dass die Parameter zwar konvergieren, aber fehlerhaft bestimmt werden. Dies ist charakteristisch für das ARX-Modell, da nur im ungestörten Fall der Gleichungsfehler dem Ausgangsfehler gleichgesetzt werden kann. Die Konsequenz ist, dass der Fehler zwischen dem unverrauschten Ausgangssignal und dem Modell nicht klein wird. Im Parallelbetrieb ab 550 Zeitschritten bleibt der Fehler groß. Das ARX-Modell liefert somit unbefriedigende Ergebnisse bei verrauschten Signalen.

(Identifikation bei verrauschten Signalen siehe auch Kap. 13.6.3.3.)

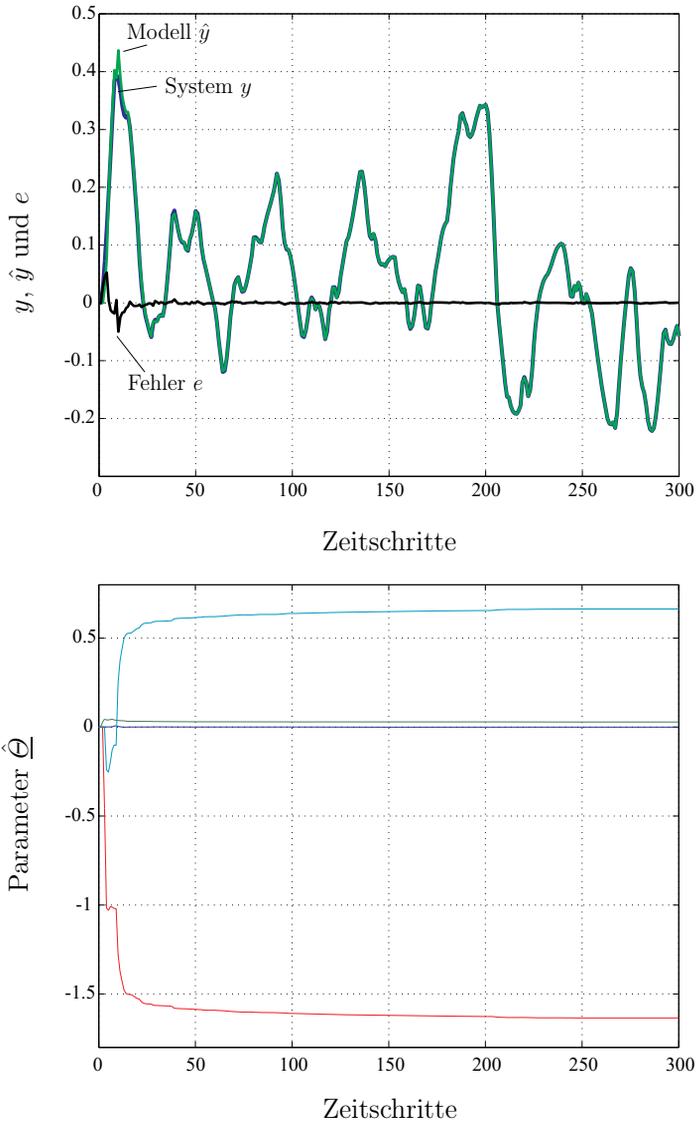


Abb. 18.9: Identifikationsverlauf (oben) und Konvergenz der Parameter (unten) beim ARX-Modell

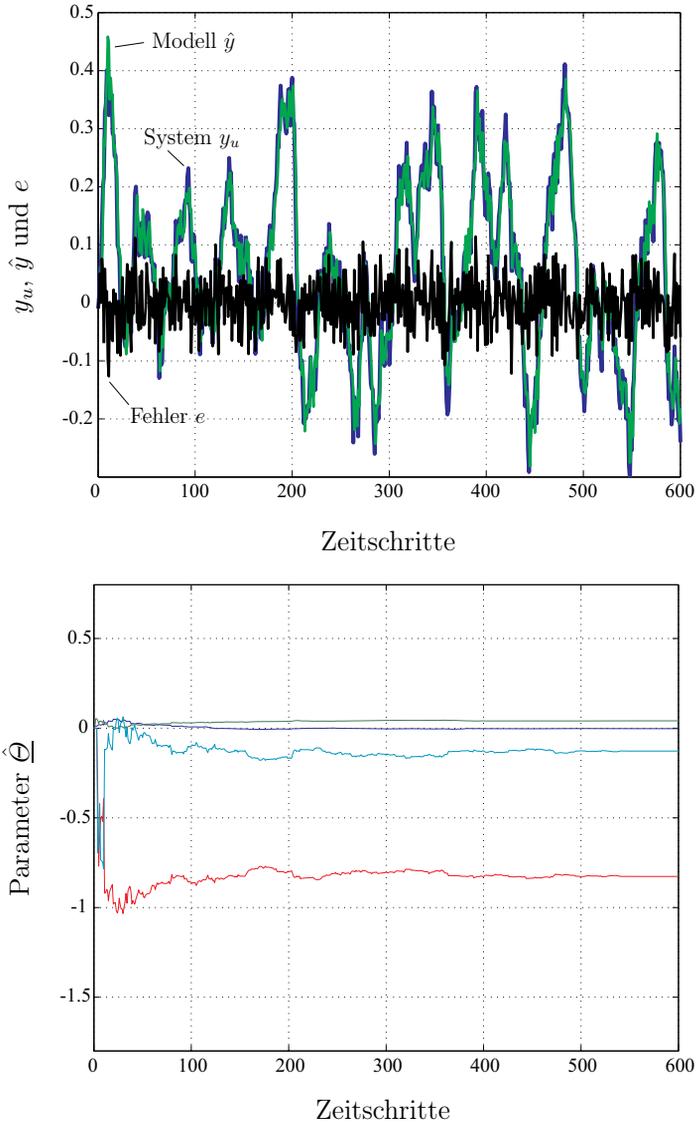


Abb. 18.10: Identifikationsverlauf (oben) und Konvergenz der Parameter (unten) beim ARX-Modell mit Rauschen

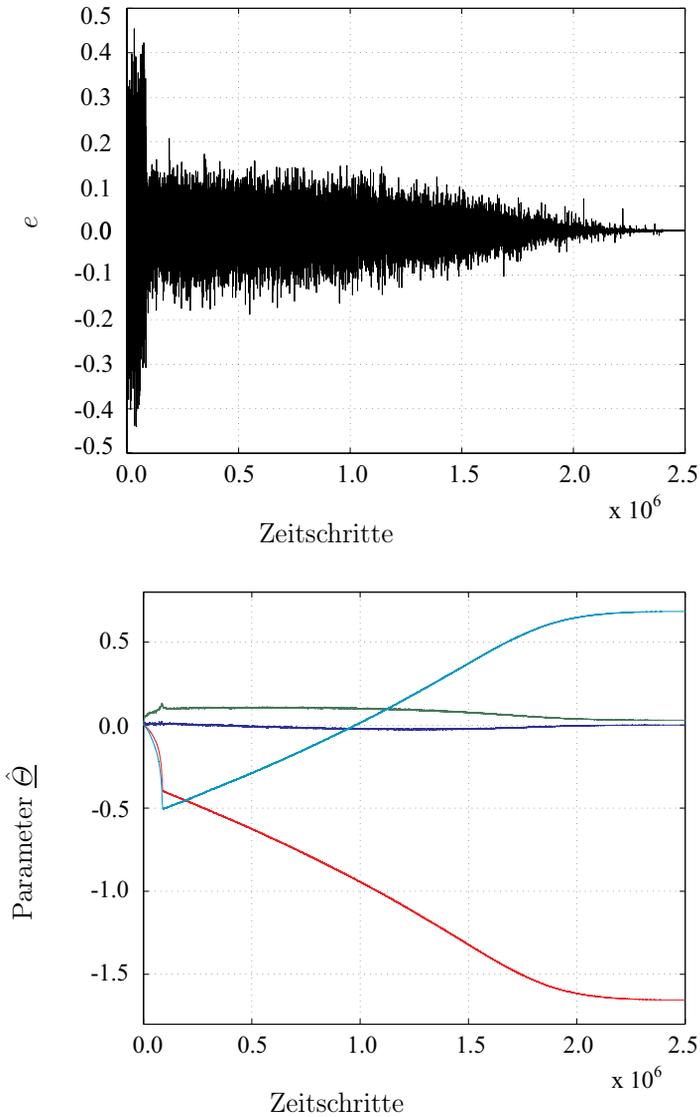


Abb. 18.11: Identifikationsverlauf (oben) und Konvergenz der Parameter (unten) beim OE-Modell ohne Rauschen

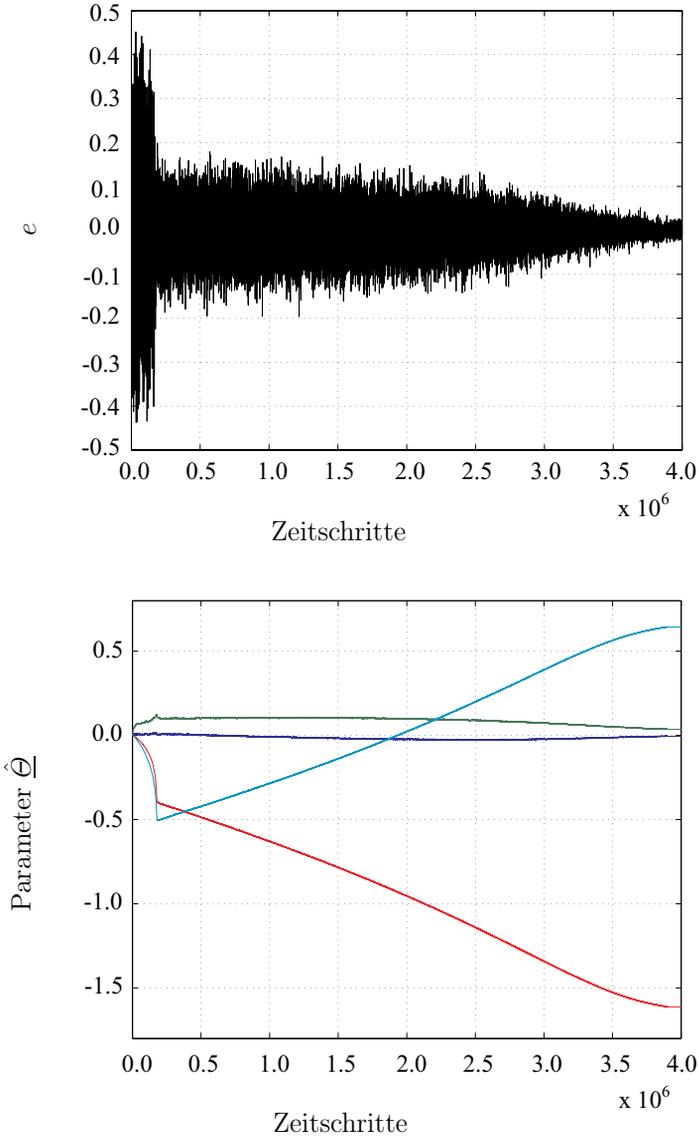


Abb. 18.12: Identifikationsverlauf (oben) und Konvergenz der Parameter (unten) beim OE-Modell mit Rauschen

18.3.2 OE-Modell

Der Ausgang des OE-Modells berechnet sich entsprechend Gl. (18.18) zu:

$$\hat{y}[k] = \hat{\Theta}_1 \cdot u[k-1] + \hat{\Theta}_2 \cdot u[k-2] - \hat{\Theta}_3 \cdot \hat{y}[k-1] - \hat{\Theta}_4 \cdot \hat{y}[k-2] \quad (18.37)$$

Das OE-Modell ist nichtlinear in den Parametern, so dass der RLS-Algorithmus zur Parameteradaption nicht verwendet werden kann. Stattdessen kommt das Gradientenabstiegsverfahren zum Einsatz. Die Lerngesetze für die 4 unbekannt Parameter lauten

$$\hat{\Theta}_i[k+1] = \hat{\Theta}_i[k] + \eta \cdot e[k] \cdot \frac{\partial \hat{y}[k]}{\partial \hat{\Theta}_i} \quad \text{mit} \quad i = 1 \dots 4 \quad (18.38)$$

mit dem Identifikationsfehler $e[k] = y[k] - \hat{y}[k]$. Beim OE-Modell wird der Ausgangsfehler minimiert, so dass ein echtes Parallelmodell entsteht. In Abb. 18.11 ist der Identifikationsverlauf und der Parameterverlauf dargestellt.

Es ist zu erkennen, dass aufgrund des nichtlinearen Lernverfahrens der Fehler sehr langsam gegen Null geht und die Parameter entsprechend langsam konvergieren. Nach 2.4 Mio.-Zeitschritten werden die Parameter festgehalten, so dass das OE-Modell als Parallelmodell arbeitet. Wieder zeigt sich, dass der Fehler im Parallelbetrieb nicht ansteigt.

In der Praxis sind jedoch solch lange Lernzeiten nicht sinnvoll, weswegen die Parameter in der Regel vorbelegt werden. Dazu wird zunächst ein ARX-Modell bestimmt, dessen Parameter dann zur Vorbelegung dienen.

Wird dem Nutzsignal ein Rauschen mit ca. 10% der Amplitude des Ausgangssignals überlagert ergeben sich für den Identifikations- und Parameterverlauf die Ergebnisse nach Abb. 18.12.

Trotz des starken Rauschens wird der Fehler zwischen dem unverrauschten Ausgangssignal und dem Modell klein und die Parameter konvergieren. Die Parameter sind nicht wie beim ARX-Modell mit einem systematischen Fehler behaftet. Allerdings wird der Lernvorgang durch den Rauscheinfluss noch verlangsamt. Im Parallelbetrieb ab 3.9 Mio.-Zeitschritten steigt der Fehler nicht an.

18.3.3 FIR-Modell

Der Ausgang des FIR-Modells berechnet sich entsprechend Gl. (18.24) zu:

$$\hat{y}[k] = \underline{\hat{\Theta}}^T \cdot \underline{x}[k] = \hat{\Theta}_1 \cdot u[k-1] + \hat{\Theta}_2 \cdot u[k-2] + \dots + \hat{\Theta}_m \cdot u[k-m] \quad (18.39)$$

Das FIR-Modell ist linear in den Parameter, so dass der RLS-Algorithmus zur Parameteradaption verwendet werden kann. Der Regressionsvektor setzt sich wie folgt zusammen:

$$\underline{x}^T[k] = \left[u[k-1], u[k-2], \dots, u[k-m] \right] \quad (18.40)$$

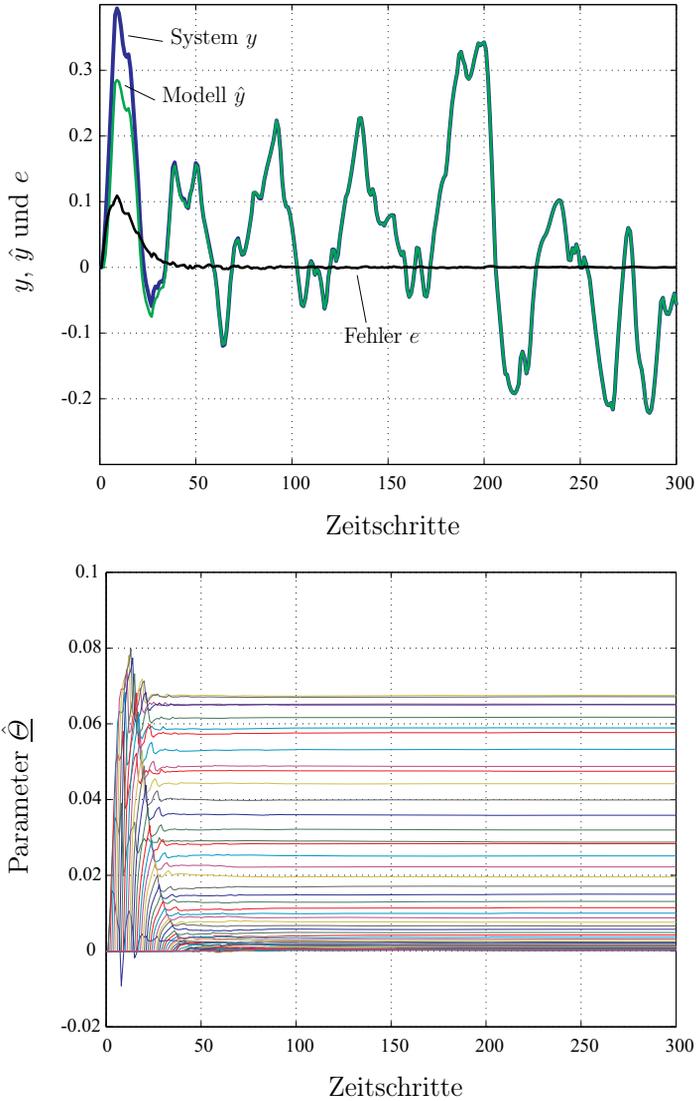


Abb. 18.13: Identifikationsverlauf (oben) und Konvergenz der Parameter (unten) beim FIR-Modell

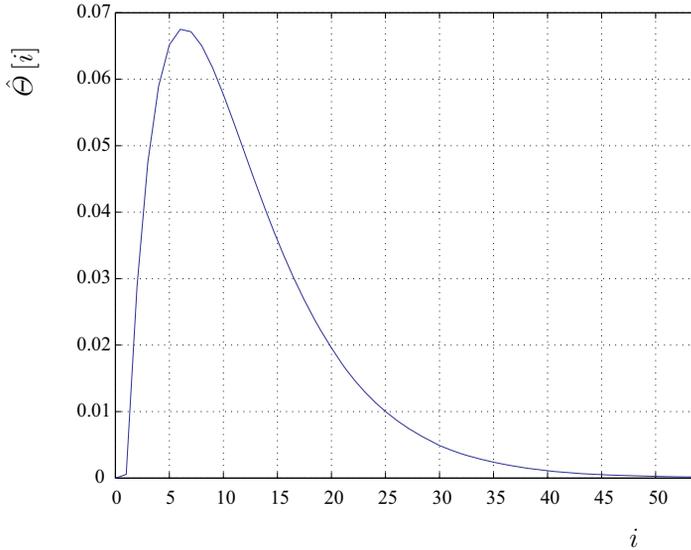


Abb. 18.14: Identifizierte Impulsantwort des FIR-Modells

Die Impulsantwort wird bei der Antwortlänge $m = 54$ abgeschnitten, d.h. es sind 54 unbekannte Parameter zu adaptieren. In Abb. 18.13 ist der Identifikationsverlauf und der Parameterverlauf dargestellt.

Es ist zu erkennen, dass nach ca. 60 Zeitschritten der Fehler gegen Null geht. Dies entspricht etwa der Anzahl der unbekannt Parameter. Die Parameter konvergieren sehr gut. Nach 250 Zeitschritten werden die Parameter festgehalten, so dass das FIR-Modell als Parallelmodell arbeitet. Der Fehler steigt im Parallelbetrieb nicht an. Die identifizierten Parameter ergeben die abgeschnittene Impulsantwort des System, wie in Abb. 18.14 deutlich wird.

Wird dem Nutzsignal ein Rauschen mit ca. 10% der Amplitude des Ausgangssignals überlagert, ergeben sich für den Identifikations- und Parameterverlauf die Ergebnisse nach Abb. 18.15. Trotz des starken Rauschens wird der Fehler zwischen dem unverrauschten Ausgangssignal und dem Modell klein und die Parameter konvergieren. Im Parallelbetrieb ab 550 Zeitschritten steigt der Fehler nicht an. Die identifizierte Impulsantwort ist in Abb. 18.16 dargestellt. Der Einfluss des Rauschens beeinträchtigt die Qualität der identifizierten Impulsantwort nur geringfügig. Der einzige gravierende Nachteil des FIR-Modells ist somit die hohe Anzahl an Parametern.

18.3.4 OBF-Modell

Mit dem auf Orthonormalen Basisfunktionen basierten Modell wird der Nachteil der hohen Parameteranzahl aufgehoben. Der Ausgang des OBF-Modells berechnet sich entsprechend Gl. (18.33) zu:

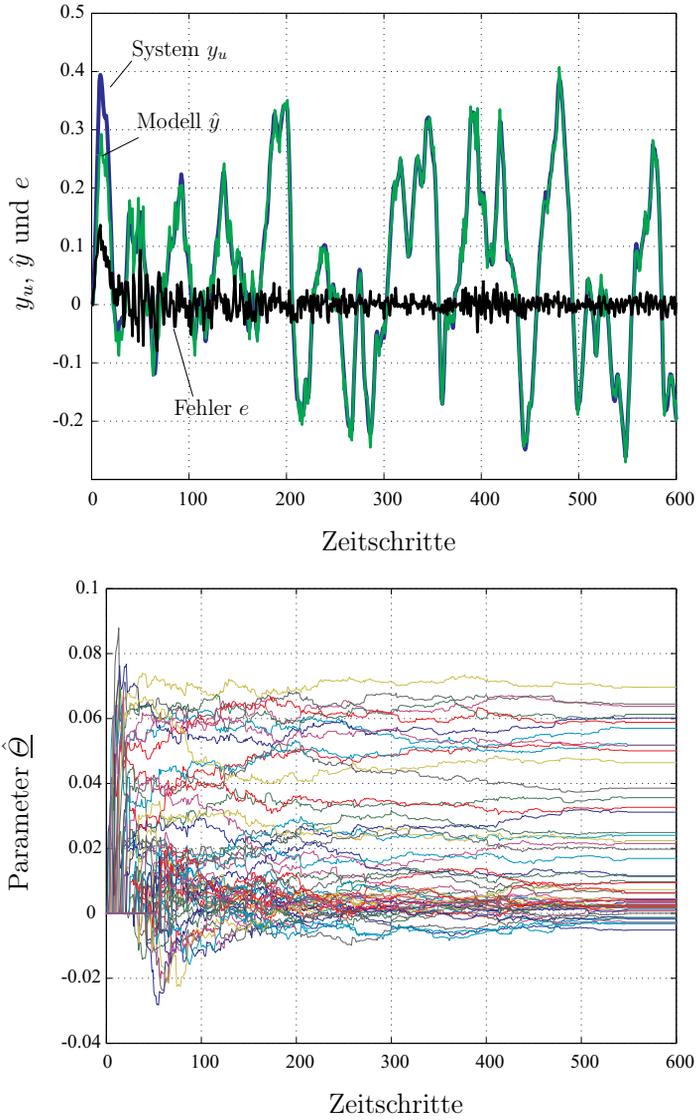


Abb. 18.15: Identifikationsverlauf (oben) und Konvergenz der Parameter (unten) beim FIR-Modell mit Rauschen

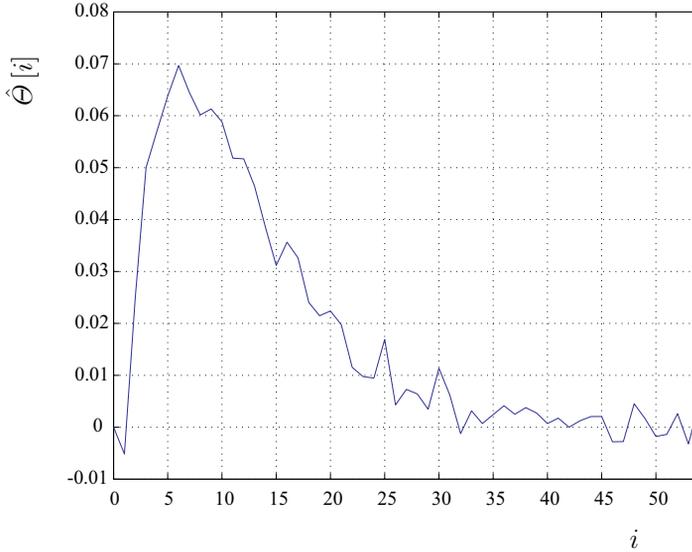


Abb. 18.16: Identifizierte Impulsantwort des FIR-Modells mit Rauschen

$$\hat{y}[k] = \hat{\underline{\theta}}^T \cdot \underbrace{\tilde{\mathbf{R}} \cdot \underline{u}[k]}_{\underline{x}[k]} \tag{18.41}$$

mit dem Vektor

$$\underline{u}^T[k] = \left[u[k-1], u[k-2], \dots, u[k-m] \right] \tag{18.42}$$

Das OBF-Modell ist linear in den Parameter, so dass der RLS-Algorithmus zur Parameteradaption verwendet werden kann. Der Regressionsvektor setzt sich nun aus dem Produkt der Basisfunktionenmatrix mit dem Vektor der vergangenen Eingangssignale zusammen. Die Anzahl der Parameter reduziert sich somit auf m_r . In diesem Beispiel wird $m_r = 10$ und der Formfaktor der Basisfunktionen $\zeta = 13.2$ gewählt. Als Antwortlänge ergibt sich wiederum $m = 54$. In Abb. 18.17 ist der Identifikationsverlauf und der Parameterverlauf dargestellt.

Es ist zu erkennen, dass aufgrund der geringeren Parameteranzahl der Fehler schneller gegen Null geht als beim FIR-Modell. Die Parameter konvergieren sehr gut. Nach 250 Zeitschritten werden die Parameter festgehalten, so dass das OBF-Modell als Parallelmodell arbeitet. Der Fehler steigt im Parallelbetrieb nicht an. Die identifizierten Parameter ergeben zusammen mit der Basisfunktionenmatrix die abgeschnittene Impulsantwort des Systems, wie in Abb. 18.18 dargestellt. Wird dem Nutzsignal wiederum ein Rauschen mit ca. 10% der Amplitude des Ausgangssignals überlagert ergeben sich für den Identifikations- und Parameterverlauf die Ergebnisse nach Abb. 18.19.

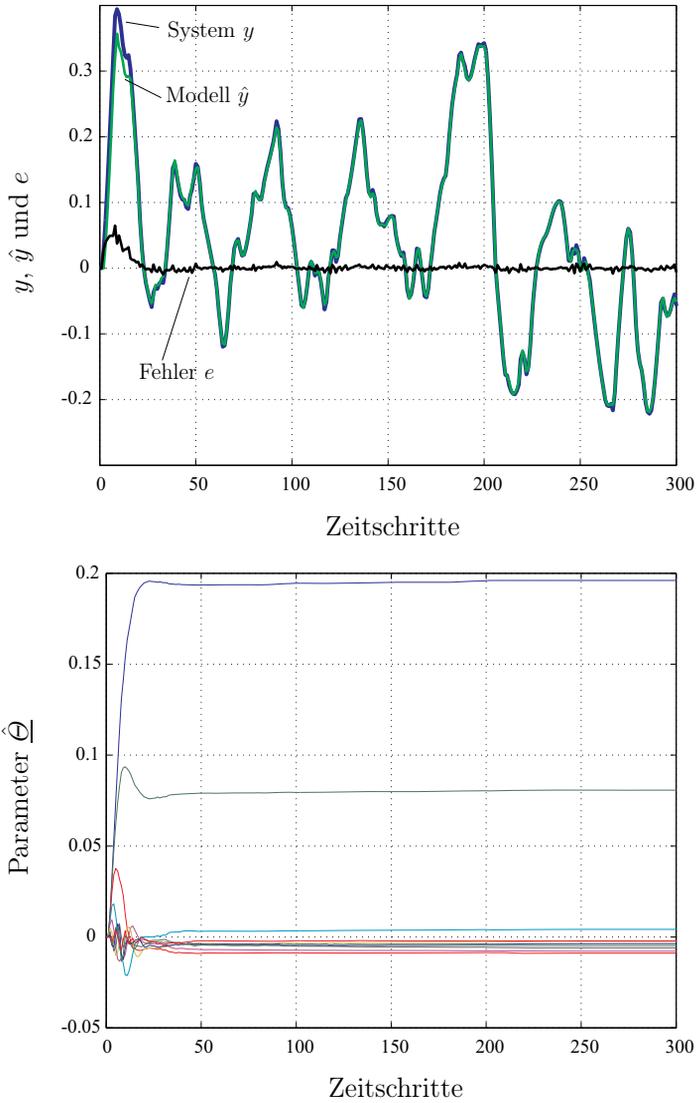


Abb. 18.17: Identifikationsverlauf (oben) und Konvergenz der Parameter (unten) beim OBF-Modell

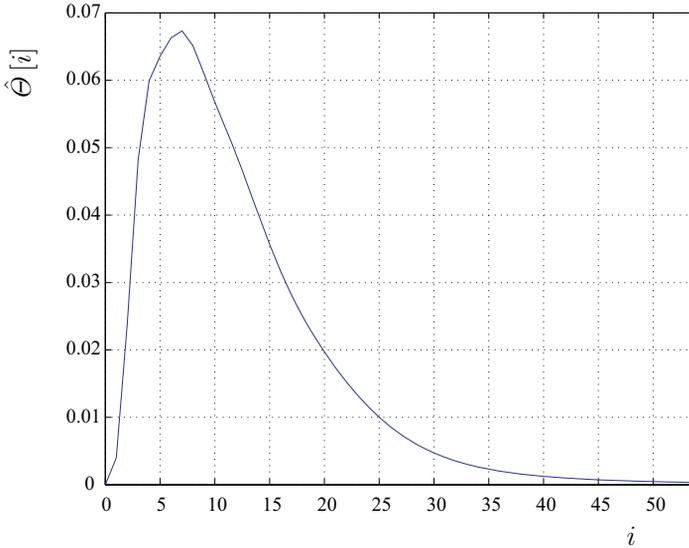


Abb. 18.18: Identifizierte Impulsantwort des OBF-Modells

Das starke Rauschen hat kaum einen Einfluss auf die Identifikation. Der Fehler zwischen dem unverrauschten Ausgangssignal und dem Modell wird klein und die Parameter konvergieren. Im Parallelbetrieb ab 550 Zeitschritten steigt der Fehler nicht an. Die identifizierte Impulsantwort ist in Abb. 18.20 dargestellt. Der Einfluss des Rauschens ist in der Impulsantwort kaum zu sehen.

18.4 Lerngesetz: Least-Squares-Verfahren

Die Methode der kleinsten Quadrate, auch als Least-Squares-Algorithmus (LS) bezeichnet, oder deren rekursive Variante (RLS) spielen in der Signalverarbeitung und bei der Lösung überbestimmter linearer Gleichungssysteme eine wichtige Rolle.

Zunächst wird der Least-Squares-Algorithmus erklärt und anschließend die rekursive Form des Least-Squares-Algorithmus abgeleitet.

18.4.1 Nichtrekursiver Least-Squares-Algorithmus (LS)

Die Berechnung der optimalen Parameter $\hat{\underline{\theta}}$ erfolgt beim Least-Squares-Algorithmus durch die Minimierung der Summe der quadrierten Gleichungsfehler. Ausgangspunkt ist dabei eine Gleichung⁹ für das geschätzte Ausgangssignal \hat{y} als Funktion der Parameterschätzwerte θ_i , $i = 1 \dots m + n$.

⁹Auf Gleichungen dieser Art wird in Kapitel 18.2 näher eingegangen

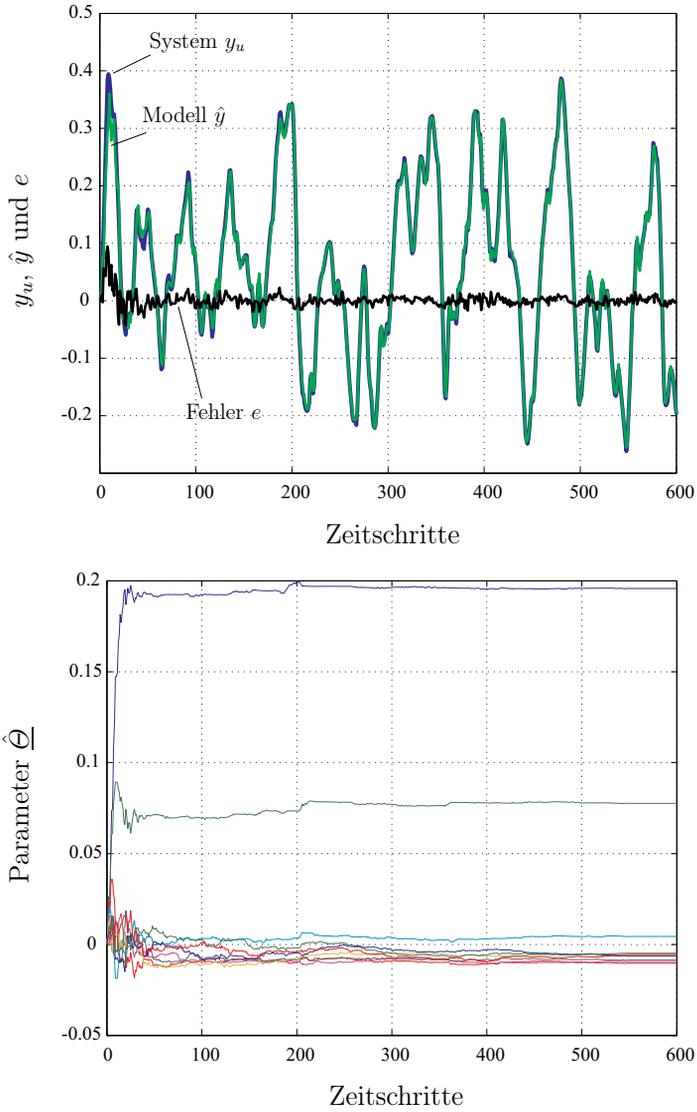


Abb. 18.19: Identifikationsverlauf (oben) und Konvergenz der Parameter (unten) beim OBF-Modell mit Rauschen

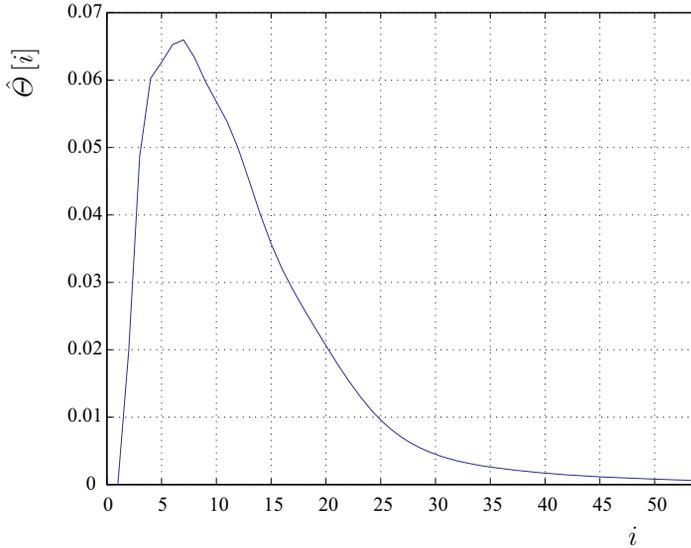


Abb. 18.20: Identifizierte Impulsantwort des OBF-Modells mit Rauschen

$$\hat{y}[k] = u[k-1]\hat{\theta}_1 + \dots + u[k-m]\hat{\theta}_m + y[k-1]\hat{\theta}_{m+1} + \dots + y[k-n]\hat{\theta}_{m+n} \quad (18.43)$$

oder kurz, $\hat{y}[k] = \underline{x}[k]^T \hat{\underline{\Theta}}$, wobei

$$\hat{\underline{\Theta}} = [\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_m, \hat{\theta}_{m+1}, \dots, \hat{\theta}_{m+n}]^T$$

Zu jeder Messung des Modellausgangs \hat{y} gehört also ein Datenvektor \underline{x} vergangener Ein- und Ausgangssignale des Systems. Für den Fall $m = n = 3$ erhält man für jede Messung eine Zeile der folgenden Datenmatrix

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x[1]^T \\ x[2]^T \\ x[3]^T \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u[-1] & u[-2] & u[-3] & y[-1] & y[-2] & y[-3] \\ u[0] & u[-1] & u[-2] & y[0] & y[-1] & y[-2] \\ u[1] & u[0] & u[-1] & y[1] & y[0] & y[-1] \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \quad (18.44)$$

Liegt ein Datensatz mit P Messungen vor, so ergibt sich

$$\begin{bmatrix} \hat{y}[1] \\ \hat{y}[2] \\ \vdots \\ \hat{y}[P] \end{bmatrix} = \hat{\underline{y}} = \mathbf{X} \cdot \hat{\underline{\Theta}} \quad (18.45)$$

mit der $[P \times n + m]$ Matrix \mathbf{X} . Die Matrix \mathbf{X} wird als Regressionsmatrix bezeichnet und enthält alle $n + m$ Signale des Datenvektors zu den P verschiedenen Zeitpunkten. Das Gütefunktional zur Bestimmung der p unbekannt Parameter lautet:

$$\min_{\hat{\underline{\theta}}} E(\hat{\underline{\theta}}) = \min_{\hat{\underline{\theta}}} \frac{1}{2} \left\| \underline{y} - \mathbf{X} \cdot \hat{\underline{\theta}} \right\|^2 = \min_{\hat{\underline{\theta}}} \left[\frac{1}{2} (\underline{y} - \mathbf{X} \cdot \hat{\underline{\theta}})^T (\underline{y} - \mathbf{X} \cdot \hat{\underline{\theta}}) \right] \quad (18.46)$$

mit $\underline{y} = [y[1] \ y[2] \ \dots \ y[P]]^T$.

Die Anzahl P der Trainingspaare muss mindestens gleich der Parameteranzahl p sein, damit das Gleichungssystem lösbar ist. Normalerweise wird die Zahl der Trainingspaare wesentlich größer als die Parameteranzahl sein ($P > p$), so dass sich ein überbestimmtes Gleichungssystem ergibt (Redundanz). Durch zu Null setzen der Ableitung von Gl. (18.46) nach dem Parametervektor $\hat{\underline{\theta}}$ ergibt sich der Parametervektor zu:

$$\frac{\partial E(\hat{\underline{\theta}})}{\partial \hat{\underline{\theta}}} = -\mathbf{X}^T \cdot (\underline{y} - \mathbf{X} \cdot \hat{\underline{\theta}}) \stackrel{!}{=} \underline{0} \quad (18.47)$$

$$\implies \hat{\underline{\theta}} = \mathbf{X}^+ \cdot \underline{y} = (\mathbf{X}^T \cdot \mathbf{X})^{-1} \cdot \mathbf{X}^T \cdot \underline{y}$$

\mathbf{X}^+ ist die sogenannte Pseudo-Links-Inverse von \mathbf{X} , da sie ähnlich einer Inversen der nicht-quadratischen und somit auch nicht-invertierbaren Matrix \mathbf{X} benutzt wird. Für den Sonderfall $P = p$ ergibt sich $\mathbf{X}^+ = \mathbf{X}^{-1}$.

In Gleichung (18.47) kommt der Matrix $(\mathbf{X}^T \cdot \mathbf{X})$ — auch Kovarianzmatrix genannt — eine besondere Bedeutung zu, da solange diese Matrix invertierbar ist nur eine Lösung für das Gleichungssystem existiert. Für die Praxis folgt aus dieser Tatsache, dass das System genügend angeregt werden muss, um vollen Rang der Kovarianzmatrix zu garantieren.

Das vorgestellte Least-Squares-Verfahren ist in dieser Form nur als offline Verfahren einsetzbar, da alle Trainingspaare gleichzeitig vorliegen müssen. Häufig fallen jedoch Messwerte sukzessive während des Trainings an, so dass dies bei der Berechnung der optimalen Parameter berücksichtigt werden kann. Aufgrund der Tatsache, dass mit zunehmender Messwerteanzahl die Berechnung der optimalen Parameter $\hat{\underline{\theta}}$ wegen der Zunahme der Zeilenanzahl in \mathbf{X} immer aufwändiger wird, soll im Folgenden die rekursive Form des Least-Squares-Verfahrens (RLS) vorgestellt werden, bei der der Rechenaufwand zu jedem Abtastschritt gleich bleibt.

18.4.2 Rekursiver Least-Squares-Algorithmus (RLS)

Bei dem rekursiven Least-Squares-Verfahren bleibt der Rechenaufwand pro Zeitschritt konstant, obwohl immer neue Messvektoren hinzukommen. Zunächst wird von der Gleichung für ein einzelnes Trainingspaar ausgegangen.

$$y[i] = x^T[i] \cdot \hat{\underline{\theta}} \quad \text{mit} \quad x^T[i] = \left[u[i-1] \ \dots \ u[i-m] \ y[i-1] \ \dots \ y[i-n] \right] \quad (18.48)$$

Für $k > p$ Trainingspaare ergibt sich mit

$$\underline{y}[k] = [y[1] \ y[2] \ \dots \ y[k]]^T \quad \mathbf{X}[k] = \begin{bmatrix} x^T[1] \\ x^T[2] \\ \vdots \\ x^T[k] \end{bmatrix} \quad (18.49)$$

das überbestimmte Gleichungssystem für k Messwertepaare zu

$$\underline{y}[k] = \mathbf{X}[k] \cdot \hat{\underline{\theta}}[k] \quad (18.50)$$

Der optimale Schätzwert für k Gleichungen folgt gemäß Gleichung (18.47) zu

$$\hat{\underline{\theta}}[k] = (\mathbf{X}^T[k] \cdot \mathbf{X}[k])^{-1} \cdot \mathbf{X}^T[k] \cdot \underline{y}[k] \quad (18.51)$$

bzw. für $k + 1$ Gleichungen zu

$$\hat{\underline{\theta}}[k + 1] = (\mathbf{X}^T[k + 1] \cdot \mathbf{X}[k + 1])^{-1} \cdot \mathbf{X}^T[k + 1] \cdot \underline{y}[k + 1] \quad (18.52)$$

Durch Aufteilen von Gleichung (18.52) in den neu hinzugekommenen Anteil und den bekannten Anteil, ergibt sich die Lösung für $k + 1$ Gleichungen zu

$$\begin{aligned} \hat{\underline{\theta}}[k + 1] &= \\ &\left(\begin{bmatrix} \mathbf{X}^T[k] & \underline{x}[k + 1] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{X}[k] \\ \underline{x}^T[k + 1] \end{bmatrix} \right)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{X}^T[k] & \underline{x}[k + 1] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{y}[k] \\ y[k + 1] \end{bmatrix} \\ &= (\mathbf{X}^T[k] \cdot \mathbf{X}[k] + \underline{x}[k + 1] \cdot \underline{x}^T[k + 1])^{-1} \cdot (\mathbf{X}^T[k] \cdot \underline{y}[k] + \underline{x}[k + 1] \cdot y[k + 1]) \\ &= (\mathbf{X}^T[k] \cdot \mathbf{X}[k] + \underline{x}[k + 1] \cdot \underline{x}^T[k + 1])^{-1} \cdot \left(\mathbf{X}^T[k] \cdot \mathbf{X}[k] \cdot \hat{\underline{\theta}}[k] \right. \\ &\quad \left. + \underline{x}[k + 1] \cdot y[k + 1] \right) \quad (18.53) \end{aligned}$$

Für die folgende Umformung ist das MATRIXINVERSIONSLEMMA [965] notwendig: Für eine reguläre Matrix \mathbf{A} und Spaltenvektoren \underline{b} und \underline{c} gilt:

$$(\mathbf{A} + \underline{b}\underline{c}^T)^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \frac{(\mathbf{A}^{-1}\underline{b})(\underline{c}^T\mathbf{A}^{-1})}{1 + \underline{c}^T\mathbf{A}^{-1}\underline{b}} \quad (18.54)$$

wobei $(\mathbf{A} + \underline{b}\underline{c}^T)$ regulär ist. Führt man die Abkürzung $\mathbf{P}^{-1}[k] = \mathbf{X}^T[k] \cdot \mathbf{X}[k]$ ein und wendet das Lemma an, so gilt:

$$\hat{\underline{\theta}}[k + 1] = \left(\mathbf{P}[k] - \frac{\mathbf{P}[k]\underline{x}[k + 1]\underline{x}^T[k + 1]\mathbf{P}[k]}{1 + \underline{x}^T[k + 1]\mathbf{P}[k]\underline{x}[k + 1]} \right) \left(\mathbf{P}^{-1}[k] \hat{\underline{\theta}}[k] + \underline{x}[k + 1] y[k + 1] \right) \quad (18.55)$$

Mit elementaren Umformungen kann schließlich der neue Schätzwert für den unbekannt Parametervektor durch folgende Gleichung bestimmt werden:

$$\hat{\underline{\theta}}[k+1] = \hat{\underline{\theta}}[k] + \underbrace{\frac{\mathbf{P}[k] \cdot \underline{x}[k+1]}{1 + \underline{x}^T[k+1] \cdot \mathbf{P}[k] \cdot \underline{x}[k+1]}}_{\text{Verstärkungsvektor } \underline{\gamma}[k]} \cdot \underbrace{\left(y[k+1] - \underline{x}^T[k+1] \cdot \hat{\underline{\theta}}[k] \right)}_{\text{Korrekturterm}} \quad (18.56)$$

Der Schätzwert für $k+1$ Gleichungen wird basierend auf dem Schätzwert für k Gleichungen und der \mathbf{P} -Matrix durch Addition des alten Schätzwertes und eines, mit dem Verstärkungsvektor $\underline{\gamma}[k]$ multiplizierten Korrekturterms, berechnet. Der Korrekturterm ist die Differenz aus tatsächlichem Messwert und der Prädiktion des Systemverhaltens auf Basis des letzten Schätzwertes der Parameter.

Mit Gleichung (18.56) kann nun für jedes neue Trainingspaar der Schätzwert der Parameter auf Basis des jeweils letzten Schätzwertes mit konstantem Rechenaufwand verbessert werden. Der Aufwand zur Berechnung der \mathbf{P} -Matrix nimmt jedoch mit jedem Messwertepaar zu. Durch Partitionierung analog zur \mathbf{X} -Matrix kann auch die Berechnung der \mathbf{P} -Matrix rekursiv gestaltet werden. Als Rekursionsformel ergibt sich:

$$\mathbf{P}[k+1] = \mathbf{P}[k] - \underline{\gamma}[k] \cdot \underline{x}^T[k+1] \cdot \mathbf{P}[k] \quad (18.57)$$

mit $\underline{\gamma}[k]$ gemäß Gleichung (18.56). Gleichung (18.56) und (18.57) bilden zusammen ein einseitig verkoppeltes System von Rekursionsgleichungen.

Es bestehen nun zwei Möglichkeiten die Rekursion zu starten. Die erste Möglichkeit besteht in der Wahl beliebiger Startwerte $\hat{\underline{\theta}}[0]$ und $\mathbf{P}[0]$. Die Rekursion beginnt dann bereits mit dem ersten Messwertepaar. Als Startwert für die Matrix $\mathbf{P}[0]$ eignet sich eine obere Dreiecksmatrix, deren Werte zwischen 100 und 1000 liegen. Der Parametervektor $\hat{\underline{\theta}}[0]$ kann mit Null initialisiert werden.

Eine zweite Möglichkeit besteht darin, die ersten p Trainingspaare zur Lösung des dann eindeutig bestimmten Gleichungssystems zu benutzen.

$$\hat{\underline{\theta}}[p] = \mathbf{X}^{-1}[p] \cdot \underline{y}[p] \quad \mathbf{P}[p] = (\mathbf{X}^T[p] \cdot \mathbf{X}[p])^{-1} \quad (18.58)$$

Die Rekursion startet dann mit dem $(p+1)$ -ten Trainingspaar.

Der Vorteil der rekursiven Form des Least-Squares-Algorithmus ist, dass die bei der nichtrekursiven Methode nötige Matrixinversion der Kovarianzmatrix $(\mathbf{X}^T \cdot \mathbf{X})^{-1}$ vermieden werden kann. Die Matrixinversion reduziert sich bei der rekursiven Methode in eine Division durch einen Skalar. Das rekursive Least-Squares-Verfahren (RLS) ist somit, wie auch das bereits vorgestellte Gradientenverfahren, bei konstantem Rechenaufwand zu jedem Abtastschritt online anwendbar.

Einführung eines Vergessensfaktors

Für die Identifikation zeitvarianter Parameter ist es erforderlich den RLS-Algorithmus mit einem Vergessensfaktor λ zu versehen. Der Vergessensfaktor λ ermöglicht eine Gewichtung des Beitrags vergangener Trainingspaare zur Berechnung der aktuellen Parameter $\hat{\underline{\theta}}$. Durch die Einführung eines Vergessensfaktors

$\lambda \leq 1$ werden Trainingspaare, die j Zeitpunkte zurückliegen mit dem Faktor λ^j gewichtet, so dass ein sog. exponentielles Vergessen eintritt.

Die Rekursionsgleichungen lauten dann:

$$\hat{\underline{\Theta}}[k+1] = \hat{\underline{\Theta}}[k] + \underbrace{\frac{\mathbf{P}[k] \cdot \underline{x}[k+1]}{\lambda + \underline{x}^T[k+1] \cdot \mathbf{P}[k] \cdot \underline{x}[k+1]}}_{\text{Verstärkungsvektor } \underline{\gamma}[k]} \cdot \underbrace{\left(y[k+1] - \underline{x}^T[k+1] \cdot \hat{\underline{\Theta}}[k] \right)}_{\text{Korrekturterm}} \quad (18.59)$$

$$\mathbf{P}[k+1] = \frac{1}{\lambda} \left[\mathbf{P}[k] - \underline{\gamma}[k] \cdot \underline{x}^T[k+1] \cdot \mathbf{P}[k] \right] \quad \lambda = 0.9 \dots 1 \quad (18.60)$$

Bei der Wahl des Vergessensfaktors muss stets ein Kompromiss gefunden werden zwischen einer besseren Elimination von Störeinflüssen ($\lambda \rightarrow 1$) oder einem besseren Folgen der zeitveränderlichen Parameter ($\lambda < 1$).

18.5 Gradientenabstiegsverfahren

Durch das Lernverfahren sollen die Parameter des Modells so angepasst werden, dass die Abweichung zwischen dem Ausgang y des zu identifizierenden Systems und dem Ausgang \hat{y} minimiert wird.

Diese Abweichung zwischen wahren und geschätztem Wert wird als Ausgangsfehler

$$e(\hat{\underline{\Theta}}) = \left(y - \hat{y}(\hat{\underline{\Theta}}) \right) \quad (18.61)$$

bezeichnet.

Ausgangspunkt für die folgenden Überlegungen ist das quadratische Fehlermaß $E(\hat{\underline{\Theta}})$:

$$E(\hat{\underline{\Theta}}) = \frac{1}{2} e^2(\hat{\underline{\Theta}}) = \frac{1}{2} \left(y - \hat{y}(\hat{\underline{\Theta}}) \right)^2 \quad (18.62)$$

Die Einführung des Faktors $\frac{1}{2}$ ist für die Adaption der Gewichte unerheblich, führt jedoch zu einem übersichtlicheren Lerngesetz.

Das Ziel des Lernverfahrens ist es, Gleichung (18.62) bezüglich der Parameter $(\hat{\underline{\Theta}})$ zu minimieren. Da im allgemeinen $E(\hat{\underline{\Theta}})$ nicht analytisch vorliegt, bzw. deren Ableitung bezüglich der Parameter $\hat{\underline{\Theta}}$ nicht analytisch berechnet werden kann, ist man auf eine iterative Lösung angewiesen [963].

Die grundsätzliche algorithmische Struktur besteht aus nachfolgenden Schritten und wird in Abbildung 18.21 für den zweidimensionalen Fall illustriert.

- (1) Wahl eines Startpunktes $\hat{\underline{\Theta}}^{(0)}$ und Festlegung des Iterationsindex zu $l = 0$.
- (2) Bestimmung einer Suchrichtung $\underline{s}^{(l)}$

- (3) Bestimmung einer skalaren Schrittweite $\eta^{(l)} > 0$ durch Lösung des folgenden eindimensionalen Minimierungsproblems

$$\min_{\eta > 0} E(\hat{\underline{\Theta}}^{(l)} + \eta^{(l)} \underline{s}^{(l)}) \quad (18.63)$$

anschließend ergibt sich der $l + 1$ -te Parametervektor aus

$$\hat{\underline{\Theta}}^{(l+1)} = \hat{\underline{\Theta}}^{(l)} + \eta^{(l)} \underline{s}^{(l)} \quad (18.64)$$

- (4) Ist ein geeignetes Abbruchkriterium erfüllt, dann **stop**. Ansonsten:
 (5) Beginne mit einer neuen Iteration $l := l + 1$ und Rücksprung nach (2).

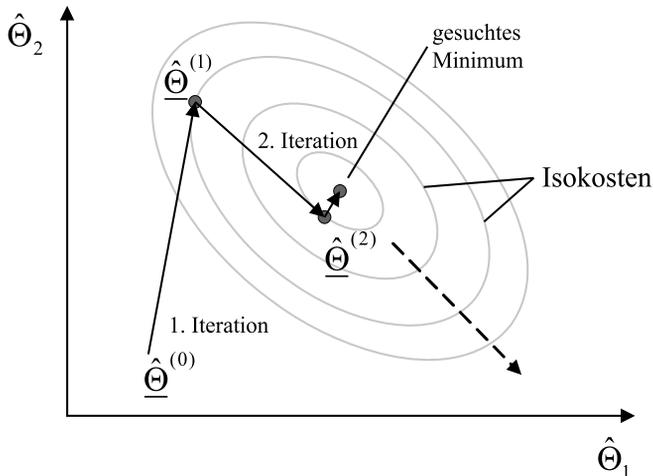


Abb. 18.21: Iterative Suche eines lokalen Minimums

Das in [963] beschriebene Gradientenabstiegsverfahren verwendet für die Suchrichtung am jeweiligen Iterationspunkt die Richtung des steilsten Abstiegs, also die negative Gradientenrichtung

$$\underline{s}^{(l)} = - \frac{\partial E^{(l)}(\hat{\underline{\Theta}}^{(l)})}{\partial \hat{\underline{\Theta}}^{(l)}} \quad (18.65)$$

In den meisten Fällen wird (bis auf wenige Ausnahmen) auf die Bestimmung der skalaren Schrittweite η für jeden Iterationsschritt verzichtet, da die Bestimmung der Schrittweite oft sehr zeitaufwendig und somit in Echtzeit nicht mehr durchführbar ist. Es wird eine geeignet gewählte Schrittweite η als konstant angesetzt. Diese Schrittweite wird oft auch als Lernschrittweite oder auch Lernfaktor bezeichnet.

Für die Änderung der Gewichte des Modells ergibt sich somit in zeitdiskreter Schreibweise folgendes Lerngesetz

$$\hat{\underline{\theta}}[k+1] = \hat{\underline{\theta}}[k] - \eta \frac{\partial E(\hat{\underline{\theta}}[k])}{\partial \hat{\underline{\theta}}[k]} \quad (18.66)$$

In zeitkontinuierlicher Form lautet das Lerngesetz

$$\frac{d\hat{\underline{\theta}}}{dt} = -\eta' \frac{\partial E(\hat{\underline{\theta}})}{\partial \hat{\underline{\theta}}} \quad (18.67)$$

wobei die Lernschrittweite η' der mit der Abtastzeit gewichteten Lernschrittweite für den zeitdiskreten Fall entspricht.

18.6 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden die wichtigsten linearen Identifikationsverfahren im Überblick vorgestellt. Es wurde zwischen Modellstrukturen mit und ohne Ausgangsrückkopplung unterschieden und auf die verschiedenen Vorteile und Nachteile der einzelnen Identifikationsverfahren eingegangen. Wichtige Merkmale sind dabei, ob eine Minimierung des Gleichungsfehlers oder des Ausgangsfehlers erfolgt und ob die Modellstruktur linear oder nichtlinear in den Parametern ist. An einem Identifikationsbeispiel wurden das ARX- und das OE-Modell als zwei Vertreter für Modellstrukturen mit Ausgangsrückkopplung sowie das FIR- und das OBF-Modell als zwei Vertreter für Modellstrukturen ohne Ausgangsrückkopplung veranschaulicht. Ein weiterer wesentlicher Aspekt ist, ob die Signale zur Identifikation verrauscht sind oder nicht. Wie in Kapitel 18.3.1 ausgeführt, ist das ARX-Modell sehr rauschempfindlich, d.h. bei Rauschen werden die Parameter falsch bestimmt. Eine Abhilfe ist der Ansatz mit dem Kalman-Filter bzw. dem Erweiterten Kalman-Filter [953, 964, 971] — siehe auch Kap. 13.6 In Kapitel 13.6.3.3 werden außerdem Identifikationsverfahren bei verrauschten Signalen mittels des Kalman-Filters und des Erweiterten Kalman-Filters dargestellt. An dieser Stelle sei angemerkt, dass es in Software-Tools, wie z.B. *Matlab/Simulink* für lineare Identifikationsprobleme Standardlösungen gibt. In der *System Identification Toolbox* von *Matlab/Simulink* werden Identifikationsalgorithmen im Zeit- sowie Frequenzbereich bereitgestellt.

19 Drehzahlregelung bei elastischer Verbindung zur Arbeitsmaschine

Bei der Optimierung der Drehzahlregelung (siehe z.B. Kap. 7.1.2) wurde bisher immer nur die elektrische Maschine allein betrachtet. In der Praxis sind auch die Einflüsse einer elastischen Kopplung zwischen Antriebs- und Arbeitsmaschine von Interesse, die in diesem Kapitel diskutiert werden. Die Arbeitsmaschine wird durch das Trägheitsmoment Θ_A approximiert, technologische Fragestellungen sind nicht berücksichtigt (hierzu Kap. 22). Sollte eine *ideale starre* Verbindung vorliegen, so kann das Massenträgheitsmoment Θ_A (Arbeitsmaschine) zum Massenträgheitsmoment Θ_M der Antriebsmaschine (Motor) hinzugerechnet werden. In diesem Fall ist die Optimierung mit der Summe der Massenträgheitsmomente $\Theta_M + \Theta_A$ durchzuführen, und die Drehzahlen von Antriebs- und Arbeitsmaschine sind identisch. Bei realen Verbindungen zwischen Antriebsmaschine und Prozeß sind allerdings die elastischen Eigenschaften der Welle und die Nichtlinearitäten wie Lose und Reibung zu berücksichtigen. Ein mechanisches Ersatzmodell für diesen Fall zeigt Abb. 19.1.

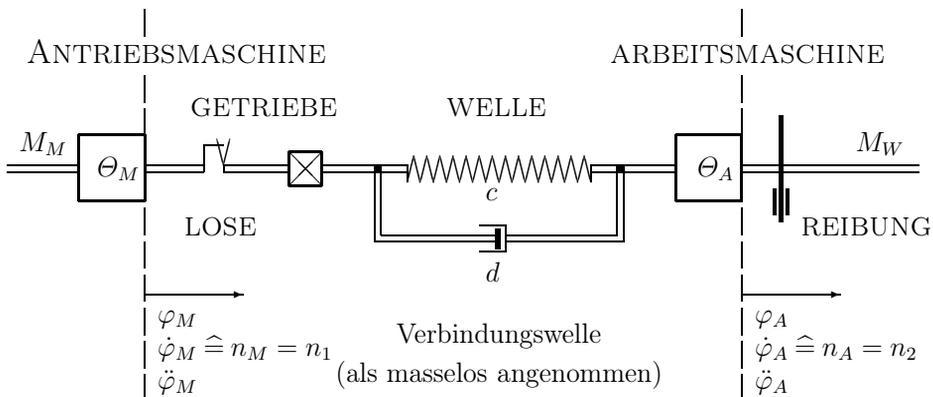


Abb. 19.1: Elastische Verbindung Antriebsmaschine–Arbeitsmaschine

Die Modellvorstellung in Abb. 19.1 geht davon aus, daß die Welle als mechanische Drehfeder mit der Drehfedersteifigkeit c und der Dämpfung d aufgefaßt werden kann. In manchen Fällen der Praxis treten noch nichtlineare Einflüsse

auf, die im Rahmen dieses Buches nicht behandelt werden können (siehe hierzu [1115]). Der Übersetzungsfaktor $\ddot{u} = \varphi_M/\varphi_A$ des in Abb. 19.1 angenommenen Getriebes zwischen Lose und elastischer Welle wird im folgenden zu eins gesetzt. Die Anordnung Antriebsmaschinenmasse, elastisch gekuppelt mit der Arbeitsmaschinenmasse, stellt somit ein mechanisches System 3. Ordnung dar. Die mechanischen Grundgleichungen lauten wie folgt (allgemeiner Fall):

$$\text{Beschleunigungsmoment der Masse} \quad : \quad M_B = \Theta \cdot \ddot{\varphi} \quad (19.1)$$

$$\text{Übertragungsmoment der Feder} \quad : \quad M_C = c \cdot \Delta\varphi \quad (19.2)$$

$$\text{Übertragungsmoment durch Dämpfung} \quad : \quad M_D = d \cdot \Delta\dot{\varphi} \quad (19.3)$$

Darin bedeuten:

$\ddot{\varphi}$	Winkelbeschleunigung	
$\dot{\varphi}$	Winkelgeschwindigkeit	
φ	Drehwinkel	
c	Drehfedersteifigkeit	Wellendaten
d	mechanische Dämpfung	

Werden diese mechanischen Grundgleichungen auf die Anordnung nach Abb. 19.1 angewandt, so ergibt sich folgendes Gleichungssystem (Index M = Antriebsmaschine, Motor; Index A = Arbeitsmaschine):

Beschleunigungsmoment Antriebsmaschinenmasse:

$$M_{BM} = \underbrace{M_M}_{\substack{\text{Antriebsmoment} \\ (= \text{Stellgröße})}} - \underbrace{M_C + M_D}_{\substack{\text{Rückwirkung} \\ \text{der Last}}} = \Theta_M \cdot \ddot{\varphi}_M \quad (19.4)$$

Beschleunigungsmoment Arbeitsmaschinenmasse:

$$M_{BA} = \underbrace{M_C + M_D}_{\substack{\text{übertragenes} \\ \text{Moment}}} - \underbrace{M_W}_{\substack{\text{Last-} \\ \text{moment}}} = \Theta_A \cdot \ddot{\varphi}_A \quad (19.5)$$

$$\text{Elastische Welle:} \quad \Delta\varphi = \varphi_M - \varphi_A \quad (19.6)$$

$$\Delta\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_M - \dot{\varphi}_A \quad (19.7)$$

$$M_C = c \cdot \Delta\varphi \quad (19.8)$$

$$M_D = d \cdot \Delta\dot{\varphi} \quad (19.9)$$

Mit Hilfe dieser Gleichungen kann der unnormierte Signalfußplan nach Abb. 19.2 abgeleitet werden. Eine normierte Darstellung des Zweimassensystems wird später angegeben.

Die Stellgröße der Regelstrecke ist das Antriebsmoment M_M , während die Winkelgeschwindigkeiten bzw. Drehzahlen $\dot{\varphi}_M(n_1)$ und $\dot{\varphi}_A(n_2)$ die Regelgrößen darstellen. Im folgenden sind die Übertragungsfunktionen zwischen Antriebsmaschinendrehzahl $\dot{\varphi}_M$ und -moment M_M einerseits und zwischen Arbeitsmaschinendrehzahl $\dot{\varphi}_A$ und Antriebsmoment M_M andererseits von Interesse. Es sollen also Drehzahlregelungen bezüglich $\dot{\varphi}_M$ und $\dot{\varphi}_A$ entworfen werden.

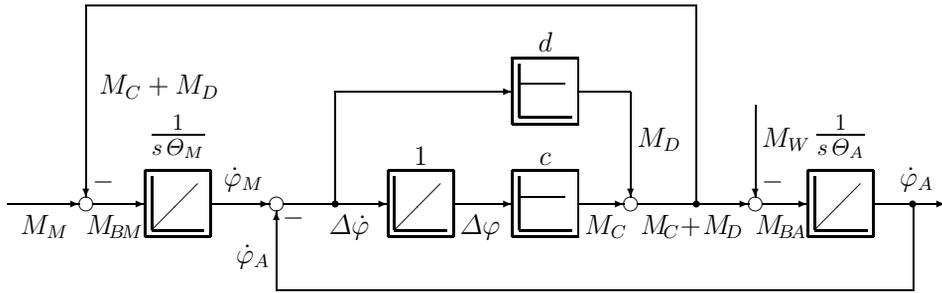


Abb. 19.2: Unnormierter Signalflußplan des Zweimassensystems

19.1 Regelung der Arbeitsmaschinendrehzahl

19.1.1 Streckenübertragungsfunktion $G_{S1}(s)$

Durch Anwendung der Blockschaltalgebra auf den Signalflußplan nach Abb. 19.2 läßt sich die unnormierte Übertragungsfunktion zwischen Arbeitsmaschinendrehzahl $\dot{\varphi}_A$ und Antriebsmoment M_M ableiten ($M_W = 0$). Durch Verlegung der Rückkoppschleife ($M_C + M_D$) nach $\dot{\varphi}_A$ ergibt sich Abb. 19.3.

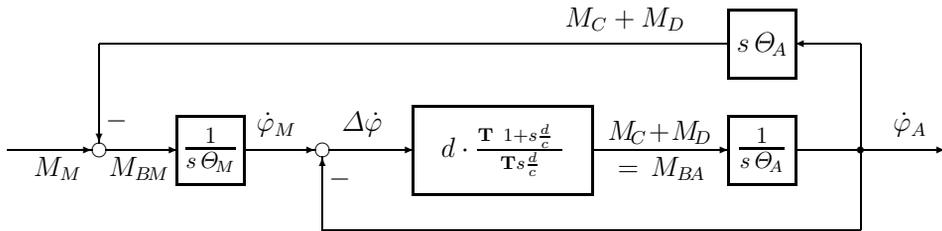


Abb. 19.3: Umgeformter Signalflußplan

Mit den nun klar erkennbaren Vorwärts- und Rückführzweigen läßt sich die Übertragungsfunktion $G_{S1}(s)$ ableiten zu:

$$G_{S1}(s) = \frac{\dot{\varphi}_A}{M_M} = \frac{\frac{1}{s\Theta_M} \cdot \frac{1 + s\frac{d}{c}}{1 + s\frac{d}{c} + s^2\frac{\Theta_A}{c}}}{1 + \frac{1}{s\Theta_M} \cdot \frac{1 + s\frac{d}{c}}{1 + s\frac{d}{c} + s^2\frac{\Theta_A}{c}} \cdot s\Theta_A} \quad (19.10)$$

Durch Ausmultiplizieren und Vorziehen des Faktors $s(\Theta_M + \Theta_A)$ ergibt sich die folgende, für die Streckenanalyse geeignete Darstellung:

$$G_{S1}(s) = \underbrace{\frac{1}{s(\Theta_M + \Theta_A)}}_{\text{starre Verbindung}} \cdot \frac{1 + s\frac{d}{c}}{\underbrace{1 + s\frac{d}{c} + s^2 \frac{\Theta_M \Theta_A}{(\Theta_M + \Theta_A) \cdot c}}_{\text{Einfluß der elastischen Welle}}} \quad (19.11)$$

Zur Vereinfachung wird im weiteren das Summenträgheitsmoment Θ_{ges}

$$\Theta_{ges} = \Theta_M + \Theta_A \quad (19.12)$$

und das Trägheitsmomentverhältnis x zwischen Trägheitsmoment der Antriebsmaschine Θ_M und dem Summenträgheitsmoment Θ_{ges} eingeführt:

$$x = \frac{\Theta_M}{\Theta_M + \Theta_A} = \frac{\Theta_M}{\Theta_{ges}} < 1 \quad (19.13)$$

Für die Trägheitsmomente von Antriebs- und Arbeitsmaschine folgen sofort:

$$\Theta_M = x \cdot \Theta_{ges}; \quad \Theta_A = (1 - x) \cdot \Theta_{ges} \quad (19.14)$$

Für die Untersuchung der Übertragungsfunktion $G_{S1}(s)$ (und später auch $G_{S2}(s)$) erweist es sich als sinnvoll, das Nennerpolynom des zweiten Terms aus Gl. (19.11) in die Form des Normpolynoms 2. Ordnung $N(s)$ mit der Kennkreisfrequenz ω_0 und dem Dämpfungsgrad D zu bringen.

Normpolynom 2. Ordnung:

$$N(s) = 1 + s \cdot \frac{2D}{\omega_0} + s^2 \cdot \frac{1}{\omega_0^2} \quad (19.15)$$

Die Kennkreisfrequenz $\omega_{0(N)}$ (Torsionseigenfrequenz) und der Dämpfungsgrad $D_{(N)}$ des Nennerpolynoms (Index (N)) ergeben sich in Abhängigkeit von den Streckenparametern durch Koeffizientenvergleich:

$$\omega_{0(N)} = \sqrt{\frac{(\Theta_M + \Theta_A) \cdot c}{\Theta_M \Theta_A}} = \sqrt{\frac{c}{x(1-x) \cdot \Theta_{ges}}} \quad (19.16)$$

$$D_{(N)} = \frac{d}{2} \cdot \sqrt{\frac{(\Theta_M + \Theta_A)}{\Theta_M \Theta_A \cdot c}} = \frac{d}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{x(1-x) \cdot \Theta_{ges} \cdot c}} \quad (19.17)$$

19.1.2 Analyse der Übertragungsfunktion $G_{S1}(s)$

Für die Streckenanalyse von $G_{S1}(s)$ empfiehlt es sich, Betrag und Phase in drei Frequenzbereichen zu untersuchen. Abgesehen von dem integralen Anteil in $G_{S1}(s)$ liegt noch eine Nullstelle und ein konjugiert komplexes Polpaar vor. Das Polynom 2. Ordnung im Nenner ist im allgemeinen nicht in zwei PT₁-Glieder aufspaltbar, da die mechanische Dämpfung d klein ist und somit der Dämpfungsgrad $D_{(N)}$ kleiner 1 ist. Der Frequenzgang von $G_{S1}(s)$ ist für verschiedene Dämpfungsgrade in Abb. 19.4 angegeben.

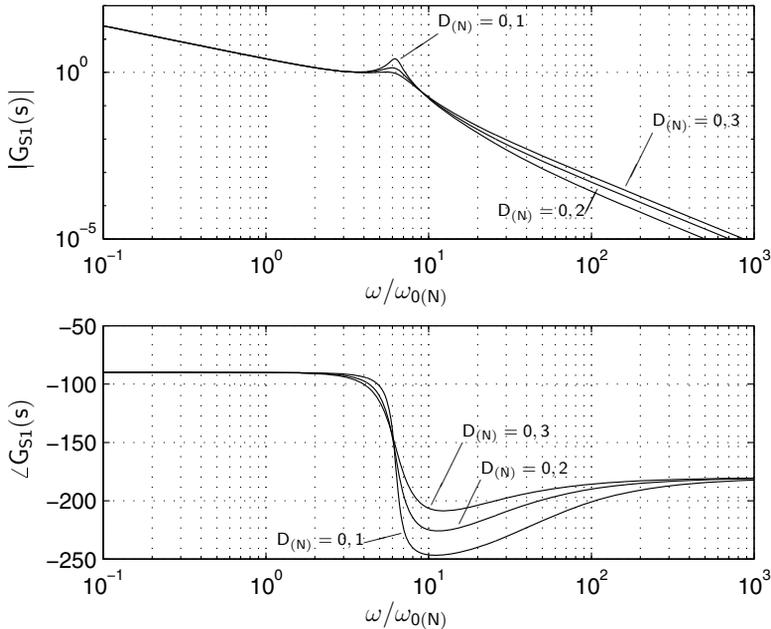


Abb. 19.4: Bode-Diagramm zu $G_{S1}(s)$: Variation des Dämpfungsgrades $D_{(N)}$

Für sehr tiefe Frequenzen $\omega \ll \omega_{0(N)}$ verbleibt nur der integrale Anteil $1/(s(\Theta_M + \Theta_A))$, der eine starre Verbindung repräsentieren würde. Der Betrag von $G_{S1}(s)$ nimmt mit 20 dB/Dekade ab, die Phase liegt bei -90° .

Im Bereich der Kennkreisfrequenz $\omega_{0(N)}$ kommt nun der zweite Term zum Tragen. Der Nennerterm im Zusatzteil von $G_{S1}(s)$ ist um eine Ordnung höher als das Zählerpolynom. Aufgrund der geringen Dämpfung des PT₂-Terms im Nenner kann trotz der Phasenhebung des Zählerterms in $G_{S1}(s)$ eine Phasenabsenkung unter -180° nicht verhindert werden. Im Betrag von $G_{S1}(s)$ tritt eine mehr oder weniger starke Resonanzüberhöhung auf.

Für hohe Frequenzen $\omega \gg \omega_{0(N)}$ fällt der Betrag von $G_{S1}(s)$ mit 40dB/Dekade ab, die Phase geht auf -180° zurück.

Die wesentliche Schwierigkeit bei der Regelung einer derartigen Strecke stellt die schnelle Phasenabsenkung unter -180° dar. Im folgenden soll der Einfluß

der elastischen Verbindung auf den Drehzahlregelkreis für die Arbeitsmaschinendrehzahl $\dot{\varphi}_A$ diskutiert werden.

19.1.3 Einfluß der elastischen Kopplung auf den Drehzahlregelkreis

Es soll eine konventionelle Kaskadenregelung aus Drehzahlregler für $\dot{\varphi}_A$ und unterlagertem Stromregelkreis eingesetzt werden. Die kleine Zeitkonstante des Drehzahlregelkreises ergibt sich mit dem nach Betragsoptimum (BO, Kap. 3.1) optimierten Stromregelkreis zu $T_{\sigma n} = T_{ersi} = 2T_\sigma$ (T_σ : kleine Zeitkonstante des Stromregelkreises, üblicherweise die Stromrichterzeitkonstante T_t). Die Optimierung des Drehzahlregelkreises erfolgt nach dem Symmetrischen Optimum (SO, Kap. 3.2), wobei zuerst nur der integrale Anteil aus Gl. (19.11) berücksichtigt wird. In Abb. 19.5 sind die entsprechenden Signalflußpläne bei Regelung der Arbeitsmaschinendrehzahl $\dot{\varphi}_A \hat{=} n_A$ gezeigt.

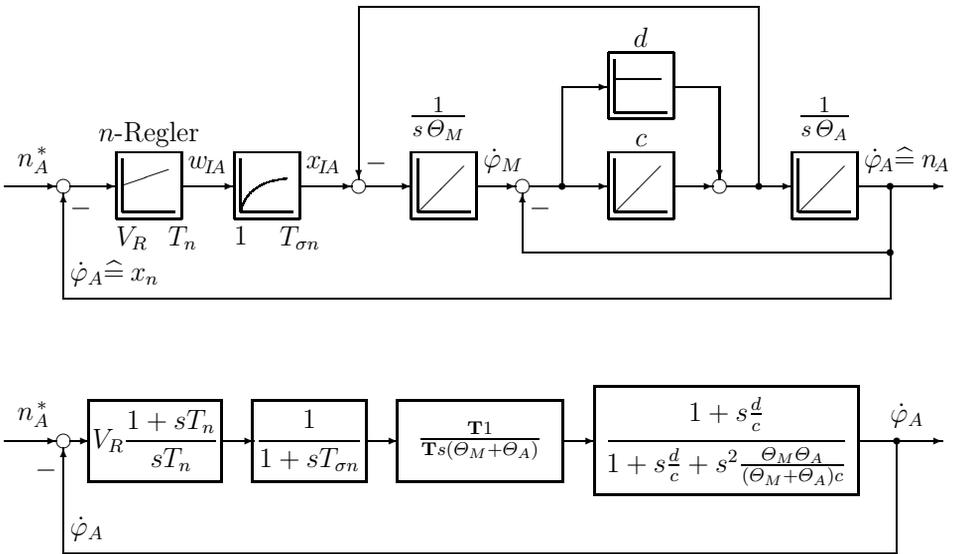


Abb. 19.5: Regelung der Arbeitsmaschinendrehzahl

Würde eine **starre Verbindung** vorliegen (rein integrale Strecke), so ergäbe sich ein Standard-SO-Kreis mit der Amplitudendurchtrittsfrequenz des offenen Drehzahlregelkreises von $\omega_d = 1/(2T_{\sigma n})$. In welcher Art und Weise das Übertragungsverhalten des offenen Kreises durch die elastische Verbindung verändert wird, liegt an der Lage der Torsionseigenfrequenz $\omega_{0(N)}$ von $G_{S1}(s)$ in Bezug zur Amplitudendurchtrittsfrequenz ω_d .

Im wesentlichen können zwei Fälle unterschieden werden. Bei **harter Ankopplung** der Arbeitsmaschine, z.B. durch eine hohe Drehfederkonstante c , wird

$\omega_{0(N)} \gg \omega_d$. Die Resonanzüberhöhung im Betrag von $G_0(s)$ und die Phasenabsenkung tritt somit erst bei hohen Frequenzen auf. Dieser Fall wirft somit für die Drehzahlregelung keine besonderen Probleme auf. Die Phasenreserve und die Amplitudendurchtrittsfrequenz werden gegenüber der Standard-SO-Optimierung nicht verändert (siehe Abb. 19.6).

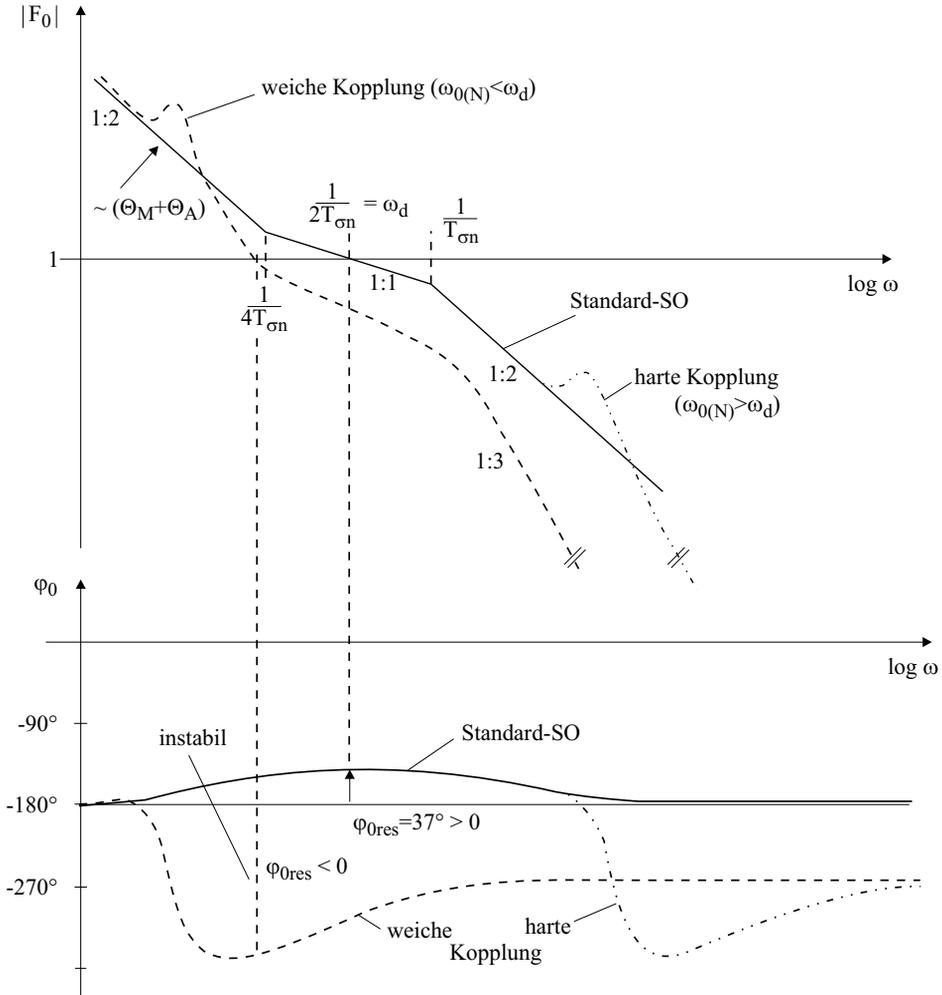


Abb. 19.6: Frequenzgänge des offenen $\dot{\varphi}_A$ -Regelkreises

Der kritische Fall liegt bei **weicher Ankopplung** vor, d.h. die Kreisfrequenz $\omega_{0(N)}$ liegt unterhalb oder im Bereich von ω_d . Durch die schnelle Phasenabsenkung an der Resonanzstelle ist keine Stabilität gewährleistet. Dieser Fall kann nur beherrscht werden, wenn der Drehzahlregler entsprechend „langsamer“

eingestellt wird, so daß sich die gleichen Verhältnisse ($\omega_d \ll \omega_{0(N)}$) wie bei harter Ankopplung ergeben. Dies führt dann allerdings zu einer sehr großen Ersatzzeitkonstanten des geschlossenen Drehzahlregelkreises und damit zu einer entsprechend langsamen Drehzahlregelung.

Beispiel: Wird eine Stromreglerersatzzeitkonstante $T_{ersi} = 5\text{ ms}$ angesetzt, so läßt sich eine Amplitudendurchtrittsfrequenz $\omega_d \approx 100\text{ s}^{-1}$ erreichen, dies entspricht einer Frequenz $f_d = 16\text{ Hz}$. Dies bedeutet, daß bei mechanischen Eigenfrequenzen im Bereich um f_d und unterhalb von f_d eine weiche Ankopplung vorliegt.

Abbildung 19.7 zeigt den Verlauf des Phasenwinkels in der Nähe der Amplitudendurchtrittsfrequenz für starre, harte und weiche Ankopplung in zwei unterschiedlichen Fällen (s. auch Abb. 19.6): **Links** für $\omega_{0(N)} = 10\omega_d$ (starr), $\omega_{0(N)} = 3\omega_d$ (hart), $\omega_{0(N)} = 0,3\omega_d$ (weich). **Rechts** für $\omega_{0(N)} = 10\omega_d$ (starr), $\omega_{0(N)} = 5\omega_d$ (hart), $\omega_{0(N)} = 0,5\omega_d$ (weich). Durchgezogen ist die Amplitudendurchtrittsfrequenz $\omega_d = 100\text{ s}^{-1}$, strichliert jeweils die Knickfrequenzen $\omega_d/2$ und $2\omega_d$ für Standard-SO-Optimierung. Bei weicher Ankopplung ist die Stabilitätsgrenze von -180° bereits vor ω_d überschritten. Bei harter Ankopplung beträgt der Abstand des Phasenwinkels von der Stabilitätsgrenze -180° bei $\omega_{0(N)} = 0,3\omega_d$ (links) etwa 21° und bei $\omega_{0(N)} = 0,5\omega_d$ (rechts) noch rund 16° .

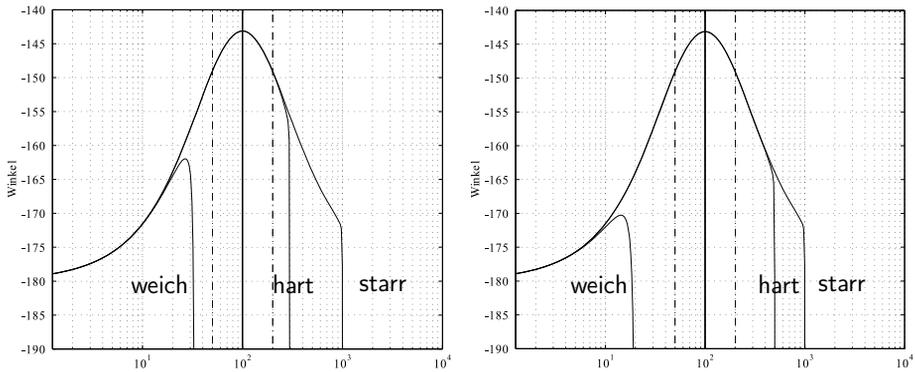


Abb. 19.7: Phasengang des offenen $\dot{\varphi}_A$ -Regelkreises bei $\omega_{0(N)} = 0,3\omega_d$, $\omega_{0(N)} = 3\omega_d$, $\omega_{0(N)} = 10\omega_d$ (links) und bei $\omega_{0(N)} = 0,5\omega_d$, $\omega_{0(N)} = 5\omega_d$, $\omega_{0(N)} = 10\omega_d$ (rechts)

Um im Fall einer weichen Ankopplung eine stabile Regelung zu ermöglichen, ohne den $\dot{\varphi}_A$ -Regler sehr langsam einstellen zu müssen, stellt die Regelung der Antriebsmaschinendrehzahl $\dot{\varphi}_M$ eine Lösung dar, die im folgenden untersucht wird.

19.2 Regelung der Antriebsmaschinendrehzahl

19.2.1 Streckenübertragungsfunktion $G_{S2}(s)$

Es wird nun analog zu Kap. 19.1 die Übertragungsfunktion zwischen Antriebsmaschinendrehzahl $\dot{\varphi}_M$ und Antriebsmoment M_M diskutiert. Für die Ableitung der Übertragungsfunktion $G_{S2}(s)$ kann der Signalflußplan nach Abb. 19.3 verwendet werden. Nach Einteilung in Vorwärts- und Rückführzweige ergibt sich folgende Übertragungsfunktion:

$$G_{S2}(s) = \frac{\dot{\varphi}_M}{M_M} = \underbrace{\frac{1}{s(\Theta_M + \Theta_A)}}_{\text{starre Verbindung}} \cdot \underbrace{\frac{1 + s\frac{d}{c} + s^2\frac{\Theta_A}{c}}{1 + s\frac{d}{c} + s^2\frac{\Theta_M\Theta_A}{(\Theta_M + \Theta_A)c}}}_{\text{Einfluß der elastischen Welle}} \quad (19.18)$$

19.2.2 Analyse der Übertragungsfunktion $G_{S2}(s)$

Abweichend zu $G_{S1}(s)$ ist in diesem Fall ein Zählerpolynom 2. Ordnung vorhanden. Der Anteil, der die starre Verbindung repräsentiert, und das Nennerpolynom 2. Ordnung sind unverändert gegenüber $G_{S1}(s)$. Aufgrund der geringen mechanischen Dämpfung d und damit Dämpfungsgraden $D_{(Z)}$ und $D_{(N)}$ kleiner 1 ergeben sich konjugiert komplexe Pol- und Nullstellen. Mit Hilfe des Normpolynoms 2. Ordnung aus Gl. (19.15) und dem Trägheitsmomentverhältnis x nach Gl. (19.13) lassen sich wieder die Kennkreisfrequenzen und Dämpfungsgrade für Zähler ($\omega_{0(Z)}$ und $D_{(Z)}$) und Nenner ($\omega_{0(N)}$ und $D_{(N)}$), wie bei $G_{S1}(s)$) der PT₂-Terme von $G_{S2}(s)$ bestimmen:

$$\omega_{0(Z)} = \sqrt{\frac{c}{(1-x) \cdot \Theta_{ges}}} ; \quad D_{(Z)} = \frac{d}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{(1-x) \cdot \Theta_{ges} \cdot c}} \quad (19.19)$$

$$\omega_{0(N)} = \sqrt{\frac{c}{x(1-x) \cdot \Theta_{ges}}} ; \quad D_{(N)} = \frac{d}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{x(1-x) \cdot \Theta_{ges} \cdot c}} \quad (19.20)$$

Für das Verhältnis von Zähler- und Nennergrößen folgt:

$$\omega_{0(N)} = \frac{1}{\sqrt{x}} \cdot \omega_{0(Z)} ; \quad D_{(N)} = \frac{1}{\sqrt{x}} \cdot D_{(Z)} \quad (19.21)$$

Zur Untersuchung von $G_{S2}(s)$ werden zuerst die Grenzwertübergänge für sehr tiefe und sehr hohe Frequenzen betrachtet und anschließend anhand von Gl. (19.18) und Gl. (19.21) bis (19.23) eine Diskussion von Amplituden- und Phasengang durchgeführt.

Tiefe Frequenzen ($s \rightarrow 0$):

$$G_{S2}(s) \approx \frac{1}{s(\Theta_M + \Theta_A)} = \frac{1}{sT'} \tag{19.22}$$

Dies entspricht wieder der starren Verbindung.

Hohe Frequenzen ($s \rightarrow \infty$):

$$G_{S2}(s) \approx \frac{1}{s(\Theta_M + \Theta_A)} \cdot \frac{\frac{\Theta_A}{c}}{\frac{\Theta_M \Theta_A}{(\Theta_M + \Theta_A)c}} = \frac{1}{s\Theta_M} = \frac{1}{sT''} \tag{19.23}$$

Somit ist für sehr schnelle Änderungen bei hohen Frequenzen allein die Antriebsmaschinenmasse Θ_M maßgebend, was physikalisch leicht erklärbar ist: Die Rückwirkung der Arbeitsmaschinenmasse Θ_A über die Welle setzt erst verzögert ein. Daher besteht der Amplitudengang von $G_{S2}(s)$ tendenziell aus zwei parallel verschobenen integralen Ästen mit dem 1:1-Abfall. Abbildung 19.8 zeigt eine Prinzipskizze des Amplitudenganges von $G_{S2}(s)$.

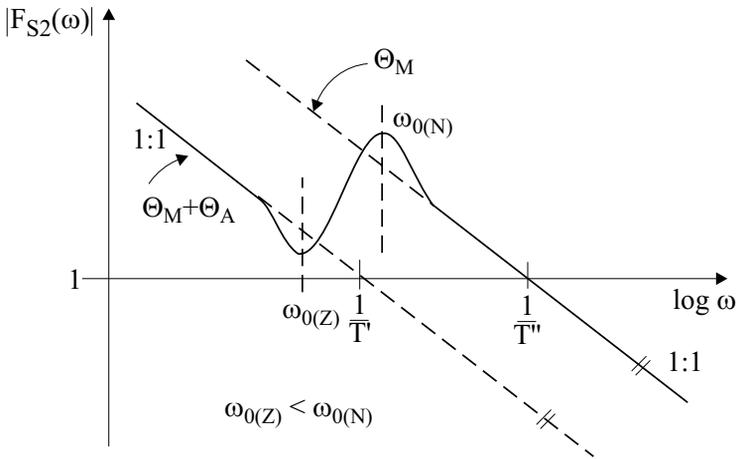


Abb. 19.8: Amplitudengang von $G_{S2}(s)$

Damit erfolgt — von tiefen Frequenzen ausgehend — zuerst die Phasenhebung aufgrund des Zählerterms 2. Ordnung und anschließend die Phasenabsenkung aufgrund des Nennerterms 2. Ordnung (Gl. (19.21)). Da außerdem $D_{(Z)} < D_{(N)}$, erfolgt die Phasenhebung schneller als die Phasenabsenkung; ebenso ist die Betragsabsenkung aufgrund des Zählerterms deutlicher als die Betragsabsenkung aufgrund des Nennerterms (Abb. 19.8).

Phasengang von $G_{S2}(s)$:

Durch die integralen Anteile in $G_{S2}(s)$ bei tiefen und hohen Frequenzen liegt die Phase in diesen Bereichen bei -90° (Gl. (19.22) und (19.23)). Nur im Bereich

der Eigenfrequenz $\omega_{0(Z)}$ wird die Phase zuerst angehoben, da der Zählerterm vor dem Nennerterm wirksam wird. Die Phase wird danach durch den Einfluß des Nennerterms wieder auf -90° abgesenkt. Die Form der Abweichung der Phase von -90° hängt von den Dämpfungsgraden in Zähler und Nenner und dem Verhältnis x ab. In Abb. 19.9 sind der Amplituden- und Phasengang von $G_{S2}(s)$ für verschiedene Trägheitsmomentverhältnisse x dargestellt. Da im Gegensatz zu $G_{S1}(s)$ keine Phasenabsenkung auf kleiner als -180° in $G_{S2}(s)$ auftritt, ist diese Regelstrecke wesentlich unkritischer. Diese Erkenntnisse werden in Kap. 20 zur Verdeutlichung des Prinzips von passiven Schwingungsdämpfern verwendet.

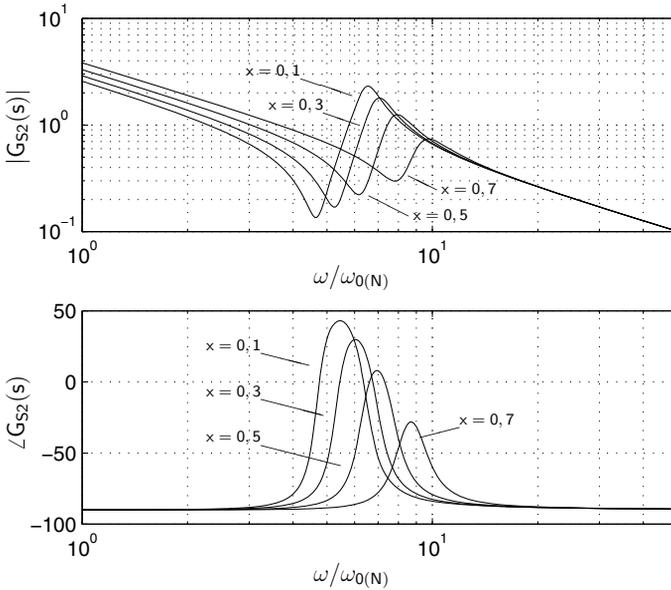


Abb. 19.9: Bode-Diagramm zu $G_{S2}(s)$ mit Variation des Trägheitsmomentverhältnisses x

19.2.3 Einfluß der elastischen Kopplung auf den Drehzahlregelkreis

Analog zur Regelung der Arbeitsmaschinendrehzahl $\dot{\varphi}_A$ soll in diesem Fall wieder eine konventionelle Kaskadenregelung aus Drehzahlregler für die Antriebsmaschinendrehzahl $\dot{\varphi}_M$ und unterlagertem Stromregelkreis (BO) untersucht werden. In Abb. 19.10 sind die entsprechenden Signalfußpläne dargestellt. Ausdrücklich sei hier noch einmal erwähnt, daß sich alle Einflüsse der elastischen Kopplung auf die Regelung von $\dot{\varphi}_M$ beziehen. Es können daraus zunächst keine Aussagen über das Verhalten der Arbeitsmaschinendrehzahl $\dot{\varphi}_A$ getroffen werden. Dies soll später anhand einer Simulation bei verschiedenen Kopplungen untersucht werden.

Im folgenden sollen wieder die Fälle starre Kopplung, weiche und harte elastische Kopplung diskutiert werden.

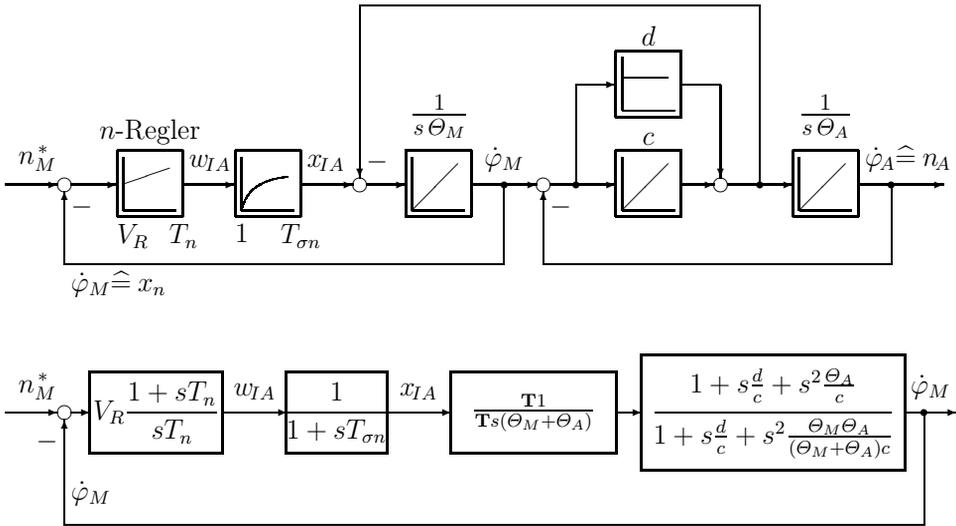


Abb. 19.10: Regelung der Antriebsmaschinendrehzahl

Fall a) starre Kopplung

Im Fall der starren Kopplung kann mit der Summe der Massenträgheitsmomente Θ_{ges} optimiert werden und die Aussagen der SO-Optimierung nach Kap. 3.2 gelten (Zeitkonstante $T_{\Theta(M+A)}$ durch Normierung).

$$\Theta_{ges} = \Theta_M + \Theta_A \quad \longrightarrow \quad T_{\Theta(M+A)} \tag{19.24}$$

Optimierung des $\dot{\varphi}_M$ -Reglers (PI-Regler nach SO):

$$1. \quad T_R = 4 \cdot T_{\sigma n} \tag{19.25}$$

$$2. \quad V_R = \frac{T_{\Theta(M+A)}}{2V_S T_{\sigma n}} \tag{19.26}$$

Eine starre Verbindung würde dann vorliegen, wenn $\omega_{0(Z)}$ wesentlich größer als $\omega_d = 1/(2T_{\sigma n})$ ist und somit praktisch kein Einfluß auf den Frequenzgang des offenen Kreises vorliegt (z.B. bei einer kurzen Welle oder großer Antriebsmaschinenmasse im Verhältnis zur Arbeitsmaschine, Gl. (19.18)).

Fall b) elastische Kopplung

b1) harte Ankopplung

Liegt die Eigenfrequenz $\omega_{0(Z)}$ deutlich oberhalb der Amplitudendurchtrittsfrequenz des offenen Drehzahlregelkreises ω_d , wird sich kaum ein Einfluß von $G_{S2}(s)$ auf den geschlossenen Regelkreis im Vergleich zur

Standard-SO-Optimierung ergeben. Je nach Dämpfungszustand und Lage der Eigenfrequenzen können sich höherfrequente Eigenschwingungen überlagern. Die Optimierung kann somit wie im Fall a) erfolgen. Die Auswirkungen auf die Frequenzgänge des offenen Drehzahlregelkreises sind in Abb. 19.11 angegeben (Fall b1).

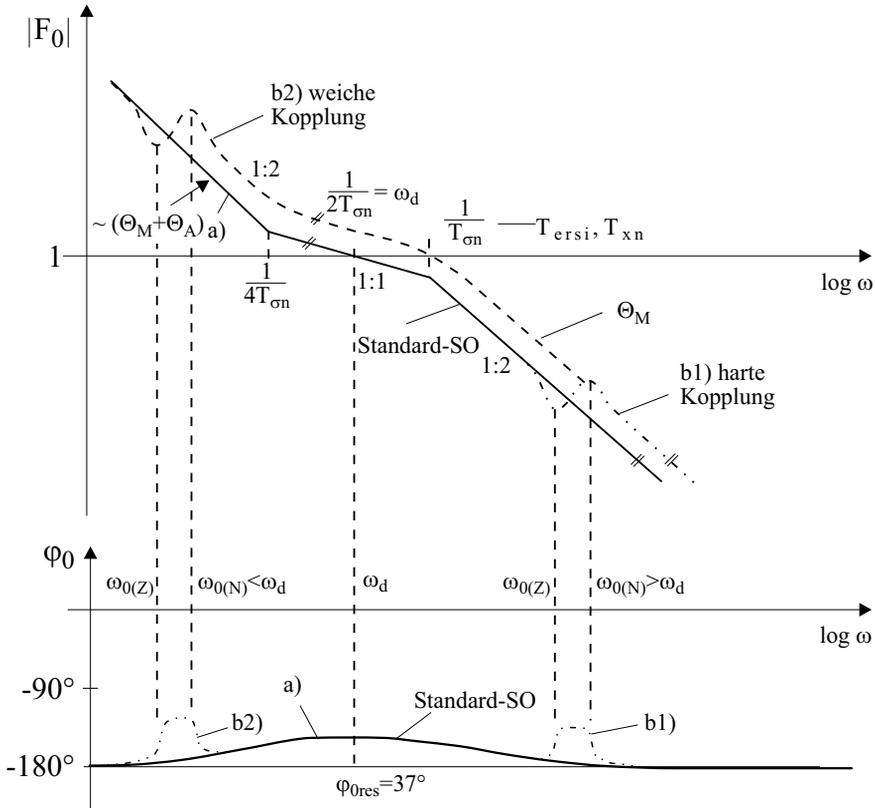


Abb. 19.11: Frequenzgänge des offenen $\dot{\varphi}_M$ -Regelkreises

b2) weiche Ankopplung

Eine weiche Ankopplung liegt vor, wenn $\omega_{0(Z)}$ bzw. $\omega_{0(N)}$ wesentlich unterhalb oder im Bereich von ω_d liegt. Durch die Phasenhebung, verursacht durch $G_{S2}(s)$ (siehe Abb. 19.9), treten keine Stabilitätsprobleme auf, wie im Fall der Drehzahlregelung der Arbeitsmaschine. In der Nähe der Amplitudendurchtrittsfrequenz ω_d ist allerdings der zweite integrale Anteil von $G_{S2}(s)$, der durch die Antriebsmaschinenmasse allein bestimmt wird, wirksam. Somit ergibt sich bei etwa gleicher Phasenreserve eine höhere Amplitudendurchtrittsfrequenz, was zu kleineren Ersatzzeitkonstanten des geschlossenen Kreises führt. Es ergeben sich allerdings keine wesentlichen Probleme bei Regelung der Antriebsmaschinendrehzahl $\dot{\varphi}_M$. Welches dynamische Verhalten sich im Falle einer weichen Ankopplung

für die Arbeitsmaschinendrehzahl $\dot{\varphi}_A$ ergibt, ist noch gesondert zu untersuchen. Abbildung 19.11 zeigt wieder den Einfluß von $G_{S2}(s)$ bei weicher elastischer Ankopplung (Fall b2).

Die Optimierung des $\dot{\varphi}_M$ -Regelkreises ist bei harter Ankopplung (Fall b1) identisch mit der starren Kopplung, d.h. für die Reglerverstärkung ist die Summe der Massenträgheitsmomente maßgebend. Im Falle der weichen elastischen Kopplung ist nur noch das Massenträgheitsmoment Θ_M der Antriebsmaschine wirksam.

Optimierung des $\dot{\varphi}_M$ -Reglers (PI-Regler nach SO) für Fall b2):

$$1. \quad T_R = 4 \cdot T_{\sigma n} \tag{19.27}$$

$$2. \quad V_{Relast} = \frac{T_{\Theta M}}{2 V_S T_{\sigma n}} < V_{Rstarr} \tag{19.28}$$

19.2.4 Simulative Untersuchung der Arbeitsmaschinendrehzahl

Mit Hilfe einer Simulation soll nun das Verhalten der Arbeitsmaschinendrehzahl $\dot{\varphi}_A = n_2$ für die drei Fälle harte ($\omega_{0(N)} = 10 \omega_d$) und weiche ($\omega_{0(N)} = 0,1 \omega_d$) elastische Ankopplung und der Fall mit $\omega_{0(N)} = \omega_d$ untersucht werden, wenn sich die Optimierung nur auf die Antriebsmaschinendrehzahl $\dot{\varphi}_M$ bezieht. Der für die Simulation zugrunde gelegte Signalfußplan ist in Abb. 19.12 dargestellt. Es wurde eine normierte Darstellung gewählt.

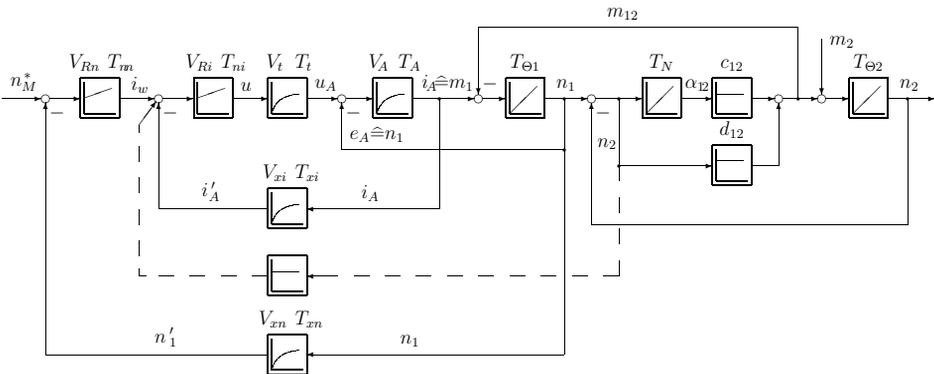


Abb. 19.12: Regelung der Antriebsmaschinendrehzahl

Tabelle 19.1: Normierungstabelle

unnormierte Größe nach Abb. 19.2	Symbol	Bezugsgröße	normierte Größe nach Abb. 19.12
Antriebsmoment	M_M	$M_{BZ1} = M_{iN}$	$m_1 = \frac{M_M}{M_{BZ1}}$
Beschleunigungsmoment der Antriebsmaschine	M_{BM}	M_{BZ1}	$m_{B1} = \frac{M_{BM}}{M_{BZ1}}$
Wellenmoment an der Antriebsmaschine	$M_C + M_D$	M_{BZ2}	$m_{12} = \frac{M_C + M_D}{M_{BZ2}}$
Lastmoment	M_W	$M_{BZ2} = \ddot{u} \cdot M_{BZ1}$	$m_2 = \frac{M_W}{M_{BZ2}}$
Beschleunigungsmoment der Arbeitsmaschine	M_{BA}	M_{BZ2}	$m_{B2} = \frac{M_{BA}}{M_{BZ2}}$
Antriebsmaschinenwinkel	φ_M	$\varphi_{BZ1} = T_N \Omega_{0N}$	$\alpha_1 = \frac{\varphi_M}{\varphi_{BZ1}}$
Winkel der Antriebswelle	φ_A	$\varphi_{BZ2} = \frac{\varphi_{BZ1}}{\ddot{u}}$	$\alpha_2 = \frac{\varphi_A}{\varphi_{BZ2}}$
Torsionswinkel der Welle	$\Delta\varphi$	φ_{BZ2}	$\alpha_{12} = \frac{\Delta\varphi}{\varphi_{BZ2}}$ $= \alpha_1 - \alpha_2$
Winkelgeschwindigkeit der Antriebsmaschine	$\dot{\varphi}_M = \Omega_M$	$\dot{\varphi}_{BZ1} = \Omega_{BZ} = \Omega_{0N}$	$n_1 = \frac{\dot{\varphi}_M}{\varphi_{BZ1}}$
Winkelgeschwindigkeit der Arbeitsmaschine	$\dot{\varphi}_A = \Omega_A$	$\dot{\varphi}_{BZ2} = \frac{\dot{\varphi}_{BZ1}}{\ddot{u}}$	$n_2 = \frac{\dot{\varphi}_A}{\varphi_{BZ2}}$
Differenzwinkelgeschwin- digkeit der Welle	$\Delta\dot{\varphi}$	$\dot{\varphi}_{BZ2}$	$n_{12} = \frac{\Delta\dot{\varphi}}{\varphi_{BZ2}}$ $= n_1 - n_2$
Massenträgheitsmoment der Antriebsmaschine	Θ_M	$\Theta_{BZ1} = \frac{M_{BZ1}}{\ddot{\varphi}_{BZ1}}$	$T_{\Theta1} = \frac{\Theta_M \Omega_{0N}}{M_{1N}}$
Massenträgheitsmoment der Arbeitsmaschine	Θ_A	$\Theta_{BZ2} = \frac{M_{BZ2}}{\ddot{\varphi}_{BZ2}}$	$T_{\Theta2} = \frac{\Theta_A \Omega_{0N}}{M_{1N}}$
Drehfedersteifigkeit der Welle	c	$c_{BZ} = \frac{M_{BZ2}}{\varphi_{BZ2}}$	$c_{12} = \frac{c}{c_{BZ}}$
Dämpfung der Welle	d	$d_{BZ} = \frac{M_{BZ2}}{\dot{\varphi}_{BZ2}}$	$d_{12} = \frac{d}{d_{BZ}}$

M_{iN} : inneres Nennmoment der Antriebsmaschine

N_{0N} : Leerlaufnennzahl, $\Omega_{0N} = 2\pi N_{0N}$

\ddot{u} : Getriebeübersetzungsfaktor, Getriebe am Wellenanfang, $\ddot{u} = M_{aus}/M_{ein}$

T_N : Normzeitkonstante, $T_N = 1 \text{ s}$

Der Übersetzungsfaktor $\ddot{u} = n_1/n_2$ des in Abb. 19.1 angenommenen Getriebes zwischen Lose und elastischer Welle wird im folgenden zu 1 gesetzt. Die Normierung erfolgt auf die Bezugsgrößen (Index BZ) nach Tabelle 19.1. Grundlage ist eine konventionelle Strom-Drehzahl-Kaskadenregelung in Bezug auf die Antriebsmaschinendrehzahl $\dot{\varphi}_M = n_1 = n_M$.

Nach Abb. 19.12 erfolgt die Stromregelung mit einem PI-Regler, der nach dem Betragsoptimum (BO) so eingestellt wird, als würde ein lineares System mit starrer Verbindung von Antriebs- und Arbeitsmaschine vorliegen. Wird der Drehzahlregelkreis mit einem PI-Regler nach dem Symmetrischen Optimum (SO) optimiert, so hat der offene Kreis im Falle von Abb. 19.12 eine Durchtrittsfrequenz von $\omega_d = 1/(2T_{\sigma n})$ mit $T_{\sigma n} = T_{ersi} + T_{xn}$.

Ist die Kennkreisfrequenz $\omega_{0(N)} > 10\omega_d$ (**harte elastische Kopplung**), so zeigt der geschlossene Drehzahlregelkreis ein Bode-Diagramm mit der zugehörigen Führungssprungantwort nach Abb. 19.13 (ohne Sollwertglättung). Im Großen verlaufen die Drehzahlen n_1 und n_2 nach der SO-Normfunktion, im Kleinen zeigen die Massen jedoch schlecht gedämpfte Schwingungen, die um 180° gegeneinander versetzt sind. Eine einfache Kaskadenstruktur nach Abb. 19.12 ist nicht in der Lage, diese Schwingungen zu dämpfen.

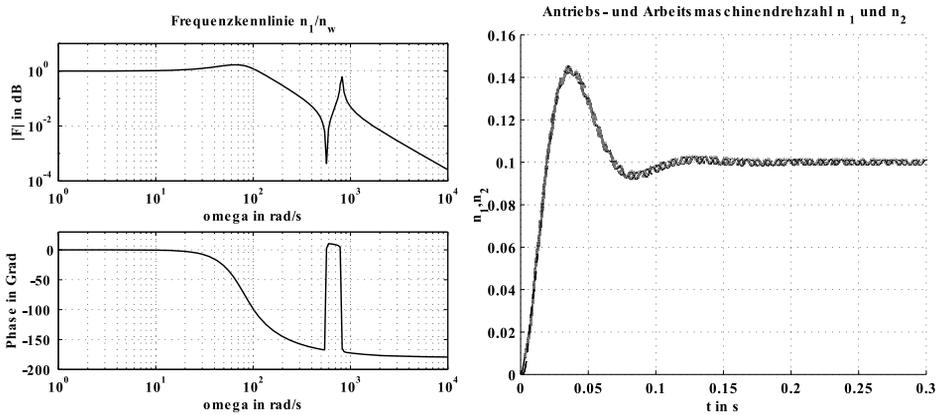


Abb. 19.13: Bode-Diagramm des geschlossenen Drehzahlregelkreises und Führungssprungantwort bei harter Ankopplung ($\omega_{0(N)} = 10\omega_d$; — n_1 , - - - n_2)

Ist $\omega_{0(N)} < 0,1\omega_d$ (**weiche elastische Kopplung**), so stellt sich zwar n_1 schnell auf den Sollwert ein, die Arbeitsmaschinendrehzahl n_2 führt jedoch schlecht gedämpfte Schwingungen aus, wie Abb. 19.14 zeigt. In diesem Fall der weichen Ankopplung der Arbeitsmaschine bereitet die Regelung der Antriebsmaschinendrehzahl keine Probleme, nur die Arbeitsmaschinendrehzahl kann nicht unter Kontrolle gehalten werden. Die schnelle Regelung der Antriebsmaschinendrehzahl stellt für die Arbeitsmaschinenmasse eine nahezu sprungförmige Anregung dar, wodurch die schwach gedämpften und niederfrequenten ($f_{0(N)} < 5\text{ Hz}$) Eigenfrequenzen angeregt werden.

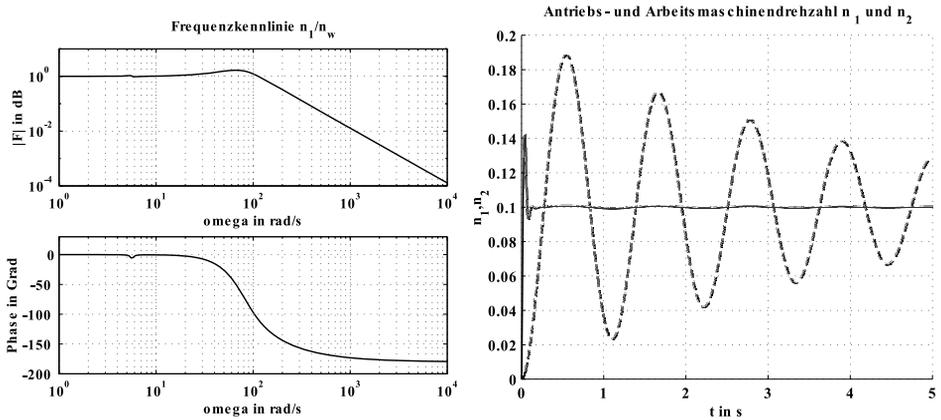


Abb. 19.14: Bode-Diagramm des geschlossenen Drehzahlregelkreises und Führungssprungantwort bei weicher Ankopplung ($\omega_{0(N)} = 0,1\omega_d$; — n_1 , - - n_2)

Liegen die Eigenfrequenzen der Mechanik im Bereich von ω_d ($0,1\omega_d < \omega_{0(N)} < 10\omega_d$), so tritt der Einfluß der Mechanik deutlich in Erscheinung, da die Resonanzstellen gerade im Nutzfrequenzbereich der Regelung auftreten. Dies ergibt dann ein gänzlich unbefriedigendes Verhalten sowohl der Antriebsmaschinendrehzahl n_1 als auch der Arbeitsmaschinendrehzahl n_2 . Abbildung 19.15 zeigt das dynamische Verhalten für den Fall $\omega_{0(N)} = \omega_d$. Wie aus dem Bode-Diagramm in Abb. 19.15 erkennbar ist, treten die Eigenfrequenzen der Mechanik auch im Frequenzgang des geschlossenen Drehzahlregelkreises deutlich in Erscheinung.

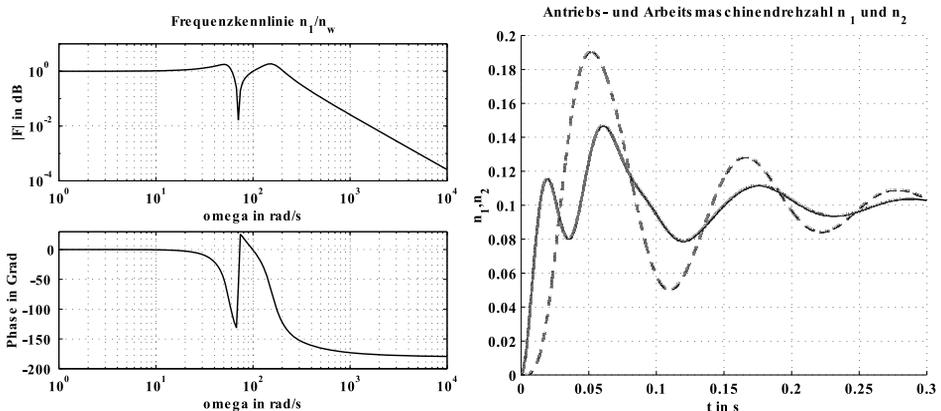


Abb. 19.15: Bode-Diagramm des geschlossenen Drehzahlregelkreises und Führungssprungantwort bei Lage der Eigenfrequenzen im Nutzfrequenzbereich ($\omega_{0(N)} = \omega_d$; — n_1 , - - - n_2)

19.2.5 Bewertung der konventionellen Kaskadenregelung

Zusammenfassend kann folgendes festgestellt werden. Bei Einsatz einer konventionellen Kaskadenregelung ist nur ein zufriedenstellendes Verhalten der Antriebs- und Arbeitsmaschinendrehzahl zu erreichen, wenn die Eigenfrequenzen der Mechanik weit oberhalb der Amplitudendurchtrittsfrequenz ω_d des offenen Drehzahlregelkreises liegen (harte Kopplung). Selbst in diesem Fall können aber hochfrequente Eigenschwingungen durch die Kaskadenregelung nicht beherrscht werden. Liegen sehr niederfrequente Eigenschwingungen vor, die dann zu schlecht gedämpften Lastschwingungen führen, kann die Kaskadenregelung durch eine gewichtete Differenzdrehzahl-Aufschaltung auf den Ankerstromsollwert verbessert werden (gestrichelt in Abb. 19.12). Dabei wird die Differenzdrehzahl als weitere Zustandsgröße des Systems zur Dämpfung herangezogen.

Diese Struktur kann als unvollständige Zustandsregelung aufgefaßt werden. Damit können noch nicht alle Pole der Übertragungsfunktion in eine gewünschte Lage verschoben werden. Wird jedoch auch noch der gemessene oder beobachtete Torsionswinkel $\alpha_{12} = \alpha_1 - \alpha_2$ gewichtet zurückgeführt, so liegt — abgesehen von kleinen Zeitkonstanten — eine vollständige Zustandsrückführung vor. Dann sind genügend Parameter vorhanden, um die Dämpfung des Systems, z.B. nach dem Dämpfungsoptimum, vorzugeben. Die erreichbare Ersatzzeitkonstante des geschlossenen Drehzahlregelkreises ist sowohl durch die kleinen Zeitkonstanten als auch durch die zulässigen Stromamplituden nach unten begrenzt.

Die Wirkung dieser Aufschaltung ist unmittelbar einleuchtend: eine hohe Differenzdrehzahl $n_1 - n_2$ bewirkt ein starkes „Spannen“ der Feder, was als Konsequenz zu anschließenden Schwingungen führt. Diese Differenzdrehzahl wird nun so auf den Ankerstromsollwert aufgeschaltet, daß eine Reduktion des Ankerstroms und damit des Antriebsmaschinenmomentes erreicht wird, d.h. einem weiteren Spannen der Feder entgegengewirkt wird. Dieser Fortschritt muß allerdings mit zwei Nachteilen erkaufte werden, erstens einem Verlust an Dynamik und zweitens einem größeren Lasteinbruch bei einer Störung. Eine Zurücknahme des Momentes zur Schwingungsdämpfung hat bei einem Führungssprung eine größere Anregelzeit zur Folge und der größere Lasteinbruch wird ebenfalls verständlich, weil die Antriebsmaschine bei Aufschalten eines Störmomentes zunächst einmal weich nachgibt, also gewissermaßen für das Abfangen der Störung in die falsche Richtung reagiert. Möchte man diese Nachteile ebenfalls noch eliminieren, so muß auch der Verdrehwinkel der Welle $\Delta\varphi$ bzw. α_{12} mit in die Regelung einfließen. Es müssen somit alle Zustände in der Regelstrecke erfaßt werden, um alle möglichen Fälle beherrschen zu können.

Somit ist in diesem Fall eine Regelung des Zweimassensystems nur noch mit den Methoden der Zustandsregelung möglich, deren Theorie bereits in Kap. 5.5 hergeleitet wurde.

19.3 Zustandsregelung des Zweimassensystems

19.3.1 Zustandsdarstellung

Für den Entwurf einer Zustandsregelung muß die Regelstrecke erst in die Zustandsdarstellung gebracht werden. Dabei kann von dem unnormierten Signalflußplan des Zweimassensystems nach Abb. 19.16 ausgegangen werden.

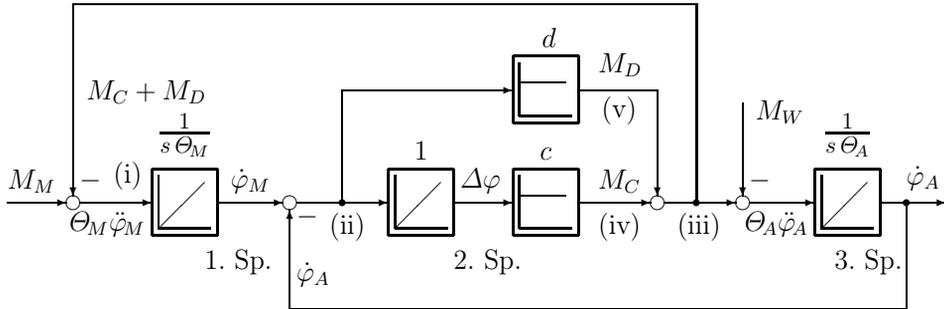


Abb. 19.16: Zweimassensystem

Die Strecke enthält drei Integratoren (Antriebsmaschinenmasse, Wellenverrehung, Arbeitsmaschinenmasse), daher ergibt sich eine Zustandsdarstellung 3. Ordnung. In Abb. 19.16 ist noch einmal das Zweimassensystem gezeigt samt den Nummern der beschreibenden Gleichungen (i-v).

Aus Abb. 19.16 läßt sich folgender Satz von Gleichungen ableiten. Es ergeben sich drei Gleichungen für die drei Zustände. Die drei Zustandsgrößen sind $\dot{\varphi}_M$, $\Delta\dot{\varphi}$ und $\dot{\varphi}_A$, während M_M die Stellgröße ist und M_W eine Störgröße darstellt.

Antriebsmaschinenmasse:

$$(i) \quad \ddot{\varphi}_M = \frac{1}{\Theta_M} \cdot M_M - \frac{1}{\Theta_M} \cdot (M_C + M_D) \quad (19.29)$$

Welle:

$$(ii) \quad \Delta\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_M - \dot{\varphi}_A \quad (19.30)$$

Arbeitsmaschinenmasse:

$$(iii) \quad \ddot{\varphi}_A = \frac{1}{\Theta_A} \cdot (M_C + M_D) - \frac{1}{\Theta_A} \cdot M_W \quad (19.31)$$

Bestimmungsgleichungen:

$$(iv) \quad M_C = c \cdot \Delta\dot{\varphi} \quad (19.32)$$

$$(v) \quad M_D = d \cdot \Delta\dot{\varphi} \quad (19.33)$$

Aus Gleichung (iv) und (v) ergibt sich das Rückwirkungsmoment $M_C + M_D$ zu:

$$M_C + M_D = c \cdot \Delta\varphi + d \cdot (\dot{\varphi}_M - \dot{\varphi}_A) \tag{19.34}$$

Dieses Rückkoppelmoment $M_C + M_D$ kann nun in die Gleichungen (i) und (iii) eingesetzt werden. Geordnet nach den Zustandsgrößen kann man folgende Zustandsgleichungen angeben:

$$\ddot{\varphi}_M = -\frac{d}{\Theta_M} \dot{\varphi}_M - \frac{c}{\Theta_M} \Delta\varphi + \frac{d}{\Theta_M} \dot{\varphi}_A + \frac{1}{\Theta_M} M_M \tag{19.35}$$

$$\Delta\dot{\varphi} = 1 \dot{\varphi}_M + 0 \Delta\varphi - 1 \dot{\varphi}_A + 0 M_M \tag{19.36}$$

$$\ddot{\varphi}_A = \frac{d}{\Theta_A} \dot{\varphi}_M + \frac{c}{\Theta_A} \Delta\varphi - \frac{d}{\Theta_A} \dot{\varphi}_A + 0 M_M - \frac{1}{\Theta_A} M_W \tag{19.37}$$

Aus diesen drei Gleichungen lässt sich eine Matrizendarstellung angeben mit $u = M_M$ und $z = M_W$.

Matrizendarstellung:

$$\dot{\underline{x}} = \mathbf{A} \cdot \underline{x} + \underline{b} \cdot u + \underline{v} \cdot z \tag{19.38}$$

$$\begin{pmatrix} \ddot{\varphi}_M \\ \Delta\dot{\varphi} \\ \ddot{\varphi}_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{d}{\Theta_M} & -\frac{c}{\Theta_M} & \frac{d}{\Theta_M} \\ 1 & 0 & -1 \\ \frac{d}{\Theta_A} & \frac{c}{\Theta_A} & -\frac{d}{\Theta_A} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{\varphi}_M \\ \Delta\varphi \\ \dot{\varphi}_A \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{\Theta_M} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot M_M + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{\Theta_A} \end{pmatrix} \cdot M_W \tag{19.39}$$

Um später aus der Zustandsdarstellung eine dimensionslose charakteristische Gleichung zu erhalten, soll noch die Zustandsdarstellung für den normierten Signallaufplan nach Abb. 19.17 angegeben werden. Die Darstellung nach Abb. 19.17 kann durch Normierung der Bewegungsgleichungen erfolgen.

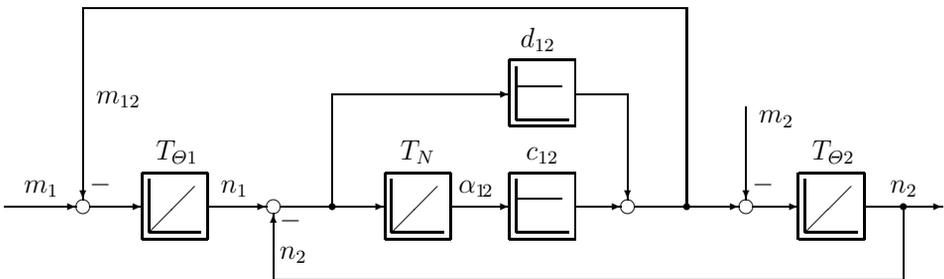


Abb. 19.17: Normierte Darstellung des Zweimassensystems

Der Rechengang zur Ableitung der Zustandsdarstellung erfolgt wie oben gezeigt. Es ergibt sich folgendes System, mit n_1 , α_{12} und n_2 als Zustandsgrößen, wobei das Lastmoment m_2 zu Null angenommen wurde.

$$\begin{pmatrix} \dot{n}_1 \\ \dot{\alpha}_{12} \\ \dot{n}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{d_{12}}{T_{\Theta 1}} & -\frac{c_{12}}{T_{\Theta 1}} & \frac{d_{12}}{T_{\Theta 1}} \\ \frac{1}{T_N} & 0 & -\frac{1}{T_N} \\ \frac{d_{12}}{T_{\Theta 2}} & \frac{c_{12}}{T_{\Theta 2}} & -\frac{d_{12}}{T_{\Theta 2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} n_1 \\ \alpha_{12} \\ n_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{T_{\Theta 1}} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot m_1 \quad (19.40)$$

$$\underline{\dot{x}} = \mathbf{A} \cdot \underline{x} + \underline{b} \cdot m_1$$

19.3.2 Zustandsregelung ohne I-Anteil

Ausgehend von dieser Zustandsdarstellung soll nun ein Zustandsregler entworfen und optimiert werden. Die Regelgröße sei die Arbeitsmaschinendrehzahl n_2 . Es soll eine Zustandsregelung nach Abb. 5.18 entworfen werden (ohne I-Anteil), dazu müssen n_1 , α_{12} und n_2 über proportionale Rückführkoeffizienten r_1 , r_2 und r_3 auf den Stelleingang zurückgeführt werden. Die Bereitstellung der Stellgröße Antriebsmoment durch eine stromgeregelte elektrische Maschine soll in diesem Prinzipbeispiel nicht berücksichtigt werden, d.h. die unterlagerte Stromregelung mit Stromrichter und Ankerkreis sei hier vernachlässigt ($V_{ersi} = 1$, $T_{ersi} = 0$). Diese Vernachlässigung ist zweckmäßig zu diesem Zeitpunkt, da wie aus Kap. 9 und 10 bekannt, das Stromrichter-Stellglied nichtlinear ist. In der Realität wird der Stromregelkreis nach den bekannten Regeln optimiert und dann die Pole des Stromregelkreises nicht mehr geändert. In Abb. 19.18 ist der dazugehörige Signalfußplan dargestellt.

Ausgehend von Abb. 19.18 kann die Zustandsdarstellung des *geregelten* Systems angegeben werden zu:

$$\underline{\dot{x}} = \mathbf{A} \cdot \underline{x} + \underline{b} \cdot \underbrace{\left(n_2^* \cdot K_V - (r_1 \ r_2 \ r_3) \cdot \begin{pmatrix} n_1 \\ \alpha_{12} \\ n_2 \end{pmatrix} \right)}_{\text{neue Stellgröße}} \quad (19.41)$$

$$\underline{\dot{x}} = \mathbf{A} \cdot \underline{x} + \underline{b} \cdot K_V \cdot n_2^* - \underline{b} \cdot \underline{r}^T \cdot \underline{x} \quad (19.42)$$

$$\underline{\dot{x}} = (\mathbf{A} - \underline{b} \cdot \underline{r}^T) \cdot \underline{x} + \underline{b} \cdot K_V \cdot \underbrace{n_2^*}_{\substack{\text{neue} \\ \text{Anregung}}} \quad (19.43)$$

Der Zusatzanteil $\underline{b} \cdot \underline{r}^T$ durch die Regelung wirkt sich dabei nur auf die erste Zeile der Systemmatrix \mathbf{A} aus.

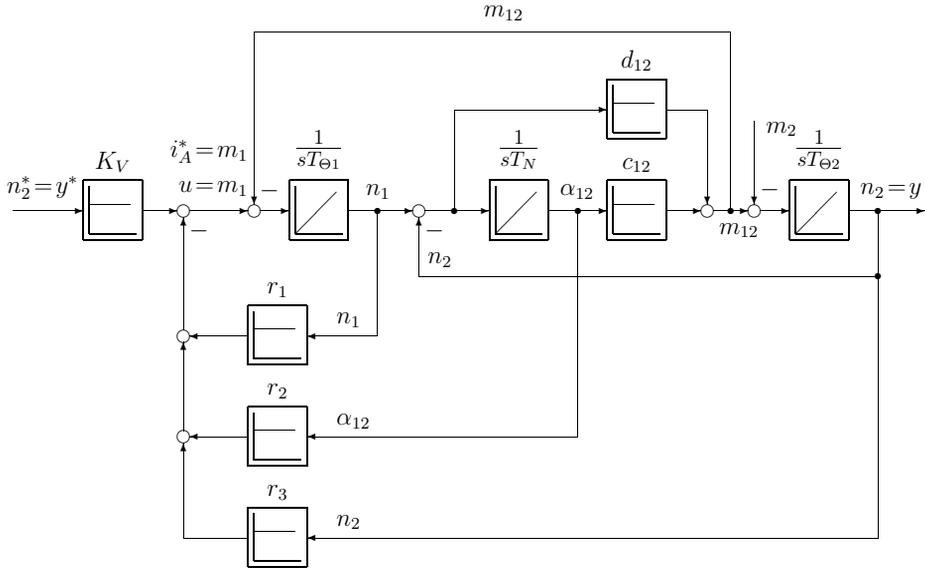


Abb. 19.18: Zustandsregelung der Antriebsmaschinendrehzahl n_2 ohne I-Anteil

$$\underline{b} \cdot \underline{r}^T = \begin{pmatrix} \frac{1}{\mathbf{T}T_{\theta 1}} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot (r_1 \ r_2 \ r_3) = \begin{pmatrix} \frac{\mathbf{T}r_1}{\mathbf{T}T_{\theta 1}} & \frac{\mathbf{T}r_2}{\mathbf{T}T_{\theta 1}} & \frac{r_3}{T_{\theta 1}} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (19.44)$$

Somit kann die neue Systemmatrix \mathbf{A}_{ZR} , die das Eigenverhalten des *geregelten* Systems beschreibt, angegeben werden zu:

$$\mathbf{A}_{ZR} = \mathbf{A} - \underline{b} \cdot \underline{r}^T = \quad (19.45)$$

$$= \begin{pmatrix} -\frac{d_{12}}{T_{\theta 1}} - \frac{r_1}{T_{\theta 1}} & -\frac{c_{12}}{T_{\theta 1}} - \frac{r_2}{T_{\theta 1}} & \frac{d_{12}}{T_{\theta 1}} - \frac{r_3}{T_{\theta 1}} \\ \frac{1}{T_N} & 0 & -\frac{1}{T_N} \\ \frac{d_{12}}{T_{\theta 2}} & \frac{c_{12}}{T_{\theta 2}} & -\frac{d_{12}}{T_{\theta 2}} \end{pmatrix} \quad (19.46)$$

Die Pole der Führungsübertragungsfunktion n_2/n_2^* lassen sich aus folgender Gleichung in Abhängigkeit von r_1 , r_2 und r_3 bestimmen:

$$\mathbf{N}_{ZR}(s) = \det(s\mathbf{E} - \mathbf{A}_{ZR}) = 0 \quad (19.47)$$

Durch Auswertung der Determinante ergibt sich die charakteristische Gleichung 3. Ordnung.

$$\begin{aligned} N_{ZR}(s) &= s^3 + \left[d_{12} \left(\frac{1}{T_{\Theta 1}} + \frac{1}{T_{\Theta 2}} \right) + \frac{r_1}{T_{\Theta 1}} \right] \cdot s^2 + \\ &+ \left[\frac{c_{12}}{T_N} \left(\frac{1}{T_{\Theta 1}} + \frac{1}{T_{\Theta 2}} \right) + \frac{d_{12}(r_1 + r_3)}{T_{\Theta 1} T_{\Theta 2}} + \frac{r_2}{T_{\Theta 1} T_N} \right] \cdot s^1 + \\ &+ \frac{c_{12}(r_1 + r_3)}{T_{\Theta 1} T_{\Theta 2} T_N} \end{aligned} \quad (19.48)$$

Nach dem Verfahren der Polvorgabe können durch Vergleich mit einem Wunschpolynom die Reglerkoeffizienten r_1 , r_2 und r_3 bestimmt werden. Das Wunschpolynom kann z.B. ein Normpolynom nach dem Dämpfungsoptimum sein:

$$N_{Norm}(s) = s^3 + p_2 s^2 + p_1 s^1 + p_0 \quad (19.49)$$

Die Bestimmungsgleichungen für die Reglerkoeffizienten ergeben sich zu:

$$r_1 = \left[p_2 - d_{12} \left(\frac{1}{T_{\Theta 1}} + \frac{1}{T_{\Theta 2}} \right) \right] \cdot T_{\Theta 1} \quad (19.50)$$

$$r_2 = \left[p_1 - \frac{c_{12}}{T_N} \left(\frac{1}{T_{\Theta 1}} + \frac{1}{T_{\Theta 2}} \right) - \frac{d_{12}}{c_{12}} \cdot \frac{p_0}{T_N} \right] \cdot T_{\Theta 1} T_N \quad (19.51)$$

$$r_3 = p_0 \cdot \frac{T_{\Theta 1} T_{\Theta 2} T_N}{c_{12}} - r_1 \quad (19.52)$$

Zur Vorfilterbestimmung K_V muß der Signalflußplan nach Abb. 19.18 für den stationären Zustand ausgewertet werden, d.h. alle Integratoreingänge sind zu Null zu setzen. Da $n_2^* = 1$ sein soll, muß $n_1 = n_2 = 1$ sein. Da keine Last angenommen wird, ist $m_{12} = m_2 = 0$. Somit muß der Verdrehwinkel α_{12} ebenfalls Null sein. Für das Eingangssignal am Integrator der Antriebsmaschinenmasse ergibt sich folgende Gleichung:

$$n_2^* \cdot K_V - m_{12} - r_1 \cdot n_1 - r_2 \cdot \alpha_{12} - r_3 \cdot n_2 = 0 \quad (19.53)$$

$$\implies K_V = r_1 + r_3 \quad (19.54)$$

Wie aus Abb. 19.18 erkennbar ist, enthält der Zustandsregler keinen I-Anteil. Dadurch ergeben sich stationäre Fehler bei Belastung, allerdings ergibt sich für das Führungsverhalten die schnellstmögliche Regelung. Eine Zustandsregelung mit I-Anteil soll an Hand eines weiteren Beispiels (Kap. 19.3.4) erläutert werden.

19.3.3 Auslegung einer Zustandsregelung nach dem Dämpfungsoptimum

Die Einstellvorschriften werden nach Kap. 19.3.2 gewählt. Hierin sind die Koeffizienten noch freie Parameter. Ein Optimierungskriterium ist das Dämpfungsoptimum (DO). Danach ergeben sich p_0 , p_1 und p_2 zu:

$$p_0 = \frac{1}{D_3 \cdot D_2^2 \cdot T_{ersn}^3} \quad (19.55)$$

$$p_1 = \frac{1}{D_3 \cdot D_2^2 \cdot T_{ersn}^2} \quad (19.56)$$

$$p_2 = \frac{1}{D_3 \cdot D_2 \cdot T_{ersn}} \quad (19.57)$$

Die Doppelverhältnisse werden zu

$$D_2 = D_3 = 0,5 \quad (19.58)$$

festgelegt. Die Ersatzzeit T_{ersn} des Drehzahlregelkreises ist frei wählbar. Jedoch müssen in ihr Randbedingungen berücksichtigt werden, wie:

- Beanspruchbarkeit des mechanischen und elektrischen Systems,
- vernachlässigte kleine Zeitkonstanten für den Stromregler und die Meßglättungen,
- Nichtlinearitäten wie Getriebelose und Coulombsche Reibung.

Im folgenden wird angenommen, daß

- a) die Zustandsgrößen n_1 , α_{12} und n_2 unverzögert gemessen werden,
- b) im Strom-Regelkreis ein Leistungs-FET-Stellglied vorhanden ist, so daß die Ersatzzeit $T_{ersi} = 200\mu s$ beträgt und für den Reglerentwurf vernachlässigt werden kann, und daß
- c) keine Nichtlinearitäten wie Getriebelose und Coulombsche Reibung wirken.

Es bleibt als Kriterium für die Wahl von T_{ersn} die mechanische Beanspruchung, d.h. der Torsionswinkel, der bestimmte Schranken nicht überschreiten sollte, sowie Stellgrößenbeschränkungen, die bewirken, daß der Strom der Antriebsmaschine beschränkt bleibt und die Maschine nicht zerstört wird. Übliche Stellgrößenbeschränkungen liegen beim 2...3-fachen des Nennstroms. Innerhalb der Stellgrößenbeschränkungen sollte im Kleinsignalverhalten eine lineare Regelung möglich sein. Die prinzipielle Regelkreisstruktur zeigt Abb. 19.18.

Für die folgenden Simulationen in Abb. 19.19 bis 19.21 werden deshalb folgende Anregungen gewählt:

Führungssprung von $\Delta n_2^* = 1\%$ (linke Teilbilder in Abb. 19.19 bis 19.21),
 Störsprung von $\Delta m_2 = 10\%$ (rechte Teilbilder in Abb. 19.19 bis 19.21).

Nachfolgend sollen die Ergebnisse kurz aufgelistet und diskutiert werden:

Fall	Abb.	$\omega_{0(N)}$	$T_{ers n}$	Führung			Störung		vgl. Abb.
				m_{12max}	α_{12max}	i_{1max}	$\alpha_{12\infty}$	$\Delta n_{2\infty}$	
		1/s	ms	1	°	1	°	1	
1	19.19	628,3	4	0,40445	0,1	1,55	0,0175	0,01198	19.13
2	19.20	62,83	40	0,04045	1,0	0,15	1,75	0,01210	19.15
3	19.21	6,283	400	0,00407	10,0	0,014	175,1	0,10838	19.14

Tabelle 19.2: Ergebnisse der proportionalen Zustandsregelung

- Alle Fälle zeigen ein gut gedämpftes Einschwingverhalten.
- Die mechanische Kennkreisfrequenz bestimmt die Geschwindigkeit der Regelung.
- Bei mechanisch harten Systemen (Fall 1) wird zuerst die elektrische Stellgrößenbeschränkung wirksam.
- Bei mechanisch weichen Systemen wird die mechanische Beanspruchung zu groß: die Belastung des Antriebs mit Nennmoment ($m_2 \neq 0$) würde einen Torsionswinkel α_{12} von ca. 5 Umdrehungen erfordern.

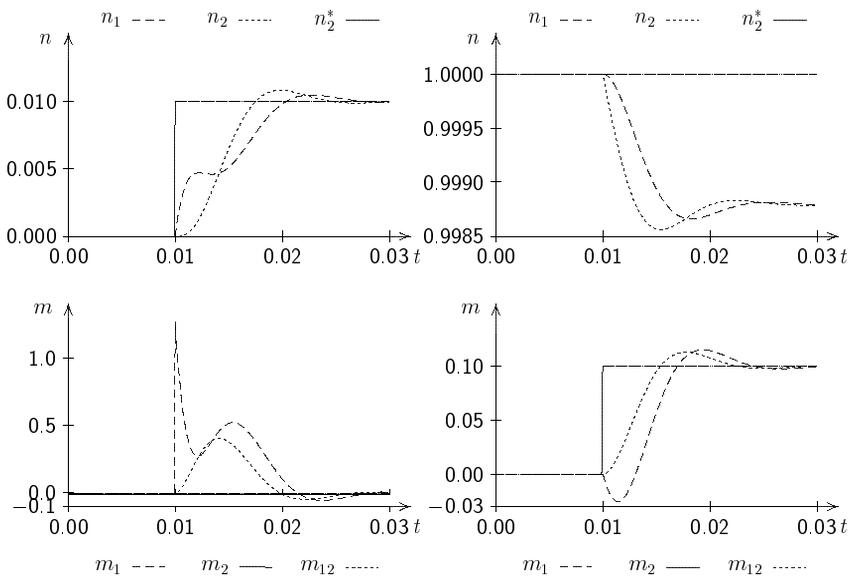


Abb. 19.19: Zustandsregelung ohne I-Anteil bei $\omega_{0(N)} = 628,32 \text{ s}^{-1}$ (starre Kopplung)

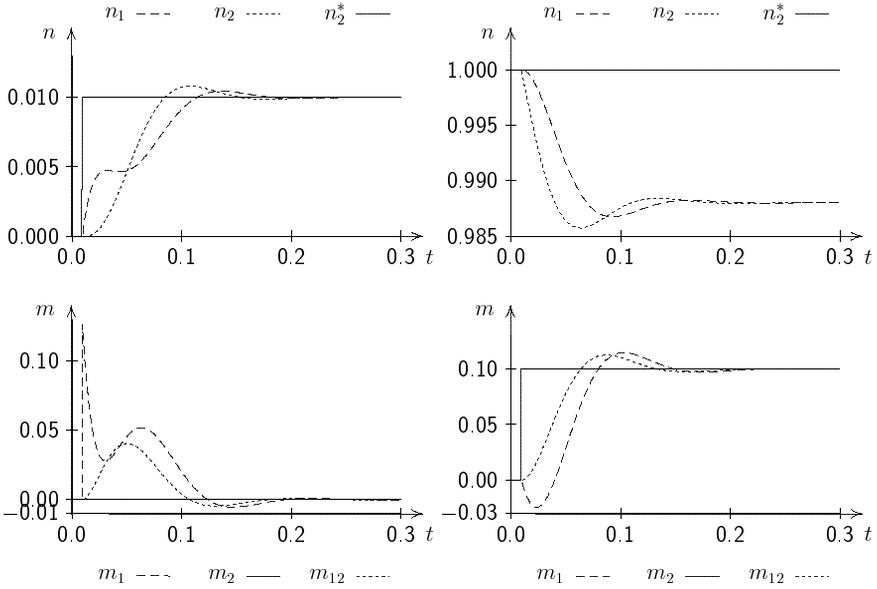


Abb. 19.20: Zustandsregelung ohne I-Anteil bei $\omega_{0(N)} = 62,832 \text{ s}^{-1}$ (harte Kopplung)

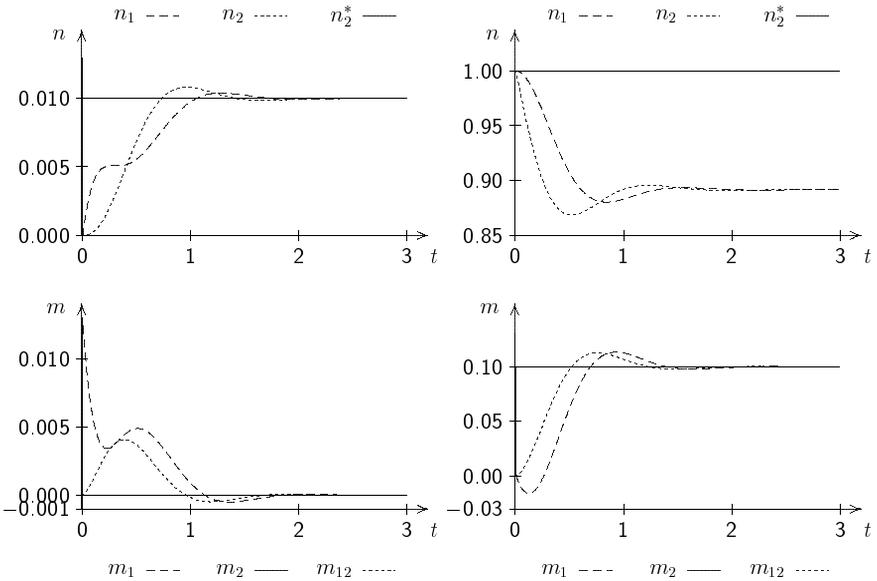


Abb. 19.21: Zustandsregelung ohne I-Anteil bei $\omega_{0(N)} = 6,2832 \text{ s}^{-1}$ (weiche Kopplung)

In Erweiterung der Ergebnisse der proportionalen Zustandsregelung (Tab.19.2 und Abb. 19.19 bis Abb. 19.21) dienen die Abbildungen 19.22 bis 19.24. In Abb. 19.22 wird wie in Abb. 19.20 eine mechanische Torsionseigenfrequenz $\omega_{0(N)}$ (Kennkreisfrequenz) von $\omega_{0(N)} = 62.84s^{-1}$ (harte Kopplung) angenommen. Wie aus dem Vergleich der beiden Abbildungen zu entnehmen ist, wird bei einer Erhöhung der Ersatz-Zeitkonstanten T_{ersn} von $T_{ersn} = 40\text{ ms}$ (Abb. 19.20) auf $T_{ersn} = 130\text{ ms}$ (Abb. 19.22) eine größere Drehzahl-Sollwert-Erhöhung mittels des Nennwerts des Drehmoments der Antriebsmaschine praktisch wieder erreicht (vergleiche auch Abb. 19.19). Dies bedeutet, bei der Auslegung des Drehzahl-Reglers ist die Amplitude und die Form der Sollwertänderung, die mechanische Torsionseigenfrequenz $\omega_{0(N)}$, das maximal verfügbare Drehmoment der Antriebsmaschine, der maximal zulässige Verdrehwinkel der Welle in Abhängigkeit von der Ersatz-Zeitkonstante T_{ersn} zu beachten.

In Abbildung 19.23 wurde für den gleichen Fall wie in Abb. 19.22 eine deutlich geringere Ersatz-Zeitkonstante $T_{ersn} = 50\text{ ms}$ angenommen. Wie aus Abbildung 19.23 zu entnehmen ist, erhöht sich das Spitzen-Drehmoment auf mehr als das zweieinhalbfache des Nennmoments. Wird das Drehmoment auf das Nenn-Drehmoment begrenzt, treten während des transienten Vorgangs Schwingungen auf.

In Abbildung 19.24 wird die Drehzahlregelung eines elastischen Drei-Massen-Systems gezeigt. Es treten keine Schwierigkeiten bei der Erweiterung vom elastischen Zwei- zum elastischen Drei-Massen-System auf.

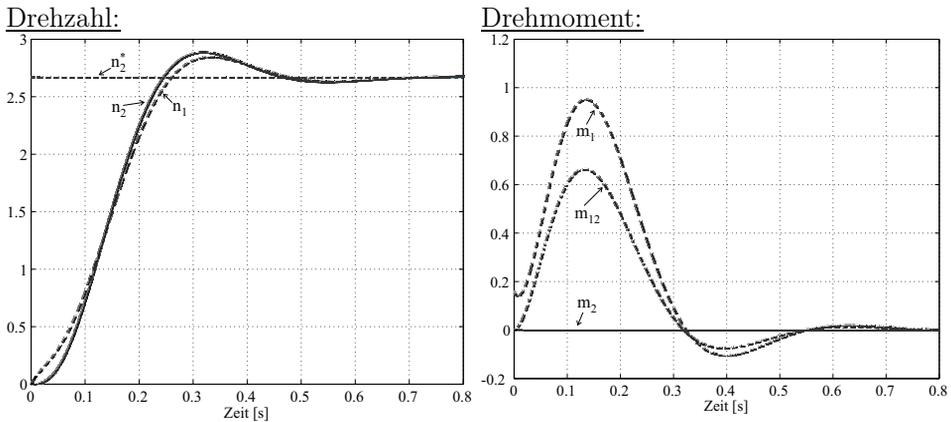


Abb. 19.22: Sprungantwort bei Sollwertänderung von $\Delta n^* = 8\text{ rad/s}$ mit $T_{ersn} = 0,13\text{ s}$ und $\omega_{0(N)} = 62,84\text{ s}^{-1}$

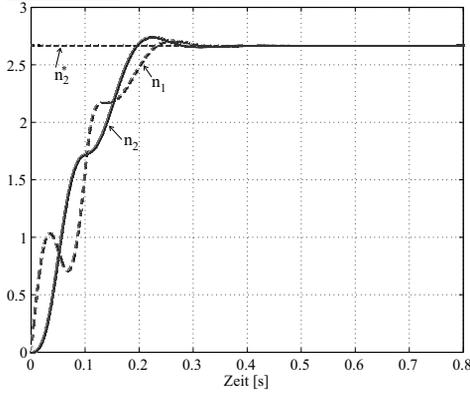
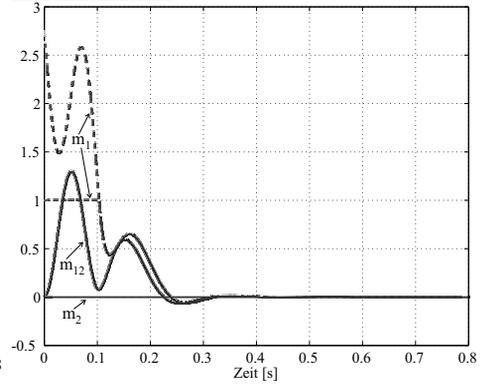
Drehzahl:Drehmoment:

Abb. 19.23: Sprungantwort bei Sollwertänderung von $\Delta n^* = 8 \text{ rad/s}$ mit $T_{ersn} = 0,05 \text{ s}$ und $\omega_{0(N)} = 62,84 \text{ s}^{-1}$

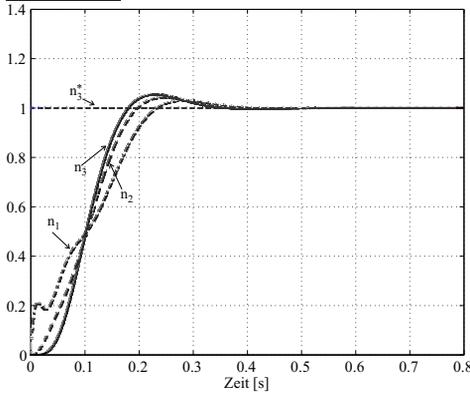
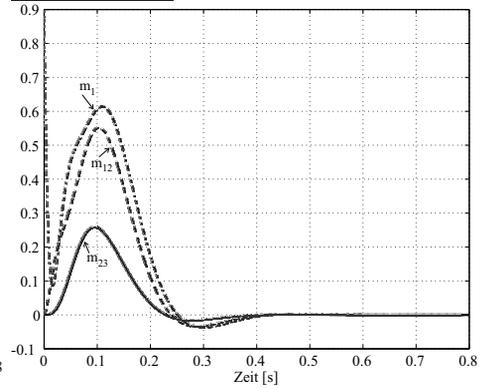
Drehzahl:Drehmoment:

Abb. 19.24: Sprungantwort bei Sollwertänderung von $\Delta n^* = 3 \text{ rad/s}$ mit $T_{ersn} = 0,10 \text{ s}$

19.3.4 Zustandsregelung mit I-Anteil

Den Signalflußplan der geregelten Anlage zeigt Abb. 19.25:

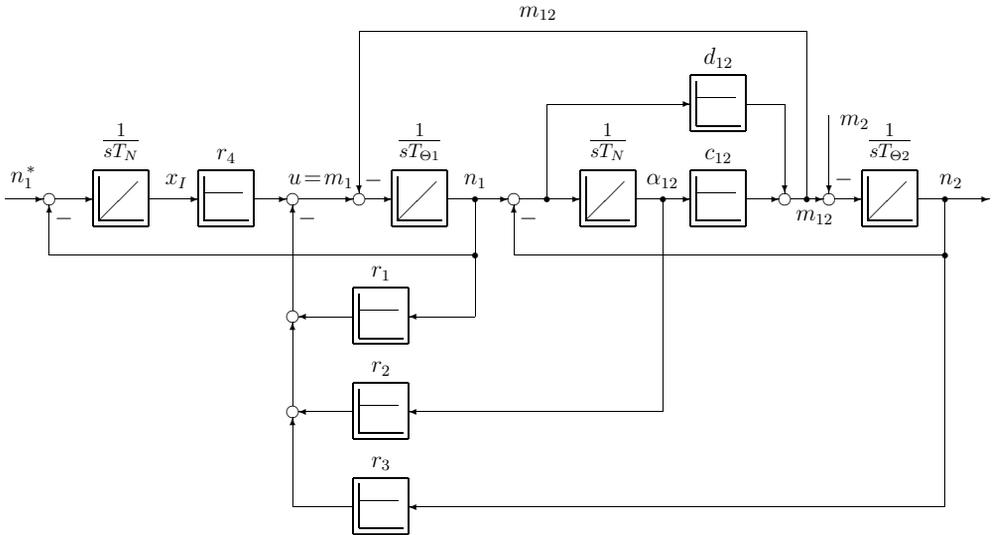


Abb. 19.25: Signalflußplan der Zustandsregelung mit I-Anteil

Für die Zustandsdarstellung der Strecke gilt wieder (mit $\alpha_{12} = \alpha_1 - \alpha_2$; siehe Kap. 19.3.1):

$$\begin{pmatrix} \dot{n}_1 \\ \dot{\alpha}_{12} \\ \dot{n}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{d_{12}}{T_{\Theta 1}} & -\frac{c_{12}}{T_{\Theta 1}} & \frac{d_{12}}{T_{\Theta 1}} \\ \frac{1}{T_N} & 0 & -\frac{1}{T_N} \\ \frac{d_{12}}{T_{\Theta 2}} & \frac{c_{12}}{T_{\Theta 2}} & -\frac{d_{12}}{T_{\Theta 2}} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} n_1 \\ \alpha_{12} \\ n_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{T_{\Theta 1}} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot m_1 \quad (19.59)$$

$$\dot{\underline{x}} = \mathbf{A} \cdot \underline{x} + \underline{b} \cdot m_1$$

Das Regelgesetz lautet in diesem Fall

$$u = m_1 = -\underline{r}^T \cdot \underline{x} + r_4 \cdot x_I \quad \text{mit} \quad \underline{r}^T = (r_1 \ r_2 \ r_3) \quad (19.60)$$

und beinhaltet den Reglerzustand x_I , für den gilt:

$$\dot{x}_I = \frac{n_1^* - n_1}{T_N} \quad (19.61)$$

Da im stationären Zustand $n_1 = n_2$ ist, kann n_1 zurückgeführt werden, um $n_1^* = n_2$ zu erreichen.

Damit ergibt sich die Zustandsdarstellung des geschlossenen Kreises zu:

$$\underline{\dot{x}}_I = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_I \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{A} - \underline{b} \cdot \underline{r}^T & \underline{b} \cdot r_4 \\ -\frac{1}{T_N} \cdot \underline{c}^T & 0 \end{pmatrix}}_{\mathbf{A}_{ZRI}} \cdot \underline{x}_I + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{1}{T_N} \end{pmatrix}}_{\mathbf{T}b_{ZRI}} \cdot n_1^* \quad (19.62)$$

mit

$$\underline{c}^T = (1 \ 0 \ 0) \quad (19.63)$$

Aus der Determinante

$$N_{ZRI}(s) = \det(s\mathbf{E} - \mathbf{A}_{ZRI}) \stackrel{!}{=} N_{Norm} \quad (19.64)$$

läßt sich das charakteristische Polynom $N_{ZRI}(s)$ bestimmen. Da mechanische Systeme i.a. eine sehr schwache Dämpfung aufweisen, kann die Dämpfung d_{12} vernachlässigt werden. Nach einem Koeffizientenvergleich mit dem Normpolynom

$$N_{Norm} = s^4 + p_3s^3 + p_2s^2 + p_1s + p_0 \quad (19.65)$$

können die Rückführkoeffizienten r_1, r_2, r_3 und r_4 angegeben werden zu:

$$r_1 = T_{\Theta 1} \cdot p_3 \quad (19.66)$$

$$r_2 = -\frac{T_{\Theta 1} T_{\Theta 2} T_N^2}{c_{12}} \cdot p_0 + T_{\Theta 1} T_N \cdot p_2 - c_{12} \left(1 + \frac{T_{\Theta 1}}{T_{\Theta 2}} \right) \quad (19.67)$$

$$r_3 = \frac{T_{\Theta 1} T_{\Theta 2} T_N^2}{c_{12}} \cdot p_1 - r_1 \quad (19.68)$$

$$r_4 = \frac{T_{\Theta 1} T_{\Theta 2} T_N^2}{c_{12}} \cdot p_0 \quad (19.69)$$

Wählt man, wie in Kap. 19.3.2, das Dämpfungsoptimum (DO) als Optimierungskriterium, so ergeben sich die Koeffizienten p_i ($i = 0 \dots 3$) zu:

$$p_0 = \frac{1}{D_4 D_3^2 D_2^3 T_{ersn}^4} = \frac{64}{T_{ersn}^4} \quad (19.70)$$

$$p_1 = \frac{1}{D_4 D_3^2 D_2^3 T_{ersn}^3} = \frac{64}{T_{ersn}^3} \quad (19.71)$$

$$p_2 = \frac{1}{D_4 D_3^2 D_2^2 T_{ersn}^2} = \frac{32}{T_{ersn}^2} \quad (19.72)$$

$$p_3 = \frac{1}{D_4 D_3 D_2 T_{ersn}} = \frac{8}{T_{ersn}} \quad (19.73)$$

Die Ersatzzeit T_{ersn} ist wieder frei wählbar wie in Kap. 19.3.3. Es gelten jedoch die gleichen Randbedingungen wie dort. Auch die Ausgangsfunktionen sind gleich gewählt worden.

Nachfolgend werden die Ergebnisse aufgelistet und kurz diskutiert:

Fall	Abb.	$\omega_{0(N)}$	$T_{ers\ n}$	Führung			Störung		vgl. Abb.
				m_{12max}	α_{12max}	i_{1max}	$\alpha_{12\infty}$	$\Delta n_{2\infty}$	
		1/s	ms	1	°	1	°	1	
1	19.26	628,3	4,5	0,41901	0,1	1,18	0,0175	0	19.13
2	19.27	62,83	45,0	0,04155	1,0	0,092	1,75	0	19.15
3	19.28	6,283	450,0	0,00385	10,0	0,009	175,1	0	19.14

- Alle Regelungen zeigen ein gut gedämpftes Einschwingverhalten.
- Die mechanische Kennkreisfrequenz bestimmt die Geschwindigkeit der Regelung.
- Bei mechanisch harten Systemen (Fall 1) geht der Strom eher in die Begrenzung, als daß der Torsionswinkel α_{12} zu groß würde.
- Bei mechanisch weichen Systemen (Fall 3) ist der Torsionswinkel die begrenzende Eigenschaft.
- Bei etwa gleicher mechanischer Beanspruchung α_{12max} wird die Zustandsregelung mit I-Anteil etwas langsamer als der reine P-Ansatz nach Kap. 19.3.2 (Beispiel Kap. 19.3.3).
- Es tritt kein bleibender Regelfehler in n_2 auf. Bei dieser Optimierung sind die Drehzahleinbrüche bei Regelung mit I-Anteil geringer als der bleibende stationäre Regelfehler $\Delta n_{2\infty}$ beim P-Konzept.

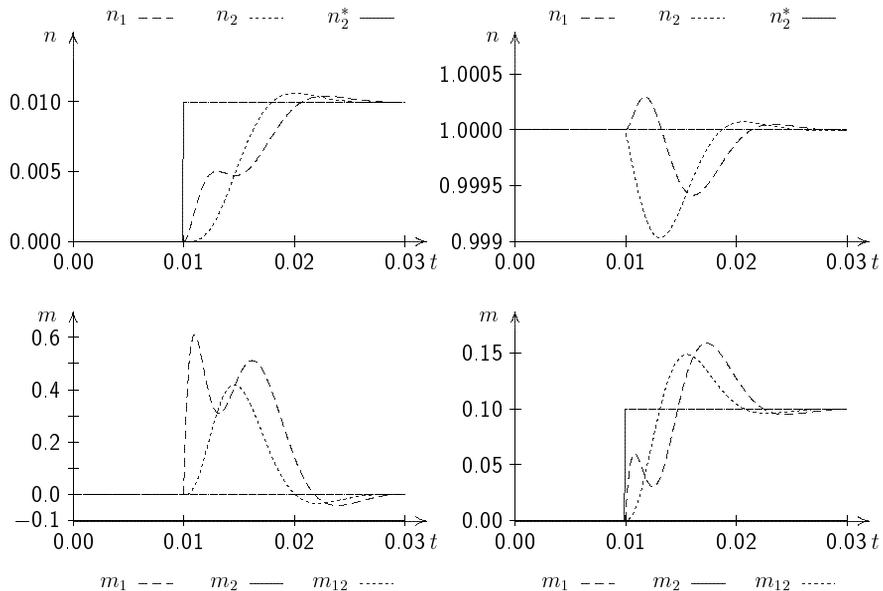


Abb. 19.26: Zustandsregelung mit I-Anteil bei $\omega_{0(N)} = 628,32 \text{ s}^{-1}$ (starre Koppelung)

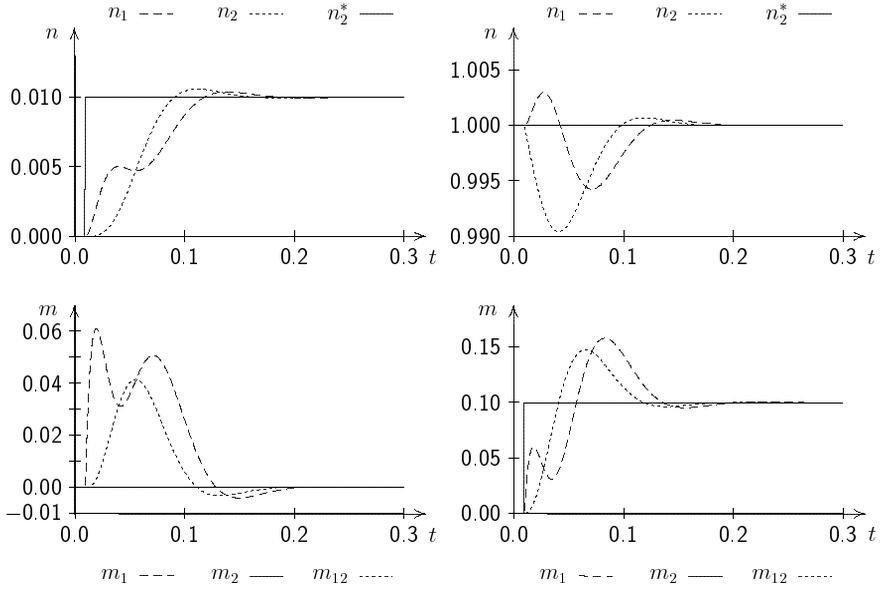


Abb. 19.27: Zustandsregelung mit I-Anteil bei $\omega_{0(N)} = 62,832 \text{ s}^{-1}$ (harte Kopplung)

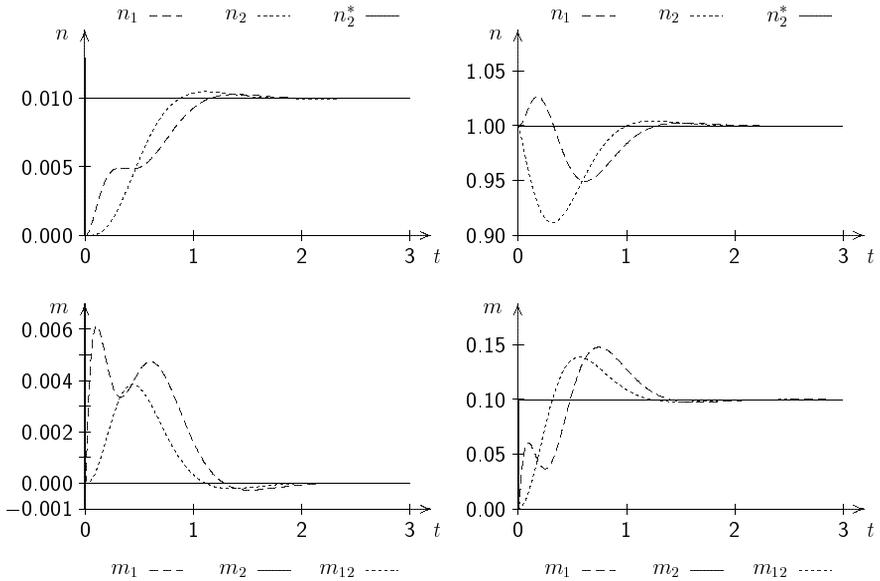


Abb. 19.28: Zustandsregelung mit I-Anteil bei $\omega_{0(N)} = 6,2832 \text{ s}^{-1}$ (weiche Kopplung)

19.4 Verallgemeinerung: Mehrmassensysteme

In den vorigen Kapiteln 19.1 bis 19.3 wurde das geregelte lineare Zweimassensystem ausführlich behandelt, um dem Leser einen Einblick in ein grundlegendes mechatronisches System zu geben.

Im allgemeinen wird ein derart vereinfachtes Modell der Strecke allerdings nicht ausreichend sein. Häufig werden deshalb für die Analyse und Modellbildung komplexer mechanischer Streckenanteile FEM-Verfahren eingesetzt. Der Nachteil dieser Verfahren ist die relativ hohe Ordnung des Modells des mechanischen Streckenanteils und die Schwierigkeit, auch Nichtlinearitäten einzubinden. Weiterhin ist ein Reglerentwurf für eine Strecke derartig hoher Ordnung im allgemeinen nicht realisierbar bzw. außerordentlich schwierig. Um eine solche Strecke dennoch dem Reglerentwurf zugänglich zu machen, wird im allgemeinen eine Ordnungsreduktion – beispielsweise nach Litz [974] – vorgenommen.

Bei einer Ordnungsreduktion sind zwei Punkte von wesentlicher Bedeutung. Erstens muß entschieden werden, bis zu welcher Ordnung das Endmodell reduziert werden kann, um noch relevant zu sein. Zweitens ist das reduzierte Modell nicht mehr physikalisch interpretierbar, denn bei der Ordnungsreduktion wird versucht, das Eingangs-Ausgangs-Verhalten des reduzierten Modells von hohen Frequenzen beginnend zu tieferen Frequenzen fortschreitend so in der Ordnung zu reduzieren, daß das Verhalten des reduzierten Modells bei den tiefen Frequenzen möglichst erhalten bleibt; dieser Aspekt wird nachfolgend noch genauer dargestellt werden. Um dieses Ziel zu erreichen, müssen die Parameter des reduzierten Modells geeignet gewählt werden; dies führt jedoch tendenziell zu einer vollbesetzten Systemmatrix. Damit bildet das reduzierte Modell zwar vereinfacht das Eingangs-Ausgangs-Verhalten nach, allerdings sind die inneren Zustände nicht mehr erkennbar, ein Nachteil aus ingenieurmäßiger Sicht.

Um diese Nachteile zu vermeiden, soll stattdessen der physikalisch motivierte Modellierungsansatz, der auf Drehmoment- und Kräftebilanzen basiert und in Kap. 19.1 bis 19.3 ebenfalls verwendet wurde, weiter verfolgt werden. Bei diesem Ansatz muß jedoch ebenso entschieden werden, welche relevanten Effekte berücksichtigt werden sollen. Dies beeinflusst die zu wählende Systemordnung. Zwei Randbedingungen können dabei vorteilhaft genutzt werden: Im allgemeinen existiert erstens eine Grundvorstellung über den physikalischen Aufbau des mechanischen Systems und der zugehörigen Parameter, wenn auch mit Ungenauigkeiten; und zweitens können in den meisten Fällen die dynamischen Anforderungen an die Regelung ebenso ungefähr abgeschätzt werden. Aus diesen zwei Randbedingungen kann dann die relevante Ordnung des Systemmodells bestimmt werden. Diese Überlegungen sollen im Folgenden vertieft werden.

Eine Erweiterung des elastischen Zweimassensystems zu einem elastischen Dreimassensystem führt, wie leicht nachvollziehbar ist, zu einer Erweiterung des Zweimassen-Signalfußplans (vgl. Abb. 19.2) um eine zweite Welle, z.B. mit der Federkonstanten c_2 und der Dämpfung d_2 und eine zusätzliche dritte Masse, z.B. mit einem Trägheitsmoment Θ_2 (linker Teil von Abb. 19.29).

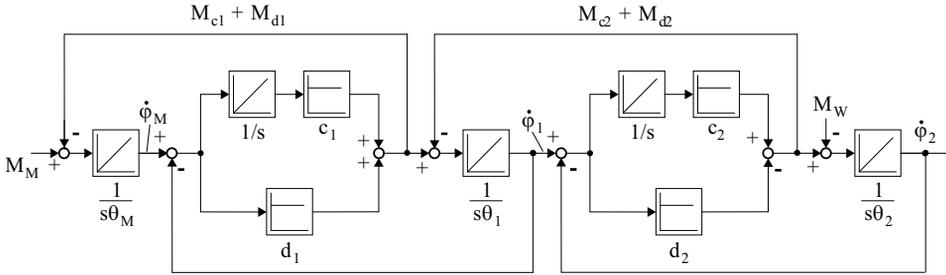


Abb. 19.29: Unnormierter Signalflußplan des linearen Dreimassensystems

In entsprechender Weise kann der Signalflußplan eines Vier-, Fünf-, etc. Massensystems ermittelt werden. Aus dieser Vorgehensweise ist zu erkennen, daß bei einer Erweiterung gleichartige Teile des Signalflußplans wiederholt hinzugefügt werden müssen; dies wird u.a. beim objektorientierten Ansatz und der daraus resultierenden mathematischen Darstellung in impliziter Form — Deskriptor-Darstellung genannt — genutzt, die in Kap. 21 detailliert vorgestellt wird [1018, 1019, 1021, 1035, 1060, 1085].

Ein entsprechendes Vorgehen ist in Kap. 22 bei Produktionsanlagen mit kontinuierlicher Materialverarbeitung festzustellen, die ebenso in diesem Buch dargestellt werden. Dies gilt auch für andere Aufgabenstellungen, die hier nicht weiter behandelt werden.

Die Gleichungen für das in Abb. 19.29 gezeigte Dreimassensystem sind:

$$\ddot{\varphi}_2 = \frac{1}{\Theta_2} \left(c_2(\varphi_1 - \varphi_2) + d_2(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) - M_L \right) \tag{19.74}$$

$$\ddot{\varphi}_1 = \frac{1}{\Theta_1} \left(c_1(\varphi_M - \varphi_1) + d_1(\dot{\varphi}_M - \dot{\varphi}_1) - c_2(\varphi_1 - \varphi_2) - d_2(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) \right) \tag{19.75}$$

$$\ddot{\varphi}_M = \frac{1}{\Theta_M} \left(-c_1(\varphi_M - \varphi_1) - d_1(\dot{\varphi}_M - \dot{\varphi}_1) + M_M \right) \tag{19.76}$$

Als Übertragungsfunktion ergibt sich:

$$G_{S3}(s) = \frac{\dot{\varphi}_2}{M_M} = \frac{b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_5 s^5 + a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s} \tag{19.77}$$

mit den Parametern

$$b_2 = d_1 d_2$$

$$b_1 = c_1 d_2 + c_2 d_1$$

$$b_0 = c_1 c_2$$

$$a_5 = \Theta_M \Theta_1 \Theta_2$$

$$a_4 = d_1 \Theta_2 (\Theta_M + \Theta_1) + d_2 \Theta_M (\Theta_1 + \Theta_2)$$

$$a_3 = c_1 \Theta_2 (\Theta_M + \Theta_1) + c_2 \Theta_M (\Theta_1 + \Theta_2) + d_1 d_2 (\Theta_M + \Theta_1 + \Theta_2)$$

$$a_2 = (d_1 c_2 + d_2 c_1) (\Theta_M + \Theta_1 + \Theta_2)$$

$$a_1 = c_1 c_2 (\Theta_M + \Theta_1 + \Theta_2)$$

Wenn aus Gl. (19.77) im Nennerpolynom wieder der separierbare rein integrale Anteil, der ein starr gekoppeltes System repräsentiert, abgespalten wird, verbleibt eine Gleichung 4. Ordnung. Die Pole $s_{2,3}$ und $s_{4,5}$ dieses Gleichungssystems 4. Ordnung können analytisch bestimmt werden. Um die Analyse aber weiter zu vereinfachen, soll angenommen werden, daß die Dämpfungen d_1 und d_2 der beiden Wellen vernachlässigbar klein sein sollen. Aufgrund dieser Annahme $d_1 = d_2 = 0$ werden die Parameter $b_1 = b_2 = a_2 = a_4 = 0$, und es ergibt sich — nach der Separation des rein integralen Anteils — eine biquadratische Gleichung. Unter dieser Voraussetzung ergeben sich für das Nennerpolynom die folgenden Pole:

1. Rein integraler Anteil:

$$\frac{1}{(\Theta_M + \Theta_1 + \Theta_2)s} \quad (19.78)$$

$$\text{Pol: } s_1 = 0 \quad (19.79)$$

2. Biquadratischer Anteil:

$$\text{Pole: } s_{2,3} = \pm j \sqrt{q_1 + q_2} \quad (19.80)$$

$$s_{4,5} = \pm j \sqrt{q_1 - q_2} \quad (19.81)$$

mit den Parametern q_1 und q_2

$$q_1 = -\frac{c_1 \Theta_1 (\Theta_M + \Theta_2) + c_2 \Theta_M (\Theta_1 + \Theta_2)}{2 \Theta_M \Theta_1 \Theta_2} \quad (19.82)$$

$$q_2 = \frac{\sqrt{[c_1 \Theta_1 (\Theta_M + \Theta_2) + c_2 \Theta_M (\Theta_1 + \Theta_2)]^2 - 4 c_1 c_2 \Theta_M \Theta_1 \Theta_2 (\Theta_M + \Theta_1 + \Theta_2)}}{2 \Theta_M \Theta_1 \Theta_2} \quad (19.83)$$

Diese Ergebnisse erscheinen recht komplex, aber die folgenden Überlegungen werden die Grundzüge einer Systematik erkennen lassen. Um diese Systematik zu veranschaulichen, wollen wir nochmals zum Zweimassensystem zurückkehren, das in Abb. 19.30 zusammen mit dem zugehörigen Bode-Diagramm dargestellt ist.

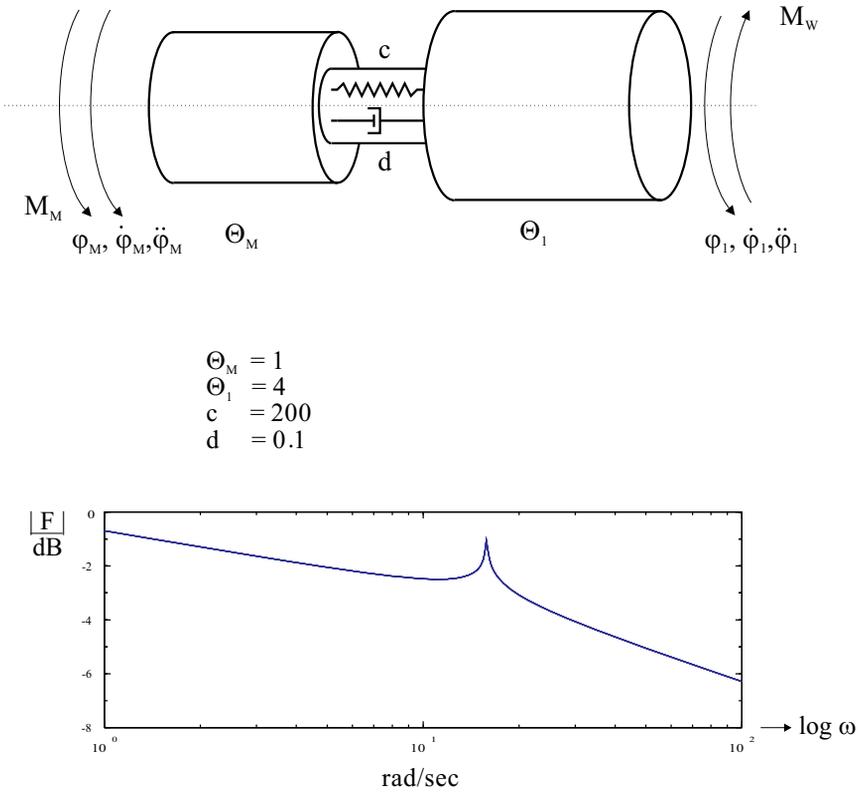
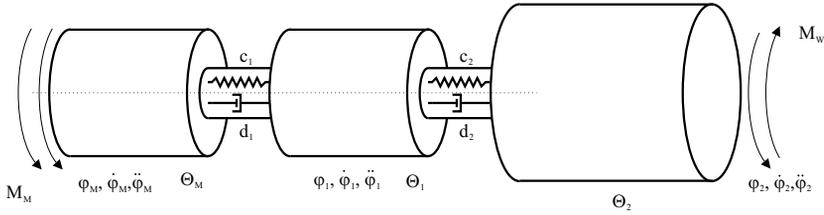


Abb. 19.30: Zweimassensystem und Bode-Diagramm

Wie bereits in Kap. 19.1 diskutiert, zeigt sich im Amplitudengang die bekannte Resonanzüberhöhung und im Phasengang der steile Phasenabfall von -90° nach -270° . (Beachte: Die mechanische Dämpfung d wurde sehr klein angenommen, der Zählerterm $1 + s(d/c)$ in Gl. (19.11) geht damit gegen 1.)

Wenn wir nun ein Dreimassensystem, wie in Abb. 19.31 oben dargestellt, annehmen, erhalten wir das Bode-Diagramm in Abb. 19.31 unten.



$$\begin{array}{ll}
 \Theta_M = 1 & c_2 = 5000 \\
 \Theta_1 = 1 & c_2 = 1000 \\
 \Theta_2 = 3 & c_2 = 200 \\
 c_1 = 200 & \\
 d_1 = 0.1 & \\
 d_2 = 0.1 &
 \end{array}$$

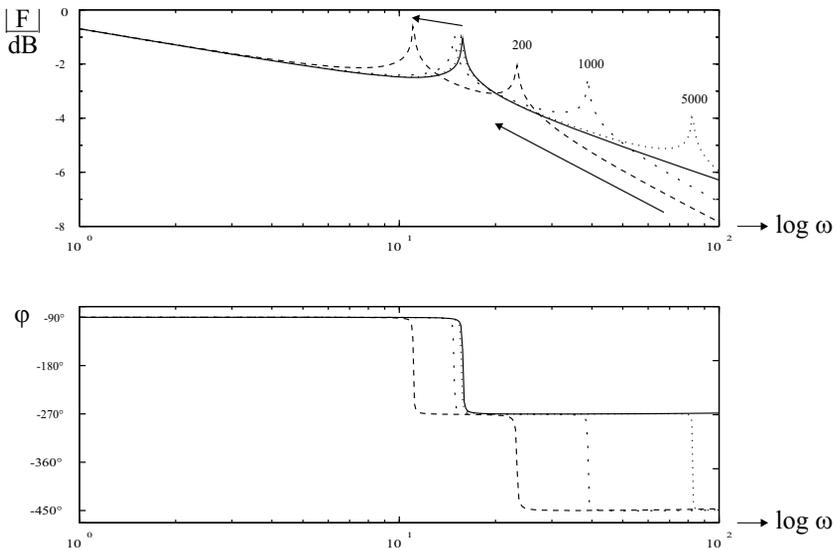
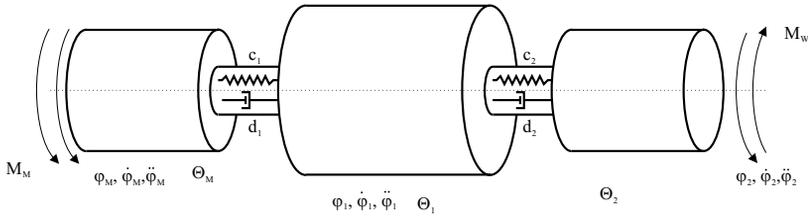


Abb. 19.31: Dreimassensystem und Bode-Diagramm bei $\Theta_1 + \Theta_2 = \Theta_L$ und $\Theta_1 < \Theta_2$

Um einen Eindruck vom Einfluß des Parameters c_2 zu erhalten, sind drei Werte für c_2 angenommen, wobei zusätzlich, zum Vergleich, mit stark ausgezogener Linie das Bode-Diagramm eines Zweimassensystems mit der Lastmasse $\Theta_L = \Theta_1 + \Theta_2$ (Θ_1 und Θ_2 starr verbunden) dargestellt ist.

Aus Abb. 19.31 ist zu entnehmen, daß der Amplitudengang sich bis zur ersten Resonanzfrequenz nur wenig ändert, wenn $c_2 = 5000$ oder $c_2 = 1000$ ist;

erst bei relativ geringem $c_2 = 200$ — d.h. in der Größenordnung von c_1 — tritt eine deutliche Verschiebung der ersten Resonanzfrequenz gegenüber der des Zweimassensystems ein.



$$\begin{array}{ll}
 \Theta_M = 1 & c_2 = 5000 \\
 \Theta_1 = 3 & c_2 = 1000 \\
 \Theta_2 = 1 & c_2 = 200 \\
 c_1 = 200 & \\
 d_1 = 0.1 & \\
 d_2 = 0.1 &
 \end{array}$$

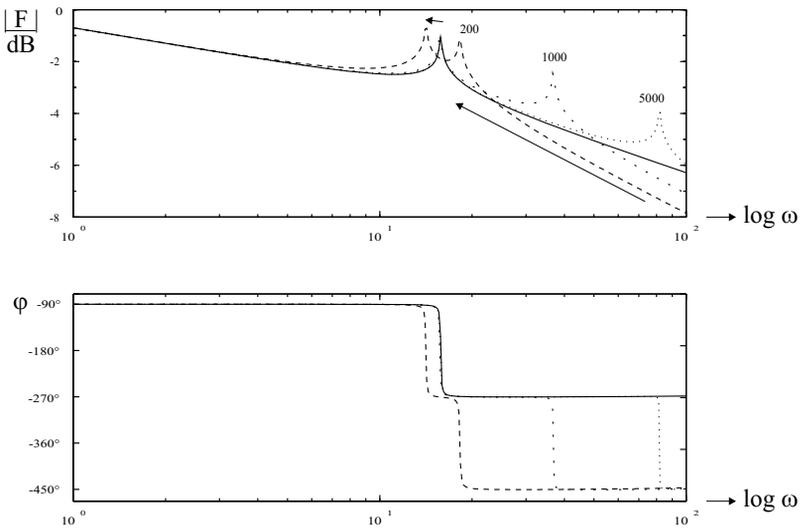


Abb. 19.32: Dreimassensystem und Bode-Diagramm bei $(\Theta_1 + \Theta_2) = \Theta_L$ sowie $\Theta_1 > \Theta_2$

Abbildung 19.32 zeigt wieder ein Dreimassensystem, allerdings hat jetzt die mittlere Masse ein wesentlich größeres Trägheitsmoment Θ_1 als die rechte Masse mit dem Trägheitsmoment Θ_2 .

Aus dem Amplitudengang des Bode-Diagramms ist zu entnehmen, daß die Änderung des Parameters c_2 in diesem Fall einen noch kleineren Einfluß auf die erste Resonanzfrequenz als im Fall $\Theta_1 < \Theta_2$ hat.

Aus dieser Diskussion des Einflusses von c_2 hat ergibt sich, daß — bis auf den Fall $c_2 \approx c_1$ — das angenommene Zweimassensystem das reale Dreimassensystem bis zur ersten Resonanzfrequenz im Amplitudengang bereits relativ gut approximiert. Weiterhin sind damit auch die Aspekte der Ordnungsreduktion erkennbar, wobei dann allerdings, entsprechend den Parametern des Dreimassensystems, die Parameter des reduzierten Zweimassensystems so eingestellt werden müssen, daß Amplituden- und Phasengang im Bereich der ersten Resonanzfrequenz möglichst genau angepaßt werden. Damit ist auch die relativ häufige Beschränkung in den Lehrbüchern auf die Betrachtung eines Zweimassensystems nachvollziehbar.

Abschließend soll noch die Auswirkung eines Getriebes zwischen dem Antriebsmotor mit dem Trägheitsmoment Θ_M und der Arbeitsmaschinenseite mit dem Trägheitsmoment Θ_A besprochen werden. Wie bereits aus [57–61] bekannt ist, berechnet sich das resultierende Trägheitsmoment Θ_L auf der Seite des Antriebsmotors zu

$$\Theta_L = \frac{\Theta_A}{\ddot{u}^2} \quad (19.84)$$

Wenn das Übersetzungsverhältnis des Getriebes $\ddot{u} > 1$ ist, reduziert sich der Einfluß der Arbeitsmaschinenseite auf die Antriebsseite mit $1/\ddot{u}^2$.

Eine Analyse von Gl. (19.11) in Kap. 19.1 zeigt, daß der Nennerterm $s^2\Theta_M\Theta_L/((\Theta_M + \Theta_L)c)$ aufgrund von Θ_L im Zähler dieses Terms bei großem \ddot{u} und nicht zu ungünstigen Trägheitsmomentverhältnissen relativ klein, bzw. erst bei hohen Frequenzen wirksam wird, und somit u.U. vernachlässigt werden kann. Wenn diese Vernachlässigung erlaubt ist, entfällt in Gl. (19.11) praktisch der Anteil der elastischen Welle, und es verbleibt

$$G_S(s) = \frac{1}{s(\Theta_M + \Theta_L)} \quad (19.85)$$

Systeme mit mehr als zwei Massen können analog zu dem gezeigten Vorgehen behandelt werden.

Eine entsprechende Überlegung kann mit Gl. (19.18) in Kap. 19.1 durchgeführt werden, wobei die obigen Überlegungen noch besser erfüllt sind, da der Zählerterm $s^2\Theta_L/c$ und der Nennerterm $s^2\Theta_M\Theta_L/((\Theta_M + \Theta_L)c)$ bei $\Theta_L \ll \Theta_M$ sich dann entsprechen, somit Zähler- und Nennerpolynom des elastischen Anteils gleich sind und dieser Anteil entfällt.

Bei beiden Überlegungen ist allerdings zu bedenken, daß Resonanzerscheinungen bei hohen Frequenzen als unerwünschte Schwingungen durchaus auftreten können (siehe Abb. 19.13).

Aus den Darstellungen dieses Kapitels sowie des Kapitels 13 sind die vorteilhaften Aspekte der physikalisch orientierten Modellbildung und der daraus folgenden einfacheren Interpretierbarkeit der Ergebnisse zu erkennen. Eine konsequente Fortführung dieser Überlegungen findet in Kap. 21 statt, in dem die objekt- und ereignisorientierte Modellbildung und Simulation ausführlich dargestellt wird.

Die Berücksichtigung der nichtlinearen Effekte wie Lose und Reibung in Abb. 19.1 wird ausführlich in [71, 1115] abgehandelt.

19.5 Nichtlineare Systeme — Intelligente Strategien

In Kapitel 19.1 wurde die Regelung der Arbeitsmaschinendrehzahl mittels Kaskadenregelung dargestellt. Es zeigte sich, dass die Übertragungsfunktion der mechanischen Strecke bei der mechanischen Resonanzfrequenz $\omega_{0(N)}$ einen steilen Phasenabfall von etwa 180° hat (Abb. 19.4). Dieser steile Phasenabfall läßt nur dann die Realisierung der Drehzahlregelung mit dem symmetrischen Optimum zu, wenn die mechanische Resonanzkreisfrequenz $\omega_{0(N)} \gg 1/T_{ersi} = 1/T_{\sigma N}$ ist. Dieser Forderung ist aber außerordentlich schwierig einzuhalten, da bei der Stromregelung Zeitkonstanten $T_{ersi} \leq 1ms$ leicht erreicht werden. Es verbleibt somit nur der Kompromiß die mechanische Kreisfrequenz $\omega_{0(N)}$ so gut wie möglich anzuheben (Kosten) und die Stromregelung dynamisch anzupassen. Das eigentliche Ziel, die Realisierung der Drehzahlregelung mit der Kaskadenregelung, dem symmetrischen Optimum bei gutem dynamischen Verhalten und erträglichen Kosten der Mechanik wird aber nicht erreicht.

In Kap. 19.2 wird die Regelung der Antriebsmaschinendrehzahl vorgestellt. Abb. 19.9 zeigt das Bode-Diagramm der mechanischen Strecke, in Verbindung mit Abb. 19.11 zeigt sich, dass keine Stabilitätsprobleme in Abhängigkeit von $\omega_{0(N)}$ auftreten. In den Abbildungen 19.13-19.15 wird aber verdeutlicht, dass die beiden Drehzahlen umso mehr gegeneinander schwingen je weicher die Ankopplung ausgeprägt ist. Die Erklärung dieses Verhaltens findet sich in Kapitel 20.1, denn es wird einerseits nur die Antriebsmaschinendrehzahl geregelt und das mechanische System (Welle und Trägheitsmoment Θ_A der Arbeitsmaschine) verhält sich andererseits wie ein mechanischer Schwingungsdämpfer (Abb. 20.3 sowie Abb. 20.4 in Verbindung mit Abb. 19.14!).

Wie bereits in Kap. 19.2.5 andiskutiert und in Kap. 19.3.2 (Zustandsregelung mit proportionalem Regler) sowie in Kap. 19.3.4 (Zustandsregelung mit integralem Regler) dargestellt wird, ist die Zustandsregelung die perfekte Lösung. Abbildungen 19.19-19.21 in Kap. 19.3.3 und Abbildungen 19.26-19.28 in Kap. 19.3.4 belegen die hervorragenden Ergebnisse.

Es stellt sich die Frage, warum nicht generell eine Zustandsregelung bei der Regelung von derartigen Aufgabenstellungen verwendet wird, sondern bis heute überwiegend die Kaskadenregelung der Antriebsmaschinendrehzahl, siehe Kapitel 5.5.8.

Eine der Antworten auf diese Frage ist, dass die linearen Parameter z.B. der Wellendämpfung nicht bekannt sind und dass zusätzliche Sensorik für die Erfassung der Arbeitsmaschinendrehzahl oder des Verdrehwinkels $\Delta\varphi$ notwendig werden. Eine weitere Antwort ist, bei den obigen hervorragenden Ergebnissen wird lediglich ein lineares mechanisches System angenommen. In der Realität sind aber Nichtlinearitäten wie Lose und Reibung häufig nicht zu vernachlässigen. Die genannten Nichtlinearitäten sind zudem harte, d.h. nicht differenzierbare Nichtlinearitäten, die weiterhin — selbst beim Zwei-Massen-System — mehrfach auftreten können. Die Nichtlinearität des Stellgliedes (zeitkontinuierliche Abtastung) im Stromregelkreis soll hier nicht weiter betrachtet werden.

Der Einfluß der Nichtlinearität Reibung läßt sich besonders einfach mithilfe Abb. 19.2 bzw. 19.33 diskutieren. Wenn wir annehmen, die Reibung sei nur bei der Arbeitsmaschine (Abb. 19.33) vorhanden, das System sei bei der Drehzahl Null im Anfangszustand, und es erfolge eine Erhöhung des Drehzahlollwertes, dann wird die Stromregelung ein Drehmoment M_M aufbauen und der Rotor der Antriebsmaschine beginnt sich aufgrund des Drehmomentes zu bewegen. Die Arbeitsmaschine wird allerdings aufgrund der Haftreibung sich noch nicht bewegen, denn die Wellenmomente $M_C + M_D$ müssen dazu erst die Haftreibung überwinden. Dieser Vorgang wird „Stick-Slip“ genannt. Wenn die Arbeitsmaschinendrehzahl ungleich Null ist, dann werden die weiteren Reibungseffekte wie Störmomente wirken. Es ist einsichtig, dass die Reibung damit einen Einfluß auf das regelungstechnische Verhalten haben muss. Es ist weiterhin einsichtig, dass zusätzliche Reibung bei der Antriebsmaschinendrehzahl und Lose bei den Kuppelungen an den Enden der Welle weitere unerwünschte Einflüsse haben werden.

Diese Einflüsse sind für den Fall der arbeitsmaschinenseitigen Reibung aus Abb. 19.34 deutlich zu erkennen. Gestrichelt ist das Verhalten eines *linearen* und durchgezogen eines *nichtlinearen* Zwei-Massen-System entsprechend Abb. 19.33 dargestellt. Wir wollen zuerst das Verhalten des linearen Systems bei einer sinusförmigen Vorgabe der Position φ_2 (Schlittenposition der Arbeitsmaschine) in Abb. 19.34 besprechen. Bei sinusförmiger Bewegung (\cos -Funktion) von φ_2 , muss die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}_2$ ebenso sinusförmig (\sin -Funktion) sein.

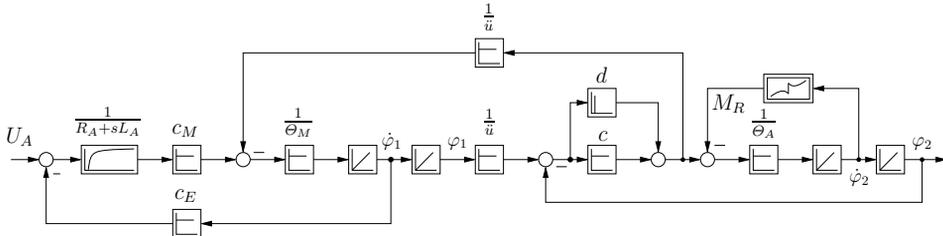


Abb. 19.33: Signalflussplan des Zwei-Massen-Systems mit Reibung

Wenn wir nun eine relative starre Verbindung (c hoch) annehmen, dann wird die Antriebsmaschinendrehzahl ebenso sinusförmig (\sin -Funktion) sein (geringe Phasendifferenz zwischen φ_2 und φ_1), dies zeigt sich in Abb. 19.34. Entsprechend Abb. 19.33 muss dann das Beschleunigungsmoment und damit der Ankerstrom einer GNM ebenso sinusförmig (\cos -Funktion) sein. Diese Verläufe zeigen sich auch bei der Simulation eines linearen Zwei-Massen-Systems. Die gemessenen Verläufe des nichtlinearen Systems unterscheiden sich allerdings deutlich. Bei den Positionen φ_1 und φ_2 ist die Übereinstimmung zwischen linearem und nichtlinearem System noch recht gut (Diskussion folgt später). Bei der Drehzahl der Arbeitsmaschine ist beim nichtlinearen System der „Stick-Slip“-Effekt deutlich zu erkennen. Der reale Ankerstrom ist allerdings absolut nicht mehr sinusförmig (\cos -Funktion), sondern — wie bereits oben besprochen — bei der Drehzahl Null wird Haftreibung wirksam. Es tritt der Stick-Slip-Effekt auf und das Drehmoment

der Antriebsmaschine muss die Haftreibung (positiv und negativ) aufbringen, um den Stillstand der Arbeitsmaschinendrehzahl zu überwinden. Der Reibungseinfluss bei den Drehzahlen ungleich Null ist aus dem vom sinusförmigen abweichenden Verlauf zu erkennen.

Auch die beiden dreieckförmigen Verläufe der Position stimmen relativ gut überein, dies gilt auch noch — bis auf die Abweichungen beim Verlauf der Drehzahlsprünge — für die Bereiche konstanter Drehzahlen. Die Übereinstimmung beim Ankerstrom ist allerdings nicht mehr gegeben. Bei einem idealen, d.h. linearen, mechanischen System ist bei konstanter Drehzahl das notwendige Drehmoment im stationären Betrieb Null. Beim realen mechanischen System mit Reibung muss aber das Gleitreibungsmoment aufgebracht werden, dies ist eindeutig als Unterschied zwischen dem linearen und nichtlinearen Systemverhalten zu erkennen. Es ist somit wesentlich, die nichtlinearen Effekte wie Lose und Reibung zu berücksichtigen. Dies gilt umso mehr bei den verschiedensten Technologien der Arbeitsmaschinen. Beispielsweise ist der Elastizitätsmodul des verarbeitenden Materials (Papier-, Stahl-, Druck-, Folienindustrie) bei Arbeitsmaschinen der kontinuierlichen Fertigung eine weitere Nichtlinearität, da sich der Elastizitätsmodul mit Temperatur bzw. Feuchtegehalt sehr ändert.

Es besteht nun die Frage des weiteren Vorgehens. Wir wollen hier nicht das übliche Vorgehen mittels finiter Elemente besprechen, bei dem sich eine sehr hohe Systemordnung ergibt (im vorliegenden Fall war es bei einer Werkzeugmaschine 505. Ordnung), die mittels Ordnungsreduktion [974] auf die Ordnung 5 reduziert wurde. Bei der Ordnungsreduktion können aber die Nichtlinearitäten gar nicht oder nur sehr schwierig berücksichtigt werden. Ausserdem ist das reduzierte System physikalisch nicht mehr interpretierbar.

Stattdessen sollen zur Bestimmung der nichtlinearen Effekte intelligente (selbstlernende) Strategien eingesetzt werden. Dieses Vorgehen wird exemplarisch im Buch „Intelligente Verfahren – Identifikation und Regelung nichtlinearer Systeme“ Springer Verlag 2010, [71] dieser Reihe dargestellt.

Dies bedeutet, es werden nur die nicht oder nur ungenau bekannten Parameter identifiziert. Dieses Vorgehen ist sinnvoll, da in vielen Fällen ein Grundwissen vorhanden ist. Außerdem ist bei bekannter Struktur des betrachteten Systems die physikalische Interpretierbarkeit gegeben — ein wesentlicher Vorteil.

Im vorliegenden Fall wollen wir annehmen, die Struktur sei nach Abb. 19.33 gegeben. Die linearen Parameter seien bekannt, die nichtlinearen Effekte seien nur bei der Arbeitsmaschine relevant und die Drehzahl $\dot{\varphi}_2$ (Eingangsdrehzahl der Nichtlinearität bzw. ableitbares Signal) sei verfügbar. In diesem Fall kann ein intelligenter nichtlinearer Beobachter verwendet werden.

Mit diesen intelligenten nichtlinearen Beobachtern ist es möglich, den Reibungsverlauf zu lernen (Abb. 19.35). In Abb. 19.35 sind drei Lernvorgänge mit unterschiedlichen Lerngeschwindigkeiten (Lernschrittweiten) dargestellt. Es ist Abb. 19.35 zu entnehmen, dass die nichtlineare Reibungskennlinie sehr schnell gelernt werden kann. Im vorliegenden Fall sind die Haftreibungen (positiver bzw. negativer Wert bei der Drehzahl Null) ungleich. Es ist mit nichtlinearen

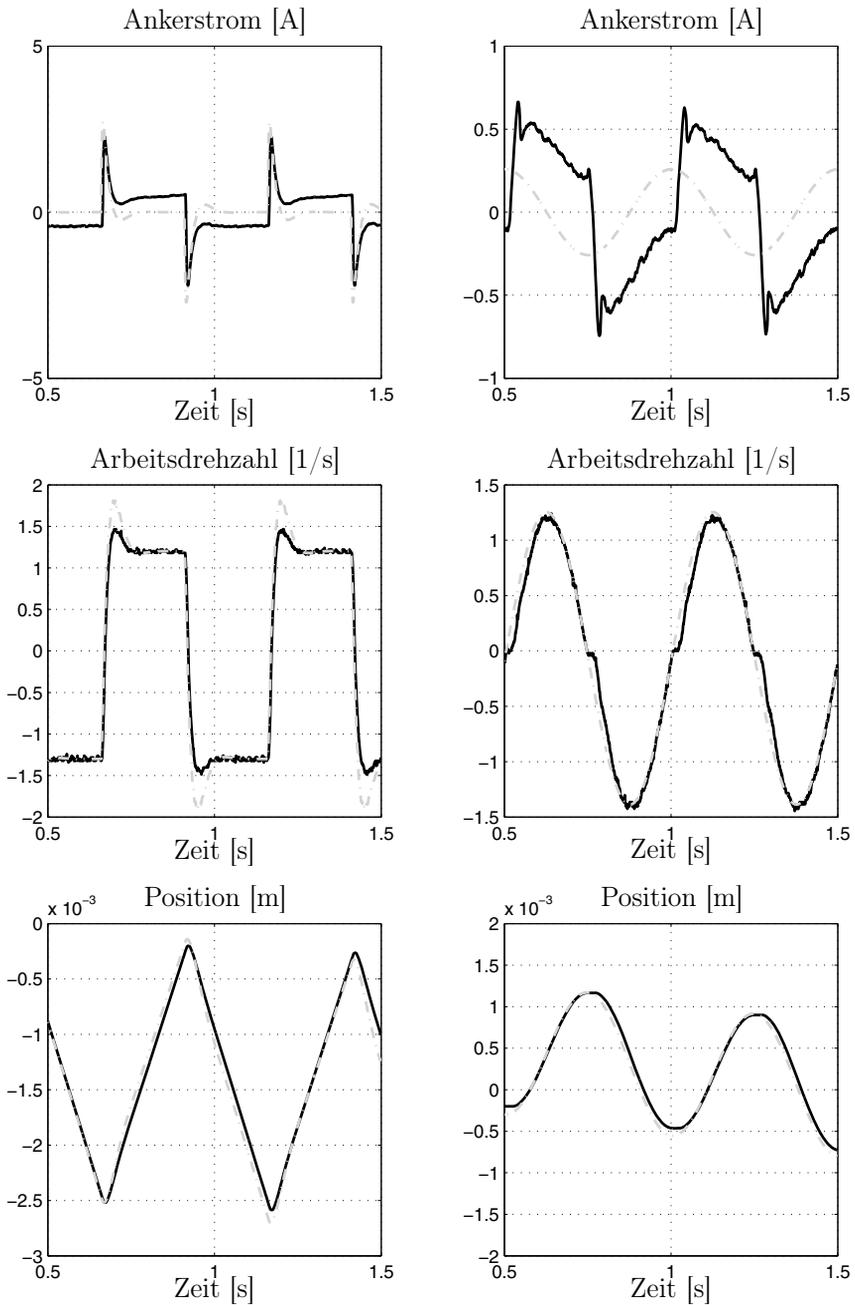


Abb. 19.34: Vergleich von simulierten linearem Modell und gemessenen Daten (schwarz: Gemessene Daten; grau: Simulations-Daten)

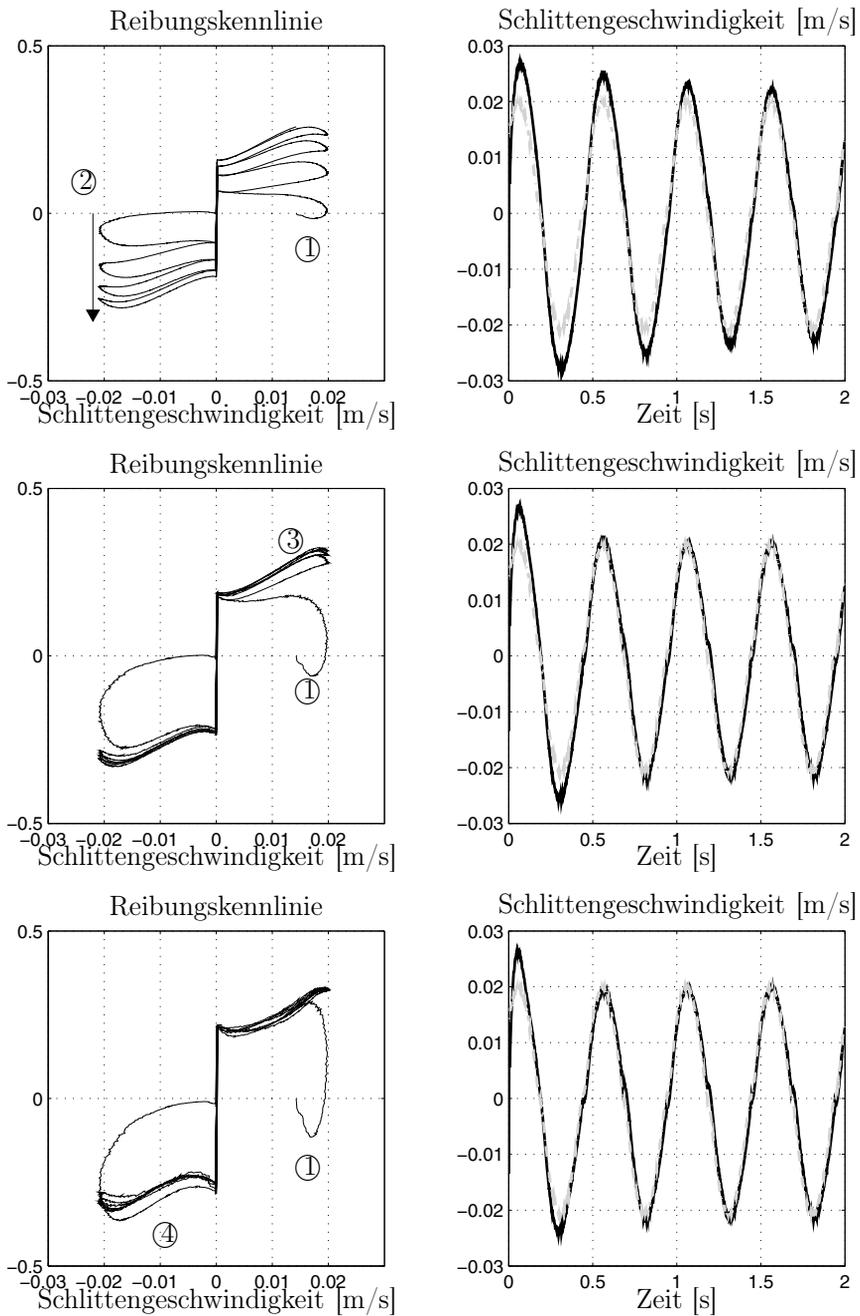


Abb. 19.35: Links: Identifikation der Reibungskennlinie mit verschiedenen η -Werten des Lernschrittes; Rechts: schwarz Beobachter; grau Vorgabe

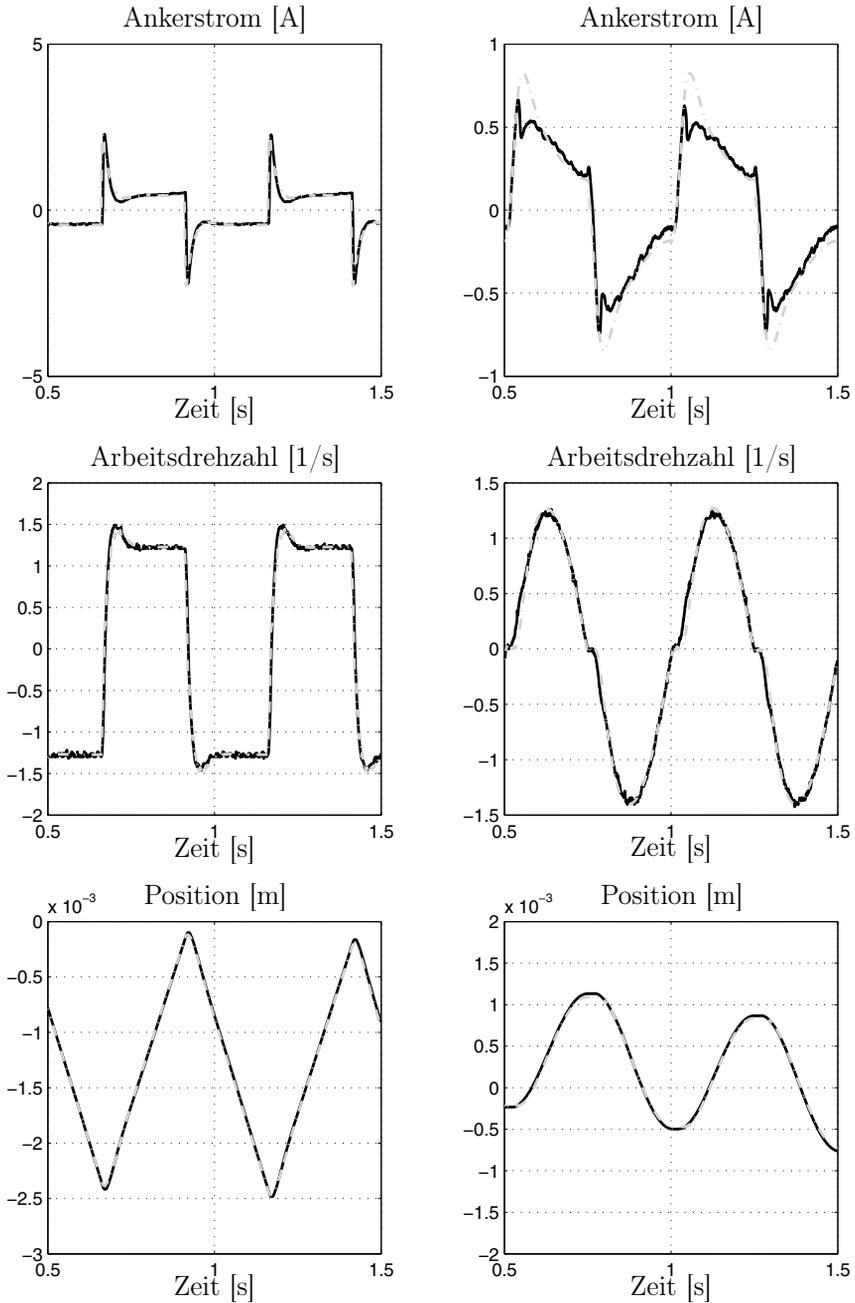


Abb. 19.36: Vergleich von Simulation des nichtlinearen Zweimassenmodells mit gemessenen Daten (schwarz: Gemessene Daten; grau: Simulations-Daten)

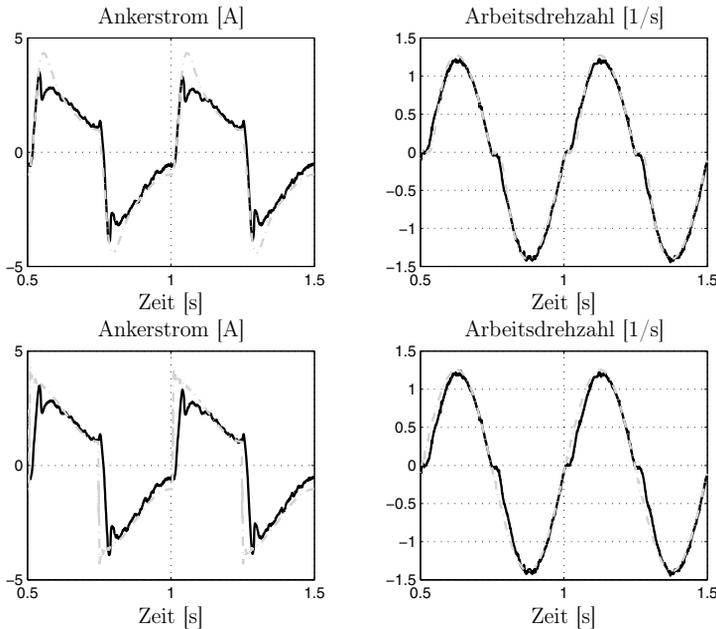


Abb. 19.37: *Simulierte Kompensation des Haftreibungseinflusses (Obere Reihe: keine Kompensation; Untere Reihe: Kompensation)(grau: Simulationsmodell; schwarz System ohne Kompensation)*

Oberflächenapproximatoren auch möglich, weitere Abhängigkeiten der Reibung beispielsweise Ortsabhängigkeit, Öltemperatur, etc. zu berücksichtigen.

Mit dieser genauen Kenntnis der Strecke einschließlich der Nichtlinearität Reibung ist eine verbesserte Modellbildung und damit eine verbesserte Simulation möglich (Abb. 19.36). Zu beachten ist, dass nur die kurze Identifikationsperiode zur Verfügung stand, so dass keine perfekte Identifikation möglich ist. Aufgrund des nichtlinearen Beobachters, der das Modell der Nichtlinearität Reibung enthält, ist nun eine Kompensation (z.B. Störgrößenaufschaltung) des Reibungseinflusses möglich. Bei der Reibungskompensation ist zu beachten, dass der Aufschaltungspunkt der Stromsollwert ist, der in Abb. 19.33 nicht eingezeichnet ist. Die Einwirkung der Reibung findet aber bei M_R statt, so dass die inverse Streckenübertragungsfunktion vom Stromsollwert bis zu M_R theoretisch zu realisieren ist; dies ist aber nur als Approximation möglich. Abb. 19.37 zeigt die Ergebnisse der Reibungskompensation als Störgrößenaufschaltung. Im oberen Teil der Abbildung ist die Situation ohne Kompensation der Reibung dargestellt. Im unteren Teil sind die beiden dunkel gezeigten Signalverläufe von oben kopiert und stellen somit nochmals die Situation ohne Kompensation dar. Die grauen Signalverläufe sind die Verläufe mit Reibungskompensation. Die Abb. 19.37 links unten zeigt den Ankerstrom im Vergleich. Aus dem Vergleich ist zu entnehmen, dass bei der Situation mit Reibungskompensation der drehmomentbildende Ankerstrom deutlich schneller als im Fall ohne Kompensation ansteigt.

Schlittengeschwindigkeit [8mm/(s Raster)]

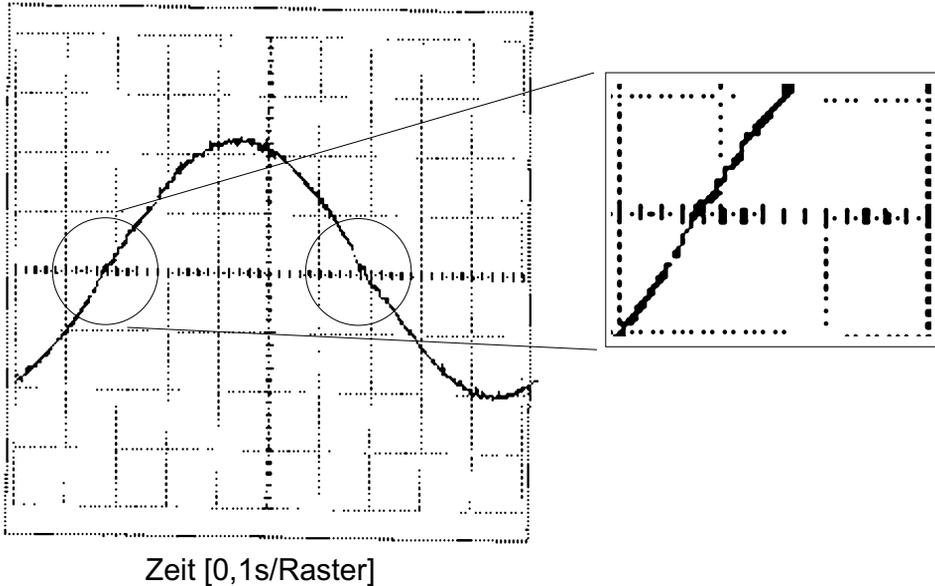


Abb. 19.38: *Berechnete Schlittengeschwindigkeit mit Reibungskompensation*

Die Differenz beider Verläufe ist somit das Kompensationssignal. Es ist dieser Abbildung weiter zu entnehmen, dass der nachfolgende Stromverlauf mit Kompensation wesentlich überschwingungsfreier verläuft als ohne Kompensation, dies ist für die Mechanikbeanspruchung vorteilhaft. Aus den beiden Signalverläufen der Position ist zu erkennen, dass der „Stick-Slip“-Effekt mit Kompensation der Reibung nicht mehr auftritt. In Abb. 19.38 wird ein experimentelles Ergebnis gezeigt, die simulativen Ergebnisse werden somit bestätigt.

Damit wird ein entscheidender Punkt angesprochen, es ist möglich mechanischen Unzulänglichkeiten wie Reibung (leistungs-)elektronisch zu kompensieren. Die Voraussetzung ist allerdings, dass die Stromregelung (Drehmomentregelung) die erforderliche Dynamik aufweist.

Im Buch „Intelligente Verfahren – Identifikation und Regelung nichtlinearer Systeme“ Springer Verlag 2010 [71] werden verschiedene intelligenten Strategien und Lernverfahren zum Auffinden des Fehlerminimums bei unterschiedlichem Vorwissen (ingenieur-technischer Ansatz) über das unbekannt System, wie z.B.

- bekannte Struktur des nichtlinearen Systems bei bekannten linearen Parametern und messbaren Einkoppelgrößen der Nichtlinearität, aber unbekanntem Verlauf der Nichtlinearität
- bekannte Struktur des nichtlinearen Systems bei bekannten linearen Parametern, aber nicht-messbaren Einkoppelgrößen der Nichtlinearität und unbekanntem Verlauf der Nichtlinearität

- bekannte Struktur des nichtlinearen Systems bei unbekanntem linearem *und* nichtlinearem Parametern
- das unbekannte nichtlineare System ist mit einer unbekanntem Störung beansprucht (externe Störung, nichtmodellerte Dynamik, zeitabhängige Parameter)
- die Struktur und die Parameter der Strecke ändern sich sprunghaft (multiple Modelle-Ansatz)
- das nichtlineare System ist ein gekoppeltes System

ausführlich dargestellt. Zusätzlich werden die verschiedenen Lernstrukturen und Lernverfahren in Theorie und Anwendung vorgestellt. Eine weitere Aufgabenstellung ergibt sich, wenn von der nichtlinearen Strecke lediglich qualitative Eigenschaften über die Struktur (wie z.B. Relativgrad eins, Minimalphasigkeit und positives High-Frequency Gain) und keine Systemparameter bekannt sind. In diesem Fall kann das Prinzip „Funnel-Control“ eingesetzt werden.

Ein weiteres Gebiet der Darstellungen ist das Gebiet der Regelung identifizierter nichtlinearer Strecken wie beispielsweise die exakte Ausgangslinearisierung, in diesem Zusammenhang die Nulldynamik, die Modellfolge-Regelung oder die Regelung mit der nichtlinearen Regelungsnormalform. In allen diesen Fällen werden sowohl die theoretischen Ansätze vorgestellt als auch ausführlich praktische Beispiele durchgerechnet, um die Anschaulichkeit zu erhöhen. Dies ist eine kurze Übersicht über den Umfang der Themen im Buch „Intelligente Verfahren – Identifikation und Regelung nichtlinearer Systeme“ Springer Verlag 2010 [71].

19.6 Abschließende Überlegungen

Wie in diesem Beitrag erläutert wird, ist das Lu-Gre-Reibungsmodell — siehe Kapitel 25 — stetig. Dies bedeutet, es kann in nichtlinearen Systemen mit Reibung vorteilhaft die exakte Eingangs-/ Ausgangs-Linearisierung (siehe [71] Kapitel 12.4 und 12.4.1) verwendet werden. Dieses Verfahren ermöglicht es, nichtlineare Systeme so zu transformieren, dass der nichtlineare Einfluss kompensiert und nun das lineare System mit linearen Methoden optimiert werden kann. Die Problematik beim Lu-Gre-Reibungsmodell sind erstens die aufwändige Sensorik, um die Parameter zu bestimmen und zweitens die Dauer zur Bestimmung der Parameter, wobei die Zulässigkeit der Materialbeanspruchung und die Konstanz der Parameter voraus gesetzt werden. Bezugnehmend auf die Dauer zur Bestimmung der Parameter und deren Konstanz können Einschränkungen bestehen, wenn sich beispielsweise die Temperatur des Schmiermittels ändert. Eine on-line Nachführung der Parameter aufgrund der Temperatur des Schmiermittels beispielsweise während des Betriebszykluses ist kaum zu erreichen. Die Erfassung des Verschleiß während des Betriebszykluses ist weiterhin eine offene Frage.

Das Verfahren des „Nichtlinearen Beobachters“, siehe Kapitel 19.5 in diesem Buch und in [71] Kapitel 5 und 5.7, ermöglicht dagegen eine sehr schnelle Bestimmung der Reibung sowohl während eines Tests als auch im Betriebszyklus, ist somit on-line-fähig. Das in den Versuchen in [71] Kapitel 5.7 angesetzte Reibungsmodell war nichtlinear und ist daher nicht geeignet für die exakte Eingangs- / Ausgangs-Linearisierung. Ein linearer, sehr steiler Übergang im „Haftbereich“ um die Drehzahl Null ist aber ebenso möglich. Dieser Ansatz kann mit dem Lu-Gre-Reibungsmodell verglichen und an dieses adaptiert werden.

20 Schwingungsdämpfung

20.1 Allgemeine Problemstellung

In Kap. 19 wurde die Drehzahlregelung eines Zweimassensystems diskutiert. Es stellte sich heraus, daß eine Regelung der Arbeitsmaschinendrehzahl mit der Kaskadenregelung nur dann möglich ist, wenn die Torsionseigenfrequenz des mechanischen Systemanteils weit oberhalb der Durchtrittsfrequenz ω_d des Stromregelkreises ist, d.h. wenn das Zweimassensystem relativ starr ist. Aufgrund dieser Schwierigkeit wurde die Kaskadenregelung der Antriebsmaschinendrehzahl behandelt. Diese Art der Regelung erscheint wesentlich unkritischer; allerdings stellte sich bei den Untersuchungen mittels Simulation heraus, daß die Arbeitsmaschinendrehzahl gegenüber der Antriebsmaschinendrehzahl schwingt, d.h. diese Regelung sichert zwar die Stabilität des Systems, ist aber letztendlich nur dann brauchbar, wenn die Torsionseigenfrequenz nicht angeregt wird.

Eine wesentliche Verbesserung des Regelverhaltens läßt sich erreichen, wenn eine Zustandsregelung eingesetzt werden kann. Dies ist aber immer nur dann gegeben, wenn die Strecke linear ist (d.h. keine Nichtlinearitäten wie Reibung und Lose vorhanden sind) und alle Zustände meßbar oder beobachtbar sind. Diese Überlegungen wurden in Kap. 19.4 auf Mehrmassensysteme erweitert.

Wenn relevante Nichtlinearitäten in der Strecke vorhanden sind, dann können diese nichtlinearen Effekte (wie etwa Stick-Slip-Reibung) mittels intelligenten Verfahren identifiziert und kompensiert werden [1115]. Generell ist aber bei all diesen Maßnahmen zur Schwingungsunterdrückung festzustellen, daß die Schwingungsbedämpfung und die Kompensation der nichtlinearen Effekte umso schwieriger und aufwendiger wird, je höher die Zahl der Schwungmassen ist über die die Schwingungsbedämpfung erfolgt. Es ist außerdem zu beachten, daß durch die mechanischen Beanspruchungen bei dieser Art der Schwingungsbedämpfung eine Beeinträchtigung der Lebensdauer der Komponenten auftreten kann. Damit besteht die Aufgabe, andere Wege der Schwingungsbedämpfung zu erarbeiten.

Eine erste Möglichkeit ist die Verwendung eines passiven Dämpfers, der im vorliegenden Fall aus einer zusätzlichen rotierenden Masse und einer elastischen Welle besteht; diese Welle ist mit dem schwingenden und daher zu dämpfenden Körper gekoppelt. Die Anordnung entspricht somit prinzipiell Abb. 20.1, wobei der Rotor der Antriebsmaschine mit dem Trägheitsmoment Θ_M den schwingenden Primärkörper darstellt und die Arbeitsmaschine mit dem Trägheitsmoment

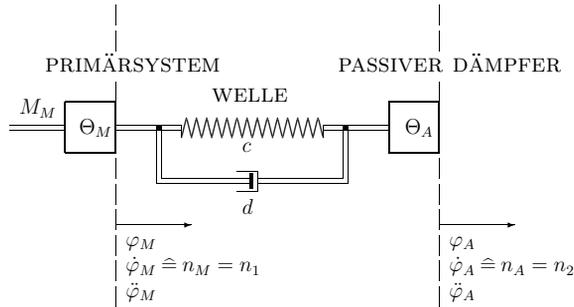


Abb. 20.1: Primärsystem Schwinger — passiver Dämpfer

Θ_A der Körper (Masse) des Dämpfers und die Welle die elastische Verbindung zwischen Primärkörper und Dämpfer ist; damit stellen die Welle mit den Daten c und d sowie die Masse mit dem Trägheitsmoment Θ_A nun den passiven Dämpfer dar.

Die Anordnung in Abb. 20.1 entspricht genau der Darstellung in Abb. 19.10, bei der die Antriebsmaschinendrehzahl geregelt wird und der Dämpfer (vorher Arbeitsmaschine) nur passiv an das Primärsystem (vorher Antriebsmaschine) gekoppelt ist. Das im Fall der Regelung der Antriebsmaschinendrehzahl unerwünschte Auftreten von Schwingungen an der Arbeitsmaschine (Abb. 19.13 bis 19.15) wird im Fall der passiven Schwingungsdämpfung über das Rückkopplmoment $M_C + M_D$ zur Dämpfung von Schwingungen an der Antriebsmaschine genutzt. Die Schwingungen der Arbeitsmaschine (nun Dämpfer) sind in diesem Fall beabsichtigt und zur erfolgreichen Dämpfung des Primärkörpers auch notwendig. Die angepaßte Darstellung ist in Abb. 20.2 wiedergegeben, wobei nun zusätzlich das die Schwingung anregende (z.B. technologisch bedingte) Drehmoment M_W eingetragen ist.

Die Wirkung des passiven Dämpfersystems ist aus Abb. 19.8 und 19.9 zu erkennen. Bei der Kreisfrequenz ω_{0Z} erfolgt eine Amplitudenabsenkung von $\dot{\varphi}_M$, d.h. bei dieser Kreisfrequenz wird das Übertragungsverhalten gegenüber der Anregung M_M gedämpft. Wie weiterhin aus Gl. (19.18) zu erkennen ist, ist das Zählerpolynom nur durch die Parameter der nun als „Dämpfer“ bezeichneten Komponente bestimmt. Aus Gl. (19.18) ist weiterhin zu entnehmen, daß die mechanische Dämpfung d der Welle das Übertragungsverhalten des Zählerpolynoms und damit den Dämpfungsfaktor D beeinflusst. Mit abnehmendem d wird ebenso D abnehmen und die Amplitudenabsenkung zunehmen. Diese Untersuchungen zeigen bei der Drehzahlregelung der Motormasse mit dem Trägheitsmoment Θ_M in Abb. 19.13 oder 19.15 die deutliche Absenkung des Betrages von $\dot{\varphi}_M$ bei ω_{0Z} . Damit ist durch die Umkehrung der gedanklichen Ansätze eine Erläuterung des passiven Dämpferprinzips bereits mit den Überlegungen und Untersuchungen aus Kap. 19 möglich.

Aus Abb. 19.13 ist zu erkennen, daß eine harte Ankopplung des passiven Dämpfers kritisch ist, denn der Nullstelle des Zählerpolynoms mit der Kreisfrequenz

ω_{0Z} folgt in sehr kleinem Frequenzabstand die Nullstelle des Nennerpolynoms (Polstelle) mit der Kreisfrequenz ω_{0N} . Dies bedeutet, eine geringe Änderung der Daten kann statt zu einer Dämpfung zu einer Vergrößerung der Schwingungsamplitude führen. In Abb. 19.15 ist zu erkennen, daß die Amplitudenabsenkung deutlich von der Amplitudenanhebung abgesetzt ist, d.h. eine weiche Ankopplung des passiven Dämpfers ist zweckmäßig.

Wenn der Signalflußplan aus Kap. 19 (Abb. 19.2) um den geschlossenen Stromregelkreis und eine anregende Störung M_W , die am Primärsystem mit dem Trägheitsmoment Θ_M angreift, erweitert wird, dann ergibt sich der Signalflußplan nach Abb. 20.2. Aus Abb. 20.2 ist zu erkennen, daß das beschleunigende Moment

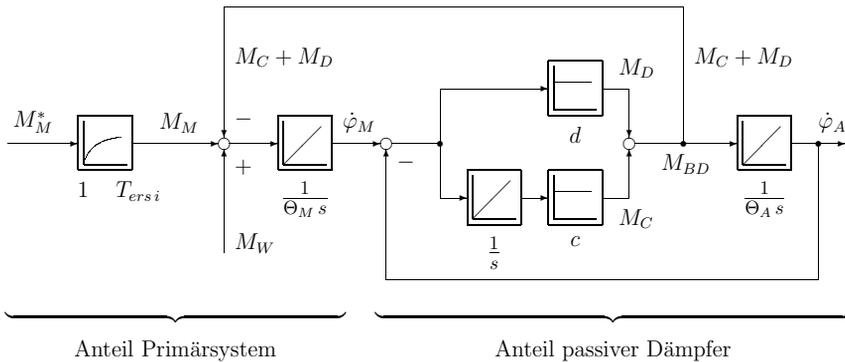


Abb. 20.2: *Signalflußplan: Primärsystem und passiver Dämpfer*

$M_{BD} = M_C + M_D$ des Dämpferkörpers an der gleichen Stelle wirksam wird wie die Störung M_W . Wenn somit die beiden Drehmomente sich gegenseitig kompensieren, d.h. wenn gilt

$$M_{BD} - M_W = 0 \tag{20.1}$$

dann hätte die Störgröße M_W keinen Einfluß auf den Primärkörper. Allerdings schwingt der Dämpferkörper mit dem Trägheitsmoment Θ_A in diesem Fall mit der Amplitude, die die Gleichheit der Drehmomente erfordert.

Um diese Überlegungen zu erläutern, soll die Übertragungsfunktion des Dämpfersystems aufgestellt werden (Abb. 20.3). Die Übertragungsfunktion $G_D(s)$ des Dämpfersystems lautet:

$$G_D(s) = \frac{(M_C + M_D)(s)}{\dot{\varphi}_M(s)} = \frac{M_{BD}(s)}{\dot{\varphi}_M(s)} = \frac{s(ds + c)}{s^2 + \frac{d}{\Theta_A}s + \frac{c}{\Theta_A}} \tag{20.2}$$

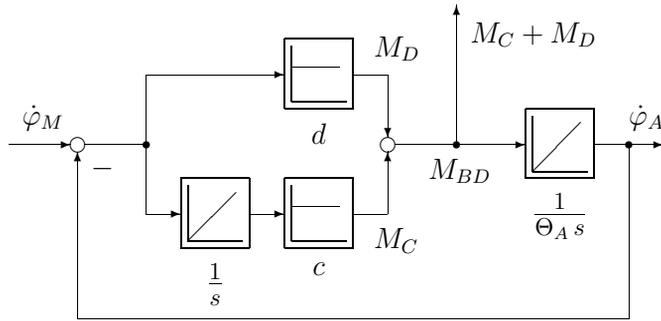


Abb. 20.3: Signalflußplan des Dämpfersystems

Das Nennerpolynom hat die mechanische Eigenfrequenz ω_0 und den Dämpfungsfaktor D gemäß Gl. (20.3):

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{\Theta_A}} \quad D = \frac{d}{2\sqrt{c\Theta_A}} \quad (20.3)$$

Wenn die mechanische Dämpfung d gleich Null wäre, würde der Dämpfungsfaktor D ebenso gleich Null ($d = D = 0$) und die Übertragungsfunktion $G'_D(s)$ des Dämpfers würde sich zu

$$G'_D(s)|_{d=0} = \frac{cs}{s^2 + \frac{c}{\Theta_A}} \quad (20.4)$$

ändern, d.h. zur Anregung des nun idealen Dämpfers genügt die Beschleunigung $\ddot{\varphi}_M$, welche einen idealen Schwinger anregt. Dies bedeutet, es genügen bereits kleinste Beschleunigungen $\ddot{\varphi}_M$ um den idealen Dämpfer anzuregen und damit das gewünschte Gegenmoment M_{BD} zu erzeugen.

Der ideale passive Dämpfer kann in dieser Weise nicht realisiert werden, da eine Dämpfungskonstante $D = 0$ nicht erreichbar ist. Allerdings ist die mechanische Dämpfung d der Welle relativ klein, so daß — wenn keine weiteren Dämpfungen wie etwa Reibung vorhanden sind — der ideale Fall angenähert werden kann.

Die folgenden Simulationen zeigen das System nach Abb. 20.1 bzw. 20.2 mit den Signalverläufen $\dot{\varphi}_M$, $\dot{\varphi}_A$, M_W und M_{BD} . Die Drehzahl $\dot{\varphi}_M$ des Primärkörpers des Zweimassensystems nach Abb. 20.2 wurde mit einem PI-Regler nach dem symmetrischen Optimum (Kap. 3.2.2) geregelt. Als Störgröße M_W wurde eine sinusförmige Drehmomentverlauf verwendet (Abb. 20.4 unten).

Aus den Simulationsverläufen in Abb. 20.4 ist zu erkennen, daß nach relativ kurzer Einschwingzeit die Kompensation von M_W mittels M_{BD} nahezu vollständig erfolgt ($D = 0$). Der Dämpfer muß dabei in seiner Eigenresonanzfrequenz ω_e auf die anregende Frequenz von M_W genau abgestimmt sein. ω_e ergibt sich aus Gl. (20.5). Ferner wurde für die gezeigte Simulation eine weiche Kopplung angenommen.

$$\omega_e = \omega_0 \cdot \sqrt{1 - D^2} \quad (20.5)$$

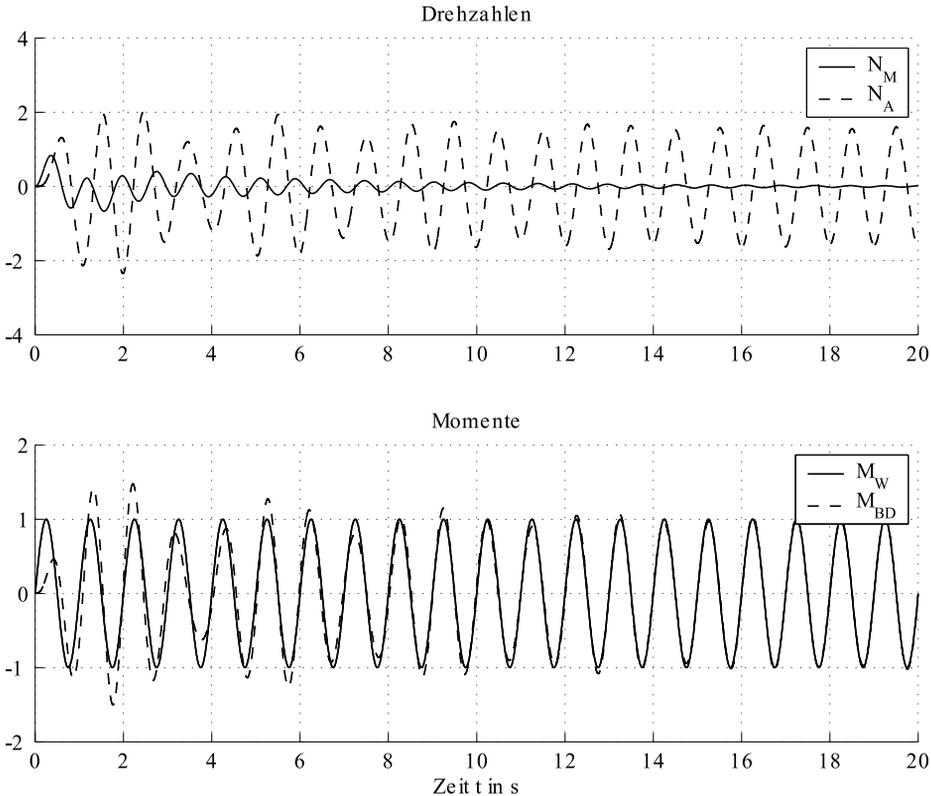


Abb. 20.4: Idealer Dämpfer mit $D = 0$ ($N_M = \dot{\varphi}_M$, $N_A = \dot{\varphi}_A$)

In Abb. 20.5 sind die Drehmoment- und Drehzahlverläufe für nicht ideale Verhältnisse dargestellt ($D = 0,08$). Hier erfolgt keine vollständige Unterdrückung der Schwingungen von $\dot{\varphi}_M$.

Die bisher diskutierte Lösung mittels passivem Dämpfer hat grundsätzlich die folgenden Nachteile. Erstens ist die mechanische Dämpfung d und damit der Dämpfungsfaktor $D = 0$ nie erreichbar, so daß keine vollständige Unterdrückung der Schwingung von $\dot{\varphi}_M$ möglich ist. Zweitens ist der passive Dämpfer durch die Festlegung der Parameter c , d und Θ_A in seinen Daten festgelegt. Wenn sich die anregende Frequenz oder das Systemverhalten ändert, dann verliert der passive Dämpfer umso schneller seine Wirksamkeit, je besser er auf das ursprüngliche Ziel ausgelegt war (siehe auch Anmerkungen zu Abb. 19.13 und 19.15).

Diese Einschränkungen bei passiven Dämpfern haben zu den vielfältigsten Überlegungen zur aktiven Schwingungsdämpfung geführt. Ein erster Ansatz — die direkte Störkompensation — ist, eine Kraft (laterales System) bzw. ein Drehmoment (rotierendes System) — ohne Dämpfersystem — so gegensinnig einzuprägen, daß sie der anregenden Kraft bzw. dem Drehmoment M_W entgegen wirkt und somit die unerwünschte Schwingung gedämpft oder sogar ganz

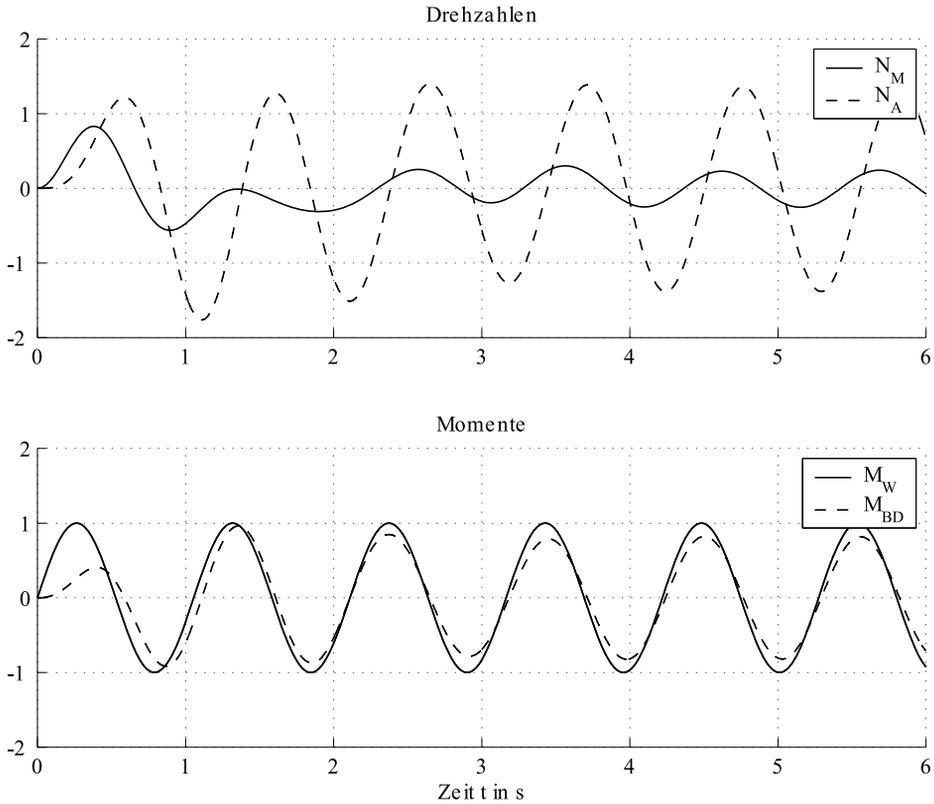


Abb. 20.5: Dämpfer mit $D = 0,08$ ($N_M = \dot{\varphi}_M$, $N_A = \dot{\varphi}_A$)

unterdrückt wird. Dies würde in Abb. 20.2 bedeuten, daß beim aktiven Einprägen der gegensinnigen Kraft bzw. des Drehmoments die Welle entfallen würde und Θ_A z.B. den Rotor einer elektrischen Maschine repräsentiert, auf den das gegensinnige Luftspaltmoment M_{BD} übertragen wird.

Problematisch bei diesem Vorgehen ist, daß das eingeprägte Signal zur Schwingungsdämpfung möglichst exakt gegenphasig sein muß, da bereits geringe Phasenfehler zu einer deutlichen Verschlechterung der Dämpfung führen. Nachteilig ist auch, daß die Kraft bzw. das Drehmoment in voller Höhe aufgebracht werden muß, um eine Schwingungsunterdrückung zu erreichen.

Eine andere Variante ist, ebenso eine Kraft bzw. ein Drehmoment einzuprägen, die aber so gesteuert/geregelt ist, daß der resultierende Dämpfungsfaktor D des Gesamtsystems bestehend aus zu dämpfendem Primärkörper und dem Dämpfersystem erhöht wird und so eine Schwingungsdämpfung erreicht wird.

Generell muß weiterhin unterschieden werden zwischen der Schwingungsdämpfung und der Schwingungsabschirmung. In [997, 1000, 1010, 1011, 1015, 1016] sind die vielfältigen Aspekte ausführlich dargestellt, so daß hier nicht weiter darauf eingegangen werden soll.

Grundsätzlich soll aber noch einmal darauf hingewiesen werden, daß beim idealen passiven Dämpfer ($D = 0$) keine zusätzliche Energie von außen zugeführt werden muß, denn die dämpfende Kraft bzw. das Drehmoment wird durch die Schwingung des Dämpfungskörpers aufgebracht. Demgegenüber benötigt der aktive Dämpfer (ohne Welle) im zweiten Beispiel die volle Energie, um die Gegenkraft bzw. das Gegenmoment aufzubringen. Zu beachten sind auch die Unterschiede bei den dynamischen Einschwingvorgängen, falls eine Änderung des Zustands beim Primärkörper Θ_M auftritt.

Diese grundsätzlichen Überlegungen werden in den folgenden Beiträgen weitergeführt. Wesentlich ist, daß der prinzipielle Ansatz des idealen passiven Dämpfers realisiert wird, indem — im ersten Beispiel — die mechanische Dämpfung d und damit der Dämpfungsfaktor D auf elektronischem Wege zu Null erzwungen wird. Dies bedeutet, die Grundkomponente der Kraft bei lateralen Systemen bzw. des Drehmoments bei rotatorischen Systemen wird vom idealen Feder-Masse-System (idealen passiven Dämpfer) aufgebracht. Es muß nur der Energieeintrag zur Entdämpfung des nichtidealen passiven Dämpfers erfolgen. Dieser patentierte Grundansatz wird danach weiter ausgebaut zu patentierten Dämpfersystemen, deren Dämpfungsfrequenz elektronisch während des Betriebs verstellbar ist, so daß

- mehrere störende Frequenzen mit nur einem Dämpfersystem unterdrückt werden können
- oder sogar ein Frequenzband mit dem Dämpfersystem unterdrückt werden kann
- und eine Schwingungsdämpfung oder -absorption erfolgen kann.

20.2 Local Absorption of Vibrations

Dr. D. Filipović, München

20.2.1 Introduction

In high order multi-mass systems it cannot be expected that the state of the load mass could be controlled efficiently, if there are several elastic mass objects between the actuator and the load mass. Disturbances can excite the natural frequencies (modes) of the mechanical part of the system, thus, undesired vibrations could result. On the other hand, vibrations may appear due to nonlinearities which cannot be compensated efficiently. In these cases it might be more efficient to damp the load mass oscillations locally by means of an additional controlled device, such as a vibration absorber. The application of new solutions for vibration absorbers will be examined in this chapter.

Vibration absorbers have a history of almost a century [993] and the research in the field is still very productive. A common *passive absorber* [999, 1006] is a mass-damper-spring trio, figure 20.6a, which should attenuate the disturbances from the primary system that the absorber is attached to [1014]. The primary system together with the absorber will be called a *combined* or *global* system.

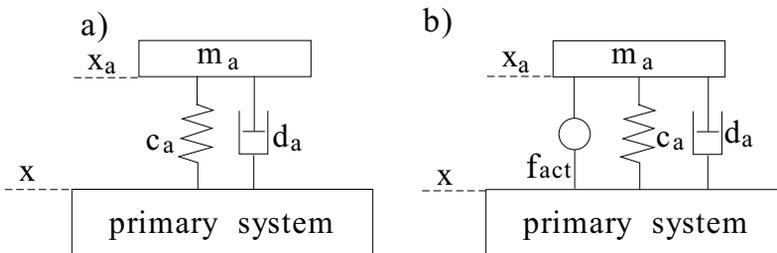


Fig. 20.6: a) *passive absorber*, b) *active absorber*

Further improvements in the absorption are possible with an additional active force (figure 20.6b). Such an active absorber will be controlled with different algorithms to achieve an improvement of the absorption. With advanced control techniques this is becoming an alternative in new fields, like in structural control [1010, 1012], flexible space structures [982], vehicle suspension [996], super-rapid trains [1003], helicopter vibrations [1013] etc.

It should be mentioned that active absorbers versus a direct vibration suppression by solely an active force (or torque in rotational systems) will result in a much lower active power for the actuator.

A very advantageous type of active absorber uses only a force based on a single local feedback signal, thus acting as a separate unit without the necessity to measure all the primary system states (e. g. primary displacements); these active *resonant* absorbers [987, 1009] are able to suppress discrete frequencies very efficiently.

The concept of the *delayed resonator* (DR) has been introduced by Olgac [1009]. A controlled time delay is introduced into the local absorber feedback path in the otherwise passive absorber. Thus, the characteristics of the passive absorber are changed, and it is transformed into an ideal resonator¹ at the desired frequency, which is tunable on-line. Such an ideal resonator can completely absorb vibrations from the point of attachment, provided the combined system is stable. The group of Prof. Olgac analysed the DR with the mass displacement [1009] and acceleration [983] feedback. It has also been shown that with a certain parameter setting the DR behaves even as a double resonance absorber [1008]. The experiments with a piezoelectric actuator have been carried out [983, 1007] which proved the concept. Through the cooperation with the Technical University of Munich the torsional version of the DR has been proposed [985, 991].

The drawback of the delayed resonator, its transcendental characteristic equation, can be avoided inasmuch as the delay element in the feedback is exchanged with a linear filter/compensator. In such a way the ideal resonance can also be generated, but this time from a linear characteristic equation. Hence, this new type of absorber is called the *linear active resonator* (LAR). Since the LAR concept is more feasible, because it is linear, it will be explained here in detail in section 20.2.2.

The position of the vibration absorber in the multi-mass elastic system may be determined according to particular disturbances and the desired local behaviour of the system. This problem is treated thoroughly in section 20.2.3.

Another type of an absorber with a local feedback will be introduced in section 20.2.4, namely, the *bandpass absorber* (BPA). By means of the BPA, vibrations in a certain prescribed frequency *range* can be suppressed, which opposes to the *discrete* notch frequencies of resonant absorbers. The BPA concept will be explained and applied for the lateral vibration suppression of the drive roller in a paperproduction plant as one possible application.

The LAR and BPA concepts are patent pending; please contact the author before commercial use.

20.2.2 Resonant Absorbers: Linear Active Resonator (LAR)

The LAR concept uses for the dynamic feedback either position, speed or acceleration signal of the absorber mass as well as the detected frequency of the vibrations induced in the absorber. The measured signal for the feedback path can be either absolute or relative to the primary structure. An actuator at the output of filtered feedback signal produces the force (the torque in rotational systems) which is impressed upon the absorber mass and the primary structure mass (action equals reaction). Again the transfer function of this feedback path is designed to achieve an ideal resonator at the particular frequency. Therefore the name *Linear Active Resonator* (LAR).

¹The ideal resonator can be represented by a mass-spring system with damping equal to zero.

The coefficients of this transfer function are set in such a way as to produce a designated resonance frequency without damping in the absorber. By applying the feedback force f_a the mass-spring-damper trio mimics a mass-spring resonator with a designated variable frequency.

The actively controlled feedback will as a result suppress vibrations from the primary structure at the designed frequency. The frequency to be absorbed can be tuned in real time according to the monitored frequency.

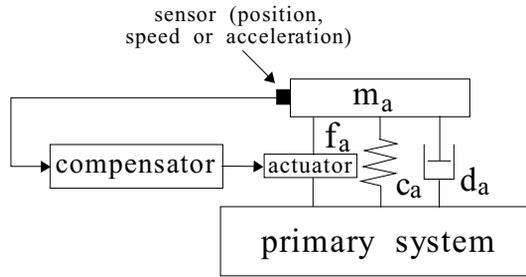


Fig. 20.7: Linear active resonator

20.2.2.1 Design of the LAR

The objective of the LAR is to keep the mass-spring-damper system marginally stable at a particular frequency in the determined frequency range. The dynamics of the absorber is described by the following equation of motion:

$$m_a \ddot{x}_a(t) + d_a \dot{x}_a(t) + c_a x_a(t) + f_a(t) = 0 \tag{20.6}$$

with the absorber mass m_a , spring stiffness c_a , damping d_a , and an additional active feedback force $f_a(t)$. The corresponding characteristic equation in the Laplace domain is:

$$C_a(s) \equiv m_a s^2 + d_a s + c_a + s^p G_a(s) = 0 \tag{20.7}$$

where

$$p = \begin{cases} 0, & \text{for position feedback} \\ 1, & \text{for speed feedback} \\ 2, & \text{for acceleration feedback} \end{cases}$$

The transfer function $G_a(s)$ is chosen to be a linear compensator with at least two linearly independent parameters. Additional parameters are not necessary; however, they can improve absorption and/or stability features.

In order to achieve a general approach, the compensator transfer function is defined as

$$G_a(s) = g \frac{\sum_{i=0}^m s^i T_i^i}{\sum_{j=0}^n s^j T_{m+j}^j} = \frac{N_a(s)}{D_a(s)}, \quad m \leq n \tag{20.8}$$

and the characteristic equation is then

$$\mathcal{C}_a(s) \equiv (m_a s^2 + d_a s + c_a) D_a(s) + s^p N_a(s) = 0 \tag{20.9}$$

The parameters of the compensator are determined as follows. First, the characteristic equation $\mathcal{C}_a(s)$ is resolved into the real and the imaginary part for the pole on the imaginary axis $s = j\omega_c$. The solution of equations $\text{Re}\{\mathcal{C}_a(j\omega_c)\} = 0$ and $\text{Im}\{\mathcal{C}_a(j\omega_c)\} = 0$ give the critical parameters, say g_c and T_{1c} , that would bring the absorber on the stability margin, i. e. that would achieve the ideal resonance at the frequency ω_c .

Table 20.1 shows solutions for a few types of the LAR with the speed feedback ($p = 1$). The feedback gain g is always proportional to the mass m_a , hence we can write

$$g = m_a q \tag{20.10}$$

From the table one can see that the PT₁ compensator brings stability for the frequencies below the natural frequency ω_a , while the DT₁ compensator makes it stable above ω_a . The PI and the lead/lag compensator can be used for any frequency as far as the stability of the LAR is concerned. The latter has one additional parameter, T_2 , so that the third pole and thus the settling time of the absorber can be used as a design parameter as well.

Example 20.1 In all examples in this subsection 20.2.2.1 an absorber with the mass $m_a=1\text{kg}$, the stiffness $c_a=1\text{N/m}$ and the damping $d_a=0.1\text{Ns/m}$ shall be used. As a primary system a simple single-degree-of-freedom (SDOF) system with the mass $m=10\text{kg}$, the stiffness $c=10\text{N/m}$ and the damping $d=20\text{Ns/m}$ shall be used (figure 20.8). Thus, the LAR and the primary system have equal natural frequencies $\omega_a = 1\text{rad/s}$.

Figure 20.9 shows responses with the initial condition, $x_a(0) = 0.1$, imposed on the LAR alone, figure 20.8a. With $g = 0$ this is just a passive absorber, figure 20.9a, and it is asymptotically stable: it is not the ideal resonator at any frequency. The damper with the coefficient d_a dissipates the energy and the response fades out exponentially. Using different linear compensators in the feedback path, the LAR can operate as an ideal resonator at a chosen frequency. The single-frequency LAR is formed using the speed feedback with the lead/lag compensator where the free parameter is set at $T_2=0.1\text{s}$. The feedback parameters are initially set for the frequency $\omega_c=0.8\text{rad/s}$, and at $t=21\text{s}$ they are changed

Tabelle 20.1: Resonator properties with basic speed feedback compensators (index c stands for “critical”)

	$G_a(s)$	compensator parameters	stability condition	poles
PT ₁	$g \frac{1}{1+sT}$	$q_c = (\omega_a^2 - \omega_c^2)T_c + 2\zeta_a\omega_a$ $T_c = \frac{\omega_a^2 - \omega_c^2}{2\zeta_a\omega_a\omega_c^2}$	$\omega_c < \omega_a$	$\pm j\omega_c,$ $-\frac{\omega_a^2}{\omega_c^2 T_c}$
DT ₁	$g \frac{s}{1+sT}$	$q_c = \frac{1}{\omega_c^2} + T_c^2$ $T_c = \frac{2\zeta_a\omega_a}{\omega_c^2 - \omega_a^2}$	$\omega_c > \omega_a$	$\pm j\omega_c,$ $-\frac{\omega_a^2}{\omega_c^2 T_c}$
PI	$g \frac{1+sT}{s}$	$q_c = \omega_a^2 - \omega_c^2$ $T_c = \frac{2\zeta_a\omega_a}{\omega_a^2 - \omega_c^2}$	stable	$\pm j\omega_c$
lead/lag	$g \frac{1+sT_1}{1+sT_2}$	$q_c = (\omega_a^2 - \omega_c^2)T_2 + 2\zeta_a\omega_a$ $T_{1c} = \frac{\omega_c^2 - \omega_a^2 + 2\zeta_a\omega_a\omega_c^2 T_2}{\omega_c^2 q_c}$ T_2 is free parameter	$T_2 > 0$	$\pm j\omega_c,$ $-\frac{\omega_a^2}{\omega_c^2 T_2}$

Notation: critical gain $g_c = m_a q_c$, undamped natural frequency $\omega_a = \sqrt{c_a/m_a}$, damping ratio $\zeta_a = d_a/2\sqrt{m_a c_a}$

for resonance at $\omega_c=1.2\text{rad/s}$ according to the expressions in the last row of table 20.1. The absorber is now the ideal resonator at the desirable frequency. If the frequency of the excitation force changes, the absorber can easily be re-tuned and can suppress vibration energy at that new frequency with the same efficiency.

Simulation responses in figure 20.10 show the absorption in the system from figure 20.8b. Figure 20.10 shows absorber and primary mass displacements for a sinusoidal input force $f = \sin 0.8t$. After $t = 280\text{s}$ the disturbance frequency is changed to 1.2rad/s . With the speed feedback lead/lag LAR the oscillations of the primary mass are completely suppressed, while the vibration energy is

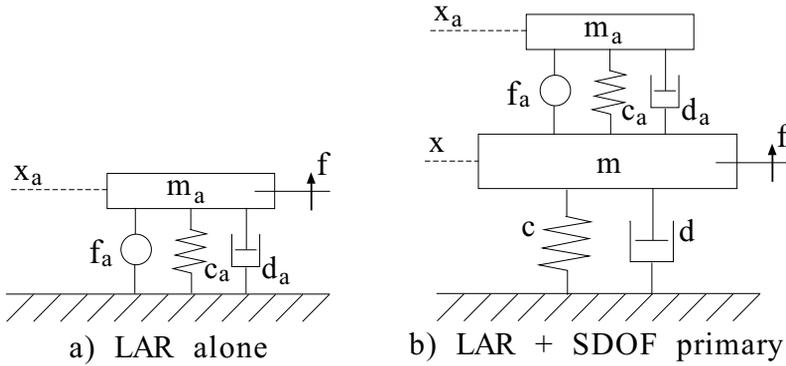


Fig. 20.8: (a) Model of the LAR. (b) Model of the complete system with the LAR attached at the single-degree-of-freedom primary system

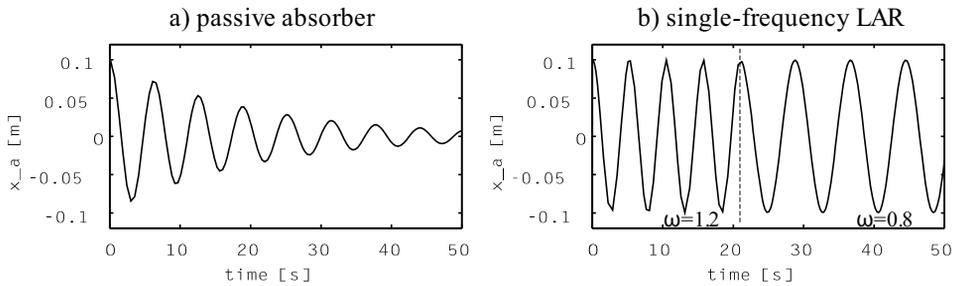


Fig. 20.9: Initial condition responses of the LAR

transferred to the resonator mass. It is assumed that the variation of disturbance frequency is detected instantaneously and that the parameters g and T_1 are changed accordingly.

20.2.2.1.1 Stability Analysis of the Combined System The advantage of this resonant absorber over other active controlled absorbers is that the LAR does not need any information (like the structure, parameters, states, signals) from the primary system for efficient absorption. Only the stability of the global system with the LAR should be proved, which is done off-line for a predetermined frequency range.

The combined system consists of an asymptotically stable primary system and a marginally stable LAR. The global system characteristic equation $\mathcal{C}(s) = 0$ should be asymptotically stable. In general, the stability analysis can be carried out by inspection of the characteristic equation roots: all system poles should have negative real parts.

However, for the system with the single frequency LAR, a more appropriate method is the *D-decomposition* method by which all parameters of the LAR

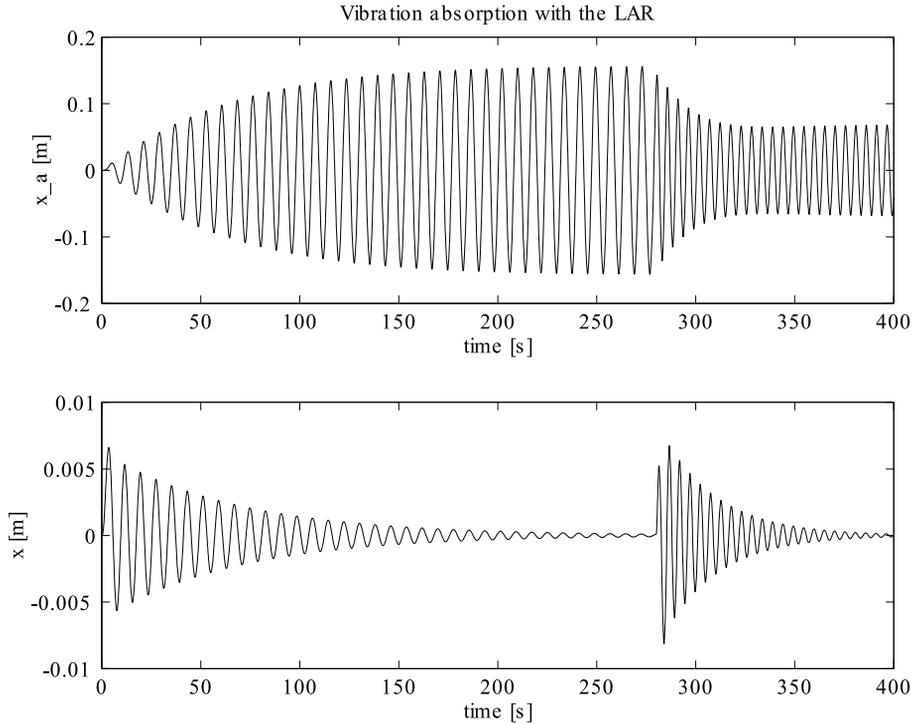


Fig. 20.10: Simulation of the single-frequency LAR at the SDOF primary system

compensator that stabilize the combined system are determined in the parameter space. The method is suitable for two parameters (the parameter plane).

As the starting point we use the continuity property for polynomials [980] which indicates that

for two sets of parameters $\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2$ of the set of polynomials $P(s, H)$ there is at least one continuous path beginning at the roots of the first polynomial $p_1(s, \mathbf{h}_1)$ and ending at the roots of the second polynomial $p_2(s, \mathbf{h}_2)$, as the parameters change from \mathbf{h}_1 to \mathbf{h}_2 .

If that path does not include the stability margin (imaginary axis $j\omega$), both polynomials p_1 and p_2 have the same stability property: they are either both stable or both unstable.

Then we need the direct consequence of the continuity property, *the boundary crossing theorem* for polynomials from [994] repeated in [980]:

Theorem 20.1 boundary crossing *Let $P(s, H)$ be a set of polynomials of the complex variable s and the variable parameters $h_i \in H, i = 1, 2, \dots, m + n$. The set $P(s, H)$ is stable if and only if*

- 1) there exists a stable polynomial $p(s, \mathbf{h}) \in P(s, H)$,
- 2) $j\omega \notin \text{Roots}\{P(s, H)\}$ for all $\omega \geq 0$.

Theorem 20.1 states, when the parameters of the stable polynomial change and the polynomial roots do not cross the imaginary axis, this new polynomial remains stable.

The D-decomposition method applies to two parameters and can be carried out in two steps. First, we have to find the parameters $\mathbf{h}^* = [h_1^* \ h_2^*]$ that lead to the characteristic equation of the k -DOF combined system

$$\mathcal{C}(s) \equiv p(s, \mathbf{h}) = \sum_{i=0}^{n+2k} a_i s^i = 0 \tag{20.11}$$

with a pair of roots on the imaginary axis. The solutions divide the h_1, h_2 -parameter plane in a finite number of regions with the same stability property, or more accurately, with the same number l of unstable roots. If in one region the parameter set \mathbf{h}^0 represents a stable characteristic equation, then the stability is preserved under all continuous variations of \mathbf{h} that do not intersect the curves defined by \mathbf{h}^* . The regions are denoted by $D(l)$ where l is the number of unstable poles. The stable region is therefore $D(0)$.

In the first step we find the parameters \mathbf{h}^* for the marginally stable characteristic polynomial $p(j\omega, \mathbf{h}^*) = 0$ where

$$p(j\omega, \mathbf{h}^*) = \text{Re}\{p(j\omega, \mathbf{h}^*)\} + j \text{Im}\{p(j\omega, \mathbf{h}^*)\} \tag{20.12}$$

Second, the equations $\text{Re}\{p(j\omega, \mathbf{h}^*)\} = 0$ and $\text{Im}\{p(j\omega, \mathbf{h}^*)\} = 0$ should be solved simultaneously for two parameters h_1^* and h_2^* . The parametric plot $h_1^*(\omega), h_2^*(\omega)$ is then plotted in the h_1, h_2 -plane.

This examination gives exact parameters whose variation brings a stable *complex* pole of the combined system onto the stability margin. However, the stability margin can also be crossed by the real pole at $s = 0$ or when the pole goes from $s = -\infty$ to $s = \infty$. These two cases lead to conditions (see equations (20.11) and (20.8)):

$$\text{for } s = 0 \quad : \quad a_0 = 0 \tag{20.13}$$

$$\text{for } s = \infty \quad : \quad a_{n+2d} = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{m+n} = 0 \tag{20.14}$$

and should be checked before concluding the stability issue.

20.2.2.1.2 Degree-of-stability Analysis After discussing the stability analysis, the next question for the practical implementation of the LAR would be: how far away are the poles of the combined system from the stability margin, i.e. what is the largest negative real part of all roots of the characteristic equation

$$\max_{i=1\dots n+2d} (\operatorname{Re} \{s_i\} = -\sigma_i) = -\sigma_0 \tag{20.15}$$

For the characteristic equation $\mathcal{C}(s)$, equation (20.11), we can require a certain stability margin in which the real part $-\sigma_0$ is smaller than a certain $-\sigma^*$. This can be achieved by mapping the half plane $\operatorname{Re} \{s\} < -\sigma^*$ via $s = v - \sigma^*$ onto the left half plane of the new complex variable v , [980]:

$$\mathcal{C}(s) = \mathcal{C}(v - \sigma^*) = \mathcal{C}'(v) \tag{20.16}$$

The necessary and sufficient condition is again that this new shifted equation $\mathcal{C}'(v)$ is stable, which can be solved by using the D-decomposition method.

For $v = j\omega$ we obtain

$$\mathcal{C}'(j\omega) \equiv p(j\omega, \mathbf{h}^*) = \operatorname{Re} \{p(j\omega, \mathbf{h}^*)\} + j \operatorname{Im} \{p(j\omega, \mathbf{h}^*)\} = 0 \tag{20.17}$$

For $\sigma^* = 0$ the solutions are equal to the solutions of the characteristic equation (20.12).

Example 20.2 Results of the stability analysis for the system from figure 20.8b with parameters given in example 20.1 are shown in figure 20.11. The feedback compensator is of a lead/lag type with $T_2=0.1s$.

This combined system is obviously stable, since the operating points g_c, T_{1c} (represented by the curve g_c) are in the stable region $D(0)$. Both feedback parameters change the sign at the frequency $\omega_b = \sqrt{2}$.

By means of shifted polynomials the curves of constant distance σ^* from the stability margin are introduced in the same figure 20.11. As the absorber resonant frequency increases from 0.8rad/s to 1.2rad/s, the poles move away from the imaginary axis and a faster absorption is to be expected. Figure 20.12 is a result of a procedure which calculates all poles for a given frequency range and shows the one closest to the imaginary axis, thus verifying the method of shifted polynomials. The system becomes unstable for frequencies $\omega > 3.013\text{rad/s}$. The different transient times for two different frequencies obtained by simulation in figure 20.10 can be predicted from the stability curve in figure 20.11. The steady state is reached for 0.8rad/s in $t_t = 4/\sigma_0=4/0.0149=268s$, see figure 20.12, and for 1.2 rad/s in 110s.

20.2.2.2 Single-mass Multi-frequency Resonator

With the same LAR concept a multiple frequency suppression can be obtained. By applying the appropriately filtered feedback $f_a(t)$, figure 20.7, the mass-spring-damper system can operate as a multiple mass-spring resonator with

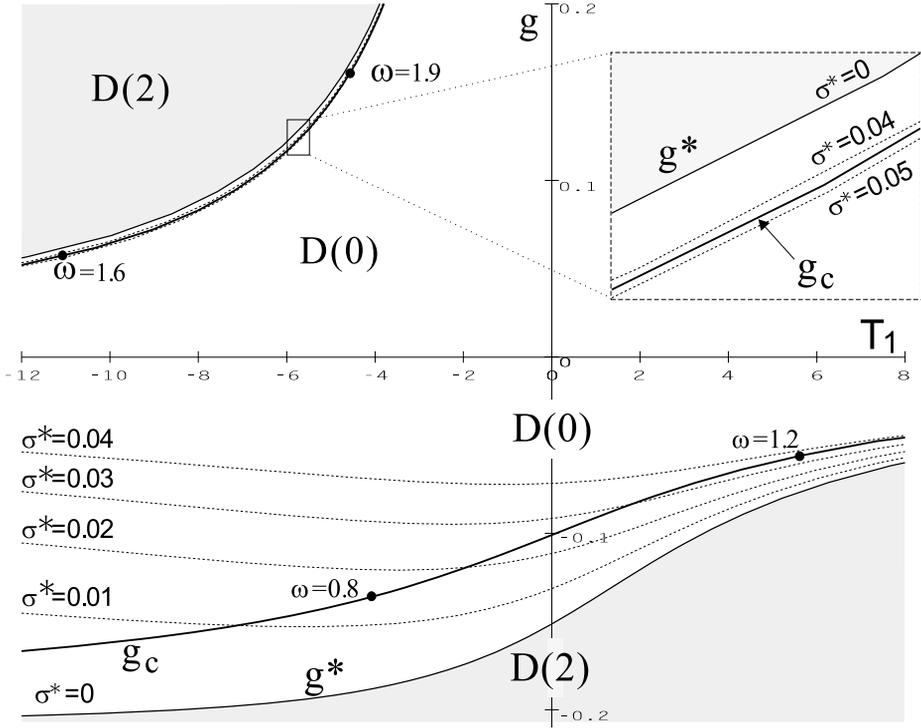


Fig. 20.11: The parameter plane with robust stability margins

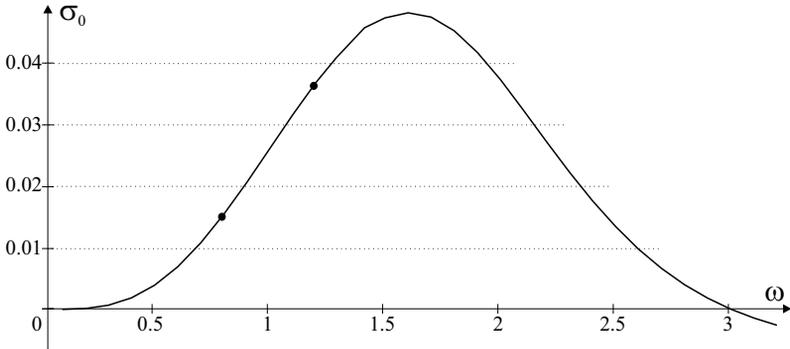


Fig. 20.12: Front running poles that determine the absorption rate

designated tunable resonant frequencies. The same compensator representation given by (20.8) can be applied for the multi-frequency LAR.

Using an appropriate compensator, the characteristic equation of the absorber is linear with as many roots on the imaginary axis as there are frequencies to be absorbed. All remaining roots have to be in the stable left half-plane of the

complex s -plane. If the frequencies $\omega_i, i = 1, 2, \dots, l$ are to be suppressed, the characteristic equation (20.9) should be solved for all $C_a(j\omega_i) = 0, i = 1, 2, \dots, l$ where l is the number of frequencies to be absorbed. These equations resolved in its real and imaginary parts, $\text{Re}\{C_a(j\omega_i)\} = 0$ and $\text{Im}\{C_a(j\omega_i)\} = 0$, should be solved simultaneously for all $i = 1, 2, \dots, l$. This gives the *critical* parameters g_c and T_{ic} of the feedback compensator that forces the absorber to the stability margin for every of these l frequencies. In order to have l independent solutions $s = j\omega_i$, the order of the characteristic equation is at least $2l$ and the number of independent parameters of the feedback compensator should be at least $2l$.

For example, a double-frequency LAR with resonant frequencies ω_1 and ω_2 can be realized using the compensator

$$G_a(s) = g \frac{1 + sT_1 + s^2T_2^2}{1 + sT_3 + s^2T_4^2} \tag{20.18}$$

in the speed feedback. Solving the characteristic equation (20.7) twice, that is $C_a(j\omega_1) = 0$ and $C_a(j\omega_2) = 0$, gives the parameters which always set two pairs of poles on the imaginary axis (T_3 is the free parameter):

$$q_c = 2\zeta_a\omega_a + \omega_a^2T_3 \tag{20.19}$$

$$T_{1c} = \frac{1}{q_c} \left[\left(\frac{\omega_a^2}{\omega_1^2} - 1 \right) \left(\frac{\omega_a^2}{\omega_2^2} - 1 \right) + 2\zeta_a\omega_aT_3 \right] \tag{20.20}$$

$$T_{2c} = \sqrt{\frac{T_3 + 2\zeta_a\omega_aT_{4c}^2}{q_c}} \tag{20.21}$$

$$T_{4c} = \frac{\omega_a}{\omega_1\omega_2} \tag{20.22}$$

It is again $g_c = m_a q_c$. With these critical parameters the poles of the LAR are $s_{1,2} = \pm j\omega_1, s_{3,4} = \pm j\omega_2$.

Figures 20.13a and 20.13b show the double- and the triple-frequency LAR with the appropriate compensators in the feedback path. Thus, by using the LAR concept, with a single mass absorber the multi-resonant absorber is achieved whereby every resonant frequency is tunable on-line.

The stability of the combined system with the multi-frequency LAR can be checked by inspection of its poles. However, for the stability of a double-frequency LAR the D-decomposition method can be used again.

For the stability analysis of the double-frequency LAR the D-decomposition method should be modified. The double-frequency LAR has four parameters which should, with direct application of the parameter space analysis, be shown in a four-dimensional space, which would be difficult. However, if we include the solutions for the parameters \mathbf{h}^* from the LAR design, such as those from equations (20.19-20.22), then instead of the polynomial $p(s, \mathbf{h}^*)$ where $\mathbf{h}^* = [h_1^* \ h_2^* \ h_3^* \ h_4^*]$, we have the polynomial $p(s, \boldsymbol{\omega}^*)$ where $\boldsymbol{\omega}^* = [\omega_1^* \ \omega_2^*]$, since the parameters $h_i, i = 1, 2, 3, 4$ are all functions of ω_1 and ω_2 . Thus, instead of using the *parameter*

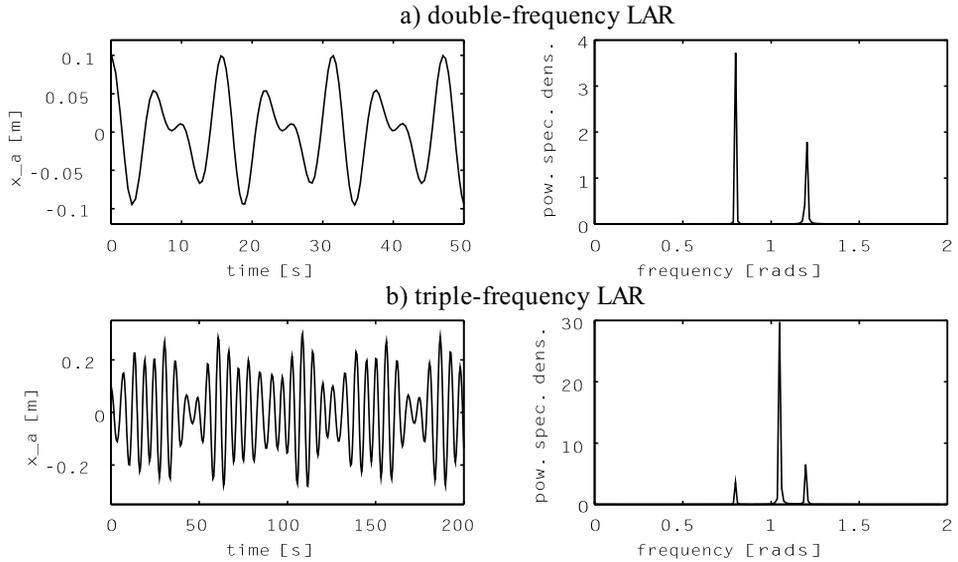


Fig. 20.13: *Initial condition responses of the multiple frequency LAR*

plane as in the case of the single-frequency LAR, we have the *frequency* plane for the case of double-frequency LAR.

Therefore, in the first step we find the frequencies ω^* for the marginally stable characteristic equation $p(j\omega, \omega^*) = 0$ where

$$p(j\omega, \omega^*) = \text{Re} \{p(j\omega, \omega^*)\} + j \text{Im} \{p(j\omega, \omega^*)\}$$

Then, the equations $\text{Re} \{p(j\omega, \omega^*)\} = 0$, $\text{Im} \{p(j\omega, \omega^*)\} = 0$ should be solved simultaneously for two frequencies ω_1^* and ω_2^* . The curves are then plotted in the ω_1, ω_2 -plane.

Example 20.3 Results of the stability analysis for the same system from example 20.1 with a double-frequency LAR are shown in figure 20.14. Stable regions for this system are obtained by solving the D-decomposition problem in ω_1, ω_2 -frequency plane. The graph is always symmetric over the line $\omega_1 = \omega_2$. The robust curves σ^* are also introduced in the graph.

Figure 20.15 depicts the absorption of bitonal vibrations from the primary system, figure 20.8b. The primary mass is subjected to the disturbance force $f = \sin 0.85t + \sin 1.3t$. Using the double-frequency LAR with the compensator designed according to equations (20.19-20.22), both frequencies are completely absorbed. The parameters of the feedback compensator are $g_c = -0.2\text{Ns/m}$, $T_{1c} = -0.7341\text{s}$, $T_{2c}^2 = 0.9095\text{s}^2$, $T_3 = 0.1\text{s}$, $T_{4c}^2 = 0.8190\text{s}^2$. The absorption rate is approximately $t_t \approx 4/\sigma_0 = 4/0.0114 = 350\text{s}$ and reflects the results given by the

stability analysis, point A in figure 20.14.

20.2.2.3 Comments

The presented linear active absorber (LAR) shows a novel solution in the active vibration absorption by utilization of a simple dynamic local feedback signal. This feedback transforms a single degree-of-freedom passive absorber into an ideal resonator at a single or multiple tunable frequencies. The feedback channel uses only one sensor signal, i. e. either position, velocity or acceleration, of the absorber mass. The LAR operates as an autonomous absorber and does not need information from the primary system (its structure, parameters, states). The feedback compensator can include additional parameters which can be used for the real time adjustments of the stable frequency range, or some other property.

In order to achieve a certain vibration suppression efficiency, the absorber dynamics should be known. This also includes the possible *actuator* dynamics, which has been neglected up to now. If the actuator dynamics is included in the absorber characteristic equation from the beginning, the expressions for the tunable feedback parameters will be modified; however, the ideal resonance can still be achieved.

It has been shown in [989, 990] that the same principles from the continuous time analysis can be transposed and used for the discrete resonator design. The stability can be analysed by solving the root set problem using the D-decomposition method. The possible absorption frequency range is $\omega \in [0, \pi/\tau]$, where τ is the sampling time.

Using the discrete resonator design, we can take advantage of the relatively large sampling time and are not forced to have a fast algorithm implemented in the computer interrupt routine. Thus, there is enough time to implement much more complicated control routines and include the on-line frequency measurement and the self-tuning algorithm, as well as to compensate the differences between the real and the model parameters.

The robustness of the LAR concept in the presence of the parameter uncertainty has been treated in [992] and it showed promising results. The parameter perturbations in the primary system are not critical. This result shows the power of the independent design of the LAR from the system the LAR is attached to. Perturbations in the absorber parameters are not critical insofar as the variations can be identified and compensated for by the feedback. If substantial variations could not be compensated, the quality of absorption would not be as efficient, and the combined system could also lose its stability.

Experimental results achieved with a torsional electric drive system have been presented in [986, 988] for the LAR, and in [984, 985] for the DR. Those results fully proved the concepts. They will not be reproduced here in order to keep the text compact.

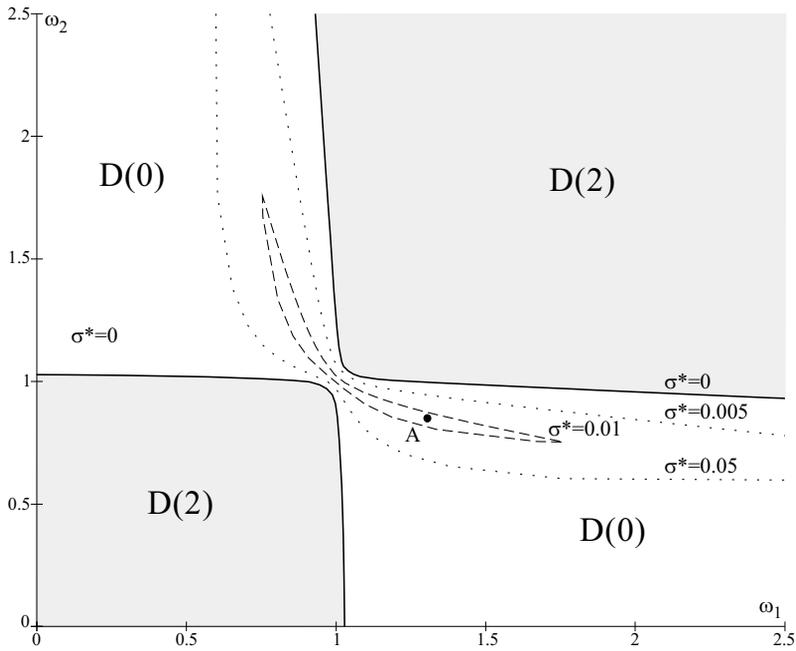


Fig. 20.14: Stability analysis of the system with the double-frequency LAR — D -decomposition in the frequency plane

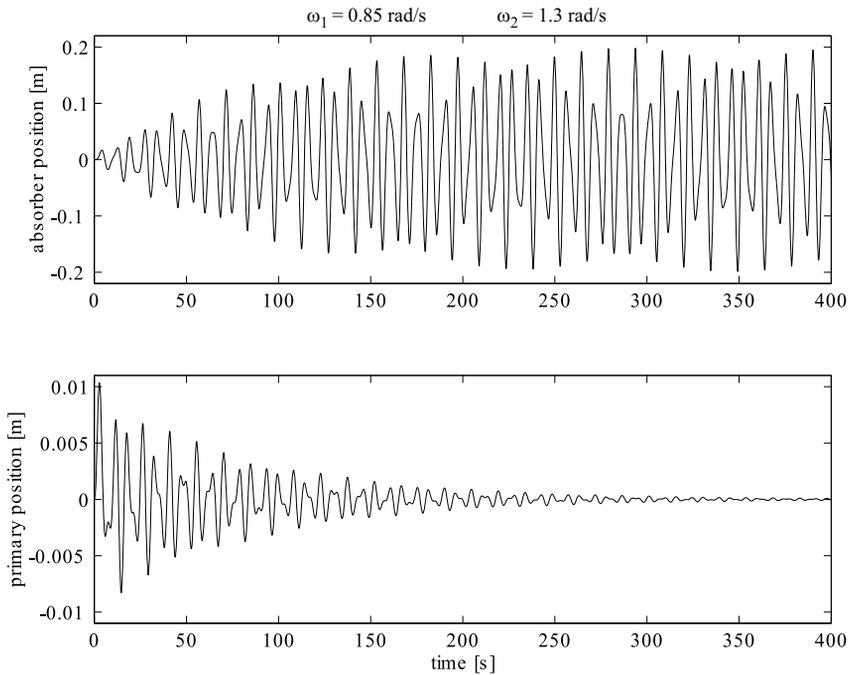


Fig. 20.15: Responses of the system with the double-frequency LAR

20.2.3 Absorbers with Local Feedback in Multi-mass Systems

In this section the guidelines for the absorber positioning in the multi-mass elastic system are sought for. The one-dimensional n -DOF primary system with an active absorber will be considered. We pose the following problem: Suppose that the absorber equipped with a local dynamic feedback is attached at the p -th system mass. Then, if the q -th system mass is acted upon by an external (multi)-harmonic force, the question is, what is its influence on the r -th system mass, and how to minimize that influence by means of a given absorber feedback? An excellent introduction to this section would be [1004, 1005], where the similar analysis has been carried out for passive multi-mass systems.

The solution should determine a necessary parameterisation of the dynamic feedback in order to achieve complete multi-harmonic disturbance suppression from a given point in a multi-mass elastic system. It will be shown that the solution itself holds for active absorbers with a *local* feedback without the necessity for ideal resonance of the absorber. The usual modal analysis cannot be used because the system damping is not assumed to be of the *proportional damping* form [1002].

The derived solution will present an interesting possibility of a *remote* absorption: By means of the resonant absorber concept, it is possible to completely suppress vibrations from the system mass that is further away from the point of the absorber attachment, provided the combined system is stable.

It will also be shown how the concept of the remote multi-frequency LAR can be used to simultaneously suppress vibrations of different frequencies acting on different system masses.

Figure 20.16 shows the general structure of an active absorber that comprises a mass-spring-damper trio and a local feedback. The absorber should be attached to a *primary structure*, i.e. a multi-body system that is acted upon by harmonic forces. For the feedback we do not want to use any information outside the absorber itself, thus making the control completely decoupled from the primary structure. The signal used for the feedback is either a relative or an absolute motion signal and can be either the displacement, velocity or acceleration of the absorber mass.

The dynamics of the absorber is described by the following equation of motion

$$m_a \ddot{x}_a + d_a (\dot{x}_a - \dot{x}_p) + c_a (x_a - x_p) + f_a = 0 \quad (20.23)$$

where f_a is the feedback force.

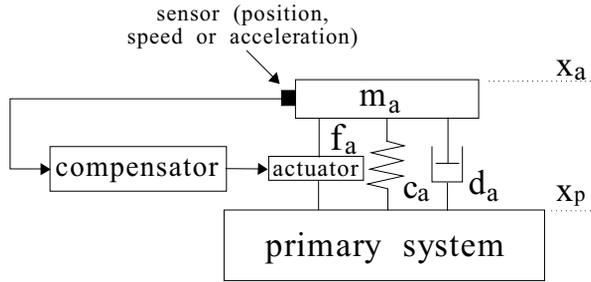


Fig. 20.16: Active absorber with local feedback

The corresponding transfer function is

$$\frac{x_a(s)}{x_p(s)} = \frac{d_a s + c_a + \delta F_a(s)}{m_a s^2 + d_a s + c_a + F_a(s)} = \frac{C_a(s) + \delta F_a(s)}{M_a(s) + F_a(s)} \quad (20.24)$$

Influence of the passive SDOF system is collected in $M_a(s)$ and that of the elastic coupling in $C_a(s)$. The possibility of using the feedback that is dependent upon the signal *relative* to the point of attachment is included by the symbol δ with the meaning

$$\delta = \begin{cases} 0, & \text{absolute signal for the feedback input, either } x_a, \dot{x}_a \text{ or } \ddot{x}_a \\ 1, & \text{relative signal for the feedback input, e. g. } x_a - x_p \end{cases} \quad (20.25)$$

The transfer function of the active feedback is $F_a(s)$:

$$F_a(s) = s^\alpha G_a(s) \quad , \quad \alpha = \begin{cases} 0, & \text{for position feedback} \\ 1, & \text{for speed feedback,} \\ 2, & \text{for acceleration feedback} \end{cases} \quad (20.26)$$

where $G_a(s)$ is a transfer function of the feedback compensator with the actuator dynamics included. At this point it is not of crucial importance, how the transfer function $G_a(s)$ is defined. One should know that it is actually dependent on some compensator parameters $\mathbf{h} = [h_1 \dots h_w]$ and we shall therefore sometimes write $F_a(s, \mathbf{h})$.

For the single frequency resonator the objective is to choose parameters \mathbf{h} for a given transfer function structure $F_a(s, \mathbf{h})$ such that the absorber becomes marginally stable — an ideal resonator — for a predetermined resonance frequency ω_c . This can be achieved by solving the characteristic equation

$$C_a(s) \equiv M_a(s) + F_a(s) = 0 \quad (20.27)$$

for the marginally stable pole $s = j\omega_c$. This is a complex-valued equation that

should be solved separately for the real and the imaginary part:

$$\operatorname{Re} \{C_a(j\omega_c)\} = 0, \quad \operatorname{Im} \{C_a(j\omega_c)\} = 0 \quad (20.28)$$

These two real-valued equations have a unique solution \mathbf{h}_c if the feedback compensator has two independent parameters $\mathbf{h}_c = [h_{1c} \ h_{2c}]$. The solution \mathbf{h}_c is actually frequency dependent and can be represented in the h_1, h_2 -parameter plane by the parametric curve $h_{1c}(\omega_c), h_{2c}(\omega_c)$ — as already explained in section 20.2.2 dealing with the LAR.

If the feedback compensator is chosen to produce the force $f_a(t) = g x_a(t - \tau)$ with parameters $\mathbf{h} = [g \ \tau]$, the absorber is called the *delayed resonator* (DR), [1009]. If $G_a(s) = g(1 + sT_1)/(1 + sT_2)$ where $\mathbf{h} = [g \ T_1]$ and T_2 is a free parameter, it is the single-frequency LAR from chapter 20.2.2. For a double-frequency LAR the characteristic equation should be satisfied for two marginally stable roots, i. e. $C_a(j\omega_{1c}) = 0$ and $C_a(j\omega_{2c}) = 0$. This gives four real-valued equations that can be solved for four independent compensator parameters $\mathbf{h}_c = [h_{1c} \ h_{2c} \ h_{3c} \ h_{4c}]$.

If an ideal resonator tuned to the frequency ω is attached to the oscillating mass that is acted upon by a harmonic force at the same frequency, the resonator absorbs all vibrating energy and the primary mass is brought to a standstill in steady state. This is due to the fact that the poles of the absorber, i.e. the roots of $C_a(s) = M_a(s) + F_a(s) = 0$, become zeros of the combined system. Hence, the global transfer function of the combined system becomes zero at that frequency. This is at least so until we introduce a *remote absorber*, when we shall have to answer, what the absorber really is.

A one-dimensional n -degree-of-freedom (n -DOF) system with the absorber is depicted in figure 20.17. Elastic couplings C_i between masses m_i comprise a spring and a damper. If one end of the system is free, then $C_0 = 0$. It is assumed, that the absorber is attached to the mass m_p and that the source of harmonic vibrations is at the mass m_q .

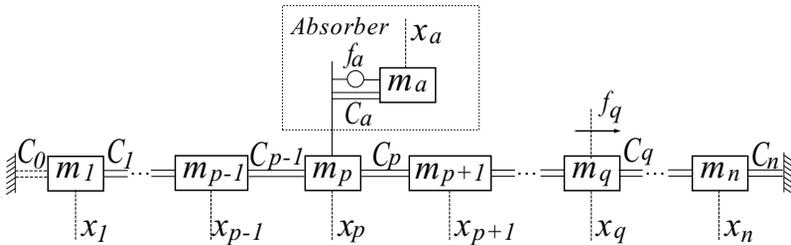


Fig. 20.17: Multiple degree-of-freedom system with the vibration absorber

20.2.3.1 Analysis of the Primary System

The analysis of the primary system alone is restricted to notions needed for later analysis of the combined system with an active absorber.

The equation of motion of the n -DOF system alone without an absorber can be written as

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{D} \dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C} \mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(t) \tag{20.29}$$

where \mathbf{M} , \mathbf{D} , \mathbf{C} are $(n \times n)$ mass, damping, and stiffness matrices and \mathbf{x} , \mathbf{f} are $(n \times 1)$ position and disturbance vectors, [1002]. These equations will be represented in the Laplace domain as follows

$$\mathbf{B}(s) \mathbf{x}(s) = \mathbf{f}(s) \tag{20.30}$$

where (the dependence upon the complex variable s will be omitted)

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} M_1 & -C_1 & & & 0 \\ -C_1 & M_2 & -C_2 & & \\ & -C_2 & \ddots & \ddots & \\ & & \ddots & M_{n-1} & -C_{n-1} \\ 0 & & & -C_{n-1} & M_n \end{bmatrix}, \tag{20.31}$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ f_q \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \leftarrow \text{row } q \tag{20.32}$$

and

$$C_i = d_i s + c_i \quad , \quad i = 0, 1, \dots, n$$

$$M_i = m_i s^2 + C_i + C_{i-1} \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n$$

The system matrix \mathbf{B} is tridiagonal: the matrix elements on the main diagonal $b_{ii}=M_i$ represent SDOF systems — the mass with its connections to other masses — and other elements b_{ij} represent only an elastic coupling between masses m_i and m_j .

The solution for the displacement of the particular mass m_r can be, in general, found using the Cramer’s rule:

$$x_r = \frac{\det \mathbf{B}_r}{\det \mathbf{B}} = \frac{B_r}{B} \tag{20.33}$$

where B_r represents the determinant obtained from the matrix \mathbf{B} by replacing the r -th column of \mathbf{B} by the vector \mathbf{f} . This solution can be further factorized. After substitution of the r -th column of \mathbf{B} by the vector \mathbf{f} , the determinant B_r is easily expandable by the column r and it is

$$B_r = B_{rq} f_q, \tag{20.34}$$

If there are more sources of vibration then it is

$$x_r = \frac{1}{B} \sum_{i=1}^n B_{ri} f_i \quad , \quad r = 1, \dots, n \tag{20.41}$$

For the interpretation of the solution (20.40) we shall examine the case $r < q$, i. e. $B_{rq}(s) = B_1^{r-1}(s) \Pi_r^{q-1}(s) B_{q+1}^n(s)$. If the subsystem comprising masses m_1 to m_{r-1} , and represented by B_1^{r-1} , has very low damping, the whole B_{rq} will be close to zero for the natural frequencies of that subsystem B_1^{r-1} , and it will be a good absorber at those lightly damped fixed frequencies ω_i . Thus, if $B_1^{r-1}(j\omega_i) \approx 0$ (and therefore $B_{rq} \approx 0$) then $x_r \approx 0$ independently of the disturbance source position q . This is in accordance with [1005].

On the other hand, if $B_{q+1}^n(s) \approx 0$ for some other frequencies ω_j , then this subsystem comprising masses m_{q+1} to m_n is a good absorber for ω_j . Therefore, the disturbances at frequencies ω_j are absorbed by that subsystem directly from the source and they are not spread to the rest of the system. Hence, $x_r \approx 0$ for all $r \leq q$. This also corresponds to the analysis in [1005].

The factor $\Pi_r^{q-1}(s)$ gives only negative real (stable) transmission zeros. Hence, they are not important for further analysis.

20.2.3.2 Combined System with the Absorber

The results given further do not depend upon the actual method used for the resonance generation; be it a LAR or a DR, be it single- or multi-frequency.

The combined system with the absorber included is extended to $(n + 1)$ -DOF system

$$\mathbf{A} \mathbf{x}^* = \mathbf{f}^* \tag{20.42}$$

where

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} & & & \vdots & 0 \\ & & & \vdots & \vdots \\ & & \mathbf{B} + \tilde{\mathbf{A}} & \vdots & -C_a - F_a \\ & & & \vdots & \vdots \\ & & & \vdots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & -C_a - \delta F_a & \dots & 0 & \vdots & M_a + F_a \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow \text{row } p \\ \\ \\ \leftarrow \text{row } a \end{matrix} \tag{20.43}$$

\uparrow
column p

\uparrow
column a

$$\mathbf{x}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \dots \\ x_a \end{bmatrix} \quad , \quad \mathbf{f}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} \tag{20.44}$$

and

$$\tilde{a}_{ij} = \begin{cases} C_a + \delta F_a, & \text{for } i = j = p, \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$C_a = d_a s + c_a, \quad M_a = m_a s^2 + C_a$$

The form of the matrix \mathbf{A} reflects our intention to only allow the absorber motion (state) signals to be used for the feedback, thus making the vibration absorption control completely decoupled from the primary system.

The new row and column in the matrix \mathbf{A} do not have to be added as $(n+1)$ th row and column in the system matrix; in fact, they can be at any other position. Therefore we shall call it the row a and the column a .

The solution for the displacement of the particular mass m_r can be found using the same methodology as before for the primary system alone:

$$x_r = \frac{\det \mathbf{A}_r}{\det \mathbf{A}} = \frac{A_r}{A} = \frac{A_{rq}}{A} f_q \tag{20.45}$$

In order to achieve complete absorption at the frequency ω , it should be $x_r(j\omega) = 0$, hence $A_{rq}(j\omega) = 0$. If A_{rq} can be factored, it suffices to find the factor that depends upon the feedback compensator $F_a(s)$ and choose the parameters of the compensator such that this factor equals zero for the given frequency.

The similar derivation procedure holds for A_{rq} as before for B_{rq} . With a preliminary assumption that $1 < r < p$, as shown in figure 20.17, (due to symmetry, the case $p < r < n$ can be examined by analogy) it is:

$$A_{rq} = A_{\binom{m-1}{1}} \cdot C_m \cdot \dots \cdot C_{m-1} \cdot A_{\binom{n,a}{m+1}} \quad \text{for } 1 < (r, p) < n \tag{20.46}$$

where $A_{\binom{v,a}{u}}$ is the extension of $A_{\binom{v}{u}}$ by a -th row and a -th column:

$$A_{\binom{v,a}{u}} = \begin{vmatrix} a_{uu} & \cdots & a_{uv} & a_{ua} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{vu} & \cdots & a_{vv} & a_{va} \\ a_{au} & \cdots & a_{av} & a_{aa} \end{vmatrix} \tag{20.47}$$

For $p \leq q < n$ the determinant $A_{\binom{n,a}{m+1}}$ decomposes further into two parts:

$$A_{\binom{n,a}{m+1}} = A_{\binom{n}{m+1}} \cdot (M_a + F_a), \quad \text{for } p \leq q < n \tag{20.48}$$

We introduce the following extension of the definition domain

$$A_u^v = \begin{cases} 1, & u > v \\ A_{\binom{v}{u}}, & u \leq v \end{cases}, \quad A_u^{v,a} = \begin{cases} 1, & u > v \\ A_{\binom{v,a}{u}}, & u \leq v \end{cases} \tag{20.49}$$

It is furthermore obvious that $A_u^v = B_u^v$ since it does not depend on absorber parameters. The determinant $A_u^{v,a}$ can be represented by the elements of the

primary matrix \mathbf{B} using the theorem for the edged determinant [981]:

$$A_u^{v,a}(s) = (M_a + F_a)B_u^v + (M_a - C_a)(C_a + \delta F_a)B_u^{p-1}B_{p+1}^v \quad (20.50)$$

However, it is not factorizable. Using the same procedure given by (20.46) and (20.48), for all possible p 's, q 's and r 's the complete solution for the problem (20.42) — our main goal — is derived:

$$x_r = \frac{A_{rq}}{A} f_q \quad , \quad r = 1, \dots, n \quad (20.51)$$

$$A_{rq} = \begin{cases} B_1^{m-1} \Pi_m^{\overline{m-1}} A_{\overline{m+1}}^{n,a} & , \quad q < p \text{ and } r < p & \text{(a)} \\ B_{rq} (M_a + F_a) & , \quad r \leq p \leq q \text{ or } q \leq p \leq r & \text{(b)} \\ A_1^{m-1,a} \Pi_m^{\overline{m-1}} B_{\overline{m+1}}^n & , \quad q > p \text{ and } r > p & \text{(c)} \end{cases} \quad (20.52)$$

It is again $A_{rq} = A_{qr}$. For the sake of completion we give the solution for the displacement of the absorber mass:

$$x_a = \frac{A_{aq}}{A} f_q \quad , \quad A_{aq} = (C_a + \delta F_a) B_{rq}|_{r=p} \quad (20.53)$$

If there are more sources of vibration then it is

$$x_r = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^n A_{ri} f_i \quad , \quad r = 1, \dots, n, a \quad (20.54)$$

This solution is valid for any active feedback that uses an absolute or relative state signal of the absorber only, be it an ideal resonator or not. However, our goal is to achieve perfect absorption at particular frequencies using these solutions.

Let us examine the consequences of the solution (20.51,20.52) keeping in mind figure 20.17 where $p < q$ (in this case (20.52a) does not apply):

- a. Solutions for $x_r, r \leq p$ according to (20.52b) all contain factor $(M_a(s) + F_a(s, \mathbf{h}))$ that equals the characteristic equation of the absorber alone, equation (20.27). It clearly shows that the poles of the absorber become the zeros of the combined system. Hence, if this equation is solved for \mathbf{h} , given the frequency ω_c ,

$$M_a(j\omega_c) + F_a(j\omega_c, \mathbf{h}_c) = 0 \quad (20.55)$$

as already done in section 20.2.2.1 for the LAR, all vibration energy that comes from the force f_q to the mass m_p will be absorbed by the resonator at m_p and no energy at this frequency is transmitted to any of $m_r, r \leq p$. This situation is depicted in figure 20.18a where the „bold“ masses represent the masses brought to a standstill. Such an absorber forms a ‘screen’ that protects all masses ‘behind’ it from disturbances coming from the opposite side. Furthermore, once the feedback parameters \mathbf{h} in $F_a(s, \mathbf{h})$ are set

according to (20.55) the solutions for other m_i , $i > p$ are given by equation (20.52c). These solutions differ from zero, $A_1^{i-1,a}(j\omega_c, \mathbf{h}_c) \neq 0$, once (20.55) is satisfied. Therefore, these masses continue to vibrate, however, with smaller amplitude since a part of vibrating energy is absorbed by the resonator.

- b. If we want to bring any mass between the mass m_p and the mass m_q to a standstill, i. e. any mass m_r , $p < r < q$, equation (20.52c) has to be used and solved for

$$A_1^{r-1,a}(j\omega_c, \mathbf{h}_c) = 0 \quad (20.56)$$

This solution includes all masses m_i , $i = 1, \dots, r-1$ and the absorber mass m_a . It can be said that this absorber, or this ideal resonator, comprise all these masses m_i , $i = 1, \dots, r-1, a$ and the r -mass resonator that is so formed were attached to the mass m_r , see figure 20.18b. From the point of view of the elementary single-mass absorber, it absorbs the vibrational energy not from the point of attachment m_p , but from a *remote* point, and thus the *remote absorption* is introduced. In this case, provided equation (20.56) holds, the mass m_r is the only one motionless system mass in the steady state since $A_{iq}(j\omega_c, \mathbf{h}_c) \neq 0$ for all $i \neq r$.

- c. Solutions for x_r , $r \geq q$ all contain the same factor $A_1^{q-1,a}$, equation (20.52c), which does not depend upon the mass m_r . Solving

$$A_1^{q-1,a}(j\omega_c, \mathbf{h}_c) = 0 \quad (20.57)$$

makes the remote absorber that includes masses m_i , $i = 1, \dots, q-1, a$, attached at the mass m_q , and the vibrational energy is therefore absorbed *at the source*. Thus, all masses m_i , $i \geq q$ are brought to a standstill, figure 20.18c. Other masses m_r , $r = 1, \dots, q-1, a$ serve as parts of the remote absorber and hence they vibrate.

- d. If $q = p$, the elementary absorber absorbs vibrations directly at the source, and equation (20.52b) holds for each mass in the primary system. If the condition (20.55) is satisfied, all vibrational energy at frequency ω_c is taken over by the elementary absorber, and all primary masses m_r , $r = 1, \dots, n$ are motionless in the steady state. This is the most desirable case.

REMARK:

Since A_{aq} includes B_{pq} , equation (20.53), the controllability of x_a can be lost if $B_{pq}(j\omega_c) = 0$. However, this is not necessarily a drawback for the purpose of vibration absorption from the point of attachment, because in that case the absorber does not have to suppress the vibration energy which has already been absorbed by the part of the primary system, be it as the result of either $B_1^{p-1}(j\omega_c) = 0$ or $B_{q+1}^n(j\omega_c) = 0$; see the discussion of the solution (20.40) for the primary system alone. However, the remote absorption is not possible since

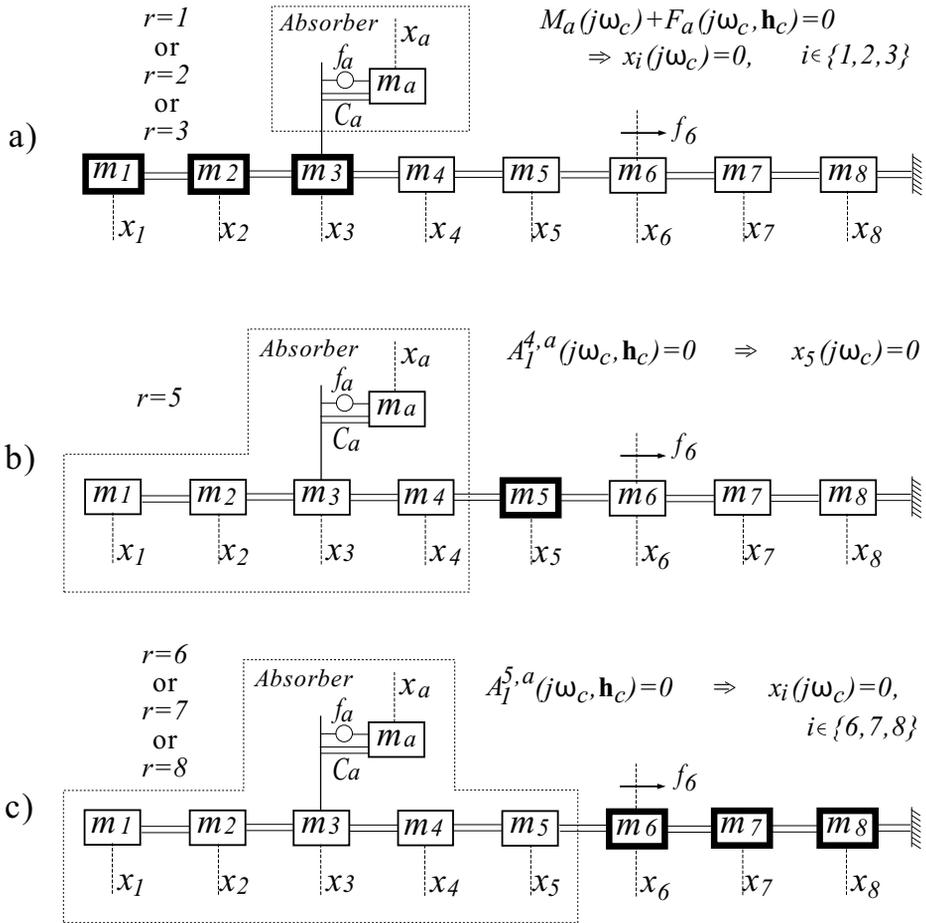


Fig. 20.18: Explanation of some absorption possibilities, $n=8, p=3, q=6$

$x_a(j\omega_c) = 0.$

Taking into consideration the discussion given in **a-d**, a general strategy for the positioning of the absorber in a one-dimensional multi-mass system can be summarized:

- i. Attach the vibration absorber to the *source* of vibrations, if possible. This is the best solution, since the vibrations are not spread to other parts of the system and all the vibration energy is absorbed directly at the source.
- ii. If the absorber cannot be attached to the source of vibrations, it should be attached as close as possible to the source, in order to localize the influence of vibrations. The part of the system ‘behind’ the absorber, looking from the source of vibrations, will be freed from harmonic disturbances.

- iii.* When the source of vibrations cannot be localized, or there is more than one source, the absorber should be attached to the point that is very important for a particular case and that should stay vibrationless for all operating conditions.
- iv.* The last and the most demanding solution is the *remote* absorption, which can be applied if the point to be freed from vibrations cannot be reached (the absorber cannot be attached to that point) and that point is closer to the source of vibrations than the absorber is. In that case the absorber comprises a part of the primary system including the absorber mass. The expression for building an ideal resonator from the multi-mass subsystem can be rather complex and therefore a narrower stability range should be expected.

20.2.3.2.1 Stability Analysis of the Multi-mass System The examinations given earlier in the section only make sense if the combined system is stable. The stability of the system is dependent on the roots of the system characteristic equation that is given by the denominator of the solution (20.51):

$$A(s) = \sum_{i=0}^{2(n+1)+k} a_i s^i = 0 \quad (20.58)$$

Equation (20.58) is the polynomial of the order $2(n+1)+k$ where k is the order of the denominator of $F_a(s)$. It can be represented by the elements of the primary system matrix \mathbf{B} by putting $A_u^{v,a} = A_1^{n,a} = A$ in (20.50):

$$A(s) = (M_a + F_a)B + (M_a - C_a)(C_a + \delta F_a)B_1^{p-1}B_{p+1}^n \quad (20.59)$$

but it cannot be factorized.

In general, the stability analysis can be carried out by inspection of the characteristic equation roots: all system poles should have negative real parts. For single- and double-frequency absorption we shall again use the D-decomposition method which gives all stabilizable parameters of the feedback compensator in the parameter space. For the marginal stability of the combined system with the single frequency resonator with parameters \mathbf{h} , the characteristic equation

$$\mathcal{C}(s) \equiv A(j\omega, \mathbf{h}^*) = \operatorname{Re} \{p(j\omega, \mathbf{h}^*)\} + j \operatorname{Im} \{p(j\omega, \mathbf{h}^*)\} = 0 \quad (20.60)$$

should be satisfied for two parameters $\mathbf{h}^* = [h_1^*, h_2^*]$. For the double-frequency

LAR the characteristic equation

$$\mathcal{C}(j\omega, \omega^*) = A(j\omega, \omega^*) = \operatorname{Re} \{A(j\omega, \omega^*)\} + j \operatorname{Im} \{A(j\omega, \omega^*)\} = 0 \quad (20.61)$$

should be satisfied for two frequencies $\omega^* = [\omega_1^*, \omega_2^*]$.

For the robust stability analysis, the shifted characteristic equation can be used again by mapping the half plane $\operatorname{Re} \{s\} < -\sigma^*$ via $s = v - \sigma^*$ onto the left half plane of the new complex variable v :

$$\mathcal{C}(s) = \mathcal{C}(v - \sigma^*) = \mathcal{C}'(v) \quad (20.62)$$

Further procedure for the D-decomposition method does not differ from the procedure given in the previous section for the LAR stability analysis.

20.2.3.3 Related Problems

The solution (20.51,20.52) has been derived for the case when external disturbances act on the system. However, two related problems, vibration isolation and excitation from the system support, can also be solved by rearranging the same solution. For these two related problems a similar discussion **a-d** and the general strategy *i-iv* hold.

20.2.3.3.1 Vibration Isolation The force transmitted to the support is the sum of the elastic spring force $c_n x_n(t)$ and the damping force $d_n \dot{x}_n(t)$. Thus, the transmitted force is given in the Laplace domain with

$$f_{tr}(s) = C_n(s)x_n(s) \quad (20.63)$$

The transmitted force for the primary system alone we derive from (20.40) for $\underline{m} = q$ and $\overline{m} = r = n$:

$$f_{tr} = C_n x_n = \frac{B_1^{q-1} \Pi_q^n}{B} f_q \quad (20.64)$$

The transmitted force in the system comprising an active absorber with the local feedback can be derived from (20.51,20.52):

$$f_{tr} = \frac{A'_{qn}}{A} f_q \quad , \quad A'_{qn} = \begin{cases} B_1^{q-1} \Pi_q^n (M_a + F_a) \quad , & q \leq p \quad \text{(a)} \\ A_1^{q-1,a} \Pi_q^n \quad , & q > p \quad \text{(b)} \end{cases} \quad (20.65)$$

Using the concept of resonant absorbers, this transmitted force can be brought to zero for (multi-)harmonic excitation. For tonal frequency, equation (20.55) should be satisfied if $q \leq p$, and equation (20.57) if $q > p$.

20.2.3.3.2 *Support Excitation* Excitation x_g of the support, figure 20.19a, changes the equation of motion for the n -th mass such that the influence of elastic coupling C_n becomes $C_n(s)(x_n(s) - x_g(s))$ and the equation of motion (see the last row in (20.31)) can be written as

$$-C_{n-1} x_{n-1} + M_n x_n = C_n x_g \tag{20.66}$$

which is equivalent to the external excitation $f_n = C_n x_g$ with motionless support, figure 20.19b, and this problem has already been solved. It is $\underline{m} = r$ and $\overline{m} = q = n$. The solution (20.40) for the primary system alone becomes

$$x_r = \frac{B_{rn}}{B} C_n x_g = \frac{B_1^{r-1} \Pi_r^n}{B} x_g \quad , \quad r = 1, \dots, n \tag{20.67}$$

and the solution for the combined system with the absorber using (20.51,20.52) becomes

$$x_r = \frac{A''_{rn}}{A} x_g \quad , \quad A''_{rn} = \begin{cases} B_1^{r-1} \Pi_r^n (M_a + F_a) \quad , & r \leq p \\ A_1^{r-1,a} \Pi_r^n \quad , & r > p \end{cases} \tag{20.68}$$

The interpretation **a-d** of solution (20.51,20.52) is valid for equation (20.68), insofar as $q = n$. Of course, it would make sense to attach the absorber directly to the mass m_n (thus $p = n$) not to excite the rest of the system by building a remote absorber.

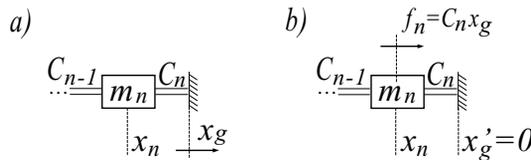


Fig. 20.19: *Equivalence between a) the support excitation x_g , and b) the external excitation f_n*

20.2.3.4 Verification of Results

The solution (20.51,20.52) will be verified by simulation of the two-mass primary system with a resonant absorber. The first example validates the direct and the remote absorption with a single-frequency LAR. The second example shows the simultaneous vibration absorption caused by two harmonic disturbances having different frequencies and acting on different primary masses. A double-frequency LAR should be designed to absorb these disturbances directly at their respective source.

Example 20.4 Results derived in section 20.2.3.2 will be verified on the two-mass primary system with the absorber attached at the mass m_1 , figure 20.20. For this system we have $n = 2, p = 1, (q, r) \in \{1, 2\}$.

The complete solution for primary mass displacements using (20.51,20.52) is given by:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{A} \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \end{bmatrix} \tag{20.69}$$

where

$$\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_2(M_a + F_a) & C_1(M_a + F_a) \\ C_1(M_a + F_a) & M_1(M_a + F_a) + (M_a - C_a)(C_a + \delta F_a) \end{bmatrix}$$

and

$$A = (M_1 M_2 - C_1^2)(M_a + F_a) + M_2(M_a - C_a)(C_a + \delta F_a) \tag{20.70}$$

Thus, putting $M_a(j\omega_c) + F_a(j\omega_c, \mathbf{h}_c) = 0$ gives $A_{11}(j\omega_c) = A_{12}(j\omega_c) = A_{21}(j\omega_c) = 0$. Hence, the mass m_1 is motionless independently of where the source of harmonic disturbance is. Also, if the disturbance acts on the mass m_1 then both masses are brought to a standstill. In order to suppress vibrations at the source when the mass m_2 is acted upon by the harmonic disturbance f_2 , the remote absorber that consists of M_a and M_1 is to be built by solving $A_{22}(j\omega_c, \mathbf{h}_c) = 0$.

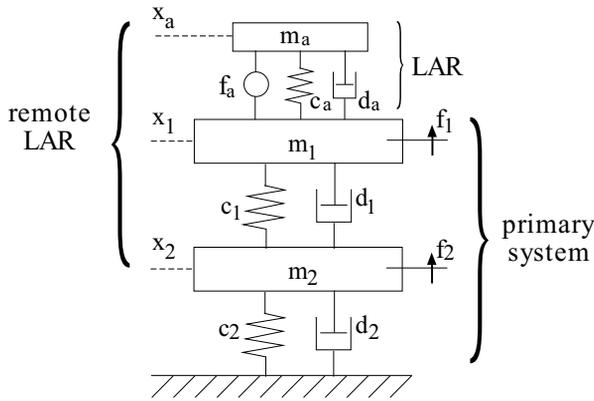


Fig. 20.20: Double-DOF system with an active absorber

Assume following primary system parameters:

$$m_1 = 4\text{kg}, \quad d_1 = 5\text{Ns/m}, \quad c_1 = 100\text{N/m}$$

$$m_2 = 2\text{kg}, \quad d_2 = 5\text{Ns/m}, \quad c_2 = 50\text{N/m}$$

with absorber parameters

$$m_a = 1\text{kg}, \quad d_a = 0.3\text{Ns/m}, \quad c_a = 10\text{N/m}$$

The combined system has natural frequencies $\omega_{1n} = 2.21\text{rad/s}$ (with damping ratio $\zeta_1 = 8.3\%$), $\omega_{2n} = 3.70\text{rad/s}$, ($\zeta_2 = 8.2\%$), $\omega_{3n} = 9.67\text{rad/s}$, ($\zeta_3 = 29.2\%$).

The absorber *absolute speed* signal is used for the feedback, i. e. $\delta=0$, $F_a(s) = s G_a(s)$, and the feedback compensator is of the type

$$G_a(s) = g \frac{1 + sT_1}{1 + sT_2} \tag{20.71}$$

where T_2 is a free parameter set to $T_2 = 0.1\text{s}$.

Let us first check the stability range and the degree of stability for the combined system. The stability analysis is carried out using the D-decomposition method in the g, T_1 -plane of parameters. This is achieved by solving the characteristic equation of the combined system

$$\mathcal{C}(j\omega, \mathbf{h}^*) \equiv A(j\omega, \mathbf{h}^*) = 0 \tag{20.72}$$

for $\mathbf{h}^* = [g^*, T_1^*]$, i. e. for $g^*(\omega)$ and $T_1^*(\omega)$. In order to get the degree-of-stability curves, the shifted characteristic equation should be solved for different σ^*

$$\mathcal{C}'(j\omega, \mathbf{h}', \sigma^*) \equiv A(-\sigma^* + j\omega, g', T_1') = 0 \tag{20.73}$$

All these curves are shown in figure 20.21. The region $D(0)$ is the stable region. The positive gains g should be avoided, since a small change in parameter g or T_1 could bring the system into the unstable region, as evident from the figure.

The LAR operating points g_c and T_{1c} are calculated by solving

$$M_a(j\omega_c) + F_a(j\omega_c, g_c, T_{1c}) = 0 \tag{20.74}$$

which gives

$$g_c = (m_a\omega_c^2 - c_a) T_2 - d_a \tag{20.75}$$

$$T_{1c} = \frac{c_a - m_a\omega_c^2 - d_a\omega_c^2 T_2}{\omega_c^2 g_c} \tag{20.76}$$

and they are introduced in figure 20.21. The corresponding curve is designated by **a** (solid line). Calculations have also been carried out for the remote LAR by solving $A_{22}(j\omega_c, g_c, T_{1c}) = 0$, and the corresponding curve is **b** (dashed line). If the frequency $\omega_c = 3\text{rad/s}$ is to be suppressed, the solutions are:

$$\text{elementary LAR: } g_c = -0.4 \quad T_{1c} = -0.2028\text{s} \tag{20.77}$$

$$\text{remote LAR (including } M_1\text{): } g_c = -0.328 \quad T_{1c} = 0.2333\text{s} \tag{20.78}$$

Frequency characteristics of the system are shown in figure 20.22. They prove that the transfer functions A_{11} , A_{12} and A_{21} are zero at $\omega_c=3\text{rad/s}$ with the compensator parameters set for the elementary LAR according to (20.77), and $A_{22}=0$ at $\omega_c=3\text{rad/s}$ if the compensator parameters are set for the remote LAR according to (20.78).

Figure 20.23 shows responses of the system with tuned feedback parameters for the frequency $\omega_c = 3\text{rad/s}$. When the disturbance acts on the mass m_1 , both primary masses are freed from vibrations by means of the elementary LAR type of absorber, figure 20.23a, since vibrations are absorbed directly at the source

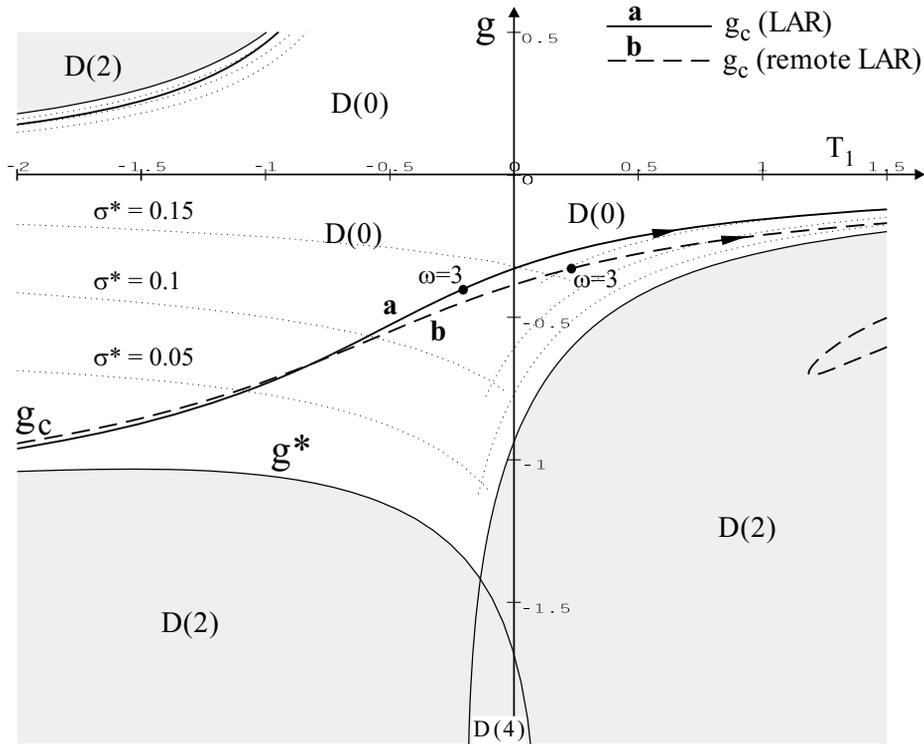


Fig. 20.21: *Parameter space representation of stability regions with degree-of-stability curves and operating points of the LAR (a) and of the remote LAR (b)*

and they do not spread to the second primary mass. If this disturbance acts on the mass m_2 , only the mass m_1 is brought to a standstill by means of the same elementary LAR, figure 20.23b. In order to suppress vibrations at the source of disturbances for $f_2 = \sin 3t$, the remote LAR with parameters given by (20.78) has to be built. The absorption from the mass m_2 is now complete, figure 20.23c. In that case it is $M_a(j\omega_c) + F_a(j\omega_c, g_c, T_{1c}) \neq 0$ and the mass m_1 vibrates as the part of the remote absorber.

With these considerations the scope of equations (20.51,20.52) is not exhausted. We therefore present the following extended example.

Example 20.5 Suppose that the mass m_1 is acted upon by a harmonic force f_1 with frequency ω_1 and the mass m_2 by another harmonic force f_2 with frequency ω_2 . A solution is searched for, such that both disturbances are absorbed directly at their particular source.

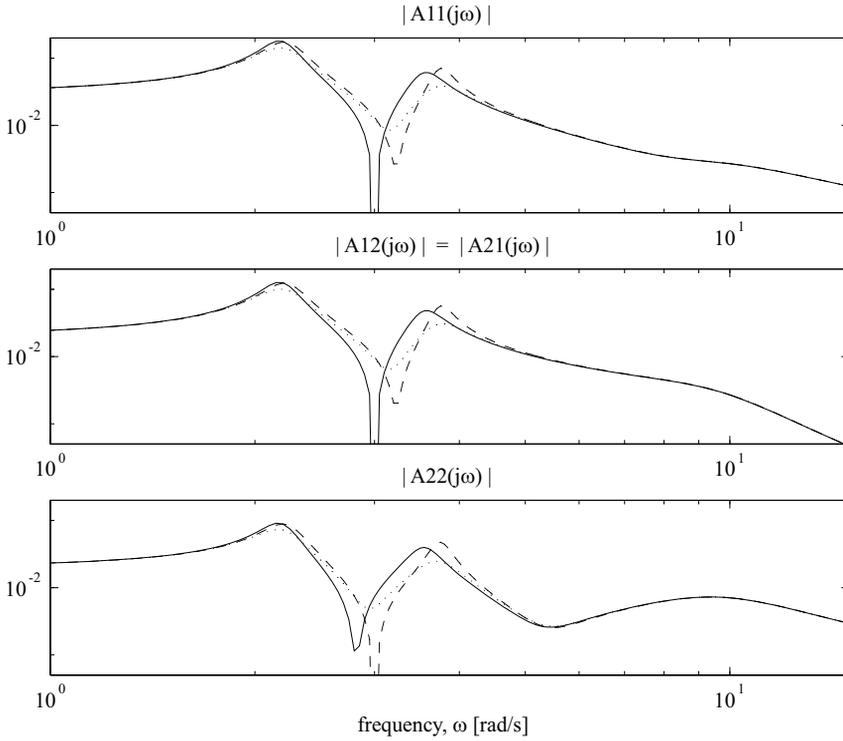


Fig. 20.22: Frequency characteristics of the combined system: \cdots without feedback, $-$ elementary LAR, $- - -$ remote LAR

Consequently, two complex-valued equations should be solved simultaneously, namely $A_{11}(j\omega_1, \mathbf{h}_c) = 0$, that is $M_a(j\omega_1) + F_a(j\omega_1, \mathbf{h}_c) = 0$, and $A_{22}(j\omega_2, \mathbf{h}_c) = 0$. This leads to four real-valued equations and, therefore, the feedback compensator should have four independent parameters. Let us again use the absolute speed feedback and a compensator with the structure

$$G_a(s) = g \frac{1 + sT_1 + s^2T_2^2}{1 + sT_3 + s^2T_4^2} \tag{20.79}$$

where $\mathbf{h} = [g, T_1, T_2, T_4]$ and T_3 is an additional free parameter which is set in this example to $T_3 = 0.1$ s. In order to find the stability regions, the D-decomposition method for the double frequency LAR should be applied, i. e. stability region boundaries are given as solutions of equation (20.61):

$$A(j\omega, \omega_1^*, \omega_2^*) \equiv A(j\omega, g(\omega_1^*, \omega_2^*), T_1(\omega_1^*, \omega_2^*), T_2(\omega_1^*, \omega_2^*), T_4(\omega_1^*, \omega_2^*)) = 0 \tag{20.80}$$

and are depicted in the ω_1, ω_2 -frequency plane together with shifted polynomial solutions, figure 20.24.

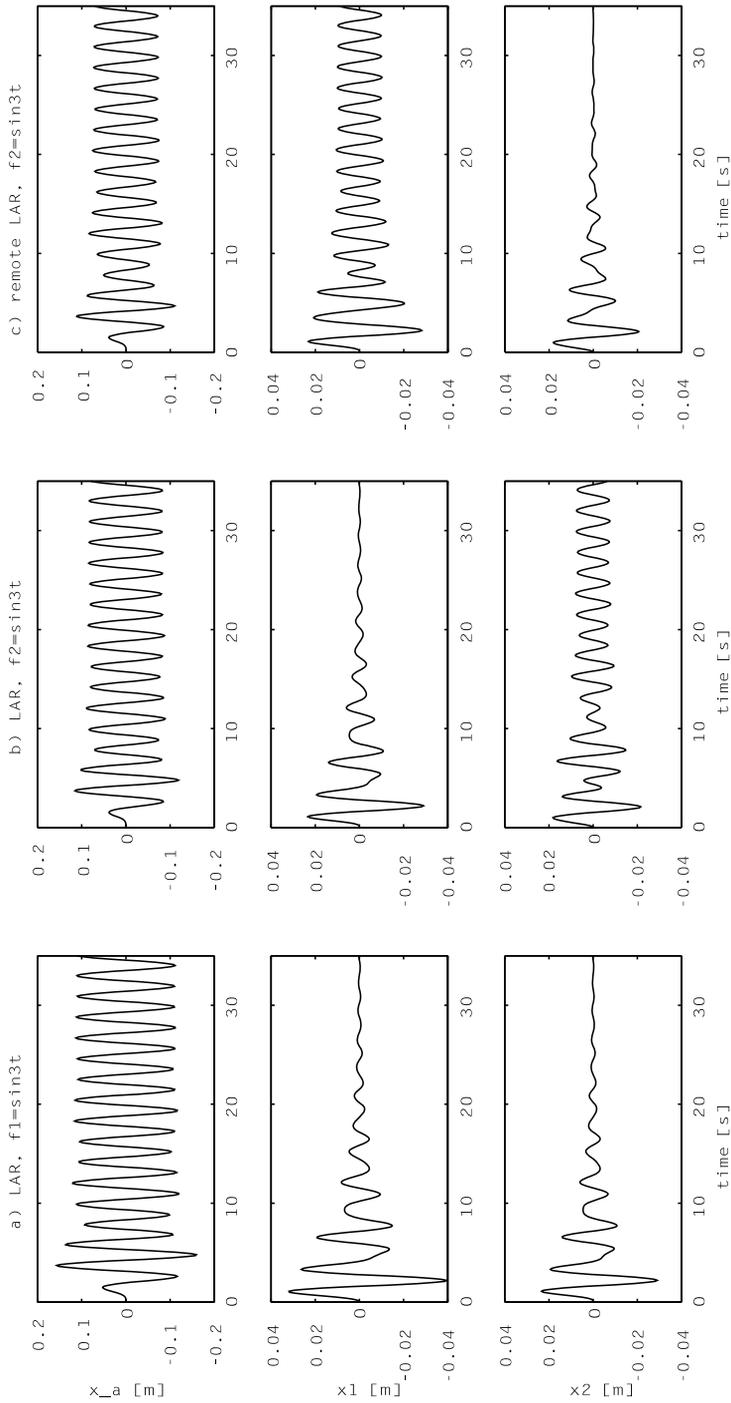


Fig. 20.23: *Vibration suppression with a resonant absorber, a) absorption at the source, case i, b) absorber further away from the vibration source, case iii, c) remote absorption, case iv*

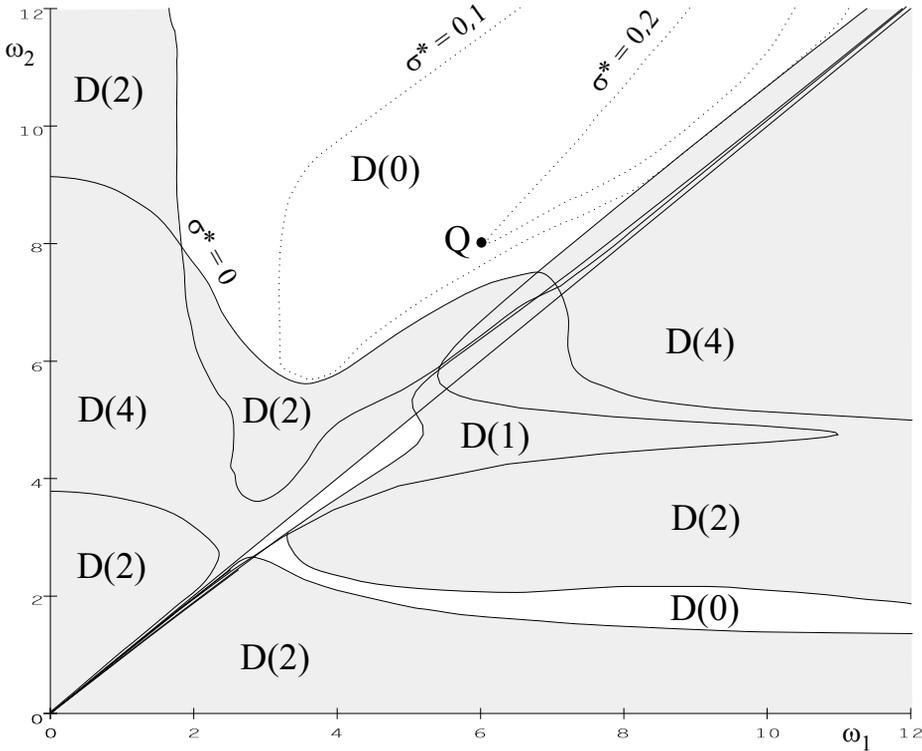


Fig. 20.24: Frequency space representation of the stability regions for the local-remote double-frequency LAR

Frequency characteristics of the system are shown in figure 20.25. They reveal that the displacement transfer functions at the first mass m_1 and at the second mass m_2 have prescribed different notch frequencies. For given frequencies $\omega_1 = 6\text{rad/s}$ and $\omega_2 = 8\text{rad/s}$ (point Q in figure 20.24) the solution is

$$G_a(s) = -0.6 \frac{1 + 1.095s + 0.136s^2}{1 + 0.1s + 0.00365s^2} \tag{20.81}$$

The response of the combined system with the feedback compensator (20.81) is shown in figure 20.26. For the frequency ω_1 the elementary single mass absorber is an ideal resonator and it absorbs all energy at ω_1 from the mass m_1 . Thus, the rest of the system is not influenced by the disturbance f_1 at all. On the other hand, the absorber together with m_1, c_1, k_1 is at the same time the ideal resonator at frequency ω_2 . Therefore, the harmonic disturbance f_2 is completely absorbed from the mass m_2 . The mass m_1 as a part of the remote absorber vibrates at frequency ω_2 , but only at ω_2 , since the energy from the force f_1 has been completely absorbed by the absorber mass m_a . Therefore, the absorber mass performs biharmonic oscillations.

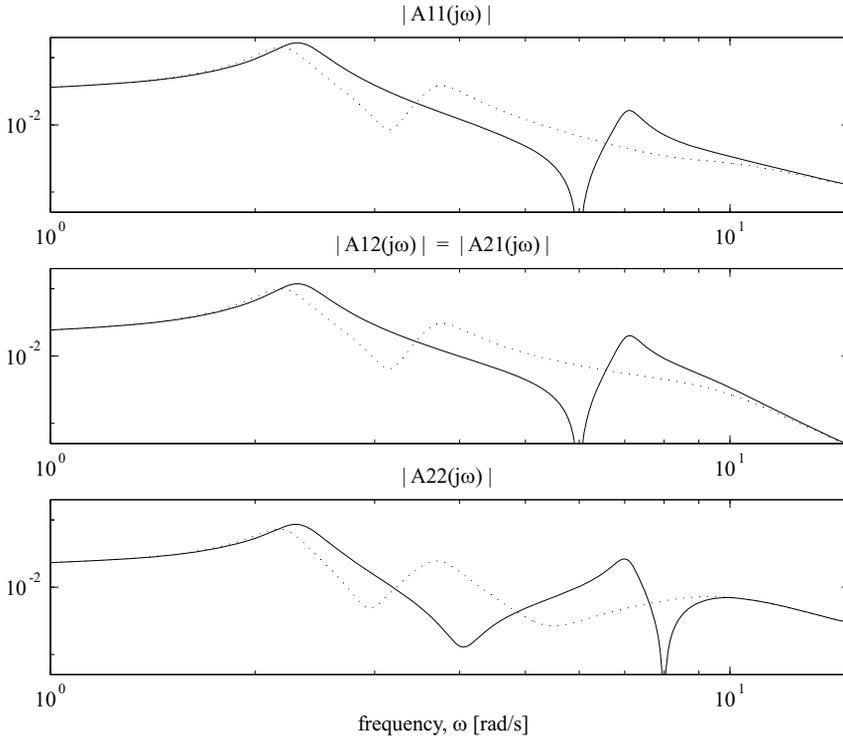


Fig. 20.25: *Frequency characteristics of the system with a double-frequency local-remote LAR: ····· without feedback, — with active absorption*

If the system would have more resiliently coupled masses between m_2 and the ground, and provided this new system is stable, all these new masses would be motionless in steady state, since both harmonic forces have been suppressed directly at their respective source.

20.2.3.5 Comments

The analysis given in this chapter aimed to analytically solve the positioning problem for a resonant type of the absorber. The solutions presented for the one-dimensional multi-mass elastic linear primary system show interesting extensions to the local vibration suppression. Special attention is given to the factorisation of the displacement transfer function numerator. Also, this numerator should be brought to zero at certain frequencies by means of a feedback compensator. Thereby, the solution is not limited to the systems with the proportional damping property.

The most effective elimination of vibrations from the system takes place if the absorber is attached to the point directly influenced by the source of vibrations. It has been shown how to build a „screen“ for vibrations at certain frequencies

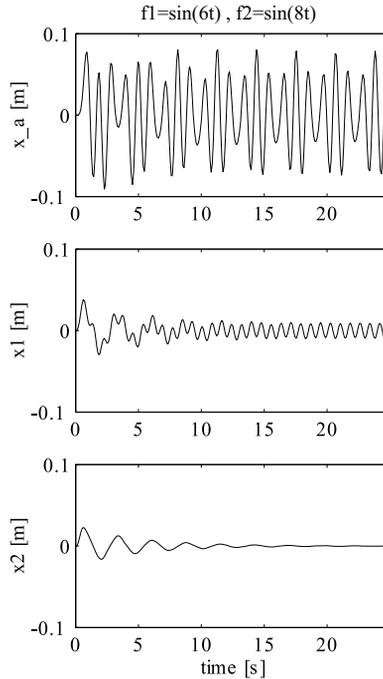


Fig. 20.26: *Vibration suppression with the double frequency resonant absorber — the absorber operates simultaneously as both the LAR and the remote LAR*

by means of a resonant absorber which protects a part of the system „behind“ the absorber from the influence of disturbances.

A very interesting by-product of the general solution is the remote absorber that does not suppress vibrations from the point of attachment, but from some point in the system which is further away. An example showed the application of the solution to the simultaneous local and remote absorption at different frequencies with only one LAR, thus making use of system orthogonality for different frequencies.

20.2.4 Bandpass Absorber (BPA)

This section introduces a new type of an active absorber with a local feedback force. The intention is to provide the ability to absorb all vibrations in a given frequency *band*. This should be achieved by expanding a single resonant frequency of a resonant absorber into a band of frequencies. However, it will be shown that this is not a straightforward step, since the stability of the combined system cannot be guaranteed. With an approach proposed next, the simulations show that the system with a bandpass absorber (BPA) is stable and able to suppress vibrations in a given frequency band for a prescribed degree of suppression.

20.2.4.1 Concept of the BPA

Taking the same approach as for the design of the resonant absorber [987], we want to design such a feedback compensator to achieve a bandpass absorber with desired frequency characteristics from figure 20.27a.

The global system with such a BPA would have the bandstop frequency characteristic shown in figure 20.27b. However, the stability of the combined system would not be guaranteed. This drawback imposes a different approach for the design. In order to ensure the stability of the combined system, the primary system characteristics must be taken into consideration during the design and, thus, the feedback compensator would depend also on the primary system. Therefore, the design will differ from the design procedure given for the resonant absorbers.

The following design procedure is proposed: The primary system transfer function $G_p(s)$ is modified only in a given absorption frequency range, leaving $G_p(s)$ outside the absorption bandwidth unchanged. This can be achieved by multiplying $G_p(s)$ with a bandstop filter transfer function $F_{bs}(s)$, thus obtaining the global transfer function

$$G(s) = F_{bs}(s) G_p(s) \tag{20.82}$$

Consequently, the absorber feedback compensator should be designed to achieve the given stable global transfer function $G(s)$. We want to attain this with a local absorber feedback like in the resonant absorbers.

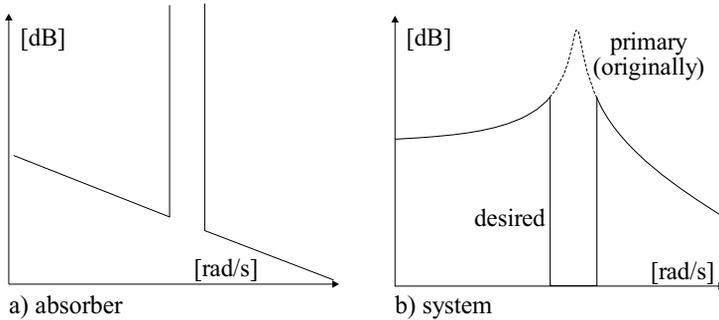


Fig. 20.27: Frequency characteristics of an ideal a) bandpass absorber, b) system with the BPA

The system shown in figure 20.28 is the same as for the resonant absorber. For this purpose the primary system will be a single DOF system. The active force f_{act} should depend only upon either the absolute or the relative absorber position. The feedback compensator $F_a(s)$ shown in figure 20.29 should be determined by the BPA design. It is assumed that the parameters of the passive part of the absorber (m_a, d_a, c_a) are already known. The model of the global system is given in figure 20.30.

First, we shall derive the following transfer functions: $G_a(s)$ of the BPA alone, $G_p(s)$ of the primary alone, and $G(s)$ of the global system. The transfer functions

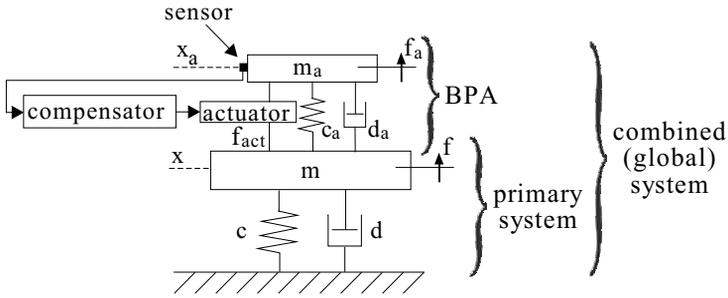


Fig. 20.28: Single-degree-of-freedom primary system with the vibration absorber

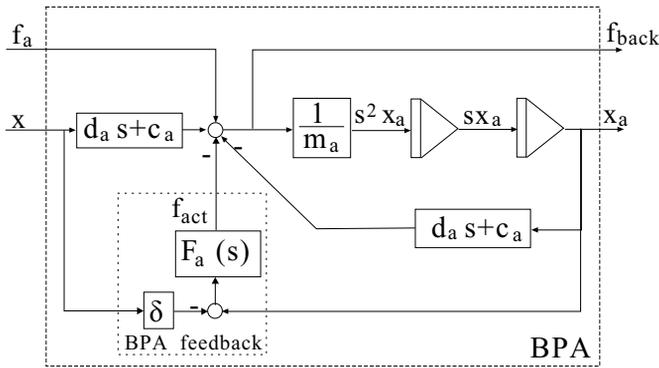


Fig. 20.29: Dynamic model of the vibration absorber

are derived for the case when the input signal for the feedback compensator is the absolute absorber position x_a ($\delta = 0$) as well as when the input signal is the relative position $x_a - x$ ($\delta = 1$). Accordingly, we have the following transfer functions:

The primary system ($f_{back} = 0$):

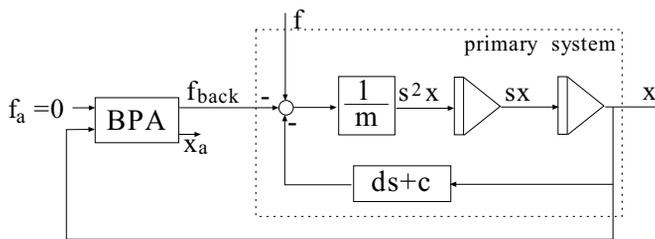


Fig. 20.30: Dynamic model of the global (combined) system

$$G_p(s) = \frac{x(s)}{f(s)} = \frac{1}{M(s)} \tag{20.83}$$

The BPA ($x = 0$):

$$G_a(s) = \frac{x_a(s)}{f_a(s)} = \frac{1}{M_a(s) + F_a(s)} \tag{20.84}$$

The global system ($f_a = 0$):

$$G = \frac{x(s)}{f(s)} = \frac{1}{M(s) + m_a s^2 (C_a(s) + \delta F_a(s)) G_a(s)} \tag{20.85}$$

where

$$M(s) = ms^2 + ds + c, \quad M_a(s) = m_a s^2 + d_a s + c_a, \quad C_a(s) = d_a s + c_a$$

If the transfer functions are denoted by their numerator and denominator polynomials

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)}, \quad F_a(s) = \frac{N_a(s)}{D_a(s)}$$

the following global transfer function (the dependency on s dropped) results

$$G = \frac{N}{D} = \frac{M_a D_a + N_a}{M(M_a D_a + N_a) + m_a s^2 (C_a D_a + \delta N_a)} \tag{20.86}$$

From (20.86) the degrees of polynomials can be determined:

$$\deg N = \max(2 + \deg D_a, \deg N_a) \tag{20.87}$$

$$\deg D = 2 + \deg N \tag{20.88}$$

From (20.88) it can be seen that the system has a strictly proper transfer function ($\deg N < \deg D$) with the relative degree two. We would like to have the primary system transfer function $G_p(s)$ unchanged outside the absorption frequency range. This can be achieved with a multiplicative factor F_{bs} in

$$G(s) = F_{bs}(s) G_p(s) = F_{bs}(s) \frac{1}{M(s)} \tag{20.89}$$

where $F_{bs}(s) = N_F(s)/D_F(s)$ should have a bandstop frequency characteristic in order to suppress vibrations in the given frequency range.

This is the main goal of the BPA design: Given the bandstop frequency characteristic $F_{bs}(s)$, find the feedback compensator $F_a(s)$.

Because of (20.88) and $\deg M = 2$, it is

$$\deg N_F = \deg D_F$$

From (20.85) using (20.89) the feedback compensator can be expressed by

$$F_a = \frac{C_a K - M_a}{1 - \delta K} \quad \text{where} \quad K(s) = \frac{m_a s^2}{\frac{1}{F_{bs}(s)} - 1} \frac{1}{M} \quad (20.90)$$

or

$$F_a = \frac{N_a}{D_a} = \frac{m_a s^2 C_a N_F - M_a M (D_F - N_F)}{M (D_F - N_F) - \delta m_a s^2 N_F} \quad (20.91)$$

Since $F_{bs}(s)$ has the bandstop characteristic, it is $F_{bs}(0) = F_{bs}(\infty) = 1$; in other words, both $N_F(s)$ and $D_F(s)$ are monic (the leading coefficient equals one) and they both have equal lowest polynomial coefficients. Hence, in the difference $(D_F - N_F)$ the highest and the lowest polynomial coefficients do cancel. Thus, $\deg(D_F - N_F) = \deg N_F - 1$, and also one s can be extracted:

$$D_F - N_F = s \Delta \quad (20.92)$$

with $\deg \Delta = \deg N_F - 2$. The extraction of an s leads in (20.91) to the cancellation of s in the numerator and the denominator:

$$F_a = \frac{N_a}{D_a} = \frac{m_a s C_a N_F - M_a M \Delta}{M \Delta - \delta m_a s N_F} \quad (20.93)$$

The degrees of the filter polynomials are then

$$\deg N_a = 2 + \deg N_F \quad (20.94)$$

$$\deg D_a = \begin{cases} \deg N_F & , \quad \delta = 0 \\ 1 + \deg N_F & , \quad \delta = 1 \end{cases} < \deg N_a \quad ! \quad (20.95)$$

The feedback compensator $F_a(s)$ is then *not proper* ($\deg N_a > \deg D_a$). Since this cannot be realized, one of the following solutions could be implemented: For the absolute position feedback ($\delta=0$)

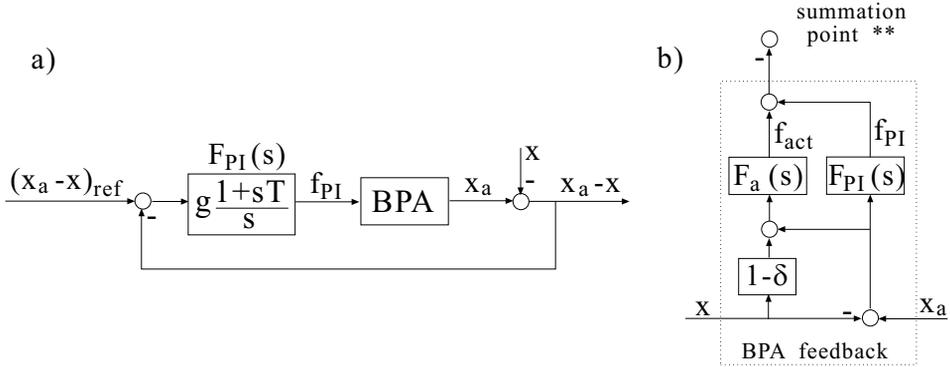
- a. two new poles should be introduced into $F_a(s)$ which will not influence the feedback in the operating frequency range, i.e. $F'_a(s) = F_a(s)/(1 + sT_c)^2$ where T_c should be much smaller than the smallest system time constant.
- b. instead of the position signal, the acceleration signal can be used and then two poles in the origin are included, i.e. $F'_a(s) = F_a(s)/s^2$.

If the feedback is relative, $\delta = 1$, it suffices to use the velocity signal and to include an integrator in the compensator: $F'_a(s) = F_a(s)/s$.

Yet another problem should be solved. Inserting (20.93) into (20.84) gives

$$G_a = \frac{M \Delta - \delta m_a s N_F}{m_a s N_F (C_a - \delta M_a)} \quad (20.96)$$

Thus, the BPA transfer function has an integrator, which can be undesired if the disturbance has a dc component. Therefore, a new additional control of the absorber displacement should remove the low frequency *moving average*.



** : Summation point in Abb. 7.2;

Fig. 20.31: a) control structure for the dc compensation, b) the active part

For that purpose we consider figure 20.31a, which includes a PI controller in a classic control structure. The parameters g and T of the controller should be designed in such a way as to influence only very low frequencies, much lower than the BPA suppression frequencies.

Since it should be $(x_a - x)_{ref} = 0$ for these very low frequencies, the PI controller operates parallel to the feedback compensator F_a and, therefore, they both can be incorporated into one control algorithm, figure 20.31b.

With $F_{PI}(s) = g(1 + sT)/s$ included, the BPA transfer function is

$$G_a^*(s) = \frac{1}{M_a(s) + F_a(s) + F_{PI}(s)} \tag{20.97}$$

which gives

$$G_a^*(s) = \frac{s (M\Delta - \delta m_a s N_F)}{[s M_a + g(1 + sT)] (M\Delta - \delta m_a s N_F) + s (m_a s C_a N_F - M_a M\Delta)} \tag{20.98}$$

Thus, the integrative property of the absorber is removed.

20.2.4.2 A Case Study: Paper Mill Vibrations

The Mill Model designed is shown in figure 20.32. It is a three-mass system comprising a support of the nip roll, m_1 , the nip roll itself, m_2 , and a winding roll, m_3 . The most prominent effect, which should be suppressed, is that vibrations of the nip roll, Δx_2 , and the surface eccentricity of the winding roll, Δr_3 , mutually reinforce each other. Besides, it would also be advantageous to reduce the vibrations of the nip force Δf_2 . However, in this study the main problem is to suppress the nip roll vibrations.

It would not be practical to use the whole primary three-mass system for the design of the BPA, for the resulting absorber compensator would unnecessarily

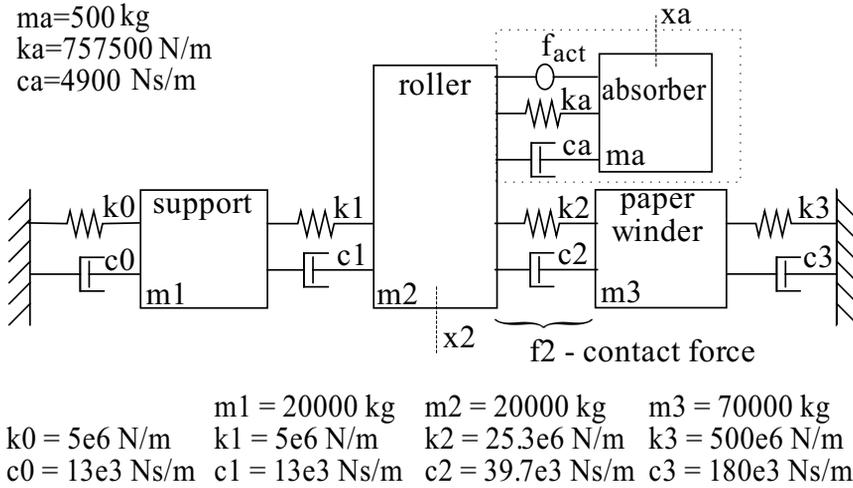


Fig. 20.32: The Mill Model with an additional absorber

have a too high order. Hence, the order of the primary model should firstly be reduced. Figure 20.33 depicts the frequency characteristics of the whole three-mass primary system (solid line) and that of the reduced single-mass model which comprises the nip roll mass m_2 and its elastic connections to the rest of the system. These two curves match quite well in the frequency range of concern. The lower resonance is caused by the support and the upper one by the winding roll. The later shifts with the amount of paper wound on.

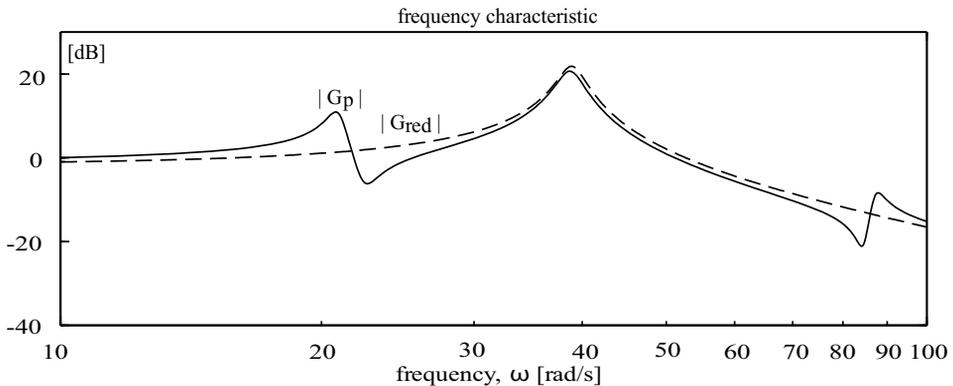


Fig. 20.33: Frequency characteristics of the three-mass Mill Model (solid line), $|G_p|$, and the reduced single-mass model (dashed line), $|G_{red}|$, — without absorber

The primary system parameters are then

$$m = m_2 = 20\,000 \text{ kg}, \quad d = d_1 + d_2 = 52\,700 \text{ Ns/m}, \quad c = c_1 + c_2 = 30\,300\,000 \text{ N/m}$$

with the natural frequency $\omega_n = \sqrt{c/m} = 38.9 \text{ rad/s}$ and the damping ratio $\zeta = d/(2\sqrt{mc}) = 0.0330$. The absorber parameters are chosen to be

$$m_a = 500 \text{ kg}, \quad d_a = 4\,900 \text{ Ns/m}, \quad c_a = 757\,500 \text{ N/m}$$

with the natural frequency $\omega_a = \omega_n$ and the damping ratio $\zeta_a = 0.126$.

Since this reduced combined system conforms with figure 20.28 the expressions from the previous section 20.2.4.1 can be used for the BPA design.

The bandstop filter function $F_{bs}(s)$ is designed using the *Matlab* Signal Processing Toolbox. It is chosen to design an elliptic filter of the third order ($n = 3$) with $rp = 3$ decibels of ripple in the passband and a stopband $rs = 40$ decibels down from the peak value in the passband (suppression ratio). The bandwidth is $bw = 10 \text{ rad/s}$ and the center frequency $\omega_0 = 39 \text{ rad/s}$. The filter generated is

$$F_{bs} = \frac{N_F}{D_F} = \frac{(s^2 + 1705)(s^2 + 1521)(s^2 + 1357)}{(s^2 + 30.95s + 1521)(s^2 + 1.761s + 1997)(s^2 + 1.341s + 1158)} \tag{20.99}$$

The ideal non-proper feedback compensator $F_a(s)$ is calculated from (20.93). The compensator transfer function is

$$F_a(s) = -496.4 \frac{(s^2 + 2.329s + 1168.6)(s^2 + 8.716s + 1527.25)}{(s^2 + 2.466s + 1181.7)} \cdot \frac{(s^2 + 2.751s + 1513.2)(s^2 + 3.290s + 1980.3)}{(s^2 + 2.635s + 1515.0)(s^2 + 3.174s + 1957.8)} \tag{20.100}$$

In order to find the proper $F'_a(s)$ with the same frequency characteristic in the operating frequency range, the suggested solutions in the previous section give the following results:

- Ad a. The additional double pole $-1/T_c$ should be larger than $-10^9 s^{-1}$ in order not to change the $|F_a(s)|$ significantly, which impedes an efficient simulation (and the subsequent implementation).
- Ad b. Using the acceleration signal for the feedback produces one algebraic loop in the simulation model and any further analysis is therefore not possible.

The problem has been solved by using a „middle“ solution: The velocity signal is used for the feedback and one new pole is added with $T_c = 10^{-4} \text{ s}$; thus

$$F'_a(s) = F_a(s) \frac{1}{s(1 + sT_c)} \tag{20.101}$$

Accordingly, in (20.84) and (20.85) the $F_a(s)$ should be exchanged with $sF'_a(s)$.

In order to remove the integrating property of the absorber, the PI controller with very low cut-off frequency is applied

$$F_{PI}(s) = 2000 \frac{1 + s}{s} \tag{20.102}$$

The resulting frequency characteristics of the global system

$$G(s) = \frac{\Delta x_2}{\Delta r_3} \tag{20.103}$$

is depicted in figure 20.34. The peak amplitude at the frequency $\omega_p=38.9$ rad/s for the primary system alone amounts to $G_M = |G(j\omega_p)|=10.8=20.2$ dB. With the BPA the frequencies in the range 36...42 rad/s are under -20 dB. As a by-product, the support resonance near 20 rad/s is also reduced.

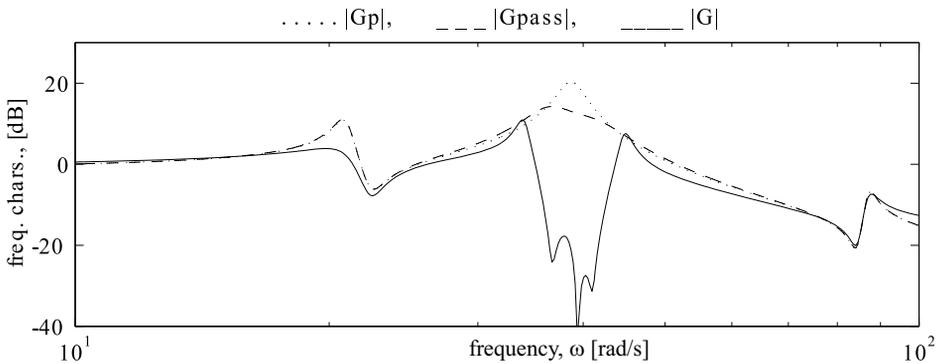


Fig. 20.34: Frequency characteristic of the primary system, $G_p(j\omega)$, the system with the passive absorber $G_{pass}(j\omega)$, and the complete combined system with the BPA, $G(j\omega)$

20.2.4.3 Simulation Results of the Paper Mill Model

The simulations in this section use the Mill Model from figure 20.32 with the BPA designed in the last section; expressions (20.100), (20.101) and (20.102).

20.2.4.3.1 Disturbance frequency sweep The BPA suppression characteristics are shown at different frequencies by a frequency sweep, figure 20.35. The excitation has the amplitude of 2000N and the frequency changes from 30 rad/s to 48 rad/s. The upper graph shows the response of the primary system alone. The largest amplitudes are at 38 rad/s. Attaching the passive absorber, the amplitudes around the peak frequency are decreased (mid graph). However, the absorber with the feedback designed according to the BPA concept suppresses vibrations at bandpass frequencies much more efficiently (lower graph in figure 20.35). This is exactly what is expected from the BPA design.

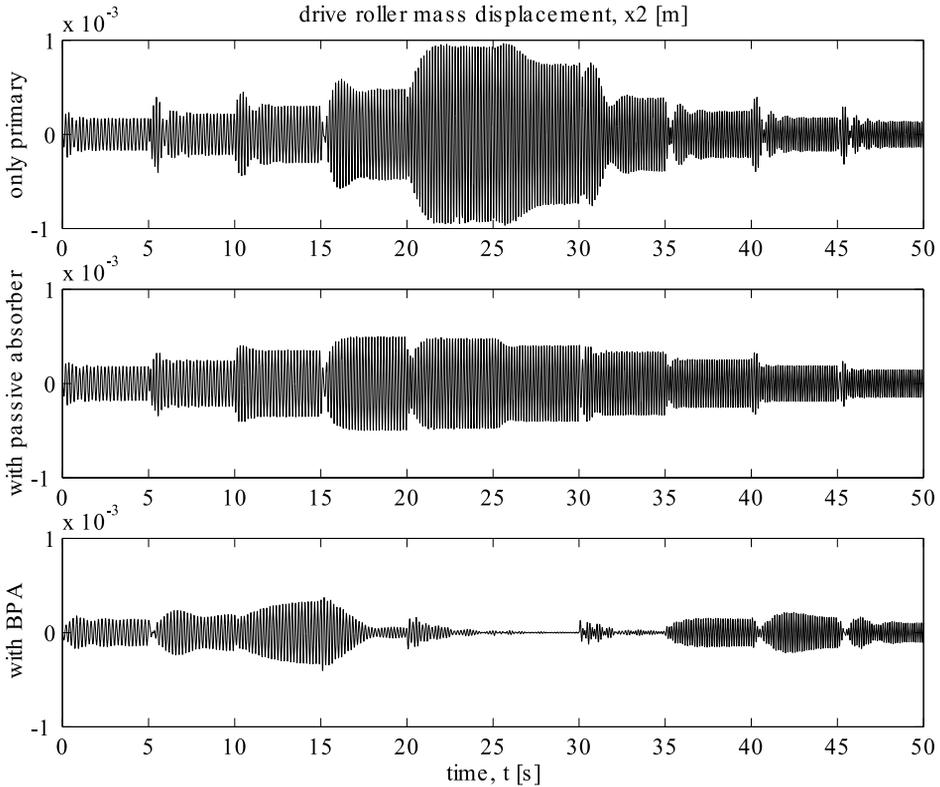


Fig. 20.35: Frequency sweep (30-48)rad/s with the step of 2rad/s every 5s
 20.2.4.3.2 Random vibrations Thus far, the absorption at forced disturbances with discrete spectra has been examined. Here, the efficiency of the BPA attached to the primary system that is subjected to *random* vibrations with the (pseudo)white noise *continuous spectrum* is inspected.

The disturbance force f and its power spectral density psd are generated with the noise power 1000W and the sample time 0.01 s.

The response of the primary system alone is given in figure 20.36. The maximal magnitude of the nip roll is $x_{2M} = x(t)_{max} = 1.21\text{mm}$. The rms primary mass displacement is $\sigma_{x_2}^o = 0.336\text{mm}$. Nip force vibrations have the maximal amplitude of $f_{2M} = f_2(t)_{max} = 32.9\text{kN}$ with the rms value $\sigma_{f_2}^o = 11.3\text{kN}$.

If the feedback is designed so that the absorber becomes a bandpass absorber, the absorption becomes substantially better, figure 20.37. The maximal displacement amplitude is $x_{2M} = 0.503\text{mm}$ or 41.5%, and the rms displacement is $\sigma_{x_2}^o = 0.14\text{mm}$ or 41.5% of the initial primary results. A substantial reduction of the nip force vibrations within the frequency range of the BPA is also achieved. The remaining vibrations are outside the BPA suppression frequency range. The maximal amplitude is $f_{2M} = 28.6\text{kN}$ and the rms value $\sigma_{f_2}^o = 7.65\text{kN}$.

The effect of the PI control of the absorber displacement is discernible from figure 20.38. The behaviour of the BPA without the PI control is not acceptable,

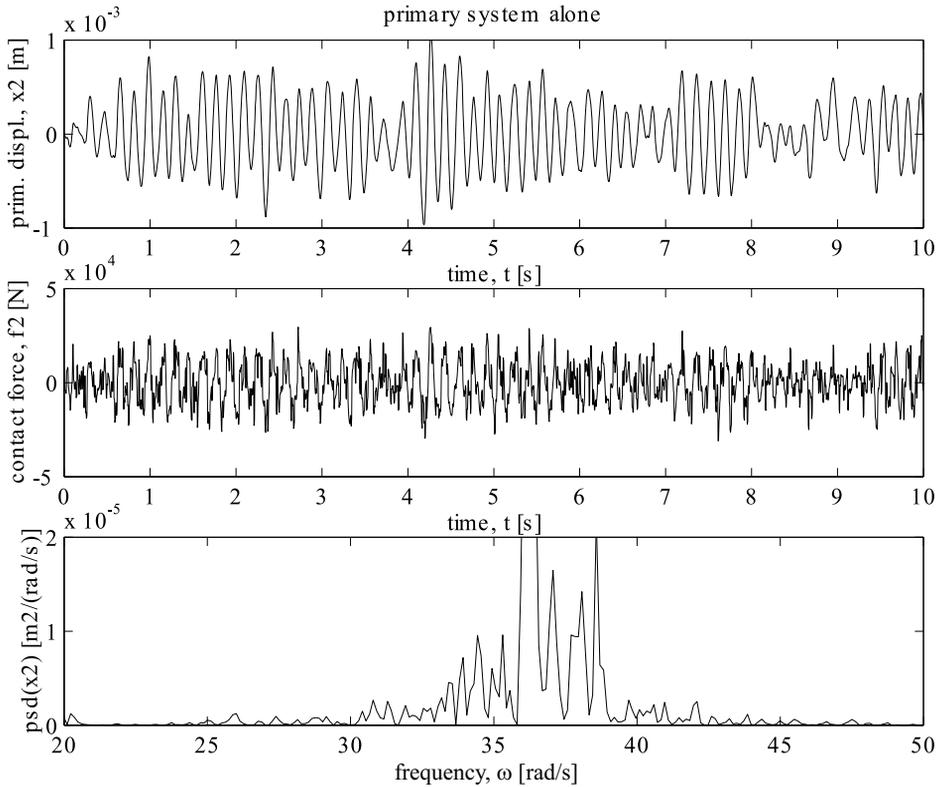


Fig. 20.36: White noise disturbance response in the system without absorber

though from the nip roll displacements it cannot be seen, if the PI controller is included or not. However, if the controller is included, the integrating property of the absorber is removed.

20.2.4.4 Comments

The concept of the bandpass absorber (BPA) has been introduced. The BPA comprises the standard passive absorber and a single local feedback with a compensator designed to obtain a desired bandstop system characteristic. With such an absorber vibrations of the primary mass can be suppressed in a given *range* of frequencies. The presented design procedure guarantees the stability of the system. The suppression degree is a design parameter.

In contrast to the design of resonant absorbers, the design of BPA requires the knowledge of the primary frequency characteristic in the range which is to be modified by the BPA, i. e. in the absorber bandpass range. Therefore, a reduced model of the primary system is needed.

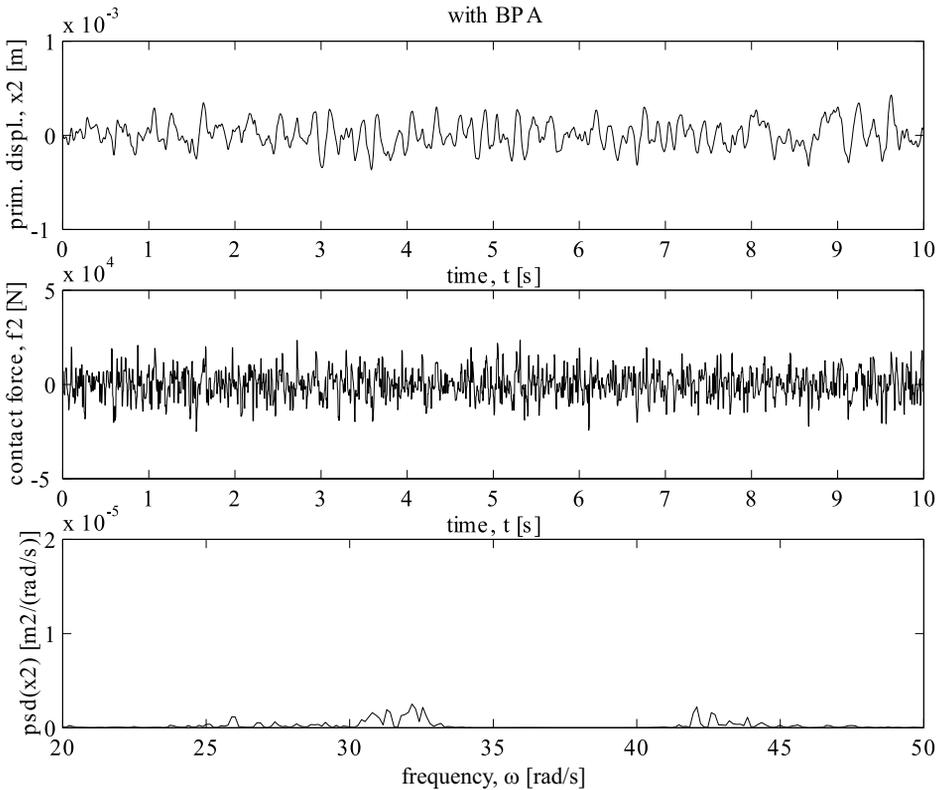


Fig. 20.37: *White noise disturbance absorption in the system with BPA*

The application of the BPA can be justified in systems acted upon by disturbances with variable frequency, or more frequencies, in some fixed frequency range, as well as for suppression of „coloured“ vibrations. If the frequency range itself is time variable, the feedback of the BPA could be made adaptive with the self-tuning of the compensator parameters.

20.2.5 Conclusion

As elaborated in this book, nonlinearities in the system call for unconventional control methods to be applied. If these nonlinearities are distant from the actuator action point, or they lie between the actuator and the load, in a system with elasticities, it is not an easy task to achieve a high control performance. Multi-mass systems may have pronounced resonant peaks which could be hard to observe, or to compensate their effects with limited capacity of the actuator. Nonlinearities can produce so-called limit cycles which lead to a formation of un-

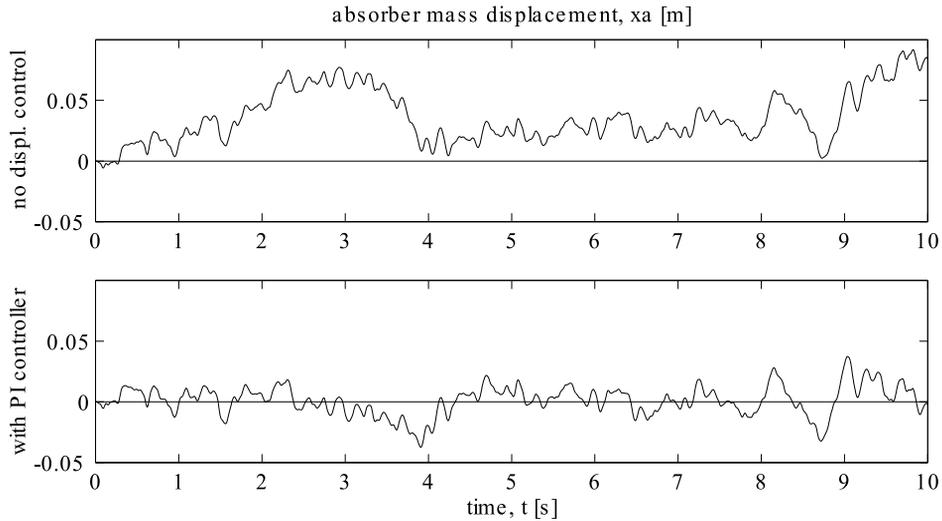


Fig. 20.38: Absorber displacements during the absorption with BPA, with and without dc control

pleasant oscillations. Additional difficulties for the direct control of underdamped vibrations may be caused by uncertainties present in the system. In such cases, a local compensation of vibrations can achieve better results; especially if the suppression of vibrations can be achieved independently of plant variations, i. e. robust enough.

In this chapter an additional subsystem, called the vibration *absorber*, has been proposed. The class of active absorbers with only a single local feedback has been thoroughly examined. The local nature of the feedback should provide the absorber action as independent from the primary system as possible in order to avoid the necessity for extensive knowledge about the system, and thus, to assure a considerable independency of the absorption efficiency in the presence of variations in the primary system dynamics.

Only one measurement signal is necessary for the feedback: either the displacement, velocity or acceleration of the absorber mass. The signal can be absolute, or relative to the point of attachment. Hence, no signal from the primary system is needed during the operation: The control is completely decoupled from the primary state.

The feedback dynamics is the main design concern.² The feedback compensator structure determines the type of absorber and its possibilities, and compensator parameters determine the domain of operation.

²The design of the passive part of the absorber has not been treated in detail since it is already the subject of many textbooks.

The compensator design for the *resonant* absorbers, the delayed resonator (DR) and the linear active resonator (LAR), is completely decoupled from the structure of the primary system. The efficiency of the resonant absorbers at frequencies for which the absorber is designed, does not depend on the primary system. However, the system analysis, such as the analysis of stability and robustness, should be carried out for the complete system, here called the *combined* system.

The combined system with a resonant absorber is robust enough under the primary system perturbations: Only a relatively large parameter variations could ruin the system stability. On the other hand, if the absorber passive parameters — the inertia, stiffness or damping — change, the system robustness will be preserved only if the compensator parameters are correctly set in accordance with the actual passive parameters, thus preserving the strict resonance of the absorber. Hence, the robustness of the combined system is also locally determined and controlled: In case of perturbations in the combined system it suffices to provide identification of the absorber parameters only, in order to secure both the efficient absorption and the sufficient stability margin.

By all means, the main drawback of resonant absorbers is their inability to suppress vibrations which have a continuous spectrum in a given frequency band, and this is for two reasons: firstly, resonant absorbers are designed for certain discrete frequencies, and secondly, the number of resonant frequencies cannot be made arbitrarily dense because the stability margin decreases with the number of resonant frequencies. The problem has been solved by means of another type of absorber with a single dynamic feedback, called the *bandpass* absorber (BPA). The design of the BPA provides a given suppression ratio in a given frequency band and the stable combined system. However, the BPA feedback is designed with consideration of a reduced model of the primary system. Hence, the design of BPA is not completely independent from the plant: The part of the primary frequency characteristic, which is to be modified, should be represented by the reduced model used for the feedback design.

The absorption considerations given in this chapter are limited neither with specific frequency regions nor with the technology applied. The results should be relevant for various applications with different technologies. Low frequency high power solutions with substantial auxiliary masses in structural control against earthquakes and strong winds usually make use of hydraulic or pneumatic actuators to move the masses mounted on the top of high buildings. Electromagnetic actuators are applicable for higher mechanical frequencies up to several hundreds of hertz usually prevalent in industrial production systems, such as rolling mills, vehicle suspension systems, rotating masses with eccentricities etc. The frequencies of several kHz can successfully be suppressed with the use of piezoelectric actuators which could improve the processing quality in high precision tasks performed by flexible machine tools. The actuators with a commensurable dynamics should also be modelled, and its dynamics should be taken into consideration during the design of the feedback.

21 Objektorientierte Modellierung und Simulation von Antriebssystemen

Prof. M. Otter, Gilching

In den vorherigen Kapiteln dieses Buches wurden Antriebssysteme, ihre Komponenten sowie deren regelungstechnische Modellbildung und anschließende Behandlung dargestellt. Wesentlich bei diesem Vorgehen war, ein für die vorgesehene Aufgabenstellung geeignetes Modell der betreffenden Komponente zu erarbeiten und eventuell durch angepasste Annahmen oder Voraussetzungen Vereinfachungen zu erreichen. Ein typisches Beispiel war die Asynchronmaschine, bei der durch Annahme der Flussorientierung und die Wahl der Eingangsgrößen eine wesentliche Vereinfachung erreicht wurde, so dass die lineare Regelungstheorie angewandt werden konnte.

In Kapitel 19 war die Untersuchung des elektrischen Antriebs an sich, d.h. dem elektromechanischen Energiewandler „elektrische Maschine“, dem leistungselektrischen Stellglied und der zugehörigen Informationsverarbeitung, um weitere mechanische Komponenten erweitert worden. Beispielhaft wurden Varianten der Regelung eines Zwei-Massen-Systems dargestellt. Anschließend erfolgte eine Erweiterung auf ein Drei-Massen-System. Bereits diese einfachen Beispiele bereiten Schwierigkeiten. Diese erhöhen sich noch deutlich, wenn zusätzlich relevante Nichtlinearitäten oder technologische Einflüsse zu berücksichtigen sind.

Eine Lösung dieser Probleme kann durch den Einsatz von Softwaresystemen erreicht werden, die auf der Basis von nichtlinearen Simulationen eine Analyse komplexer Systeme, sowie eine Optimierung von Komponenten erlauben. Nach einer Linearisierung des Systems können auch leicht Werkzeuge zur Reglersynthese eingesetzt werden. In den letzten Jahren hat sich auf dem Simulationsmarkt für Antriebssysteme sehr viel geändert. Während früher vor allem Simulatoren für Signalfusspläne, wie SIMULINK¹ [1092], angeboten wurden, gibt es jetzt eine ganze Reihe besserer Alternativen, bei denen eine „geräte-orientierte“ bzw. „objekt-orientierte“ Definition des Antriebsstrangs erfolgt. Zum Beispiel gibt es für SIMULINK die Zusatzbibliotheken SimXXX, wie Simscape, SimDriveline, und SimPowerSystems, und es gibt eine Reihe von Simulationssystemen auf der Basis der Modellierungssprache Modelica². Tabelle 21.1 gibt eine (unvoll-

¹SIMULINK ist ein eingetragenes Warenzeichen von The MathWorks.

²Modelica ist ein eingetragenes Warenzeichen der Modelica Association.

ständige) Übersicht über zur Zeit angebotene Softwareprogramme, mit denen Antriebssysteme, d.h. elektrische Maschinen mit 1-dim. rotatorischer Mechanik, *objektorientiert* modelliert werden können.

Tabelle 21.1: Programme zur objektorientierten Modellierung von Antriebssystemen

Programm	Internet-Adresse
Saber	http://www.synopsys.com/Systems/Saber
Simplorer	http://www.ansoft.com/products/em/simplorer
SIMULINK	http://www.Mathworks.com (Simscape, SimDriveline, SimPowerSystems)
Modelica Simulationsumgebungen	
(aktuelle Liste: https://www.Modelica.org/tools)	
AMESim	http://www.lmsintl.com/LMS-Imagine-Lab-AMESim
Dymola	http://www.3ds.com/products/catia/portfolio/dymola
JModelica.org	http://www.jmodelica.org (open source)
MapleSim	http://www.maplesoft.com/products/maplesim
OpenModelica	https://www.openmodelica.org (open source)
SimulationX	http://www.simulationx.com
SystemModeler	http://www.wolfram.com/system-modeler/

Simulatoren für Signalfusspläne sind sehr gut geeignet zur Simulation von kontinuierlichen und diskreten Reglern. Allerdings wird die Modellierung unhandlich, wenn die Modelle der Strecke zu komplex werden. In diesem Kapitel werden zuerst die Ursachen diskutiert, und es wird gezeigt, wie durch den Einsatz der *objektorientierten Modellierung* ein großer Teil der aufgezeigten Schwierigkeiten gelöst werden kann. Dies schließt insbesondere die Verallgemeinerung von Signalfussplänen zu *Objektdiagrammen* ein. Diese Technik beruht im wesentlichen darauf, dass die Modularisierung entsprechend den physikalischen Gegebenheiten erfolgt, also *geräte-orientiert* modularisiert und verschaltet wird, und der Anwender die Komponenten nicht zuerst in eine Signalfussdarstellung umformen muss. Die komponentenorientierte Darstellung eines Systems führt auf *differenzial-algebraische Gleichungssysteme*. Durch geeignete *Transformationsalgorithmen* können diese auf die, für Analyse- und Syntheseverfahren besser zugängliche, Zustandsform umgeformt werden.

In diesem Kapitel wird die geräte-orientierte Art der Modellierung vor allem an Hand der in der Industrie immer stärker eingesetzten Modellierungssprache Modelica gezeigt. Hierfür stehen eine Reihe unterschiedlicher Simulationsumgebungen zur Verfügung, siehe Tabelle 21.1. Die Simulationsbeispiele und Bildschirmabzüge wurden mit der zur Zeit leistungsfähigsten Modelica-Umgebung Dymola [1032] erzeugt. Optional kann Dymola ein Modelica Modell auch in Form eines

C-Unterprogramms (SIMULINK CMEX-Format) ausgeben, welches problemlos in SIMULINK als Ein-/Ausgangsblock eingebunden werden kann.

Praktisch alle Modelica Simulationsumgebungen können ein Modelica Gesamtmodell auch in Form des standardisierten *Functional Mockup Interfaces* (abgekürzt: FMI, Details siehe [1096, 1097]) exportieren. Ein FMI-Modell kann wiederum von den meisten Modelica Umgebungen wieder importiert werden, sowie von vielen anderen Simulationsprogrammen, insbesondere von 3-dim. Mechanikprogrammen wie SIMPACK, oder LMS Virtual.Lab Motion (siehe <https://www.fmi-standard.org/Tools>) Ein FMI Modell besteht im wesentlichen aus (a) einem XML-File, in dem alle nicht zur Laufzeit benötigten Informationen gespeichert sind, wie hierarchische Variablenamen, Einheiten, Struktur des Gleichungssystems, und (b) aus Source- oder Objektcode von einem Satz von C-Funktionen mit standardisierten Schnittstellen, um die Modellgleichungen für eine Simulationsumgebung an einem gegebenen Zeitpunkt auswerten zu können. Alle Dateien werden zusammen mit optionaler Zusatzinformation, wie Dokumentation und Daten-Files, in einer Datei mit der Endung `.fmu` (für Functional Mockup Unit) im zip-Format gepackt.

21.1 Modulare Signalfusspläne

Signalfusspläne sind sehr gut geeignet, um *alle Details* eines kleineren Systems oder die Grobstruktur eines großen Systems in einer neutralen, d.h. nicht von einem Anwendungsgebiet abhängigen, Form graphisch darzustellen. Aus diesem Grunde ist die Verwendung von Signalfussplänen weit verbreitet und wird insbesondere auch intensiv in dieser Buchreihe über elektrische Antriebe verwendet. Signalfusspläne haben jedoch ihre Grenzen, wenn komplexere *physikalische* Systeme modelliert werden sollen, wie es z.B. bei der Simulation eines realistisch modellierten Antriebsstrangs notwendig ist. Die hierbei auftretenden Schwierigkeiten werden im vorliegenden Abschnitt näher untersucht.

In Kapitel 19 wird das Ersatzmodell eines Antriebssystems, Abb. 19.2, diskutiert. Der mechanische Teil des Systems wird im wesentlichen durch die Massenträgheitsmomente des Motors und der Arbeitsmaschine, sowie durch das Getriebe beschrieben. In erster Näherung kann ein Getriebe durch ein ideales, starres Getriebe mit der Getriebeübersetzung \ddot{u} , sowie einer Ersatzfeder und einem Ersatzdämpfer zur Beschreibung der Getriebeelastizität, approximiert werden. Genauere Modelle benötigen für jede Getriebestufe zumindest eine Drehträgheit und ein Ersatzfeder- bzw. Ersatzdämpfer-Element. Das entsprechende Modell für ein zweistufiges Getriebe ist in Abb. 21.1 zu sehen.

Hierbei ist Θ_M die Massenträgheit des Motors und des ersten Getrieberads, Θ_1 ist die Massenträgheit des mittleren Getrieberads und Θ_2 ist das Massenträgheitsmoment des letzten Getrieberads und der Arbeitsmaschine, wobei jeweils zwischen dem Motor und des ersten Getrieberads bzw. dem letzten Getrieberad und der Arbeitsmaschine eine starre Verbindung angenommen wird. M_M ist das

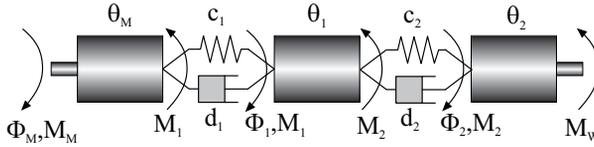


Abb. 21.1: Modell eines zweistufigen Getriebes

Motormoment, Φ_M ist der Drehwinkel des Motors, Φ_1 ist der Drehwinkel des mittleren Getrieberrads, Φ_2 ist der Drehwinkel des letzten Getrieberrads, und M_W ist das Nutzmoment der Arbeitsmaschine. Zur Vereinfachung der Diskussion werden die Übersetzungen der beiden Getriebestufen vorerst nicht berücksichtigt, d.h. es wird jeweils eine Übersetzung von eins angenommen. Weiterhin wird die Reibung in den Lagern und die Lose in den Getriebestufen vernachlässigt. Entsprechend der Herleitung zu Abb. 19.29 kann der Signalflussplan dieses Dreimassenschwingers abgeleitet werden und führt auf Abb. 21.2.

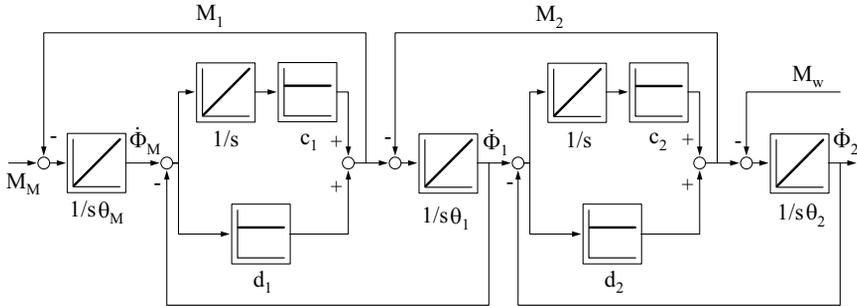


Abb. 21.2: Signalflussplan eines Dreimassenschwingers (Version 1)

Wie in Kapitel 19.4 bereits dargestellt und wie auch nicht anders zu erwarten ist, sind sich wiederholende Strukturen im Signalflussplan zu erkennen, da das Ersatzmodell von Abb. 21.1 nur aus einer Kombination von zwei Grundelementen — trägheitsbehaftete Welle und Feder-Dämpfer-Element — besteht. Bei drei- oder vierstufigen Getrieben würden die vorliegenden Strukturen nur wiederholt und der Signalflussplan etwas komplexer werden. Es stellt sich die Frage, wie das Modell modularisiert, und die unnötige Mehrfachbeschreibung derselben Grundelemente vermieden werden kann. Es liegt nahe, die beiden Grundelemente durch je einen eigenen Signalflussplan zu beschreiben, die in Abb. 21.3 dargestellt sind.

Damit kann der Signalflussplan von Abb. 21.2 in den hierarchischen Signalflussplan von Abb. 21.4 überführt werden, wodurch die Globalstruktur des Modells deutlicher wird und die Details der beiden Grundelemente von Abb. 21.3 nur einmal definiert werden. Dies ist eine typische Vorgehensweise, die z.B. mit dem Simulator SIMULINK [1092] auch einfach umgesetzt werden kann.

Im Vergleich zu dem mechanischen Ersatzschaltbild in Abb. 21.1 ist der Signalflussplan von Abb. 21.4 auf Grund der vier Rückkopplungsschleifen immer noch recht unübersichtlich. Dies führt leicht zu Fehlern, wenn z.B. eine neue Ge-

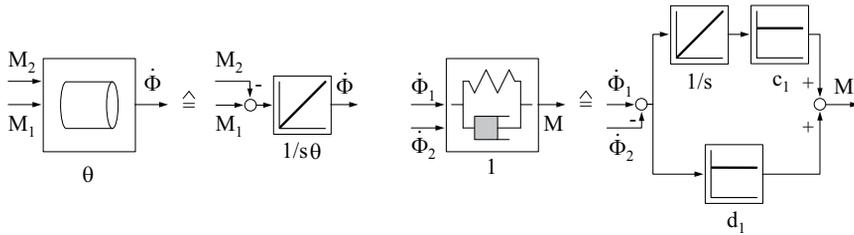


Abb. 21.3: Signalflussplan der beiden Grundelemente

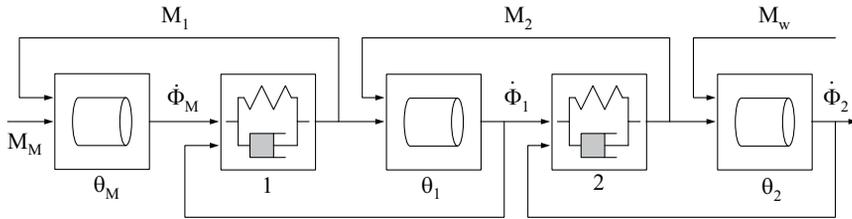


Abb. 21.4: Signalflussplan des Dreimassenschwingers (Version 2)

triebsebene hinzugefügt werden soll oder eine bestehende zu entfernen ist. Eine Analyse von Abb. 21.4 zeigt, dass im vorliegenden Fall die Rückkopplungsschleifen immer nur zwischen zwei benachbarten Blöcken auftreten. Wenn z.B. der Ausgang $\dot{\Phi}_1$ vom Block θ_1 nicht am rechten, sondern am linken Rand des Blocks und der Eingang $\dot{\Phi}_1$ vom Block 1 nicht am linken Rand, sondern am rechten Rand des Blocks definiert wäre, könnte eine störende Rückführung einfach in eine direkte Verbindung zweier Blöcke überführt werden. Zusätzlich könnte man dann die beiden direkten Verbindungen dieser beiden Blöcke grafisch durch eine einzige Linie darstellen, die einen Vektor von Signalverbindungen charakterisiert. Basierend auf dieser Idee, können die Grundelemente von Abb. 21.3 in die Struktur von Abb. 21.5 überführt werden.

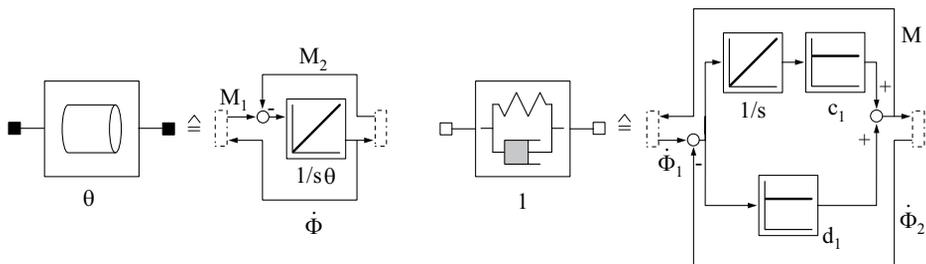


Abb. 21.5: Modifizierte Signalflusspläne der beiden Grundelemente

Ein typischer Signalfluss-Simulator wie SIMULINK unterstützt Vektoren von Signalverbindungen, bei denen alle Elemente des Vektors dieselbe Signalrichtung besitzen. Dann ist eine bessere modulare Darstellung nicht möglich. Aus diesem

Grunde wird in Abb. 21.5 von diesem Prinzip abgewichen, so dass jede vektorielle Verbindung sowohl ein Ein- wie auch ein Ausgangssignal enthält. Weiterhin werden die Signalrichtungen an den Blockschnittstellen nicht mehr gekennzeichnet. Stattdessen werden kleine Quadrate zur Visualisierung dieser Schnittstellen benutzt. Ein schwarz gefülltes Quadrat ist hierbei eine Schnittstelle bei der ein Momentensignal als Eingang und ein Drehzahlsignal als Ausgang vorliegt. Ein nicht gefülltes Quadrat kennzeichnet eine Schnittstelle mit einem Momentensignal als Ausgang und einem Drehzahlsignal als Eingang. Mit den Grundelementen von Abb. 21.5 kann der Dreimassenschwinger jetzt sehr einfach aufgebaut werden, siehe Abb. 21.6.

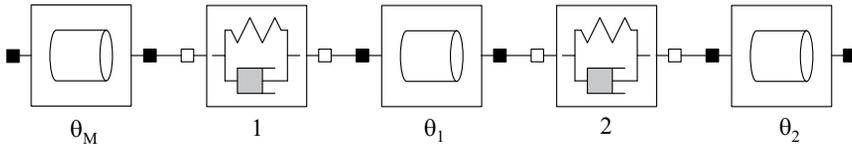


Abb. 21.6: *Signalflussplan des Dreimassenschwingers (Version 3)*

Man beachte, dass immer ein schwarz gefülltes Quadrat mit einem nicht gefüllten Quadrat verbunden werden muss, damit die Signalrichtungen in den Vektorverbindungen zueinander korrespondieren. Ein Vergleich von Abb. 21.6 mit Abb. 21.2 macht deutlich, dass mit dieser dritten Version ein wesentlich übersichtlicherer und modularerer Signalflussplan entstanden ist. Hier ist es sehr einfach, eine Getriebestufe hinzuzunehmen oder zu entfernen.

Es wird jetzt versucht, das bisherige Ersatzmodell durch Hinzunahme der Getriebeübersetzung realistischer zu gestalten. Die in Kapitel 1.1.2 in [57–61] abgeleiteten Gleichungen eines idealen, starren Getriebes mit der Übersetzung „ \ddot{u} “ lauten:

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}_1 &= \ddot{u} \cdot \dot{\Phi}_2 \\ \ddot{u} \cdot M_1 &= M_2 \end{aligned}$$

Hierbei ist $\dot{\Phi}_1$ die Antriebsdrehzahl, $\dot{\Phi}_2$ die Abtriebsdrehzahl, M_1 das Antriebsmoment, und M_2 das Abtriebsmoment. Das ideale Getriebe kann entsprechend zu den Grundelementen von Abb. 21.5 in Form des Blocks von Abb. 21.7 dargestellt werden.

Jetzt ist es einfach, die ideale, starre Übersetzung in das elastische Modell des Antriebsstrangs in Abb. 21.6 einzubringen. Für ein einstufiges, elastisches Getriebe ist das Ergebnis in Abb. 21.8 dargestellt.

Das ideale, starre Getriebe kann entweder vor oder nach dem Feder-Dämpfer-Element eingebaut werden. In Abb. 21.8 wird die erste Variante verwendet, d.h. das Massenträgheitsmoment des Motors ist über ein ideales Getriebe mit einem Feder-Dämpfer-Element gekoppelt, welches das Massenträgheitsmoment der Arbeitsmaschine antreibt. Das Einbringen dieses zusätzlichen Elementes ist hier

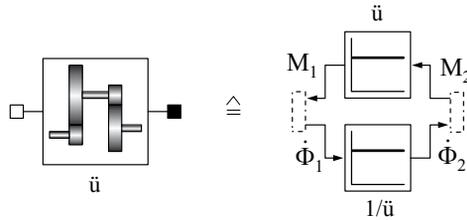


Abb. 21.7: Signalflussplan einer idealen Übersetzung

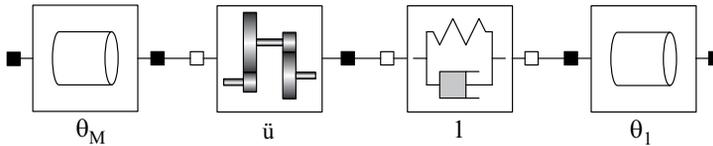


Abb. 21.8: Signalflussplan eines einstufigen, elastischen Getriebes

einfach. Im Gegensatz hierzu ist der nachträgliche Einbau eines idealen, starren Getriebes in den Signalflussplan von Abb. 21.2 fehleranfällig.

Leider hat die erläuterte Modularisierungsstrategie ihre Grenzen. Zum Beispiel soll die Elastizität des Getriebes bei der Modellbildung vernachlässigt werden. Es liegt dann nahe, aus Abb. 21.8 einfach das Feder-Dämpfer-Element zu entfernen, siehe Abb. 21.9.

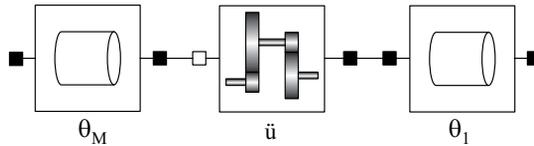


Abb. 21.9: (Falscher) Signalflussplan eines idealen, starren einstufigen Getriebes

In diesem Signalflussplan wird das rechte, ausgefüllte Quadrat des Übersetzungselementes mit dem linken, gleichartigen Quadrat des Drehträgheitselementes der Arbeitsmaschine verbunden. Dies ist jedoch nicht erlaubt, da dann jeweils zwei Ausgangssignale und zwei Eingangssignale miteinander verbunden werden würden. Es zeigt sich, dass es mit einem hierarchischen Signalflussplan *unmöglich* ist, eine Modularisierung so durchzuführen, dass die beiden Massenträgheitsmomente und das Übersetzungselement je durch einen Block beschrieben werden. Der Grund liegt darin, dass jeder Block „Massenträgheitsmoment“ einen Integrator enthält (Abb. 21.5). Damit hätte das Gesamtsystem mindestens zwei Freiheitsgrade. Anschaulich ist aber klar, dass ein derartiges starres System genau einen Freiheitsgrad besitzt, da durch die Vorgabe der Bewegung von einem Massenträgheitsmoment, die Bewegung des anderen Massenträgheitsmoments auf Grund der idealen, starren Übersetzung festliegt, also keinen zusätzlichen Freiheitsgrad darstellt. Für ein derartig modular konzipiertes Gesamtsystem kann

daher nicht ohne weiteres aus den Einzel-Signalfussplänen der Blöcke ein modularer Signalfussplan zusammengestellt werden. Stattdessen müssen die Gleichungen der Teilsysteme zusammen betrachtet werden:

$$\Theta_M \cdot \ddot{\Phi}_M = M_M - M_{G1} \tag{21.1}$$

$$\dot{\Phi}_M = \ddot{u} \cdot \dot{\Phi}_1 \tag{21.2}$$

$$\ddot{u} \cdot M_{G1} = M_{G2} \tag{21.3}$$

$$\Theta_1 \cdot \ddot{\Phi}_1 = M_{G2} \tag{21.4}$$

Bei einer Überführung der obigen Gleichungen in einen Signalfussplan wird $\dot{\Phi}_M$ durch Integration aus (21.1) und $\dot{\Phi}_1$ durch Integration aus (21.4) berechnet, d.h. beide Größen sind jeweils Ausgangssignale eines Integrators. Auf Grund von Gleichung (21.2) besteht aber eine **algebraische** Beziehung zwischen diesen beiden Größen, so dass zwei Ausgangssignale zusammengeschaltet werden müssten, was in einem Signalfussplan nicht möglich ist. Mit anderen Worten: Eine direkte Übertragung dieses Gleichungssystems in einen Signalfussplan ist *nicht möglich*. Wenn jedoch (21.2) einmal differenziert wird, gibt es eine zusätzliche Gleichung

$$\ddot{\Phi}_M = \ddot{u} \cdot \ddot{\Phi}_1 \tag{21.5}$$

mit der $\ddot{\Phi}_M$ in (21.1) eliminiert werden kann. Weiterhin kann M_{G1} mit (21.1) und M_{G2} mit (21.3) eliminiert werden, so dass schließlich die folgende Endgleichung erhalten wird, die auf den Signalfussplan von Abb. 21.10 führt.

$$(\Theta_1 + \Theta_M \cdot \ddot{u}^2) \ddot{\Phi}_1 = \ddot{u} \cdot M_M \tag{21.6}$$

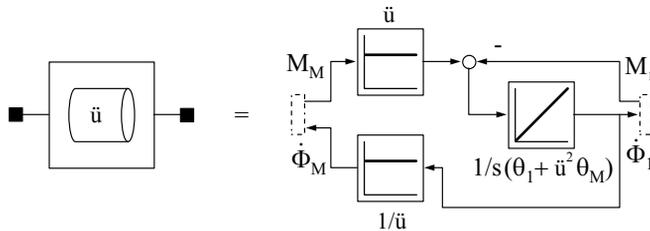


Abb. 21.10: Signalfussplan eines idealen, starren einstufigen Getriebes

Eine andere Schwierigkeit bei der Modularisierung mit Signalfussplänen, wird durch den einfachen elektrischen Schaltkreis von Abb. 21.11 verdeutlicht.

Im linken Teil von Abb. 21.11 ist der Schaltkreis zu sehen, der aus einer Reihenschaltung eines Widerstandes und einer Kapazität und einer dazu parallel geschalteten Reihenschaltung eines Widerstandes und einer Induktivität besteht. Im rechten Teil von Abb. 21.11 ist der entsprechende Signalfussplan zu sehen. Ähnlich wie beim Dreimassenschwinger ist es das Ziel, diesen Signalfussplan so

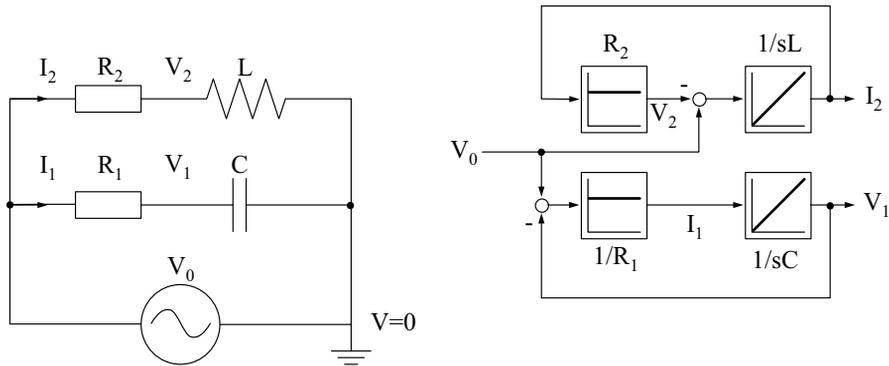


Abb. 21.11: Einfacher elektrischer Schaltkreis

zu modularisieren, dass neu eingeführte Blöcke den auftretenden physikalischen Komponenten, wie Widerstand oder Kapazität, entsprechen. Hier gibt es jedoch die Schwierigkeit, dass die Widerstandskomponente zwei unterschiedliche Darstellungen besitzt:

In der Reihenschaltung mit der Kapazität ist der Spannungsabfall über den Widerstand das Eingangssignal und in der Reihenschaltung mit der Induktivität ist der durch den Widerstand fließende Strom das Eingangssignal, siehe rechter Teil von Abb. 21.11. Mit anderen Worten: Die Komponente „Widerstand“ muss durch zwei unterschiedliche Blöcke dargestellt werden, je nachdem, wie diese Komponente mit anderen elektrischen Elementen verbunden ist. Diese unschöne Eigenschaft führt dazu, dass es im Gegensatz zu den oben diskutierten mechanischen Systemen nicht möglich ist, eine Modularisierung mit Blöcken aufzubauen, so dass ein elektrischer Schaltkreis direkt in einen hierarchischen Signalflussplan mit derselben Verschaltungsstruktur abgebildet werden kann. Stattdessen muss der Schaltkreis in der Regel mit Hand analysiert werden, bevor dieser in ein Signalflussplan überführt werden kann. Für größere elektrische Schaltkreise wird das schnell unpraktikabel.

Zusammengefasst kann folgendes festgehalten werden: Für größere, realistische Systeme ist eine Modularisierung des Modells vorteilhaft, welche sich an den physikalischen Komponenten orientiert, siehe z.B. Abb. 21.6 und Abb. 21.8, im Gegensatz zu Abb. 21.2. Mit auf Signalflussplänen basierenden Simulatoren kann diese Art der komponentenorientierten Modularisierung von mechanischen, elektrischen und anderen physikalischen Komponenten *nicht* sinnvoll durchgeführt werden.

In den folgenden Abschnitten wird eine Verallgemeinerung von Signalflussplänen erläutert, mit der die diskutierten Schwierigkeiten zum größten Teil zufriedenstellend gelöst werden können³. Dieses Verfahren wird im folgenden unter

³Die nachfolgenden Kapitel 21.2-21.5, 21.7-21.10 sind zum Teil eine überarbeitete und ausführlichere Fassung der Artikelserie „Objektorientierte Modellierung Physikalischer Systeme“ von Martin Otter, die in der Zeitschrift *at - Automatisierungstechnik* 47-52, 55, 57 im

dem Begriff *objektorientierte Modellierung* zusammengefasst. Die grundlegende Methodik wurde von Hilding Elmqvist am Lund Institute of Technology in Schweden Ende der siebziger Jahre entwickelt [1034]. Es gibt viele Varianten und dementsprechend auch unterschiedliche Softwaresysteme für den praktischen Einsatz.

21.2 Objektdiagramme

Die grundlegende Idee der objektorientierten Modellierung ist einfach und kann als eine nahe liegende Verallgemeinerung der im letzten Abschnitt diskutierten Modularisierungsstrategie des Dreimassenschwingers von Abb. 21.6 angesehen werden. Schwierigkeiten gibt es in Detailproblemen, die in den nachfolgenden Abschnitten diskutiert werden. Aus *Benutzersicht* wird ein Modell durch ein *Objektdiagramm* dargestellt, das ein reales System möglichst wirklichkeitsgetreu abbilden soll. In Abb. 21.12 ist ein typisches Objektdiagramm des Antriebssystems von Abb. 19.1, bestehend aus Regler, Elektromotor inklusive Stellglied, Getriebe und Arbeitsmaschine zu sehen. Diese und die nachfolgenden Abbildungen sind Bildschirmabzüge von Modellen, die mit der Modelica Modellierungs- und Simulationsumgebung Dymola [1032] erstellt wurden. Die durchgezogenen Verbindungslinien zwischen Motor, Getriebe und Last kennzeichnen starre, mechanische Verbindungen zwischen den Flanschen von Wellen. Die Verbindungslinien zwischen Regler und Motor sind die aus den Signalflussplänen gewohnten Signalflüsse.

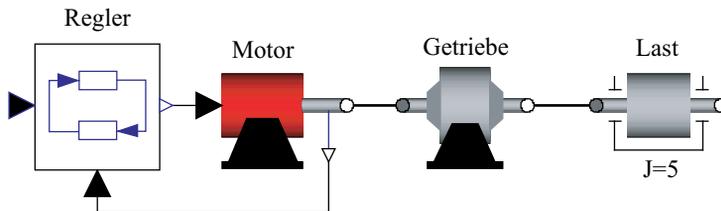


Abb. 21.12: Objektdiagramm eines Antriebssystems (Bildschirmabzug von Dymola)

Der Motor wird durch ein grafisches Symbol dargestellt, welches als Eingangssignal die Eingangsspannung des Steuersatzes vom Stromrichter, und als gemessenes Vektor-Ausgangssignal den Ankerstrom, den Motorwinkel und die Motordrehzahl besitzt. Entsprechend haben das Getriebe und das als „Last“ bezeichnete Massenträgheitsmoment der Arbeitsmaschine Schnittstellen für die Ein- und Ausgangswellen.

Jede Komponente wird jetzt rein lokal beschrieben, unabhängig von der eingesetzten Umgebung. Dies ist der wesentliche Unterschied zum Signalflussplan:

Jahr 1999 erschienen ist. Die Verwendung von Textpassagen und Abbildungen erfolgt mit freundlicher Genehmigung des Oldenbourg Verlages.

Komponenten werden entsprechend der realen Verbindung verschaltet, wobei sich der Anwender nicht darum kümmern muss, wie Daten als Ein- bzw. Ausgangssignale zwischen den Komponenten ausgetauscht werden. Damit ist die für den Dreimassenschwinger verwendete Modularisierung, entsprechend den Abb. 21.6 und 21.5, ein Spezialfall dieser Vorgehensweise. Eine Komponente ist wiederum hierarchisch aus weiteren Objektdiagrammen aufgebaut. Zum Beispiel sind in Abb. 21.13 die Details der Komponente „Motor“ zu sehen.

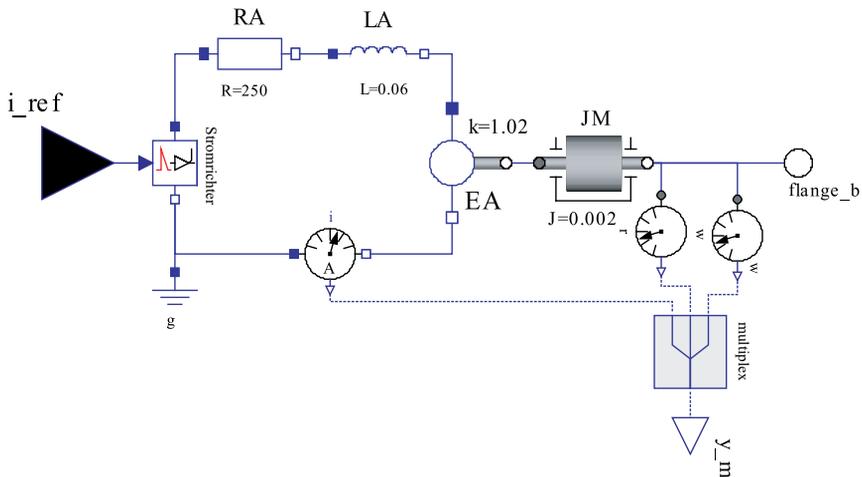


Abb. 21.13: Objektdiagramm der Motor-Komponente (Bildschirmabzug von Dymola)

Das Stromrichter-Stellglied, siehe auch Kapitel 9, erzeugt in Abhängigkeit vom Eingangssignal eine variable Ausgangsspannung, die als Eingangsspannung auf die fremderregte Gleichstromnebenschlussmaschine wirkt. Dieser Motortyp wird im Kapitel 3 in [57–61] im Detail besprochen. Der Ankerkreis wird durch den Widerstand R_A , die Induktivität L_A und die induzierte Gegenspannung E_A modelliert. Zur Vereinfachung wird angenommen, dass der Erregerfluß Ψ konstant ist, so dass dessen Einfluss einfach als Konstante in E_A erfasst wird. Objektdiagramme werden in diesem Kapitel auf der Basis der Modellierungssprache Modelica erstellt (Details siehe Kapitel 21.4). In Modelica wird jede Komponente durch einen eindeutigen Namen charakterisiert, der in der Regel im Icon einer Komponente dargestellt wird. Hierbei kann ein Name keine Indices enthalten, so dass ein Name wie R_A nicht verwendet werden kann. Aus diesem Grunde wird in dem Bildschirmabzug von Abb. 21.13 der Widerstand R_A als RA, die Induktivität L_A als LA und die induzierte Gegenspannung E_A als EA bezeichnet. Der Wert von Konstanten einer Komponente wird zum Teil auch im Icon angegeben. Zum Beispiel hat die Konstante R der Komponente RA den Wert 250, d.h. der Widerstand $R_A = 250\Omega$.

Die Komponente EA treibt die Motorträgheit Θ_M an, die als JM bezeichnet wird. Schließlich ist der mit flange_b bezeichnete Kreis auf der rechten Seite

der mechanische Flansch des Motors, an dem mechanische Komponenten, wie das Getriebe, verbunden werden können. Über ideale Messglieder werden der Ankerstrom sowie die Winkelstellung und die Drehzahl der Motorwelle gemessen und als *Vektorsignal* nach außen gegeben.

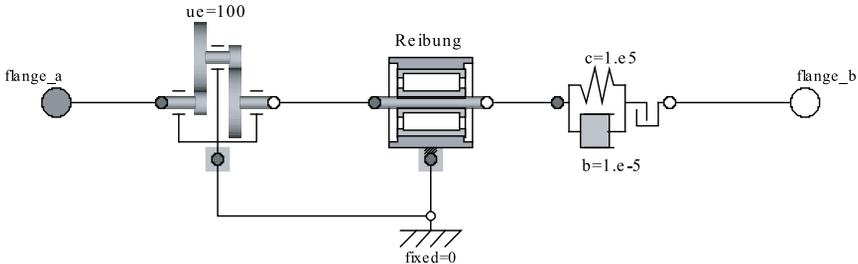


Abb. 21.14: *Getriebemodell des Antriebssystems (Bildschirmabzug von Dymola)*

Entsprechend zur Komponente „Motor“ ist in Abb. 21.14 das Objektdiagramm der Komponente „Getriebe“ aufgeführt. Das Getriebemodell besteht aus einer idealen Untersetzung („ uc “), Lagerreibung, Lose, Getriebesteifigkeit und Getriebedämpfung. Wie diese Elemente intern aufgebaut sind, wird später besprochen. In den obigen Objektdiagrammen werden drei Arten von Objektverbindungen benutzt: Signalflüsse (wie in einem Signalflussplan), elektrische Leitungen und starre mechanische Verbindungen.

Zusammengefasst kann festgehalten werden: Objektdiagramme sind Verallgemeinerungen von Signalflussplänen und bestehen aus den folgenden Teilen:

1. Einer grafischen Darstellung der *physikalischen Komponenten*, repräsentiert als Icons, wie beispielsweise die Komponente „Motor“ in Abb. 21.12.
2. Jede Komponente hat *Schnittstellen* mit denen diese mit anderen Komponenten verbunden werden kann.
3. Gerichtete oder ungerichtete *Verbindungslinien* zwischen Schnittstellen charakterisieren die physikalischen Verbindungen, z.B. elektrische oder hydraulische Leitungen, bzw. mechanisch starre Verbindungen.
4. Eine Komponente wird *unabhängig* von der eingesetzten *Umgebung* definiert. Zur Beschreibung werden nur die Variablen der Schnittstellen, sowie lokale Variablen benutzt. Es ist in der Regel nicht bekannt, ob eine Schnittstellen-Variable eine Ein- oder Ausgangsgröße ist. Diese Eigenschaft ist z.B. notwendig, damit Modelle wie das von Abb. 21.9 beschrieben werden können (wie erläutert, kann ein solches Modell nicht durch einen Signalflussplan dargestellt werden).
5. Eine Komponente besteht wiederum aus einer Verschaltung von Komponenten (= hierarchischer Aufbau) oder wird durch *algebraische Gleichungen* bzw. durch *Differentialgleichungen* beschrieben. Dies wird im Detail noch näher erläutert.

Verfügbare Programmsysteme unterstützen zur Zeit nur 2D-Objektdiagramme. Diese eignen sich sehr gut zur Visualisierung ein- oder zweidimensionaler Repräsentationen von Systemen, wie elektrische Schaltkreise, Antriebsstränge, Signalfusspläne, hydraulische Systeme, endliche Automaten, Petrinetze, Statecharts. Sie sind nur bedingt geeignet zur Visualisierung dreidimensionaler Systeme, wie 3-dim. Mechanik, 3-dim. Wärmeleitung, 3-dim. Strömungen. Die objektorientierte Modellierungstechnik ist jedoch unabhängig von der Art der Visualisierung. Anstatt Komponenten nur als Icons darzustellen, könnte man auch 3-dim. Konstruktionen verwenden. Wie im 2-dim. Bereich, wird eine solche Komponente durch lokale Gleichungen beschrieben und die Gleichungsgenerierung läuft vollkommen analog ab, nur die Darstellung ist realistischer. Es ist abzusehen, dass die Hersteller ihre Systeme in dieser Hinsicht erweitern werden.

Basierend auf einem Objektdiagramm erstellt ein objektorientiertes Modellierungssystem ein differenzial-algebraisches Gleichungssystem (abgekürzt DAE, für Differential-Algebraic Equation system; siehe auch Tabelle 21.4 auf Seite 1307). Hierbei werden die *lokalen Gleichungen* aller Komponenten, sowie die Gleichungen auf Grund von *Komponenten-Verbindungen*, zu einem Gesamtgleichungssystem zusammengefasst. Die direkte numerische Lösung eines solchen Gleichungssystems ist in der Regel uneffizient. Der wesentliche Schritt besteht deswegen darin, diese DAE mittels symbolischer Transformationsalgorithmen in eine sortierte DAE oder in eine Zustandsform umzuformen, die effizient gelöst werden kann. Die zur Verfügung stehenden Algorithmen sind sehr leistungsfähig. Zum Beispiel kann eine DAE mit mehr als 10000 Gleichungen auf einem PC innerhalb von wenigen Sekunden in die Zustandsform überführt werden. Schließlich werden die üblichen numerischen Integrationsverfahren eingesetzt, um die erhaltene Zustandsform bzw. die sortierte DAE zu lösen. Die skizzierte Vorgehensweise wird in den folgenden Abschnitten noch im Detail erläutert.

Es stellt sich die Frage, wie ein allgemeines objektorientiertes Modellierungssystem die korrekten *Gleichungen* für eine *Verbindung* zwischen Bauteilen erstellen kann. Es zeigt sich, dass in allen Fachgebieten im wesentlichen zwei Arten von Verbindungsgleichungen auftreten (siehe auch Kapitel 21.5):

1. Verbundene Variable haben *denselben Wert*, z.B. elektrisches Potential, Weg, Geschwindigkeit, Druck, Dichte. Diese Variablen werden als *Potential-Variablen* bezeichnet.
2. Die *Summe* der Variablen, welche miteinander verbunden sind, *verschwindet*, z.B. bei elektrischem Strom, Kraft, Moment, Wärmefluss, Volumenstrom, Massenstrom. Diese Variablen werden als *Fluss-Variablen* bezeichnet. Hier ist es wichtig, dass an allen Schnittstellen, dieselbe *positive* Flussrichtung gewählt wird, z.B. *in das Element* gerichtet.

Damit genügt es, in einer Bibliothek zu definieren, von welchem Typ eine Variable ist (Potential- oder Fluss-Variable). Wenn eine Schnittstelle mit einer anderen

verbunden wird, kann das objektorientierte Modellierungssystem dadurch die korrekten Gleichungen erstellen, ohne z.B. die Kirchhoff'schen Gesetze zu kennen.

21.3 Ein vollständiges Beispiel

Um einen besseren Gesamtüberblick zu erhalten wird an einem einfachen Beispiel der vollständige Zyklus — vom Objektdiagramm bis zur Transformation in die Zustandsform — vorgeführt. Hierzu wird eine kleine Bibliothek idealer elektrischer Bauteile, bestehend aus Widerstand, Kapazität, Induktivität, Spannungsquelle und Erdung erstellt (Tabelle 21.2). Jede Komponente wird durch ein Icon repräsentiert, welches das übliche grafische Symbol des entsprechenden elektrischen Elements darstellt.

Tabelle 21.2: *Objektgleichungen idealer elektrischer Komponenten*

Widerstand		$0 = I_1 + I_2$ $U = V_1 - V_2$ $U = R \cdot I_1$
Kapazität		$0 = I_1 + I_2$ $U = V_1 - V_2$ $I_1 = C \cdot dU/dt$
Induktivität		$0 = I_1 + I_2$ $U = V_1 - V_2$ $U = L \cdot dI_1/dt$
Spannungsquelle		$0 = I_1 + I_2$ $U = V_1 - V_2$
Erdung		$V = 0$

Die Komponenten-Schnittstellen sind die kleinen Kreise am linken und rechten Teil eines Bauteils und stellen elektrische Klemmen dar. Eine Klemme wird mathematisch durch zwei Variablen beschrieben: Durch das elektrische *Potential* V an der Klemme (Typ = Potential-Variable) und durch die Größe des einfließenden *Stroms* I (Typ = Fluss-Variable). Basierend auf diesen Schnittstellen-Variablen sind im rechten Teil von Tabelle 21.2 die *lokalen* Gleichungen der Komponenten, einem Gemisch von algebraischen Gleichungen und Differentialgleichungen, aufgeführt. Diese Gleichungen sind nur Funktionen der Schnittstellen-Variablen und der lokalen Variablen. Sie sind unabhängig davon, wie die Komponente mit anderen Komponenten verschaltet wird. Man beachte, dass die aufgeführten Zusammenhänge *mathematische Gleichungen* und keine Zuweisungen einer Programmiersprache sind. Deswegen könnte z.B. die Gleichung für den Widerstand alternativ auch als „ $U - R \cdot I_1 = 0$ “ angegeben werden.

Die erstellte Bibliothek wird jetzt benutzt, um den elektrischen Schaltkreis von Abb. 21.15 zu modellieren. Derselbe Schaltkreis wurde in Kapitel 21.1 manuell in den Signalflussplan von Abb. 21.11 umgewandelt, während dieser hier direkt als Objektdiagramm modelliert und simuliert werden kann.

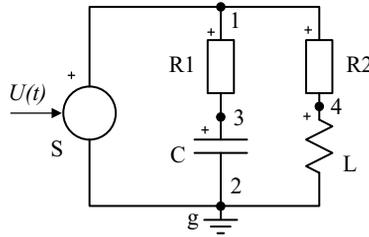


Abb. 21.15: Objektdiagramm eines elektrischen Schaltkreises

Hierzu werden die benötigten Komponenten der Bibliothek von Tabelle 21.2 entnommen und entsprechend des Diagramms miteinander verschaltet, d.h. es werden Linien zwischen den Komponentenklemmen gezogen. Die verwendeten Komponenten in Abb. 21.15 werden zur eindeutigen Identifizierung wie in objektorientierten Programmiersprachen üblich durch Namen gekennzeichnet, z.B. R1, R2 für die beiden Widerstände. Um die Variablen unterschiedlicher Komponenten im Gesamtgleichungssystem (automatisch) voneinander unterscheiden zu können, wird der Komponentename dem entsprechenden Variablennamen vorgestellt. Zum Beispiel ist $R1.I_1$ der Strom I_1 im Bauteil R1. Wie schon in Abschnitt 21.2 kurz skizziert, wird das Gesamtgleichungssystem des Modells aufgestellt, indem die Gleichungen aller verwendeten Komponenten, ergänzt um die Verbindungsgleichungen, zusammengefasst werden. Diese Gleichungen sind in Tabelle 21.3 zusammengestellt.

Die *Gleichungen der Komponenten* sind eine direkte *Kopie* aus der Bibliothek von Tabelle 21.2, wobei die Variablennamen, wie I_1 , jeweils um den Komponentennamen, wie $R1.I_1$, ergänzt werden. Die *Gleichungen für die Verbindungen* an den Knoten 1, 2, 3, 4 ergeben sich daraus, dass an einer Verbindungsstelle alle Potential-Variablen gleichgesetzt werden und die Summe aller korrespondierenden Flussvariablen verschwindet. Da in der Bibliothek alle elektrischen Potentiale als Potential-Variablen und alle Ströme als Fluss-Variablen definiert sind, werden die korrekten Verbindungsgleichungen erstellt. Diese entsprechen den Kirchhoff'schen Gesetzen.

An dieser Stelle ist eine Klassifizierung von mathematischen Beschreibungsformen zweckmäßig, bevor mit dem Beispiel fortgefahren wird. In Tabelle 21.4 sind die im folgenden verwendeten Gleichungstypen zusammengestellt.

Die lineare Zustandsdarstellung (21.7) wurde schon im Detail in Kapitel 5.5.1 besprochen. Die *nichtlineare Zustandsform* (21.9) ist die Standarddarstellung nichtlinearer, gewöhnlicher Differentialgleichungen. Für diese Beschreibungsform gibt es eine Vielzahl von numerischen Integrationsverfahren zur Lösung des Differentialgleichungssystems.

Tabelle 21.3: Gesamtgleichungssystem des elektrischen Schaltkreises

R1	$0 = R1.I_1 + R1.I_2$ $R1.U = R1.V_1 - R1.V_2$ $R1.U = R1.R \cdot R1.I_1$	R2	$0 = R2.I_1 + R2.I_2$ $R2.U = R2.V_1 - R2.V_2$ $R2.U = R2.R \cdot R2.I_1$
C	$0 = C.I_1 + C.I_2$ $C.U = C.V_1 - C.V_2$ $C.I_1 = C.C \cdot dC.U/dt$	L	$0 = L.I_1 + L.I_2$ $L.U = L.V_1 - L.V_2$ $L.U = L.L \cdot dL.I_1/dt$
S	$0 = S.I_1 + S.I_2$ $S.U(t) = S.V_1 - S.V_2$	g	$g.V = 0$
1	$S.V_1 = R1.V_1$ $S.V_1 = R2.V_1$ $0 = S.I_1 + R1.I_1 + R2.I_1$	2	$g.V = C.V_2$ $g.V = L.V_2$ $g.V = S.V_2$ $0 = S.I_2 + C.I_2 + L.I_2 + g.I$
3	$R1.V_2 = C.V_1$ $0 = R1.I_2 + C.I_1$	4	$R2.V_1 = L.V_1$ $0 = R2.I_2 + L.I_1$

Tabelle 21.4: Zustands- und Deskriptorform ($\mathbf{x} = \mathbf{x}(t)$, $\mathbf{u} = \mathbf{u}(t)$, $\mathbf{y} = \mathbf{y}(t)$)

	Zustandsform	Deskriptorform (DAE)
<i>linear</i>	$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (21.7)$ $\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u}$	$\mathbf{E}\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (21.8)$ $\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u}$
<i>nichtlinear</i>	$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \quad (21.9)$ $\mathbf{y} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$	$\mathbf{0} = \mathbf{f}(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{u}, t) \quad (21.10)$

Die *lineare Deskriptorform* (21.8) ist eine Verallgemeinerung der Zustandsform (21.7), bei der $\dot{\mathbf{x}}$ mit einer zusätzlichen (konstanten) Matrix \mathbf{E} multipliziert wird, siehe z.B. [1047]. Wenn \mathbf{E} regulär ist, kann durch Linksmultiplikation mit \mathbf{E}^{-1} leicht auf die Zustandsform (21.7) transformiert werden. \mathbf{E} darf jedoch auch singulär sein, dann ist eine Transformation in die Zustandsform aufwendiger. Die Bedeutung der Deskriptorform liegt darin, dass viele Probleme sehr leicht in dieser Beschreibungsform formuliert werden können, während eine direkte Darstellung in der Zustandsform schwieriger sein kann.

Schließlich ist die *nichtlineare Deskriptorform* (21.10) ein nichtlineares Gleichungssystem, welches von Ausgangsgrößen und anderen rein algebraischen Größen⁴ \mathbf{y} abhängt, sowie von Variablen \mathbf{x} , deren Ableitung $\dot{\mathbf{x}}$ im Gleichungssystem

⁴Zur Vereinfachung der Gleichungsstruktur wird in (21.10) nicht zwischen Ausgangsgrößen und anderen algebraischen Größen unterschieden. Beide Variablentypen werden im Vektor \mathbf{y} zusammengefasst.

tem auftreten. Deskriptorsysteme werden im folgenden auch alternativ als DAEs (engl. **D**ifferential **A**lgebraic **E**quations) bezeichnet.

Wenn alle Terme im Gesamtgleichungssystem des elektrischen Schaltkreises von Tabelle 21.3 durch eine einfache Subtraktion auf die rechten Seiten der jeweiligen Gleichungen gebracht werden, liegt die Darstellung (21.10) vor, d.h. das Gesamtgleichungssystem ist in Deskriptorform, mit

$$\begin{aligned}
 \mathbf{x} &= [\text{C.U}, \quad \text{L.I}_1]^T \\
 \mathbf{y} &= [\text{R1.I}_1, \text{R1.I}_2, \text{R1.V}_1, \text{R1.V}_2, \text{R1.U}, \dots \\
 &\quad \text{R2.I}_1, \text{R2.I}_2, \text{R2.V}_1, \text{R2.V}_2, \text{R2.U}, \dots \\
 &\quad \text{C.I}_1, \text{C.I}_2, \text{C.V}_1, \text{C.V}_2, \dots \\
 &\quad \text{L.I}_2, \text{L.V}_1, \text{L.V}_2, \text{L.U}, \dots \\
 &\quad \text{S.I}_1, \text{S.I}_2, \text{S.V}_1, \text{S.V}_2, \text{g.I}, \text{g.V}]^T \\
 \mathbf{u} &= [\text{S.U}]
 \end{aligned} \tag{21.11}$$

wobei $\dim(\mathbf{x})=2$, $\dim(\mathbf{y})=24$, $\dim(\mathbf{u})=1$ und $\dim(\mathbf{f})=26$. Eine direkte numerische Lösung dieses Gleichungssystems ist uneffizient. Deswegen werden die 24 algebraischen Gleichungen und die zwei Differentialgleichungen von Tabelle 21.3 in die Zustandsdarstellung (21.9) transformiert. Generell kann die Zustandsform aus der DAE (21.10) erhalten werden, wenn angenommen wird, dass alle auf der rechten Seite von (21.9) auftretenden Variablen (d.h. \mathbf{x} , \mathbf{u} , t) *bekannt* sind und alle auf der linken Seite auftretenden Variablen (d.h. $\dot{\mathbf{x}}$, \mathbf{y}) *berechnet* werden, da dies genau die Aussage der nichtlinearen Zustandsdarstellung ist.

Im vorliegenden Fall müssen demnach die 26 Gleichungen von Tabelle 21.3 nach den 26 *Unbekannten* $\dot{\mathbf{x}}$, \mathbf{y} von (21.11), bei *bekanntem* Zustand \mathbf{x} , *bekanntem* Eingangsgrößen \mathbf{u} und *bekanntem* Parametern R1.R, R2.R, C.C, L.L aufgelöst werden. Mit anderen Worten: Es muss die Lösung eines *algebraischen* Gleichungssystems mit 26 Gleichungen in 26 Unbekannten ermittelt werden.

Manuell ist eine solche Auflösung aufwendig. Doch mit den noch zu besprechenden *Algorithmen* kann ein Programm sehr schnell und effizient die Lösung ermitteln. Hierzu werden die folgenden Regeln angewandt:

1. Die Gleichungen werden so *umsortiert*, dass die Unbekannten in einer Vorwärtsrekursion berechnet werden können. Die sortierten Gleichungen müssen hierbei nach den jeweiligen Unbekannten aufgelöst werden.
2. Triviale Gleichungen der Form $a = +/ - b$ werden entfernt und a wird an allen auftretenden Stellen durch $+/ - b$ *substituiert*.
3. Alle Gleichungen, die nicht benötigt werden um die Zustandsableitungen $\dot{\mathbf{x}}$ zu berechnen, werden entfernt.

Als Ergebnis erhält man die folgende rekursive Berechnungsvorschrift zur Bestimmung der Zustandsableitungen (in der linken Spalte sind die Komponenten angegeben, aus denen die Gleichungen entnommen wurden; zum besseren Verständnis wird eine Zuweisung durch den Zuweisungsoperator „:=“ gekennzeichnet):

$$\begin{array}{ll}
\text{R2:} & \text{R2.U} := \text{R2.R} \cdot \text{L.I}_1 \\
\text{L:} & \text{L.U} := \text{S.U}(t) - \text{R2.U} \\
\text{R1:} & \text{R1.U} := \text{S.U}(t) - \text{C.U} \\
\text{R1:} & \text{C.I}_1 := \text{R1.U} / \text{R1.R} \\
\text{L:} & d\text{L.I}_1 / dt := \text{L.U} / \text{L.L} \\
\text{C:} & d\text{C.U} / dt := \text{C.I}_1 / \text{C.C}
\end{array}$$

Man beachte, dass die Gleichungen für die Widerstände R1 und R2 einmal nach dem Strom (R1) und einmal nach der Spannung (R2) aufgelöst werden; d.h. die Kausalität dieser Gleichungen ist unterschiedlich und nicht im voraus bekannt. Werden die noch auftretenden algebraischen Variablen ($\text{R2.U}, \dots, \text{C.I}_1$) als nicht weiter interessierende Zwischengrößen aufgefasst, dann liegt jetzt eine Zustandsform $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$ vor, bei der die Zustandsableitungen durch eine rekursive Berechnungsvorschrift berechnet werden können, wenn die Zustände \mathbf{x} und die Eingangsgrößen \mathbf{u} bekannt sind. Man könnte auch alle Zwischenvariablen in die letzten zwei Gleichungen einsetzen und hätte dann nur noch zwei Gleichungen. Für größere Systeme ist ein solches Vorgehen jedoch unsinnig: Wenn eine Zwischenvariable an mehreren Stellen verwendet wird (dies ist in dem obigen einfachen Beispiel nicht der Fall), und die Variable überall durch ihre Definitionsgleichung ersetzt wird, dann wird die Definitionsgleichung *mehrmals* ausgewertet, statt nur *einmal*, wie in der obigen rekursiven Berechnungsvorschrift.

In diesem speziellen Fall sind die Gleichungen linear in den Unbekannten, so dass in die lineare Zustandsdarstellung (21.7) transformiert werden kann (die hier nicht-interessierenden Gleichungen für die Ausgangsvariablen \mathbf{y} werden weggelassen):

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \text{L.I}_1 \\ \text{C.U} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\text{R2.R}}{\text{L.L}} & 0 \\ 0 & \frac{-1}{\text{R1.R} \cdot \text{C.C}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{L.I}_1 \\ \text{C.U} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\text{L.L}} \\ \frac{1}{\text{R1.R} \cdot \text{C.C}} \end{bmatrix} \mathbf{u}$$

Das Beispiel zeigt deutlich, dass das Vorgehen der objektorientierten Modellierung sehr *systematisch* und recht *einfach* ist. Auch wird das Verständnis erleichtert: Es genügt die *lokalen* Gleichungen einer Komponente zu verstehen. Die Komplexität ergibt sich durch das Zusammenschalten von Komponenten und die nachfolgende (automatisierte) Transformation des Gleichungssystems. Hierdurch wird die Einarbeitung in ein anderes Fachgebiet stark erleichtert, da man sich primär auf die wesentlichen Eigenschaften einzelner Komponenten konzentrieren kann. Allerdings führt diese Systematik schon bei dem obigen Trivialbeispiel auf 26 Gleichungen, so dass die objektorientierte Modellierung für das *manuelle* Erstellen von Gleichungen ungeeignet ist und eine Rechnerunterstützung notwendig ist. Da dieses Vorgehen schon bei einfachen Beispielen auf recht unübersichtliche Gleichungssysteme führt, werden im folgenden nicht mehr alle oben ausführlich erläuterten Zwischenschritte aufgeführt.

In den folgenden Unterkapiteln werden die einzelnen Schritte im obigen Beispiel genauer untersucht. Insbesondere wird gezeigt, dass durch eine geeignete Vorgehensweise auch komplexe und große Modelle behandelt werden können.

21.4 Modelica — Kontinuierliche Systeme

In den letzten beiden Unterkapiteln wurden die Grundideen der *objektorientierten Modellierung* physikalischer Systeme erläutert und insbesondere gezeigt wie Modelle komponentenweise mittels *Objektdiagrammen* grafisch definiert werden können. Damit Anwender neue Basiskomponenten für ein Objektdiagramm einführen können, wird üblicherweise eine Modellierungssprache für diesen Zweck zur Verfügung gestellt. In der Regel kann dann auch ein vollständiges Modell in einer solchen Sprache beschrieben werden. Dadurch ist ein Objektdiagramm relativ einfach in eine rein textuelle Beschreibung überführbar, die in einer Datei gespeichert und transportiert werden kann. Es gibt eine ganze Reihe unterschiedlicher objektorientierter Modellierungssprachen, die auf denselben Grundideen basieren, z.B. die Dymola-Sprache [1034], gPROMS [1050], EcosimPro [1033], Simscape [1084].

Exemplarisch werden die *Grundelemente* von objektorientierten Modellierungssprachen anhand der Sprache *Modelica* [1082]⁵ eingehender erläutert. Modelica wurde von den Entwicklern der objektorientierten Modellierungssprachen Allan, Dymola, NMF, ObjectMath, Omola, SIDOPS+, Smile, sowie einer Reihe von Anwendern, seit 1996 entwickelt, um einen Standard auf diesem Gebiet zu schaffen. Modelica basiert auf den Erfahrungen einer ganzen Reihe von Sprachen aus verschiedenen Anwendungsgebieten und wurde primär entworfen, um Systeme bestehend aus Komponenten unterschiedlicher Fachgebiete, wie elektrische Schaltkreise, Antriebsstränge, Mehrkörpersysteme, hydraulische, thermodynamische und verfahrenstechnische Systeme, zu modellieren. Im Dezember 1999 wurde die Version 1.3 verabschiedet, sowie die frei verfügbare Modelica-Standardbibliothek. Dies war die erste Version, die in aktuellen Anwendungen verwendet wurde. Modelica und die Modelica-Standardbibliothek wurden seit dem kontinuierlich weiterentwickelt. Die Beschreibung in den nächsten Kapiteln basiert auf Modelica 3.3 vom Mai 2012 [1082] und der Modelica Standardbibliothek 3.2 vom Okt. 2010.

Auf Grund der Mächtigkeit von Modelica und da die Sprache nicht an einen kommerziellen Hersteller gebunden ist, wird Modelica hier benutzt, um zu zeigen, wie komplexe Systeme in der objektorientierten Modellierungstechnik im Detail modelliert werden können. Basierend auf [1071] wird im vorliegenden Kapitel eine Einführung in die Modellierung *kontinuierlicher* Systeme mit Modelica gegeben. Wie mit Modelica unstetige, strukturvariable und diskrete Systeme modelliert werden können, wird in Kapitel 21.9 und 21.10 erläutert.

Hierarchische Modelle

Die Grundlagen von Modelica werden anhand des in Kapitel 21.2 als Einführungsbeispiel benutzten Antriebsstrangs erläutert, siehe Abb. 21.16, der aus den Komponenten „Regler“, „Motor“, „Getriebe“ und „Last“ besteht. Ein

⁵Modelica® ist ein eingetragenes Warenzeichen der "Modelica Association".

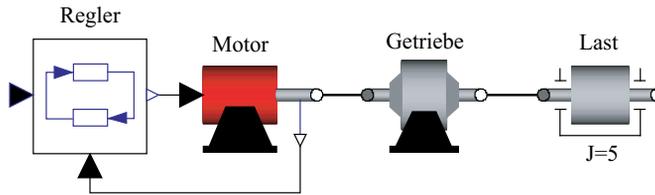


Abb. 21.16: Objektdiagramm eines Antriebssystems (Bildschirmabzug von *Dymola*)

Objektdiagramm-Editor erzeugt aus dem Objektdiagramm von Abb. 21.16 das folgende Modelica-Modell. Die grafische Information des Objektdiagramms wird im Modelica-Modell als *annotation* gespeichert. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wird diese Information jedoch hier und auch in den folgenden Modelica-Modellen nicht aufgeführt.

```

model Antriebsstrang
  Control  Regler;
  Motor    Motor;
  GearBox  Getriebe;
  Inertia  Last (J=5);
equation
  connect(Regler.y          , Motor.i_ref);
  connect(Motor.y_m        , Regler.u_m);
  connect(Motor.flange_b   , Getriebe.flange_a);
  connect(Getriebe.flange_b, Last.flange_a);
end Antriebsstrang;

```

Mit diesem Modelica-Modell werden die Komponenten *Regler*, *Motor*, *Getriebe* und *Last* definiert, sowie deren Verschaltung. Eine Anweisung der Form *Inertia Last (J=5);* bedeutet, dass eine Komponente *Last* von der Modell-Klasse *Inertia* deklariert wird. Nach dem Komponentennamen (hier: *Last*) können in Klammern spezielle Werte für die in der Modell-Klasse (hier: *Inertia*) definierten Konstanten angegeben werden. In diesem Fall wird das Trägheitsmoment $\Theta = J$ der Last auf 5 kgm^2 gesetzt. Die zu verwendende Einheit wird ebenfalls in der Modell-Klasse definiert. Wie bei Programmiersprachen üblich, darf ein Name in Modelica nur aus (lateinischen) Klein- oder Großbuchstaben, Ziffern, sowie dem Unterstrich (*_*) bestehen⁶. Es ist also z.B. nicht möglich den griechischen Buchstaben Θ als Namen für das Trägheitsmoment zu verwenden. Stattdessen wird der Name *J* benutzt. In einer Zeile können auch gleichzeitig mehrere Komponenten derselben Modell-Klasse definiert werden. Zum Beispiel könnten mehrere Wellen mit der Anweisung *Inertia LastWelle (J=5), MotorWelle (J=2);* eingeführt werden.

⁶In Modelica sind auch beliebige Zeichen in einem Namen erlaubt, wenn diese in Hochkomma eingeschlossen sind, z.B. 'Motor #123'.

Der **equation** Teil eines Modells enthält die Modell-Gleichungen. Beim Antriebsstrang werden die Modell-Gleichungen implizit durch die **connect** Anweisungen definiert, die festlegen, wie die Schnittstellen von Komponenten verschaltet sind. Eine Anweisung der Form **connect**(Motor.flange_b,Getriebe.flange_a) legt fest, dass die Schnittstelle flange_b der Komponente Motor mit der Schnittstelle flange_a der Komponente Getriebe verschaltet wird. Die zur Verfügung stehenden Schnittstellen sind wiederum in der jeweiligen Modell-Klasse definiert.

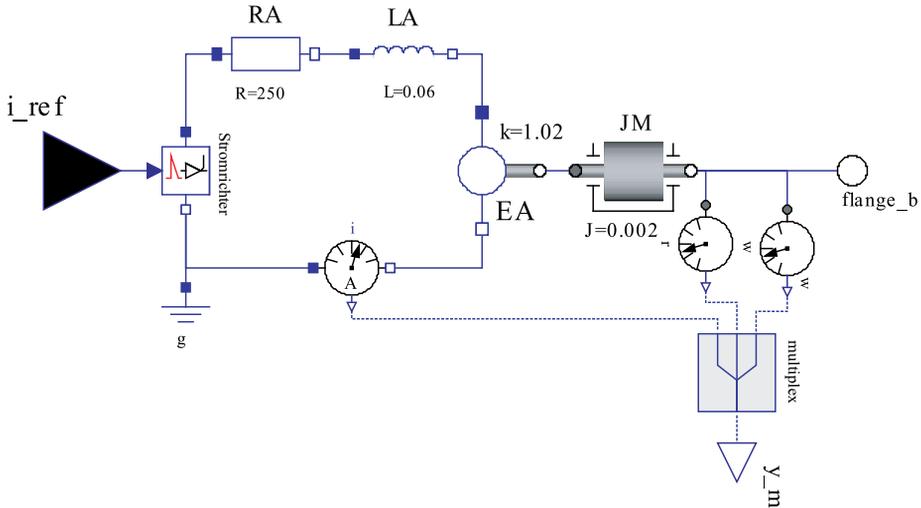


Abb. 21.17: Objektdiagramm der Motor-Komponente (Bildschirmabzug von *Dymola*)

Eine Komponente kann wiederum hierarchisch aufgebaut sein, wie es beim Motor der Fall ist. Das Objektdiagramm des Motors ist in Abb 21.17 zu sehen. Das entsprechende Modelica-Modell lautet:

```

model Motor
  Resistor RA(R=250);
  Inductor LA(L=0.06);
  Inertia JM(J=0.002);
  Flange_b flange_b;
  ...
equation
  connect(RA.n, LA.p);
  connect(JM.flange_b, flange_b);
  ...
end Motor;

```

Mit der zweiten Anweisung wird die Komponente RA von der Modell-Klasse Resistor definiert, wobei der Widerstandswert auf 250Ω gesetzt wird (Ein-

heiten, wie Ω , werden in der entsprechenden Modell-Klasse festgelegt; siehe unten). Entsprechend werden auch die anderen verwendeten Komponenten definiert und in der **equation**-Sektion zusammengeschaltet.

Variablen

Komponenten enthalten Variablen mit denen die Gleichungen formuliert werden. Diese Variablen haben eine *physikalische* Bedeutung. In der Standardbibliothek von Modelica werden die wichtigsten Variablentypen vordefiniert zur Verfügung gestellt, z.B.:

```

type Voltage = Real(quantity = "Voltage",    unit = "V");
type Angle   = Real(quantity = "Angle",      unit = "rad",
                    displayUnit = "deg");
type Radius  = Real(quantity = "Length",     unit = "m",
                    min         = 0.0);
type Inertia = Real(quantity = "Inertia",    unit = "kg*m^2",
                    min         = 0.0);
type Resistance = Real(quantity = "Resistance", unit = "Ohm",
                    min         = 0.0);

```

Hierbei ist `Real` eine vordefinierte Typ-Klasse für Gleitpunktzahlen, die einige Attribute, wie Einheit, Anfangswert, minimaler, maximaler, nominaler Wert, besitzt. Mit dem Attribut `unit` wird die Einheit definiert, in der die *Gleichungen* formuliert werden. Das Attribut `displayUnit` gibt an, welche Einheit als *Voreinstellung* für die *Ein-* und *Ausgabe* benutzt werden soll. Damit charakterisiert z.B. die neue Typ-Klasse `Angle` eine Gleitpunktzahl, die in Gleichungen die Einheit Radian besitzt und bei der Ein- und Ausgabe für den Modellierer standardmäßig in der Einheit Grad dargestellt werden soll (die Umrechnung nimmt das Modellierungssystem vor).

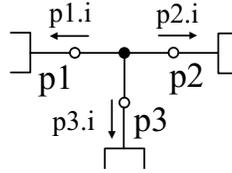
Schnittstellen

Schnittstellen von Komponenten definieren, wie die Komponente mit anderen Bauteilen in Kontakt treten kann. Eine Schnittstelle enthält hierbei alle Variablen mit denen über die Schnittstelle Informationen ausgetauscht werden können. Eine elektrische Schnittstelle, ein *Pin*, wird z.B. eindeutig durch das Potential v am Pin und durch den einfließenden Strom i definiert. In Modelica wird zur Schnittstellen-Definition die *Connector*-Klasse benutzt, siehe die erste Zeile in Tabelle 21.5, in der eine Reihe von elektrischen Komponenten mit der Modelica-Sprache definiert werden. Man beachte, dass in dieser Modelica-Bibliothek, entsprechend zur Modelica-Standardbibliothek, für die Variablen Kleinbuchstaben benutzt werden, obwohl diese unnormiert sind. Weiterhin ist „*“ das Multiplikationszeichen der Modelica-Sprache und nicht etwa das Symbol für die Faltung. Connector-Klassen werden ebenso wie Modell-Klassen benutzt:

```

model Circuit2
  ...
  Pin p1, p2, p3;
equation
  connect(p1, p2);
  connect(p1, p3);
  ...
end Circuit2

```



Im Deklarationsteil werden drei Pins definiert. Zur eindeutigen Identifikation, muss beim Zugriff auf eine Variable der Komponentename mit angegeben werden (z.B. `p1.v` = Variable `v` der Komponente `p1`). Mit den **connect** Anweisungen werden die drei Pins verschaltet. Das Modellierungssystem erstellt hieraus die Gleichungen:

$$\begin{aligned}
 p1.v &= p2.v; \\
 p1.v &= p3.v; \\
 p1.i + p2.i + p3.i &= 0;
 \end{aligned}$$

Die ersten beiden Gleichungen geben an, dass die Variablen-Werte identisch sind. Eine Null-Summengleichung wird erzeugt, wenn verbundene Variablen das Attribut **flow** besitzen, siehe erste Zeile von Tabelle 21.5, d.h. wenn die Variablen explizit als Flussvariablen deklariert sind. Dies wurde schon kurz in Kapitel 21.2 erläutert.

Auf ähnliche Weise wird die Interaktion zwischen zwei eindimensionalen rotatorischen mechanischen Systemen mit einer Flansch-Schnittstelle definiert:

$\Phi(= \text{phi})$ \longrightarrow $M(= \text{tau})$		<pre> connector Flange Angle phi "Rotationswinkel"; flow Torque tau "Schnittmoment"; end Flange; </pre>
--	---	---

Es ist vorteilhaft bei der Entwicklung von Komponentenbibliotheken zuerst die wesentlichen Schnittstellen zu definieren. Aus diesem Grunde gibt es in der Modelica-Standardbibliothek für viele Fachgebiete schon vordefinierte **connector**-Klassen, Details siehe Kapitel 21.5.

Unvollständige Modelle und Vererbung

Für den Aufbau von komplexen Modellen ist es wichtig, dass gemeinsame Eigenschaften nur *einmal* definiert werden. Beispielsweise haben eine Reihe von elektrischen Komponenten, wie Widerstand, Kapazität, Induktivität, zwei Klemmen. Außerdem wird zur Formulierung des physikalischen Gesetzes der Spannungsabfall `u` benötigt. Deswegen ist es sinnvoll eine „unvollständige“ Modell-Klasse `TwoPin` zur Verfügung zu stellen, in der diese Eigenschaften nur einmal für

entsprechende elektrische Komponenten definiert werden, siehe zweite Zeile von Tabelle 21.5. Diese Modell-Klasse hat zwei Pins p , n und den Spannungsabfall u . Der **equation** Teil enthält die allen Komponenten gemeinsamen Gleichungen in Form von *mathematische Gleichungen*. Damit könnte $0 = p.i + n.i$ alternativ auch als $n.i = -p.i$ geschrieben werden. Statt Gleichungen können in Modelica auch *Zuweisungen* unter Verwendung des Operators „:=“ in einer **algorithm** Sektion verwendet werden, um z.B. diskrete Regler zu beschreiben.

Mit dem Schlüsselwort **partial** (siehe Modell-Klasse `TwoPin` in der zweiten Zeile von Tabelle 21.5) wird festgelegt, dass eine Instanziierung des Modells nicht möglich ist, d.h. dass diese unvollständige Modell-Klasse nur zum Aufbau weiterer Modell-Klassen verwendet werden kann. Dies wird in den restlichen Zeilen von Tabelle 21.5 für die einfachen elektrischen Komponenten aus Tabelle 21.2 von Kapitel 21.3 gezeigt.

Mit der Anweisung **extends** `TwoPin` *erbt* eine Modell-Klasse alle Eigenschaften vom Modell `TwoPin`, d.h. alle Deklarationen und Gleichungen von `TwoPin` stehen direkt in dem neuen Modell zur Verfügung. Damit muss z.B. in der Modell-Klasse `Resistor` (siehe dritte Zeile von Tabelle 21.5) nicht definiert werden, dass $n.i = -p.i$ ist, da dieser Zusammenhang schon in der geerbten Modell-Klasse `TwoPin` aufgeführt ist. Die **extends** Anweisung kann mehrmals in einem Modell auftreten, d.h. es kann von mehreren unterschiedlichen Modell-Klassen geerbt werden.

Mit einer **parameter** Anweisung wird eine Variable definiert, die während einer Simulation *konstant* ist. Beispielsweise wird mit der Anweisung **parameter** `Resistance R` ein Parameter mit dem Namen `R` von der Typ-Klasse `Resistance` definiert. Die `Resistance` Typ-Klasse wurde schon weiter oben als

```
type Resistance = Real(quantity = "Resistance", unit = "Ohm",
                        min           = 0.0);
```

definiert. Damit charakterisiert `R` eine Gleitpunktzahl mit der Einheit Ohm. Bei der Deklaration einer Komponente kann jedem Parameter ein neuer Wert zugewiesen werden. Damit bedeutet z.B. die Anweisung `Resistor RA(R=250)` in der oben aufgeführten Modell-Klasse `Motor`, dass eine neue Komponente mit dem Namen `RA` von der Modell-Klasse `Resistor` eingeführt wird, wobei der in dieser Modell-Klasse definierte Parameter `R` auf 250 gesetzt wird. Da der Parameter `R` zur Typ-Klasse `Resistance` gehört, wird also ein Widerstand von 250Ω definiert.

Die Zeitableitung einer Variable wird durch den Operator **der** definiert, siehe die `Capacitor` und `Inductor` Modell-Klassen in Tabelle 21.5. Damit ist z.B. **der** (`u`) gleichbedeutend mit du/dt .

Parametrisierung von Modellen

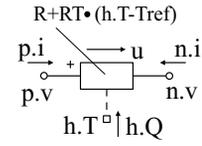
Modell-Klassen werden durch Verwendung der **parameter** Anweisung parameterisiert. Hierbei kann eine Komponente einer Modell-Klasse alle schon

definierten Parameterwerte durch neue Werte ersetzen (wie bei `Resistor` `RA` (`R=250`)), falls dies nicht durch Verwendung des **final** Schlüsselworts explizit verboten wird. In Modelica können nun nicht nur Parameterwerte, sondern auch komplette *Komponenten* oder gar *Klassen* eines Submodells, von einer höheren Modellhierarchie aus ausgetauscht werden. Zum Beispiel soll für den Motor von Abb. 21.17 ein genaueres Modell für den Widerstand benutzt werden, bei dem die *Temperaturabhängigkeit* des Widerstandes über das folgende Modell berücksichtigt wird:

```

model HeatingResistor
  extends TwoPin;
  HeatPort heatPort;
  parameter Real R, T_ref=293, alpha=0;
  equation
    u = R*(1+alpha*(heatPort.T-T_ref))*i;
    heatPort.Q_flow = -u*p.i;
end HeatingResistor;

```



Die Modell-Klasse `HeatingResistor` kann *nicht* von `Resistor` durch Vererbung abgeleitet werden, weil der Spannungsabfall über eine andere Gleichung berechnet wird. Deswegen werden, wiederum von `TwoPin` abgeleitet, eine zusätzliche Schnittstelle `heatPort` für den Wärmeübergang mit den Schnittstellen-Variablen `T` (Temperatur) und `Q_flow` (Wärmefluss) sowie Gleichungen zur Bestimmung des Spannungsabfalls und der erzeugten Wärme hinzugefügt. Mit den neu eingeführten Parametern `R_ref`, `T_ref` und `alpha` wird eine lineare Temperaturabhängigkeit des Widerstandes beschrieben. Die im Widerstand erzeugte Wärme `u*p.i` wird über die Schnittstelle `heatPort` abgeführt. Da der Wärmefluss `heatPort.Q_flow` so definiert ist, dass ein *positiver* Wert einen Wärmefluss *in* die Schnittstelle charakterisiert, berechnet sich `heatPort.Q_flow` zu `-u*p.i`.

Basierend auf dem ursprünglichen Motor-Modell von Abb. 21.17 und dem Modelica-Modell auf Seite 1312, kann jetzt die Modell-Klasse `Resistor` der Komponente `Motor.RA` durch das genauere Modell `HeatingResistor` ersetzt werden. Weiterhin werden noch einige Elemente zur Beschreibung des Wärmeflusses zwischen Widerstand und Umgebung hinzugefügt:

```

model Motor2
  extends Motor(redeclare HeatingResistor RA(alpha=0.1));
  Tsource Umgebung(T0=20);
  HeatFlow Hflow(...);
  equation
    connect(Umgebung.p, Hflow.n);
    connect(Hflow.p, RA.h);
end Motor2;

```

Durch die Anweisung **redeclare** wird die Ersetzung durchgeführt, wobei neue Parameterwerte (hier: `alpha`) festgelegt werden. Ein solcher Komponenten-Austausch ist genau dann möglich, wenn die neue Modell-Klasse (hier: `HeatingResistor`) *alle* Schnittstellen-Variablen und Parameter der zu ersetzenden Klasse (hier: `Resistor`) enthält, wobei Namen und Datentypen übereinstimmen müssen. Dies ist hier der Fall, da `HeatingResistor` die Schnittstellen-Variablen von `Resistor`, d.h. `p`, `n`, `R`, besitzt.

Der Vorteil dieser Vorgehensweise besteht darin, dass jede Modifikation des `Motor`-Modells, sofort auch beim `Motor2`-Modell zur Auswirkung kommt. Damit können z.B. ein einfaches Modell für den Entwurf und ein komplexeres für die Verifikation zuverlässig gewartet werden. Weiterhin können dadurch auch leicht z.B. unterschiedliche Regler im Antriebsstrang, Abb. 21.16, verwendet und miteinander verglichen werden, in dem der Reglerblock entsprechend ausgetauscht wird. Es ist auch möglich, eine ganze Klasse von Komponenten mit einem Befehl austauschen, wenn dies im ursprünglichen Modell vorgesehen ist:

```

model Circuit
  replaceable model Resistor2 = Resistor;
protected
  Resistor2 R1(R=100), R2(R=200), R3(R=300);
  ...
end Circuit

model Circuit2
  extends Circuit (redeclare model
    Resistor2 = HeatingResistor);
  ...
end Circuit2

```

Mit dem Sprachelement **replaceable** wird definiert, dass die lokale Modell-Klasse `Resistor2` *austauschbar* ist. Als Voreinstellung wird die `Resistor` Modell-Klasse benutzt. Jetzt können viele Komponenten der Klasse `Resistor2` deklariert werden. Durch nachträgliches Austauschen von `Resistor` mit `HeatingResistor`, werden *alle* Widerstands-Komponenten durch diese neue Modell-Klasse beschrieben.

Diese Vorgehensweise erleichtert insbesondere auch die Modellierung von Fluid-Strömungen, siehe [1043, 1070]. Üblicherweise ist z.B. das Modell einer Pumpe nur für ein *bestimmtes* Medium, wie Wasser, Wasserdampf oder Öl, gültig. Es ist jedoch möglich, ein generisches Pumpen-Modell mit Hilfe einer *austauschbaren Medium* Modell-Klasse zu formulieren. Beim Einsatz einer solchen Pumpe kann dann durch Austauschen (**redeclare...**) dieser Modell-Klasse jedes gewünschte Medium-Modell verwendet werden. Dieses ist vollkommen unabhängig vom Pumpen-Modell, siehe [1081].

Eingeschränkte Klassen

Es hat den Anschein, als ob die Strukturierungselemente von Modelica, wie **model**, **type**, **connector**, voneinander unabhängige Sprachelemente sind. Dies ist jedoch nicht der Fall. Modelica kennt nur *ein* einziges Strukturierungselement: die Klasse **class**. Es gibt Klassen mit speziellen Namen, die alle Eigenschaften von **class** besitzen, wie Syntax, Semantik, Definition, Vererbung, Parametrisierung, jedoch nur in eingeschränkter Form benutzt werden können:

connector	Wird in Verbindungen benutzt und hat keine Gleichungen.
model	Darf nicht in Verbindungen benutzt werden.
record	model ohne Gleichungen.
type	Nur durch Vererbung von einem type oder einem vordefinierten Typ wie Real ableitbar.
block	model , wobei alle Schnittstellen-Variablen als input oder output deklariert sind.
function	block mit <i>einer</i> Algorithmus-Sektion.
package	model , das nur Klassen-Deklarationen enthält.

Die **model**, **connector** und **type** Klassen wurden schon diskutiert. Die **record** Klasse wird zum Aufbau von hierarchischen Datenstrukturen eingesetzt. Mit der **block** Klasse werden Ein-/Ausgangsblöcke definiert. Hierdurch wird u.a. erreicht, dass es Einschränkungen bei der Verschaltung gibt, so dass z.B. Eingänge nicht mit Eingängen verschaltet werden können. Die **function** Klasse ist eine spezielle Block-Klasse und entspricht einer Funktion in einer prozeduralen Programmiersprache. Mit der **package** Klasse werden Komponentenbibliotheken aufgebaut.

Durch die Technik der *eingeschränkten* Klassen muss der Anwender nur die Verwendung der Klasse **class** verstehen, und nicht sieben unterschiedliche Konzepte. Darüber hinaus wird das Erstellen von Modelica-Übersetzern stark vereinfacht, da nur die Syntax und Semantik einer **class** implementiert werden muss, sowie einige zusätzliche Überprüfungen, ob die geforderten Restriktionen erfüllt sind. Man beachte, dass auch die Basistypen, wie **Real**, **Integer**, **Boolean**, nur vordefinierte **type** Klassen sind.

Es gibt *zwei* Möglichkeiten, um eine neue Klasse zu definieren: Die Standarddefinition wird in Tabelle 21.5 verwendet. Die Kurzdefinition wurde für die **type** Klassen **Angle**, **Voltage** und **Radius** im Beispiel auf Seite 1313 benutzt. Die **Voltage**-Klasse könnte alternativ auch folgendermaßen angegeben werden:

```

type Voltage
  extends Real(quantity="Voltage", unit="V");
end Voltage;
```

Sonstige Sprachelemente

Die restlichen Sprachelemente von Modelica sollen hier nur kurz gestreift werden: Es werden mehrdimensionale Felder, Matrix-Operatoren, -Funktionen und

-Gleichungen unterstützt. Damit können z.B. einfach Regelungssysteme oder Mehrkörpersysteme beschrieben werden sowie Komponenten-Felder und reguläre Verschaltungsstrukturen. Dies erlaubt z.B. Orts-Diskretisierungen von partiellen Differentialgleichungen, siehe [1070]. Ein typisches Beispiel für die Verwendung von Feldern ist im nachfolgenden Modell zu sehen, das einen Ein-/ Ausgangsblock einer linearen Zustandsform (21.7) beschreibt

```

block StateSpace
  parameter Real A[:, size(A, 1)],
                B[size(A, 1), :],
                C[:, size(A, 2)],
                D[size(C, 1), size(B, 2)] =
                zeros(size(C, 1), size(B, 2));
  input Real u[size(B, 2)] "Eingangssignal";
  output Real y[size(C, 1)] "Ausgangssignal";
  protected
    Real x[size(A, 1)] "Zustandsvektor";
  equation
    der(x) = A*x + B*u;
    y = C*x + D*u;
end StateSpace;

```

und folgendermaßen benutzt wird:

```
StateSpace S(A=[0.12, 2; 3, 1.5], B=[2, 7; 3, 1], C=[0.1, 0.4]);
```

Für das Modell wird die **block**-Klasse benutzt, so dass alle Variablen in der Schnittstelle entweder Parameter sein müssen oder die Attribute **input** oder **output** besitzen müssen. Durch diese Attribute werden insbesondere Einschränkungen bei Verbindungen definiert, damit z.B. nicht ein Ausgang mit einem Ausgang verbunden werden kann. Mit der **parameter** Anweisung werden die vier konstanten Felder A, B, C, D deklariert, wobei die Dimensionen der Felder noch nicht festliegen. Die beiden nächsten Zeilen definieren die Eingangssignale und die Ausgangssignale, wobei z.B. das Eingangssignal dieselbe Dimension besitzen muss wie die Matrix B Spalten besitzt. Hinter einer Deklaration kann eine Beschreibung der Variablen, z.B. "Eingangssignal", gegeben werden. Solche Beschreibungstexte werden von Modelica Umgebungen speziell behandelt, z.B. werden diese in Parameter-Menüs angezeigt, sowie als Beschreibungstexte für die jeweilige Variable beim Plotten verwendet. In der **protected** Sektion werden Variable deklariert, die nur innerhalb der Modell-Klasse zur Verfügung stehen. Schließlich werden im **equation** Teil die Gleichungen des linearen Zustandsraummodells in Form von Matrixgleichungen angegeben.

Mit Modelica können auch Abtastsysteme, sowie unstetige und strukturvariable Systeme modelliert werden. Auf Grund der Bedeutung und des Umfangs wird dieser Teil in den Unterkapiteln 21.9 und 21.10 erläutert.

Modelica-Standardbibliothek

Die *praktische* Verwendung von Modelica erfordert sofort einsetzbare Modelica-Komponentenbibliotheken. Zu diesem Zweck wurde von der Modelica-Gruppe eine umfangreiche, frei verfügbare Modelica-Standardbibliothek erstellt, die kontinuierlich weiterentwickelt wird und ohne Einschränkungen in kommerziellen Produkten eingesetzt werden kann. Freie und kommerzielle Bibliotheken werden darüber hinaus von vielen anderen Organisationen entwickelt. Eine aktuelle Übersicht, mit Download-Möglichkeit der freien Modelica Bibliotheken, findet sich auf der Internet-Seite <https://www.modelica.org/libraries>.

Tabelle 21.6 enthält eine Kurzübersicht der Modelica Standardbibliothek 3.2

Simulation eines Modelica-Modells

Mit Modelica werden Objektdiagramme auf einem hohen Sprachniveau kompakt definiert. Die Erzeugung eines Simulationsmodells in Zustandsform erfolgt auf die in Kapitel 21.3 skizzierte Weise: Es wird ein Deskriptorsystem Gl. (21.10) aufgebaut, das aus den Gleichungen aller Modelica-Komponenten sowie aus den Gleichungen für die Verbindungsdefinitionen besteht. Mit noch im Detail zu besprechenden Transformationsalgorithmen wird dieses Gleichungssystem in Zustandsform Gl. (21.9) transformiert, welches dann mit Standard-Integrationsverfahren gelöst wird. Es gibt eine Reihe unterschiedlicher Modelica-Modellierungs- und Simulationsumgebungen, siehe Tabelle 21.1 auf Seite 1293. Der aktuelle Stand kann über die Modelica Web-Seite <http://www.Modelica.org/tools> erfragt werden.

21.5 Modelica — Komponenten-Schnittstellen

Im vorliegenden Unterkapitel wird erläutert, wie die *Schnittstellen* von Komponenten in der objektorientierten Modellierungstechnik entworfen werden. Der Schnittstellenentwurf ist ein zentraler Baustein, da damit die voneinander unabhängigen Teile eines komplexen Modells festgelegt werden. Erst *nach* der Schnittstellen-Definition können Komponenten *unabhängig* voneinander entwickelt und ausgetestet werden.

Um die zentralen Vorteile der objektorientierten Modellierung auszunutzen, sollte eine Schnittstelle in der Regel *nicht* vom beabsichtigten Ein-/Ausgangsverhalten einer Komponente abgeleitet werden, da es in den meisten Fällen unterschiedlich sinnvolle Kombinationen des Ein-/Ausgangsverhaltens gibt und sich diese erst aus der Verschaltung der Komponente ergeben.

Schnittstellen sollten die folgenden Anforderungen erfüllen:

1. Gewünschte Effekte:

Wenn eine reale Komponente, wie ein Elektromotor oder eine hydraulische Pumpe, gedanklich freigeschnitten wird, sollte die abstrahierte Schnittstelle

des Modells alle Variablen enthalten die notwendig sind, um die gewünschten Effekte in der Schnittstelle zu beschreiben. In der Regel werden *resultierende* bzw. *mittlere* Größen über der Schnittstelle verwendet, z.B. eine resultierende Kraft oder die mittlere Geschwindigkeit.

2. Voneinander unabhängige Variable:

Die Schnittstelle sollte voneinander unabhängige Variable enthalten. D.h. eine Schnittstellen-Variable v_i sollte nicht von anderen Schnittstellen-Variablen v_j über algebraische Beziehungen, durch Differentiation oder durch Integration berechnet werden können. Wenn dies nicht zutrifft, d.h. wenn ein Satz von redundanten Variablen verwendet wird (dies ist in Modelica möglich), gibt es Einschränkungen, wie Komponenten verschaltet werden können, insbesondere wenn Verschaltungsschleifen auftreten.

3. Erhaltungsgleichungen und Randbedingungen:

Wenn Komponenten zusammengeschaltet werden, *müssen* die relevanten Erhaltungsgleichungen und Randbedingungen des infinitesimal kleinen Verschaltungspunktes automatisch durch die Modelica Verbindungssemantik erfüllt werden (= Potentialvariablen sind identisch und die Summe der zugehörigen Flussvariablen verschwindet). Typische Erhaltungsgleichungen sind Energie-, Massen-, Impuls-Bilanz, bzw. Kraft-, Momenten-Gleichgewicht. Typische Randbedingungen sind die Identität von Winkel, elektrischem Potential, Temperatur, Druck etc. im Verbindungspunkt. Diese letzte Regel muss eingehalten werden, da es sonst Verschaltungen von Komponenten gibt, bei denen die physikalischen Grundgleichungen nicht mehr erfüllt sind.

Die obigen Entwurfsrichtlinien sollen an den in Kapitel 21.4 eingeführten Schnittstellen für elektrische Systeme (**connector** Pin) und für ein-dimensionale, rotatorische mechanische Systeme (**connector** Flange) demonstriert werden:

connector Pin	connector Flange
Voltage v;	Angle phi;
flow Current i;	flow Torque tau;
end Flange;	end Flange;

Hierbei ist v das elektrische Potential in der Klemme, i der elektrische Strom, ϕ der absolute Verdrehwinkel eines Flansches und τ das Schnittmoment im Flansch.

Wenn 3 elektrische Komponenten R1, R2, R3 an der jeweiligen Pin-Schnittstelle zusammengeschaltet werden, ergeben sich die folgenden Gleichungen:

```
R1.v = R2.v;
R1.v = R3.v;
0 = R1.i + R2.i + R3.i;
```

Die ersten beiden Gleichungen legen die *Randbedingung* fest, dass die Potentiale der 3 Klemmen identisch sind. Die dritte Gleichung ist die *Erhaltungsgleichung* für den elektrischen Strom (= Kirchhoff'sche Stromregel). Aus den Gleichungen folgt auch, dass der *Energiesatz* beim Verbindungspunkt erfüllt ist, da die Summe der Energieflüsse P (= Leistung) verschwindet:

$$\begin{aligned} P &= R1.v * R1.i + R2.v * R2.i + R3.v * R3.i \\ &= R1.v * (R1.i + R2.i + R3.i) \\ &= R1.v * 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Wenn die Flange-Schnittstellen von 3 Antriebsstrang-Komponenten K1, K2, K3 zusammengeschaltet werden, ergeben sich die folgenden Gleichungen:

$$\begin{aligned} K1.phi &= K2.phi; \\ K1.phi &= K3.phi; \\ 0 &= K1.tau + K2.tau + K3.tau; \end{aligned}$$

Die ersten beiden Gleichungen legen die *Randbedingung* fest, dass die absoluten Verdrehwinkel der 3 Flansche identisch sind. Die dritte Gleichung ist die *Erhaltungsgleichung* für die Schnittmomente (= Momenten-Gleichgewicht). Aus den Gleichungen folgt auch, dass der *Energiesatz* beim Verbindungspunkt erfüllt ist, da die Summe der Energieflüsse P (= Leistung) verschwindet:

$$\begin{aligned} P &= d(K1.phi) / dt * K1.tau + d(K2.phi) / dt * K2.tau + \\ &\quad d(K3.phi) / dt * K3.tau \\ &= d(K1.phi) / dt * (K1.tau + K2.tau + K3.tau) \\ &= d(K1.phi) / dt * 0 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Eine alternative Möglichkeit um Schnittstellen zu definieren, ist die Bondgraph-Methode, siehe z.B. [1028, 1061, 1080]. Hierbei wird der Energiefluss P zwischen Komponenten als Produkt zweier Variablen definiert: $P = e \cdot f$ (z.B. $P = \text{Geschwindigkeit} * \text{Kraft}$) und die beiden Variablen e und f werden im Connector verwendet. Diese Vorgehensweise ist in der allgemeineren Methodik von oben als Spezialfall enthalten.

In der Modelica Standardbibliothek (siehe Tabelle 21.6 auf S. 1406) werden für alle wichtigen physikalischen Fachgebiete Schnittstellen-Definitionen angeboten. Elektrische und magnetische Schnittstellen werden hierbei wie bei Bondgraphen üblich definiert, während alle anderen Schnittstellen, der allgemeineren Methodik vom Anfang des Kapitels folgen. Es ist fast immer sinnvoll die Schnittstellen der Modelica Standardbibliothek zu benutzen. Hierdurch wird u.a. automatisch erreicht, dass Komponenten die auf diesen Schnittstellen aufbauen, kompatibel zueinander sind, also miteinander verbunden werden können.

In Tabelle 21.7 sind die in der Modelica Standardbibliothek definierten Schnittstellen zusammengestellt. Im folgenden werden diejenigen Schnittstellen näher erläutert, welche zur Modellierung von elektrischen Maschinen und Antriebssystemen benötigt werden.

Schnittstellen für elektrische Systeme

Die Schnittstellen für elektrische Systeme sind natürlich die Basis für elektrische Motormodelle. In der Modelica Standardbibliothek werden hier, neben der elektrischen Klemme, auch „mehrphasige Stecker“ bereitgestellt, um auf einfache Weise z.B. Drehstromnetze und Asynchronmotoren modellieren zu können.

Die Schnittstellen für eine elektrische Klemme (`Pin`) wurden am Anfang dieses Kapitels schon erläutert. Ein Modelica Connector kann auch hierarchisch aus anderen Connectoren aufgebaut werden. Dies ist der Fall bei mehrphasigen elektrischen Steckern, die folgendermaßen in der Modelica Standardbibliothek definiert sind:

```
connector Plug
  parameter Integer m = 3 "Zahl der Phasen";
  Pin pin[m];
end Plug;
```

Hiermit wird eine Schnittstelle definiert, die aus einem Vektor von „Pins“ besteht, wobei als Voreinstellung der Vektor die Dimension 3 hat. Dadurch können z.B. auf relativ komfortable Weise Drehstromnetze modelliert werden.

Schnittstellen für mechanische Systeme

Bei Antriebssystemen sind der Rotor des Motors und die anzutreibende Last, oder die Lasten, mechanische Bauteile, so dass im Antriebsmodell entsprechende Modelle, insbesondere mechanische Schnittstellen, benötigt werden. Für viele Anwendungen reichen ein-dimensionale, rotatorische, mechanische Modelle aus. Eine Reihe von Spezialanwendungen von Motoren, wie der Antrieb von Robotern oder anderer Mechanismen, erfordert jedoch drei-dimensionale mechanische Modelle (diese werden auch als Mehrkörpersysteme, engl. „multi-body systems“, bezeichnet).

Die Behandlung von drei-dimensionalen mechanischen Systemen in einer objektorientierten Form benötigt eine längere Erläuterung und wird hier nicht weiter diskutiert. Details sind in [1098] zu finden. Für die Anwendung dieser Komponenten, wird die zugrunde liegende Theorie aber nicht benötigt.

Bei eindimensionalen *rotatorischen* mechanischen Systemen, im folgenden durch *Antriebsstrang* abgekürzt, gibt es in der Technik zwei unterschiedliche Anwendungen:

- Bei *Stellantrieben* ist es das Ziel eine gewünschte Position anzufahren oder einer vorgegebenen Bahn möglichst genau zu folgen. Beispiele hierfür sind Roboter oder Aufzüge. Da der *Drehwinkel* der Last geregelt werden soll, muss dieser in einer Schnittstelle enthalten sein. Die Drehzahl sollte *nicht* zusätzlich in die Schnittstelle mit aufgenommen werden, da dann der enge Zusammenhang zwischen Drehwinkel und Drehzahl dem Modellierungssystem nicht bekannt ist, so dass einige Algorithmen, wie der noch zu besprechende Pantelides-Algorithmus, nicht angewandt werden können. Wenn benötigt, kann die Drehzahl in einer objektorientierten Modellierungssprache

durch Differentiation aus dem Drehwinkel erhalten werden ($\Omega = \mathbf{der}(\Phi)$). Der Compiler einer Sprache wie Modelica transformiert diese Anweisung in eine numerisch robust auszuwertende Form, so dass während der Simulation keine numerische Differentiation erfolgt.

- Bei *Leistungsantrieben* ist es das vorrangige Ziel, eine bestimmte mechanische Leistung zu übertragen. Beispiele hierfür sind Antriebsstränge von Fahrzeugen, Pumpen oder Generatoren. Hier spielt der Drehwinkel keine Rolle, so dass in der Schnittstelle anstelle des Drehwinkels auch die Winkelgeschwindigkeit verwendet werden kann.

In der Modelica Standard-Bibliothek sind nur Komponenten für Stellantriebe vorhanden, da man hiermit auch Leistungsantriebe modellieren kann, der praktische Unterschied bei der Simulation gering ist, und der Aufwand zwei praktisch fast identische Bibliotheken zu pflegen unnötig gross ist.

Bei eindimensionalen *translatorischen* mechanischen Systemen können theoretisch auch diese beiden Fälle auftreten. In der Technik gibt es jedoch nur translatorische Stellantriebe und keine translatorischen Leistungsantriebe, so dass es hier nur eine praktikable Schnittstelle gibt, in der die absolute Verschiebung, und nicht die Geschwindigkeit, auftritt.

Generell gibt es bei mechanischen Systemen das Problem, dass die auftretenden Größen, wie Geschwindigkeit oder Kraft, Vektoren sind. Die Elemente dieser Vektoren beziehen sich auf ein bestimmtes *Koordinatensystem*, das bei mathematischen Operationen zu berücksichtigen ist. Eine sinnvolle Vorgehensweise besteht darin, dass in *jedem* mechanischen Flansch ein *lokales* Koordinatensystem definiert wird, wobei die *z*-Achsen der Flansch-Koordinatensysteme von *einer* Komponente alle in dieselbe Richtung zeigen, siehe Abb. 21.18.

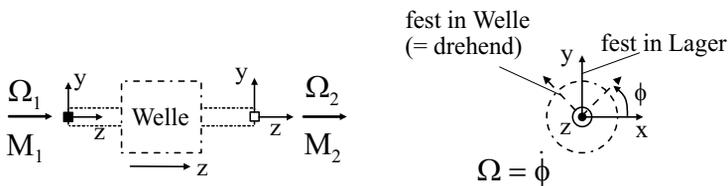


Abb. 21.18: Lokale Koordinatensysteme bei Antriebssträngen

Alle vektoriellen Größen in einem Flansch werden bezüglich des Flansch-Koordinatensystems dargestellt, z.B. Schnittmoment $\vec{M} = M \cdot \vec{e}_z$ bzw. Winkelgeschwindigkeit $\vec{\Omega} = \Omega \cdot \vec{e}_z$, wobei \vec{e}_z ein Einheitsvektor in Richtung der positiven *z*-Achse ist und *M* bzw. Ω die skalaren Größen sind, die in der Schnittstelle benutzt werden. Eine Verbindung von zwei oder mehr Flanschen (= **connect**-Anweisung bei Modelica) bedeutet nun, dass die lokalen Flansch-Koordinatensysteme zur Deckung gebracht werden.

Bei der Verschaltung von Antriebsstrang-Komponenten muss man etwas vorsichtig sein: Wenn die *z*-Achsen der Flansche bei einer Verschaltung nicht gleichgerichtet sind, siehe linker Teil von Abb. 21.19, dann ist das zulässig, entspricht

aber der Verschaltung von einer Hohlwelle mit einer Welle, wie durch Umzeichnen im rechten Teil von Abb. 21.19 zu sehen ist.

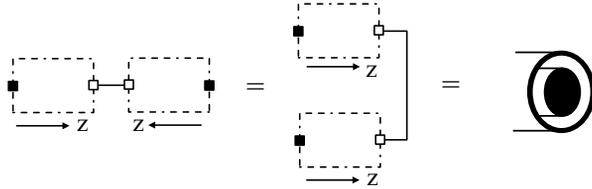


Abb. 21.19: Verschaltung von Welle mit Hohlwelle

Schnittstellen für thermische Systeme

Thermische Schnittstellen werden bei detaillierteren Modellen von elektrischen Maschinen benötigt, um z.B. die Wärmeabgabe an die Umgebung zu beschreiben, da dies zu einer maßgeblichen Begrenzung eines Motors führt.

In der Modelica Standardbibliothek werden die Schnittstellen thermischer Systeme mit dem Wärmefluss Q_{flow} und der Temperatur T beschrieben, wie es traditionell in diesem Fachgebiet üblich ist. In der Bondgraph-Methode werden stattdessen Temperatur T und Entropiestrom S_{flow} benutzt, da das Produkt dieser beiden Variablen der übertragene Energiefluss $Q_{flow} = T \cdot S_{flow}$ ist. Es soll kurz auf die Vor- und Nachteile der beiden Beschreibungsformen eingegangen werden:

In Tabelle 21.8 sind die einfachst möglichen Basiselemente aufgeführt, siehe z.B. [1058]: Der *Wärmeleiter* G ist ein ideales Element welches keine Wärmeenergie speichert und die Wärme nur zwischen den beiden Schnittstellen 1 und 2 transportiert. Die *Wärmekapazität* C ist ein ideales Element welches nur Wärmeenergie speichert oder abgibt. Beide Elemente können entweder mit der Temperatur T und dem Wärmefluss Q_{flow} oder mit der Temperatur T und dem Entropiestrom S_{flow} beschrieben werden, da an einer Schnittstelle 1 gilt: $Q_{flow1} = T_1 \cdot S_{flow1}$.

Die in den Gleichungen von Tabelle 21.8 auftretenden Konstanten sind: die spezifische Wärmeleitfähigkeit λ , die Querschnittsfläche A und die Länge L des Wärmeleiters, sowie die spezifische Wärmekapazität C und die Masse M der Wärmekapazitäts-Komponente.

Es zeigt sich, dass bei diesen einfachst möglichen Elementen die Gleichungen in den Variablen T, Q_{flow} *linear* und in den Variablen T, S_{flow} *nichtlinear* sind. Weiterhin kann die häufig auftretende Randbedingung der vollständigen Isolation im ersten Fall viel einfacher formuliert werden ($Q_{flow} = 0$). Schließlich gibt es für den Wärmestrom im Gegensatz zum Entropiestrom einen Erhaltungssatz, so dass Überprüfungen einfacher sind. Aus diesen Gründen ist es besser, als Schnittstellen-Variablen Q_{flow} und T zu verwenden.

Schnittstellen für Rohrströmungen

Elektrische Maschinen werden mit Luft, Wasser oder Öl gekühlt. Der Kühlkreislauf hat einen signifikanten Einfluss auf die Leistung eines Motors und muss deswegen bei detaillierteren Motormodellen mitberücksichtigt werden. System-Simulationen werden mit ein-dimensionalen Rohrströmungsmodellen durchgeführt, da die Berücksichtigung des drei-dimensionalen Strömungsfeldes (z.B. mit CFD oder FE Methoden) zu rechen-aufwendig ist.

In der Modelica Standardbibliothek werden zwei unterschiedliche Rohrströmungsmodelle angeboten, siehe Tabelle 21.7. Der wesentliche Unterschied zwischen beiden Schnittstellen ist, dass im einfacheren Modell ein inkompressibles, Einstoff-Medium unterstützt wird, das durch einige wenige Konstanten beschrieben wird, wie Dichte und spez. Wärmekapazität. Im detaillierteren Modell wird das Medium durch einen Satz von Funktionen beschrieben, die es erlauben kompressible und inkompressible Rohrströmungen, mit ein oder mehreren Substanzen, und ein- oder mehreren (homogenen) Phasen zu modellieren.

Für die Modellierung von Kühlkreisläufen bei elektrischen Maschinen reicht in aller Regel das einfachere Rohrströmungsmodell aus. Details sind in [1063] beschrieben. Das detailliertere Modell wird z.B. zur Modellierung von Verbrennungsvorgängen, von Kraftwerken und von Klimaanlageanlagen benutzt. Hier wird ein komplett neues Konzept verwendet bei dem ein dritter Typ von Schnittstellenvariablen benutzt wird: *Stream*-Variablen. Details siehe [1053]. Der Grund hierfür ist, dass eine flexible und numerisch robuste Modellierung von thermo-fluid Rohrströmungen mit Potential- und Flußvariablen nicht möglich ist. Eine detaillierte Analyse dieser Eigenschaft ist in der Dissertation von Sielemann [1083] zu finden. Ein Grund ist, dass bei Rohrströmungen bei denen der Energietransport berücksichtigt wird, die Werte der intensiven Größen immer vom stromaufwärts liegenden Diskretisierungspunkt zu nehmen ist. Deswegen hängen die Erhaltungsgleichungen in einem Verbindungspunkt von der Richtung des Massenstroms ab, was zu erheblichen Schwierigkeiten führt.

Bei beiden Rohrströmungsmodellen wurden die Schnittstellen so gewählt, dass durch das Verschalten im Verbindungspunkt automatisch der Energiesatz und die Massenbilanz erfüllt ist. Dies bedeutet, dass bei Verbindungspunkten die Gleichungen für „ideales Mischen“ vorliegen und Komponenten damit relativ beliebig verschaltet werden können.

Schnittstellen für Signale

Neben physikalischen Schnittstellen, werden bei Maschinenmodellen auch Schnittstellen für Signale benötigt, z.B. für Mess- oder Referenzgrößen der eingesetzten Regler. In der Modelica-Standardbibliothek werden einfache Signale mit einer Kurzform des Connectors definiert, um eine unnötige Variablen-Hierarchie zu vermeiden:

```
connector RealInput  = input  Real;
connector RealOutput = output Real;
```

Eine Instanz eines solchen Connectors ist dann gleichzeitig Connector und Variable. Die `input`, `output` Präfixe definieren hierbei nicht die Signalrichtung, sondern legen nur fest, dass die entsprechenden Connectoren so verschaltet werden dürfen, wie es in einem Blockschaltbild möglich ist. Zum Beispiel dürfen zwei Eingangsgrößen nicht miteinander verschaltet werden. Der Grund ist, dass es auch Anwendungen gibt, bei denen die Ausgangsgrößen eines Blocks vorgegeben werden, um die Eingangsgrößen zu berechnen (= inverse Modelle).

Bei vielen technischen Systemen werden heutzutage keine Signalleitungen mehr verwendet, sondern es werden Bussysteme eingesetzt. Ein Grund ist, dass die Zahl der zu übertragenden Signale es nicht mehr erlaubt Einzel-Signalverbindungen aufzubauen. Dies trifft dann aber auch auf Simulationsmodelle zu, da dort die Zahl der Signal-Verbindungsleitungen viel zu groß und damit unübersichtlich werden würde.

In Modelica können Busse relativ komfortabel mit dem Sprachelement **expandable connector** aufgebaut werden. Die Grundidee hierbei ist, dass ein hierarchisch aufgebauter Connector verwendet werden soll, in dem die gewünschten Ein- und Ausgangssignale des Buses definiert sind. Wenn notwendig, können Signallaufzeiten auf dem Bus durch Verwendung von Totzeitglieder approximativ modelliert werden. Mit dem Präfix **expandable** wird erreicht, dass der eigentliche Connector keine Variablendefinitionen enthalten muss. Wenn eine Komponente eine Verbindung zu diesem leeren Connector mit einer `connect(...)` Anweisung erstellt, wird durch diese Definition eine entsprechende Variable im **expandable connector** definiert. Der Bus-Connector wird also *implizit* auf Grund der Verbindungen zum Connector aufgebaut.

Zusammenfassung

Es wurde eine Systematik erläutert, wie die Schnittstellen von Komponenten in der objektorientierten Modellierung gewählt werden sollten und es wurden konkrete Vorschläge für die meisten, technisch relevanten Fachgebiete an Hand der Modelica Standardbibliothek diskutiert. Nach der Schnittstellen-Wahl können Komponenten *unabhängig* voneinander entworfen werden, wobei die physikalischen Gesetze für die Komponente als Funktion der Schnittstellen-Variablen anzugeben sind.

21.6 Modellierung elektrischer Maschinen mit Modelica

A. Haumer, Ch. Kral

In Tabelle 21.6 auf S. 1406 wurde eine kurze Übersicht über die Modelica Standardbibliothek gegeben. Im vorliegenden Kapitel wird die Unterbibliothek `Modelica.Electrical.Machines` der Modelica Standardbibliothek detaillierter erläutert. Diese stellt Modell-Komponenten von unregelten elektrischen

Maschinen zur Verfügung. Weiterhin wird kurz auf die kommerzielle Modelica Bibliothek `SmartElectricDrives` eingegangen, die darüber hinaus geregelte elektrische Antriebsmodelle enthält.

21.6.1 Ungeregelte elektrische Maschinen

In der `Modelica.Electrical.Machines` Bibliothek werden die in Tabelle 21.9 aufgeführten elektrischen Maschinen als Modelica Modelle zur Verfügung gestellt.

Bei den elektrischen Motormodellen werden drei unterschiedliche Schnittstellen benutzt: Die „quadratischen“ Connectoren repräsentieren eine einphasige Klemme aus `Modelica.Electrical.Analog` (**connector** Pin), während die „runden“ Connectoren einen dreiphasigen Anschluss aus `Modelica.Electrical.MultiPhase` (**connector** Plug) repräsentieren; die „rautenförmigen“ Connectoren werden intern für Raumzeiger verwendet. Ein einfaches Beispiel ist in Abb. 21.20 zu sehen. In diesem Simulationsmodell

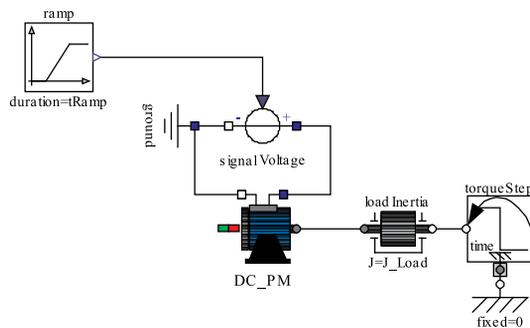


Abb. 21.20: Einfaches Beispiel mit einer Gleichstrommaschine

wird eine permanenterrregte Gleichstrommaschine mit einer rampenförmigen Spannung angesteuert. Der Motor treibt eine Lastträgheit an, zusätzlich wird ein sprungförmiges Lastmoment aufgeschaltet.

Im folgenden werden die Maschinenmodelle detaillierter beschrieben.

Aufbau der **Machines** Bibliothek

Die `Machines` Bibliothek ist in die in Tabelle 21.10 aufgeführten Unterbibliotheken strukturiert.

Die implementierten Maschinenmodelle orientieren sich weniger an physikalischen Objekten als an Modellvorstellungen der physikalischen Vorgänge in elektrischen Maschinen. Jedes einzelne Maschinenmodell umfasst daher die in Abb. 21.21 angegebenen Komponenten bzw. Effekte:

- Ohmsche Spannungsabfälle an den Wicklungswiderständen, welche je nach Maschinenmodell ein- oder dreiphasig implementiert sind

- Induktive Spannungsabfälle an den Streuinduktivitäten, welche je nach Maschinenmodell ein- oder dreiphasig implementiert sind
- Luftspaltmodell unter Berücksichtigung
 - der Erzeugung des magnetischen Hauptfeldes,
 - der Spannungsinduktion,
 - der Erzeugung des elektrischen Drehmomentes
- Mechanische Trägheit des Rotors

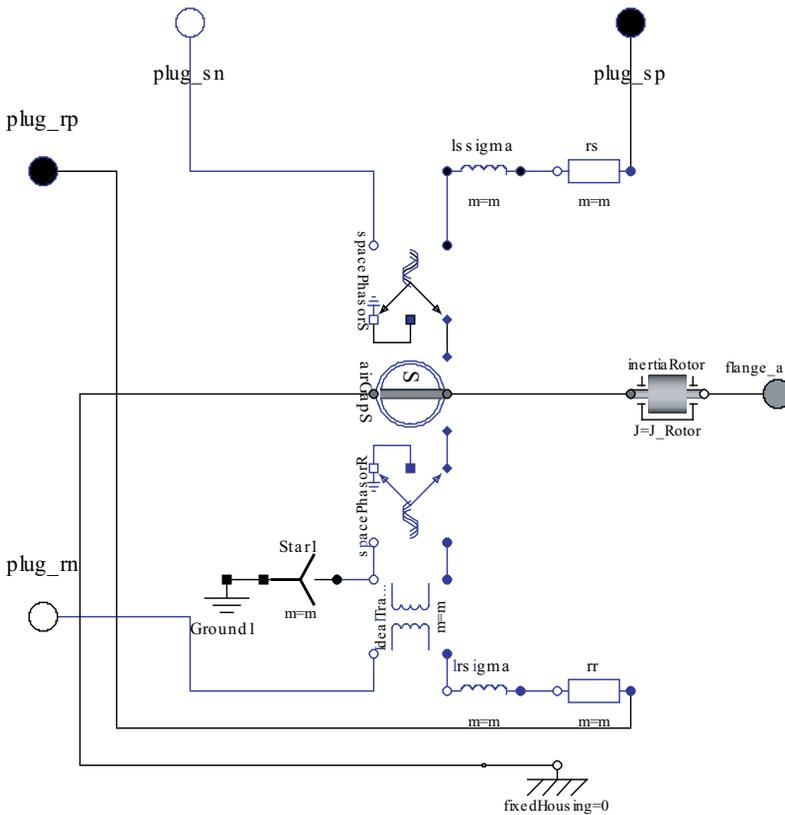


Abb. 21.21: Modell einer Asynchronmaschine mit Schleifringläufer

Alle Modelle orientieren sich an folgenden Prinzipien: Auf normierte Größen wurde verzichtet um mehrere verschiedene Maschinenmodelle in einem komplexeren Gesamtmodell einsetzen zu können. Weiterhin wurde die vollständige Symmetrie der Wicklungen einschließlich Widerstände und Streuinduktivitäten vorausgesetzt. Asynchronmaschinen- und Gleichstrommaschinenmodelle weisen darüber hinaus vollständige magnetische Symmetrie auf. Bei den Reluktanz-

und Synchronmaschinenmodellen ist im Gegensatz dazu die magnetische Achsigkeit des Rotors mit berücksichtigt. Bei Drehfeldmaschinen sind hinsichtlich der Strombeläge, Felderregerkurven und Flussdichteverteilungen ausschließlich die räumlichen Grundwellen berücksichtigt. Die Vernachlässigung räumlicher Oberwellen ermöglicht daher die Verwendung von Raumzeigern [1062] für die Modellierung der elektromagnetischen Zusammenhänge. Da der Raumzeigertheorie keinerlei Einschränkungen hinsichtlich des zeitlichen Verlaufs der elektrischen und magnetischen Größen unterliegt, sind zeitlich transiente Vorgänge des elektromagnetischen Verhaltens voll berücksichtigt.

Weiterhin werden für die grundlegenden Maschinenmodelle vereinfachende Annahmen getroffen:

- Konstante Wicklungswiderstände (unabhängig von der Temperatur)
- Konstante Induktivitäten (unabhängig vom magnetischen Sättigungszustand)
- Vernachlässigung von Stromverdrängungseffekten
- Vernachlässigung von Eisen- und Reibungsverlusten

Bei Bedarf können die genannten Effekte durch den objektorientierten Aufbau der Maschinenmodelle relativ leicht berücksichtigt werden. Die von den Maschinenmodellen benötigten Parameter sind

- Wicklungswiderstände im betriebswarmen Zustand
- Streuinduktivitäten
- Hauptfeldinduktivitäten
- Massenträgheitsmoment
- Polpaarzahl (für Drehfeldmaschinen)

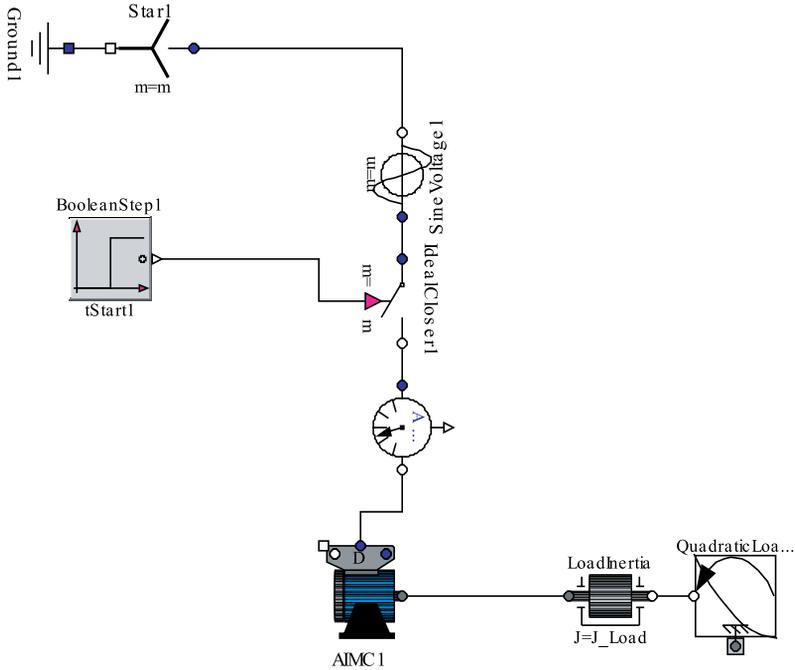


Abb. 21.22: *Simulationsmodell einer Asynchronmaschine mit Kurzschlussläufer*

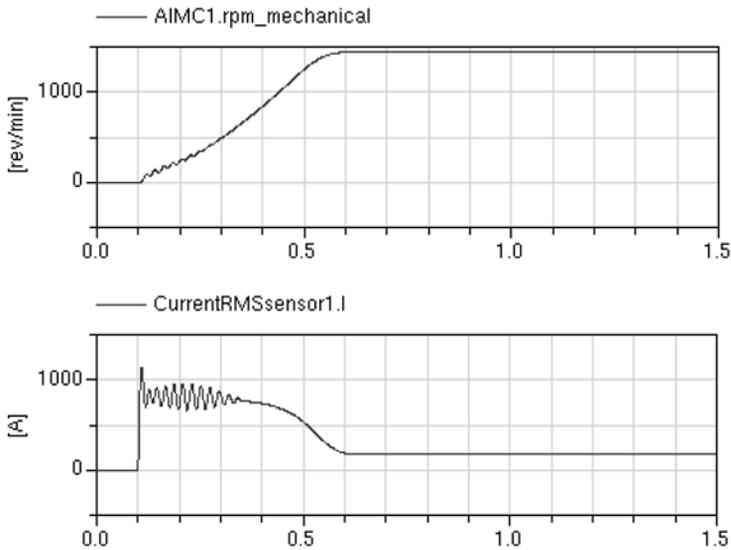


Abb. 21.23: *Simulationsergebnisse des Hochlaufs einer Asynchronmaschine mit Kurzschlussläufer*

Drehfeldmaschinen⁷

In allen Modellen von Drehfeldmaschinen sind Wicklungswiderstände und Streureaktanzen mit diskreten Komponenten modelliert. Statorwiderstände (r_s) und

⁷siehe auch [57–61], Kap. 5: „Asynchronmaschine“; Kap. 6: „Synchronmaschine“ oder in diesem Buch Kap. 13: „Asynchronmaschine“; Kap. 16: „Synchronmaschine“.

Statorstreinduktivitäten (`lssigma`) sowie Rotorwiderstände (`rr`) und Rotorstreinduktivitäten (`lrsigma`) sind etwa für das in in Abb. 21.21 dargestellte Beispiel einer Asynchronmaschine mit Schleifringläufer dreiphasig implementiert.

Danach erfolgt die Transformation der dreiphasigen Spannungen und Ströme jeweils in die beiden Komponenten der Raumzeiger

$$\vec{U} = \frac{2}{3}(U_a + e^{j120^\circ} U_b + e^{j240^\circ} U_c) \quad (21.12)$$

$$\vec{I} = \frac{2}{3}(I_a + e^{j120^\circ} I_b + e^{j240^\circ} I_c) \quad (21.13)$$

Zu einer vollständige Transformationsbeziehung gehören neben den Raumzeigerkomponenten auch die Nullkomponenten

$$U_0 = \frac{1}{3}(U_a + U_b + U_c) \quad (21.14)$$

$$I_0 = \frac{1}{3}(I_a + I_b + I_c) \quad (21.15)$$

In den modellierten Drehfeldmaschinen sind die Connectoren der Nullkomponenten geerdet, was der Beziehung

$$U_0 = 0 \quad (21.16)$$

entspricht. Die Transformationen (21.12)-(21.15) sind für die Drehfeldmaschinen, wie etwa in Abb. 21.21, sowohl für die Statorseite (`spacePhasorS`) als auch die Rotorseite (`spacePhasorR`) anzuwenden. Die Wechselwirkungen im Luftspaltmodell (`airGaps` bzw. `airGapR`) werden mit Hilfe von Raumzeigergleichungen beschrieben. Im Falle der Asynchronmaschinen ist das Luftspaltmodell im statorfesten Koordinatensystem modelliert, bei den Synchronmaschinen wird wegen der magnetischen Achsigkeit des Rotors das Luftspaltmodell bezüglich des rotorfesten Koordinatensystems angewandt. Sowohl das statorfeste als auch das rotorfeste Luftspaltmodell modellieren den magnetisierend wirkenden Strom als Summe aus Stator- und Rotorstromraumzeiger, die in ein gemeinsames Koordinatensystem (stator- oder rotorfest) zu transformieren (drehen) sind. Die Flussverkettungsgleichung des Hauptflusses ergibt sich damit als Produkt aus den Hauptfeldinduktivitäten und dem magnetisierend wirkenden Strom. Die Hauptfeldinduktivitäten des statorfesten Luftspaltmodells sind symmetrisch angenommen, während die Hauptfeldinduktivitäten des rotorfesten Luftspaltmodells auf Grund einer möglichen magnetischen Achsigkeit unterschiedlich sein können. Alle Luftspaltmodelle modellieren auf Raumzeigerbasis die induzierte Spannung in Form der zeitlichen Änderung des Hauptflusses, der zuvor in das entsprechende Koordinatensystem (stator- oder rotorfest) zu transformieren ist. Neben den elektrischen Anschlüssen weisen die Luftspaltmodelle auch je einen mechanischen Anschluss bezüglich des Stators und des Rotors auf, deren elektrische Drehmomente, mit unterschiedlichem Vorzeichen, über das Vektorprodukt des

Flussverkettungsraumzeigers des Hauptflusses und des Stator- oder Rotorstromraumzeigers determiniert sind. In den Luftspaltmodellen sind als zusätzlicher Parameter die Polpaarzahl erforderlich, da die Raumzeigermodelle ausschließlich äquivalente zweipolige Maschinen modellieren. Für einige Maschinenmodelle ist die Angabe zusätzliche Parameter erforderlich:

Das Modell der Asynchronmaschine mit Schleifringläufer benötigt das Übersetzungsverhältnis k zwischen Stator- und Rotorgrößen; alternativ wird dieses aus der Läuferstillstandsspannung (21.17) bestimmt:

$$V_{r,LR} = kX_m \frac{V_{s,N}}{\sqrt{R_s^2 + X_s^2}} \quad (21.17)$$

Bei der permanenterrregten Synchronmaschine ist die magnetische Wirkung der Permanenterrregung über die Leerlaufspannung (21.18) bei Nenndrehzahl bzw. Nennfrequenz bestimmt:

$$\sqrt{2}V_0 = X_{m,d}(f_N) I_{e, \text{equ}} \quad (21.18)$$

Das Modell der elektrisch erregten Synchronmaschine bestimmt das Übersetzungsverhältnis k zwischen Erregerstrom und (magnetisch) äquivalentem Statorstrom aus der Angabe des Leerläufererregerstomes (21.19) bei Nennspannung und Nenndrehzahl bzw. Nennfrequenz:

$$\sqrt{2}V_N = kX_{m,d}(f_N) I_{e,0} \quad (21.19)$$

Im Package `Modelica.Electrical.Machines.Examples` ist unter anderem ein Beispiel für den Hochlauf einer Asynchronmaschine mit Kurzschlussläufer gegen einen Ventilator mit quadratisch von der Drehzahl abhängigem Lastmoment (Abb. 21.22) enthalten. In Abb. 21.23 sind die Drehzahl und der Betrag des Statorstromraumzeigers während des Hochlaufes dargestellt.

Gleichstrommaschinen⁸

Bei allen Gleichstrommaschinen-Modellen werden der ohmsche Widerstand und die Induktivität der Ankerwicklung sowie der ohmsche Widerstand der Erregerwicklung als diskrete Komponenten modelliert. Die Wechselwirkung im Luftspalt wird mit folgendem Gleichungssatz beschrieben: Der Erregerstrom treibt den Hauptfluss

$$\Psi_e = L_e I_e \quad (21.20)$$

⁸siehe auch in [57–61] Kap. 3: „GNM“; Kap. 4: „Regelung GNM“.

Eine Änderung des Hauptflusses induziert in der Erregerwicklung die Spannung

$$V_{e,i} = \frac{d\Psi_e}{dt} \quad (21.21)$$

Die in der Ankerwicklung induzierte Spannung

$$V_{a,i} = k\Psi_e\Omega \quad (21.22)$$

ist proportional zu Hauptfluss und mechanischer Winkelgeschwindigkeit Ω . Das elektromagnetisch entwickelte Drehmoment

$$M_e = k\Psi_e I_a \quad (21.23)$$

ist proportional zu Hauptfluss und Ankerstrom. Das Übersetzungsverhältnis k zwischen Anker- und Erregergrößen wird je nach Maschinentyp aus den Nenngrößen (Index N) bestimmt. Die Bestimmungsgleichungen lauten:

- Fremderregte oder Nebenschlussmaschine: $V_{a,N} = R_a I_{a,N} + k L_e I_{e,N} \Omega_N$
- Reihenschlussmaschine: $V_{a,N} = (R_a + R_e) I_{a,N} + k L_e I_{a,N} \Omega_N$
- Permanenterregte Gleichstrommaschine: $V_{a,N} = R_a I_{a,N} + k \Psi_e \Omega_N$
Dabei wird die Wirkung der Permanentmagnet-Erregung durch eine äquivalente Erreger-Konstantstromquelle und eine konstante beliebig anzunehmende Induktivität modelliert: $\Psi_e = L_e I_e$

Im Package `Modelica.Electrical.Machines.Examples` sind zu allen drei Gleichstrommaschinen-Typen Beispiele enthalten; an dieser Stelle soll nur jenes für die permanenterregte Gleichstrommaschine (siehe Abb. 21.20) besprochen werden: Mit den Maschinendaten $V_{a,N} = 100 \text{ V}$, $I_{a,N} = 100 \text{ A}$, $\Omega_N = 1425 \frac{\pi}{60} \text{ s}^{-1}$, $R_a = 50 \text{ m}\Omega$ und $L_a = 1.5 \text{ mH}$ ergibt sich ein Ankerspannungsabfall von 5% im Nennpunkt und damit eine mechanische Nennleistung von 9.5 kW bzw. ein Nenn Drehmoment von 63.66 Nm.

In der Zeit von 0.2 bis 1.0 s wird die Speisespannung der unbelasteten Maschine von 0 auf Ankernennspannung linear erhöht, die Maschine läuft hoch. Zum Zeitpunkt $t = 1.5 \text{ s}$ wird ein Lastsprung in der Höhe des Nenndrehmomentes an der Welle eingeleitet. Abb. 21.24 zeigt den Verlauf der Drehzahl während dieses Versuches.

21.6.2 Geregelt elektrische Antriebe

In diesem Kapitel⁹ wird die kommerzielle Modelica Bibliothek `SmartElectricDrives`¹⁰ zur Modellierung kompletter elektrischer Antriebssysteme übersichtsartig vorgestellt.

⁹siehe auch Kap. 13.4: „Regelung ASM“; Kap. 16.4 und Kap. 16.5: „Regelung SM“; Kap. 14: „Stromregelungsverfahren“.

¹⁰www.modelica.org/libraries/SmartElectricDrives bzw. www.arsenal.ac.at/modelica/products_mob_antrieb_modelica_lib_SED_en.html

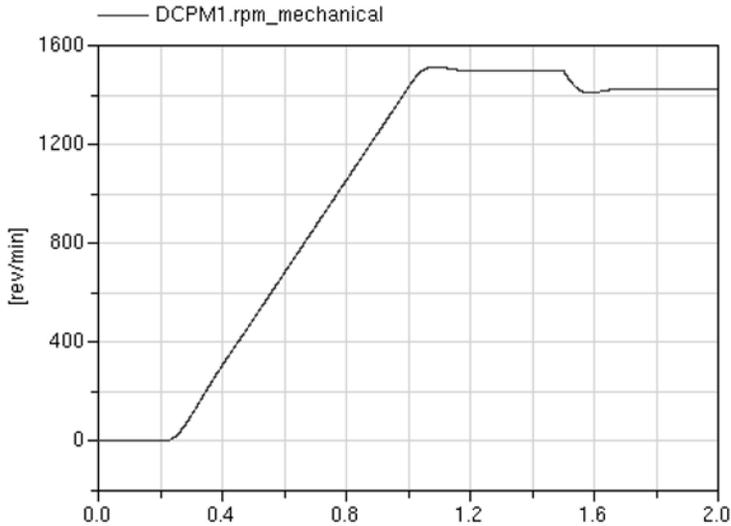


Abb. 21.24: Verlauf der Drehzahl während Hochlauf und Lastsprung einer permanenterrregten Gleichstrommaschine

Zu einem geregelten Antrieb gehören folgende Komponenten:

- Energiequelle
- Konverter
- Elektrische Maschine
- Messwerterfassung und -aufbereitung
- Regelung
- Mechanische Last

Für die Auslegung eines Antriebskonzepts ist es erforderlich stets die Gesamtheit all dieser Komponenten gemeinsam zu betrachten, da diese hinsichtlich ihrer Betriebseigenschaften und Bemessungspunkte aufeinander abgestimmt sein müssen. Im Package `Modelica.Electrical.Analog` bzw. `Modelica.Electrical.MultiPhase` der Modelica Standard Bibliothek gibt es bereits Modelle elektrischer Energiequellen und leistungselektronische Komponenten. Modelle elektrischer Maschinen sind im Package `Modelica.Electrical.Machines` enthalten. Da die für eine Regelung erforderlichen Komponenten außerdem im Package `Modelica.Blocks` zur Verfügung gestellt sind und weiterhin Komponenten in `Modelica.Mechanics` für die Modellierung der mechanischen Lasten existieren, möchte man meinen, dass es in

der Modelica Standard Bibliothek alle erforderlichen Komponenten gäbe die für die Modellierung eines vollständigen Antriebes erforderlich sind. Dieser Sachverhalt ist an sich richtig, dennoch sieht sich der Anwender der einen elektrischen Antrieb modellieren und simulieren möchte mit der Tatsache konfrontiert, dass ein derartiges Antriebsmodell nicht ohne detaillierte maschinenspezifische und regelungstechnische Kenntnisse erstellen werden kann.

Um die Simulation elektrischer Antriebe auch Anwendern zugänglich zu machen die über keine detaillierten Kenntnisse der Regelung von elektrischen Maschinen verfügen, wurde die Modelica Bibliothek `SmartElectricDrives` entwickelt. Diese Bibliothek verfügt einerseits über voll transiente Antriebsmodelle, die Leistungselektronik, Regelung, Messwerterfassung und elektrische Maschinen voll integriert haben. Die Bezeichnung transiente Antriebsmodelle bedeutet in diesem Zusammenhang, dass sowohl die dynamischen Vorgänge in der elektrischen als auch in der mechanischen Domäne voll berücksichtigt sind. Andererseits gibt es so genannte quasistationäre Antriebsmodelle, die nur die mechanische Dynamik voll berücksichtigen. Die Differentialgleichungen der elektrischen und der regelungstechnischen Komponenten werden dabei durch quasistationäre Gleichungssysteme ersetzt. Das bedeutet, dass in den quasistationären Modellen anstelle der transienten Gleichungssysteme die algebraischen, komplexwertigen Gleichungssysteme der eingeschwungenen Raumzeigerrechnung implementiert sind. Neben den kürzeren Simulationszeiten der quasistationären Antriebsmodelle, weisen diese Modelle aus Sicht des Anwenders zusätzlich den Vorteil auf, dass für ihren Betrieb keine Regler-Parameter erforderlich sind, da die eingeschwungene Lösung der Reglerein- und ausgangsgrößen explizit in den Modellen abgesetzt ist. Für manche antriebstechnische Analysen interessieren mitunter Aspekte des Energieverbrauchs und der Energiebilanzen, wobei transiente elektrische Effekte nicht von Interesse sind. In solchen Fällen wird der Anwender auf quasistationäre Antriebsmodelle für seine Simulationen zurückgreifen.

Die elektrischen Antriebsmodelle der `SmartElectricDrives` Bibliothek umfassen derzeit Asynchronmaschinen, permanenterregte Synchronmaschinen, permanenterregte Gleichstrommaschinen und elektrisch erregte Gleichstrommaschinen. Für die Drehfeldmaschinen ist die Drehmomentregelung über eine feldorientierte Regelung realisiert, die auch einen Betrieb im Feldschwächbereich gestattet. Die permanenterregte Synchronmaschine verfügt darüber hinaus auch über den Betriebsmodus „bürstenlose Gleichstrommaschine“ (brushless DC). Die elektrischen Gleichstrommaschinenantriebe verfügen über eine kaskadierte Standardregelung, mit der elektrisch erregten Gleichstrommaschine ist darüber hinaus auch der Betrieb im Feldschwächbereich möglich. In zukünftigen Versionen der `SmartElectricDrives` Bibliothek wird darüber hinausgehend auch das Verfahren *Direct Torque Control* (DTC) implementiert sein.

Für die transienten Antriebsmodelle sind die Umrichter auf zweierlei Abstraktionsebenen implementiert, zwischen denen der Anwender wählen kann. Die erste Abstraktionsebene sind die so genannten *Power-Balance*-Konverter, die auf der Leistungsbilanz zwischen Eingangs- und Ausgangsklemmen basieren. Diese Ele-

mente sind in der derzeitigen Version der `SmartElectricDrives` Bibliothek als ideale Konverter mit 100% Wirkungsgrad implementiert. In absehbarer Zeit wird es darüber hinausgehend auch nicht schaltende Konverter geben, in denen die Leit- und Schaltverluste mit berücksichtigt sind. Die zweite Abstraktionsebene umfasst die so genannten *Switching*-Konverter, also schaltende Konverter. Diese Konverter werden in einer zukünftigen Version ebenfalls die Leit- und Schaltverluste mit berücksichtigen, welche in der derzeitigen Implementierung noch nicht eingearbeitet sind. Das bedeutet, dass die elektronischen Schalter derzeit ausschließlich durch ideale Schalter modelliert sind.

Alle elektrischen Antriebsmodelle sind als drehmomentgeregelte Antriebe ausgeführt. Sie verfügen intern über einen Stromregler und je nach Maschinentyp auch über einen Flussregler. Zu den internen regelungstechnischen Komponenten gehören auch die Drehmomentvorgaben, die Flussmodelle der elektrischen Maschinen, die Begrenzungsböcke sowie die Entkopplungsnetzwerke wie sie im vorliegenden Buch beschrieben sind. Für die Modellierung eines drehzahl- oder positionsgeregelten Antriebs müssen der oder die entsprechenden Drehzahl- und Positionsregler mit dem Antrieb verbunden und parametrierbar werden. Auf diese Weise lassen sich kaskadierte Regelstrecken realisieren. Für die Parametrierung der regelungstechnischen Komponenten wird in der `SmartElectricDrives` Bibliothek für alle implementierten Maschinentypen jeweils eine Parameterschätzerfunktion angeboten. Die Parameter werden abhängig vom Maschinentyp über Kompensationsverfahren — Symmetrisches Optimum oder Betragsoptimum — geschätzt.

Aus Sicht des Anwenders sind die Anforderungen an einen elektrischen Antrieb häufig in Form von Leistungs- und Drehmomentverläufen als Funktion der Drehzahl gegeben. Für die Auslegung und Parametrierung der elektrischen Komponenten einschließlich Leistungselektronik (Konverter), elektrischer Maschine und Energiespeicher sind über die mechanischen Kenntnisse hinausgehend jedoch auch elektrotechnische Kenntnisse erforderlich. In der `SmartElectricDrives` Bibliothek sind jedenfalls Hilfsfunktionen implementiert, die die Parameter der elektrischen Maschine auf Basis von empirischen Auslegungsdaten von Industriemaschinen gestatten. Damit sind vom Anwender keine maschinenspezifischen Kenntnisse erforderlich, um eine elektrische Maschine parametrieren zu können. Für die zu einer elektrischen Maschine passenden Konverter und Energiequelle sind dann lediglich Grundkenntnisse der Gleich- und Wechselstromtheorie erforderlich, um die Nennpunkte der jeweiligen Komponenten aufeinander abzustimmen.

Hinsichtlich der Energiespeicher verfügt die Modelica Standard Bibliothek nur über ideale Spannungs- und Stromquellen. In der `SmartElectricDrives` Bibliothek sind bereits fertig zusammengeschaltete Batterie-, Supercaps-, sowie ein Brennstoffzellen-Modell verfügbar. All diese Modelle sind als Stack mit beliebiger Anzahl von Serien- und Parallelelementen parametrierbar.

Die mechanischen Komponenten des elektrischen Antriebs sind nicht Bestandteil der `SmartElectricDrives` Bibliothek, da diese ja anwendungsspezifisch zu

implementieren sind. Je nach Anwendungsgebiet wird der Anwender für die Modellierung der mechanischen Last neben der Modelica Standard Bibliothek auch auf zusätzliche Modelica Bibliotheken zurückgreifen.

Antriebs- und Buskonzept

Jedes in der `SmartElectricDrives` Bibliothek integrierte Modell eines elektrischen Antriebs verfügt über zwei elektrische Klemmen, eine mechanische Welle und einen Bus-Anschluss (Abb. 21.25). Die elektrischen Anschlüsse stellen die positive und negative Schiene des Zwischenkreises des Antriebs dar. Im Falle eines automotiven Antriebes sind diese Anschlüsse direkt mit einer Batterie oder einer anderen Gleichstrom-Energiequelle zu verbinden. Über den Bus werden dem Antrieb die Sollwerte, etwa das Sollmoment, oder im Falle einer Drehzahlregelung, die Solldrehzahl, zur Verfügung gestellt. Hinter den elektrischen Klemmen verbirgt sich derzeit ein idealer Konverter und an diesen angeschlossen, die elektrische Maschine. In zukünftigen Versionen der `SmartElectricDrives` Bibliothek wird man den Konvertertyp der integrierten Antriebe wählen können, derzeit ist jeweils ein idealer *Power-Balance*-Konverter implementiert.

Über den Daten-Bus können neben den Sollwerten auch noch Zustandswerte des Antriebs, etwa Spannungen und Ströme, oder die Drehzahl der Maschine, ausgelesen werden. Jeder Antrieb verfügt außerdem über bestimmte Grenzwerte die zu parametrieren sind. Im Falle eines Permanentmagnet-Synchronmaschinen-Antriebs sind das etwa die maximale Inverterspannung (charakterisiert den Knickpunkt für den Beginn des Feldschwächbereich), der maximale Maschinenstrom (der ja geregelt wird), der maximale Inverterstrom (im realen Antrieb begrenzt durch die Kennwerte der Halbleiter), sowie die magnetfeldbildende Stromkomponente (bei Feldschwächung bzw. -verstärkung). Diese Kenngrößen können entweder als feste Zahlenwerte oder zeitvariable über den Daten-Bus vorgegeben werden. Ob die Vorgabe intern oder extern erfolgt, muss natürlich im jeweiligen Antriebsmodell explizit angegeben werden. Über die Möglichkeit verschiedene Grenzwerte sowie die magnetfeldbildende Stromkomponente der Maschine zeitvariabel vorzugeben ist man in der Lage Betriebsstrategien zu simulieren, die mit dem Gesamtprozess verknüpft sind. Beispiele dazu wären in einem Hybrid- oder Elektrofahrzeug etwa die Vorgabe des magnetfeldbildenden Stroms als Funktion der Drehzahl oder die Begrenzung des maximalen Maschinenstroms in Abhängigkeit des Ladezustands der Batterie.

Über den Daten-Bus werden gegebenenfalls auch zusätzlich gewünschte Drehzahl- und Positionsregler angeschlossen. Durch den direkten Anschluss dieser Regler an den Bus, sind diese Regler automatisch kaskadiert verschaltet und können auf diese Weise auch schrittweise in Betrieb genommen werden.

Struktur der Bibliothek `SmartElectricDrives`

Der Aufbau der `SmartElectricDrives` Bibliothek hinsichtlich ihrer Packages auf oberster Hierarchieebene ist in Abb. 21.26 dargestellt. Neben

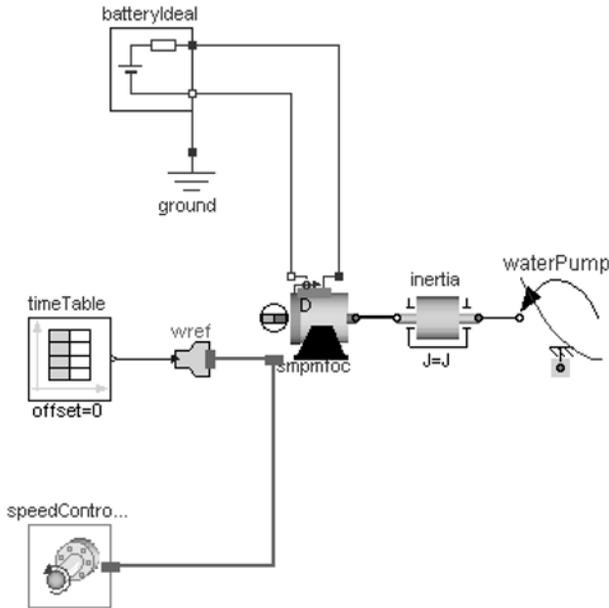


Abb. 21.25: *Einfaches Beispiel einer Wasserpumpe mit der SmartElectricDrives Bibliothek*

einem User's Guide und einer umfangreichen Sammlung von Einführungsbeispielen (Examples) wird auf oberster Hierarchieebene zwischen quasistationären (QuasiStationaryDrives) und transienten Antriebsmodellen (TransientDrives) unterschieden. Weitere Packages beinhalten die Konverter-Modelle (Converters), die elektrische Energiespeicher (Sources), die Prozessregler (ProcessControllers), die elektrische Lasten (Loads), die Sensoren (Sensors), die Interfaces, sowie Hilfskomponenten (AuxiliaryComponents) und Icons.

Quasistationäre Antriebe

Das Package QuasiStationaryDrives enthält vier integrierte Antriebsmodelle, namentlich

- Asynchronmaschine,
- Permanenterregte Synchronmaschine,
- Permanenterregte Gleichstrommaschine,
- Elektrisch erregte Gleichstrommaschine.

Die quasistationären Maschinemodelle benötigen keine Reglereinstellungen, da nur elektrisch eingeschwungene Zustände direkt in Form von algebraischen Glei-

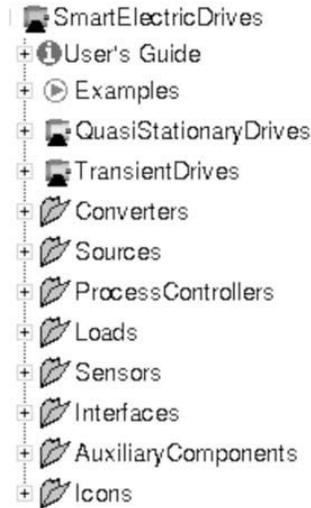


Abb. 21.26: *Struktur der SmartElectricDrives Bibliothek*

lungen implementiert sind. Die einzige Dynamik ist über den Drallsatz hinsichtlich der Massenträgheit des Rotors der Maschine gegeben. Quasistationäre und transiente Antriebsmodelle sind klemmenkompatibel und können je nach untersuchtem Fall ausgetauscht werden.

Transiente Antriebe

Das Package `TransientDrives` enthält vier Unter-Packages entsprechend den vier implementierten Maschinentypen

- Asynchronmaschine,
- Permanenterregte Synchronmaschine,
- Permanenterregte Gleichstrommaschine,
- Elektrisch erregte Gleichstrommaschine.

Jedes dieser Unter-Packages enthält neben einem integrierten Antriebsmodell auch alle für die jeweils implementierten Regelungskonzepte (feldorientierte Regelung, etc.) erforderlichen Komponenten. Diese Komponenten umfassen die Maschinenmodelle für die Modellierung des magnetischen Flusses, die Sensoren für Messung der Spannungen, Ströme und der jeweiligen Drehzahl (bzw. des Verdrehwinkels der Welle) des Antriebes, sowie maschinenspezifische Interfaces und Regelungsstrukturen. Die für die jeweilige Regelung relevanten Mess- und Modellierungsdaten werden auf einen internen Bus gelegt, so dass diese Größen allen regelungstechnischen Modellen zur Verfügung gestellt werden können. In einem Bus-Interface werden aus den internen Zustandsgrößen charakteristische

Kennwerte für den externen Bus aufbereitet. Das Bus-Interface dient somit — ebenfalls wie in einem realen System — als Schnittstelle zwischen den internen und externen Zustandsgrößen.

Konverter ¹¹

Das `Converters Package` ist in *Power-Balance*- (Leistungsbilanz) und *Ideal-Switching*-Konverter (ideal schaltende Konverter) unterteilt, welche wiederum in die Gruppen DC/DC, DC/AC und AC/DC gegliedert sind. Bezüglich der Wechselspannungs-Seite (AC) stehen die Konverter sowohl einphasig als auch dreiphasig zur Verfügung. Die auf der Leistungsbilanz beruhenden Konverter sind für schnelle Simulationsläufe geeignet, bei denen die Auswirkungen der Schalteffekte nicht relevant sind. Die Sollspannungsvorgabe dieser Konverter erfolgt jeweils über einen Signaleingang, ein zusätzlicher Signalausgang liefert die gemessene Spannung der Eingangsseite des Konverters. Die schaltenden Konverter haben als Eingänge jeweils die Schaltzustände der idealen Schalter, ein zusätzlicher Signalausgang liefert wiederum die gemessene Spannung der Eingangsseite des Konverters. Für die Umsetzung einer gewünschten Ausgangsspannung auf die erforderlichen Schaltzustände des ideal schaltenden Konverters sind Modelle für die Zündwinkelvorgabe (bei Thyristor-Gleichrichtern) und die Pulsweiten-Modulationen (PWM) vorhanden.

Elektrische Energiequellen

Die elektrischen Energiequellen des `sources Package` umfassen ein ideales und idealisiertes Batteriemodell, ein Supercaps- und ein Brennstoffzellen-Modell (Proton Exchange Membrane, PEM). Die Batterie- und Supercaps-Modelle sind mit Innenwiderstand modelliert. Bei den Batteriemodellen wird zwischen den Modellvarianten *Ideal* und *Idealized* unterschieden. Das Modell *Ideal* hat eine konstante innere Spannung, während die innere Spannung des Modells *Idealized* vom aktuellen Ladezustand (state of charge, SOC) abhängig ist. Für das letztgenannte Modell lässt sich außerdem ein Energiewirkungsgrad für einen bestimmten Belastungsstrom angeben, so dass reale Batterien von denen die zugehörigen Messdaten bekannt sind, modelliert werden können. Das PEM Brennstoffzellenmodell die über geometrische und physikalische Membran-Kennwerte parametrisiert wird und bildet auch das dynamische Verhalten der Brennstoffzelle ab. Die Gesamtheit der elektrischen Energiequellen die in der `SmartElectricDrives` Bibliothek implementiert sind, eignen sich daher vorrangig für Simulationsmodelle im Fahrzeugbereich.

¹¹siehe auch [57–61] Kap. 4.1: „Gleichstromsteller“; Kap. 4.2: „Netzgeführte Stellglieder“; in diesem Buch Kap. 7 und Kap. 6-12: „Regelungen GNM“; Kap. 14: „Stromregelungen Drehfeldmaschinen“.

Prozessregler

Das Package `ProcessControllers` enthält Drehzahl- und Positionsregler, die unabhängig vom Maschinentyp anwendbar sind. Auf generischer Ebene stehen in weiterer Folge auch Anti-Windup-Regler zur Verfügung.

Elektrische Lasten

Im Package `Loads` sind elektrische Gleichstromlasten modelliert. Diese elektrischen Lasten sind einerseits Konstant-Leistungssenken (bzw. -quellen) und andererseits Modell für die Berücksichtigung von elektrischen Wirkungsgraden von beispielsweise Konvertern.

Sensoren, Schnittstellen, Hilfskomponenten

Sensoren für spezifische Kenngrößen (Effektivwert, arithmetischer Mittelwert, Wirkungsgrad) befinden sich im Package `Sensors`.

Alle mit dem externen Bus assoziierten Modelle befinden sich im `Interfaces` Package. Für jedes Signal das auf einen externen oder internen Bus gelegt oder vom Bus abgeholt wird gibt es ein eigenes Interface-Modell. Der Bus in der `SmartElectricDrives` Bibliothek ist als `expandable connector` implementiert. Mit diesem flexiblen Konzept können zusätzliche Größen ohne Veränderung der Bus-Deklarationen auf den Bus gelegt werden.

Die Hilfskomponenten des Packages `AuxiliaryComponents` beinhalten unter anderem Transformationsbeziehungen für die Raumzeigerrechnung, sowie Funktionen für die Schätzung der Reglerparameter und der Parameter der elektrischen Maschinen.

Beispiel eines Industriebetriebs

Ein mit der `SmartElectricDrives` Bibliothek modelliertes Beispiel eines Asynchronmaschinen-Industriebetriebs ist in Abb. 21.27 dargestellt. Der Industriebetrieb ist über ein in Stern (`star`) geschaltetes Drehspannungssystem (`sineVoltage`) versorgt. Die dreiphasigen Netzimpedanzen werden über eine Serienschaltung aus je einem ohmschen Widerstand (`lineResistor`) und einer Induktivität (`lineInductor`) modelliert. Die Spannungsversorgung (`grid`) ist aus Komponenten der `Modelica.Electrical.Multiphase` aufgebaut.

Der Gleichstrom-Zwischenkreis ist mit der Ausgangsseite eines Diodengleichrichters (`diodeBridge`), den Zwischenkreiskondensatoren (`buffer`) und der Eingangsseite des schaltenden Wechselrichters (`threePhase`) verbunden. Die dreiphasige Ausgangsseite des Wechselrichters ist mit der Messeinrichtung (`mBox`) und schließlich mit der Asynchronmaschine (`aimc`) verbunden. Die gemessene Spannung des Zwischenstromkreises wird über ein Adapterelement (`vDC`) auf den internen Bus gelegt. Weiters werden die gemessenen Spannungen und Ströme, wie auch der mechanische Verdrehwinkel und die Winkelgeschwindigkeit der Welle auf den internen Bus gelegt. Aus den Messgrößen der elektrischen Maschine berechnet ein Strommodell (`currentModel`) den magnetischen

Die Drehzahlreferenz wird über einen tabellarisch vorgegebenen Kurvenverlauf (`speedRef`) und einen Adaptor (`wRef`) ebenfalls auf den externen Bus gelegt.

Der Drehzahl- und Drehmomentenverlauf wie auch der Verlauf des (mittleren Effektivwerts des) Maschinenstroms (`interface.controlBus.iMachine`) sind in Abb. 21.28 dargestellt. Der Sollwert der Drehzahl (`aimc.controlBus.wRef`) der Maschine weist einen rampenförmigen Verlauf auf. Der Istwert des Drehzahlverlaufs (`aimc.w_mechanical`) weicht vom Sollwert nach etwas mehr als 3s ab. Da das Lastmoment des Antriebs quadratisch proportional zur aktuellen Drehzahl ist, und in der Regelung ab dem genannten Zeitpunkt die Strombegrenzung wirksam ist, wird das Drehmoment (`aimc.tau_electrical`) der Maschine ebenfalls begrenzt. Für die Beschleunigung des Antriebs gemäß dem gegebenen Drehzahlsollwert wäre aber ein höheres elektrisches Drehmoment erforderlich, was die Abweichung von Ist- und Sollwert der Drehzahl begründet.

21.7 Transformationsalgorithmen

In Kapitel 21.2-21.5 wurden die Grundlagen der *objektorientierten Modellierung* physikalischer Systeme skizziert und an einfachen Systemen dargestellt, wie diese Technik praktisch eingesetzt werden kann. Jetzt werden die wesentlichen *Algorithmen* skizziert, mit denen ein objektorientiertes Modell in eine effizient auswertbare Form, wie die Zustandsform, *automatisch* transformiert werden kann.

21.7.1 Reguläre Deskriptorsysteme

Im ersten Schritt der Transformation wird ein Objektdiagramm, bzw. das in einer Modellierungssprache wie Modelica beschriebene System, in eine Deskriptorform bzw. in ein differenzial-algebraisches Gleichungssystem (abgekürzt DAE) nach Gl. (21.10) umgewandelt. Hierzu werden die *lokalen Gleichungen* aller *Komponenten*, sowie die Gleichungen aller *Verbindungen* zu einem gemeinsamen Gleichungssystem zusammengefasst. Dies wurde in Kapitel 21.3 an einem einfachen Beispiel gezeigt. Die auftretenden Variablen werden folgendermaßen katalogisiert und zu Vektoren zusammengefasst:

	Variablentyp	Modelica-Deklaration
\mathbf{p}	<i>Parameter</i>	Als parameter deklariert.
$\mathbf{u}(t)$	<i>Eingang</i>	Auf <i>oberster</i> Modellebene als input deklariert.
$\mathbf{x}(t)$	<i>Zustand</i>	Tritt differenziert auf.
$\mathbf{y}(t)$	<i>Algebraisch</i>	Alle anderen Variablen

Damit wird das Gesamtmodell in die DAE

$$\mathbf{0} = \mathbf{f}(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{u}, \mathbf{p}, t), \quad \mathbf{J} = \left[\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \dot{\mathbf{x}}} : \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{y}} \right] \text{ regulär} \quad (21.24)$$

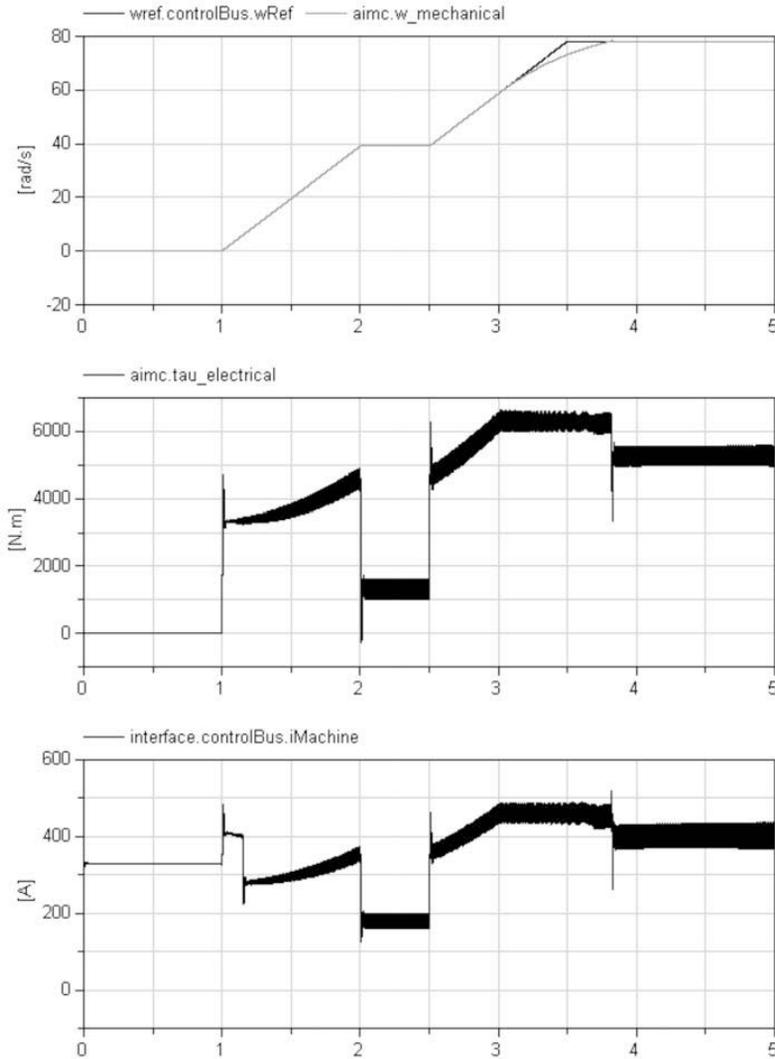


Abb. 21.28: *Simulationsergebnis zu einem Asynchronmaschinen-Industrieabtrieb*

überführt, wobei *vorerst* die Annahme getroffen wird, dass die Jacobi-Matrix \mathbf{J} regulär ist. Auf Grund des Satzes über implizite Funktionen ist dies eine *notwendige* und *hinreichende* Bedingung um die DAE (21.24) durch rein *algebraische* Umformungen, ohne Differentiation oder Integration, zumindest numerisch in die *Zustandsdarstellung*

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p}, t) \quad (21.25a)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p}, t) \quad (21.25b)$$

transformieren zu können. Dies könnte z.B. mit einem Newton-Verfahren durchgeführt werden: Hierbei wird die nichtlineare Gleichung (21.24) um den Lösungspunkt des letzten Iterationsschrittes i in eine Taylorreihe entwickelt, die nach dem linearen Term abgebrochen wird:

$$\mathbf{0} = \mathbf{f}(\dot{\mathbf{x}}^{(i)}, \mathbf{x}, \mathbf{y}^{(i)}, \mathbf{u}, \mathbf{p}, t) + \left[\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \dot{\mathbf{x}}} : \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{y}} \right]_{(i)} \begin{bmatrix} d\dot{\mathbf{x}} \\ d\mathbf{y} \end{bmatrix} + \dots$$

Nach Approximation der Differentiale durch Differenzen, $d\dot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{x}}^{(i+1)} - \dot{\mathbf{x}}^{(i)}$, $d\mathbf{y} = \mathbf{y}^{(i+1)} - \mathbf{y}^{(i)}$ kann nach dem nächsten Iterationsschritt $i + 1$ aufgelöst werden, indem ein lineares Gleichungssystem gelöst wird:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}^{(i+1)} \\ \mathbf{y}^{(i+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}^{(i)} \\ \mathbf{y}^{(i)} \end{bmatrix} - \left[\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \dot{\mathbf{x}}} : \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{y}} \right]_{(i)}^{-1} \mathbf{f}(\dot{\mathbf{x}}^{(i)}, \mathbf{x}, \mathbf{y}^{(i)}, \mathbf{u}, \mathbf{p}, t) \quad (21.26)$$

Mit anderen Worten: Ausgehend von einer Näherungslösung der Unbekannten können diese durch sukzessives Lösen von linearen Gleichungssystemen immer besser approximiert werden, d.h. die DAE (21.24) wird an der Stelle $\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p}, t$ numerisch in die Zustandsform (21.25) transformiert. Eine eindeutige Lösung der linearen Gleichungssysteme existiert nur dann, wenn die Jacobimatrix \mathbf{J} in der Umgebung des Lösungspunktes regulär ist, so dass auch nur dann in die Zustandsform transformiert werden kann. Wie Systeme behandelt werden, bei denen die Jacobi-Matrix singularär ist, wird in den Kapiteln 21.7.2 und 21.8 erläutert.

Sowohl eine direkte numerische Lösung der DAE (21.24), die ja einfach *alle* Gleichungen des objektorientierten Modells in einer unstrukturierten Form enthält, als auch die in (21.26) skizzierte numerische Transformation in die Zustandsdarstellung mit einer nachfolgenden numerischen Lösung der Zustandsform (21.25), ist in der Regel *uneffizient*. Aus diesem Grunde wird die DAE in einem ersten Schritt in die folgende *sortierte DAE* umgewandelt:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \dot{\mathbf{x}}_e \\ \mathbf{y}_e \end{bmatrix} = \mathbf{f}_s(\dot{\mathbf{x}}_i, \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_e, \mathbf{y}_i, \mathbf{u}, \mathbf{p}, t) = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_r(\dots) \\ \mathbf{f}_x(\dots) \\ \mathbf{f}_y(\dots) \end{bmatrix} \quad (21.27)$$

D.h. die DAE soll in einen implizit und in einen explizit lösbaren Teil umgeformt werden. Hierbei werden die Vektoren \mathbf{x} und \mathbf{y} entsprechend dieser Aufspaltung in einen impliziten (Index = i) und in einen expliziten (Index = e) Teilvektor aufgespalten.

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_i \\ \mathbf{x}_e \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_i \\ \mathbf{y}_e \end{bmatrix} \quad (21.28)$$

Für eine numerische Lösung von (21.27) mit Standard-Integrationsverfahren können nun *alle* explizit auflösbaren algebraischen Variablen \mathbf{y}_e vor dem Integrator „versteckt“ werden, da diese Variablen aus den anderen Variablen explizit berechnet werden. Aus Sicht des Integrators hat sich damit die Systemordnung

erniedrigt. Bei der objektorientierten Modellierung gibt es viele algebraische Variablen, da z.B. in der Regel alle Schnittstellen-Variablen rein algebraisch sind, so dass die Ordnungsreduktion oft beträchtlich ist.

Die sortierte DAE (21.27) kann auch mit einem Integrator für Zustandssysteme (21.25a), z.B. einem Runge-Kutta Verfahren, gelöst werden. Dann muss eine Funktion zur Verfügung gestellt werden, mit der die Ableitung des Zustandsvektors $\dot{\mathbf{x}}$, bei gegebenem Zustand \mathbf{x} , berechnet wird. Hierzu werden die impliziten Variablen $\dot{\mathbf{x}}_i, \mathbf{y}_i$ durch *numerisches* Lösen von $\mathbf{0} = \mathbf{f}_r(\cdot)$ bestimmt. Mit $\dot{\mathbf{x}}_e = \mathbf{f}_x(\cdot)$ werden dann die restlichen Zustandsableitungen berechnet. Wenn das implizite Teilsystem linear in den Unbekannten ist, muss nur ein lineares Gleichungssystem gelöst werden. Dies ist unproblematisch. Das Modell kann dann auch für *Echtzeit-Simulationen* eingesetzt werden, da die Rechenzeit für einen Funktionsaufruf immer gleich ist und z.B. ein Euler-Verfahren zur Lösung verwendet werden kann.

Die DAE (21.24) wird mittels einer *symbolischen* Transformation in die sortierte DAE (21.27) umgeformt. Ist der implizite Teil in (21.27) immer noch „groß“ (z.B. $\dim(\mathbf{f}_r) > 100$) sollten auf jeden Fall zur weiteren Lösung *numerische* „Sparse-Matrix“-Verfahren eingesetzt werden. Standardwerke für unstrukturierte nicht-iterative Verfahren sind [1031?]. Sparse-Matrix-Löser gibt es z.B. in der HSL Mathematical Software Library (<http://www.hsl.rl.ac.uk/>; frei für akademische Zwecke; vormals Harwell Subroutine Library) oder von der in Matlab, Google Street View und anderer Software benutzten Suite-Sparse Bibliothek (<http://www.cise.ufl.edu/research/sparse/SuiteSparse>; eine Sammlung verschiedener Sparse-Matrix Codes mit unterschiedlichen Open Source Lizenzen). Aus Effizienzgründen wird hier die Jacobi-Matrix der sortierten DAE benötigt. Diese kann relativ einfach durch automatische Differentiation aus (21.27) ermittelt werden.

Die vorstehenden Überlegungen können folgendermaßen zusammengefasst werden:

Ein Objektdiagramm wird in ein nichtlineares Gleichungssystem der Form

$$\mathbf{0} = \mathbf{f}_z(\mathbf{z}, \mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{p}, t), \quad \text{mit } \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} \quad (21.29)$$

überführt. Ziel ist es, dieses Gleichungssystem durch algebraische, symbolische Umformungen möglichst explizit nach den Unbekannten \mathbf{z} aufzulösen.

BLT-Transformation

Der wichtigste Algorithmus zur Lösung dieser Aufgabenstellung ist die *Block-Lower-Triangular* Transformation (abgekürzt: BLT-Transformation). Hier wird durch Permutation der Gleichungen und Permutation der Unbekannten versucht, Gl. (21.29) in eine *rekursiv auflösbare* Form zu transformieren, siehe z.B.

[1031, 1034, 1068]. Eine Übersicht und ein Vergleich von 9 Algorithmen zur Bestimmung der BLT-Transformation ist in [1054] zu finden. Die Grundidee der BLT-Transformation wird an einem Beispiel mit fünf Gleichungen erläutert:

$$\begin{array}{rcl} f_1(z_3, z_4) & = & 0 \\ f_2(z_2) & = & 0 \\ f_3(z_2, z_3, z_5) & = & 0 \\ f_4(z_1, z_2) & = & 0 \\ f_5(z_1, z_3, z_5) & = & 0 \end{array} \quad \mathbf{S}_1 = \begin{array}{c} z_1 \quad z_2 \quad z_3 \quad z_4 \quad z_5 \\ \left[\begin{array}{ccccc} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right] \end{array}$$

Die Gleichungsstruktur wird durch die Inzidenzmatrix \mathbf{S}_1 wiedergegeben die anzeigt, ob die k -te Variable (= k -te Spalte) in der i -ten Gleichung (= i -te Zeile) auftritt oder nicht. Durch Permutation der Gleichungen und Variablen, bzw. durch Permutation von Zeilen und Spalten von \mathbf{S}_1 , kann dieses Gleichungssystem auf BLT-Form transformiert werden:

$$\begin{array}{rcl} f_2(z_2) & = & 0 \\ f_4(z_1, z_2) & = & 0 \\ f_3(z_2, z_3, z_5) & = & 0 \\ f_5(z_1, z_3, z_5) & = & 0 \\ f_1(z_3, z_4) & = & 0 \end{array} \quad \mathbf{S}_2 = \begin{array}{c} z_2 \quad z_1 \quad z_3 \quad z_5 \quad z_4 \\ \left[\begin{array}{ccccc} \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 1 & \mathbf{1} & \mathbf{1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \mathbf{1} \end{array} \right] \end{array}$$

Auf Grund der unteren Block-Dreiecksform von \mathbf{S}_2 können die Funktionen rekursiv nach den unterstrichenen Variablen gelöst werden, die den Diagonalelementen von \mathbf{S}_2 entsprechen. Damit wird zuerst z_2 aus f_2 und f_4 aus z_1 berechnet. f_3, f_5 müssen simultan nach z_3, z_5 aufgelöst werden. Schließlich wird z_4 aus f_1 berechnet. Wenn die aufzulösenden Variablen *linear* in den jeweiligen Gleichungen auftreten (z.B. z_1 linear in f_4), können diese Gleichungen *explizit* gelöst werden, so dass f_3, f_5 den impliziten und f_2, f_4, f_1 den expliziten Teil von (21.27) bilden.

Block-Dreiecksformen mit *minimalen* Dimensionen der Diagonallöcke werden als *BLT-Form* bezeichnet. D.h. es ist *nicht* möglich durch Permutationen von Variablen und Gleichungen auf algebraische Gleichungssysteme geringerer Dimension zu transformieren. Die BLT-Form kann mit einem kompakten, effizienten Algorithmus der Ordnung $O(nm)$ berechnet werden, wobei n die Zahl der Gleichungen und m die Zahl der „Einsen“ der Inzidenzmatrix ist. In vielen praktischen Fällen ist der Algorithmus $O(n)$, d.h. linear in der Zahl der Gleichungen, und kann auf einem PC in wenigen Sekunden Systeme mit $n = 10000 \dots 100000$ transformieren.

Die Transformation auf BLT-Form erfolgt in zwei Schritten: Zuerst wird ermittelt, nach welcher Variable eine Gleichung aufgelöst werden muss (z.B. f_1 nach z_4 im obigen Beispiel). Dies kann als Zuordnungsproblem angesehen werden, das z.B. sehr kompakt mit dem in [1088] angegebenen rekursiven Algorithmus gelöst werden kann. Nachdem *jeder* Gleichung *eine* eindeutige Variable zugeordnet ist, kann das Gleichungssystem als *gerichteter Graph* dargestellt werden. Die

Schleifen in diesem Graphen entsprechen den algebraischen Gleichungssystemen minimaler Dimension, bzw. den Diagonalblöcken der BLT-Form. Diese Schleifen werden mit dem Algorithmus von Tarjan [1094] bestimmt, der wiederum kompakt als rekursiver Algorithmus angegeben werden kann. Nachdem die Schleifen identifiziert sind, liegt ein azyklischer Graphen vor (mit den Schleifen als „Superknoten“), der rekursiv ausgewertet werden kann. Damit ist die Auswertungsreihenfolge der Gleichungen festgelegt und die BLT-Form bestimmt.

Da bei der Transformation auf BLT-Form nur Gleichungen und Variablen permutiert werden, wird der *Rang* des Gleichungssystems nicht verändert, so dass diese Transformation immer zulässig ist.

Tearing

Durch die Transformation auf BLT-Form werden die algebraischen Schleifen minimaler Dimension effizient ermittelt. Für viele physikalische Systeme sind diese Schleifen jedoch immer noch unnötig groß. Die Dimension der Schleifen kann durch intelligente *Variablen-Substitution* weiter verringert werden. Diese Verfahrensart ist unter unterschiedlichen Namen in vielen Fachgebieten bekannt und wurde wohl zum ersten Mal von Kron [1066] dargestellt. Das Verfahren wird hier als *Tearing* bezeichnet. Es gibt viele Varianten. Die einfache Grundidee wird an einem Beispiel erläutert:

$$\begin{aligned} z_1 &= f_1(z_5) \\ z_2 &= f_2(z_1) \\ z_3 &= f_3(z_1, z_2) \\ z_4 &= f_4(z_2, z_3) \\ z_5 &= f_5(z_4, z_1) \end{aligned}$$

Dieses Gleichungssystem kann durch *Sortierung* nicht auf ein Gleichungssystem niedriger Ordnung transformiert werden. Durch Substitution der Variablen z_1, z_2, z_3, z_4 in die letzte Gleichung kann jedoch einfach auf die Ordnung Eins reduziert werden:

$$\begin{aligned} z_5 &= f_5(f_4(f_2(f_1(z_5)), f_3(\dots)), f_1(z_5)) \\ z_1 &:= f_1(z_5) \\ z_2 &:= f_2(z_1) \\ z_3 &:= f_3(z_1, z_2) \\ z_4 &:= f_4(z_2, z_3) \end{aligned}$$

Die Variable z_5 wird aus der ersten Gleichung bestimmt und danach die restlichen Variablen durch eine einfache Vorwärtsrekursion. Diese *direkte* Vorgehensweise hat den entscheidenden Nachteil, dass z.B. die Funktionen f_1 5-Mal und f_2 3-Mal ausgewertet werden. Das Tearing Verfahren führt zu einer effizienteren Lösung, indem die Residuen-Gleichung $0 = \bar{f}_5(z_5)$ rekursiv berechnet wird (man beachte, dass z_5 Eingangsargument der Funktion \bar{f}_5 ist, und damit eine bekannte Größe):

$$\begin{aligned}
\text{input} &: z_5 \\
\text{output: } &\bar{f}_5 \\
z_1 &:= f_1(z_5) \\
z_2 &:= f_2(z_1) \\
z_3 &:= f_3(z_1, z_2) \\
z_4 &:= f_4(z_2, z_3) \\
\bar{f}_5 &:= f_5(z_4, z_1) - z_5
\end{aligned}$$

Auf diese Weise wird das Gleichungssystem auch auf die Dimension Eins reduziert, jedoch wird jede Funktion f_i nur einmal berechnet. Wenn \bar{f}_5 linear von z_5 abhängt, kann problemlos auf ein lineares System der Ordnung eins transformiert und dann gelöst werden.

Die Schwierigkeit beim Tearing-Verfahren besteht darin, die Residuen-Gleichungen (hier: f_5) und die Tearing-Variablen (hier: z_5) durch einen Algorithmus so zu bestimmen, dass die Dimension des Zielsystems möglichst klein wird. In [1025] wird gezeigt, dass diese Aufgabe zu einem nicht-polynomialen Algorithmus führt, im wesentlichen also nur durch Ausprobieren aller Varianten ermittelt werden kann. Dies ist auf Grund der exponentiell anwachsenden Zahl von Möglichkeiten nicht praktikabel. Deswegen gibt es nur heuristische Verfahren. Die üblichen Tearing-Algorithmen, siehe z.B. [1031, 1068], sind für die objektorientierte Modellierung nicht geeignet, da zur Sicherstellung der Regularität der Transformation eine Pivotisierung durchgeführt werden muss, die nur eine rein numerische Auswertung erlaubt. Hierfür sind jedoch in der Regel die direkten Sparse-Matrix-Verfahren basierend auf einer LU-Zerlegung besser geeignet.

In [1041] wurde zum ersten Mal gezeigt, wie das Tearing-Verfahren in der objektorientierten Modellierung für eine symbolische Transformation eingesetzt werden kann. In [1025] wird die Eigenschaft ausgenutzt, dass in der objektorientierten Modellierung die Details der Gleichungen bekannt sind. Insbesondere kann durch eine geeignete Kandidatenauswahl *garantiert* werden, dass die Transformation regulär ist, wenn z.B. nur solche Variablen substituiert werden, die linear in einer Gleichung auftreten, wobei der Vorfaktor eine nicht-verschwindende Konstante ist (z.B. trifft diese Eigenschaft im obigen Beispiel auf z_i in der i -ten Gleichung zu). Dies hat den entscheidenden Vorteil, dass die Transformation im voraus erfolgen kann und der Suchprozess zum Auffinden von Tearing-Variablen und Residuen-Gleichungen nicht in jedem Integrationsschritt wiederholt werden muss. Für Dymola [1032], Version 3.1, wurde von H. Elmqvist und M. Otter ein wesentlich verbessertes Tearing-Verfahren basierend auf dieser Grundidee entwickelt, das in vielen Fällen auf die Minimalform reduziert wobei durch die Transformation aber der Rang des Systems nicht geändert wird.

Zusammenfassung

Ein Objektdiagramm kann sehr einfach in eine DAE überführt werden. Diese kann durch BLT-Transformation und Tearing in eine sortierte DAE transformiert werden, in der möglichst viele Zustandsableitungen und algebraische

Variablen explizit berechenbar sind. Die sortierte DAE kann dann mit Standard-Integrationsverfahren, eventuell unter Verwendung von numerischen Sparse-Matrix-Methoden, gelöst werden.

Es zeigt sich, dass die symbolischen Transformationsalgorithmen eine DAE für viele Systeme in eine effizient auswertbare Form überführen, die kaum verbessert werden kann, z.B. für Blockdiagramme, Antriebsstränge, elektrische Schaltkreise. Spezielle Strukturen, wie Symmetrie oder positive Definitheit, die bei der Gleichungserstellung ausgenutzt werden könnten, werden jedoch nicht erkannt. So werden drei-dimensionale mechanische Systeme zwar in der Regel auf die bekannte Standardform $\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ transformiert, mit \mathbf{q} die Minimalkoordinaten des Systems. Jedoch wird nicht erkannt, dass die Massenmatrix \mathbf{M} symmetrisch ist.

21.7.2 Singuläre Deskriptorsysteme

Die im vorigen Kapitel erläuterten Transformationen sind nur unter der Voraussetzung möglich, dass die Jacobi-Matrix von (21.24) bezüglich der Ableitungen der Zustandsgrößen $\dot{\mathbf{x}}(t)$ und den algebraischen Variablen $\mathbf{y}(t)$ *regulär* ist. Diese Voraussetzung wird jetzt fallengelassen, und es werden DAEs¹²

$$\mathbf{0} = \mathbf{f}(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \mathbf{y}, t) \quad (21.30)$$

untersucht, bei denen die Jacobi-Matrix

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \dot{\mathbf{x}}} & \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{y}} \end{bmatrix} \text{ singulär} \quad (21.31)$$

ist. Im folgenden werden solche DAEs als *singuläre Deskriptorsysteme* bezeichnet.

Eine singuläre Jacobi-Matrix (21.31) bedeutet anschaulich, dass die Variablen \mathbf{x} voneinander abhängig sind¹³. Damit kann eine singuläre DAE zwar nicht in die Zustandsform (21.9) — mit \mathbf{x} als Zustandsvektor — transformiert werden, jedoch ist eine Transformation in die Zustandsform (21.32)

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}^s \\ \mathbf{x}^d \\ \mathbf{y} \end{bmatrix} = \mathbf{f}_2(\mathbf{x}^s, t) \quad \text{mit} \quad \mathbf{x} = \mathbf{P} \begin{bmatrix} \mathbf{x}^s \\ \mathbf{x}^d \end{bmatrix} \quad (21.32)$$

(zumindest lokal numerisch) möglich, wobei der Zustandsvektor \mathbf{x}^s aus den Elementen des „unabhängigen“ Teils von \mathbf{x} besteht, \mathbf{x}^d die restlichen Elemente von \mathbf{x} enthält, und \mathbf{P} die zugeordnete Permutationsmatrix ist, um die Elemente von

¹²Die zusätzlichen Argumente in (21.24), d.h. $\mathbf{u}(t)$, $\mathbf{p} = \text{const}$, werden aus Gründen der Übersichtlichkeit im weiteren nicht mehr aufgeführt.

¹³Bei singulären DAEs können auch die algebraischen Variablen \mathbf{y} untereinander, sowie von \mathbf{x} , abhängig sein, d.h. es gibt redundante oder sich widersprechende Gleichungen. Dann besitzt ein Anfangswertproblem der DAE aber keine *eindeutige* Lösung mehr, so dass dieser Sonderfall nicht weiter betrachtet wird.

\mathbf{x} umzuordnen. Der Vektor \mathbf{x}^d wird im folgenden als Dummy-Zustandsvektor bezeichnet. Man beachte, dass \mathbf{x}^d in (21.32) nicht mehr auftritt, sondern eliminiert wurde. Im allgemeinen können Zustände \mathbf{x}^s nur für einen bestimmten Zeitbereich verwendet werden, so dass während einer Simulation eventuell zwischen unterschiedlichen Zustandsvektoren zu schalten ist.

In Bild 21.29 sind Beispiele für singuläre Systeme angegeben, wobei angenommen wird, dass jede Komponente durch ein *lokales* Objekt beschrieben wird. Im

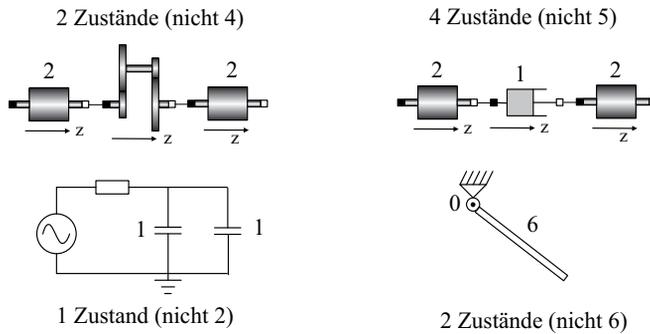


Abb. 21.29: Beispiele für singuläre Deskriptorsysteme

linken unteren Teil von Abb. 21.29 gibt es einen elektrischen Schaltkreis, bei dem zwei Kapazitäten parallel geschaltet sind. Jede Kapazität besitzt den Spannungsabfall über die beiden Klemmen als (lokale) Zustandsgröße. Da die anderen Elemente keine Zustände besitzen, sollte auf eine Zustandsform mit zwei Zuständen transformiert werden können. Auf Grund der Parallelschaltung sind die Spannungsabfälle der beiden Kapazitäten jedoch gleich, so dass der Schaltkreis in Wirklichkeit nur einen Zustand besitzt.

Im oberen Teil von Abb. 21.29 gibt es zwei Antriebsstränge, wobei im linken Teil die beiden trägheitsbehafteten Wellen durch ein ideales Getriebe und im rechten Teil durch einen einfachen Dämpfer verbunden sind. Jede Welle hat mit dem Drehwinkel und der Winkelgeschwindigkeit zwei Zustände. Der Dämpfer besitzt die Relativedrehzahl als Zustand (siehe auch Tabelle 21.11 auf Seite 1410). Demnach sollte der linke Antriebsstrang vier und der rechte fünf Zustände besitzen. Auf Grund der Verschaltungsart besitzt der linke Antriebsstrang jedoch nur zwei und der rechte nur vier Zustände.

Schließlich wird im unteren rechten Teil von Abb. 21.29 ein Einfachpendel gezeigt. Wird das Pendel durch ein ebenes Starrkörpermodell beschrieben, hat die Pendelstange sechs Zustände (zwei Translationen und eine Rotation je auf Positions- und Geschwindigkeitsebene) und das ideale Drehgelenk keinen Zustand. Das Gesamtsystem hat jedoch nur zwei und nicht sechs Zustände, da das Drehgelenk die Freiheitsgrade der Stange einschränkt.

Alle Beispiele von Abb. 21.29 führen auf eine singuläre Jacobi-Matrix (21.31). Bei der objektorientierten Modellierung tritt dieses Phänomen recht häufig auf, da jede Komponente durch lokale Gleichungen beschrieben wird und durch das

Zusammenschalten der Komponenten leicht Zwangsbedingungen zwischen den *lokalen* Zuständen der Objekte entstehen können. Ein objektorientiertes Modellierungssystem sollte solche Modelle deswegen automatisch *effizient* abhandeln können.

Im vorliegenden Kapitel wird die auf dem Pantelides-Algorithmus [1088] beruhende Dummy-Derivative-Methode [1029, 1069] beschrieben. Hierbei werden singuläre Systeme durch Differentiation von Gleichungen der DAE so aufbereitet, dass auf die Zustandsform (21.32) transformiert werden kann. Mit der Dummy-Derivative-Methode kann die zur Zeit wohl größte Klasse von singulären, nicht-linearen Deskriptorsystemen behandelt und das nicht-triviale Problem der Bestimmung von *konsistenten* Anfangsbedingungen¹⁴, zumindest im Prinzip, gelöst werden. Das Verfahren wird in unterschiedlichen Varianten z.B. in den Programmen ABACUSS [1017], EMSO und in allen Modelica Simulationsumgebungen, wie z.B. in Dymola [1032], eingesetzt.

Alternativen sind die *direkten* numerischen Lösungsverfahren, siehe z.B. [1023, 1055], bei denen die DAE (21.30) durch unmittelbares Anwenden numerischer Integrationsverfahren gelöst wird. Für ein allgemeines objektorientiertes Modellierungssystem scheinen direkte Verfahren weniger gut geeignet zu sein, da

- (a) nur spezielle Klassen von singulären DAEs behandelt werden können,¹⁵
- (b) vorausgesetzt wird, dass *konsistente* Anfangsbedingungen für (21.30) vorliegen, was im allgemeinen nicht der Fall ist, und
- (c) direkte Verfahren auf Grund der iterativen Lösungsstrategie für Echtzeit-Anwendungen schwierig einzusetzen sind.

Der Index eines Deskriptorsystems

Zur Charakterisierung von DAEs beim Einsatz von *direkten numerischen* Lösungsverfahren ist der *Index* einer DAE gebräuchlich. Für nichtlineare DAEs (21.30) gibt es eine ganze Reihe *unterschiedlicher* Index-Definitionen, insbesondere:

- Der *differenzielle Index* (engl.: differential index), siehe z.B. [1023], gibt an, wie oft die DAE (21.30) differenziert werden muss, um auf

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{y}} \end{bmatrix} = \mathbf{f}_3(\mathbf{x}, \mathbf{y}, t) \quad (21.33)$$

transformieren zu können. Eine DAE hat den differenziellen Index j , wenn j -mal zu differenzieren ist.

¹⁴Dieser Punkt wird später genauer diskutiert.

¹⁵Zum Beispiel haben die meisten direkten Verfahren Schwierigkeiten, Systeme wie den Antriebsstrang im linken oberen Teil und das Pendel im rechten unteren Teil von Bild 21.29 zu lösen, wenn eine objektorientierte Modellierung verwendet wird.

- Beim *Störungsindex* (engl.: perturbation index), siehe z.B. [1055], wird die Differenz zwischen der exakten Lösung $\mathbf{x}(t), \mathbf{y}(t)$ von (21.30) und der exakten Lösung $\hat{\mathbf{x}}(t), \hat{\mathbf{y}}(t)$ der leicht gestörten DAE

$$\epsilon(t) = \mathbf{f}(\dot{\hat{\mathbf{x}}}, \hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{y}}, t) \quad (21.34)$$

herangezogen, um näherungsweise durch $\epsilon(t)$ Fehler in der approximierten, numerischen Lösung zu beschreiben. Wenn diese Differenz eine Funktion der j -ten Ableitung von $\epsilon(t)$, d.h. von $d^j\epsilon/dt^j$, ist, hat die DAE den Störungsindex $j + 1$.

- Beim *Traktabilitäts Index* (engl.: tractability index), siehe z.B. [1067, 1073], wird die Index-Definition für lineare DAEs mit konstanten Koeffizienten auf die um den aktuellen Zeitpunkt linearisierte DAE angewandt.

Abgesehen von bestimmten Klassen von DAEs, wie z.B. linearen DAEs mit konstanten Koeffizienten, führen diese Index-Definitionen im allgemeinen zu unterschiedlichen Ergebnissen. Eine Charakterisierung der Form „mit dem Integrator XYZ können DAEs bis zum Index 2 gelöst werden“, ist deswegen nur bedingt aussagekräftig, da

- (a) nicht klar ist auf welche Index-Definition sich diese Formulierung bezieht,
- (b) es für einen Anwender in der Regel nicht-trivial ist den Index einer vorliegenden DAE zu ermitteln und
- (c) der Integrator in der Regel nicht in der Lage ist festzustellen, ob eine DAE in die lösbare Problemklasse fällt.

Es gibt keinen einfachen Zusammenhang zwischen dem Index einer DAE und einer singulären Jacobi-Matrix (21.31). Zum Beispiel haben die Gleichungen (21.35) und (21.36) jeweils einen differenziellen Index, Störungsindex und Traktabilitäts Index von eins.

$$\begin{array}{ll} \dot{x}_1 + \dot{x}_2 = -x_1 & (21.35a) & \dot{x} + y = -x & (21.36a) \\ x_2 = 0 & (21.35b) & y = 0 & (21.36b) \end{array}$$

Das System (21.36) hat jedoch eine reguläre Jacobi-Matrix, kann also mit den Methoden von Kapitel 21.7.1 behandelt werden, während das System (21.35) singulär ist. Zusammengefasst kann festgehalten werden, dass die Jacobi-Matrix (21.31) die Aussage erteilt, ob eine DAE in die Zustandsform mit \mathbf{x} als Zustandsvektor transformiert werden kann, und dass der Index die Schwierigkeiten einer *direkten numerischen* Lösung charakterisiert.

Transformationsalgorithmen für singuläre Deskriptorsysteme

Die Behandlung singulärer Deskriptorsysteme soll exemplarisch an Hand eines einfachen Beispiels erläutert werden. Hierzu wird, ähnlich wie in Kapitel 21.3 für

elektrische Komponenten, eine einfache Bibliothek für eindimensionale, rotatorische mechanische Komponenten verwendet, siehe Tabelle 21.11.

Wie in Kapitel 21.5 erläutert, werden über eine Schnittstelle einer mechanischen Komponente der absolute Winkel Φ , sowie das Schnittmoment M , übertragen. Eine Verbindung zweier mechanischer Schnittstellen bedeutet, dass die lokalen Flansch-Koordinatensysteme der Schnittstellen zur Deckung gebracht werden. Damit werden die Winkel der beteiligten Schnittstellen gleichgesetzt und es wird eine Nullsummen-Gleichung für die Schnittmomente erzeugt. Basierend auf dieser Schnittstellen-Definition sind in Tabelle 21.11 Komponenten zur Beschreibung von Drehträgeit, ideales Getriebe, Planetengetriebe, Elastizität und Dämpfer aufgeführt. Die Komponente „Drehträgeit“ enthält z.B. Gleichungen, mit denen definiert wird, dass die Winkel in den beiden Schnittstellen der Komponente identisch sind, dass die Winkelgeschwindigkeit die Ableitung eines der Winkel ist, sowie das Gesetz von Newton/Euler, dass die Summe der angreifenden Momente gleich der Änderung des Drehimpulses $J \cdot \Omega$ ist. Das Planetengetriebe wird im Beispiel von Abb. (21.47) auf S. 1403 benötigt. Im folgenden soll der einfache Antriebsstrang von Abb. 21.30 im Detail analysiert werden.

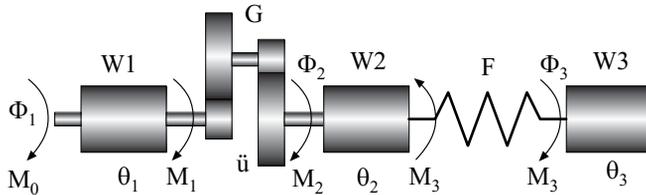


Abb. 21.30: Objektdiagramm eines Antriebsstrangs

Dieser besteht aus Antriebsmoment M_0 , trägheitsbehafteten Wellen w_1, w_2, w_3 , idealem Getriebe G , und Elastizität F . Wie in Kapitel 21.3 gezeigt, erstellt ein objektorientiertes Modellierungssystem aus dem Objektdiagramm zuerst das folgende Gesamtgleichungssystem:

W1	$\dot{\Phi}_1 = \Omega_1$ (21.37)a	G	$\Phi_1 = \ddot{u} \cdot \Phi_2$ (21.37)f
	$\Theta_1 \cdot \dot{\Omega}_1 = M_0 - M_1$ (21.37)b		$M_2 = \ddot{u} \cdot M_1$ (21.37)g
W2	$\dot{\Phi}_2 = \Omega_2$ (21.37)c	W3	$\dot{\Phi}_3 = \Omega_3$ (21.37)h
	$\Theta_2 \cdot \dot{\Omega}_2 = M_2 - M_3$ (21.37)d		$\Theta_3 \cdot \dot{\Omega}_3 = M_3$ (21.37)i
F	$M_3 = c \cdot (\Phi_3 - \Phi_2)$ (21.37)e		

Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind in dem Gleichungssystem alle Variablen durchnummeriert (z.B. Φ_3 statt $W3.\Phi_1$) und die trivialen Verbindungsgleichungen sind schon substituiert. Die Gleichungen (21.37) bilden eine DAE (21.30) mit $\mathbf{x}_1 = [\Phi_1 \ \Omega_1 \ \Phi_2 \ \Omega_2 \ \Phi_3 \ \Omega_3]^T$ und $\mathbf{y}_1 = [M_1 \ M_2 \ M_3]^T$ und bestehen aus neun Gleichungen zur Berechnung der neun Unbekannten $\mathbf{x}_1, \mathbf{y}_1$ bei gegebenem Zustandsvektor \mathbf{x}_1 . Diese DAE kann nicht in die Zustandsform transformiert

werden, da die Jacobimatrix *singulär* ist, da (21.37)f keine der Unbekannten enthält, und eine algebraische Beziehung zwischen den als bekannt angenommenen Zustandsgrößen Φ_1 und Φ_2 darstellt.

Mit anderen Worten: Eine dieser beiden Größen kann kein Zustand sein. Willkürlich wird jetzt angenommen, dass Φ_1 eine *Unbekannte* und kein Zustand mehr ist. Bei *linearen* Systemen kann man einfach nach Φ_1 auflösen und diese Variable zusammen mit ihren Ableitungen an allen Stellen in (21.37) ersetzen. Bei *nicht-linearen* Systemen ist eine analytische Auflösung aber in der Regel nicht mehr möglich. Aus diesem Grunde muss hier etwas anders vorgegangen werden. Die grundlegende Idee ist hierbei, zuerst alle benötigten Gleichungen bereitzustellen und die explizite Auflösung dann numerisch durchzuführen.

Beim obigen Gleichungssystem könnte man Φ_1 explizit eliminieren, da diese Variable nur linear auftritt. Um den allgemeinen Fall zu demonstrieren, gehen wir jedoch anders vor: Die Variable Φ_1 wird als Unbekannte angesehen, die mit Hilfe der anderen Zustandsgrößen berechnet wird.

Dann ist auch $\dot{\Phi}_1$ keine Ableitung mehr, sondern nur noch eine algebraische Größe (= Dummy Derivative), die ebenfalls mit Hilfe der anderen Zustandsgrößen berechnet wird. Zur Verdeutlichung wird eine Dummy-Ableitung nicht mit einem Punkt, sondern mit einem Apostroph, Φ'_1 , gekennzeichnet. Die Gleichung (21.37)f wird zur Berechnung der neuen Unbekannten Φ_1 verwendet. Da *eine* neue *Unbekannte* eingeführt worden ist, muss gleichzeitig auch *eine* neue *Gleichung* hinzugenommen werden. Dies ist natürlicherweise die Ableitung von (21.37)f, d.h.

$$\Phi'_1 = \ddot{u} \cdot \dot{\Phi}_2 \quad (21.38)f'$$

Die so konstruierte DAE besitzt 10 Gleichungen mit 10 Unbekannten. Die Jacobi-Matrix ist jedoch immer noch singulär, da (21.37)a, (21.37)c, (21.38)f' drei Gleichungen in den zwei Unbekannten Φ'_1 und $\dot{\Phi}_2$ ist. Es besteht also eine algebraische Beziehung zwischen den Zustandsgrößen Ω_1, Ω_2 , da diese auch in den drei Gleichungen auftreten. Willkürlich wird festgelegt, dass Ω_1 eine *Unbekannte* und kein Zustand mehr ist. Durch Differenzieren gibt es drei neue Gleichungen

$$\Phi''_1 = \Omega'_1 \quad (21.38)a'$$

$$\Phi''_2 = \dot{\Omega}_2 \quad (21.38)c'$$

$$\Phi''_1 = \ddot{u} \cdot \Phi''_2 \quad (21.38)f''$$

jedoch auch wiederum drei *neue* Unbekannte ($\Phi''_1, \Phi''_2, \Omega_1$), so dass eine DAE mit 13 Gleichungen in 13 Unbekannten entsteht. Diese DAE mit den Vektoren $\mathbf{x}_2 = [\Phi_2 \ \Omega_2 \ \Phi_3 \ \Omega_3]^T$ und $\mathbf{y}_2 = [M_1 \ M_2 \ M_3 \ \Phi_1 \ \Phi'_1 \ \Phi''_1 \ \Phi'_2 \ \Omega_1 \ \Omega'_1]^T$ hat nun eine Jacobi-Matrix die bezüglich $\dot{\mathbf{x}}_2, \mathbf{y}_2$ regulär ist. Durch BLT-Transformation, Tearing (siehe Kapitel 21.7) und Elimination trivialer Gleichungen der Form $a = b$ wird diese erweiterte DAE in die folgende Zustandsform transformiert:

$$\dot{\Phi}_1 := \ddot{u} \cdot \Phi_2 \quad (21.39)\text{a}$$

$$\Omega_1 := \ddot{u} \cdot \Omega_2 \quad (21.39)\text{b}$$

$$M_3 := c \cdot (\Phi_3 - \Phi_2) \quad (21.39)\text{c}$$

$$\dot{\Omega}_2 := (\ddot{u} \cdot M_0 - M_3) / (\ddot{u}^2 \cdot \Theta_1 + \Theta_2) \quad (21.39)\text{d}$$

$$\dot{\Omega}_3 := M_3 / \Theta_3 \quad (21.39)\text{e}$$

$$\dot{\Phi}_2 := \Omega_2 \quad (21.39)\text{f}$$

$$\dot{\Phi}_3 := \Omega_3 \quad (21.39)\text{g}$$

Man beachte, dass die Auswahl der zusätzlichen Gleichungen (21.38) unabhängig davon ist, welche Zustände verwendet werden, so dass \mathbf{x}_2 auch erst beim Vorliegen des *kompletten* Gleichungssystems ausgewählt werden könnte. Eine solche spätere Festlegung ist aus *numerischen* Gründen in der Regel *zwingend*.

Nach Vorgabe von Anfangsbedingungen $\mathbf{x}_2 = \mathbf{x}_2(t_0)$ hat die DAE (21.37, 21.38) eine eindeutige Lösung. Wenn dagegen die Ausgangs-DAE (21.37) mit einem *direkten numerischen* Verfahren gelöst werden würde, reicht es *nicht* aus, dass die DAE zum Anfangszeitpunkt erfüllt ist. Mit den Anfangsbedingungen $\mathbf{x}_1(t_0) = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$, $\dot{\mathbf{x}}_1(t_0) = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$, $\mathbf{y}_1(t_0) = [u(t_0) \ 0 \ 0]^T$ wird z.B. (21.37) erfüllt. Sowohl anschaulich, als auch wegen (21.38), ist aber klar, dass es physikalisch unmöglich ist, dass $\Omega_1 = 1$ und $\Omega_2 = 0$ ist. Es kann also für diese Anfangsbedingungen keine Lösung der DAE (21.37) geben. Mit anderen Worten: Auch wenn ein direktes Verfahren benutzt wird, müssen im allgemeinen trotzdem die Gleichungen (21.38) abgeleitet werden, da diese zum Anfangszeitpunkt erfüllt sein müssen.

In [1064] wird gezeigt, dass für *stationäre* Anfangsbedingungen, d.h. wenn alle Ableitungen zum Anfangszeitpunkt identisch verschwinden, die zusätzlichen Gleichungen (hier: (21.38)) automatisch *erfüllt* sind, vorausgesetzt dass die Ausgangs-DAE erfüllt ist. Nur für diesen wichtigen Sonderfall werden deswegen die zusätzlichen Gleichungen für die direkten numerischen Verfahren *nicht* benötigt.

Zusammenfassung

Die im Beispiel manuell durchgeführte Transformation auf eine reduzierte Zustandsform, kann vollständig automatisiert werden. Mit dem Pantelides Algorithmus [1088] wird ermittelt, wie oft jede Gleichung des Ausgangsgleichungssystems differenziert werden muss, um das System durch algebraische Transformationen auf Zustandsform transformieren zu können. Dies sind gleichzeitig auch diejenigen Gleichungen, die *konsistente* Anfangsbedingungen neben der Ausgangs-DAE erfüllen müssen.

Mit der "Dummy Derivative" Methode [1069, 1072] werden aus dem mit dem Pantelides Algorithmus ermittelten Gleichungssystem die voneinander unabhängigen Zustände ermittelt, wobei ein Teil der Zustände statisch während der Überlegung ermittelt werden kann, und der verbleibende Teil dynamisch während der Simulation bestimmt wird.

Der Pantelides-Algorithmus und die Dummy Derivative Methode haben den Vorteil, dass eine große Klasse von singulären Deskriptorsystemen behandelt werden kann und *konsistente* Anfangsbedingungen bestimmt werden können. Die Nachteile bestehen darin, dass Gleichungen analytisch differenziert werden müssen (was nicht immer möglich sein muss), und dass der Pantelides-Algorithmus nicht immer alle zu differenzierenden Gleichungen findet, da die Differentiation von Gleichungen allein auf Grund von strukturellen Eigenschaften des Gleichungssystems bestimmt wird.

21.7.3 Strukturell inkonsistente Deskriptorsysteme

Im vorigen Abschnitt wurde an Hand eines Beispielen gezeigt, wie durch Differentiation gewisser Gleichungen des Systems und durch Auswahl von Dummy-Zuständen eine singuläre DAE auf Zustandsform transformiert werden kann. Diese Vorgehensweise versagt jedoch z.B. bei folgendem System:

$$\dot{x} = f_1(x, y_1) \quad (21.40a)$$

$$0 = f_2(y_2) \quad (21.40b)$$

$$0 = f_3(y_2) \quad (21.40c)$$

Dies ist eine DAE mit singulärer Jacobi-Matrix, da die beiden letzten Gleichungen nur von der einen Unbekannten y_2 abhängen. Hier ist es jetzt aber nicht möglich, durch Auswahl geeigneter Dummy-Zustände eine reguläre Jacobi-Matrix zu erhalten, da (21.40b, 21.40c) nicht von x abhängen. Damit kann (21.40) mit der erläuterten Methodik nicht auf Zustandsform transformiert werden. Anschaulich ist klar, dass dies auch generell nicht möglich ist, da die Gleichungen (21.40b, 21.40c) entweder zueinander kompatibel sind (dann gibt es unendlich viele Lösungen), oder zueinander im Widerspruch stehen (dann gibt es keine Lösung), d.h. die DAE besitzt *keine eindeutige Lösung*. Diese Eigenschaft ist unabhängig davon, wie die beiden Funktionen f_2, f_3 letztendlich aufgebaut sind. In [1088] werden solche DAEs als *strukturell inkonsistent* bezeichnet.

Es stellt sich die Frage, wie DAEs mit dieser Eigenschaft automatisch erkannt werden können, da z.B. durch einfache Modellierungsfehler des Anwenders solche DAEs entstehen können. Hierzu werde angenommen, dass die DAE

$$\mathbf{0} = \mathbf{f}(\dot{\mathbf{x}}, \mathbf{x}, \mathbf{y}, t) \quad (21.41)$$

mit einem impliziten Integrationsverfahren gelöst werden soll, d.h. dass $\dot{x}_i(t_j)$ als Funktion von $x_i(t_j)$ und (bekannten) Werten von x_i zu früheren Zeitpunkten angegeben wird:

$$\dot{x}_i = h_i(x_i) \quad (21.42)$$

Beim impliziten Euler-Verfahren wird z.B. die Zustandsableitung durch die folgende Differenzenformel ersetzt:

$$\dot{\mathbf{x}}(t_j) = \frac{\mathbf{x}(t_j) - \mathbf{x}(t_{j-1})}{h} \tag{21.43}$$

hierbei ist $\mathbf{x}(t_j)$ der zu berechnende Wert von \mathbf{x} zum Zeitpunkt t_j , $\mathbf{x}(t_{j-1})$ der schon berechnete Wert von \mathbf{x} zum vorherigen Zeitpunkt t_{j-1} und $h = t_j - t_{j-1}$ ist die Schrittweite. Einsetzen von (21.43) in (21.41) ergibt:

$$\begin{aligned} \mathbf{0} &= \mathbf{f}\left(\frac{\mathbf{x}(t_j) - \mathbf{x}(t_{j-1})}{h}, \mathbf{x}(t_j), \mathbf{y}(t_j), t_j\right) \\ &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(t_j), \mathbf{x}(t_j), \mathbf{y}(t_j), t_j) \end{aligned} \tag{21.44}$$

Gleichung (21.44) ist ein nichtlineares Gleichungssystem zur Berechnung von $\mathbf{x}(t_j), \mathbf{y}(t_j)$. Dieses Gleichungssystem ist nur dann eindeutig lösbar wenn die Jacobi-Matrix bezüglich $\mathbf{x}(t_j), \mathbf{y}(t_j)$ regulär ist. Wenn die Jacobimatrix strukturell singulär ist, d.h. wenn in der Ausgangs-DAE $\dot{\mathbf{x}}$ durch \mathbf{x} ersetzt wird, siehe (21.44), und die so entstehende DAE strukturell singulär ist, gibt es sicher keine eindeutige Lösung. Aus diesen Überlegungen ergibt sich nun die folgende Eigenschaft (siehe auch [1088], S. 219-221):

Eine DAE (21.30) wird als strukturell inkonsistent bezeichnet, wenn

$$\mathbf{0} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{x}, \mathbf{y}, t), \quad \left[\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \quad : \quad \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{y}} \right] \text{ strukturell singulär} \tag{21.45}$$

d.h. wenn alle Ableitungen $\dot{\mathbf{x}}$ in der DAE durch den Vektor \mathbf{x} ersetzt werden und das hieraus resultierende Gleichungssystem bezüglich \mathbf{x} und \mathbf{y} als strukturell singulär charakterisiert wird (dies ist der Fall wenn die Lösung des Zuordnungsproblems im Rahmen der BLT-Transformation fehlschlägt). Man beachte, dass die genaue funktionale Abhängigkeit von \dot{x}_i und x_i in (21.42) nicht bekannt sein muss, da nur strukturelle Eigenschaften untersucht werden, so dass es in (21.41) genügt, \dot{x}_i durch x_i (und nicht durch $h_i(x_i)$) zu ersetzen. Beispiel:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f_1(x, y_1) & \Rightarrow & & x &= f_1(x, y_1) \\ 0 &= f_2(y_2) & & & 0 &= f_2(y_2) \\ 0 &= f_3(y_2) & & & 0 &= f_3(y_2) \end{aligned}$$

Das linke System ist strukturell singulär, da es zwei Gleichungen gibt, die nur von y_2 abhängen. Wird nun \dot{x} durch x ersetzt, siehe rechte Seite, dann ist das so entstehende System immer noch strukturell singulär und damit strukturell inkonsistent, d.h. es gibt keine eindeutige Lösung. Im folgenden Beispiel

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f_1(x, y) & \Rightarrow & & x &= f_1(x, y) \\ 0 &= f_2(x) & & & 0 &= f_2(x) \end{aligned}$$

ist das linke System wiederum strukturell singulär, da die zweite Gleichung f_2 nur von der als bekannt angenommenen Zustandsgröße x abhängt. Wird jedoch \dot{x}

durch x ersetzt, siehe rechte Seite, dann liegt ein algebraisches Gleichungssystem vor bei dem x aus Gleichung f_2 und y aus Gleichung f_1 bestimmt werden kann. Mit anderen Worten: Dieses Gleichungssystem ist strukturell nicht inkonsistent.

Auf Grund der Herleitung ist klar, dass strukturell inkonsistente DAEs nicht mit einem impliziten Integrationsverfahren gelöst werden können. Es kann gezeigt werden, dass die DAE dann auch keine eindeutige Lösung besitzt. Die Bedeutung von (21.45) liegt insbesondere auch darin, dass der Pantelides-Algorithmus genau dann konvergiert, wenn die DAE nicht strukturell inkonsistent ist (Beweis siehe [1088], S. 219-221). Vor Anwendung des Pantelides-Algorithmus muss demnach (21.45) überprüft werden.

21.8 Lineare Deskriptorsysteme

Im vorigen Kapitel wurden Algorithmen erläutert, um ein *nicht-lineares*, objektorientiertes Modell in eine effizient auswertbare Zustandsform zu transformieren. Im vorliegenden Kapitel werden die zusätzlichen Eigenschaften analysiert, die bei *linearen* Deskriptorsystemen vorliegen, vor allem wenn diese singular sind.

Zur Einführung wird das Antriebsstrang-Beispiel von Abb. 21.30 auf S. 1355 etwas vereinfacht, siehe Abb. 21.31, und wird dann im Detail analysiert. Das

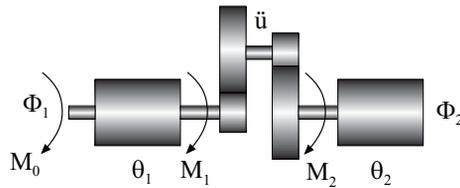


Abb. 21.31: Objektdiagramm eines Antriebsstrangs

Beispiel besteht aus einem antreibenden Moment M_0 , der Motorträgheit Θ_1 der Welle W1, einem idealen Getriebe G mit der Übersetzung \ddot{u} , sowie der Lastträgheit Θ_2 der Welle W2. Die Elastizität im Getriebe wird vernachlässigt. Wie in Kapitel 21.3 gezeigt, erstellt ein objektorientiertes Modellierungssystem aus dem Objektdiagramm zuerst das folgende Gesamtdifferentialgleichungssystem:

W1	$\dot{\Phi}_1 = \Omega_1$ (21.46)a
	$\Theta_1 \cdot \dot{\Omega}_1 = M_0 - M_1$ (21.46)b
W2	$\dot{\Phi}_2 = \Omega_2$ (21.46)c
	$\Theta_2 \cdot \dot{\Omega}_2 = M_2$ (21.46)d
G	$\Phi_1 = \ddot{u} \cdot \Phi_2$ (21.46)e
	$M_2 = \ddot{u} \cdot M_1$ (21.46)f

Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind in dem Gleichungssystem wiederum alle Variablen durchnummeriert (z.B. Φ_2 statt $W2.\Phi_1$) und die trivialen Verbindungsgleichungen, wie $W1.\Phi_2 = G.\Phi_1$, sind schon substituiert. Die Gleichungen (21.46)

bilden eine DAE (21.10) mit $\mathbf{x}_1 = [\Phi_1 \ \Omega_1 \ \Phi_2 \ \Omega_2]^T$ und $\mathbf{y}_1 = [M_1 \ M_2]^T$ und bestehen aus sechs Gleichungen zur Berechnung der sechs Unbekannten $\dot{\mathbf{x}}_1, \mathbf{y}_1$ bei gegebenem Zustandsvektor \mathbf{x}_1 . Diese DAE kann jedoch nicht in die Zustandsform transformiert werden, da die Jacobimatrix *singulär* ist, da (21.46)e keine der Unbekannten enthält, und eine algebraische Beziehung zwischen den als bekannt angenommenen Zustandsgrößen Φ_1 und Φ_2 darstellt.

Das Gleichungssystem (21.46) ist ein *lineares* Deskriptorsystem und soll jetzt direkt analysiert werden, ohne das Modell in die Zustandsform zu transformieren. Hierzu werden diese Gleichungen in der Standardform (21.8) linearer Deskriptorsysteme dargestellt:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Theta_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \Theta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\Phi}_1 \\ \dot{\Phi}_2 \\ \dot{\Omega}_1 \\ \dot{\Omega}_2 \\ \dot{M}_1 \\ \dot{M}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & \ddot{u} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\ddot{u} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} M_0 \\
 \mathbf{E} \quad \quad \quad \dot{\mathbf{x}} &= \quad \quad \quad \mathbf{A} \quad \quad \quad \mathbf{x} \quad + \quad \mathbf{B} \quad \mathbf{u} \tag{21.47}
 \end{aligned}$$

Da die letzten beiden Zeilen der Matrix \mathbf{E} Null sind, ist \mathbf{E} auf jeden Fall *singulär*, so dass keine Inversion von \mathbf{E} möglich ist, und damit auch keine direkte Transformation in die Zustandsform (21.7).

In Tabelle 21.12 sind in der rechten Spalte die wichtigsten Eigenschaften linearer Deskriptorsysteme den korrespondierenden Eigenschaften linearer Zustandsysteme in der mittleren Spalte gegenübergestellt. Diese Eigenschaften werden im folgenden anhand des obigen, einfachen Beispiels diskutiert.

Ein Deskriptorsystem (21.8) hat bei konsistenten Anfangsbedingungen dann und nur dann eine eindeutige Lösung, wenn es Werte λ gibt, so dass die Determinante $\det(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{E})$ ungleich Null ist, siehe auch erste Zeile in Tabelle 21.12, (21.49). Verschwindet diese Determinante für *alle* Werte von λ , gibt es entweder *keine* Lösung oder *unendlich viele* Lösungen. Wie diese Bedingung rechnerisch konkret überprüft werden kann, wird weiter unten erläutert. Im folgenden wird angenommen, dass diese Bedingung erfüllt ist, also eine eindeutige Lösung existiert.

Eine Zustandsform oder eine Deskriptorform kann durch Laplace-Transformation in die Ein-/ Ausgangsbeziehung einer Übertragungsfunktion überführt werden, siehe zweite Zeile von Tabelle 21.12, (21.50). Beim Vorliegen *einer* Eingangs- und *einer* Ausgangsgröße kann die Übertragungsfunktion dargestellt werden als

$$y = k \frac{(s - \mu_1) \cdot (s - \mu_2) \cdot \dots \cdot (s - \mu_{n_n})}{(s - \lambda_1) \cdot (s - \lambda_2) \cdot \dots \cdot (s - \lambda_{n_e})} u \tag{21.57}$$

wobei k der Verstärkungsfaktor, λ_i die *Pole* und μ_i die *Nullstellen* der Übertragungsfunktion sind.

Wenn das System vollständig steuer- und beobachtbar ist, treten keine Pol-Nullstellenkürzungen auf. Dann sind die Pole identisch zu den (endlichen) *Eigenwerten* λ_i und die Nullstellen identisch zu den (endlichen) *Eigenwerten* μ_i der Systemmatrix (21.52). Diese Größen werden mit den in der vierten und fünften Zeile angegebenen Gleichungen (21.51, 21.52) berechnet.

Die Berechnungsvorschriften sind für Zustandsformen und Deskriptorformen sehr ähnlich. Der wesentliche Unterschied besteht darin, dass es für ein System in Zustandsform immer genau n_x Eigenwerte gibt (und damit auch n_x Pole wenn das System vollständig steuerbar und beobachtbar ist), wobei n_x die Dimension des Zustandsvektors \mathbf{x} ist. Demgegenüber kann die Zahl der (endlichen) Eigenwerte für Deskriptorsysteme kleiner als n_x sein. Das Deskriptorsystem (21.47) hat z.B. nur zwei (endliche) Eigenwerte und nicht sechs.

Für beide Systemarten kann es bis zu n_x Systemnullstellen geben. Bei einem System in Zustandsform ist deswegen die Zahl der Nullstellen immer kleiner, oder höchstens gleich, der Zahl der Pole. D.h. das Zählerpolynom kann keine höhere Ordnung als das Nennerpolynom aufweisen. Da bei Deskriptorsystemen die Zahl der Eigenwerte kleiner als n_x sein kann, kann hier die Zahl der Nullstellen *größer* als die Zahl der Pole sein. Dies bedeutet, dass auch sprungförmige Systeme, wie z.B. ein D- oder ein PD-Glied, dargestellt werden können. Zum Beispiel kann ein D-Glied $y = s \cdot u$ durch das folgende Deskriptorsystem beschrieben werden:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Mit anderen Worten: Jede Übertragungsfunktion kann als Deskriptorsystem dargestellt werden. Demgegenüber können in der Zustandsform nur Übertragungsfunktionen dargestellt werden, bei denen das Zählerpolynom keinen höheren Grad als das Nennerpolynom besitzt.

Die Berechnung von Eigenwerten und Nullstellen ist manuell mit vernünftigem Aufwand nur bei kleinen Systemen mit $n_x = 1 \dots 4$ sinnvoll. Numerische Algorithmen zur Berechnung sind kompliziert, stehen aber z.B. in MATLAB durch Aufruf der Funktionen `eig` (Eigenwerte der Zustandsform), `tzero` (Nullstellen der Zustandsform) bzw. `qz` (Nullstellen + Eigenwerte der Deskriptorform) zur Verfügung.

Wird im obigen Beispiel als Ausgangssignal die Position Φ_2 der Last benutzt, ergibt sich die Übertragungsfunktion zu:

$$\Phi_2 = \frac{\ddot{u}}{(\Theta_2 + \ddot{u}^2 \Theta_1) \cdot s^2} M_0 \quad (21.58)$$

Die Berechnung dieser Übertragungsfunktion mit (21.50) oder (21.51, 21.52) von Tabelle 21.12 ist aufwendig. Einfacher ist es, wenn die Übertragungsfunktion aus

der Zustandsform (21.39) abgeleitet wird. Wie zu sehen ist, hat das System keine Nullstellen und einen doppelten Pol im Ursprung, d.h. $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$.

In Kapitel 5.5.4 wurden die Begriffe Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit eingeführt, sowie Gleichungen angegeben, mit denen diese Eigenschaften überprüft werden können. In der fünften und sechsten Zeile von Tabelle 21.12, (21.53, 21.54), ist eine alternative Möglichkeit zur Bestimmung dieser Eigenschaften aufgeführt. Ein Eigenwert λ_i ist nicht steuerbar bzw. nicht beobachtbar, wenn die angegebenen Matrizen nicht ihren vollen Rang n_x besitzen. Wenn *jeder* Eigenwert steuer- und beobachtbar ist, dann ist das Gesamtsystem vollständig steuer- und beobachtbar. Gegenüber den in Kapitel 5.5.4 verwendeten Gleichungen kann damit eine präzisere Aussage getroffen werden, wenn einige Eigenwerte nicht steuer- oder beobachtbar sind. Ein System kann z.B. trotzdem sinnvoll geregelt werden, wenn alle nicht steuer- und beobachtbaren Eigenwerte *stabil* sind. Der Nachteil dieser Gleichungen ist der, dass eine direkte Bestimmung mit den angegebenen Beziehungen n_e Rangbestimmungen erfordert ($n_e =$ Zahl der Eigenwerte), während mit den Gleichungen in Kapitel 5.5.4 jeweils nur die Rangbestimmung *einer* Matrix erforderlich ist. *Numerische* Algorithmen zur Bestimmung der Steuer- und Beobachtbarkeit transformieren das Ausgangssystem zuerst in eine „günstige“ Form, bei der der Rang der in Tabelle 21.12 aufgeführten Gleichungen direkt abgelesen werden kann, für Details siehe [1074, 1095].

Eigenwerte, die nicht steuerbar sind, werden auch als *Eingangsentkopplungs-Nullstellen* bezeichnet. Diese Eigenwerte sind immer auch Nullstellen des Systems. In der Übertragungsfunktion „kürzen“ sich deswegen diese Eigenwerte mit den gleichartigen Nullstellen, so dass diese Größen in der Übertragungsfunktion nicht auftreten. Entsprechend werden nicht beobachtbare Eigenwerte auch als *Ausgangsentkopplungs-Nullstellen* bezeichnet. Auch hier „kürzen“ sich in der Übertragungsfunktion diese Eigenwerte mit Nullstellen.

Um die Eigenschaften eines linearen Systems zu untersuchen, ist es zweckmässig, das System in eine möglichst einfache Form zu transformieren. Eine wichtige *Normalform* für die Zustandsdarstellung ist die in Kapitel 5.5.2 kurz diskutierte *Jordan'sche Normalform*, siehe auch Zeile 7 in Tabelle 21.12, (21.55), einem Spezialfall der allgemeineren *Kronecker-Normalform*, siehe [1047]. Durch Einführen neuer Koordinaten \mathbf{z} , mit $\mathbf{x} = \mathbf{Tz}$ und einer geeigneten konstanten, regulären, i.a. komplexen, Matrix \mathbf{T} , sowie durch Linksmultiplikation mit \mathbf{T}^{-1} , kann auf die Normalform $\mathbf{J} = \mathbf{T}^{-1}\mathbf{AT}$ transformiert werden, die auf der Diagonalen alle Eigenwerte des Systems enthält und abgesehen von eventuell auftretenden Einswerten in der ersten, oberen Nebendiagonalen, sonst nur Null-Elemente besitzt. Wenn alle Eigenwerte einer Matrix \mathbf{A} unterschiedlich sind, ist \mathbf{J} eine reine Diagonalmatrix. In dieser Normalform können die Eigenwerte direkt abgelesen werden. Weiterhin ist es in dieser Normalform sehr einfach, das Differentialgleichungssystem zu lösen, also $\mathbf{z}(t)$ zu berechnen, da die Gleichungen voneinander entkoppelt sind. Durch Rücktransformation mit $\mathbf{x}(t) = \mathbf{Tz}(t)$, können dann die eigentlich interessierenden Zustandsverläufe $\mathbf{x}(t)$ ermittelt werden.

Die korrespondierende Normalform für Deskriptorsysteme ist die verwandte Weierstrass-Normalform, einem Spezialfall der Kronecker-Normalform, siehe vorletzte Reihe von Tab. 21.12, (21.55). Zur möglichst übersichtlichen Darstellung wird die Deskriptorform (21.49) zuerst mit der Laplace-Transformation in die folgende Form umgeschrieben:

$$(\mathbf{A} - s\mathbf{E})\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} = 0 \quad (21.59)$$

Durch Einführen neuer Koordinaten \mathbf{z} , mit $\mathbf{x} = \mathbf{R}\mathbf{z}$ und zwei geeigneten konstanten, regulären, i.a. komplexen, Matrizen \mathbf{R} und \mathbf{L} , sowie einer Linksmultiplikation von (21.59) mit \mathbf{L}

$$\mathbf{L}(\mathbf{A} - s\mathbf{E})\mathbf{R}\mathbf{z} + \mathbf{L}\mathbf{B}\mathbf{u} = 0$$

kann auf die Weierstrass-Normalform transformiert werden:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} - s\mathbf{J}_s(0) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{J} - s\mathbf{I} \end{bmatrix} + \mathbf{L}\mathbf{B}\mathbf{u} = 0 \quad (21.60)$$

Hierbei ist \mathbf{J} eine Jordan'sche Normalform, die alle (endlichen) Eigenwerte λ_i des Deskriptorsystems enthält und $\mathbf{J}_s(0)$ ist eine Jordan'sche Normalform, die einen $n_x - n_e$ fachen Null-Eigenwert $\lambda_i = 0$ besitzt:

$$\mathbf{J} = \mathbf{diag} \{ \mathbf{J}_s(\lambda_1), \mathbf{J}_s(\lambda_2), \dots, \mathbf{J}_s(\lambda_k) \} \quad \mathbf{J}_s(\lambda_i) = \begin{bmatrix} \lambda_i 1 & & & 0 \\ & \lambda_i 1 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \lambda_i 1 \\ & & & & \lambda_i \end{bmatrix} \quad (21.61)$$

Für das Beispiel (21.47) kann mit den neuen Variablen \mathbf{z} und der Abkürzung für das reduzierte Trägheitsmoment $\Theta_g = \Theta_2 + \ddot{u}^2\Theta_1$ mit der Variablentransformation

$$\begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & \ddot{u}\Theta_2/\Theta_g & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\ddot{u}\Theta_1/\Theta_2 & \Theta_2/\Theta_g & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \ddot{u}\Theta_2/\Theta_g \\ 0 & 0 & -\ddot{u}\Theta_1/\Theta_2 & 0 & 0 & \Theta_2/\Theta_g \\ 0 & -\Theta_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -\ddot{u}\Theta_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_5 \\ z_6 \end{bmatrix} \quad (21.62)$$

$$\mathbf{x} = \mathbf{R}\mathbf{z}$$

sowie einer Linksmultiplikation von (21.59) mit der Matrix \mathbf{L}

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & \Theta_2/(\Theta_1 \cdot \Theta_g) & -\ddot{u}/\Theta_g & 0 & \ddot{u}/\Theta_g \\ \Theta_2/\Theta_g & -\ddot{u} \cdot \Theta_2/\Theta_g & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\Theta_2/\Theta_g & 0 \\ \ddot{u} \cdot \Theta_1/\Theta_2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddot{u}/\Theta_2 & 1/\Theta_2 & 0 & -1/\Theta_2 \end{bmatrix} \quad (21.63)$$

auf die Weierstrass-Normalform transformiert werden:

$$\mathbf{L}(\mathbf{A} - s\mathbf{E})\mathbf{R} \quad \mathbf{z} \quad + \quad \mathbf{L}\mathbf{B} \quad \mathbf{u} = \mathbf{0}$$

$$\left[\begin{array}{cccc|cc}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & -s & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & -s & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 \hline
 0 & 0 & 0 & 0 & -s & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -s
 \end{array} \right] \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_5 \\ z_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \Theta_2/(\Theta_1 \cdot \Theta_g) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \ddot{u}/\Theta_2 \end{bmatrix} M_0 = \mathbf{0} \tag{21.64}$$

Im unteren Teil der Systemmatrix von (21.64) ist zu sehen, dass das System zwei Nulleigenwerte besitzt, da $\lambda_i - s = 0 - s$ ist. Der obere Teil charakterisiert den „algebraischen“ Kern des Deskriptorsystems. Das System kann nun gelöst werden, indem das Gleichungssystem rekursiv von „unten“ nach „oben“ aufgelöst wird, d.h. indem die folgenden Gleichungen in der angegebenen Reihenfolge gelöst werden:

$$\dot{z}_6 = \frac{\ddot{u}}{\Theta_2} M_0(t) \tag{21.65a}$$

$$\dot{z}_5 = z_6 \tag{21.65b}$$

$$z_4 = 0 \tag{21.65c}$$

$$z_3 = 0 \tag{21.65d}$$

$$z_2 = -\frac{\Theta_2}{\Theta_1 \cdot \Theta_g} M_0(t) \tag{21.65e}$$

$$z_1 = 0 \tag{21.65f}$$

Die Lösung dieser Gleichungen ist einfach und unproblematisch. Kritisch würde es sein, wenn z.B. die vierte Zeile der Matrix $\mathbf{L}\mathbf{B}$ ungleich Null, z.B. -1 , wäre. In diesem Fall müssten die Gleichungen

$$z_4 = M_0(t)$$

$$z_3 = \dot{z}_4 \quad \left(= \frac{dM_0}{dt} \right)$$

$$z_2 = \dot{z}_3 - \frac{\Theta_2}{\Theta_1 \cdot \Theta_g} M_0 \quad \left(= \frac{d^2 M_0}{dt^2} - \frac{\Theta_2}{\Theta_1 \cdot \Theta_g} M_0 \right)$$

aufgelöst werden, und das Ergebnis wäre ein System, bei dem ein sprungförmiger Eingang $M_0(t)$ zu einer Dirac-Impulsantwort in \mathbf{z} führen würde, da die ersten und zweiten Ableitungen von M_0 in der Lösung auftreten.

In unserem Beispiel ist das glücklicherweise nicht der Fall. Nach Berechnung von \mathbf{z} können mit Gleichung (21.62) die eigentlich interessierenden Variablen \mathbf{x}

erhalten werden. Interessant ist es, Gleichung (21.62) noch zu invertieren um damit \mathbf{z} als Funktion von \mathbf{x} angeben zu können:

$$z_1 = \ddot{u} \cdot M_1 - M_2 \quad (21.66a)$$

$$z_2 = -\frac{1}{\Theta_1} M_1 \quad (21.66b)$$

$$z_3 = \frac{\Theta_2}{\Theta_g} (\Omega_1 - \ddot{u} \cdot \Omega_2) \quad (21.66c)$$

$$z_4 = \frac{\Theta_2}{\Theta_g} (\Phi_1 - \ddot{u} \cdot \Phi_2) \quad (21.66d)$$

$$z_5 = \frac{\ddot{u} \cdot \Theta_1}{\Theta_2} \Phi_1 + \Phi_2 \quad (21.66e)$$

$$z_6 = \frac{\ddot{u} \cdot \Theta_1}{\Theta_2} \Omega_1 + \Omega_2 \quad (21.66f)$$

Durch Vergleich mit (21.65) ist zu sehen, dass z_1 und z_4 im wesentlichen die Getriebegleichungen charakterisieren und z_3 die Ableitung der Getriebezwangsbedingung ist.

Die Transformation auf die Jordan'sche Normalform oder auf die Weierstrass-Normalform kann schlecht konditioniert sein, so dass numerische Algorithmen unzuverlässig sind. Nur in Sonderfällen, wenn z.B. die Matrix \mathbf{A} symmetrisch ist, gibt es gutartige numerische Transformations-Algorithmen. Aus diesem Grunde werden die beiden Normalformen meist nur für prinzipielle Überlegungen, sowie für kleinere, manuell transformierbare, Systeme verwendet. Numerisch zuverlässig kann auf die (reelle) **Schurform** transformiert werden, siehe die letzte Zeile von Tabelle 21.12, Gleichung (21.56). Der Grund liegt darin, dass für die Transformation auf diese Normalform *orthogonale* Matrizen verwendet werden können, d.h. Matrizen deren transponierte Matrix gleichzeitig auch deren Inverse ist (z.B. $\mathbf{U}^T \mathbf{U} = \mathbf{I}$).

Die (reelle) Schurform einer Matrix ist eine obere Dreiecksmatrix, bei der die Diagonale aus 1×1 und aus 2×2 Blöcken besteht. Die Elemente der 1×1 Diagonaleblöcke sind die reellen Eigenwerte der Matrix, während die komplexen Eigenwerte einfach aus den 2×2 Diagonaleblöcken berechnet werden können. Bei Deskriptorsystemen können die Eigenwerte aus den Diagonalelementen bzw. aus 2×2 Diagonaleblöcken der beiden Dreiecksmatrizen berechnet werden, siehe rechten unteren Teil von (21.56). Damit können die Eigenwerte praktisch direkt aus dieser Normalform abgelesen werden. Die Lösung des Systems kann aus der Schurform durch rekursives Lösen der Gleichungen von „unten“ nach „oben“ ermittelt werden. In MATLAB können mit der Funktion `schur` Zustandssysteme auf die Schurform transformiert werden. Nähere Einzelheiten zur Schurform findet man z.B. in dem Standardwerk [1049].

Zusammenfassung

Wir haben jetzt zwei unterschiedliche Wege kennengelernt, um Deskriptorsysteme behandeln zu können:

Im ersten Fall, der für nicht-lineare und lineare Deskriptorsysteme möglich ist, wird mit dem Pantelides Algorithmus ermittelt, wie oft jede Gleichung zu differenzieren ist. Diese Gleichungen werden dann analytisch differenziert. Mit der Dummy Derivative Methode werden die Zustände der Zustandsform ermittelt, und mit der BLT-Transformation und dem Tearing-Verfahren, werden die Gleichungen dann letztendlich in eine Zustandsform transformiert. Hierbei ist der Zustandsvektor \mathbf{x}^s immer eine *Teilmenge* des Vektors \mathbf{x} , welcher im Ausgangssystem alle Variablen zusammenfasst, die abgeleitet auftreten.

Diese Vorgehensweise ist möglich, wenn das Ausgangs-Deskriptorsystem aus der „objekt-orientierten Modellierung“ stammt, so dass der Pantelides Algorithmus die zu differenzierenden Gleichungen aus einer *strukturellen* Analyse des Gleichungssystems ermitteln kann. Für kleinere Systeme kann die Vorgehensweise Gleichungen zu differenzieren und dann umzuformen auch direkt manuell durchgeführt werden ohne die erläuterten Algorithmen zu kennen, die diesen Prozess automatisieren. Wenn das Ausgangsgleichungssystem vor Anwendung des Pantelides Algorithmus algebraisch transformiert wird, geht in der Regel die Eigenschaft verloren, dass die zu differenzierenden Gleichungen über eine strukturelle Analyse der Gleichungen bestimmt werden kann. In diesem Fall ist die Vorgehensweise über den Pantelides Algorithmus nicht mehr möglich.

Wenn ein lineares Deskriptorsystem vorliegt, kann dieses mit numerischen Methoden vollständig analysiert werden. Diese direkt Behandlung wurde hier vor allem deswegen durchgeführt, um die Struktur von Deskriptorsystemen deutlich zu machen und die Unterschiede zur Zustandsform darzustellen. Bei dem einfachen Beispiel zweier durch ein ideales Getriebe gekoppelter Drehmassen ist offensichtlich die direkte Verwendung der Deskriptorform aufwendiger und unhandlicher als eine Transformation in die Zustandsform und eine nachfolgende Verwendung von Zustandsraummethoden, z.B. um die Übertragungsfunktion oder um die Eigenwerte zu berechnen. Diese Aussage trifft auch auf eine große Zahl anderer Systeme zu. Nur bei schlecht konditionierten Systemen kann es aus numerischen Gründen günstiger sein, direkt mit der (linearen) Deskriptorform zu arbeiten, da bei einer Transformation auf die Zustandsform eventuell schon so große numerische Ungenauigkeiten eingebracht werden, dass die weitere Analyse der Zustandsform nur zu sehr fehlerbehafteten Ergebnissen führt. Die (lineare) Deskriptorform kann in Spezialfällen nützlich sein. So lassen sich damit z.B. alle Übertragungsfunktionen darstellen, während dies bei der Zustandsform nicht der Fall ist.

21.9 Modelica — Hybride Systeme

In Kapitel 21.4 wurden die *Grundelemente* von objektorientierten Modellierungssprachen exemplarisch anhand der Sprache *Modelica* erläutert. Hierbei beschränkte sich die Darstellung auf kontinuierliche Systeme. Im vorliegenden Abschnitt erfolgt eine Verallgemeinerung zur Modellierung von unstetigen und diskreten Komponenten mit *Modelica*.

Für rein kontinuierliche Modellteile sind sich die objektorientierten Modellierungssprachen, wie gPROMS, *Modelica*, *Omola* etc. recht ähnlich, da alle auf demselben Prinzip beruhen, Komponenten durch algebraische Gleichungen und Differentialgleichungen zu beschreiben. Für diskrete Systeme gibt es jedoch keine allgemein akzeptierte Standardbeschreibungsform. Stattdessen liegt eine Vielzahl unterschiedlicher Beschreibungsformen vor, die meist auf ein bestimmtes Anwendungsfeld zugeschnitten sind, wie z.B. *endliche Automaten*, *Petri-Netze*, *Statecharts*, *SFC* (Sequential Function Charts), *DEVS* (Discrete Event Specified Systems), *Ladderdiagramme*, *Logikschaltungen*, *Differenzgleichungen*, *CSP* (Communicating Sequential Processes). Es ist deswegen nicht verwunderlich, dass sich die objektorientierten Modellierungssprachen bei der Beschreibung von diskreten Komponenten stark unterscheiden. Die Hauptschwierigkeit bei der Behandlung von gemischt kontinuierlich/diskreten Modellen liegt in der Synchronisierung der kontinuierlichen und diskreten Beschreibungsformen.

Synchrone Systembeschreibung

Die Beschreibung diskreter Systemteile in *Modelica* basiert auf dem Prinzip der *synchronen Sprachen* [1022, 1057]. Typische Vertreter sind *Sattline* [1052], *Lustre* [1056] oder *Signal* [1048]. Diese Sprachen werden zur sicheren Implementierung von Echtzeitsystemen eingesetzt, sowie für Verifikationszwecke. In [1039] wurde gezeigt, wie die für rein diskrete Systeme entworfenen synchronen Sprachen elegant mit der objektorientierten Modellierungsmethodik kombiniert werden können. Die wesentliche Grundidee besteht dabei darin, diskrete Komponenten durch *diskrete Gleichungen* zu beschreiben, und durch eine Datenflussanalyse (= Sortierung der kontinuierlichen und diskreten Gleichungen durch BLT-Transformation) eine automatische Synchronisierung mit den kontinuierlichen Modellteilen zu erreichen.

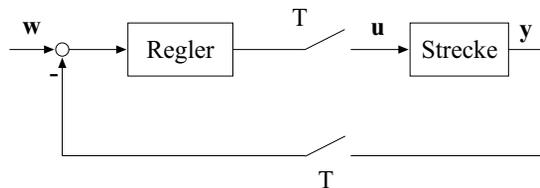


Abb. 21.32: Durch einen diskreten Regler geregelte kontinuierliche Strecke

Als einführendes Beispiel soll ein typisches Abtastsystem, siehe Abb. 21.32, modelliert werden, bei dem eine kontinuierliche Strecke durch einen linearen diskreten Regler

$$\mathbf{x}_c(t_i) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}_c(t_i - T) + \mathbf{B} \cdot (\mathbf{w}(t_i) - \mathbf{y}(t_i)) \quad (21.67a)$$

$$\mathbf{u}(t_i) = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x}_c(t_i - T) + \mathbf{B} \cdot (\mathbf{w}(t_i) - \mathbf{y}(t_i)) \quad (21.67b)$$

geregelt wird. Hierbei ist T die Abtastperiode, \mathbf{w} das Reglersollsignal, \mathbf{u} die Steuergröße, \mathbf{y} die Meßgröße und \mathbf{x}_c der diskrete Zustandsvektor des Reglers. An den Abtastzeitpunkten $t_i = t_0 + iT$, $i = 0, 1, 2, \dots$ werden das Messsignal abgetastet, die Reglergleichungen ausgewertet und insbesondere die Steuergröße \mathbf{u} berechnet, die bis zum nächsten Abtastzeitpunkt konstant gehalten wird, d.h. es wird ein Halteglied 0. Ordnung verwendet. Die kontinuierliche Strecke soll in der folgenden Zustandsform vorliegen

$$\dot{\mathbf{x}}_p = \mathbf{f}(\mathbf{x}_p, \mathbf{u}) \quad (21.68a)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{g}(\mathbf{x}_p) \quad (21.68b)$$

wobei \mathbf{x}_p der Zustandsvektor der kontinuierlichen Strecke ist. In Modelica kann das Gesamtsystem folgendermaßen beschrieben werden:

```

model Abtastsystem
  parameter Real T=0.1 "Abtastzeit";
  parameter Real A[:, :],
                B[size(A, 1), :],
                C[:, size(A, 2)],
                D[size(C, 1), size(B, 2)]
                = zeros(size(C, 1), size(B, 2));

  input Real w[size(B,2)] "Sollsignal";
  Real u [size(C,1)]      "Steuersignal";
  Real y [size(B,2)]      "Messgröße";
  Real xc[size(A,1)]      "Reglerzustandsvektor";
  Real xp[:]              "Streckenzustandsvektor";
equation
  // Strecke
  der(xp) = f(xp, u);
  y = g(xp);

  // Regler
  when sample(0,T) then
    xc = A*pre(xc) + B*(w-y);
    u = C*pre(xc) + D*(w-y);
  end when;
end Abtastsystem;

```

Die Gleichungen innerhalb einer **when**-Anweisung werden nur zu dem Zeitpunkt ausgeführt, an dem die when-Bedingung (hier: **sample**(0,T)) wahr wird. Der **sample** Operator wird hierbei jeweils zu den Abtastzeitpunkten iT , $i = 0, 1, 2, \dots$ wahr. Formal wird zu den Zeitpunkten, an denen die when-Bedingung wahr wird, ein *Ereignis* ausgelöst an dem die Integration angehalten wird. Am Ereigniszeitpunkt werden die kompletten Modellgleichungen ausgewertet, inklusive der Gleichungen in der when-Anweisung, da die when-Bedingung wahr geworden ist. Danach wird die Integration neu gestartet und fortgesetzt. Während der Integration werden niemals die Gleichungen von when-Anweisungen ausgewertet. Die Werte von Variablen werden konstant gehalten, bis diese explizit neu berechnet werden. Zum Beispiel wird \mathbf{u} nur zu den Abtastzeitpunkten berechnet. Zu anderen Zeitpunkten hat \mathbf{u} den Wert der beim letzten Ereignis (= Abtastzeitpunkt) berechnet wurde.

Innerhalb der when-Anweisung liegen die Gleichungen des linearen diskreten Reglers (21.67) vor. Hierbei ist zu beachten, dass im Regler der Wert des Reglerzustands \mathbf{x}_c sowohl beim aktuellen Abtastzeitpunkt $\mathbf{x}_c(t_i)$ als auch vom vorherigen Abtastzeitpunkt $\mathbf{x}_c(t_i - T)$ benötigt wird. Hierzu wird im obigen Modelica-Modell der **pre**-Operator benutzt. Formal ist der **pre** Wert einer Variablen x der *linke Grenzwert*, während x den *rechten Grenzwert* an einem Zeitpunkt t repräsentiert:

$$\mathbf{pre}(x) \equiv x(t^-) \quad (21.69a)$$

$$x \equiv x(t^+) \quad (21.69b)$$

Demnach folgt, dass $x(t)$ zum Zeitpunkt t stetig ist, wenn $\mathbf{pre}(x) = x$ ist. Durch geeignete Restriktionen in der Modelica-Sprache wird erreicht, dass während der kontinuierlichen Integration alle Variablen stetig sind, und dass nur an Ereigniszeitpunkten $\mathbf{pre}(x) \neq x$ gelten kann.

Im obigen Modelica-Modell besitzt der Zustandsvektor \mathbf{x}_c des Reglers an jedem Abtastzeitpunkt eine unstetige Stelle. Hierbei ist der linke Grenzwert (= $\mathbf{pre}(\mathbf{x}_c)$) der Wert des diskreten Zustandsvektors während der letzten T Sekunden, d.h. insbesondere vom letzten Abtastintervall $\mathbf{x}_c(t_i - T)$. Der rechte Grenzwert (= \mathbf{x}_c) ist der Wert vom Zustandsvektor am aktuellen Abtastzeitpunkt $\mathbf{x}_c(t_i)$. Der restliche Teil der Gleichungen in der when-Anweisung ist selbsterklärend.

Es stellt sich die Frage, in welcher Reihenfolge die Gleichungen des obigen Modells ausgewertet werden. Zum Beispiel könnte man an einem Ereigniszeitpunkt zuerst die diskreten Gleichungen des Reglers auswerten, und danach die kontinuierlichen Gleichungen. Dies ist jedoch nicht der Fall, da in Modelica das *Synchronitätsprinzip* der synchronen Sprachen verwendet wird:

Zu jedem Zeitpunkt drücken die *aktivierten* Gleichungen Relationen zwischen Variablen aus, die *gleichzeitig* erfüllt sein müssen.

An einem Abtastzeitpunkt bilden die diskreten Gleichungen des Reglers und die kontinuierlichen Gleichungen der Strecke demnach *ein* gemeinsames algebrai-

ches Gleichungssystem, welches nach den unbekannte Variablen aufzulösen ist. Formal wird dies durch Gleichungssortierung mit Hilfe der BLT-Transformation (siehe Kapitel 21.7) erreicht. Für die Sortierung wird angenommen, dass alle Konstanten, alle Eingangssignale, die kontinuierlichen Zustände und die linken Variablen-Grenzwerte (= **pre** Werte) *bekannt* sind, dass alle anderen Variablen *unbekannt* sind, und dass die Gleichungen aller **when**-Anweisungen *aktiv* sind. Nach Anwendung der BLT-Transformation auf das obige Modelica-Modell ergibt sich die folgende Auswertungsreihenfolge:

```
// bekannte Variablen: w, xp, pre(xc)

y := g(xp);
when sample(0,T) then
  xc := A*pre(xc) + B*(w-y);
  u  := C*pre(xc) + D*(w-y);
end when;
der(xp) := f(xp, u);
```

Man beachte, dass diese Auswertungsreihenfolge sowohl korrekt ist, wenn nur die kontinuierlichen Gleichungen aktiv sind, als auch an einem Abtastzeitpunkt, wenn zusätzlich die diskreten Gleichungen des Reglers aktiv werden. Mit anderen Worten: Die sortierten Gleichungen ergeben die richtige Auswertungsreihenfolge der Gleichungen und können als eine automatische Synchronisierung der kontinuierlichen und diskreten Gleichungen angesehen werden.

Damit die unbekanntes Größen *eindeutig* berechnet werden können, ist es notwendig, dass die Zahl der aktivierten Gleichungen und die Zahl der unbekanntes Variablen zu jedem Zeitpunkt *identisch* ist. Aus diesem Grunde ist das folgende Beispiel kein korrektes Modelica-Modell:

```
// Modell ist nicht richtig!
...
Boolean close;
equation
...
when h1 < 3 then
  close = true;
end when

when h2 > 1 then
  close = false;
end when
```

In diesem Modell soll ein Ventil bei Vorliegen bestimmter Sensordaten entweder geöffnet (**close = true**) oder geschlossen (**close = false**) werden. Wenn nun beide **when**-Bedingungen ($h1 < 3, h2 > 1$) zufälligerweise oder auch beabsichtigt *gleichzeitig* wahr werden, gibt es zwei miteinander in Konflikt stehende Gleichungen für die Bool'sche Variable **close** und es ist nicht definiert, welche

Gleichung verwendet werden sollte. Formal gibt es zwei Gleichungen für eine Unbekannte (= `close`), so dass es keine eindeutige Lösung geben kann und das Synchronitätsprinzip verletzt ist. Ein Modelica-Übersetzer wird dieses Modell deswegen als fehlerhaft kennzeichnen.

In Modelica kann das obige Model einfach in eine korrekte Form überführt werden, indem die in Konflikt stehenden *Gleichungen* in eine **algorithm** Sektion überführt und die Gleichungen in Zuweisungen umgewandelt werden:

```

Boolean close;
algorithm
  when h2 > 1 then
    close := false;
  elsewhen h1 < 3 then
    close := true;
  end when;

```

Alle Zuweisungen innerhalb *derselben* **algorithm** Sektion werden als eine Menge von n Gleichungen betrachtet, wobei n die Zahl der *unterschiedlichen* Variablen ist, die auf der linken Seite der Zuweisungen auftreten (z.B. entspricht die obige **algorithm** Sektion *einer* Gleichung für die Unbekannte `close`). Die so definierten Gleichungen einer **algorithm** Sektion werden als ein zusammenhängender Modellteil betrachtet, der immer als Ganzes mit den restlichen Gleichungen und anderen **algorithm** Sektionen sortiert wird. Innerhalb einer **algorithm** Sektion werden die Zuweisungen in der aufgeführten Reihenfolge ausgeführt. In einer **algorithm** Sektion kann eine **when** Anweisung verschiedene **elsewhen** Zweige haben. Durch diese Definition hat der erste Zweig mit $h2 > 1$ eine höhere Priorität und es gibt keine Konflikte mehr. Man beachte jedoch, dass eine zusätzliche Gleichung für `close` außerhalb der obigen **algorithm** Sektion wiederum zu einem Fehler führen würde, da es dann wieder Mehrdeutigkeiten bei der Berechnung von `close` geben würde. Mit anderen Worten: Mehrdeutigkeiten müssen vom Modellierer anhand der physikalisch-technischen Gegebenheiten explizit aufgelöst werden.

Das in Modelica verwendete Synchronitätsprinzip zur Beschreibung von gemischt zeit-kontinuierlich und ereignis-diskreten Systemen hat den Vorteil, dass die „Synchronisierung“ zwischen den kontinuierlichen und diskreten Modellteilen automatisch durch die Gleichungssortierung erfolgt, und dass ein korrektes Modelica-Modell immer ein deterministisches Verhalten ohne Konflikte besitzt.

Der Nachteil dieser Vorgehensweise besteht darin, dass es in einigen Anwendungen schwierig sein kann, ein diskretes System in einen Satz von synchronen, diskreten Gleichungen zu überführen. Weiterhin ist die Art der modellierbaren diskreten Systeme eingeschränkt. Zwar können in Modelica diskrete Formalismen, wie endliche Automaten, priorisierte Petri-Netze [1077] und Statecharts mit einer speziellen Semantik, direkt realisiert werden; nicht beschreiben lassen sich jedoch z.B. allgemeine Petri-Netze (da diese ein nicht-deterministisches Verhalten besitzen) oder allgemeine prozessorientierte Vorgänge (da durch das

Technik wurde von Cellier [1027] entwickelt. Details einer entsprechenden numerischen Realisierung sind auch in Kapitel 6 von [1037] beschrieben.

Im allgemeinen ist es nicht möglich, durch die Analyse des Quelltextes eines Modelica-Modells zu ermitteln, ob eine spezifische Relation zu einer Unstetigkeit führt oder nicht. Deswegen wird in Modelica die konservative Haltung eingenommen, dass die Werte-Änderung einer Relation zu einem unstetigen oder nicht-differenzierbaren Punkt im Modell führt, die durch ein entsprechendes (automatisch ausgelöstes) Zustandsereignis numerisch korrekt abgehandelt wird. Das obige Model eines Zweipunktreglers führt deswegen *nicht* zu einer Unstetigkeit während der Integration. Stattdessen wird an der Stelle $u = 0$ ein Zustandsereignis ausgelöst an dem die Integration angehalten wird, bevor der **if**-Zweig gewechselt wird. Man beachte, dass während der Ermittlung des genauen Umschaltzeitpunktes der Relation ($u > 0$) der **if**-Zweig noch nicht geändert wird, so dass beim Zweipunktregler in dieser Situation $y = y_0$ auch bei kleinen negativen Werten von u gilt, siehe auch Abb. 21.33.

In speziellen Situationen führt der Wertewechsel von Relationen nicht zu unstetigen oder nicht-differenzierbaren Punkten. Selbst wenn solche Punkte vorhanden sind, kann der Effekt so klein sein, dass die Integration davon kaum beeinflusst wird, auch wenn einfach über diese Stelle hinwegintegriert wird. Schließlich gibt es Fälle, in denen eine wörtliche Interpretation einer **if**-Anweisung zwingend gefordert wird, da ansonsten der Definitionsbereich einer Funktion verlassen wird. Dies tritt im folgenden Beispiel auf, bei dem das Argument der Funktion `sqrt` (= Berechnung der Wurzel des Arguments) nicht negativ sein darf, da es ansonsten keine reelle Lösung gibt:

```
y = if u >= 0 then sqrt(u) else -sqrt(-u);
```

Dieses Modelica-Modell führt während der Simulation zu einem Fehler, da bei der Iteration zur Ermittlung des genauen Umschaltzeitpunktes bei $u = 0$ der **if**-Zweig erst gewechselt wird, wenn dieser Umschaltzeitpunkt genau genug ermittelt ist. Bei der Ermittlung des Umschaltzeitpunktes werden aber auch (kleine) negative Werte von u auftreten, da nur dann festgestellt werden kann, dass die Relation $u >= 0$ ihren Wert ändern wird. Dies bedeutet, dass die Funktion `sqrt(u)` während der Integration mit einem (kleinen) negativen Argumentwert aufgerufen wird, was zu einem Laufzeitfehler führt.

In allen oben aufgeführten Situationen kann der erfahrene Modellierer eine wörtliche Interpretation einer Relation durch Verwendung des `noEvent()` Operators erzwingen. Dieser Operator schaltet die automatische Erzeugung von Zustandsereignissen ab:

```
y = if noEvent(u >= 0) then sqrt(u) else -sqrt(-u);
```

In diesem Fall wird also kein Zustandsereignis bei $u = 0$ generiert und es ist garantiert, dass die Funktionen `sqrt(u)` und `sqrt(-u)` nur mit nicht-negativen Argumenten aufgerufen werden.

Mit dem Operator `smooth()` kann die Glattheit eines Ausdruckes definiert werden, z.B. definiert

```
y = smooth(1, if u >= 0 then u^2 else u^3);
```

dass der in Klammern stehende Ausdruck bis zur ersten Ableitung stetig ist. Eine Modelica Simulationsumgebung wird deswegen in der Regel kein Ereignis bei $u = 0$ auslösen. Wenn der Ausdruck jedoch bei der Transformation auf Zustandsform zweimal differenziert werden muss, dann ist die zweite Ableitung unstetig und die Modelica Simulationsumgebung wird dann ein Ereignis auslösen. Sollte dreimal differenziert werden müssen, wird dies in der Regel zu einer Fehlermeldung führen, da die Differentiation einer unstetigen Funktion auf Dirac-Impulse führt.

Synchronisierung von Ereignissen

In manchen Fällen sollen die Gleichungen unterschiedlicher diskreter Komponenten (d.h. von verschiedenen **when**-Anweisungen) garantiert zum selben Zeitpunkt ausgewertet werden. In einfachen Fällen wird eine solche Ereignis-Synchronisierung durch Verwendung derselben Bool'schen Variablen als when-Bedingung erreicht, z.B.:

```
Boolean sampleEvent;
equation
  sampleEvent = sample(0,2); // Abtastung alle 2 Sekunden
  ...
  when sampleEvent then
    ...
  end when;
  ...
  when sampleEvent then
    ...
  end when;
```

Hier wird garantiert, dass die Gleichungen der beiden **when**-Anweisungen immer zum selben Zeitpunkt aktiviert werden.

In Modelica gibt es keine Garantie, dass *verschieden* definierte Ereignisse zum selben Zeitpunkt ausgelöst werden. Zum Beispiel:

```
fastSample = sample(0,1);
slowSample = sample(0,5);
```

In exakter Arithmetik werden die Bool'schen Variablen `fastSample` und `slowSample` alle 5 Sekunden gleichzeitig wahr. In Modelica gibt es jedoch keine Garantie, dass dies auch wirklich der Fall ist, da auf Grund kleiner numerischer Fehler, die beiden Ereignispunkte eventuell nur sehr dicht beieinander liegen. Wenn eine solche Eigenschaft jedoch benötigt wird, muss die entsprechende Synchronisierung *explizit* modelliert werden, zum Beispiel durch die Verwendung von Zählern, wie im folgenden Beispiel:

```

Boolean fastSample, slowSample;
Integer ticks(start=0, fixed=true);
equation
  // Definiere kürzeste Abtastzeit
  fastSample = sample(0,1);

  // Definiere Abtastzeit, die 5-Mal langsamer ist
  when fastSample then
    ticks      = if pre(ticks)<5 then pre(ticks)+1 else 0;
    slowSample = pre(ticks) == 0;
  end when;

  // Definiere Gleichungen für die
  // unterschiedlichen Abtastzeiten
  when fastSample then // schnelle Abtastung
    ...
  end when;

  when slowSample then // langsame Abtastung
    ...
  end when;

```

Die Synchronisierung wird hier dadurch erreicht, dass der **sample**-Operator nur zur Definition der kürzesten Abtastzeit (= **fastSample**) verwendet wird. Die langsamere Abtastung wird durch *Abzählen* der **fastSample** Abtastungen ermittelt.

Neuinitialisierung von kontinuierlichen Zuständen

An Ereignispunkten können kontinuierliche Zustände **x** mit dem **reinit** Operator

```
reinit(x, expr);
```

neu initialisiert werden, bevor die Integration wieder gestartet wird. Hierbei wird eine neue Gleichung der Form

```
x = expr;
```

eingeführt, wobei **x** der neue Wert des Zustands (= rechter Grenzwert $x(t^+)$ der Variable) und **expr** der Ausdruck zur Berechnung dieses Neuwertes ist. Zum Beispiel besitzt im folgenden Modell

```

block PT1reset
  parameter Real T      "Zeitkonstante";
  parameter Real k      "Verstärkung";
  input Boolean reset   "Setze Zustand zurück, wenn true";
  input Real u;
  output Real y;

```

```

protected
  Real          x          "Zustand von PT1 Block";
equation
  der(x) = (u - x) / T;
  y = k*x;

  when reset then
    reinit(x, 0.0);
  end when;
end PT1reset;

```

eines PT1-Blocks die Komponente ein zusätzliches Bool'sches Eingangssignal `reset`, um den Zustand des Blocks auf Null zurückzusetzen, wenn `reset` wahr wird.

Auf den ersten Blick verletzt der `reinit` Operator das Synchronitätsprinzip, da eine neue Gleichung eingeführt wird, aber keine neue unbekannte Variable, d.h. die Zahl der Gleichungen und die Zahl der Unbekannten kann nicht mehr übereinstimmen. Das wäre auch tatsächlich der Fall, wenn nur die Gleichung „`x = expr`;“ hinzugenommen werden würde. Der `reinit`-Operator hat jedoch die zusätzliche Semantik, dass die für die Sortierung eigentlich als *bekannt* angenommene Zustandsvariable `x` als *unbekannt* angesehen wird. Damit führt der `reinit`-Operator also nicht nur eine neue Gleichung, sondern auch eine neue Unbekannte ein. Bei der BLT-Transformation werden damit die Gleichungen so sortiert, dass die durch den `reinit`-Operator neu eingeführte Gleichung vor allen anderen Gleichungen platziert wird, in denen `x` verwendet wird.

Der `reinit`-Operator kann auch zur Modellierung von *Impulsen* verwendet werden. Zum Beispiel ist in Abb. 21.34 ein Massenpunkt (z.B. Ball) zu sehen, der unter dem Einfluss der Gravitation nach unten fällt und mit dem Boden kollidiert.

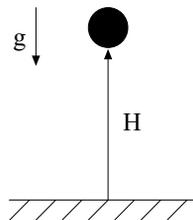


Abb. 21.34: *Springender Ball*

Die Kollision soll hierbei durch einen Impuls nach dem Newton'schen Stoßgesetz beschrieben werden, d.h. die Geschwindigkeit des Balls nach dem Stoß besitzt ein anderes Vorzeichen und ist proportional zur Geschwindigkeit kurz vor dem Stoß mit dem Stossfaktor (= Materialkonstante) als Proportionalitätsfaktor:

```

model BouncingBall1
  parameter Real e(min=0,max=1) = 0.7 "Stossfaktor";

```

```

parameter Real g=9.81           "Gravitation";
              Real H             "Höhe";
              Real V             "Geschwindigkeit";

equation
  der(H) = V;
  der(V) = -g;

  when H <= 0 then
    reinit(V, -e*pre(V));
  end when;
end BouncingBall1;

```

Wenn die Höhe verschwindet oder negativ wird, wird ein Zustandsereignis ausgelöst, d.h. die Integration wird angehalten, und die Geschwindigkeit wird neu initialisiert. Man beachte, dass zum Stosszeitpunkt t_h die folgenden Beziehungen gelten:

$$\text{pre}(V) \equiv V(t_h^-) \quad (21.70a)$$

$$V \equiv V(t_h^+) \quad (21.70b)$$

Hierbei ist $V(t_h^-)$ die Geschwindigkeit bevor der Stoß stattfindet und $V(t_h^+)$ ist die Geschwindigkeit kurz danach.

Das obige Modell hat den Nachteil, dass es die beabsichtigte Situation nicht immer korrekt beschreibt. Man nehme zum Beispiel an, dass die Kollision mit dem Boden vollständig plastisch ist ($e=0$). In diesem Fall verschwindet die Geschwindigkeit nach dem Stoß und nach dem Neustart der Integration wird der Ball einfach weiter (durch den Boden) fliegen, ohne am Boden liegen zu bleiben. Der Grund liegt darin, dass kein neues Zustandsereignis ausgelöst wird, da beim Ereignispunkt und beim Neustart der Integration die Relation $H \leq 0$ wahr ist bzw. wahr bleibt. Die Gleichungen der **when**-Anweisung werden jedoch nur zu dem Zeitpunkt ausgeführt, an dem die **when**-Bedingung wahr wird.

Wenn $e > 0$ ist und die Simulation lange genug andauert, wird die Geschwindigkeit beim Neustart der Integration sehr klein werden. Beim Neustart der Integration ist aber H in der Regel klein aber negativ. Dies kann dazu führen, dass die Geschwindigkeit beim Neustart nicht groß genug ist, um den Ball über die Höhe Null zu heben ($H > 0$). Auch in diesem Fall wird der Ball weiter durch den Boden fliegen, siehe auch Abb. 21.35). Offensichtlich arbeitet das Modell in beiden Fällen nicht auf die beabsichtigte Weise.

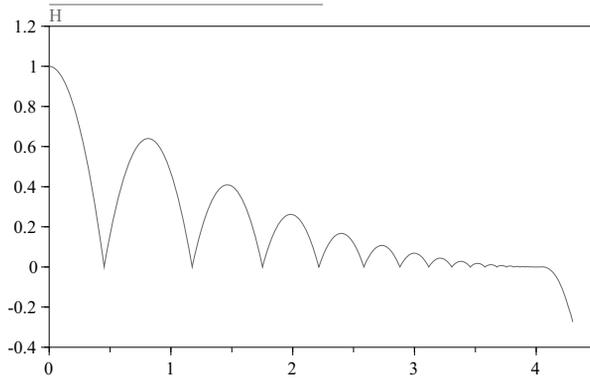


Abb. 21.35: *Springender Ball, Version 1*

In diesem speziellen Fall können die Modellgleichungen so umgeschrieben werden, dass die erläuterten Probleme nicht auftreten. Hierzu werden zwei Modellstrukturen eingeführt: Bei der ersten fliegt der Ball unter dem Einfluss der Gravitation, bei der zweiten bleibt der Ball am Boden liegen, und es wird auf geeignete Weise von der ersten in die zweite Modellstruktur umgeschaltet:

```

model BouncingBall2
  parameter Real e(min=0,max=1) = 0.7      "Stossfaktor";
  parameter Real g=9.81                    "Gravitation";
  Real H(start=1, fixed=true) "Höhe";
  Real V                                     "Geschwindigkeit";
  Boolean flying(start=true, fixed=true) "Modellstruktur";
equation
  der(H) = V;
  der(V) = if flying then -g else 0;
  flying = not( H <= 0 and V <= 0 );

  when H <= 0 then
    reinit(V, -e*pre(V));
  end when;
end BouncingBall2;

```

Nach dem Stoß fliegt der Ball mit einer positiven Geschwindigkeit nach oben. Beim Umkehrpunkt ändert sich das Vorzeichen der Geschwindigkeit und der Ball fliegt wieder nach unten. Mit der Bool'schen Variable `flying` wird festgelegt, dass in die zweite Modellstruktur umgeschaltet wird, wenn der Ball sowohl eine negative Höhe wie auch eine negative Geschwindigkeit hat, so dass der Ball am Boden liegen bleibt, siehe auch Abb. 21.36

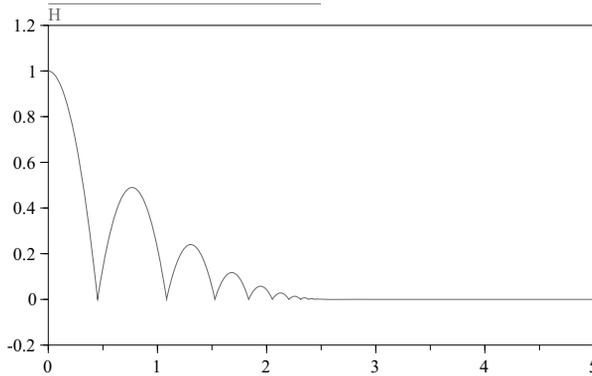


Abb. 21.36: *Springender Ball, Version 2*

Der `reinit()` Operator ist nur begrenzt nützlich, da er nicht praktikabel auf technisch wichtige Fragestellungen, wie mechanische oder elektrische Impulse, angewandt werden kann. Hier sind Erweiterungen bei der Modelica-Sprache geplant, wobei Operatoren für Impulse direkt in die Sprache eingeführt werden.

Hybride Operatoren

In Modelica werden eine Reihe von vordefinierten Operatoren zur Verfügung gestellt, die dieselbe Syntax wie ein Funktionsaufruf besitzen. Diese Operatoren sind jedoch keine mathematischen Funktionen, da das Ergebnis eines Operatoraufrufs nicht nur von den Eingangsargumenten abhängt, sondern auch vom Status der Simulation. In Tabelle 21.13 werden die speziellen Operatoren für kontinuierlich/diskrete Systeme zusammengestellt. Einige dieser Operatoren wurden schon im Detail diskutiert.

Tabelle 21.13: *Hybride Operatoren in Modelica*

<i>Operator</i>	<i>Bedeutung</i>
<code>initial()</code>	true beim Start der Integration.
<code>terminal()</code>	true am Ende der Integration.
<code>smooth(expr)</code>	<code>expr</code> ist p -Mal stetig differenzierbar.
<code>noEvent(expr)</code>	Relationen in <code>expr</code> führen nicht zu Ereignissen.
<code>sample(start,interval)</code>	true wenn „time = start + $i \cdot$ interval“ ($i = 0, 1, \dots$).
<code>pre(y)</code>	Linker Grenzwert $y(t^-)$ der Variable $y(t)$.
<code>edge(b)</code>	= b and not <code>pre(b)</code> ; für die Bool'sche Variable b .
<code>change(v)</code>	= $v <>$ <code>pre(v)</code> ; für Bool'sche und Integer Variable v .
<code>reinit(x,expr)</code>	Neuinitialisierung von x mit „ <code>expr</code> “ an einem Ereignispunkt. Nur erlaubt, wenn im Modell auch <code>der(x)</code> auftritt.

Ereignis-Iteration

Wie auf Seite 1370 schon erläutert, wird der linke Grenzwert einer Variablen x durch $\mathbf{pre}(x)$ charakterisiert. Üblicherweise werden \mathbf{pre} -Operatoren in \mathbf{when} -Anweisungen verwendet, was unproblematisch ist. In einigen Fällen, siehe insbesondere den nächsten Abschnitt 21.10, wird der \mathbf{pre} -Operator jedoch auch außerhalb von \mathbf{when} -Anweisungen eingesetzt. Ohne entsprechende Vorsichtsmaßnahmen können dadurch Unstetigkeiten in die Modellgleichungen während der Integration eingeführt werden, wie im folgenden Beispiel verdeutlicht wird:

```

...
  off = s < 0 or pre(off) and not fire;
  der(x) = if off then -x else -2*x;

```

Wir nehmen an, dass beim Eintreten eines Ereignisses $\mathbf{pre}(\mathbf{off}) = \mathbf{false}$ ist, und dass \mathbf{off} nach dem Auswerten der obigen Modellgleichungen den Wert \mathbf{true} erhält. Bevor die Simulation jetzt neu gestartet wird, muss der Wert von $\mathbf{pre}(\mathbf{off})$ auf den Wert von \mathbf{off} gesetzt werden, da während der nachfolgenden Integration \mathbf{off} seinen Wert nicht ändern und damit der linke Grenzwert von \mathbf{off} immer gleich dem rechten Grenzwert sein soll. Beim Neustart der Integration ist also $\mathbf{pre}(\mathbf{off}) = \mathbf{off} = \mathbf{true}$.

Nach dem Neustart wird der Integrator einen Schritt durchführen. Hierzu wird zu einem Zeitpunkt nach dem aufgetretenen Ereignis das Modell neu ausgewertet. Da bei dieser Auswertung $\mathbf{pre}(\mathbf{off}) = \mathbf{true}$ ist (bei der Auswertung am Ereignispunkt war $\mathbf{pre}(\mathbf{off}) = \mathbf{false}$), kann es sein, dass ein anderer Wert von \mathbf{off} ausgerechnet wird, so dass dann die Ableitung $\mathbf{der}(x)$ unstetig geändert wird.

Um solche Situationen zu vermeiden, werden die Modellgleichungen an einem Ereignispunkt *iterativ* solange ausgewertet, bis sich keine der \mathbf{pre} -Variablen mehr ändert. Diese Iteration wird im folgenden als *Ereignis-Iteration* bezeichnet. Ein Modelica-Übersetzer erzeugt deswegen für das obige Beispiel den folgenden Code:

```

loop // wird zum Modell hinzugefügt
  ...
  off := s < 0 or pre(off) and not fire;
  der(x) := if off then -x else -2*x;

  if event() then // wird zum Modell hinzugefügt
    if off == pre(off) then break;
    pre(off) := off
  else
    break;
  end if
end loop

```

Durch die Ereignis-Iteration wird damit garantiert, dass nach dem Neustart der Integration alle Bool'schen und Integer-Gleichungen exakt dasselbe Resultat liefern, wie am letzten Ereignispunkt, vorausgesetzt die in den Gleichungen auftretenden Relationen (wie $s < 0$) ändern sich nicht. Es wird also garantiert, dass diskrete Gleichungen außerhalb von **when**-Anweisungen während der Integration keine Unstetigkeiten einführen.

21.10 Modelica — Strukturvariable Systeme

In diesem Abschnitt werden *ideale Schaltelemente* untersucht, und es wird gezeigt, wie diese mit den Techniken vom letzten Abschnitt modelliert und simuliert werden können. Schwierigkeiten treten hier vor allem dadurch auf, dass solche Komponenten in der Regel auf strukturvariable Systeme führen, die eine große Anzahl unterschiedlicher Schaltstrukturen besitzen.

21.10.1 Ideale elektrische Schaltelemente

Wenn genügend genau modelliert wird, treten in der Regel keine Unstetigkeiten in einem System auf. Unstetigkeiten in einem Modell ergeben sich auf Grund von *vereinfachten Annahmen* über das reale System. Diese werden getroffen, um die *Rechenzeit* der Simulation deutlich zu *reduzieren*, indem die Integratoren „sehr genaue Modellteile“, wie z.B. sehr steile Kennlinien, nicht simulieren müssen. Weiterhin wird der *Identifikationsaufwand* von Modellparametern *verringert*, da die Modellkonstanten der „sehr genauen Modellteile“ nicht benötigt werden.

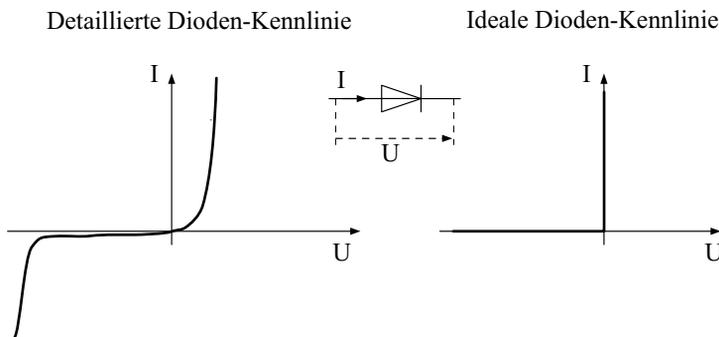


Abb. 21.37: Detaillierte und idealisierte Dioden-Kennlinie

Als Beispiel ist im linken Teil von Abb. 21.37 die detaillierte Kennlinie einer Diode zu sehen. Diese kann im Arbeitsbereich der Diode durch die idealisierte Kennlinie im rechten Teil von Abb. 21.37 approximiert werden. Für die Simulation des Leistungsteils eines elektrischen Motors ist es in der Regel vollkommen ausreichend, idealisierte Diodenmodelle zu verwenden, da die exakte Durchlassspannung sowie die Zeitdauer des Schaltens im Vergleich zu den anderen interes-

sierenden Effekten unerheblich ist. Die Simulation wird dadurch um ein bis zwei Größenordnungen schneller, ohne dass am Simulationsergebnis ein signifikanter Unterschied, im Vergleich zu einer Simulation unter Verwendung von detaillierteren Dioden-Kennlinien, erkennbar ist.

Die detaillierte Dioden-Kennlinie im linken Teil von Abb. 21.37 kann problemlos modelliert werden, da nur der Strom I als Funktion des Spannungsabfalls U in analytischer Form oder mittels einer tabellierten Kennlinie, angegeben werden muss. Im Gegensatz dazu ist es auf den ersten Blick nicht klar, wie die ideale Dioden-Kennlinie im rechten Teil von Abb. 21.37 modelliert werden kann, da der Strom bei $U = 0$ nicht mehr als Funktion des Spannungsabfalls U angegeben werden kann, d.h. eine mathematische Funktionsdarstellung der Form $I = f(U)$ ist nicht möglich.

Neben einer $y = f(x)$ Darstellung kann eine Kurve jedoch auch in einer parameterisierten Form als

$$\begin{aligned} y &= f(s) \\ x &= g(s) \end{aligned}$$

beschrieben werden. Es wird also ein Bahnparameter s eingeführt und die Abszisse und Ordinate werden als Funktion von s angegeben. Mit dieser Art der Beschreibung ist es einfach, die ideale Dioden-Kennlinie zu beschreiben, siehe erste Zeile von Tabelle 21.14.

Hierbei werden dieselben Schnittstellen-Variablen wie bei den einfachen elektrischen Komponenten von Tabelle 21.2 auf Seite 1305 benutzt: I_1 und I_2 sind die bei den beiden Klemmen einfließenden Ströme, V_1 und V_2 sind die Potentiale an den Klemmen und U ist der Spannungsabfall zwischen den beiden Klemmen. Die Parametrierung der Dioden-Kennlinie ist am Beginn der zweiten Spalte von Tabelle 21.14 zu sehen. Der Bahnparameter s wird so gewählt, dass der Ursprung bei $s = 0$ zu liegen kommt und s bei sperrender Diode dem Spannungsabfall U und bei leitender Diode dem Strom I_1 entspricht, siehe auch Abb. 21.38. Die entsprechenden Gleichungen zur Beschreibung dieser Komponente sind in der dritten Spalte von Tabelle 21.14 aufgeführt. Die Bool'sche Variable on wird benutzt, um die beiden Betriebsarten der Diode zu kennzeichnen und wird aus dem Bahnparameter berechnet ($on = s \geq 0$).

Tabelle 21.14: Ideale elektrische Schaltelemente

<p>Ideale Diode</p>		$0 = I_1 + I_2$ $U = V_1 - V_2$ $on = s \geq 0$ $U = \text{if } on \text{ then } 0 \text{ else } s$ $I_1 = \text{if } on \text{ then } s \text{ else } 0$
<p>Idealer Thyristor (= nur einschaltbar)</p>		$0 = I_1 + I_2$ $U = V_1 - V_2$ $on = s \geq 0 \text{ and } (pre(on) \text{ or } fire)$ $U = \text{if } on \text{ then } 0 \text{ else } s$ $I_1 = \text{if } on \text{ then } s \text{ else } 0$
<p>Idealer GTO-Thyristor (= ein- und ausschaltbar)</p>		$0 = I_1 + I_2$ $U = V_1 - V_2$ $on = s \geq 0 \text{ and } fire$ $U = \text{if } on \text{ then } 0 \text{ else } s$ $I_1 = \text{if } on \text{ then } s \text{ else } 0$

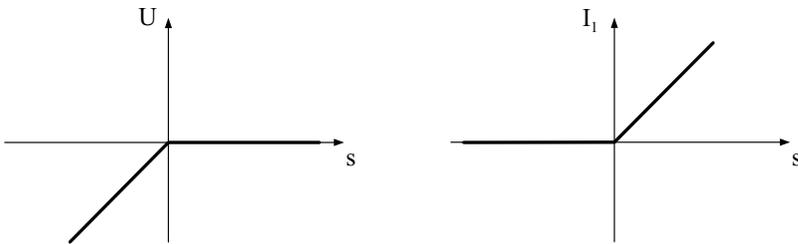


Abb. 21.38: Parametrisierte Kennlinie der idealen Diode

Diese Beschreibungsart der idealen Diode ist *vollständig* und in einer *deklarativen* Form (im Gegensatz zu einer funktionalen Darstellung der Schaltstruktur z.B. mit Hilfe eines endlichen Automaten). Aus Anwendersicht ist diese Art der Modellierung sehr einfach. Es werden jedoch erhöhte Anforderungen an die Simulationsumgebung gestellt, um eine solche Komponentendarstellung zuverlässig und effizient simulieren zu können. Dies soll an dem in Abb. 21.39 dargestellten Gleichrichterkreis verdeutlicht werden.

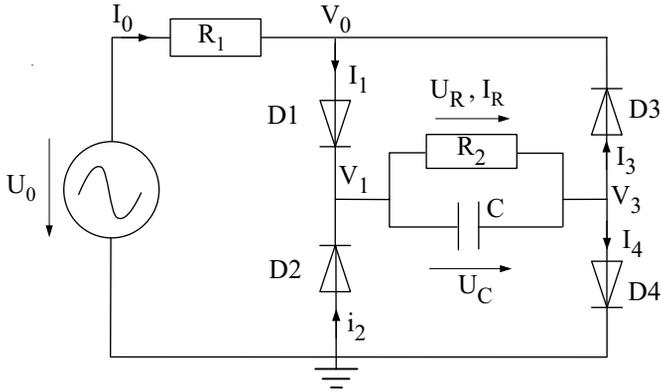


Abb. 21.39: Gleichrichterkreis

In diesem Schaltkreis werden vier Dioden (mit dem oben erläuterten *idealen Diodenmodell*) eingesetzt, um aus einer *Wechselspannung* U_0 am Lastwiderstand R_2 eine *Gleichspannung* U_R zu erzeugen. Dieser Brückengleichrichter hat zwei wesentliche Schaltstrukturen: Wenn der Strom I_0 der Spannungsquelle positiv ist, sind die Dioden D1 und D4 leitend, und die Dioden D2 und D3 sperren. Wenn der Strom I_0 negativ ist, leiten die Dioden D2 und D3 und die Dioden D1 und D4 sperren. In beiden Fällen fließt ein Strom von „links“ nach „rechts“ durch die Last (R_2, C). Mit Dymola erzeugte Simulationsergebnisse sind in Abb 21.40 zusammengestellt. Im rechten Teil von Abb. 21.40 ist an dem Strom der Spannungsquelle I_0 deutlich zu sehen, wann die Dioden leitend sind und wann sie sperren. Am Strom I_R ist der erzeugte Gleichstrom zu erkennen.

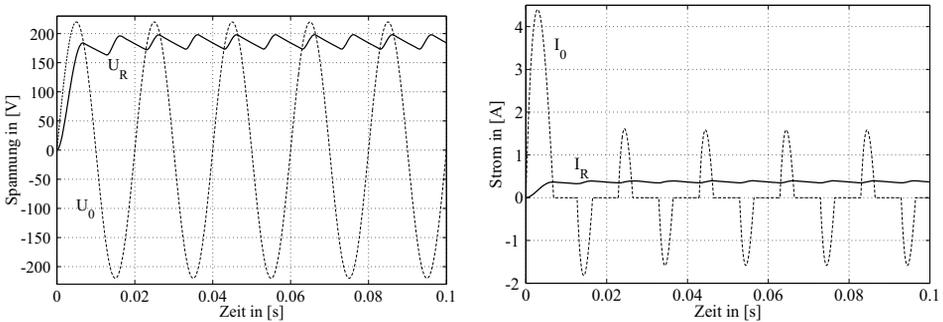


Abb. 21.40: Simulationsergebnisse des Gleichrichterkreises von Abb. 21.39

Werden die Gleichungen dieses Gleichrichterkreises aufgestellt, vereinfacht, sortiert und Gleichungssysteme mit dem Tearing-Verfahren reduziert, so ergibt sich unter Verwendung des Diodenmodells von Tabelle 21.14 und mit den Variablen-Bezeichnungen von Abb. 21.39 die Zustandsform:

$$\dot{U}_c = f(U_c, t) \tag{21.71}$$

wobei in Tabelle 21.15 die Anweisungen zur Berechnung der Funktion $f(U_c, t)$ angegeben sind.

Tabelle 21.15: *Sortierte Gleichungen des Gleichrichterkreises von Abb. 21.39*

	input: t, U_c output: \dot{U}_c
1	$U_0 := 220 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot t)$
2	$\begin{bmatrix} 0 & 1 - m_2 & 0 & 1 - m_4 \\ 1 - m_1 & m_2 - 1 & 1 - m_3 & m_4 - 1 \\ (1 - m_1)/R_1 + m_1 & (m_2 - 1)/R_1 & -m_3 & 0 \\ -m_1 & -m_2 & m_3 & m_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -U_c \\ 0 \\ -U_0/R_1 \\ 0 \end{bmatrix}$
3	$\begin{aligned} V_1 &:= (m_2 - 1) \cdot s_2 \\ V_3 &:= (1 - m_4) \cdot s_4 \\ U_R &:= V_1 - V_3 \\ I_R &:= U_R/R_2 \\ I_4 &:= m_4 \cdot s_4 \\ I_3 &:= m_3 \cdot s_3 \\ I_c &:= I_3 + I_4 + I_R \\ \dot{U}_c &:= I_c/C \end{aligned}$

Hierbei sind s_1, s_2, s_3, s_4 die Bahnparameter der entsprechenden Dioden und m_1, m_2, m_3, m_4 die Bool'schen Variablen der Dioden, die den leitenden Zustand charakterisieren. In den Gleichungen wird der Wert **true** einer Bool'schen Variablen durch 1 und der Wert **false** durch 0 repräsentiert (z.B. $-m_2/R_2 = -1/R_2$ wenn $m_2 = \mathbf{true}$).

Wie in Tabelle 21.15 zu sehen ist, bestehen die Gleichungen aus drei Gleichungsböcken. Der 1. und 3. Block von Gleichungen besteht aus rekursiv auswertbaren Zuweisungen, um letztendlich die Ableitung der Zustandsgröße \dot{U}_c zu bestimmen.

Der zweite Gleichungsblock besteht jedoch aus einem gekoppelten Satz von acht Gleichungen zur Berechnung der acht Unbekannten $m_1, m_2, m_3, m_4, s_1, s_2, s_3, s_4$. Wie im vorigen Abschnitt 21.9 erläutert, werden während der kontinuierlichen Integration die Relationen (hier: $s_1 \geq 0, s_2 \geq 0, s_3 \geq 0, s_4 \geq 0$) nicht geändert. Damit ändern sich auch die Bool'schen Variablen m_1, m_2, m_3, m_4 nicht. In dieser Situation müssen die ersten vier Gleichungen im Gleichungsblock 2 zur Berechnung der Variablen

m_i deswegen nicht ausgewertet werden¹⁶ und die nächsten vier Gleichungen bilden ein lineares Gleichungssystem in den vier reellen, unbekanntenen Variablen s_1, s_2, s_3, s_4 , welches problemlos, z.B. mit dem Gauß'schen Algorithmus, gelöst werden kann.

Wenn eine der Relationen ihren Wert ändert, wird der Umschaltzeitpunkt genau ermittelt und die Integration an dieser Stelle angehalten. Vor einem Neustart werden die (sortierten) Modellgleichungen einmal ausgewertet. Jetzt beschreibt der zweite Gleichungsblock ein Gleichungssystem, das aus vier Bool'schen Gleichungen und vier reellen Gleichungen besteht, also ein gemischt kontinuierlich/diskretes Gleichungssystem bildet, welches nach den vier unbekanntenen, *reellen* Variablen s_1, s_2, s_3, s_4 und den unbekanntenen *Bool'schen* Variablen m_1, m_2, m_3, m_4 gelöst werden muss. Dieses Problem kann nicht mit einem Standardalgorithmus, wie z.B. dem Gaus'schen Algorithmus, gelöst werden, da es reelle und *Bool'sche* Unbekannte gibt. Jedoch können Erweiterungen konstruiert werden, die im wesentlichen darauf basieren, dass eine Annahme über den Wert der auftretenden Relationen getroffen wird. Unter dieser Annahme werden die Bool'schen Gleichungen ausgewertet und dann die reellen Gleichungen gelöst. Schließlich wird geprüft, ob die Lösung mit der Annahme übereinstimmt. Wenn dies nicht der Fall ist, wird die Annahme korrigiert und die Iteration wird fortgesetzt.

Im obigen Fall könnte zum Beispiel angenommen werden, dass alle Relationen $s_i \geq 0$ den Wert **true** liefern. Dann ist $m_i = \mathbf{true}$ und die nächsten vier reellen Gleichungen können gelöst werden. Wenn die Lösung des Gleichungssystems nicht zu einem negativen Wert für alle s_i führt, war die Annahme offensichtlich falsch, und es muss eine neue Annahme getroffen werden. Annahmen können z.B. dadurch neu getroffen werden, dass die letzte Lösung des reellen Gleichungssystems zur Berechnung der Relationen benutzt wird, die dann als Annahme in der nächsten Iteration verwendet werden. Alternativ können auch systematisch alle denkbaren Werte-Kombinationen der Relationen durchprobiert werden (im obigen Fall gibt es $2^4 = 16$ mögliche Kombinationen). Nachdem letztendlich eine konsistente Lösung des gemischt kontinuierlich/diskreten Gleichungssystems ermittelt wurde, werden die restlichen Modellgleichungen ausgewertet und die Simulation neu gestartet, d.h. die Integration wird fortgesetzt.

In jeder Schaltstellung (= für jeden Wert der Relationen) kann das Gleichungssystem in der Regel weiter vereinfacht werden. Wenn n gekoppelte Schalter vorliegen, gibt es 2^n verschiedene Schaltstellungen, so dass die Zahl der Schaltstellungen bei einer größeren Zahl von gekoppelten Schaltern schnell sehr groß wird und eine Code-Erzeugung für jede Schaltstellung unpraktikabel wird. Für ein Simulationssystem ist dies jedoch unkritisch, da es immer möglich ist, nur *ein* Gleichungssystem für *alle* Schaltstellungen zu erzeugen, siehe (21.15), und dieses Gleichungssystem *numerisch* zu lösen. In diesem Fall machen sich die

¹⁶Generell gilt, dass Bool'sche Gleichungen und Integer-Gleichungen während der Integration nicht ausgewertet zu werden brauchen, da bei festen Relationen immer dasselbe Ergebnis berechnet wird.

unterschiedlichen Schaltstellungen nur dadurch bemerkbar, dass sich die Gleichungsstruktur an Ereignispunkten ändert.

Zusammengefasst kann festgehalten werden, dass strukturvariable Komponenten, wie ideale Dioden, durch eine Parameterdarstellung der entsprechenden Kennlinie modelliert werden können. Aus Benutzersicht ist dieses Vorgehen sehr eingängig. Ein solches Modell führt an Ereignispunkten auf *gemischt kontinuierlich/diskrete* Gleichungssysteme, die mit entsprechenden Algorithmen gelöst werden müssen. Die Methode, Kennlinien durch eine Parameterdarstellung zur beschreiben, wurde in [1030] vorgeschlagen. In [1087] wird gezeigt, dass dieses Verfahren auf gemischt kontinuierlich/diskrete Gleichungssysteme führt und es werden Algorithmen zu deren Lösung skizziert.

Zur Vertiefung dieser Vorgehensweise sind in Tabelle 21.14 auf Seite 1384 noch weitere strukturvariable Komponenten aufgeführt, die kurz besprochen werden sollen. Ein *idealer Thyristor*, siehe zweite Zeile von Tabelle 21.14, hat eine ähnliche Kennlinie wie eine ideale Diode. Der wesentliche Unterschied zur Diode besteht darin, dass auch ein positiver Spannungsabfall möglich ist, und dass der Thyristor nur dann leitend wird, wenn der Spannungsabfall nicht negativ ist und ein Zündstrom am Thyristor-Gate kurzzeitig anliegt. Dieser Zündstrom wird im idealen Element von Tabelle 21.14 durch das Bool'sche Eingangssignal *fire* abstrahiert. Wenn *fire* **true** ist, liegt der Zündstrom an, anderenfalls nicht.

Im Unterschied zur Diode gibt es die zusätzliche Schwierigkeit, dass es drei Kennlinienäste gibt, die ins Unendliche weisen. Unter der Annahme, dass benachbarte Kennlinienpunkte auch benachbarte Werte des Bahnparameters s besitzen, ist dann eine *eindeutige* Beschreibung mit *einem* Bahnparameter nicht möglich. In der Tabelle wird das Problem dadurch gelöst, dass zwei der Äste dieselbe s -Parameterisierung besitzen ($s \geq 0$) und die Eindeutigkeit durch den Wert der Variablen *on* erreicht wird. Damit besteht der einzige Unterschied in der Bestimmung von *on*:

$$on = s \geq 0 \text{ and } (\text{pre}(on) \text{ or } fire) \quad (21.72)$$

Wenn s negativ ist, wird der entsprechende Kennlinienast eindeutig charakterisiert (Sperrbetrieb). Anderenfalls gibt es die folgenden Möglichkeiten ($s \geq 0$):

- Wenn der Thyristor seit dem letzten Umschalten nicht leitend ist (**pre**(*on*) = **false**) und kein Zündstrom anliegt (*fire* = **false**), bleibt er im Blockierbetrieb (*on* = **false**).
- Wenn der Thyristor seit dem letzten Umschalten nicht leitend ist (**pre**(*on*) = **false**) und ein Zündstrom anliegt (*fire* = **true**), wird er leitend (*on* = **true**).
- Wenn der Thyristor seit dem letzten Umschalten leitend ist (**pre**(*on*) = **true**), bleibt er leitend (*on* = **true**).

Ein *idealer GTO-Thyristor*, siehe dritte Zeile von Tabelle 21.14, ist eine Erweiterung des idealen Thyristor-Modells von der zweiten Zeile der Tabelle. Der einzige Unterschied besteht darin, dass das abstrahierte Eingangssignal *fire* aufrechterhalten werden muss, wenn der GTO leitend bleiben soll.¹⁷ Deswegen ändert sich die Bestimmung von *on* zu:

$$on = s \geq 0 \text{ and fire} \quad (21.73)$$

21.10.2 Coulomb-Reibung

Reibung zwischen zwei sich gegeneinander bewegendenden mechanischen Oberflächen wird oft mit dem Coulomb-Reibmodell beschrieben, wobei sich die Reibkraft F_R als Funktion der Normalkraft N und dem Reibkoeffizienten μ ergibt:

$$F_R = \mu(V, T, \dots) \cdot N \quad (21.74)$$

Hierbei ist der Reibkoeffizient μ eine Funktion der Relativgeschwindigkeit V , der Temperatur T , der Oberflächenbeschaffenheit der aufeinander gleitenden Körper und dem Gleitmittel. Unter der Annahme, dass die Normalkraft N , die Abhängigkeit von der Temperatur, der Oberflächenbeschaffenheit und dem Gleitmittel näherungsweise konstant ist, kann die Reibkraft F_R als Funktion der Relativgeschwindigkeit V durch die Kennlinie von Abb 21.41 beschrieben werden.

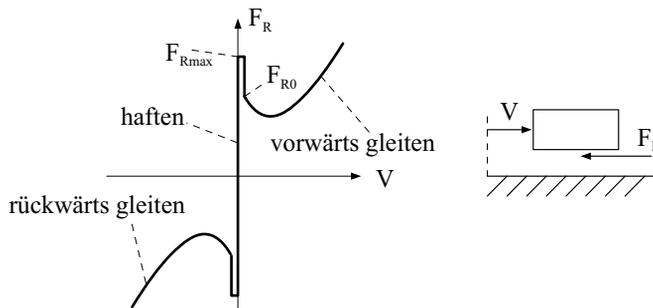


Abb. 21.41: Kennlinie der Coulomb-Reibung

Wenn die Relativgeschwindigkeit nicht verschwindet ($V \neq 0$), wird die Reibkraft eindeutig als Funktion der Relativgeschwindigkeit angegeben. Diese funktionale Abhängigkeit wird in der Regel durch Interpolation in einer Tabelle beschrieben, die durch Messungen ermittelt wird. Wenn die Relativgeschwindigkeit verschwindet, wird die Relativbewegung zwischen den aufeinander gleitenden Körpern blockiert und das Reibelement befindet sich im Haftzustand, d.h. die

¹⁷Am realen GTO wird der Übergang vom Blockierbetrieb in den leitenden Zustand durch einen (kurzen) *positiven* Zündstrom bewirkt, der nicht aufrecht erhalten werden muss; das Abschalten geschieht analog durch einen entsprechenden *negativen* Zündstrom. Die beschriebene Modellierung wurde gewählt, um dennoch mit *einer* Bool'schen Variable auszukommen.

beiden Körper können sich (näherungsweise) zueinander nicht mehr bewegen. In dieser Situation ergibt sich die Reibkraft als Schnittkraft zwischen zwei fest verbundenen Körpern, hängt also von der äußeren Belastung der beiden Körper ab und nicht mehr von der Relativgeschwindigkeit. Der Haftzustand kann nur bis zu einer maximalen Haftreibungskraft F_{Rmax} aufrechterhalten werden. Wird diese Grenze überschritten, beginnen die beiden Körper zu gleiten. Mit anderen Worten: Im *Haftzustand* kann die Reibkraft jeden Wert im Bereich

$$-F_{Rmax} \leq F_R \leq F_{Rmax}$$

annehmen. Beim Beginn des Gleitens sinkt die Reibkraft betragsmäßig sehr schnell von F_{Rmax} auf den Wert F_{R0} ab. Nur in Sonderfällen ist $F_{Rmax} = F_{R0}$.

Eine ausführlichere Einführung in reibungsbehaftete mechanische Systeme, zusammen mit einer umfangreichen Literaturliste, ist in [1020] zu finden. Dort werden auch detailliertere Reibmodelle behandelt. Ein neuartiges, kompaktes Reibmodell, welches auf einer reinen Beschreibung mit Differentialgleichungen ohne Verwendung von Schaltvorgängen beruht, wurde in [1024] entwickelt. Dieses Element hat den Vorteil, dass weitergehende Reibeffekte beschreibbar sind und die diskutierten Probleme nicht auftreten. Der Nachteil besteht darin, dass die Rechenzeit um rund eine Größenordnung ansteigt und zusätzliche Reibkenndaten identifiziert werden müssen.

Ähnlich wie bei den idealen elektrischen Schaltelementen von Tabelle 21.14 liegt auch beim Coulomb-Reibelement von Abb. 21.41 ein strukturvariables System vor, da sich die Konfiguration des mechanischen Systems ändert, je nachdem ob sich das Reibelement im Gleit- oder im Haftzustand befindet. Im folgenden wird detailliert analysiert, wie eine solche Komponente numerisch zuverlässig simuliert werden kann. Es zeigt sich, dass dies relativ schwierig ist. Deswegen wird temporär zuerst das vereinfachte Reibmodell von Abb. 21.42 untersucht, bei dem die Reibkraft während des Gleitens linear von der Relativgeschwindigkeit abhängt und $F_{Rmax} = F_{R0}$ ist.

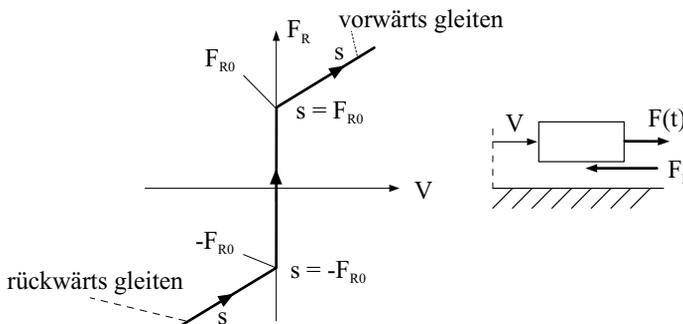


Abb. 21.42: Vereinfachtes Coulomb-Reibmodell

Die Kennlinie des vereinfachten Coulomb-Reibmodells ist ähnlich zu dem der Diode, so dass zu erwarten ist, dass dieses Element ebenfalls als parameterisierte Kurve beschrieben werden kann (siehe Parameterisierung in Abb. 21.42):

```

forward = s > FR0
backward = s < -FR0

V = if forward then s - FR0 else
    if backward then s + FR0 else 0

FR = if forward then FR0 + FR1 · (s - FR0) else
    if backward then -FR0 + FR1 · (s + FR0) else s

```

Dieses Modell ist korrekt und beschreibt vollständig das Reibmodell von Abb. 21.42. Allerdings ist zur Zeit nicht bekannt, wie ein solches Modell *automatisch* in eine Form transformierbar ist, die numerisch zuverlässig ausgewertet werden kann. Die auftretenden Probleme werden an einem Block, der auf einer rauhen Unterlage gleitet (siehe rechter Teil von Abb. 21.42), analysiert. Dieser Block wird durch die folgende Gleichung beschrieben:

$$m \cdot \dot{V} = F(t) - F_R$$

Hierbei ist m die Masse des Blocks, $F(t)$ ist eine gegebene äußere Kraft, die an dem Block angreift, und F_R ist die Reibkraft zwischen dem Block und der Unterlage. Diese soll mit dem oben angegebenen parameterisierten Coulomb-Reibmodell beschrieben werden. Zuerst werde angenommen, dass sich das Reibmodell im Vorwärtsgleitzustand befindet, d.h. $forward = \mathbf{true}$ und $V > 0$. Das Gesamtmodell in dieser Konfiguration wird dann durch die folgenden Gleichungen beschrieben:

$$\begin{aligned} m \cdot \dot{V} &= F - F_R \\ V &= s - F_{R0} \\ F_R &= F_{R0} + F_{R1} \cdot (s - F_{R0}) \end{aligned}$$

Nach einer BLT-Transformation ergeben sich die sortierten Gleichungen zu:

$$\begin{aligned} s &:= V + F_{R0} \\ F_R &:= F_{R0} + F_{R1} \cdot (s - F_{R0}) \\ \dot{V} &:= (F - F_R)/m \end{aligned}$$

Dies ist im wesentlichen eine Differentialgleichung mit der Unbekannten V , d.h. V ist eine als bekannt angenommene Zustandsgröße und die Ableitung dieses Zustands, \dot{V} , kann leicht über eine Vorwärtsrekursion berechnet werden. Wenn die Relation $s > F_{R0}$ ihren Wert ändert, tritt ein Ereignis ein und die Integration wird angehalten. Es werde angenommen, dass das Element sich dann im Haftzustand befindet. Diese Konfiguration wird durch die folgenden Gleichungen beschrieben:

$$\begin{aligned} m \cdot \dot{V} &= F - F_R \\ V &= 0 \\ F_R &= s \end{aligned}$$

Dies ist ein singuläres System (siehe Kapitel 21.7.2), da es eine Zwangsbedingung für den Zustand V gibt ($V = 0$). Mit anderen Worten V kann kein Zustand mehr sein. Da eine neue Unbekannte ($= V$) auftritt, muss auch eine neue Gleichung eingeführt werden, welches natürlicherweise die Ableitung der Zwangsbedingung ist:

$$\dot{V} = 0$$

Damit liegen vier Gleichungen für die vier Unbekannten V, \dot{V}, F_R, s vor. Dieses Gleichungssystem ist regulär und kann explizit gelöst werden:

$$\begin{aligned}\dot{V} &:= 0 \\ V &:= 0 \\ F_R &:= F - m \cdot \dot{V} \\ s &:= F_R\end{aligned}$$

Wie zu erkennen ist, sind die Modellgleichungen im Gleitzustand *regulär* und im Haftzustand *singulär*. Dies bereitet Probleme, da in einer singulären Konfiguration Gleichungen differenziert und diese Gleichungen in der regulären Konfiguration wieder entfernt werden müssen.

Es gibt noch eine ernstere Schwierigkeit: Hierzu wird angenommen, dass sich das Reibelement im Haftzustand befindet (d.h. $-F_{R0} \leq s \leq F_{R0}$) und s größer als F_{R0} wird. Bevor das Umschalt-Ereignis stattfindet, ist $s \leq F_{R0}$ und $V = 0$, da die Zwangsbedingung $V = 0$ im Haftzustand vorliegt. Am Ereignispunkt ist $s > F_{R0}$, da diese Relation von **false** auf **true** schaltet. Im Gleitzustand ist V jedoch ein Zustand und damit eine *bekannte* Größe und s wird aus V berechnet:

$$s := V + F_{R0}$$

Da $V = 0$ ist, ergibt sich $s = F_{R0}$. Damit wird die Relation $s > F_{R0}$ aber wieder **false** und das Reibelement schaltet zurück in den Haftzustand. Mit anderen Worten: Es kann nie vom Haft- in den Gleitzustand geschaltet werden.

Angenommen, das wäre trotzdem auf irgendeine Weise möglich: Wenn mehrere verkoppelte Reibelemente vorhanden sind, könnte es aber sein, dass dieser Gleitzustand keine konsistente Konfiguration ist, sondern nur ein Zwischenschritt in der Iteration zur Lösung eines gemischt kontinuierlich/diskreten Gleichungssystems. Dies bedeutet, dass das Reibelement in der nächsten Iteration wieder in den Haftzustand zurück schalten müsste. Dies ist aber nie möglich, weil im Gleitzustand die Relativgeschwindigkeit V eine Zustandsgröße ist, die als bekannt angenommen wird. Da im Vorwärtsgleitzustand $V > 0$ ist, und da V nicht geändert werden kann, kann auch nicht zurück in den Haftzustand geschaltet werden, da hierzu $V \leq 0$ sein müsste.

Die beschriebenen Probleme existieren für alle hybriden Modelle, bei denen in der einen Konfiguration ein *reguläres* System vorliegt und in einer anderen Konfiguration ein *singuläres* System. Dies ist z.B. der Fall, wenn eine ideale Diode parallel zu einer Kapazität geschaltet wird. Das Coulomb-Reibmodell ist besonders kritisch, da schon beim einfachsten mechanischen System mit Coulomb-Reibung

die erläuterten Probleme auftreten, da das System einen Freiheitsgrad verliert, wenn vom Gleit- in den Haftzustand geschaltet wird.

Wie schon erwähnt, ist zur Zeit nicht bekannt, wie diese Probleme *automatisch* gelöst werden können. Wir gehen deswegen pragmatisch vor und transformieren die Gleichungen des Reibmodells manuell in eine besser geeignete Beschreibungsform:

Wenn die Relativgeschwindigkeit verschwindet ($V = 0$), kann sich das Reibelement sowohl im Haft- als auch im Gleitzustand befinden. Die aktuelle Konfiguration ergibt sich aus der Reibkraft und der Beschleunigung \dot{V} , siehe Abb. 21.43. Wenn sich das Reibelement im Haftzustand befindet und die Reibkraft F_R größer als die maximale statische Haftreibungskraft F_{R0} wird, schaltet das Element in den Vorwärtsgleitzustand. Hier ist die Relativbeschleunigung \dot{V} positiv. Es wird wieder zurück in den Haftzustand geschaltet, wenn die Relativbeschleunigung verschwindet oder negativ wird.

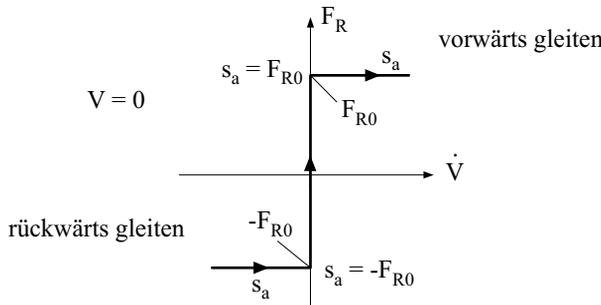


Abb. 21.43: Kennlinie der Coulomb-Reibung bei $V = 0$

Da auch die Kennlinie von Abb. 21.43 nicht in einer Funktionsdarstellung $F_R = F_R(\dot{V})$ angegeben werden kann, wird eine parameterisierte Beschreibungsform mit dem neuen Bahnparameter s_a verwendet, siehe Abb. 21.43. Dies führt im wesentlichen auf die folgende Beschreibungsform, wenn $V = 0$ ist:

```

startForward = s_a > F_{R0}
startBackward = s_a < -F_{R0}

\dot{V} = if startForward then s_a - F_{R0} else
        if startBackward then s_a + F_{R0} else 0

F_R = if startForward then F_{R0} else
       if startBackward then -F_{R0} else s_a
    
```

Die drei Hauptkonfigurationen des Reibelements können mit einer Modus-Variablen *mode* auf die folgende Weise in Modelica gekennzeichnet werden:

```

final constant Integer Forward = 1,
                  Stuck         = 0,
                  Backward     = -1;
    
```

```

V > 0  ->  mode = Forward
V = 0  ->  mode = Stuck
V < 0  ->  mode = Backward

```

Aus noch zu erläuternden numerischen Gründen muss im *Stuck*-Modus die Relativgeschwindigkeit nicht identisch verschwinden. Die Relativgeschwindigkeit ist zwar sehr klein, kann aber jedes Vorzeichen besitzen. Mit anderen Worten: Der *Stuck*-Modus charakterisiert ein kleines Intervall um $V = 0$. Das Umschalten zwischen den verschiedenen Modi, kann am übersichtlichsten durch einen endlichen Automaten beschrieben werden, siehe Abb. 21.44.

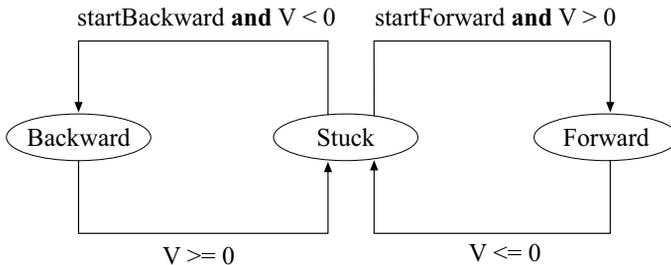


Abb. 21.44: Schaltstruktur beim Reibelement

Mit diesem endlichen Automaten wird garantiert, dass die Relativgeschwindigkeit beim Vorwärtsgleiten positiv ist und beim Rückwärtsgleiten negativ. Der *Stuck*-Modus charakterisiert das kleine Intervall um $V = 0$. Hier kann sich das Reibelement im Haft- oder im Gleitzustand befinden und wird durch die parameterisierte Kurve von Abb. 21.43 beschrieben. Hierbei wird der Vorwärtsgleitzustand durch die Bool'sche Variable *startForward* und der Rückwärtsgleitzustand durch die Bool'sche Variable *startBackward* charakterisiert. Wenn sich das Reibelement im *Stuck*-Modus im Gleitzustand befindet, so verbleibt das Element solange in dieser Konfiguration, bis die Relativgeschwindigkeit das richtige Vorzeichen besitzt, um dann entsprechend zu Abb. 21.44 in den *Forward* oder *Backward* Modus zu schalten. Da die Relativbeschleunigung in die „richtige“ Richtung zeigt, nimmt die Relativgeschwindigkeit innerhalb kurzer Zeit das gewünschte Vorzeichen an. Der endliche Automat von Abb. 21.44 kann in Modelica durch die folgende Gleichung beschrieben werden:

```

mode = if (pre(mode) == Forward or
           pre(mode) == Stuck and startForward)
         and V > 0 then Forward else
         if (pre(mode) == Backward or
           pre(mode) == Stuck and startBackward)
           and V < 0 then Backward else Stuck;

```

Die beiden diskutierten Darstellungsformen müssen jetzt nur noch kombiniert werden. Hierzu muss definiert werden, dass *startForward* und *startBackward* nur

true sein können, wenn sich das Reibelement im *Stuck*-Modus befindet. Zusammengefasst ergibt sich schließlich das folgende, vollständige Modelica-Modell des vereinfachten Coulomb-Reibmodells von Abb. 21.42 (da in Modelica bei Variablennamen keine Indices verwendet werden können, unterscheiden sich die Modelica-Namen geringfügig von den bisher verwendeten Bezeichnungen):

```

connector Flange "mechanischer Flange"
  Real X "Position vom Flansch";
  flow Real F "Schnittkraft am Flansch";
end Flange;

model SimpleFriction "vereinfachtes Coulomb-Reibmodell"
  parameter Real FR0, FR1 "Reibkoeffizienten";
  Flange flange_a, flange_b "linker und rechter Flansch";
protected
  Real FR "Reibkraft";
  Real X "relative Position";
  Real V "relative Geschwindigkeit";
  Real A "relative Beschleunigung";
  Real sa "Bahnparameter";
  final constant Integer Unknown = 2 "nicht definiert",
    Forward = 1 "vorwärts gleiten",
    Stuck = 0 "V=0",
    Backward = -1 "rückwärts gleiten";
  Integer mode(min=Backward, max=Unknown, start=Unknown);
  Boolean startForward, startBackward;
equation
  // Beziehungen zwischen Flansch- und Relativ-Variablen
  X = flange_b.X - flange_a.X;
  V = der(X);
  A = der(V);
  FR = -flange_a.F;
  FR = flange_b.F;

  // Basisgleichungen des Reibelements
  startForward = pre(mode)==Stuck and sa > FR0 or
    initial() and V>0;
  startBackward = pre(mode)==Stuck and sa < -FR0 or
    initial() and V<0;

  A = if pre(mode) == Forward then sa - FR0 else
    if pre(mode) == Backward then sa + FR0 else
    if startForward then sa - FR0 else
    if startBackward then sa + FR0 else 0;

  FR = if pre(mode) == Forward then FR0 + FR1*V else
    if pre(mode) == Backward then -FR0 + FR1*V else

```

```

        if startForward          then FR0          else
        if startBackard        then -FR0         else sa;

// Endlicher Automat zur Konfigurationsbestimmung
mode = if (pre(mode) == Forward or
          pre(mode) == Stuck and startForward)
      and V > 0 then Forward else
      if (pre(mode) == Backward or
          pre(mode) == Stuck and startBackward)
      and V < 0 then Backward else Stuck;
end SimpleFriction;

```

Das obige Reibelement enthält noch die Vereinfachung, dass im Haftzustand die Zwangsgleichung $V = 0$ nicht explizit vorhanden ist. Da beim Umschalten vom Gleit- in den Haftzustand die Relativgeschwindigkeit beim Neustart der Integration verschwindet oder zumindest sehr klein ist, und die Beschleunigung $A = \text{der}(V)$ während des Haftens verschwindet, bleibt die Geschwindigkeit klein, da die Lösung der Differentialgleichung $\text{der}(V) = 0$ mit der Anfangsbedingung $V = 0$ auf die Lösung $V = 0$ führt. Mit dieser bekannten Approximation wird erreicht, dass das Modell auch im Haftzustand regulär und nicht singular ist. Zum besseren Verständnis soll das obige Modell auf das Anfangsbeispiel angewandt werden, bei dem ein Block auf einer rauhen Oberfläche gleitet. Werden die Gleichungen des Blocks und die Gleichungen des Reibelements zusammengenommen, und wird eine BLT-Transformation durchgeführt, führt dies im wesentlichen auf die folgenden sortierten Gleichungen:

```

// Gemischt kontinuierlich/diskretes Gleichungssystem
startForward = pre(mode)==Stuck and sa > FR0 or
               initial() and V>0;
startBackward = pre(mode)==Stuck and sa < -FR0 or
                initial() and V<0;

A = if pre(mode) == Forward then sa - FR0 else
    if pre(mode) == Backward then sa + FR0 else
    if startForward          then sa - FR0 else
    if startBackard         then sa + FR0 else 0;

R = if pre(mode) == Forward then FR0 + FR1*V else
    if pre(mode) == Backward then -FR0 + FR1*V else
    if startForward          then FR0          else
    if startBackard         then -FR0         else sa;

m*A = U - F; // Gleichungen des Blocks

// Endlicher Automat zur Konfigurationsbestimmung
mode := if (pre(mode) == Forward or
          pre(mode) == Stuck and startForward)

```

```

and V > 0 then Forward else
if (pre(mode) == Backward or
pre(mode) == Stuck and startBackward)
and V < 0 then Backward else Stuck;

```

```

der (V) := A;

```

Damit ergibt sich also ein gemischt kontinuierlich/diskretes Gleichungssystem mit fünf Gleichungen in den fünf Unbekannten *startForward*, *startBackward*, *sa*, *A*, *FR*, sowie zwei nachfolgende explizit aufgelöste Gleichungen. Wenn sich das Element nicht im *Stuck*-Modus befindet, besitzen die Bool'schen Variablen *startForward* und *startBackward* den Wert **false** unabhängig vom Wert des Bahnparameters *sa*. In diesem Fall reduziert sich das gemischte Gleichungssystem auf ein rein reelles Gleichungssystem in drei Gleichungen mit den drei reellen Unbekannten *sa*, *A*, *FR*, welches problemlos gelöst werden kann. Wenn mehrere verkoppelte Reibelemente vorliegen, ergibt sich dieselbe Struktur, nur ist das gemischte Gleichungssystem größer.

Die Auswertung der Gleichungen soll an einer typischen Bewegung analysiert werden. Hierzu wird angenommen, dass der Block in die Vorwärtsrichtung gleitet und die Geschwindigkeit verschwindet oder negativ wird, d.h. es tritt ein Ereignis ein.

1. Am Ereignispunkt wird das gesamte Modell einmal ausgewertet. Da **pre**(mode) = *Forward* ist, muss nur ein reelles Gleichungssystem gelöst werden und die Reibkraft berechnet sich zu „ $FR = FR0 + FR1 \cdot V$ “. Danach wird die Variable *mode* berechnet. Da $V \leq 0$, ergibt sich *mode* = *Stuck*.
2. Nach der Modellauswertung sind *mode* und **pre**(mode) unterschiedlich, d.h. eine Ereignis-Iteration wird gestartet (siehe Seite 1381). Nach Setzen von **pre**(mode) = *mode* = *Stuck* wird das Modell neu ausgewertet. Da **pre**(mode) = *Stuck* ist, liegt nun ein gemischtes Gleichungssystem vor, welches iterativ gelöst wird. Basierend auf der entsprechenden Lösung, wird *mode* berechnet. Wenn sich als Ergebnis $-FR0 \leq sa \leq FR0$ ergibt, ist das Reibelement im Haftzustand und *mode* = *Stuck*. Da **pre**(mode) = *mode* ist, wird die Ereignisiteration abgebrochen und die Simulation neu gestartet. Im folgenden werde angenommen, dass sich eine Lösung mit $sa < -FR0$ ergibt. Wenn zusätzlich $V < 0$ ist, ergibt sich *mode* = *Backward*.
3. Da **pre**(mode) und *mode* unterschiedlich sind, wird wiederum gesetzt: **pre**(mode) = *mode* = *Backward* und die Ereignis-Iteration wird fortgesetzt, d.h. das Modell wird neu ausgewertet. Da sich das Reibelement nicht mehr im *Stuck*-Modus befindet, liegt wiederum nur ein reelles Gleichungssystem vor um *sa*, *A*, *FR* zu berechnen. Da sich der Wert von *V* nicht ändert, berechnet sich *mode* wieder zu *Backward*. Da nun **pre**(mode) = *mode* ist, wird die Ereignis-Iteration abgebrochen und die Integration neu gestartet, hierbei befindet sich das Element im Rückwärts-Gleitzustand.

Das obige vereinfachte Reibmodell kann nun leicht auf den Fall verallgemeinert werden, dass die maximale statische Reibkraft F_{Rmax} und die Gleitreibungskraft bei verschwindender Geschwindigkeit F_{R0} unterschiedlich sind, siehe Abb. 21.41. Hierzu müssen beim obigen Reibmodell nur die folgenden Modifikationen vorgenommen werden:

```

model Friction
  parameter Real peak=1.0 "FRmax=peak*FR0";    // neu
  ...

protected
  ...
  parameter Real FRmax=peak*FR0;
  Boolean startForward (start=false)
    startBackward(start=false);

equation
  ...
  // Basisgleichungen des Reibelements (modifiziert)
  startForward = pre(mode)==Stuck and
    (sa>FRmax or pre(startForward)
      and sa>FR0) or initial() and V>0;
  startBackward = pre(mode)==Stuck and
    (sa<-FRmax or pre(startBackward)
      and sa<-FR0) or initial() and V<0;
  ...
end Friction;

```

Die wesentliche Änderung besteht darin, dass **pre**-Werte für *startForward* und *startBackward* benötigt werden. Wenn sich das Element im Haftzustand befindet, oder wenn das Element vom *Forward/Backward* Modus in den *Stuck* Modus schaltet, muss der Bahnparameter *sa* den Wert $FRmax$ überschreiten, damit wieder in den Gleitzustand geschaltet werden kann. Wenn jedoch vor dem aktuellen Ereignis **pre**(*startForward*)=**true** ist, d.h. das Reibelement befand sich schon im *startForward* Modus, dann gleitet das Element schon und ein Schalten in den Haftzustand tritt auf, wenn $sa \leq FR0$, d.h. wenn die Beschleunigung $A \leq 0$ wird.

21.10.3 Reibungsbehaftete Komponenten

Das im Detail diskutierte Coulomb-Reibelement vom vorherigen Abschnitt ist eine Basiskomponente, die in vielerlei Hinsicht erweitert werden kann. Insbesondere sind in Tabelle 21.16 eine Reihe technisch wichtiger Elemente — Lagerreibung, Kupplung, Bremse, Freilauf — aufgeführt, bei denen die Reibung eine entscheidende Elementeigenschaft ist.

Tabelle 21.16: Modelle reibungsbehafteter Komponenten

Lagerreibung		$\Phi_1 = \Phi_2$ $\Omega = \dot{\Phi}_1$ $0 = M_1 + M_2 - M_R$ $\dot{\Omega} = \text{if } \text{pre}(m) == \text{Forward} \text{ then } s_a - M_{R0} \text{ else if } \dots$ $M_R = \text{if } \text{pre}(m) == \text{Forward} \text{ then } M_{R0} + M_{R1}(\Omega) \text{ else if } \dots$ $m = \text{if } (\text{pre}(m) == \text{Forward} \dots$ $\text{startForward} = \text{pre}(m) == \text{Stuck} \dots$ $\text{startBackward} = \text{pre}(m) == \text{Stuck} \dots$
Kupplung		$\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ $\Omega = \dot{\Phi}$ $M_R = \mu N c_{geo}; \quad M_1 = -M_R; \quad M_2 = M_R$ $\text{off} = N \leq 0$ $\dot{\Omega} = \text{if } \text{off} \text{ then } s_a \text{ else if } \text{pre}(m) == \text{Forward} \text{ then } s_a - M_{R0} \dots$ $\mu = \text{if } \text{off} \text{ then } 0 \text{ else if } \text{pre}(m) == \text{Forward} \text{ then } \mu_0 + \mu_1(\Omega) \dots$ $m = \text{if } \text{off} \text{ then } \text{Free} \text{ else if } \dots$ $\text{startForward} = \text{not } \text{off} \text{ and } \text{pre}(m) \dots$ $\text{startBackward} = \text{not } \text{off} \text{ and } \text{pre}(m) \dots$
Bremsse		$\Phi_1 = \Phi_2; \quad \Omega = \dot{\Phi}_1$ $0 = M_1 + M_2 - M_R$ $M_R = \mu N c_{geo}$ $\text{off} = N \leq 0$ $\dot{\Omega} = \text{if } \text{off} \text{ then } s_a \text{ else if } \text{pre}(m) == \text{Forward} \text{ then } s_a - M_{R0} \dots$ $\mu = \text{if } \text{off} \text{ then } 0 \text{ else if } \text{pre}(m) == \text{Forward} \text{ then } \mu_0 + \mu_1(\Omega) \dots$ $m = \text{if } \text{off} \text{ then } \text{Free} \text{ else if } \dots$ $\text{startForward} = \text{not } \text{off} \text{ and } \text{pre}(m) \dots$ $\text{startBackward} = \text{not } \text{off} \text{ and } \text{pre}(m) \dots$
Freilauf		$\Phi = \Phi_2 - \Phi_1; \quad \Omega = \dot{\Phi}$ $M_1 = -M_R; \quad M_2 = M_R$ $\dot{\Omega} = \text{if } \text{pre}(m) == \text{Slide} \text{ or } \text{startSlide} \text{ then } s_a \text{ else } 0$ $M_R = \text{if } \text{pre}(m) == \text{Slide} \text{ or } \text{startSlide} \text{ then } 0 \text{ else } s_a$ $m = \text{if } (\text{pre}(m) == \text{Slide} \text{ or } \text{startSlide} \text{ and } \text{pre}(m) == \text{Stuck}) \text{ and } \Omega > 0 \text{ then } \text{Slide} \text{ else } \text{Stuck}$ $\text{startSlide} = \text{pre}(m) == \text{Stuck} \text{ and } s_a > 0$

In der mittleren Spalte von Tabelle 21.16 ist das Objektdiagramm der jeweiligen Komponente mit der dazugehörigen (parameterisierten) Kennlinie abgebildet. Wie beim Reibelement vom letzten Abschnitt können auch hier die Kennlinien nicht automatisch in eine numerisch auswertbare Form transformiert werden. Dies geschieht wiederum manuell, wobei das Ergebnis in der rechten Spalte gleichungsmäßig angegeben ist. Aus Platzgründen wird mit Punkten (...) gekennzeichnet, dass der weggelassene Gleichungsteil identisch zum entsprechenden Gleichungsteil des im letzten Abschnitt diskutierten Modelica-Modells `SimpleFriction` ist. Die Schaltstellung `mode` wird durch `m` abgekürzt. Im folgenden werden die in Tabelle 21.16 aufgeführten Modelle näher erläutert.

Lagerreibung

In der Regel ist die Reibung in den Lagern eines Antriebsstrangs so groß, dass diese bei einer Simulation berücksichtigt werden muss. Messtechnisch kann die Reibung z.B. dadurch bestimmt werden, dass der Antriebsstrang bei bekannter Last jeweils mit konstanter Drehzahl gefahren wird und das dafür notwendige Antriebsmoment gemessen wird. Da im nicht-beschleunigten Betrieb alle Trägheitskräfte verschwinden, ist das Reibmoment gleich dem Antriebsmoment wobei gegebenenfalls noch das bekannte Lastmoment abgezogen werden muss. Dies führt auf Kennlinien, bei der das Reibmoment M_R als Funktion der Drehzahl Ω angegeben wird, siehe erste Zeile von Tabelle 21.16.

Das Lagerreibungs-Modell in Tabelle 21.16 besitzt zwei Flansche, mit denen die Komponente an einer entsprechenden Stelle in einen Antriebsstrang eingebaut werden kann (siehe z.B. Abb. 21.14 auf Seite 1303). Dieses Element ist praktisch identisch zum im letzten Abschnitt erläuterten Reibmodell, wobei die Reibkraft F_R durch das Drehmoment M_R und die Relativgeschwindigkeit V durch die absolute Drehzahl Ω ersetzt wird, da diese Komponente die Reibung zwischen einer drehenden Welle und dem Gehäuse beschreibt. Mit Ausnahme der Beziehungen zwischen den Flansch-Variablen und dem Reibmoment, sind alle anderen Gleichungen identisch zu den Gleichungen des `SimpleFriction` Modells. Aus Vereinfachungsgründen wird auch hier angenommen, dass das maximale statische Reibmoment identisch zum Gleitreibmoment bei verschwindender Drehzahl ist.

Kupplung

Eine Kupplung ist ein Element, mit der die Relativbewegung der über die Kupplung verbundenen beiden Wellen gesperrt und wieder freigegeben werden kann, siehe zweite Zeile von Tabelle 21.16. Im wesentlichen werden zwei Scheiben mit einer entsprechenden Normalkraft N so gegeneinander gedrückt, dass die beiden Scheiben aufeinander haften. Die technischen Ausführungen sind sehr unterschiedlich. Zum Beispiel werden bei Lamellenkupplungen eine größere Zahl von Lamellen (= Scheiben) parallel geschaltet, um die Reibflächen und damit das Reibmoment zu erhöhen. Wenn die Normalkraft verschwindet, wird kein Drehmoment mehr übertragen und die beiden Wellen sind nicht mehr miteinander

verbunden. Zum Schließen der Kupplung wird die Normalkraft von Null ausgehend erhöht, bis nach einer bestimmten Zeitdauer die Normalkraft so groß geworden ist, dass die Kupplungsscheiben haften. Während dieser Phase rutschen die Scheiben aufeinander. Das hierbei wirksame Reibmoment M_R kann näherungsweise als Funktion der senkrecht auf die Reibflächen wirkende Normalkraft N , dem von der Drehzahl Ω abhängigen Reibkoeffizienten μ und einer von der geometrischen Konstruktion abhängigen Konstanten c_{geo} angegeben werden:

$$M_R = c_{geo} \cdot \mu(\Omega) \cdot N \tag{21.75}$$

Der Geometriefaktor c_{geo} hängt stark von der bestehenden Konstruktion ab.

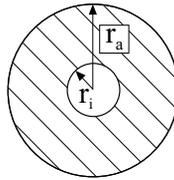


Abb. 21.45: Geometrie einer einfachen Kupplungsscheibe

Beispielsweise berechnet sich dieser für die einfache Kupplungsscheibe von Abb. 21.45 zu:

- Annahme: Gleichmäßig verteilter Druck auf eine genau gefertigte, nicht abgenutzte Kupplungsscheibe

$$c_{geo1} = \frac{2 \cdot (r_a^3 - r_i^3)}{3 \cdot (r_a^2 - r_i^2)} \tag{21.76}$$

- Annahme: Gleichmäßige Abnutzung der Kupplungsscheibe

$$c_{geo2} = \frac{r_a + r_i}{2} \quad (< c_{geo1}) \tag{21.77}$$

Für den Entwurf von Kupplungen wird üblicherweise c_{geo2} (21.77) benutzt. Wenn mehrere Scheiben parallel geschaltet sind, muss die obige Formel noch mit der Zahl der Reibflächen multipliziert werden.

Das Modell der Kupplung in Tabelle 21.16 ist eine Erweiterung des Reibmodells vom letzten Abschnitt: Über einen zusätzlichen Signaleingang wird die Anpresskraft N eingeführt. Bei der Reibkennlinie wird der Reibkoeffizient μ als Funktion der Relativdrehzahl Ω angegeben (statt Reibkraft als Funktion der Relativgeschwindigkeit) und das Reibelement wird abgeschaltet, wenn $N \leq 0$ ist. Hierzu erhalten die **if**-Zweige der Variablen-Gleichungen von $\dot{\Omega}$, μ , m , *startForward* und *startBackward* jeweils einen zusätzlichen Zweig, um den entsprechenden Wert bei offener Kupplung zu setzen.

Die den Schaltzustand charakterisierende Modus-Variable m erhält neben den schon existierenden diskreten Zuständen *Forward*, *Stuck*, *Backward* noch den neuen Zustand *Free*, der die offene Kupplung charakterisiert:

```

off = N <= 0;
m   = if off then Free else
      if (pre(mode) == Forward or pre(mode) == Free or
          pre(mode) == Stuck and startForward) and V > 0
        then Forward else
      if (pre(mode) == Backward or pre(mode) == Free or
          pre(mode) == Stuck and startBackward) and V < 0
        then Backward else Stuck;
startForward = not off and pre(mode) == Stuck and sa > MR0
startBackward = not off and pre(mode) == Stuck and sa < -MR0

```

Ansonsten werden die gleichen Gleichungen wie beim Modell SimpleFriction verwendet.

Bremse

Bei *Scheibenbremsen* und *Trommelbremsen* wird jeweils ein Bremsbelag gegen eine Scheibe gedrückt. Diese Art von Bremsen können als Kupplung angesehen werden, die zwischen einer Welle und dem *Gehäuse* angebracht ist. Damit ist die Modellstruktur, siehe dritte Zeile von Tabelle 21.16, praktisch identisch zum Modell einer Kupplung, bei der ein Flansch der Kupplung in der Umgebung fixiert ist. Im wesentlichen ändert sich nur der Zusammenhang zwischen den Flanschvariablen und dem Reibmoment. Weiterhin muss der Geometriefaktor c_{geo} der Konstruktion der Bremse angepasst werden.

Freilauf

Freiläufe sind Einrichtungen zwischen Wellen oder Wellen und Gehäusen, die eine Relativdrehzahl zwischen den verbundenen Teilen nur in *einer* Drehrichtung zulassen, in der anderen Richtung dagegen verhindern. Die meist eingesetzten kraftschlüssigen Freiläufe enthalten Klemmkörper, die in einer Drehrichtung zu einem großen Reibmoment führen und damit die Relativbewegung in dieser Richtung blockieren. Das ideale Modell eines Freilaufs ist in der vierten Zeile von Tabelle 21.16 angegeben. Wie aus der Kennlinie in der zweiten Spalte zu sehen ist, hat der Freilauf Ähnlichkeiten mit einer Diode. Die gleichungsmäßige Beschreibung ist jedoch unterschiedlich, da die parameterisierte Kennlinie wiederum nicht direkt realisiert werden kann, da die Komponente je nach Schaltstellung einen Freiheitsgrad hinzufügt oder entfernt.

Automatikgetriebe

Zum Abschluss dieses Kapitels über reibungsbehaftete Komponenten wird noch kurz eine komplexere Anwendung der besprochenen Elemente am Beispiel eines Automatikgetriebes erläutert (weitere Details sind in [1036] zu finden). Automatikgetriebe sind Getriebe, bei denen eine elektronische Ansteuerungseinheit automatisch zwischen den Gängen schaltet. Den schematischen Aufbau einer typischen Konstruktion ist in Abb. 21.46 zu sehen. Hierbei werden mit C_i Kupplungen bzw. Bremsen bezeichnet.

Gang	C4	C5	C6	C7	C8	C11	C12
1	x					x	
2	x		x	x		x	
3	x	x		x		x	
4	x	x		x			x
R		x			x	x	

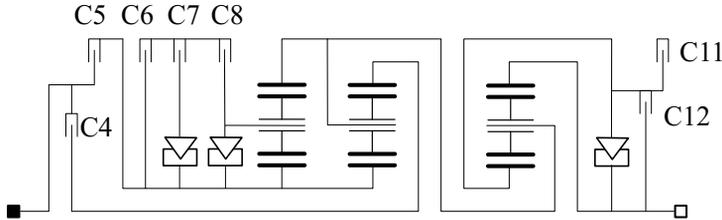


Abb. 21.46: Getriebeschema des Automatikgetriebes ZF 4HP22

In Abb 21.47 ist das entsprechende Objektdiagramm, einem Bildschirmabzug des Programs Dymola [1032], abgebildet. Dieses Automatikgetriebe besteht aus drei Standard-Planetengetrieben p1, p2, p3, siehe Tabelle 21.11 auf Seite 1410, die über Kupplungen, Bremsen und Freiläufe so verbunden sind, dass durch entsprechende Ansteuerung der Kupplungen und Bremsen eine gewünschte Übersetzung eingestellt werden kann.

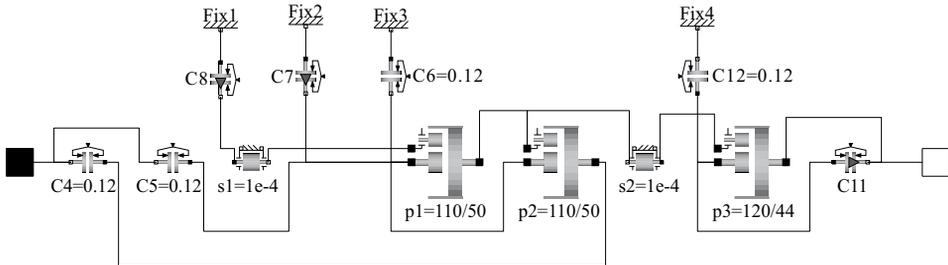


Abb. 21.47: Objektdiagramm des Automatikgetriebes ZF 4HP22

Der linke Flansch in Abb. 21.47 ist die Eingangswelle und der rechte Flansch die Ausgangswelle des Getriebes; s1 und s2 sind trägheitsbehaftete Wellen, die die Trägheit der wichtigsten drehenden Teile erfassen. Die Anpresskräfte der Kupplungen und Bremsen werden approximativ als Signale modelliert, die direkt von einer elektronischen Ansteuerungseinheit vorgegeben werden. Eine realistischere Simulation erfordert zusätzlich die Modellierung der Hydraulik, mit der die Anpresskräfte tatsächlich erzeugt werden.

Für eine Simulation wird noch ein Modell der Umgebung benötigt, in der das Automatikgetriebe eingesetzt wird. In [1036] wird hierzu ein einfaches Modell der Längsdynamik eines Fahrzeugs verwendet. Das Gesamtmodell wird, wie in den vorherigen Abschnitten erläutert, in eine DAE überführt und dann symbolisch in eine sortierte DAE transformiert. Bei der BLT-Transformation wird ein

kontinuierlich/diskretes Gleichungssystem mit 49 kontinuierlichen Gleichungen und zehn diskreten Gleichungen identifiziert, das im wesentlichen die Gleichungen aller Komponenten des Automatikgetriebes enthält, da diese eng miteinander verkoppelt sind. Mit dem Tearing-Verfahren kann das kontinuierliche Kern-Gleichungssystem von 49 auf zehn Gleichungen reduziert werden. Das System hat sieben gekoppelte Kupplungen und Bremsen C_i , so dass $2^7 = 128$ Schaltstrukturen und $3^7 = 2187$ unterschiedliche Schaltzustände möglich sind. In [1036] wird noch darauf eingegangen, wie das obige Modell in einer Echtsimulation auf einem Signalprozessor eingesetzt werden kann.

Tabelle 21.5: Modelica-Modelle von elektrischen Komponenten

		Modelica-Modell
<i>Schnittstelle</i>		connector Pin Voltage v; flow Current i; end Pin;
<i>Basiselement</i>		partial model TwoPin Pin p, n; Voltage u; equation u = p.v - n.v; 0 = p.i + n.i; end TwoPin;
<i>Widerstand</i>		model Resistor extends TwoPin; parameter Resistance R; equation u = R*p.i; end Resistor;
<i>Kapazität</i>		model Capacitor extends TwoPin; parameter Capacitance C; equation C*der(u) = p.i; end Capacitor;
<i>Induktivität</i>		model Inductor extends TwoPin; parameter Inductance L; equation L*der(p.i) = u; end Inductor;
<i>Spannungsquelle</i>		model Vsource extends TwoPin; input Voltage U0; equation u = U0; end Vsource;
<i>Erdung</i>		model Ground Pin p; equation p.v = 0; end Ground;

Tabelle 21.6: Übersicht der Modelica-Standardbibliothek 3.2

Modelica	Inhalt
.Blocks	Kontinuierliche, diskrete, logische, Ein- und Ausgangsblöcke, sowie Tabellen.
.ComplexBlocks	Ein- und Ausgangsblöcke für komplexe Signale.
.StateGraph	Hierarchische Zustandsmaschinen mit Modelica als "action language".
.Electrical.Analog	Analoge elektrische Komponenten, wie Widerstand, Diode, MOS Transistor.
.Electrical.Digital	Digitale elektrische Komponenten, wie And, Or, Xor, mit Totzeiten.
.Electrical.Machines	Ungeregelte asynchrone, synchrone, und Gleichstrom-Maschinen.
.Electrical.MultiPhase	Analoge elektrische Komponenten für 2, 3 and mehr Phasen.
.Electrical.QuasiStationary	Eine quasi-stationäre Version der obigen .Electrical.XXX Komponenten, für sehr schnelle Simulationen.
.Electrical.Spice3	Analoge elektrische Komponenten vom Berkeley SPICE3 simulator, insbesondere Halbleiterbauelemente wie MOS-FET Level 1.
.Magnetic.FluxTubes	Magnetische Komponenten zur Modellierung elektromagnetischer Aktuatoren.
.Magnetic.FundamentalWave	Magnetische Komponenten zur Modellierung der Effekte von Grundwellen in elektrischen Maschinen.
.Mechanics.MultiBody	3-dim. mechanische Komponenten, wie Körper, Gelenke, Kraftelemente, Sensoren.
.Mechanics.Rotational	1-dim. rotatorische mechanische Komponenten. Enthält insbesondere auch Geschwindigkeit- und Momentenabhängige Reibung mit Gleit- und Haftphasen.
.Mechanics.Translational	1-dim. translatorische mechanische Komponenten.
.Fluid	Komponenten zur Modellierung 1-dim. thermo-fluid, inkompressibler und kompressibler Rohrströmungen.
.Media	Große Bibliothek für Medien (1240 Gase und Mischungen zwischen diesen Gasen, detailliertes IF97 Wassermmodell, feuchte Luft, Tabellen-basierte Medien).
.Thermal.FluidHeatFlow	Einfache Komponenten zur Modellierung von Rohrströmungen mit inkompressiblen Medien (z.B. zur Modellierung von Kühlsystemen mit Luft oder Wasser)
.Thermal.HeatTransfer	Einfache Komponenten für Wärmetransport-Vorgänge
.Math	Mathematische Funktionen (wie sin, cos) und Funktionen für Vektoren und Matrizen (wie norm, solve, eigenValues).
.ComplexMath	Mathematische Funktionen für komplexe Zahlen(wie sin, imag, argcos) und Vektoren.
.Utilities	Hilfsfunktionen zur Zeichenketten-Verarbeitung, Einlesen von File, Ausgeben auf File, Kopieren/Umbenennen/Löschen von Files etc.
.SIunits	450 Typ-Definitionen basierend auf ISO 31-1991 (z.B. Voltage, Current).

Tabelle 21.7: Schnittstellen Definitionen in der Modelica Standardbibliothek

Typ	Potential-Variablen	Fluss-Variablen	Modelica connector Namen
elektrisch	V : elektr. Potential	I : elektr. Strom	Modelica.Electrical.Analog.Interfaces.Pin
el. mehrphasig	$Pin[]$: Vektor von Klemmen		Modelica.Electrical.MultiPhase.Interfaces.Plug
magnetisch	V_{mag} : magnet. Potential	Φ : magnet. Fluss	Modelica.Magnetic.Interfaces.MagneticPort
translatorisch	S : Weg	F : Schnitt-Kraft	Modelica.Mechanics.Translational.Interfaces.Flange
rotatorisch	ϕ : Winkel	M : Schnitt-Moment	Modelica.Mechanics.Rotational.Interfaces.Flange
mechanisch	$R[3]$: Ortsvektor $T[3, 3]$: Drehmatrix	$F[3]$: Schnitt-Kraft $M[3]$: Schnitt-Moment	Modelica.Mechanics.MultiBody.Interfaces.Frame
thermisch	T : Temperatur	Q_{flow} : Wärmestrom	Modelica.Thermal.HeatTransfer.Interfaces.HeatPort
einfache Rohrst.	P : Druck H : spez. Mischenenthalpie Medium als record (=Daten)	M_{flow} : Massenstrom H_{flow} : Enthalpiestrom	Modelica.Thermal.FluidHeatFlow.Interfaces.FlowPort
Rohrströmung	P : Druck H : spez. Enthalpie (Stream-Var.) $X_i[]$: Stoffmassenanteile (Stream-Var.) Medium als package (=Fun.)	M_{flow} : Massenstrom	Modelica.Fluid.Interfaces.FluidPort
Signal-Schnittstellen			
Signal	Real Integer Boolean	– – –	Modelica.Blocks.Interfaces.RealInput/Output Modelica.Blocks.Interfaces.IntegerInput/Output Modelica.Blocks.Interfaces.BooleanInput/Output
Signalbus	konfigurierbar	–	Modelica.Blocks.Interfaces.SignalBus
elektr. digital	Integer (1..9)	–	Modelica.Electrical.Digital.Interfaces.DigitalSignal
Zustandsmasch.	logische Signale	–	Modelica.StateGraph.Interfaces.Step_in, Transition_in

Tabelle 21.8: Lokale Objektgleichungen thermischer Komponenten

		T, Q_{flow}	T, S_{flow}
G		$0 = Q_{flow1} + Q_{flow2}$ $Q_{flow1} = \frac{\lambda A}{L} (T_1 - T_2)$	$0 = T_1 S_{flow1} + T_2 S_{flow2}$ $S_{flow1} = \frac{\lambda A}{L} \frac{(T_1 - T_2)}{T_1}$
C		$Q_{flow} = C \cdot M \cdot \dot{T}$	$S_{flow} = C \cdot M \cdot \dot{T} / T$

Tabelle 21.9: Elektrische Maschinenmodelle in der Modelica Bibliothek

Machines.BasicMachines.AsynchronousInductionMachines	
	Asynchronmaschine mit Kurzschlussläufer
	Asynchronmaschine mit Schleifringläufer
Machines.BasicMachines.SynchronousInductionMachines	
	Permanenterregte Synchronmaschine
	Elektrisch erregte Synchronmaschine
	Reluktanzläufer
Machines.BasicMachines.DCMachines	
	Permanenterregte Gleichstrommaschine
	Fremderregte oder Nebenschlussmaschine
	Reihenschlussmaschine

Tabelle 21.10: *Unterbibliotheken der Machines-Bibliothek*

<i>Package Name</i>	<i>Beschreibung</i>
Examples	Enthält viele Beispiel-Modelle, welche die Anwendung der Modelle demonstrieren.
BasicMachines	Enthält die in Tabelle 21.9 aufgeführten Maschinenmodelle
BasicMachines.Components	Stellt Komponenten für die oben genannten Maschinenmodelle zur Verfügung, wie Modelle für die Wechselwirkung im Luftspalt, Kurzschlusskäfig, (unsymmetrische) Dämpferkäfige, und Permanentmagneterregung.
Sensors	Sensoren zur Bestimmung der Länge eines Raumzeigers (diese ist im sinusförmig eingeschwungenen Zustand proportional zum Effektivwert) sowie zur Berechnung der elektrischen Wirk- und Blindleistung
SpacePhasors	Enthält Basis-Komponenten, -Blöcke und -Funktionen um mit Raumzeigern zu arbeiten, z.B. Transformationen zwischen Zeitgrößen und Raumzeigern, kartesischen und Polarkoordinaten.
Interfaces	Connectoren für Raumzeiger und partielle Maschinenmodelle.

Tabelle 21.11: Objektgleichungen 1-dim. rot. mechanischer Komponenten

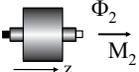
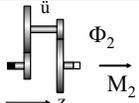
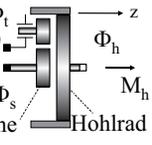
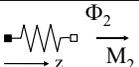
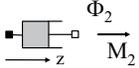
<p>Drehträgheit</p>		$\Phi_1 = \Phi_2$ $\dot{\Phi}_1 = \Omega_1$ $\Theta \cdot \dot{\Omega}_1 = M_1 + M_2$
<p>Ideales Getriebe</p>		$\Phi_1 = \ddot{u} \cdot \Phi_2$ $M_2 = \ddot{u} \cdot M_1$
<p>Planetengetriebe</p>		<p>z_s: Zähnezah Sonnenrad z_h: Zähnezah Hohlrade</p> $\ddot{u} = z_h/z_s$ $(1 + \ddot{u}) \cdot \Phi_t = \Phi_s + \ddot{u} \cdot \Phi_h$ $M_h = \ddot{u} \cdot M_s$ $0 = M_t + (1 + \ddot{u}) \cdot M_s$
<p>Elastizität</p>		$0 = M_1 + M_2$ $M_2 = c \cdot (\Phi_2 - \Phi_1)$
<p>Dämpfer</p>		$0 = M_1 + M_2$ $M_2 = d \cdot (\dot{\Phi}_2 - \dot{\Phi}_1)$

Tabelle 21.12: Vergleich von linearer Zustandsform und linearer Deskriptorform

	Zustandsform	Deskriptorform
Gleichungen	$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u} \end{aligned} \quad (21.48)$	$\begin{aligned} \mathbf{E}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u} \end{aligned} \quad (21.49)$ $(\det(\mathbf{A} - \lambda\mathbf{E}) \neq 0)$
Übertragungsfktn. dim(u)=dim(y)=1	$\mathbf{y} = \{\mathbf{D} + \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}\}\mathbf{u}$ $y = k \frac{(s - \mu_1) \cdot (s - \mu_2) \dots (s - \mu_{n_n})}{(s - \lambda_1) \cdot (s - \lambda_2) \dots (s - \lambda_{n_e})} u \quad (21.50)$	$\mathbf{y} = \{\mathbf{D} + \mathbf{C}(s\mathbf{E} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B}\}\mathbf{u}$
Eigenwerte λ_i mit $ \lambda_i < \infty$ (21.51)	$\det(\mathbf{A} - \lambda_i\mathbf{I}) = 0$ $i = 1, 2, \dots, n_e = n_x$ (MATLAB-Funktion: <code>eig</code>)	$\det(\mathbf{A} - \lambda_i\mathbf{E}) = 0$ $i = 1, 2, \dots, n_e \leq n_x$ (MATLAB-Funktion: <code>qz</code>)
Nullstellen μ_j mit $ \mu_j < \infty$ dim(u)=dim(y) (21.52)	$\det\left(\begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mu_j\mathbf{I} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix}\right) = 0$ $j = 1, 2, \dots, n_n \leq n_x$ (MATLAB-Funktion: <code>tzero</code>)	$\det\left(\begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mu_j\mathbf{E} & \mathbf{B} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix}\right) = 0$ $j = 1, 2, \dots, n_n \leq n_x$ (MATLAB-Funktion: <code>qz</code>)
λ_i steuerbar (21.53)	$\text{rg}\left[\begin{bmatrix} \mathbf{A} - \lambda_i\mathbf{I} & \mathbf{B} \end{bmatrix}\right] = n_x$ (Eingangsentkopplungs-Nullstelle: λ_i erfüllt nicht Bedingung)	$\text{rg}\left[\begin{bmatrix} \mathbf{A} - \lambda_i\mathbf{E} & \mathbf{B} \end{bmatrix}\right] = n_x$
λ_i beobachtbar (21.54)	$\text{rg}\left[\begin{bmatrix} \mathbf{A} - \lambda_i\mathbf{I} \\ \mathbf{C} \end{bmatrix}\right] = n_x$ (Ausgangsentkopplungs-Nullstelle: λ_i erfüllt nicht Bedingung)	$\text{rg}\left[\begin{bmatrix} \mathbf{A} - \lambda_i\mathbf{E} \\ \mathbf{C} \end{bmatrix}\right] = n_x$
Kronecker-Normalform (21.55)	$\mathbf{T}^{-1}(\mathbf{A} - s\mathbf{I})\mathbf{T} = \mathbf{J} - s\mathbf{I}$ (Jordansche Normalform) $\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_s(\lambda_1) & & \mathbf{0} \\ & \mathbf{J}_s(\lambda_2) & \\ & & \ddots \\ \mathbf{0} & & & \mathbf{J}_s(\lambda_k) \end{bmatrix}$	$\mathbf{L}(\mathbf{A} - s\mathbf{E})\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} - s\mathbf{J}_s(0) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{J} - s\mathbf{I} \end{bmatrix}$ (Weierstrass-Normalform) $\mathbf{J}_s(\lambda_i) = \begin{bmatrix} \lambda_i & 1 & & 0 \\ & \lambda_i & 1 & \\ & & \ddots & \lambda_i & 1 \\ 0 & & & & \lambda_i \end{bmatrix}$
Reelle Schurform (21.56)	$\mathbf{U}^T(\mathbf{A} - s\mathbf{I})\mathbf{U} = \mathbf{S}_A - s\mathbf{I}$ $(\mathbf{U}^T\mathbf{U} = \mathbf{I})$ $\mathbf{S}_A = \begin{bmatrix} \lambda_1 & * & * & * & \dots \\ 0 & \lambda_2 & * & * & \dots \\ 0 & 0 & \lambda_3 & * & \dots \\ & & & \dots & \end{bmatrix}$ (hier: λ_i reel) (MATLAB-Funktion: <code>schur</code>)	$\mathbf{Q}(\mathbf{A} - s\mathbf{E})\mathbf{Z} = \mathbf{S}_A - s\mathbf{S}_E$ $(\mathbf{Q}^T\mathbf{Q} = \mathbf{Z}^T\mathbf{Z} = \mathbf{I})$ $\mathbf{S}_A = \begin{bmatrix} \alpha_1 & * & * & * & \dots \\ 0 & \alpha_2 & * & * & \dots \\ 0 & 0 & \alpha_3 & * & \dots \\ & & & \dots & \end{bmatrix}$ $\mathbf{S}_E = \begin{bmatrix} \beta_1 & * & * & * & \dots \\ 0 & \beta_2 & * & * & \dots \\ 0 & 0 & \beta_3 & * & \dots \\ & & & \dots & \end{bmatrix}$ $\lambda_i = \alpha_i/\beta_i \quad \text{wenn } \beta_i \neq 0$

22 Modellierung und Regelung kontinuierlicher Fertigungsanlagen

Dr. W. Wolfermann, München

22.1 Einführung

In Produktionsanlagen mit kontinuierlicher Fertigung werden Stoffbahnen verschiedener Materialien wie Metalle, Kunststoffe, Textilien oder Papier erzeugt und in unterschiedlichen Sektionen bearbeitet. Der Aufgabe entsprechend durchlaufen die Stoffbahnen dabei verschiedene Bearbeitungsschritte mit elastischen oder plastischen Verformungen, Beschichtungen oder speziellen Behandlungen. Am Ende der Bearbeitung werden die Stoffbahnen meist in Wickeln gespeichert.

Die Stoffbahn wird in den Sektionen über angetriebene rotierende Walzen geführt, von denen die Energie für die Verformung und den Transport durch Reibung oder Pressung übertragen wird. Die Walzen werden in modernen Anlagen von elektrischen Maschinen einzeln angetrieben. Die technologischen sowie die elektrischen Größen sind geregelt, wobei die einzelnen Regelgrößen von einem übergeordneten Führungssystem so einander zugeordnet werden, daß die technologischen Aufgaben richtig erfüllt werden. In Abb. 22.1 ist ein Beispiel einer kontinuierlichen Fertigungsanlage dargestellt.

Dieses Anlagenbeispiel besteht aus einem an der Achse angetriebenen Abwickler 1, dem eine gewichtsbelastete Tänzerwalze TW und weitere angetriebene Walzen 2...5 folgen. Das Endsystem bildet ein am Umfang angetriebener Aufwickler 6. Im Gegensatz zum Abwickler 1 erfolgt beim Aufwickler 6 der Antrieb am Umfang über eine angetriebene Walze, wobei das Drehmoment über die Reibkraft zwischen Walze und Stoffbahn übertragen wird. Das gesamte elektrische Antriebssystem besteht aus den elektrischen Maschinen M, den leistungselektronischen Stellgliedern S sowie diversen Regelkreisen. Ein übergeordnetes Führungssystem steuert und regelt das Gesamtsystem gemäß den technologischen Forderungen.

Als Antriebe dienen heute sowohl Gleichstrom- als auch Drehfeldmaschinen mit Umrichterspeisung. Industriestandard sind Regelungen in Kaskadenstruktur mit Strom- (R_i), Drehzahl- (R_n), Bahnkraft- (R_f) und Lage-Regelkreisen (R_l). Als Regler werden die bekannten P-, PI- oder PID-Regler verwendet, wobei diese häufig ohne Berücksichtigung der Verkopplungen der Teilsysteme durch

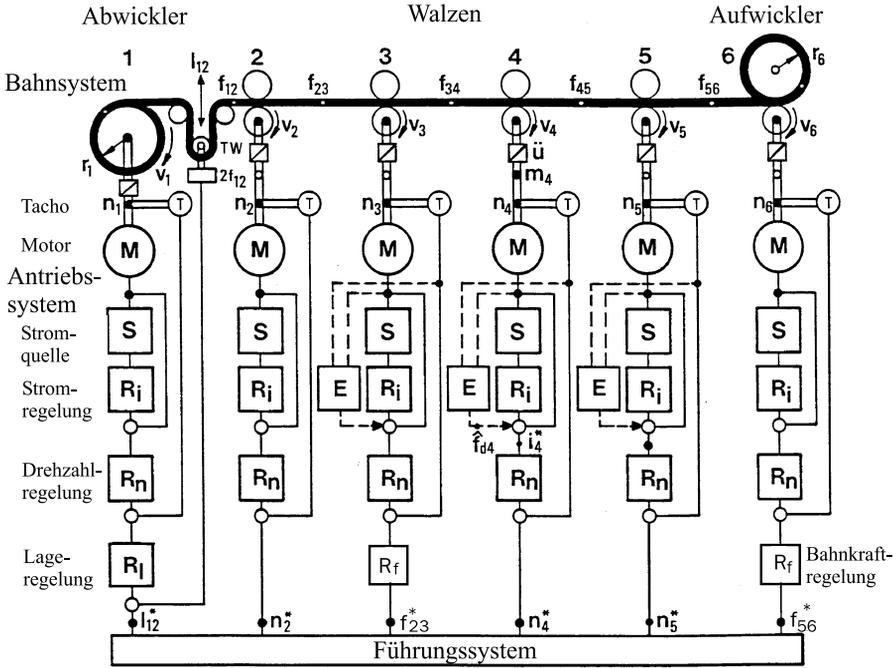


Abb. 22.1: Beispiel einer kontinuierlichen Fertigungsanlage

die Bahnkräfte — wie später abgeleitet — entworfen werden. Deshalb treten, vor allem bei höheren Produktionsgeschwindigkeiten und ungünstigen Daten der Anlage, gegenseitige Beeinflussungen und Schwingungen in den Bahnkräften der Sektionen auf, die von den einfachen Kaskadenregelungen nicht bedämpft werden können. Um in solchen Fällen dennoch zu befriedigenden Ergebnissen zu kommen, müssen andere Regelverfahren, wie dezentrale Zustandsregelungen mit Entkopplungen oder lernfähige Methoden angewendet werden. Mit Hilfe dieser Verfahren können dann auch Nichtlinearitäten im Bahnsystem, Reibung und Lose sowie Begrenzungen der Stellgrößen berücksichtigt werden [975–978, 1115].

22.2 Modellierung des Systems

22.2.1 Technologisches System

Bei den heute verwendeten Regelstrategien wird vorausgesetzt, daß die Strecke hinsichtlich der Struktur und der Parameter möglichst genau bekannt ist. Um dieses Ziel zu erreichen, wird zunächst der Signalflußplan der Regelstrecke, bestehend aus den angetriebenen Walzen und der Stoffbahn, ermittelt.

22.2.1.1 Stoffbahn

Die reale Stoffbahn stellt einen dreidimensionalen Körper dar, der im allgemeinen in Längs-, Quer- und Dickenrichtung unterschiedliches Materialverhalten aufweist. So ist beispielsweise das Materialverhalten von Papier aufgrund seiner Faserstruktur stark *anisotrop*, d.h. der Elastizitätsmodul in den drei Richtungen ist unterschiedlich. Jede Stoffbahn besitzt zudem elastische, viskoelastische und plastische Anteile. Bei Metallen überwiegt weitgehend das elastische Verhalten, während Kunststoffe eher ein viskoelastisches Verhalten zeigen und Papier ein inhomogener Faserstoff ist, der alle drei Anteile aufweist. Weiterhin ist das Materialverhalten oft auch noch von den Belastungszyklen während der Bearbeitung abhängig. Abbildung 22.2 zeigt beispielsweise das prinzipielle Spannungs-Dehnungsverhalten von Papier bei zwei Belastungszyklen.

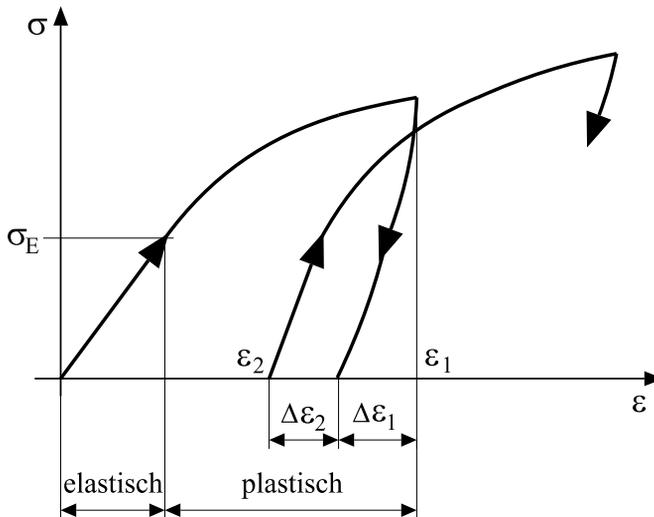


Abb. 22.2: Prinzipielles Spannungs- Dehnungsdiagramm für Papier

Bis zur Spannung σ_E verläuft die Kennlinie im elastischen Bereich linear. Bei zunehmender Belastung beginnt dann im plastischen Bereich ein deutlich flacherer und nichtlinearer Verlauf der Kennlinie bis zur Dehnung ϵ_1 . Wird das Papier entlastet, nimmt die Dehnung zunächst um den Betrag $\Delta\epsilon_1$ ab, um nach einer Zeitverzögerung nochmals um den Betrag $\Delta\epsilon_2$ abzunehmen (viskoelastisches Verhalten). Die dabei verbleibende Dehnung ϵ_2 stellt die endgültige plastische Verformung dar.

Wird das Papier nun einer weiteren Belastung unterzogen, wiederholt sich der Zyklus, beginnt aber mit einem steileren Anstieg, d.h. das Papier wird nach mehreren aufeinanderfolgenden Belastungsspielen „dehnungssteifer“, der Elastizitätsmodul ist größer geworden. Dieses Verhalten resultiert aus der Faserstruktur des Papiers [1100].

Kunststofffolien werden während des Transportes in den Folienanlagen in Längs- und Querrichtung bei erhöhten Temperaturen gereckt, um eine bleibende Verformung zu erreichen. Nach dem Reckvorgang wird die Folie wieder auf Umgebungstemperatur abgekühlt. Wegen des visko-elastischen Verhaltens tritt dabei eine Längs- und Querrelaxation der Folie ein. Diese Vorgänge können nur mit mehrdimensionalen, nichtlinearen Modellen beschrieben werden [1112].

Bei der Erzeugung von Stahlblech in Kalt- oder Warmwalzwerken tritt die plastische Verformung des Materials im Walzspalt in den Vordergrund. Hier sind zur Beschreibung des technologischen Verhaltens komplexe mehrdimensionale, nichtlineare Modelle erforderlich [1109, 1116].

In vielen Fällen kann aber trotz des nichtlinearen Verhaltens wegen des stets vorhandenen elastischen Anteils und bei nicht zu großen Dehnungsänderungen an einem Arbeitspunkt in erster Näherung von einer *elastischen* Stoffbahn ausgegangen werden. Die Beschreibung des Materialverhaltens erfolgt dann mit dem von Cauchy angegebenen linearen allgemeinen Hook'schen Gesetz [1113]:

$$\sigma_{ij} = E_{ijkl} \cdot \epsilon_{kl} \quad (22.1)$$

σ_{ij} stellt in Gl. (22.1) den Spannungstensor, E_{ijkl} einen Elastizitätstensor 4. Stufe und ϵ_{kl} den Verzerrungs- oder Dehnungstensor dar. Die Zahl der unabhängigen Komponenten des Elastizitätstensors reduziert sich mit zunehmender Symmetrie des Stoffverhaltens. Liegt beispielsweise Symmetrie bezüglich zweier aufeinander senkrecht stehender Ebenen vor, ergeben sich neun elastische Konstanten, man spricht dann von einem *orthotropen* Stoff. Auf die Stoffbahn angewendet bedeutet dies, daß in den drei Hauptrichtungen (Längs-, Querrichtung und Dicke) jeweils verschiedene Elastizitätskonstante vorliegen. Der vollständig *isotrope* Stoff dagegen besitzt nur noch zwei unabhängige Konstante, den bekannten Elastizitätsmodul E und die Querdehnzahl ν .

Betrachtet man eine Stoffbahn deren Dicke sehr klein gegenüber der Länge und Breite ist, was bei allen folienartigen Bahnen wie Papier, Kunststoff und zum Teil bei Metallen der Fall ist, kann das Stoffbahnverhalten für regelungstechnische Untersuchungen vereinfacht mit dem eindimensionalen Spannungszustand nach dem bekannten Hook'schen Gesetz beschrieben werden:

$$\sigma = \epsilon \cdot E \quad (22.2)$$

Mit dem Stoffbahnquerschnitt A_0 vor der Verformung erhält man daraus folgende Beziehung für die Bahnkraft F_{jk} zwischen den Walzen j und k (Abb. 22.1):

$$F_{jk} = \epsilon_{jk} \cdot E \cdot A_0 \quad (22.3)$$

Wie allgemein üblich, wird mit normierten Größen gearbeitet. Diese Größen sowie ihre Bezugswerte sind in Tabelle 22.1 aufgelistet.

Nach der Normierung kann das Stoffbahnverhalten durch die Nenndehnung ϵ_N beschrieben werden.

Tabelle 22.1: Normierung

Unnormierte Größen	Normierte Größen	Bezugswerte
Strom I	$i = I/I_{AN}$	Nennstrom I_{AN}
Drehmoment M	$m = M/M_{iN}$	Nennmoment M_{iN}
Drehzahl N	$n = N/N_{0N}$	Nennleerlaufdrehzahl N_{0N}
Geschwindigkeit V	$v = V/V_N$	Nenngeschw. V_N
Bahnlänge L_{jk}	$l_{jk} = L_{jk}/L_N$	Nennlänge L_N
Bahnkraft F_{jk}	$f_{jk} = F_{jk}/F_N$	Nennkraft F_N
Radius R_k	$r_k = R_k/R_N$	Nennradius R_N

Aus Gl. (22.3) folgt für die normierte Dehnung in Maschinenrichtung

$$\epsilon_N = \frac{F_N}{E \cdot A_0} \quad (22.4)$$

wobei F_N die Bezugsgröße Nennkraft, A_0 den Nennquerschnitt und E den Elastizitätsmodul in Längsrichtung darstellt. Somit ist ϵ_N die Dehnung, die sich aus der Belastung der Stoffbahn mit der Nennkraft bei Nennquerschnitt und dem Elastizitätsmodul ergibt.

Während des Transports der Stoffbahn durch die gesamte Anlage bleibt die Masse bei dynamischen Änderungen von Bahnkraft und Dehnung konstant. Dieses Verhalten kann mit dem Massenerhaltungssatz eines bewegten Fluids in einem Kontrollvolumen beschrieben werden. In Abb. 22.3a ist ein beliebiger Kontrollraum und in Abb. 22.3b ein Teilsystem $j - k$ dargestellt. Die folgende Gleichung beschreibt die dynamischen Vorgänge im Kontrollraum und ist in der Strömungsmechanik als *Kontinuitätsgleichung* bekannt [1117].

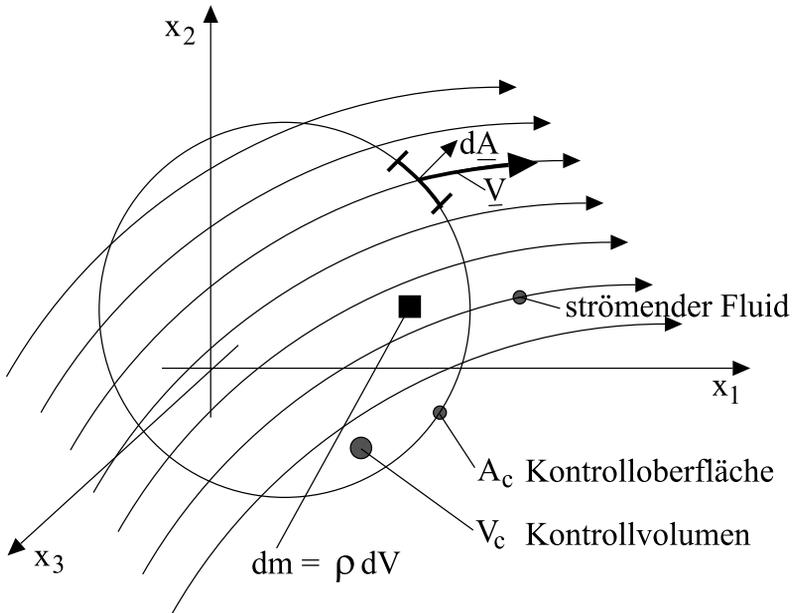
$$\frac{d}{dt} \int_{V_c(t)} \rho \cdot dV = - \oint_{A_c(t)} \rho \cdot \underline{V} \cdot d\underline{A} \quad (22.5)$$

Der Term auf der linken Seite von Gl. (22.5) beschreibt die zeitliche Massenänderung dm/dt in einem Kontrollvolumen $V_c(t)$, während auf der rechten Seite die an der Oberfläche $A_c(t)$ des Kontrollvolumens zu- und abströmende Masse angegeben ist. Die Größe \underline{V} stellt die Relativgeschwindigkeit zwischen Massenelement und Kontrollraumgrenze dar, während dV ein Volumenelement bedeutet.

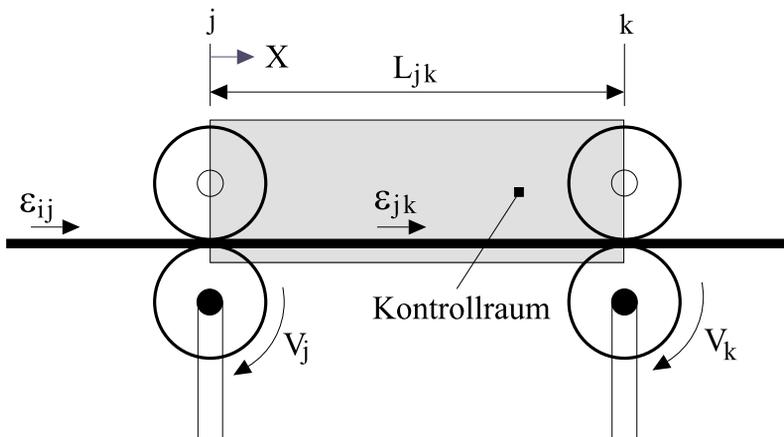
Mit der folgenden Gleichung für die Masse im eindimensionalen Fall

$$\rho(t) \cdot dV = \rho(t) \cdot A(t) \cdot dX \quad (22.6)$$

wobei dX die Längenänderung in der Längskoordinate im eindimensionalen Fall und $A(t)$ die Fläche nach der Verformung bedeutet, sowie dem Satz der Massenkonzanz vor (Index 0) und nach der Verformung (ohne Index) eines Stoffes aus



a) Allgemeiner Kontrollraum



b) Teilsystem j - k

Abb. 22.3: Strömender Fluid im beliebigen Kontrollraum und einem Teilsystem

der Kontinuumsmechanik [1117]

$$\rho(t) \cdot A(t) = \rho_0 \cdot A_0 \cdot \frac{1}{1 + \epsilon(t)} \quad (22.7)$$

erhält man die Lösung der Kontinuitätsgleichung (22.5), wobei zur Auswertung dieser Gleichung nur der Verlauf der Hauptdehnungen $\epsilon(t)$ im Körper und an der Kontrolloberfläche $A_c(t)$ benötigt werden. Die Geschwindigkeit \underline{V} muß nur auf der Kontrolloberfläche $A_c(t)$ bekannt sein. Nach einigen Umformungen erhält man für das Teilsystem nach Abb. 22.3b mit den Gleichungen (22.5) und (22.6) folgende allgemeine Lösung:

$$\underbrace{\frac{d}{dt} \left(\rho_{jk}(t) A_{jk}(t) \int_0^{L_{jk}(t)} dX \right)}_{\text{zeitl. Massenänderung}} = - \left[\underbrace{-\rho_{ij}(t) V_j(t) \int_0^{A_{ij}(t)} dA}_{\text{eintretende Masse}} + \underbrace{\rho_{jk}(t) V_k(t) \int_0^{A_{jk}(t)} dA}_{\text{austretende Masse}} \right] \quad (22.8)$$

Nach Ausführung der Integration ergibt sich

$$\frac{d}{dt} (\rho_{jk}(t) A_{jk}(t) L_{jk}(t)) = \rho_{ij}(t) A_{ij}(t) V_j(t) - \rho_{jk}(t) A_{jk}(t) V_k(t) \quad (22.9)$$

und mit Gl. (22.7) folgt die Lösung der Kontinuitätsgleichung (22.5) für das Teilsystem nach Abb. 22.3.b:

$$\underbrace{\frac{d}{dt} \left(\frac{L_{jk}(t)}{1 + \epsilon_{jk}(t)} \right)}_{\text{zeitl. Massenänderung}} = \underbrace{\frac{V_j(t)}{1 + \epsilon_{ij}(t)}}_{\text{Massenzufluß}} - \underbrace{\frac{V_k(t)}{1 + \epsilon_{jk}(t)}}_{\text{Massenabfluß}} \quad (22.10)$$

Der linke Term von Gl. (22.10) beschreibt die zeitliche Massenänderung, der rechte die zu- und abfließende Masse [1101]. Gleichung (22.10) lautet nach der Normierung mit den Bezugsgrößen in Tabelle 22.1:

$$T_N \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{l_{jk}(t)}{1 + \epsilon_{jk}(t)} \right) = \frac{v_j(t)}{1 + \epsilon_{ij}(t)} - \frac{v_k(t)}{1 + \epsilon_{jk}(t)} \quad (22.11)$$

wobei die Nenn-Bahnzeitkonstante T_N aus den Nenngrößen laut Tabelle 22.1 wie folgt berechnet wird:

$$T_N = \frac{L_N}{V_N} \quad (22.12)$$

Im stationären Fall, d.h. $\frac{d}{dt} = 0$, folgt aus Gl. (22.10):

$$\frac{V_k}{V_j} = \frac{1 + \epsilon_{jk}}{1 + \epsilon_{ij}} \quad (22.13)$$

Gleichung (22.13) läßt erkennen, daß die Dehnung ϵ_{jk} in der Stoffbahn von der Relation der Walzenumfangsgeschwindigkeiten V_k/V_j und der einlaufenden Dehnung ϵ_{ij} abhängt. Da die Dehnungen der Stoffbahn bei Metallen, Kunststoffen und Papier nur einige Promille betragen, hat die Geschwindigkeitsrelation V_k/V_j aufeinanderfolgender Walzen einen Wert, der nahe bei 1 liegt. Wird die Dehnung ϵ_{jk} in der Stoffbahn, wie vielfach in realen Anlagen üblich, über die Umfangsgeschwindigkeiten der Walzen eingestellt, ist eine hochgenaue Drehzahlregelung der Antriebe erforderlich.

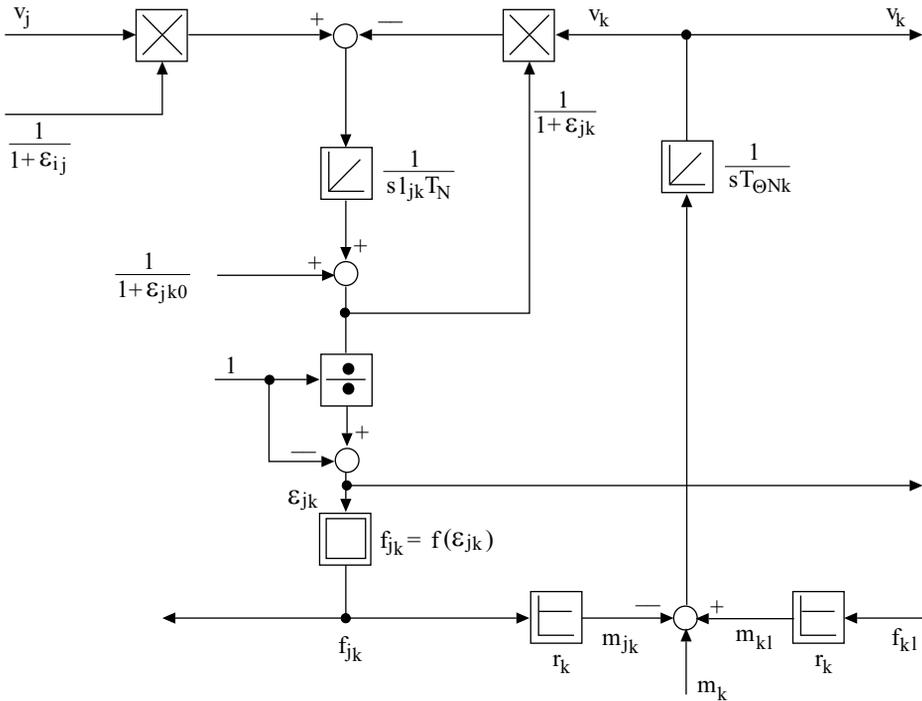


Abb. 22.4: Nichtlinearer Signalflußplan eines Teilsystems

In Abb. 22.4 ist für das Teilsystem nach Abb. 22.3b der nichtlineare, normierte Signalflußplan laut Gl. (22.11) zusammen mit der mechanischen Grundgleichung für rotierende Massen, wie in Gl. (22.20) beschrieben, dargestellt. Die Dehnung ϵ_{jk0} stellt die Anfangsdehnung zum Zeitpunkt $t = 0$ dar. Für das Stoffgesetz ist ein beliebiger nichtlinearer Zusammenhang zwischen Dehnung und Kraft angenommen.

Die nichtlineare Gleichung (22.11) der Stoffbahn muß immer dann angewendet werden, wenn im Betrieb solcher Anlagen große Änderungen der zeitabhängigen Systemgrößen auftreten, beispielsweise beim Anfahren der Anlage oder wenn das Verhalten der Stoffbahn nichtlinear ist.

22.2.1.2 Linearisierung

Werden nur kleine dynamische Änderungen im Arbeitspunkt zugelassen, kann das nichtlineare Stoffbahnverhalten linearisiert werden, so daß Gl. (22.3) bzw. (22.4) gilt. Ebenso wird die nichtlineare Gleichung (22.11) um den Arbeitspunkt durch Anwendung der Taylorreihe und Abbruch nach dem ersten Glied linearisiert. Alle Variablen stellen dann kleine Änderungen um diesen Arbeitspunkt dar. Nach einigen Umrechnungen erhält man die linearisierte und normierte Differentialgleichung der Änderungen:

$$T_{jk} \frac{d}{dt} \left(\Delta\epsilon_{jk} - \frac{\Delta l_{jk}}{l_{jk}} \right) = \frac{\Delta v_k}{v_0} - \frac{\Delta v_j}{v_0} - \Delta\epsilon_{jk} + \Delta\epsilon_{ij} \quad (22.14)$$

Die Zeitkonstante T_{jk} wird Bahnzeitkonstante genannt und stellt die Transportzeit der Stoffbahn von der Walze j zur Walze k dar. Sie ist von der mittleren Maschinengeschwindigkeit v_0 und der freien Bahnlänge l_{jk} der Stoffbahn zwischen den Walzen j und k abhängig.

$$T_{jk} = \frac{L_{jk}}{V_0} = \frac{l_{jk}}{v_0} \cdot T_N \quad (22.15)$$

Es sei besonders darauf hingewiesen, daß die Bahnzeitkonstante T_{jk} *nicht konstant* ist, sondern von der mittleren Maschinengeschwindigkeit v_0 abhängt.

Um den linearen Signalflußplan zu erhalten, wird Gl. (22.14) in den Laplace-Bereich transformiert.

$$sT_{jk} \left(\Delta\epsilon_{jk} - \frac{\Delta l_{jk}}{l_{jk}} \right) = \frac{\Delta v_k}{v_0} - \frac{\Delta v_j}{v_0} - \Delta\epsilon_{jk} + \Delta\epsilon_{ij} \quad (22.16)$$

Der zweite Term in der Klammer auf der linken Seite in den Gleichungen (22.14) und (22.16) beschreibt eine Längenänderung Δl_{jk} der Stoffbahn zwischen den Walzen j und k . Dies trifft zu, wenn beispielsweise eine Tänzerwalze verwendet wird (Abb. 22.1).

Deshalb sind zwei Fälle zu unterscheiden.

Fall 1: System mit Tänzerwalze.

Die Übertragungsfunktion lautet:

$$\frac{\Delta l_{jk}}{l_{jk}} = \left(\frac{\Delta v_j}{v_0} - \frac{\Delta v_k}{v_0} - \Delta\epsilon_{ij} \right) \frac{1}{sT_{jk}} + \Delta\epsilon_{jk} \frac{1 + sT_{jk}}{sT_{jk}} \quad (22.17)$$

Die Längenänderung Δl_{jk} hängt von der Differenz der Geschwindigkeiten Δv_j und Δv_k und der einlaufenden Dehnung $\Delta\epsilon_{ij}$ ab. Das Zeitverhalten ist *integral*. Die Dehnung $\Delta\epsilon_{jk}$ wird von der an der Tänzerwalze wirkenden Kraft bestimmt.

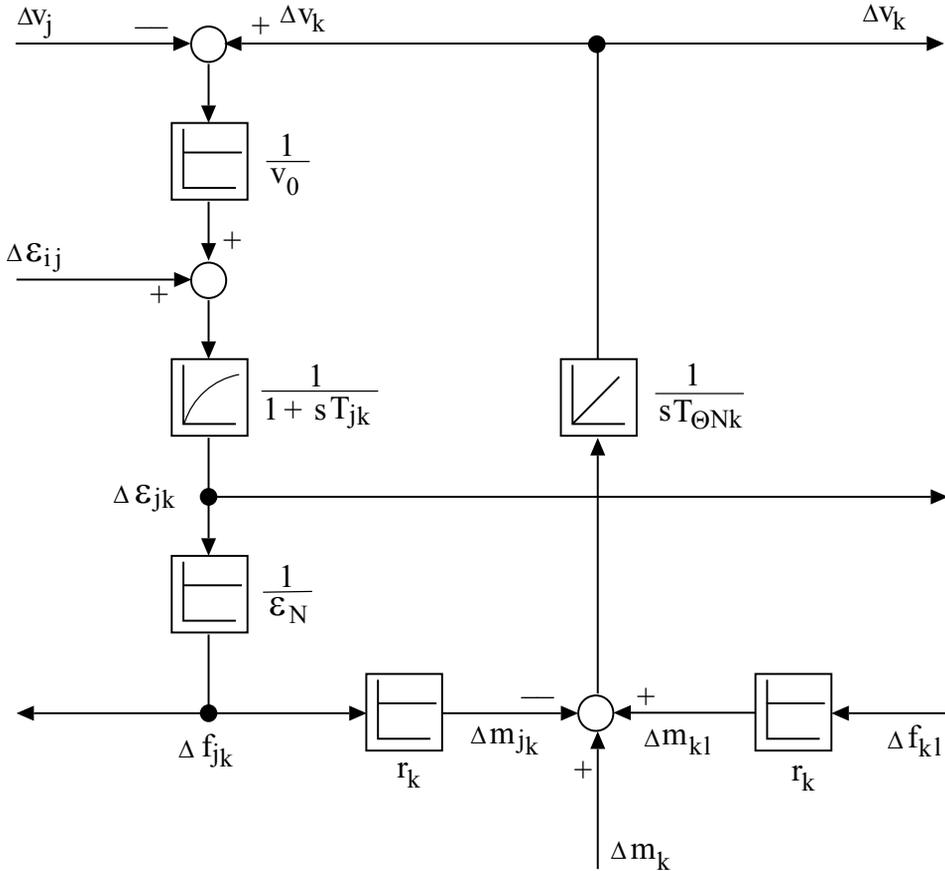


Abb. 22.5: Linearer Signalflußplan eines Teilsystems

Fall 2: System ohne Tänzerwalze.

Hier ist $\Delta l_{jk} = 0$ und die Übertragungsfunktion lautet:

$$\Delta \epsilon_{jk} = \left(\frac{\Delta v_k}{v_0} - \frac{\Delta v_j}{v_0} + \Delta \epsilon_{ij} \right) \frac{1}{1 + sT_{jk}} \quad (22.18)$$

Die Dehnung $\Delta \epsilon_{jk}$ ist von der Differenz der Geschwindigkeiten Δv_j und Δv_k und der einlaufenden Dehnung $\Delta \epsilon_{ij}$ abhängig. Das Zeitverhalten entspricht dem eines PT₁-Gliedes mit der Bahnzeitkonstante T_{jk} . Für das System ohne Tänzerwalze ist in Abb. 22.5 der lineare, normierte Signalflußplan des Teilsystems nach Abb. 22.3b dargestellt.

22.2.1.3 Verhalten der Mechanik

Die Transportwalzen sind mit dem elektrischen Antrieb über mechanische Verbindungselemente wie Kupplungen, elastische Wellen, Getriebe, Kardangelenke

etc. gekuppelt. Dadurch entsteht ein komplexes mechanisches System. Die regelungstechnische Behandlung bei elastischen Verbindungen zwischen Antrieb und Arbeitsmaschine wurde in Kap. 19 ausführlich behandelt. Im Kap. 22 wird jedoch vereinfachend angenommen, daß die mechanische Verbindung zwischen Antrieb und Walze *starr* sei sowie *keine Lose* vorhanden ist. Dann können die Schwungmassen der Antriebsmaschinen, Wellen, Getriebe, Kupplungen und Walzen zu einer resultierenden Gesamtschwungmasse zusammengefaßt werden.

Das Widerstandsmoment ΔM_{wk} ist durch die an den beiden Seiten der Walze angreifenden Bahnkräfte ΔF_{jk} und ΔF_{kl} bestimmt. Nach der Normierung ergibt sich folgende Gleichung:

$$\Delta m_{wk} = (\Delta f_{kl} - \Delta f_{jk}) r_k \quad (22.19)$$

Die mechanische Grundgleichung für das Drehmomentgleichgewicht lautet in normierter Form ([57–61], Antriebsanordnungen: Grundlagen):

$$T_{\Theta Nk} \frac{d\Delta n_k}{dt} = \Delta m_k - \Delta m_{wk} \quad (22.20)$$

22.2.2 Elektrische Antriebe

Kontinuierliche Fertigungsanlagen werden sowohl von Gleichstrom- als auch von Drehfeldmaschinen angetrieben. Die Drehzahl der Gleichstrommaschine wird meist über die Ankerspannung geregelt, während die Drehfeldmaschine mit Umrichtern und feldorientierter Regelung betrieben wird. Damit wird ihr ein Verhalten eingeprägt, das mit dem der Gleichstrommaschine vergleichbar ist. Die Gleichstrommaschine und deren Regelung wird in [57–61], Kap. 3 sowie in Kap. 7 in diesem Buch, die Drehfeldmaschine in [57–61], Kap. 5 sowie in Kap. 13 in diesem Buch ausführlich beschrieben. Bei beiden Maschinenarten kann für regelungstechnische Anwendungen das dynamische Verhalten durch ein Verzögerungsglied 1. Ordnung laut Gl. (22.21) genähert werden.

$$G_{ers i}(s) = \frac{\Delta m_k}{\Delta m_k^*} = \frac{K_{ers i}}{1 + sT_{ers i}} \quad (22.21)$$

$K_{ers i}$ stellt dabei die Verstärkung und $T_{ers i}$ die Ersatzzeitkonstante der Strom- bzw. Drehmomentregelung des Antriebes dar. Abhängig vom Arbeitspunkt und der Qualität der Regelung beträgt die Ersatzzeitkonstante $T_{ers i}$ etwa 0,3...10 ms.

22.2.3 Linearer Signalflußplan des Gesamtsystems

Der lineare Signalflußplan für ein System mit 6 angetriebenen Walzen einschließlich Wicklern und Tänzerwalze ist in Abb. 22.6 dargestellt. Im Unterschied zu Abb. 22.1 wurden beide Wickler als Achswickler ausgeführt, was aber keine

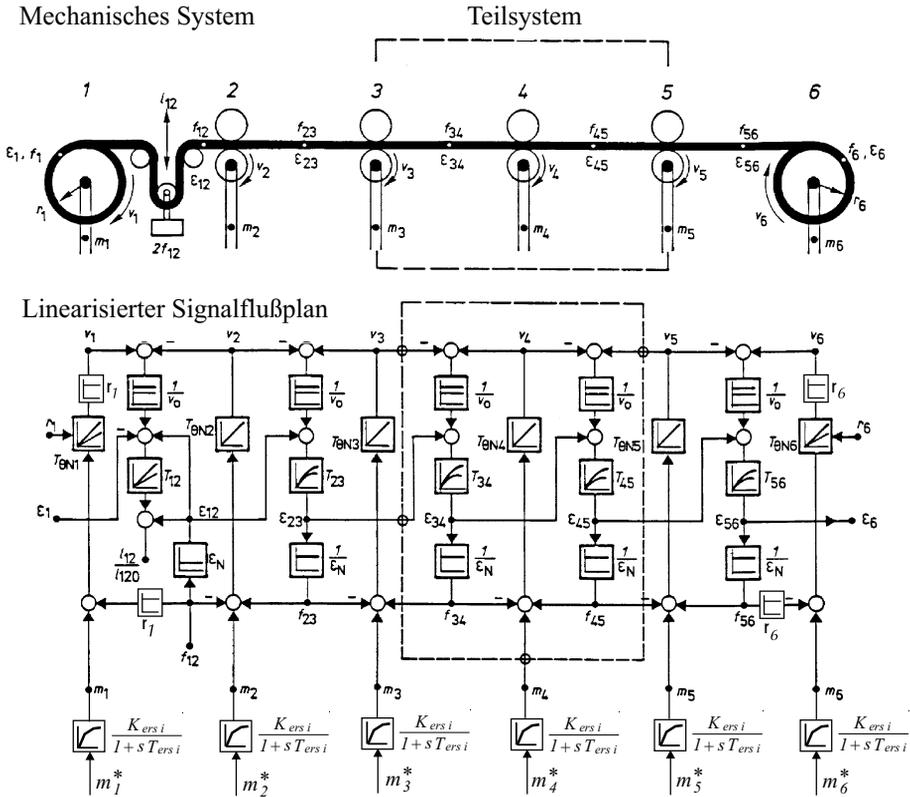


Abb. 22.6: Linearer Signalflußplan des Gesamtsystems

grundsätzlichen Auswirkungen auf den Signalflußplan hat. Die einzige Änderung ist, daß beim Umfangwickler die Motordrehzahl unabhängig vom Wickeldurchmesser ist.

Es sei darauf hingewiesen, daß ab Abb. 22.6 und in allen folgenden Signalflußplänen sowie in allen Gleichungen ab Gl. (22.22) das Δ -Zeichen weggelassen wurde, um die Übersichtlichkeit zu erhöhen.

Grundsätzlich sind alle Ein- und Ausgangswerte in den Bildern und Formeln kleine Änderungen um den Arbeitspunkt.

22.3 Systemanalyse

Durch die Kopplungen der Antriebe über die Stoffbahn ergibt sich ein Mehrgrößenregelsystem. Wie in Abb. 22.6 ersichtlich, können sich Änderungen im System sowohl in als auch gegen die Transportrichtung ausbreiten. So wirkt beispielsweise eine Änderung des Motorsollmomentes m_4^* über die Geschwindigkeit v_4 auf die

Dehnung ϵ_{45} und die Bahnkraft f_{45} . Die Dehnungen und Kräfte wiederum beeinflussen alle nachfolgenden Teilsysteme. Da aber die Geschwindigkeit v_4 auch eine Änderung der Bahnkraft f_{34} bewirkt, breitet sich die Änderung auch gegen die Transportrichtung auf die vorherigen Teilsysteme aus. Wie in Abb. 22.6 erkennbar, stellen die Geschwindigkeiten, Dehnungen und Bahnkräfte die Verkoppelungen dar. Es werden deshalb an die Regelung des Gesamtsystems besondere Anforderungen gestellt, um die Teilsysteme so gut wie möglich zu entkoppeln.

22.3.1 Regelbarkeit der Bahnkräfte

Zum Verständnis der Regelbarkeit genügt es, das in Abb. 22.6 markierte Teilsystem 3. Ordnung zu betrachten. Die Bahnkraft f_{34} ist von der Geschwindigkeit v_4 und von der in das Teilsystem einlaufenden Dehnung ϵ_{23} abhängig. Unter der Annahme, die Geschwindigkeiten v_3 und v_5 sowie die Dehnung ϵ_{23} seien eingepreßt, ergibt sich folgende Übertragungsfunktion:

$$\frac{f_{34}}{v_4} = \frac{1}{v_0 \epsilon_N} \frac{1}{1 + sT_{34}} \quad (22.22)$$

Eine Änderung der Geschwindigkeit v_4 verursacht aber ebenfalls eine Änderung der Bahnkraft f_{45} . Diese Änderung wird auf zwei verschiedenen Wegen erzeugt. Einmal über den rechten Pfad des Teilsystems nach Abb. 22.6 entsprechend Gl. (22.22) und andererseits über den linken Pfad des Teilsystems zum rechten Pfad wegen des Transportes der Dehnung ϵ_{34} in das System 4-5. Durch Überlagerung folgt:

$$\frac{f_{45}}{v_4} = \underbrace{-\frac{1}{v_0 \epsilon_N} \frac{1}{1 + sT_{45}}}_{\text{rechter Pfad}} + \underbrace{\frac{1}{v_0 \epsilon_N} \frac{1}{1 + sT_{34}} \frac{1}{1 + sT_{45}}}_{\text{linker} \rightarrow \text{rechter Pfad}} \quad (22.23)$$

Nach der Umformung von Gl. (22.23) lautet die Übertragungsfunktion für diesen Fall:

$$\frac{f_{45}}{v_4} = -\frac{1}{v_0 \epsilon_N} \frac{1}{1 + sT_{45}} \frac{sT_{34}}{1 + sT_{34}} \quad (22.24)$$

Im eingeschwungenen Zustand folgt aus Gl. (22.22):

$$\frac{f_{34\infty}}{v_4} = \frac{1}{v_0 \epsilon_N} \quad (22.25)$$

Dagegen lautet das Ergebnis von Gl. (22.24) für den eingeschwungenen Zustand:

$$\frac{f_{45\infty}}{v_4} = 0 \quad (22.26)$$

Gleichung (22.26) zeigt, daß die Bahnkraft f_{45} bei einer Geschwindigkeitsänderung v_4 nur *dynamischen Änderungen* unterliegt.

Diese Tatsache kann auch anschaulich mit Hilfe von Abb. 22.6 erklärt werden. Nehmen wir an, die Geschwindigkeit v_4 ändert sich sehr schnell. Dann wird die Bahnkraft f_{34} gemäß Gl. (22.22) mit einem PT_1 -Verhalten ansteigen, während die Bahnkraft f_{45} zunächst abnimmt. Beim Transport der Stoffbahn wird aber auch die höhere Bahnkraft f_{34} in das System 4-5 geführt und der dortige Abfall der Bahnkraft f_{45} kompensiert.

Für die Auslegung der Regelung bedeutet dies, daß die Bahnkraft stationär nur vom nachfolgenden Antrieb über die Geschwindigkeitsrelation beeinflußt werden kann.

22.3.2 Stillstand der Maschine

In den Signalflußplänen von Abb. 22.5 und 22.6 ist ein Proportionalglied mit der Verstärkung $1/v_0$ vorhanden. Im Falle des Stillstandes ist die mittlere Geschwindigkeit v_0 der Maschine aber Null. Dies würde zu einer unendlichen Verstärkung führen. Da aber die Bahnzeitkonstante T_{jk} ebenfalls von v_0 gemäß Gl. (22.15) abhängt, kann das Verzögerungsglied 1. Ordnung $1/(1 + sT_{jk})$ zusammen mit der Verstärkung $1/v_0$ folgendermaßen umgeformt werden:

$$\epsilon_{jk} = [(v_k - v_j) - v_0 \epsilon_{jk}] \frac{1}{s l_{jk} T_N} \quad (22.27)$$

Im Falle von $v_0 = 0$ ergibt sich:

$$\epsilon_{jk} = (v_k - v_j) \frac{1}{s l_{jk} T_N} \quad (22.28)$$

Somit haben kontinuierliche Fertigungsanlagen die Besonderheit, daß sie ihre Struktur abhängig vom Arbeitspunkt ändern. Aus einem PT_1 -Glied ist im Stillstand ein reines I-Glied geworden und die direkten Verkopplungen der Teilsysteme über die Dehnungen ϵ_{jk} entfallen. Dies ist physikalisch aus der Tatsache erklärbar, daß im Stillstand kein Transport von Material und Dehnungen in die nachfolgenden Systeme erfolgt, der die Änderungen der Dehnung dort ausgleicht. Folglich muß sich bei einer Geschwindigkeitsdifferenz der Walzen die Bahnkraft integral ändern. Wie später noch gezeigt wird, ist im Stillstand auch keine Dämpfung in der Stoffbahn wirksam, was Auswirkungen auf die Regelung hat. In Abb. 22.7 ist der Signalflußplan für das Verhalten der Stoffbahn eines Teilsystems im Stillstand dargestellt.

22.3.3 Dynamik des unregulierten Teilsystems

Um das Verhalten des unregulierten Gesamtsystems zu untersuchen, ist es zweckmäßig, zunächst ein Teilsystem 3. Ordnung nach Abb. 22.6 zu betrachten. Die Übertragungsfunktion der Geschwindigkeit zum Drehmoment eines solchen Teilsystems lautet unter der Annahme, daß die Geschwindigkeiten v_3 und v_5 , allgemein v_j bzw. v_l , eingepreßt sind:

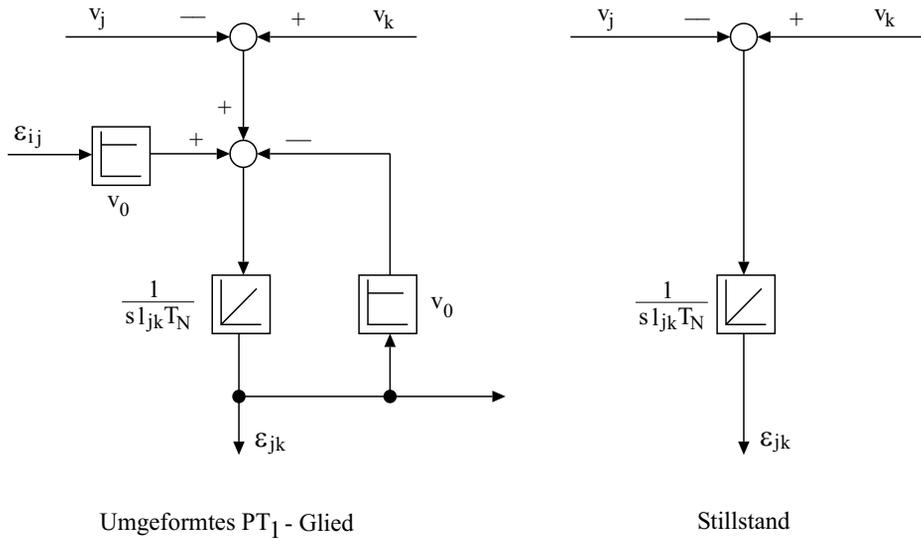


Abb. 22.7: Signalflußplan der Bahnkraft im Stillstand

$$\frac{v_k}{m_k} = \frac{v_0 \epsilon_N (1 + sT_{jk}) (1 + sT_{kl})}{N} \tag{22.29}$$

Der Nenner N in Gl. (22.29) ist 3. Ordnung:

$$N = 1 + s(v_0 \epsilon_N T_{\Theta Nk} + T_{jk} + T_{kl}) + s^2[v_0 \epsilon_N T_{\Theta Nk} (T_{jk} + T_{kl})] + s^3 v_0 \epsilon_N T_{\Theta Nk} T_{jk} T_{kl} \tag{22.30}$$

Die charakteristische Gleichung (22.30) kann als Lösung drei reelle Pole oder einen reellen Pol und ein konjugiert komplexes Polpaar haben. Somit sind folgende Fälle zu unterscheiden:

Fall 1:

Ist die folgende Bedingung

$$T_B \ll v_0 \epsilon_N T_{\Theta Nk} \tag{22.31}$$

gültig, ergeben sich drei reelle Pole. Die Zeitkonstante T_B berechnet sich wie folgt:

$$T_B = \frac{l_{jk} l_{kl}}{l_{jk} + l_{kl}} \frac{T_N}{v_0} \tag{22.32}$$

T_B ist die Bahnzeitkonstante aus der Parallelschaltung der beiden Bahnlängen links und rechts der betrachteten Walze k .

Ist die Bedingung nach Gl. (22.31) erfüllt, erhält man aus Gl. (22.29) folgende einfache Übertragungsfunktion:

$$\frac{v_k}{m_k} = \frac{v_0 \epsilon_N}{1 + s v_0 \epsilon_N T_{\Theta Nk}} \quad (22.33)$$

Aus dem Teilsystem 3. Ordnung ist ein PT₁-Glied geworden.

In realen Anlagen ist die Bedingung nach Gl. (22.31) um so besser erfüllt, je kleiner die freien Bahnlängen, je kleiner der Elastizitätsmodul der Stoffbahn und je größer die Schwungmassen sowie die Maschinengeschwindigkeiten sind.

Der Elastizitätsmodul ist beispielsweise relativ klein für Stoffbahnen aus Gummi, Kunststoffen und Textilien. Wie später gezeigt wird, verursachen Systeme dieser Art keine besonderen Regelprobleme mit einfachen P-, PI- oder PID-Reglern in Kaskadenstruktur.

Fall 2:

Ist die Bedingung nach Gl. (22.31) nicht gültig bzw. wenn gilt:

$$T_B \gg v_0 \epsilon_N T_{\Theta Nk} \quad (22.34)$$

dann bleibt das Teilsystem 3. Ordnung mit einem reellen Pol und einem konjugiert komplexen Polpaar erhalten.

In realen Anlagen ist die Bedingung nach Gl. (22.34) um so besser erfüllt, je größer die freien Bahnlängen, je größer der Elastizitätsmodul der Stoffbahn und je kleiner die Schwungmassen sowie die Maschinengeschwindigkeiten sind.

Der Elastizitätsmodul ist beispielsweise relativ groß für Stoffbahnen aus Papier oder Stahlblech. Im Fall 2 ergeben sich Probleme, wenn einfache Regelungen ohne besondere Maßnahmen eingesetzt werden.

Die Eigenkreisfrequenz ω_0 des Teilsystems 3. Ordnung mit der Übertragungsfunktion nach Gl. (22.29) kann wie folgt berechnet werden:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{\frac{l_{jk}}{2} \epsilon_N T_{\Theta Nk} T_N}} \quad (22.35)$$

Der Dämpfungsfaktor D ergibt sich zu:

$$D = \frac{3}{8} v_0 \sqrt{\frac{2\epsilon_N T_{\Theta Nk}}{l_{jk} T_N}} \quad (22.36)$$

Wie ersichtlich, hängt der Dämpfungsfaktor D von der mittleren Arbeitsgeschwindigkeit v_0 der Maschine ab. Deshalb ist der Stillstand der kritischste Fall für die Regelung. Die Eigenkreisfrequenz ω_0 dagegen ist nicht von v_0 abhängig.

Fall 3: System ohne Stoffbahn

Während des Einziehens oder bei Bahnriß ist in einigen Teilsystemen keine Stoffbahn vorhanden. Für diesen Fall ist die Übertragungsfunktion sehr einfach:

$$\frac{v_k}{m_k} = \frac{1}{s T_{\Theta Nk}} \quad (22.37)$$

Die Regelung muß auch diesen Fall beherrschen können.

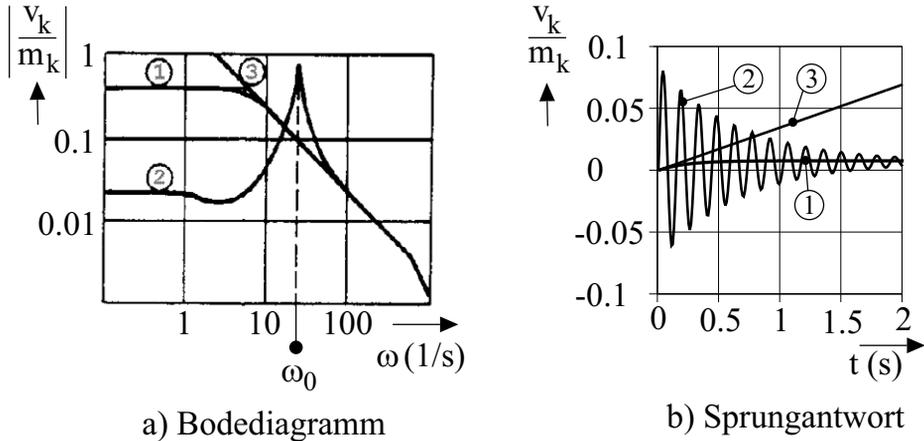


Abb. 22.8: Bodediagramme und Sprungantworten eines Teilsystems 3. Ordnung

In Abb. 22.8a sind die Bodediagramme und in Abb. 22.8b die Sprungantworten des unregulierten Teilsystems 3. Ordnung für die oben diskutierten Fälle dargestellt. In Abb. 22.8a ist für den Fall 1 das PT_1 -Verhalten zu erkennen, während für den Fall 2 deutlich die Resonanzhöhung bei der Eigenkreisfrequenz ω_0 und für den Fall 3 das integrale Verhalten zu sehen sind. Abbildung 22.8b zeigt das entsprechende Zeitverhalten für die 3 diskutierten Fälle. In [1108, 1121] werden das Teilsystem- und das Gesamtsystemverhalten ausführlich beschrieben.

22.4 Drehzahlregelung mit PI-Reglern in Kaskadenstruktur

Bei vielen kontinuierlichen Fertigungsanlagen in der Kunststoff-, Textil- und Papierindustrie wird eine Strom- und Drehzahlregelung in Kaskadenstruktur verwendet, wie in Abb. 22.1 für die Klemmstellenantriebe 2, 4 und 5 dargestellt. Die Bahnkräfte sind dann nur gesteuert. Wie aus Gl. (22.13) erkennbar, ist die Dehnung ϵ_{jk} und damit auch die Bahnkraft f_{jk} von der Relation der Walzenumfangsgeschwindigkeiten V_k/V_j und der einlaufenden Dehnung ϵ_{ij} abhängig. Da

die Dehnungen in der Regel nur einige Promille betragen, liegt die Geschwindigkeitsrelation nahe bei 1. Dies erfordert eine hochgenaue und möglichst schwingungsfreie Drehzahlregelung der Antriebe. Wie in Kap. 22.3.3 beschrieben, kann das unregelte System sich aperiodisch oder schwingend verhalten. Deshalb ist vor dem Entwurf der Drehzahlregelung die Prüfung vorzunehmen, ob das unregelte System schwingfähig ist oder nicht. Diese Prüfung erfolgt mit den Bedingungen nach den Gleichungen (22.31) oder (22.34). Im folgenden Kapitel wird die Vorgehensweise beim nicht schwingfähigen unregelten System beschrieben.

22.4.1 Nicht schwingfähiges unregertes System

Für diesen Fall lautet die Streckenübertragungsfunktion des Teilsystems 3. Ordnung nach Abb. 22.6 mit den Gleichungen (22.21), (22.33) und einer Drehzahlglättung mit der Zeitkonstanten T_{gn} wie folgt:

$$\frac{n_k}{m_k^*} = \frac{v_0 \epsilon_N}{1 + s v_0 \epsilon_N T_{\Theta Nk}} \frac{K_{ers i}}{1 + sT_{ers i}} \frac{1}{1 + sT_{gn}} \tag{22.38}$$

Hier kann problemlos eine Kaskadenregelung für den Strom und die Drehzahl beispielsweise nach den Verfahren der Strukturoptimierung, wie Betragsoptimum BO oder Symmetrischem Optimum SO, entworfen werden ([38] und Kap. 3). Faßt man die kleinen Zeitkonstanten in Gl. (22.38) zur Summenzeitkonstante

$$T_{\sigma n} = T_{ers i} + T_{gn} \tag{22.39}$$

zusammen, so lautet die für die Regleroptimierung erhaltene Übertragungsfunktion der Drehzahlregelstrecke

$$G_{Snopt}(s) = \frac{v_0 \epsilon_N}{1 + s v_0 \epsilon_N T_{\Theta Nk}} \frac{K_{ers i}}{1 + sT_{\sigma n}} \tag{22.40}$$

Um keine bleibende Regelabweichung bei Störgrößen zu erhalten, wird ein PI-Regler eingesetzt, der nach dem Symmetrischen Optimum ausgelegt werden soll. Dessen Übertragungsfunktion ist wie folgt definiert:

$$G_{Rn}(s) = V_{Rn} \frac{1 + sT_{nn}}{sT_{nn}} \tag{22.41}$$

Nach den Einstellregeln des SO ergeben sich folgende Reglerparameter:

Verstärkung

$$V_{Rn} = \frac{T_{\Theta Nk}}{2 T_{\sigma n} K_{ers i}} \tag{22.42}$$

Nachstellzeit

$$T_{nn} = 4 \cdot T_{\sigma n} \quad (22.43)$$

Um eine zu große Überschwingung zu vermeiden, ist eine Sollwertglättung notwendig. Abhängig vom Verhältnis der Zeitkonstanten $T_{\Theta Nk}/T_{\sigma n}$ liegt bei einer PT-Regelstrecke die Glättungszeitkonstante T_{Gn} zwischen

$$T_{Gn} = (0 \dots 4) \cdot T_{\sigma n} \quad (22.44)$$

Die Sprungantwort der so geregelten Drehzahl entspricht der Standardübergangsfunktion des Symmetrischen Optimums wie in Kap. 3.2 beschrieben. Sie ist auch in Abb. 22.9 für $\omega_d/\omega_0 = 10$ dargestellt. ω_d ist die Durchtrittsfrequenz des offenen Drehzahlregelkreises und in Gl. (22.45) definiert, ω_0 die Eigenkreisfrequenz des mechanischen Systems und in Gl. (22.35) angegeben.

22.4.2 Schwingfähiges unregelmäßiges System

22.4.2.1 Regelung ohne Entkopplung

Es gilt die Übertragungsfunktion nach den Gleichungen (22.29) und (22.30). Wie in Abb. 22.8a erkennbar, wird bei höheren Frequenzen der Betrag der Übertragungsfunktion $|v_k/m_k|$ (Fall 2) identisch mit den Übertragungsfunktionen nach Fall 1 und 3. Gelingt es deshalb, die Drehzahlregelung so schnell auszulegen, daß die Durchtrittsfrequenz ω_d des offenen Drehzahlregelkreises in diesem höheren Frequenzbereich liegt, kann der Drehzahlregler wie beim System mit reellen Polen nach Kap. 22.4.1 ausgelegt werden. Für die Durchtrittsfrequenz einer Drehzahlregelung nach dem SO gilt:

$$\omega_d = \frac{1}{2 T_{\sigma n}} \quad (22.45)$$

Die Bedingung für eine schnelle Regelung lautet

$$\omega_d \geq (5 \dots 10) \omega_0 \quad (22.46)$$

wobei ω_0 die Eigenkreisfrequenz des unregelmäßigen Systems nach Gl. (22.35) ist.

Abbildung 22.9 zeigt, daß bei der Relation $\omega_d/\omega_0 = 10$ die Übergangsfunktion der eines symmetrisch optimierten Regelkreises mit Sollwertglättung entspricht. Der schnelle Drehzahlregler kann die Eigenfrequenzen sehr gut bedämpfen. Das Problem bei realen Anlagen liegt aber oft darin, daß die Durchtrittsfrequenz ω_d wegen verrauschter Meßsignale und der dann notwendigen Glättungen nicht beliebig erhöht werden kann und somit Gl. (22.46) nicht mehr erfüllbar ist. Wird trotz der Tatsache, daß Gl. (22.46) nicht gilt, eine Kaskadenregelung mit SO-optimierten PI-Reglern entworfen, ist das Regelergebnis unbefriedigend wegen der auftretenden Schwingungen und der schlechten Regeldynamik, wie in Abb. 22.9 für die Relationen $\omega_d/\omega_0 = 1$ und $\omega_d/\omega_0 = 0,1$ dargestellt. Deshalb werden für solche Fälle andere Regelkonzepte benötigt.

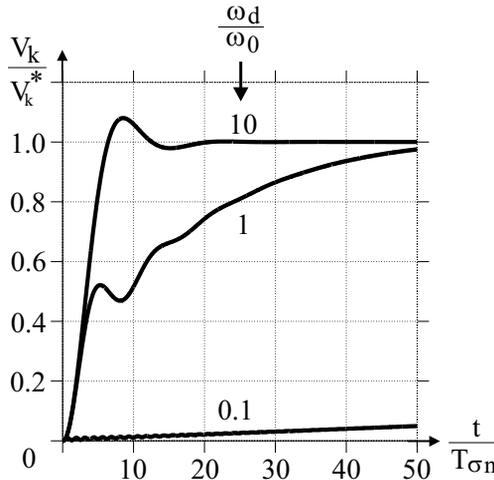


Abb. 22.9: Übergangsfunktionen eines geregelten Teilsystems 3. Ordnung

22.4.2.2 Regelung mit Entkopplung

Wie in Abb. 22.1 ersichtlich sind die Walzen über die elastische Stoffbahn miteinander verbunden. Dadurch entsteht ein schwingfähiges Mehrmassensystem. Im linearen Signalflußplan nach Abb. 22.6 ist erkennbar, daß die Walzantriebe durch die Bahnkräfte f_{34} und f_{45} , die auf die Drehmomentvergleichsstelle des Antriebes wirken, miteinander verkoppelt sind.

Prinzipiell ist es möglich, mittels einer inversen Aufschaltung der gemessenen Bahnkräfte f_{34} und f_{45} auf den Stromreglereingang das System zu entkoppeln. In realen Anlagen sind aber die gemessenen Bahnkräfte verrauscht und müssen geglättet werden. Je nach der Funktionsweise der Bahnkraftmeßaufnehmer (z.B. induktiv oder mit Dehnmessstreifen) sind Glättungszeitkonstanten von bis zu 300 ms notwendig. Deshalb ist die Entkopplung mit den gemessenen und verrauschten Bahnkräften nur bedingt einsetzbar, da diese wegen der Glättungen verzögert am Aufschaltspunkt wirken und die Entkopplung verschlechtern.

Eine Verbesserung der Entkopplung wird dagegen erreicht, wenn die Bahnkräfte mit Hilfe eines Beobachters aus den mit wesentlich kleineren Glättungen meßbaren Systemgrößen Drehzahl und Strom ermittelt werden. Da für die Kompensation nur die Bahnkraftdifferenz $f_{jk} - f_{ij}$ geschätzt werden muß, kann ein reduzierter Beobachter eingesetzt werden. Solch ein relativ einfacher Beobachter ist in Abb. 22.10 dargestellt, wobei sich anhand von Abb. 22.10a die Funktionsweise erklären läßt, während in Abb. 22.10b der Beobachter durch Signalflußplanumformung in die äquivalente Luenberger-Struktur umgerechnet ist [1108, 1121].

Die Eingangsgrößen des Beobachters nach Abb. 22.10 sind der Motorstrom i_j oder das Motormoment m_j sowie die Motordrehzahl n_j des entsprechenden Teilsystems j. Nach Abb. 22.10a wird die Drehzahl n_j mit der mechanischen Schwungmassenzeitkonstante $T_{\theta N_j}$ differenziert und damit das geschätzte Be-

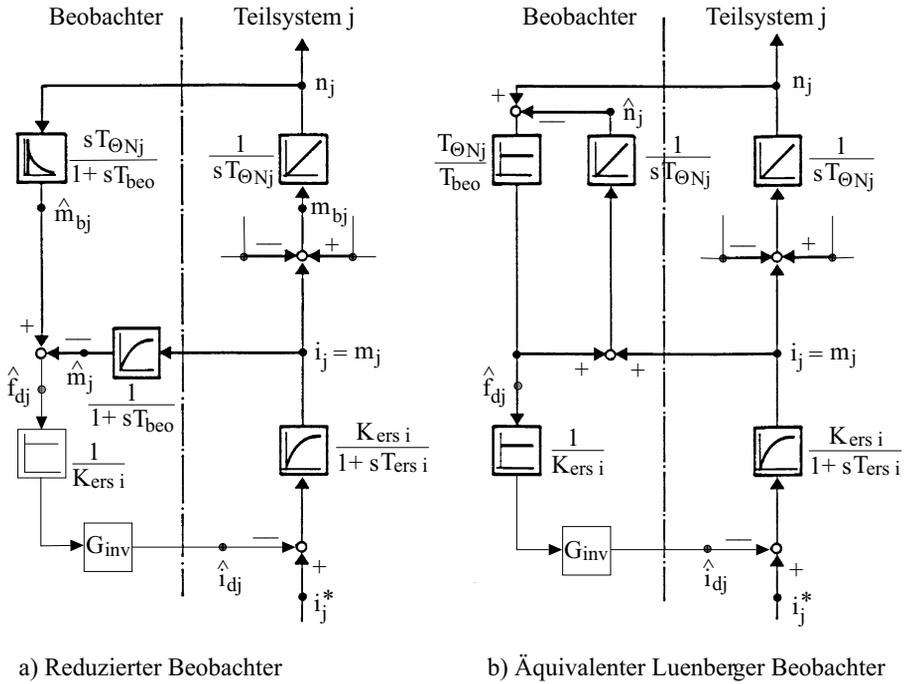


Abb. 22.10: Entkopplungsbeobachter

schleunigungsmoment \hat{m}_{bj} gebildet. Subtrahiert man von diesem Beschleunigungsmoment das geschätzte Motormoment \hat{m}_j , tritt am Ausgang der Summationsstelle das Widerstandsmoment auf. Dieses entspricht der Bahnkraftdifferenz $\hat{f}_{dj} = f_{jk} - f_{ij}$. Sowohl das Beschleunigungsmoment \hat{m}_{bj} als auch das Motormoment \hat{m}_j werden durch ein PT₁-Glied mit der Beobachterzeitkonstante T_{beo} geglättet. Für diese Zeitkonstante sollte gelten:

$$T_{beo} < \frac{\omega_d}{5 \omega_0^2} \tag{22.47}$$

ω_d ist die in Gl. (22.45) definierte Durchtrittsfrequenz und ω_0 die in Gl. (22.35) angegebene Eigenkreisfrequenz des Teilsystems j. Die Zeitkonstante T_{beo} ist der einzige zu berechnende Parameter des Beobachters.

Da die im Beobachter geschätzte Bahnkraftdifferenz \hat{f}_{dj} auf den Eingang des Stromregelkreises geschaltet werden soll, muß prinzipiell die inverse Verstärkung und Übertragungsfunktion $G_{inv}(s)$ des Ersatzstromregelkreises eingefügt werden. Aus Realisierungsgründen ist dabei eine Glättung notwendig.

Für die inverse Übertragungsfunktion gilt:

$$G_{inv}(s) = \frac{1 + sT_{ersi}}{1 + sT_{gi}} \tag{22.48}$$

Um eine differenzierende Wirkung zu erhalten, muß die Glättungszeitkonstante T_{gi} kleiner als die Ersatzzeitkonstante T_{ersi} sein. Es ist dabei zu beachten, daß durch $G_{inv}(s)$ keine vollständige Kompensierung des Stromregelkreises möglich ist, da dieser real ein Übertragungsglied höherer Ordnung darstellt. Sind jedoch die Ausregelzeiten der Stromregelung kleiner als etwa 3 ms, kann das inverse Übertragungsglied $G_{inv}(s)$ entfallen, d.h. es wird $G_{inv}(s) = 1$ gesetzt. Zur Bildung des Differenzstromes \hat{i}_{dj} ist dann nur noch die inverse Verstärkung $1/K_{ersi}$ des Ersatzstromregelkreises notwendig.

Der Einsatz dieser Entkopplungsbeobachter im Gesamtsystem ist in Abb. 22.1 mit dem Übertragungsglied E gezeigt. Ein Vorteil dieser Entkopplung ist, daß die Regelung in der gewohnten Weise in Kaskadenstruktur mit einfachen PI-Reglern ausgeführt werden kann, unabhängig davon, ob das unregelte System schwingfähig ist oder nicht.

Abbildung 22.11 zeigt die Wirkung dieser Entkopplungsmethode. Die Sprungantwort mit Entkopplung ist mit der des symmetrisch optimierten Drehzahlregelkreises identisch. Ohne Entkopplung hingegen dominiert das schwingende Verhalten der Strecke, wie schon in Abb. 22.9 für $\omega_d/\omega_0 = 1$ gezeigt.

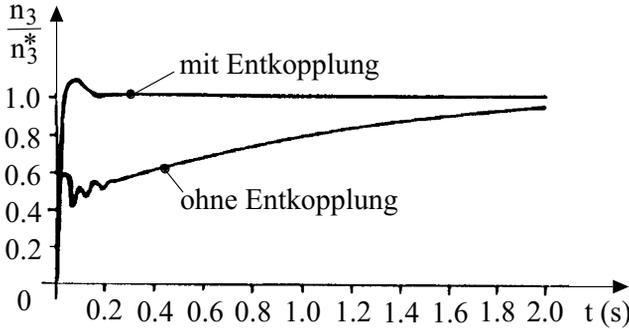


Abb. 22.11: Wirkung der Entkopplung bei Drehzahlregelung

22.5 Bahnkraftregelung mit PI-Reglern

Der Nachteil einer Steuerung der Bahnkräfte über die Geschwindigkeitsrelation besteht darin, daß Störungen oder Parameteränderungen, z.B. Änderungen der Nenndehnung ϵ_N der Stoffbahn beim Befeuchten oder Bedrucken, nicht ausregelbar sind. Deshalb werden diese kritischen Sektionen mit Bahnkraftregelungen

ausgestattet, die den Drehzahlregelungen überlagert sind, wie in Abb. 22.1 für den Klemmstellenantrieb 3 dargestellt.

Ist die Drehzahlregelung wie in Kap. 22.4 beschrieben ausgelegt, lautet die Übertragungsfunktion des geschlossenen symmetrisch optimierten Drehzahlregelkreises:

$$G_{SO_n}(s) = \frac{n_k}{n_k^*} = \frac{1 + s4T_{\sigma n}}{1 + s4T_{\sigma n} + s^28T_{\sigma n}^2 + s^38T_{\sigma n}^3} \quad (22.49)$$

Wird ein Glättungsglied

$$G_{G_n}(s) = \frac{1}{1 + sT_{G_n}} \quad (22.50)$$

mit $T_{G_n} = 4 \cdot T_{\sigma n}$ im Sollwertkanal der Drehzahlregelung verwendet, kann das Übertragungsglied 3. Ordnung nach Gl. (22.49) zur Optimierung des Bahnkraftreglers als Ersatzfunktion 1. Ordnung genähert werden, so daß dann gilt:

$$G_{ers_n}(s) = \frac{n_k}{n_k^*} \approx \frac{K_{ers_n}}{1 + sT_{ers_n}} \quad (22.51)$$

Die Ersatzzeitkonstante T_{ers_n} des SO-optimierten Drehzahlregelkreises berechnet sich zu

$$T_{ers_n} = 4 \cdot T_{\sigma n} \quad (22.52)$$

Die Verstärkung K_{ers_n} beträgt meist 1. Eine ausführliche Behandlung von unterlagerten Regelkreisen und der Bildung von Ersatzfunktionen ist in Kap. 5 und 7 zu finden.

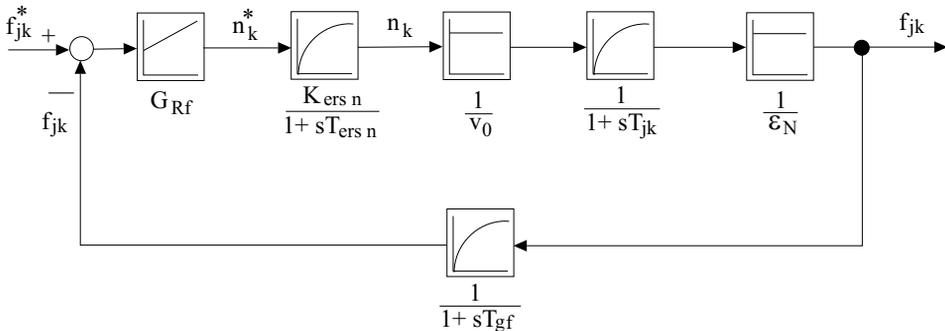


Abb. 22.12: Vereinfachter Bahnkraftregelkreis

In Abb. 22.12 ist der Signalflußplan des Bahnkraftregelkreises dargestellt. Wie in Kap. 22.4.2.2 beschrieben, muß die gemessene Bahnkraft geglättet werden. Für die Summe der kleinen Zeitkonstanten $T_{\sigma f}$ der Bahnkraftregelung gilt:

$$T_{\sigma f} = T_{ers_n} + T_{gf} \quad (22.53)$$

Mit diesen Vereinfachungen ergibt sich folgende Übertragungsfunktion der Bahnkraftregelstrecke:

$$G_{Sfopt}(s) = \frac{f_{jk}}{n_k^*} = \frac{1}{v_0 \epsilon_N} \frac{1}{(1 + sT_{jk})(1 + sT_{\sigma f})} \tag{22.54}$$

Als Bahnkraftregler wird ein PI-Regler mit folgender Übertragungsfunktion verwendet:

$$G_{Rf}(s) = V_{Rf} \frac{1 + sT_{nf}}{sT_{nf}} \tag{22.55}$$

Dieser Regler wird vorteilhaft nach dem Symmetrischen Optimum SO eingestellt, da dann seine Parameter unabhängig von der veränderlichen Arbeitsgeschwindigkeit v_0 sind.

Die Verstärkung des PI-Reglers lautet

$$V_{Rf} = \frac{T_{jk} v_0 \epsilon_N}{2 T_{\sigma f} K_{ersn}} = \frac{l_{jk} T_N \epsilon_N}{2 T_{\sigma f} K_{ersn}} \neq f(v_0) \tag{22.56}$$

und die Nachstellzeit beträgt

$$T_{nf} = 4 \cdot T_{\sigma f} \tag{22.57}$$

Die beiden Reglerparameter sind *keine* Funktion der veränderlichen Arbeitsgeschwindigkeit v_0 . Je größer die benötigte Glättungszeitkonstante T_{gf} der gemessenen Bahnkraft ist, desto größer wird die Summenzeitkonstante $T_{\sigma f}$ und damit auch die Ausregelzeit. Der PI-Regler regelt aber im Gegensatz zur Steuerung der Bahnkräfte über eine Drehzahlregelung wie in Kap. 22.4 beschrieben, die Bahnkraft auch bei Störgrößen ohne stationären Regelfehler aus.

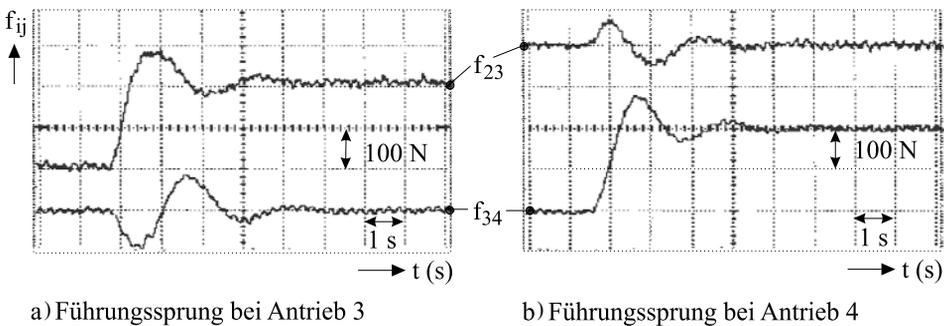


Abb. 22.13: Gemessene Sprungantworten der Bahnkräfte

Abbildung 22.13 zeigt die an der Versuchsanlage des Lehrstuhles gemessenen Bahnkräfte einer Kaskadenregelung mit PI-Reglern, die nach dem SO eingestellt sind.

Die Teilsysteme dieser Anlage besitzen konjugiert komplexe Pole und die Eigenfrequenz ω_0 eines Teilsystems beträgt 42 1/s. Die realisierbare Durchtrittsfrequenz ω_d der Drehzahlregelung ist 167 1/s.

Somit beträgt das Verhältnis:

$$\frac{\omega_d}{\omega_0} = 3,97 \quad (22.58)$$

Die Bedingung nach Gl. (22.46) ist also nicht erfüllt. Trotzdem wurden die PI-Regler hier nach den Regeln des Symmetrischen Optimums ohne Entkopplung ausgelegt, wie es in der Praxis üblich ist.

In Abb. 22.13 sind die gemessenen Bahnkräfte f_{23} sowie f_{34} der Antriebe 3 und 4, wie in Abb. 22.1 dargestellt, aufgezeichnet. Abbildung 22.13a zeigt die Bahnkräfte bei einer Sprunganregung am Antrieb 3, Abb. 22.13b dagegen die Bahnkräfte bei einer Sprunganregung am Antrieb 4. In beiden Fällen ist zu erkennen, daß die jeweiligen Istwerte f_{23} bzw. f_{34} wegen der Kopplungen und der Nichtgültigkeit von Gl. (22.46) mehr überschwingen als nach SO mit Sollwertglättung erwartet. Besonders eindrucksvoll sind die Verkopplungen jedoch am Verlauf der jeweiligen benachbarten Kräfte zu erkennen. So ergeben sich z.B. bei einer Bahnkraftänderung von f_{23} um 200 N maximale Bahnkraftänderungen von etwa 100 N im nachfolgenden Teilsystem 4 (Kraft f_{34} in Abb. 22.13a) und bei einer Bahnkraftänderung im Teilsystem 4 um den gleichen Betrag maximale Änderungen der Bahnkraft f_{23} im vorhergehenden Teilsystem 3 von etwa 50 N (Abb. 22.13b). Die größeren Bahnkraftänderungen im nachfolgenden Teilsystem 4 werden dadurch verursacht, daß in Transportrichtung die Teilsysteme sowohl über die Dehnungen direkt als auch über die Bahnkräfte verkopplert sind, während entgegen der Transportrichtung nur die Verkopplungen über die Bahnkräfte wirken, wie in Kap. 22.3 beschrieben und in Abb. 22.6 dargestellt.

In diesem Kapitel wurde gezeigt, daß unter gewissen Einschränkungen und Bedingungen mit einfachen, bekannten klassischen Regelverfahren brauchbare Ergebnisse zu erzielen sind. Mit zunehmenden Anforderungen an die Regelgüte und den Automatisierungsgrad der Anlagen werden aber hochwertigere Regelungen gefordert. Um dies zu erreichen, sind die Verkopplungen der Teilsysteme, Elastizitäten in den Antriebswellen, Nichtlinearitäten wie Reibung und Getriebelose, nichtlineares Stoffbahnverhalten oder Begrenzungen in den Stellgrößen, in den Reglerentwurf einzubeziehen. Dies erfordert die Verwendung komplexerer Regelverfahren, wie dezentrale Zustandsregelungen mit Entkopplungen, adaptive, selbsteinstellende Regler oder den Einsatz nichtlinearer Regelverfahren. Dazu bieten sich heute neben den konventionellen Lösungen auch neuere Verfahren, wie Zustandsregelungen und der Einsatz neuronaler Netze an [978, 1115, 1116].

22.6 Registerfehler bei Rotationsdruckmaschinen

22.6.1 Einführung

Beim Mehrfarbendruck in Rotationsdruckmaschinen werden verschiedenfarbige Druckbilder in aufeinanderfolgenden Druckwerken auf die durchlaufende Stoffbahn gedruckt. Der Abstand zweier verschiedenfarbiger gedruckter Punkte, die

denselben Bildpunkt der Druckvorlage wiedergeben, wird als Registerfehler bezeichnet.

Dabei unterscheidet man das Farbregister (Längsregister in Transportrichtung), Seitenregister (quer zur Transportrichtung) und das Schnittregister beim Querschneiden der Stoffbahn im Falzapparat. Das Längsregister ist gegenüber Störungen besonders empfindlich und wird daher durch Registerregelungen korrigiert. Stellgrößen sind dabei bei älteren Anlagen die Lage von Stellwalzen (Registerwalzen) oder die Winkellage der Formzylinder der Druckwerke. Durch das menschliche Auge werden bereits Abweichungen von wenigen $10\ \mu\text{m}$ als Bildunschärfe erkannt. Das Seitenregister wird meist durch eine Seitenkantenregelung vor dem ersten Druckwerk genügend genau konstant gehalten.

Der Registerfehler wird mit Hilfe von Registermarken gemessen, die von den Druckzylindern in deren jeweiliger Farbe einmal pro Umdrehung auf die Stoffbahn gedruckt und von optischen Meßgebern erfaßt werden. Ihre Verschiebung gegeneinander ist ein Maß für die Bildpunktdifferenzen des gesamten gedruckten Bildes.

Der Registerfehler ist vielfältigen Störungen unterworfen, die entweder vom Abwickler herrühren oder in der Druckmaschine selbst entstehen wie

- Bahnspannungsschwankungen im Wickel,
- Schwankungen von Elastizitätsmodul, Querschnitt und Dichte der abgewickelten Stoffbahn,
- Zugkraftschwankungen infolge unrunder Wickelrollen,
- sprungförmige Änderungen, die durch den automatischen Rollenwechsel verursacht werden,
- periodische Zugkraftschwankungen durch unrunde Leitwalzen,
- Schwankungen der Anpreßkraft am Anpreßzylinder der Druckwerke,
- Änderungen durch technologisch bedingte Befeuchtung und Trocknung der Papierbahn,
- periodische Schwingungen, die vom Falzapparat herrühren,
- Änderungen der Dehnung durch Temperaturschwankungen.

Früher wurde der Gleichlauf der Druckwerke ausschließlich durch mechanische Wellen (Königswellen) bewerkstelligt. Heute sind Druckmaschinen mit elektrischen Einzelantrieben ausgerüstet, der Gleichlauf und die Registerhaltigkeit werden durch hochwertige digitale Regelungen gewährleistet.

22.6.2 Ableitung des Registerfehlers

Die Ableitung des Registerfehlers erfolgt unter folgenden vereinfachenden Voraussetzungen:

- Die Stoffbahn sei eben, steht unter einachsiger Zugbelastung und ist biegeschlaff,
- es gilt das Hooke'sche Gesetz und die lineare Elastizitätstheorie,
- alle Massenbeschleunigungskräfte sind vernachlässigbar, die Zugkraft in der freien Bahn ist ortsunabhängig,
- der Einfluß von Temperatur und Feuchte wird nicht berücksichtigt.

Die zur Ableitung des Registerfehlers notwendigen Größen sind für verschiedene Zeitpunkte in Abb. 22.14 dargestellt. Zur Bestimmung des Registerfehlers wird die Bewegung einer vom Druckwerk 1 gedruckten Marke A_i zum Druckwerk 2 verfolgt, während das Druckwerk 2 genau U_{12} Umdrehungen ausführt, d.h. U_{12} Marken B_i druckt. Während der Transportzeit T_{12} werden von der Druckwalze 2 genau U_{12} Umdrehungen ausgeführt, dies bedeutet, daß auch U_{12} Marken gedruckt werden. In der Länge L_{12} zwischen den beiden Druckwerken sind somit auch U_{12} Druckspiegel enthalten. Mit der Zeitbedingung

$$t_1 = t - T_{12} \quad (22.59)$$

gilt:

$$2 \cdot \pi \cdot U_{12} = \int_{t_1}^t \Omega_2 dt \quad (22.60)$$

In der Transportzeit T_{12} fördert die Druckwalze 2 die materielle Länge L_2 . Dagegen ist $L_{\alpha_{12}}$ die Länge, die sich aus dem in der Zeit $T_{\alpha_{12}}$ zurückgelegten Differenzwinkel α_{12} an der Druckwalze 1 ergibt. Der Differenzwinkel α_{12} entsteht infolge eines von Null verschiedenen Startwertes und unterschiedlichen Winkelgeschwindigkeiten der Druckwerke.

Es gilt:

$$\alpha_{12}(t_1) = \alpha_{12}(t_0) + \int_{t_0}^{t_1} (\Omega_1 - \Omega_2) dt \quad (22.61)$$

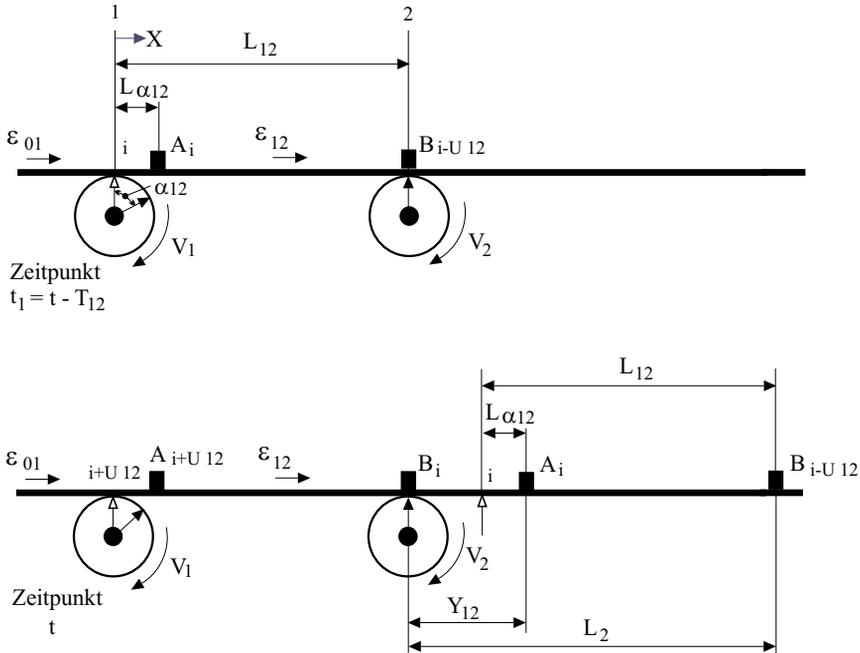


Abb. 22.14: Prinzipielle Anordnung zur Ableitung des Registerfehlers

Aus der Bilanz der materiellen Längen ergibt sich der Registerfehler zu

$$Y_{12}(t) = L_2(t) - L_{12}(t - T_{12}) + L_{\alpha 12}(t - T_{12}) \quad (22.62)$$

Werden die allgemeinen Beziehungen der Kontinuitätsgleichung aus Kap. 22.2

$$L = \int_{(t)} \frac{V(t)}{1 + \epsilon(t)} \quad \text{und} \quad L = \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{1 + \epsilon(x, t)}$$

in Gl. (22.62) eingesetzt, so lautet der Registerfehler zwischen den Druckwerken 1 und 2:

$$Y_{12}(t) = \int_{t_1}^t \frac{V_2(t)}{1 + \epsilon_{12}(t)} dt - \int_0^{L_{12}} \frac{dx}{1 + \epsilon(x, t_1)} + \int_{t_1 - T_{\alpha 12}}^{t_1} \frac{V_1(t)}{1 + \epsilon_{01}(t)} dt \quad (22.63)$$

22.6.3 Linearisierung des Registerfehlers

Da Gl. (22.63) nichtlinear ist, muß sie linearisiert werden. Dies geschieht auf die gleiche Weise wie in Kap. 22.2.1.2, aber unter der Beachtung, daß auch die Integralgrenzen in stationäre und instationäre Anteile aufgespalten werden müssen.

Nach einer längeren Rechnung und der Laplace-Transformation (siehe [1102–1104]) erhält man den linearisierten, normierten Registerfehler zweier Druckwerke nach dem Entspannen der Stoffbahn

$$\Delta y_{12}(s) = \frac{\Delta Y_{12}(s)}{L_N} = (\Delta \epsilon_{01} \cdot e^{-sT_{12}} - \Delta \epsilon_{12}) \cdot \frac{1}{sT_y} \quad (22.64)$$

Die Registerfehlerzeitkonstante T_y berechnet sich aus der Bezugsgröße Y_N des Registerfehlers und der Nenngeschwindigkeit V_N der Druckmaschine wie folgt:

$$T_y = \frac{Y_N}{V_N} \quad (22.65)$$

Aus Gl. (22.64) ist ersichtlich, daß der linearisierte Registerfehler nur von den Dehnungsänderungen der Stoffbahn abhängt. Wegen der schwierigen Meßbarkeit der Dehnungen werden die Bahnkräfte als Ersatzgröße für die Registerregelung herangezogen. Da aber der Registerfehler auch von Änderungen des Bahnquerschnittes und Elastizitätsmoduls abhängt, muß das Hook'sche Gesetz nach Gl. (22.3) ebenfalls linearisiert werden.

Aus Gl. (22.3) folgt dann:

$$\Delta \epsilon_{jk} = \frac{\Delta F_{jk}}{E_0 A_0} - \left(\frac{\Delta A}{A_0} + \frac{\Delta E}{E_0} \right) \cdot \epsilon_{jk0} \quad (22.66)$$

Wird die linearisierte Gleichung (22.66) in die lineare Registerfehlergleichung (22.64) unter Beachtung der Tatsache, daß eine in das Druckwerk 1 einlaufende Änderung des Stoffbahnquerschnittes und Elastizitätsmoduls erst nach der Laufzeit T_{12} am Druckwerk ankommt, eingesetzt, erhält man die linearisierte Registerfehlergleichung für zeitliche Bahnkraft- und Materialkonstantenänderungen:

$$\Delta y_{12}(s) = \left[\frac{\Delta F_{01}}{E_0 A_0} \cdot e^{-sT_{12}} - \frac{\Delta F_{12}}{E_0 A_0} + (\epsilon_{120} - \epsilon_{010}) \cdot \left(\frac{\Delta A}{A_0} + \frac{\Delta E}{E_0} \right) \cdot e^{-sT_{12}} \right] \cdot \frac{1}{sT_y} \quad (22.67)$$

Aus Gl. (22.67) ist erkennbar, daß Änderungen der Materialkonstanten nur dann einen Registerfehler erzeugen, wenn zwischen den Druckwerken unterschiedliche stationäre Dehnungen vorhanden sind. Diese Dehnungsunterschiede können trotz gleicher Umfangsgeschwindigkeiten der Druckwalzen durch unterschiedliche Radien der Druckwalzen hervorgerufen werden. Änderungen der einlaufenden Bahnkraft oder der Bahnkraft zwischen den Druckwerken verursachen immer einen Registerfehler. Andererseits läßt Gl. (22.67) erkennen, daß es zur Vermeidung eines Registerfehlers nicht ausreicht, die Bahnkräfte konstant zu halten, da durch Änderungen der Materialkonstanten oder unterschiedliche Druckwalzenradien ein Registerfehler erzeugt wird.

22.6.4 Zusammenhang der Registerfehler aufeinanderfolgender Druckwerke

Erweitert man die Anordnung nach Abb. 22.14 um ein weiteres Druckwerk 3, tritt ein Registerfehler ΔY_{13} auf, der zwischen dem 1. und 3. Druckwerk entsteht.

Dieser kann aus folgenden Gleichungen berechnet werden:

$$\Delta y_{12}(s) = (\Delta\epsilon_{01} \cdot e^{-sT_{12}} - \Delta\epsilon_{12}) \cdot \frac{1}{sT_y} \tag{22.68}$$

$$\Delta y_{23}(s) = (\Delta\epsilon_{12} \cdot e^{-sT_{23}} - \Delta\epsilon_{23}) \cdot \frac{1}{sT_y} \tag{22.69}$$

$$\Delta y_{13}(s) = (\Delta\epsilon_{01} \cdot e^{-sT_{13}} - \Delta\epsilon_{23}) \cdot \frac{1}{sT_y} \tag{22.70}$$

Wird die Dehnung $\Delta\epsilon_{12}$ aus den Gleichungen (22.68) und (22.69) eliminiert, erhält man nach kurzer Rechnung:

$$\Delta y_{13}(s) = \Delta y_{12}(s) \cdot e^{-sT_{23}} + \Delta y_{23}(s) \tag{22.71}$$

Der Registerfehler zwischen dem 1. und 3. Druckwerk ergibt sich aus dem um die Zeit T_{23} verzögerten Registerfehler zwischen dem 1. und 2. Druckwerk und dem Registerfehler zwischen 2. und 3. Druckwerk.

22.6.5 Linearisierter Signalflußplan

Mit Hilfe des in Kap. 22.2.1.2 abgeleiteten und in Abb. 22.5 dargestellten Signalflußplanes läßt sich mit den Gleichungen (22.67) sowie (22.71) der linearisierte Signalflußplan eines Systems, bestehend aus drei Druckwerken, zeichnen. Die für die Registerfehler relevanten Blöcke sind in Abb. 22.15 fett hervorgehoben.

Der linearisierte Signalflußplan in Abb. 22.15 zeigt besonders gut den besonderen Mechanismus bei einlaufenden Störungen. Eine z.B. vom Wickel einlaufende Bahnkraftänderung Δf_{01} erzeugt in allen nachfolgenden Druckwerken einen Registerfehler, ebenso werden durch Dehnungsänderungen zwischen den Druckwerken alle Registerfehler in und gegen die Transportrichtung angeregt. Änderungen der Materialdaten ΔA oder ΔE wirken sich dagegen nur an den Druckwerken aus, zwischen denen die **stationären** ein- und auslaufenden Dehnungen ϵ_{jk0} sowie ϵ_{ij0} unterschiedlich sind.

22.6.6 Dynamisches Verhalten des Registerfehlers

Um das dynamische Verhalten des Registerfehlers zu erläutern, wurden die Auswirkungen verschiedener Anregungen auf die Registerfehler berechnet. Grundlage dieser Simulationen ist der linearisierte Signalflußplan nach Abb. 22.16.

Die Ergebnisse der Simulationen sind in Abb. 22.17 dargestellt. Bei allen Berechnungen betrug die stationäre Dehnungsdifferenz $\epsilon_{jk0} - \epsilon_{ij0} = 0,001$. Die Amplitude des Sprunges der Eingangsdehnung betrug $\Delta\epsilon_{01} = 0,001$ und die der Elastizitätsmoduländerung $\Delta E/E_0 = 0,5$. Der Registerfehler ist auf $Y_N = 1\text{ mm}$ bezogen.

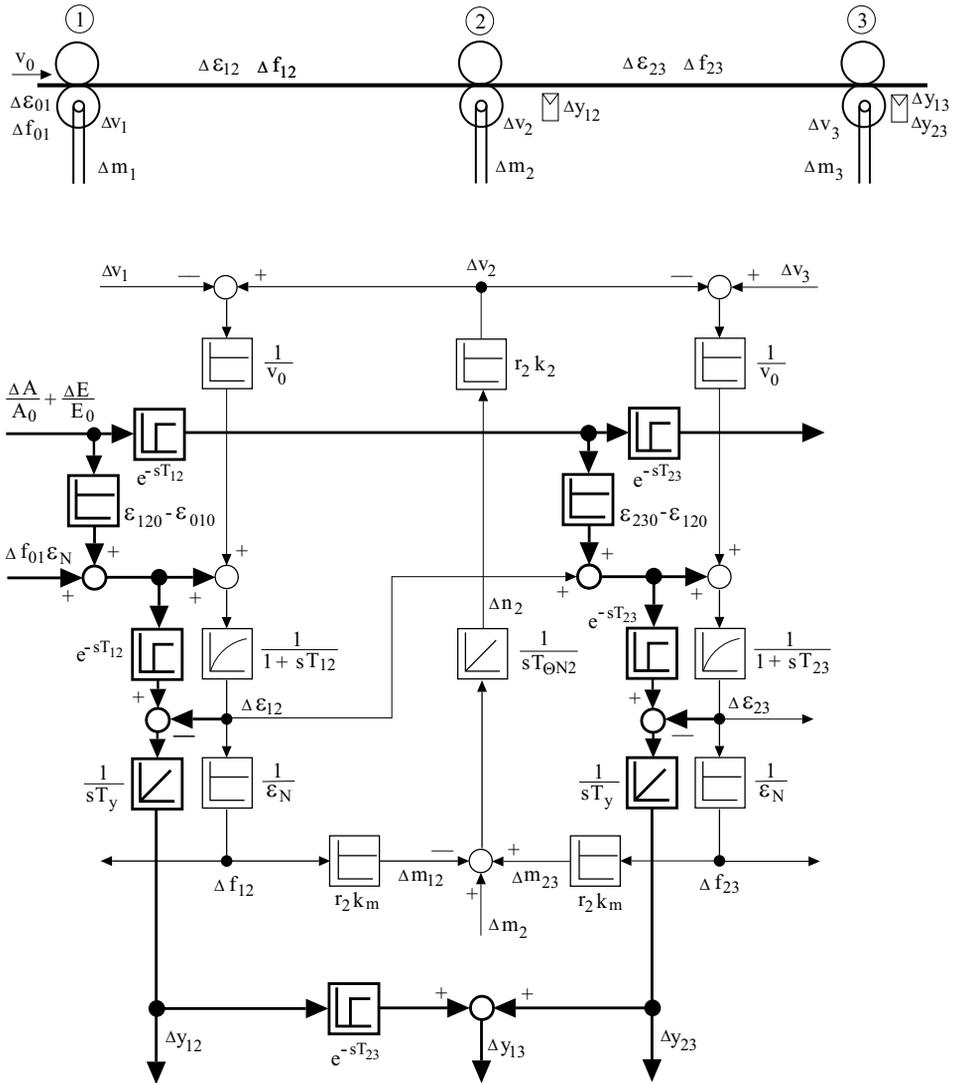


Abb. 22.15: Linearisierter Signalflußplan für drei Druckwerke

22.6.6.1 Druckmaschine mit Drehzahlregelung

In Abb. 22.16 ist eine Druckmaschine mit verschiedenen Regelungen, stellvertretend für die Druckwalze 2, dargestellt. Zunächst sei nur die Drehzahl der Druckwalzen geregelt (n Reg.). Die Winkelregelung (α Reg.) und die Registerregelung (y Reg.) sind nicht vorhanden. Die Amplitude der sprungförmigen Sollwertänderung der Drehzahl Δn_{1S} betrug normiert gleich 1.

Wie aus Abb. 22.17-1a ersichtlich, ändern sich die Registerfehler stationär, wobei die Registerfehler Δy_{12} und Δy_{23} integral weglaufen, der Registerfehler Δy_{13} erreicht dagegen einen neuen stationären Endwert, da er aus der Überla-

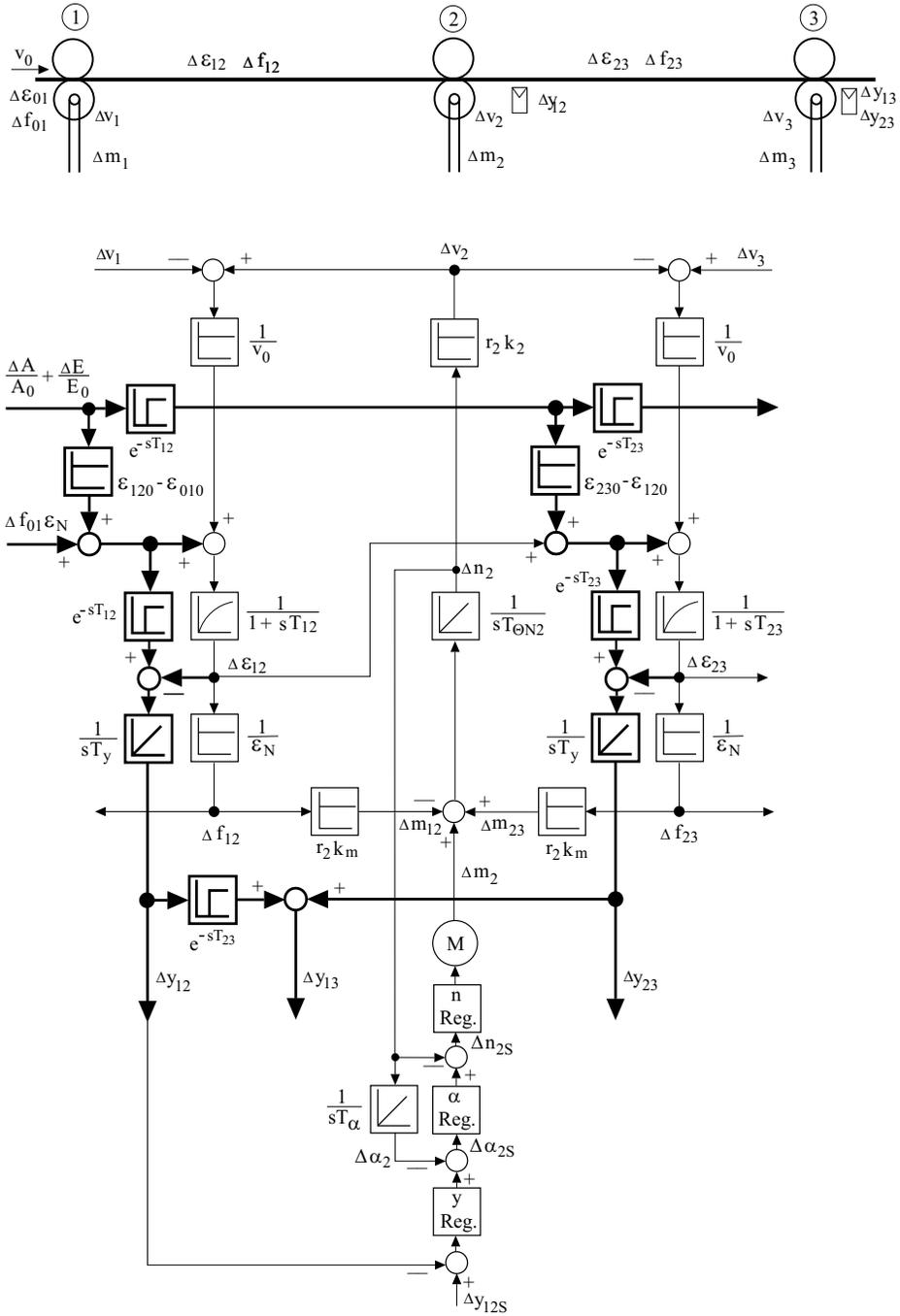
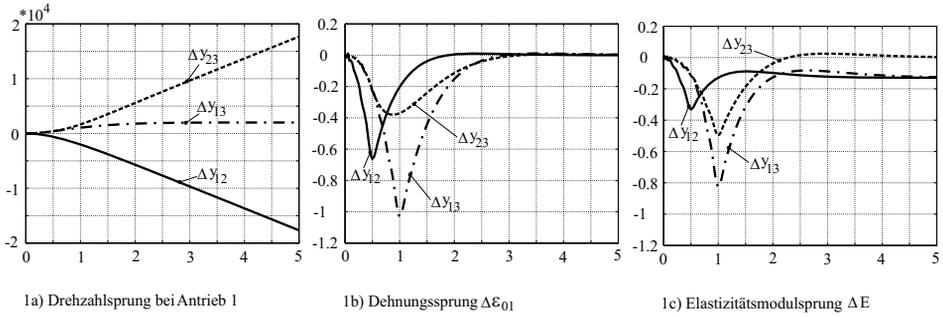
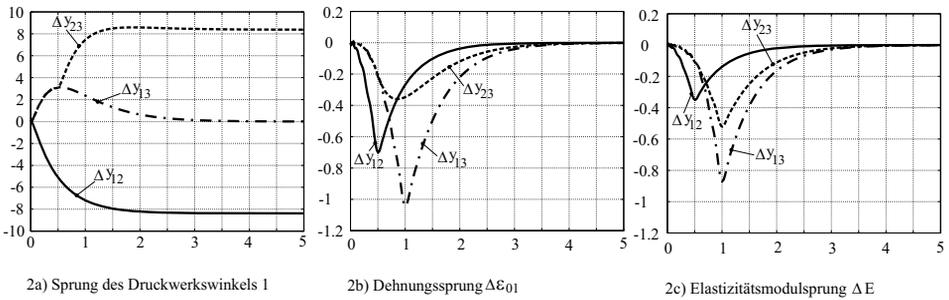


Abb. 22.16: Geregelt Druckmaschine mit drei Druckwerken

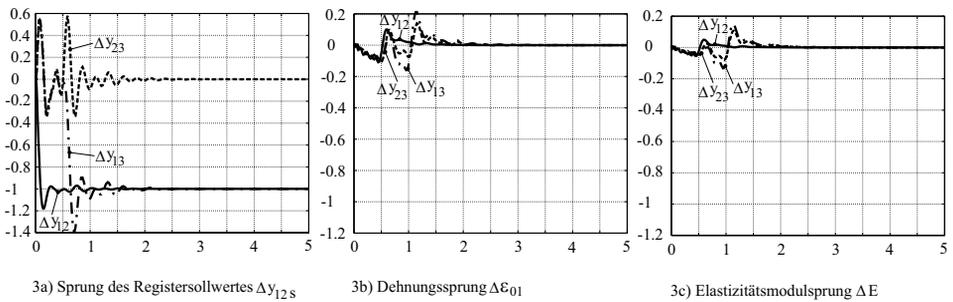
1. Drehzahlregelung der Walzen



2. Winkelregelung der Walzen



3. Registerfehlerregelung



Abszisse: Zeit $t, [t]=s$

Ordinate: Registerfehler Δy_{ij}

Abb. 22.17: Simulationen des Registerfehlers bei verschiedenen Anregungen

gerung der Registerfehler Δy_{12} und dem um die Transporttzeit T_{23} verzögertem Registerfehler Δy_{23} laut Abb. 22.15 gebildet wird.

Bei einer Dehnungsänderung $\Delta \epsilon_{01}$ dagegen tritt laut Abb. 22.17-1b ein Selbstheileffekt auf, da der Registerfehler sowohl von der Dehnung $\Delta \epsilon_{12}$ als auch mit umgekehrten Vorzeichen von der um die Transporttzeit T_{12} verzögerten Anregung beeinflusst wird.

Eine Änderung des Elastizitätsmoduls ΔE zeigt diesen Selbstheileffekt nur beim Registerfehler Δy_{23} , die anderen Registerfehler erreichen neue stationäre Endwerte, wie in Abb. 22.17-1c erkennbar.

Damit ist gezeigt, daß eine reine Drehzahlregelung der Druckwalzen für die Registerhaltigkeit bei Druckmaschinen ungeeignet ist.

22.6.6.2 Druckmaschine mit Winkelregelung

Nun seien nach Abb. 22.16 die Druckwalzen mit einer Drehzahlregelung (n Reg.) und überlagerter Winkelregelung (α Reg.) ausgerüstet. Die Amplitude der sprungförmigen Sollwertänderung des Winkels $\Delta \alpha_{1S}$ von Druckwalze 1 betrug $0,01745 \text{ rad}$, was einem Winkel von 1° entspricht.

Wie aus Abb. 22.17-2a ersichtlich, können die Registerfehler Δy_{12} und Δy_{23} durch die Winkellage der Druckwalzen auch stationär beeinflusst werden. Wegen der Bildung des Registerfehlers Δy_{13} aus dem Registerfehler Δy_{12} und dem um die Transporttzeit T_{23} verzögerten Registerfehler Δy_{23} bleibt der stationäre Endwert des Registerfehlers Δy_{13} dagegen konstant.

Die Abbildungen 22.17-2b und 22.17-2c zeigen, daß Änderungen der Eingangsdehnung $\Delta \epsilon_{01}$ als auch Änderungen des Elastizitätsmoduls ΔE im Gegensatz zur reinen Drehzahlregelung ohne stationäre Abweichungen ausgeregelt werden.

Eine Winkelregelung der Druckwerke ist also geeignet, die Registerhaltigkeit zu gewährleisten. Allerdings treten dynamische Änderungen der Registerfehler auf, die bei den angenommenen Störungen bis zu 1 mm betragen können.

22.6.6.3 Druckmaschine mit Registerfehlerregelung

Der Drehzahl- und Winkelregelung ist nun eine Registerfehlerregelung (y Reg.), wie in Abb. 22.16 dargestellt, überlagert. Die Amplitude der sprungförmigen Sollwertänderung des Registerfehlers Δy_{12S} betrug -1 mm .

Abb. 22.17-3a zeigt, daß die Registerfehler Δy_{12} und Δy_{13} sehr schnell auf den neuen Wert ausgeregelt werden, während der Registerfehler Δy_{23} nur kleine dynamische Änderungen erfährt. Änderungen der Eingangsdehnung $\Delta \epsilon_{01}$ und des Elastizitätsmoduls ΔE werden wie bei der Winkelregelung stationär ausgeregelt, aber wesentlich schneller und mit erheblich kleineren dynamischen Abweichungen, wie der Vergleich der Bilder 2b und 2c mit den Bildern 3b und 3c in Abb. 22.17 zeigt. Mit einer Registerregelung wird die Registerhaltigkeit wesentlich verbessert. Die Verbesserung kann nochmals durch geeignete Vorsteuerungen der Winkelsollwerte der Druckwalzen gesteigert werden [1105, 1106].

Zusammenfassend läßt sich feststellen, daß eine Druckmaschine ohne mechanische Wellen mit geeigneten Regelungen der Druckwerkswinkel registerhaltig bei allen auftretenden Störungen gefahren werden kann. Eine überlagerte Registerregelung bringt vor allem eine wesentliche Verbesserung des dynamischen Verhaltens durch die Verringerung der Registerfehleramplituden.

22.7 Zustandsregelung des Gesamtsystems

Die optimale Regelung für lineare Mehrgrößensysteme ist eine vollständige Zustandsregelung. Diese ist in Kap. 5.5 ausführlich beschrieben.

Für ein lineares, zeitinvariantes System lautet die Beschreibung im Zustandsraum wie folgt:

$$\begin{aligned}\dot{\underline{x}} &= \mathbf{A} \cdot \underline{x} + \mathbf{B} \cdot \underline{u} \\ \underline{y} &= \mathbf{C} \cdot \underline{x} + \mathbf{D} \cdot \underline{u}\end{aligned}\quad (22.72)$$

wobei \mathbf{A} die Systemmatrix, \mathbf{B} die Eingangsmatrix und \mathbf{C} die Ausgangsmatrix beschreibt. \underline{x} stellt den Zustands-, \underline{u} den Eingangs- und \underline{y} den Ausgangsvektor dar. Da in der Praxis kaum Regelstrecken auftreten, die einen Durchschaltanteil enthalten (sprungfähige Systeme), wird für die weiteren Betrachtungen die Durchschaltmatrix $\mathbf{D} = \mathbf{0}$ gesetzt.

Mit dem linearen Rückführgesetz

$$\underline{u} = -\mathbf{K} \cdot \underline{x}\quad (22.73)$$

ergibt sich für das zustandsgeregelte System folgende Zustandsdifferentialgleichung:

$$\begin{aligned}\dot{\underline{x}} &= (\mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{K}) \cdot \underline{x} + \mathbf{B} \cdot \underline{w} \\ \underline{y} &= \mathbf{C} \cdot \underline{x}\end{aligned}\quad (22.74)$$

Der Vektor \underline{w} stellt die Sollwerteingänge des Systems dar. Gleichung (22.74) zeigt, daß mit der Zustandsrückführung eine neue Systemmatrix $(\mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{K})$ des geregelten Systems erzeugt werden kann, dessen Eigenwerte frei wählbar sind. Da das Matrixprodukt $\mathbf{B} \mathbf{K}$ die gleiche Ordnung wie die Matrix \mathbf{A} des unregulierten Systems haben muß, ist die Rückführung *aller* Zustände des zu regelnden Systems Bedingung.

Die Rückführungsmatrix \mathbf{K} wird entweder durch Polvorgabe oder mittels Gütefunktionalen berechnet. Der Reglerentwurf mit Polvorgabe ist in Kap. 5.5.5 beschrieben.

Im Gegensatz dazu gestatten es Gütefunktionalen, vielfältige Optimierungsbedingungen einzubringen, so z.B. Minimierung der Stellenergie oder Gewichtung der Zustandsgrößen zur Erreichung eines gewünschten Zeitverhaltens. Am häufigsten wird folgende quadratische Gütefunktion verwendet:

$$J = \int_0^{\infty} [\underline{x}^T \mathbf{Q} \underline{x} + \underline{u}^T \mathbf{R} \underline{u}] dt\quad (22.75)$$

Die Matrix \mathbf{Q} wichtet dabei die Zustände, während die Matrix \mathbf{R} die Eingangsgrößen bewertet. Beide Matrizen sollten Diagonalform besitzen. Durch die Wahl der Elemente von \mathbf{Q} und \mathbf{R} wird die Regelgüte festgelegt.

Mit der Riccati-Gleichung wird die Reglerückführmatrix \mathbf{K} berechnet [18]. Sowohl für die Berechnung der Rückführmatrix \mathbf{K} nach der Polvorgabe als auch über die Riccati-Gleichung stehen effiziente Entwurfsprogramme, wie beispielsweise *Matlab/Simulink* zur Verfügung.

Als Beispiel für eine Zustandsregelung des Gesamtsystems ist in Abb. 22.18 die Simulation der geregelten Bahnkräfte für ein System mit fünf Antrieben gezeigt. Dabei wurde ein lineares System angenommen, wobei alle Meßgrößen ohne Glättungen zur Verfügung stehen. Analog zu Abb. 22.13 sind in Abb. 22.18a die Bahnkräfte bei einer Sprunganregung am Antrieb 3, in Abb. 22.18b dagegen die Bahnkräfte bei einer Sprunganregung am Antrieb 4 dargestellt.

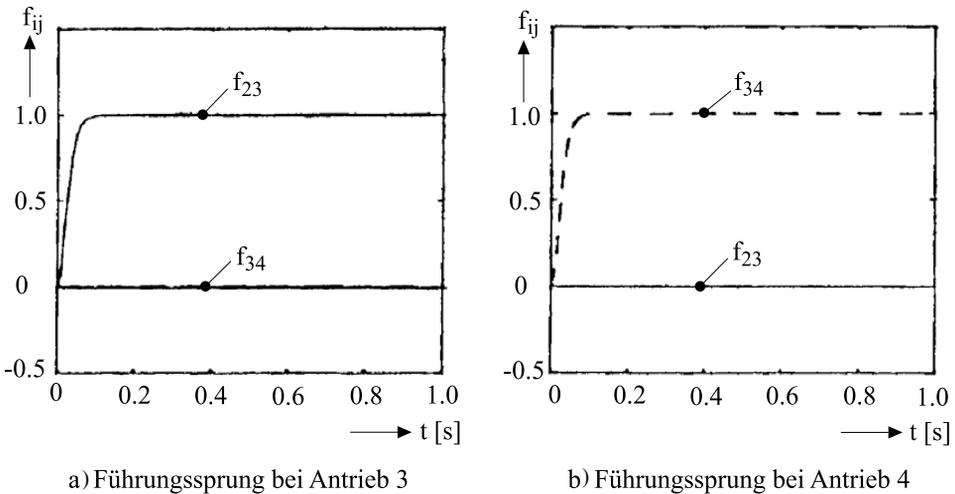


Abb. 22.18: Zustandsregelung der Bahnkräfte eines idealen Gesamtsystems

Die Zustandsregelung des Gesamtsystems ermöglicht im Gegensatz zur Kaskadenregelung mit PI-Reglern eine sehr schnelle, nicht überschwingende Sprungantwort der Bahnkräfte. Außerdem ist die sehr gute Entkopplung der Bahnkräfte zu erkennen. Die Bahnkraft f_{34} des 4. Teilsystems reagiert nicht mehr auf die Änderungen im Teilsystem 3. Dieses ideal geregelte System wird als Referenz für die folgenden dezentralen Regelungen betrachtet.

Der Vorteil der Zustandsregelung liegt darin, daß jedes beliebige lineare steuer- und beobachtbare System optimal geregelt werden kann. Dies gilt aber streng genommen nur für ideale Systeme. Oft können die Zustandsgrößen nicht oder nur geglättet gemessen werden. Große Meßglättungen verschlechtern jedoch das dynamische Verhalten der Regelung. Abhilfe können hier Beobachter schaf-

fen, die nicht oder schlecht meßbare Zustände aus gut meßbaren Systemein- und -ausgangsgrößen ermitteln (Kap. 5.5.6, 5.5.6.2 und 22.9).

Ein weiteres Problem bei Zustandsregelungen stellt die Parameterempfindlichkeit dar. Sie kann größer sein als bei einfachen Regelungen in Kaskadenstruktur. Es ist also auch die Empfindlichkeit bei einer Reglerfehlanspassung auf das stationäre und dynamische Verhalten der Zustandsregelung zu untersuchen [18].

Neben den oben genannten Problemen bei realen Zustandsregelungen tritt bei kontinuierlichen Fertigungsanlagen mit Zustandsregelung des Gesamtsystems noch folgender Nachteil auf. Beim Einziehen der Stoffbahn oder bei Bahnrissen zerfällt das Gesamtsystem wieder in die einzelnen Antriebe, so daß dann die Regelung des Gesamtsystems nicht mehr zufriedenstellend arbeitet. Außerdem ergibt sich bei der Gesamtsystemregelung ein sehr komplexer Zustandsregler hoher Ordnung. Dieser Nachteil kann durch dezentrale Regelungen vermieden werden.

22.8 Dezentrale Regelung

Die dezentrale Regelung ermöglicht den Entwurf von Zustandsreglern und Beobachtern niedriger Ordnung für überschaubare Teilsysteme. Allerdings werden an die so entworfenen Regler und Beobachter zusätzliche Anforderungen gestellt, damit durch das Zusammenfügen der geregelten Teilsysteme zum geregelten Gesamtsystem Stabilität und das gewünschte Regelverhalten gewährleistet werden. Dies bedeutet, daß den Verkopplungen der Teilsysteme besondere Beachtung geschenkt werden muß.

22.8.1 Regelung des isolierten Teilsystems

Um eine dezentrale Regelung entwerfen zu können, muß das Gesamtsystem in Teilsysteme zerlegt werden. Wie in Abb. 22.1 gezeigt, besteht das Gesamtsystem aus Walzen, elektrischen Antrieben mit den Stellgliedern und der Stoffbahn. Entsprechend dieser Konfiguration werden deshalb Teilsysteme mit diesen Komponenten gebildet und das Gesamtsystem kann für eine dezentrale Bahnkraftregelung in isolierte Teilsysteme, wie in Abb. 22.19 dargestellt, zerlegt werden. Auch bei den Teilsystemen werden normierte Größen verwendet (Tabelle 22.1). Dabei wurde die elastische mechanische Ankopplung der Walze an den Antrieb vernachlässigt, somit sind beide starr gekoppelt. Gilt diese Vereinfachung nicht mehr, muß nach dem Verfahren in Kap. 19 vorgegangen werden.

Das Teilsystem hat drei unabhängige Speicher, ist also 3. Ordnung und besitzt die drei Zustandsgrößen Motordrehmoment m_k , Bahngeschwindigkeit v_k und die Dehnung ϵ_{jk} oder Bahnkraft f_{jk} . Stellgröße ist das Motorsollmoment m_k^* . Dieses isolierte Teilsystem ist mit den vorherigen und nachfolgenden Restsystemen über die *Koppelgrößen* verbunden. Die Geschwindigkeit v_j , die Dehnung ϵ_{ij} und die Bahnkraft f_{kl} sind hier die *Koppeleingangsgrößen*, während die Geschwindigkeit v_k , die Dehnung ϵ_{jk} und die Bahnkraft f_{jk} die *Koppelausgangsgrößen* darstellen.

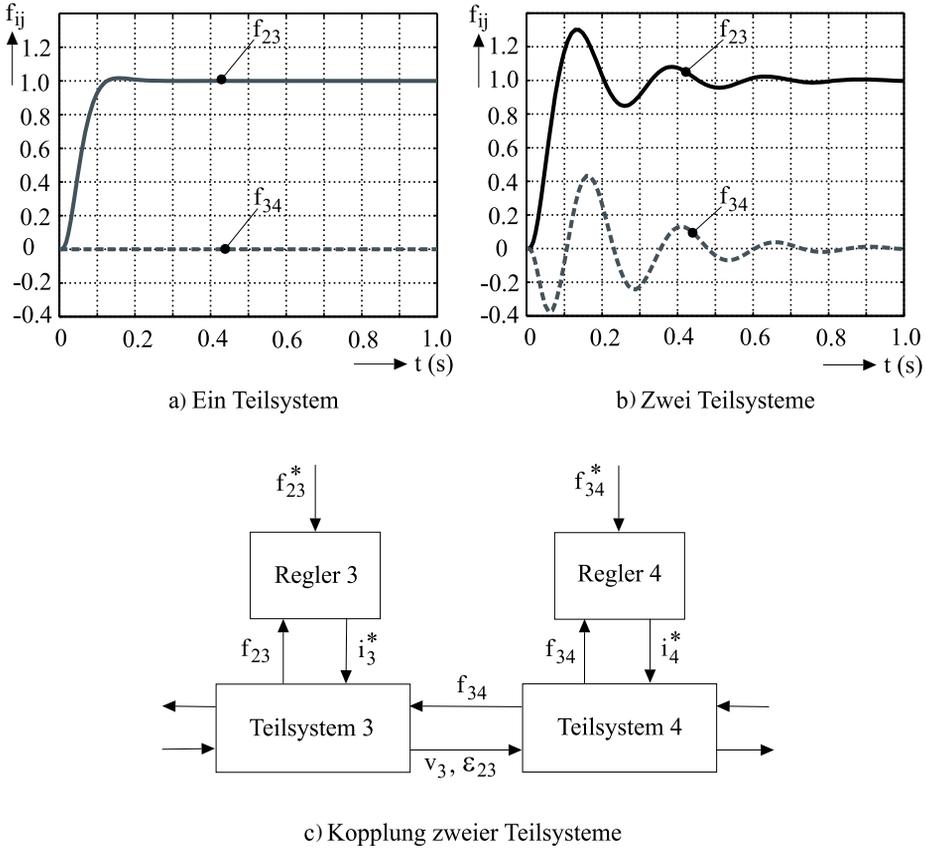


Abb. 22.21: Zustandsregelung verkoppelter Teilsysteme

Ein großer Nachteil dieser Methode besteht darin, daß die Netzwerke differenzierende Übertragungsglieder enthalten und deshalb hohe Anforderungen an die Messung der Koppelgrößen gestellt werden. Bei stark verrauschten Meßsignalen ist deshalb nur eine sehr schlechte Entkopplung erreichbar [18, 78, 1118].

Bei der zweiten Möglichkeit werden für das gesamte geregelte Restsystem vereinfachte Modelle möglichst niedriger Ordnung entworfen, die das entsprechende Teilsystem „abschließen“. Die Teilsystemordnung wird um die Ordnung des *Abschlußmodells* erhöht. Der Teilzustandsregler wird dann mit diesem erweiterten Teilsystem entworfen. Nachteilig ist dabei das iterative Vorgehen beim Reglerentwurf, da das Abschlußmodell aus dem Verhalten des *geregelten* Restsystems gebildet werden muß. Man beginnt deshalb den Entwurf mit den für die isolierten Teilsysteme berechneten Zustandsreglern, bildet das Abschlußmodell, entwirft mit dem so erweiterten Teilsystem einen neuen Zustandsregler, der zu einer verbesserten Abschlußmodellbildung führt. Dieses Verfahren wird fortgesetzt, bis das gewünschte Regelverhalten des Gesamtsystems erreicht ist [1110].

Die dritte Möglichkeit vermeidet diese Nachteile und wird im folgenden beschrieben.

22.8.2 Dezentrale Entkopplung

22.8.2.1 Grundlagen des Verfahrens

Die dezentrale Entkopplung beruht auf der Zustandsregelung und der Kenntnis des mit dem Restsystem verkoppelten Teilsystems. Die Verbindungen zwischen Teil- und Restsystem stellen die Koppelgrößen dar. Abbildung 22.22 zeigt das Prinzip der dezentralen Entkopplung [1119–1121].

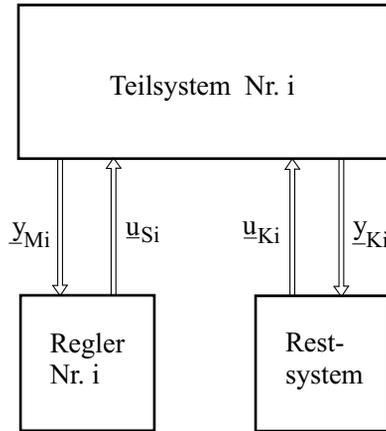


Abb. 22.22: Prinzip der dezentralen Entkopplung

Es ist erkennbar, daß das Teilsystem i von den Eingangsvektoren \underline{u}_{Si} und \underline{u}_{Ki} steuerbar und mit den Ausgangsvektoren \underline{y}_{Mi} sowie \underline{y}_{Ki} beobachtbar ist. Deshalb wird das dynamische Verhalten des Teilsystems vom Regler und dem Restsystem beeinflusst. Das Ziel der dezentralen Entkopplung ist es, einen Regler zu entwerfen, der die Einflüsse des Restsystems minimiert, um das Teilsystem vom Restsystem möglichst gut zu entkoppeln.

Der Teilsystemregler hat deshalb zwei Aufgaben:

- die Stabilität und das gewünschte dynamische Verhalten des Gesamtsystems zu gewährleisten und
- den Einfluß des Restsystems zu minimieren.

Somit werden folgende Anforderungen an die dezentrale Regelung gestellt:

- die Pole des geregelten Teilsystems sollen Werte entsprechend der geforderten Dynamik annehmen und
- die Empfindlichkeit der Pole bezüglich der Vektoren \underline{u}_{Ki} und \underline{y}_{Ki} soll so gering wie möglich sein.

22.8.2.2 Mathematische Beschreibung

Für den Entwurf einer dezentralen Regelung ist es vorteilhaft, das Teilsystem in die *verkopplungsorientierte Beschreibung* umzuformen [1110]. Die Zustandsgleichungen in dieser Form lauten dann für das Teilsystem i

$$\begin{aligned}\dot{\underline{x}}_i &= \mathbf{A}_{ii} \cdot \underline{x}_i + \mathbf{B}_{Si} \cdot \underline{u}_{Si} + \mathbf{B}_{Ki} \cdot \underline{u}_{Ki} \\ \underline{y}_{Mi} &= \mathbf{C}_{Mi} \cdot \underline{x}_i \\ \underline{y}_{Ki} &= \mathbf{C}_{Ki} \cdot \underline{x}_i\end{aligned}\quad (22.76)$$

wobei \mathbf{B}_{Si} die Eingangsmatrix für die Steuergrößen, \mathbf{B}_{Ki} die Koppelleingangs- und \mathbf{C}_{Ki} die Koppelausgangsmatrix darstellt, während \mathbf{C}_{Mi} die Meßausgänge beschreibt.

Betrachten wir beispielsweise das dritte Teilsystem in Abb. 22.6, so ergeben sich folgende Größen:

$$\underline{x}_3 = [m_3 \quad v_3 \quad \epsilon_{23}]^T \quad (22.77)$$

$$u_{S3} = m_3^* \quad (22.78)$$

$$\underline{u}_{K3} = [v_2 \quad \epsilon_{12} \quad f_{34}]^T \quad (22.79)$$

$$\underline{y}_{K3} = [-v_3 \quad \epsilon_{23} \quad f_{23}]^T \quad (22.80)$$

$$\underline{y}_{M3} = [m_3 \quad v_3 \quad f_{23}]^T \quad (22.81)$$

$$\mathbf{A}_{33} = \begin{pmatrix} -k_{ersi}/T_{ersi} & 0 & 0 \\ 1/T_{\Theta N} & 0 & -1/\epsilon_N T_{\Theta N} \\ 0 & 1/l_{23} T_N & -v_0/l_{23} T_N \end{pmatrix} \quad (22.82)$$

$$\mathbf{B}_{K3} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/T_{\Theta N} \\ -1/l_{23} T_N & v_0/l_{23} T_N & 0 \end{pmatrix} \quad (22.83)$$

$$\mathbf{B}_{S3} = [k_{ersi}/T_{ersi} \quad 0 \quad 0]^T \quad (22.84)$$

$$\mathbf{C}_{K3} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1/\epsilon_N \end{pmatrix} \quad (22.85)$$

$$\mathbf{C}_{M3} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\epsilon_N \end{pmatrix} \quad (22.86)$$

22.8.2.3 Modaltransformation des Teilsystems

Zur Untersuchung der Empfindlichkeit der Eigenwerte ist es vorteilhaft, das Teilsystem modal zu transformieren (Kap. 5.5, Kap. 5.5.5, [18]). Dabei werden die Systemgleichungen nach Gl. (22.76) durch die Transformationsmatrix \mathbf{V} in folgende Form gebracht:

$$\underline{x} = \mathbf{V} \cdot \underline{z} \quad (22.87)$$

$$\dot{\underline{z}} = \mathbf{A} \cdot \underline{z} + \mathbf{B}_K^* \cdot \underline{u}_K \quad (22.88)$$

$$\underline{y}_K = \mathbf{C}_K^* \cdot \underline{z} \quad (22.89)$$

wobei gilt:

$$\mathbf{A} = \mathbf{V}^{-1} \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{V} = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n) \quad (22.90)$$

Die Transformationsmatrix \mathbf{V} muß invertierbar sein und so gewählt werden, daß Gl. (22.90) erfüllt ist. \mathbf{A} ist die Diagonalmatrix der Eigenwerte des Teilsystems. Die transformierten Matrizen \mathbf{B}_K^* und \mathbf{C}_K^* werden aus den Gleichungen

$$\mathbf{B}_K^* = \mathbf{V}^{-1} \cdot \mathbf{B}_K \quad (22.91)$$

$$\mathbf{C}_K^* = \mathbf{C}_K \cdot \mathbf{V} \quad (22.92)$$

ermittelt.

22.8.2.4 Berechnung der Rückführkoeffizienten

Um die Bedingungen nach Kap. 22.8.2.1 zu erfüllen, muß ein neues Gütekriterium verwendet werden, das die Empfindlichkeit der Eigenwerte berücksichtigt.

Die Empfindlichkeit des k -ten Poles λ_k bezüglich des Elementes k_{ji} der Rückführmatrix \mathbf{K} kann nach [1110] wie folgt beschrieben werden:

$$S_{ji}^{\lambda_k} = \frac{\partial \lambda_k}{\partial k_{ji}} \quad (22.93)$$

Da betragsmäßig große Pole λ_k auch zu großen Werten in der Polempfindlichkeit tendieren, wird die *relative Polempfindlichkeit* eingeführt [1110]:

$$S_{rji}^{\lambda_k} = \frac{\partial \lambda_k}{\partial k_{ji}} \cdot \frac{k_{ji}}{\lambda_k} \quad (22.94)$$

Verwendet man die in den Gleichungen (22.87) bis (22.91) beschriebene Modaltransformation, so kann die relative Polempfindlichkeit nach [1110] wie folgt angegeben werden:

$$S_{rji}^{\lambda_k} = c_{ik}^* \cdot b_{kj}^* \cdot \frac{k_{ji}}{\lambda_k} \quad (22.95)$$

b_{kj}^* ist das kj -te Element von \mathbf{B}_K^* (k -te Zeile, j -te Spalte) und c_{ik}^* ist das ik -te Element von \mathbf{C}_K^* (i -te Zeile, k -te Spalte).

Um zu einem Gütekriterium für die Polverschiebbarkeit zu kommen, werden die Quadrate der Polempfindlichkeiten über alle Koppelingänge, Koppelausgänge und Teilsystemeigenwerte aufsummiert. Es wird dann folgende Beziehung für das Gütekriterium erhalten:

$$J_K = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^{p_k} \sum_{i=1}^{q_k} \left| \frac{c_{ik}^* \cdot b_{kj}^*}{\lambda_k} \right|^2 \quad (22.96)$$

In Gl. (22.96) ist n die Teilsystemordnung, p_k die Zahl der Koppelingangsgrößen und q_k die Zahl der Koppelausgangsgrößen. Der Vorteil dieser Beschreibung liegt darin, daß im Gütekriterium J_K nur die Elemente c_{ik}^* und b_{kj}^* der modal transformierten Koppelin- und Koppelausgangsmatrix erscheinen.

Zur Berechnung der Rückführmatrix \mathbf{K} des dezentralen Zustandsreglers wird die Gütefunktion nach Gl. (22.96) bezüglich der Elemente k minimiert.

$$\frac{\partial J_K}{\partial k} \rightarrow \min \quad (22.97)$$

Es existiert aber keine geschlossene mathematische Lösung für das Minimierungsproblem, so daß ein spezieller Algorithmus zur Berechnung der Rückführkoeffizienten verwendet werden muß [1111].

22.8.2.5 Algorithmus

Zur Minimierung der Gütefunktion wurde eine gradientenfreie Methode nach [1107] verwendet. Im ersten Schritt des Entwurfes muß das Polgebiet, in dem die Pole des geschlossenen Regelkreises liegen sollen, gewählt werden. In Abb. 22.23 ist als Beispiel ein Polgebiet dargestellt. Die Werte α und β sind so zu wählen, daß die Forderungen nach Stabilität, Dynamik und Dämpfung der Regelung erfüllt werden. Dabei gilt, je größer der Wert von α ist, desto kleiner wird die Anregelzeit sein und je größer der Winkel β ist, um so besser wird das geregelte System bedämpft werden.

Beim Start der Berechnung sind die Rückführkoeffizienten des Teilzustandsreglers vorzugeben. Es empfiehlt sich, die Werte des Zustandsreglers für das isolierte Teilsystem zu wählen. Dann werden die neuen, optimalen Rückführkoeffizienten gemäß den in Kap. 22.8.2.4 genannten Bedingungen berechnet. Der Vorteil der dezentralen Entkopplung liegt vor allem darin, daß keine Messungen der Koppelgrößen notwendig sind.

22.8.2.6 Beispiel

Mit den Daten der Versuchsanlage des Lehrstuhls wurde eine dezentrale Entkopplung durchgeführt. Ausgehend vom Zustandsregler für das isolierte Teilsystem nach Abb. 22.20 mit den Rückführkoeffizienten

$$K_n = 39$$

$$K_f = 2,7$$

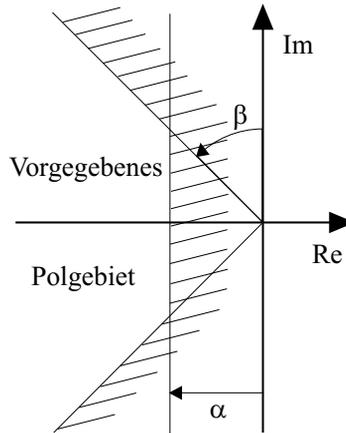


Abb. 22.23: Polgebiet für den Entwurf der dezentralen Entkopplung

$$T_{if} = 320 \text{ ms}$$

erhält man mit dem gewählten Polvorgabebereich

$$\begin{aligned} \operatorname{Re}\{\lambda_i\} &\leq -10 \\ |\operatorname{Im}\{\lambda_i\}| &\leq 5 \cdot |\operatorname{Re}\{\lambda_i\}| \end{aligned} \quad (22.98)$$

folgende Rückführkoeffizienten der Zustandsregler mit dezentraler Entkopplung:

$$K_n = 32$$

$$K_f = 6$$

$$T_{if} = 75 \text{ ms}$$

Das Ergebnis einer Simulation für zwei Teilsysteme ist in Abb. 22.24 gezeigt. Die an der Versuchsanlage gemessenen Bahnkraftverläufe sind in Abb. 22.25 dargestellt.

Wie die Abbildungen zeigen, stimmen die simulierten und gemessenen Ergebnisse sehr gut überein. Die Entkopplung der Bahnkräfte ist ebenfalls sehr gut, da sich die Bahnkraft f_{34} des 4. Teilsystems bei einer Anregung des vorherigen Teilsystems 3 nur unwesentlich ändert. Die Sprungantworten erreichen nahezu aperiodisch ohne Überschwingen ihren Endwert. Ein Vergleich der Ergebnisse mit denen einer Kaskadenregelung in Abb. 22.13 zeigt die Verbesserung der Regelqualität mittels dezentraler Entkopplung.

Ein Vergleich der mit der dezentralen Entkopplung erzielten Übergangsfunktionen mit denen einer Zustandsregelung für das Gesamtsystem nach Abb. 22.18 läßt aber erkennen, daß die Ausregelzeiten bei der dezentralen Entkopplung in Abb. 22.24 und 22.25 wesentlich größer sind als bei der Zustandsregelung für das Gesamtsystem. Dies liegt vor allem daran, daß bei der dezentralen Entkopplung

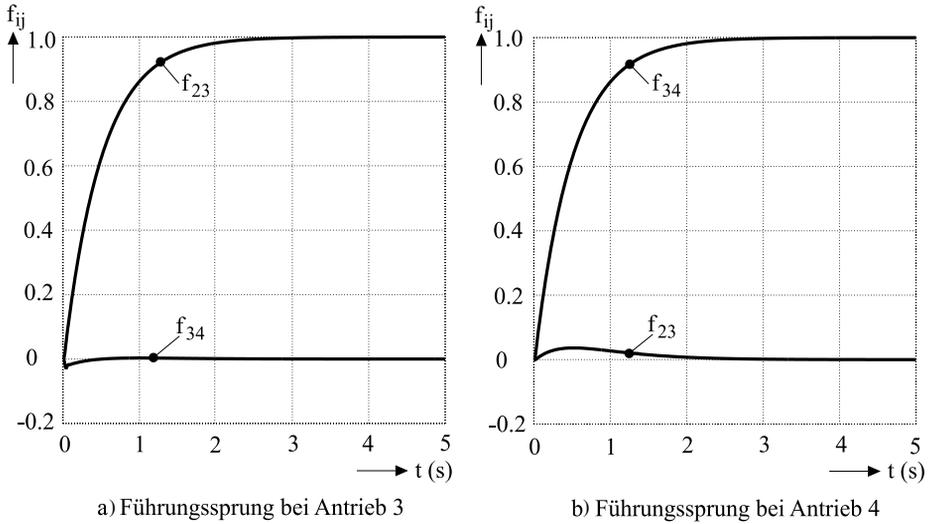


Abb. 22.24: Simulierte Sprungantworten der dezentralen Entkopplung

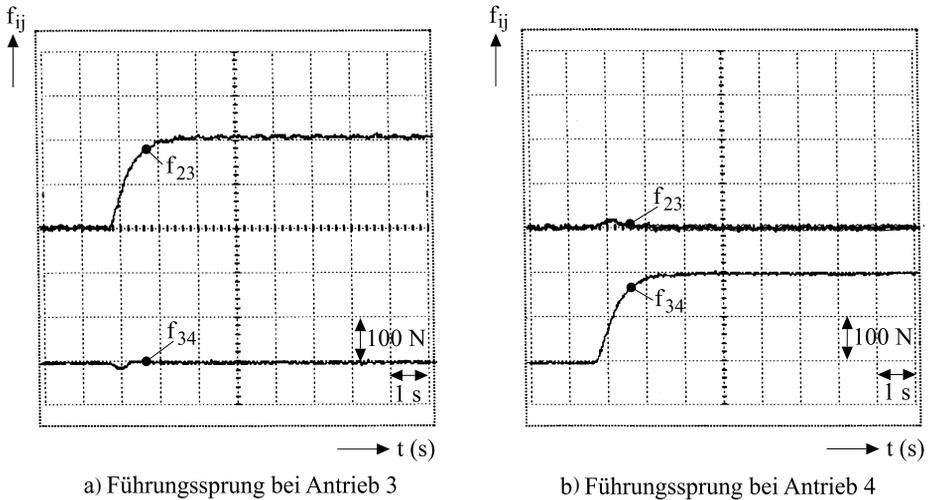


Abb. 22.25: Gemessene Sprungantworten der dezentralen Entkopplung

jeder Teilsystemregler zwei Aufgaben gleichzeitig zu erfüllen hat. Zum einen soll er die gewünschte Regeldynamik erzeugen und zum anderen die Teilsysteme entkoppeln. Beide Aufgaben sind nur durch einen Kompromiss zu erreichen. Dieser Kompromiss wird durch die Wahl des Polvorgabebereiches nach Abb. 22.23 gemäß Gl. (22.98) erreicht.

Generell gilt aber, daß ein gutes Führungsverhalten nur auf Kosten einer schlechteren Entkopplung erhalten werden kann. Der Vorteil der dezentralen Entkopplung liegt aber darin, daß Teilsystemregler niedriger Ordnung, die sich leicht-

ter realisieren lassen und die auch im Betrieb besser handhabbar sind, erhalten werden. Die Rückführkoeffizienten wurden in dem Beispiel so berechnet, daß sie auch bei verrauschten Meßsignalen realisierbar sind.

22.9 Beobachter

22.9.1 Zentrale Beobachter

Die Aufgabe von Beobachtern besteht darin, aus Systemeingangsgrößen \underline{u} und gut meßbaren Systemausgangsgrößen \underline{y} nicht oder nur schlecht meßbare Zustandsgrößen \underline{x} zu ermitteln. Weitere Gründe für den Beobachtereinsatz sind die Einsparung teurer Meßaufnehmer oder der Fall, daß die Anbringung der Sensoren sehr aufwändig und unerwünscht ist, da sie den Prozeß stören. So stellt z.B. die Messung der Bahnkraft bei kontinuierlichen Fertigungsanlagen, wie in Kap. 22.4.2.2 beschrieben, oft ein Problem dar.

Ein Beobachter stellt grundsätzlich die Nachbildung der Regelstrecke mit Rückführung dar, wie in Abb. 22.26 gezeigt.

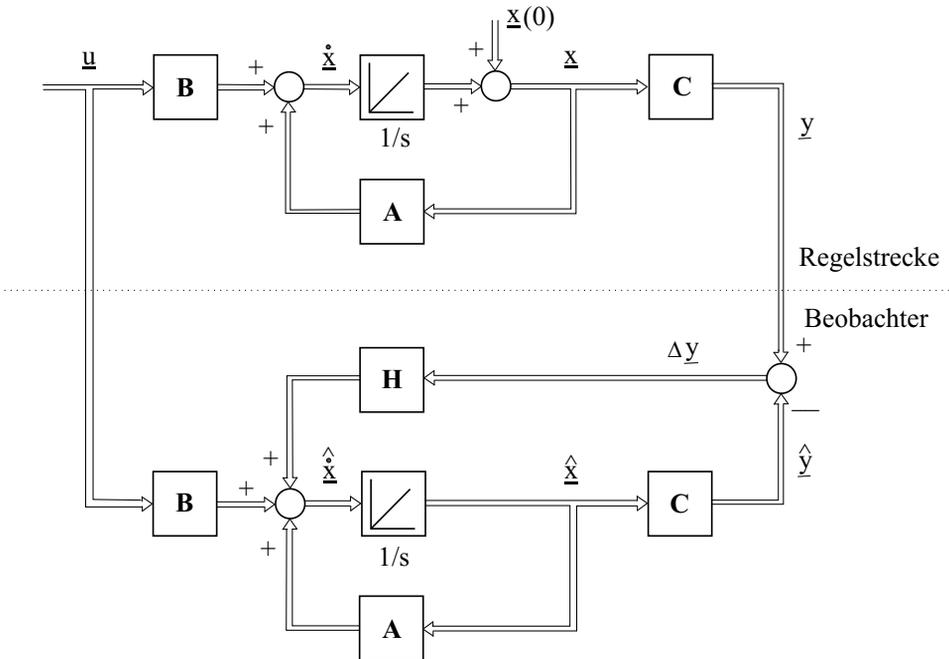


Abb. 22.26: Beobachterstruktur

Das Beobachterprinzip wurde in Kap. 5.5.6 allgemein behandelt. In den weiteren Betrachtungen wird von einem Beobachter nach Luenberger ausgegangen, wie er in Kap. 5.5.6.2 beschrieben ist.

22.9.2 Dezentrale Beobachter

22.9.2.1 Allgemeines

Wird die Regelung eines Mehrgrößensystems dezentral ausgeführt, ist es sinnvoll, auch Teilbeobachter einzusetzen. Dabei hat der Teilbeobachter die Aufgabe, einen Schätzwert \hat{x}_i für den Teilzustandsvektor x_i ausschließlich aus dem Eingangsvektor \underline{u}_{Si} und dem Ausgangsvektor \underline{y}_{Mi} des Teilsystems zu bilden. Abbildung 22.27 zeigt diesen Sachverhalt.

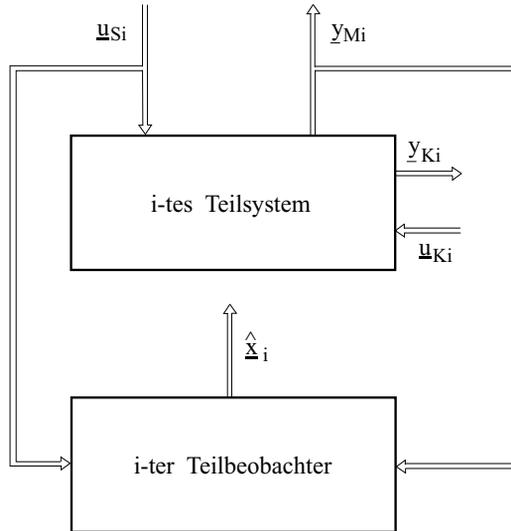


Abb. 22.27: Teilbeobachter

Die Beobachtergleichungen des i-ten Teilsystems lassen sich in der verkopplungsorientierten Darstellung entsprechend Gl. (22.76) wie folgt angeben [1110]:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_i &= \mathbf{A}_{ii} \cdot \hat{x}_i + \mathbf{B}_{Ki} \cdot \underline{u}_{Ki} + \mathbf{B}_{Si} \cdot \underline{u}_{Si} + \mathbf{H}_i \cdot (\underline{y}_{Mi} - \hat{y}_{Mi}) \\ \hat{y}_{Mi} &= \mathbf{C}_{Mi} \cdot \hat{x}_i \end{aligned} \quad (22.99)$$

Die Matrix \mathbf{H}_i gewichtet die Fehlerrückkopplung des i-ten Teilbeobachters.

Der Beobachterfehler e_i des i-ten Teilbeobachters wird als die Differenz aus tatsächlichem und geschätztem Zustandsvektor definiert.

$$e_i = x_i - \hat{x}_i \quad (22.100)$$

Aus den Gleichungen (22.76) und (22.99) wird nach einigen Umformungen die Fehlerdifferenzialgleichung des i-ten Teilbeobachters berechnet.

$$\dot{e}_i = (\mathbf{A}_{ii} - \mathbf{H}_i \cdot \mathbf{C}_{Mi}) \cdot e_i \quad (22.101)$$

Diese ist wie beim zentralen Beobachter homogen, aber um einen hohen Preis! Da in Gl. (22.99) des Teilbeobachters der Term $\mathbf{B}_{Ki} \cdot \underline{u}_{Ki}$ zusätzlich auftritt,

bedeutet dies, daß alle Koppeleingänge \underline{u}_{Ki} des Teilsystems dem Beobachter zugeführt werden und meßbar sein müssen. Dies ist im allgemeinen nicht zutreffend. Deshalb wird versucht, die Koppeleingänge \underline{u}_{Ki} durch eine Approximation $\underline{\hat{\delta}}_i$ zu ersetzen, wobei $\underline{\hat{\delta}}_i$ aus meßbaren Größen des Teilsystems berechnet wird. Mit $\underline{u}_{Ki} \rightarrow \underline{\hat{\delta}}_i$ lauten dann die allgemeinen Teilbeobachtergleichungen:

$$\begin{aligned}\dot{\underline{\hat{x}}}_i &= \mathbf{A}_{ii} \cdot \underline{\hat{x}}_i + \mathbf{B}_{Ki} \cdot \underline{\hat{\delta}}_i + \mathbf{B}_{Si} \cdot \underline{u}_{Si} + \mathbf{H}_i \cdot (\underline{y}_{Mi} - \underline{\hat{y}}_{Mi}) \\ \underline{\hat{y}}_{Mi} &= \mathbf{C}_{Mi} \cdot \underline{\hat{x}}_i\end{aligned}\quad (22.102)$$

Die Fehlerdifferentialgleichung für diesen Ansatz lautet:

$$\dot{\underline{\epsilon}}_i = (\mathbf{A}_{ii} - \mathbf{H}_i \cdot \mathbf{C}_{Mi}) \cdot \underline{\epsilon}_i + \mathbf{B}_{Ki} \cdot (\underline{u}_{Ki} - \underline{\hat{\delta}}_i) \quad (22.103)$$

Obige Differentialgleichung ist *inhomogen*, da \underline{u}_{Ki} von $\underline{\hat{\delta}}_i$ nicht exakt nachgebildet werden kann. Dies bedeutet, daß ein Beobachterfehler auftritt. Durch geeignete Wahl von $\underline{\hat{\delta}}_i$ versucht man, den Fehler möglichst klein zu halten. Gelingt es jedoch, den inhomogenen Teil von Gl. (22.103) im eingeschwungenen Zustand, d.h. für $t \rightarrow \infty$, zu Null zu machen, tritt *kein stationärer Beobachterfehler* aufgrund der Koppelgrößen auf. Die Fehlerdifferentialgleichung (22.103) ist dann *asymptotisch homogen*.

Notwendig und hinreichend, daß der dezentrale Teilbeobachter einen stationär genauen Schätzwert unabhängig von den Koppelgrößen liefert, sind folgende Bedingungen:

- Der Teilsystembeobachter ist stabil und
- $\lim[\underline{\hat{\delta}}_i(t) - \underline{u}_{Ki}(t)] \stackrel{!}{=} 0$ für $t \rightarrow \infty$

22.9.2.2 Approximation durch Störmodelle

Faßt man die zu approximierenden Koppelgrößen \underline{u}_{Ki} als Störgrößen des Teilsystems auf, kann durch ein geeignetes Störmodell die Koppelgröße ermittelt werden. Das isolierte Teilsystem wird um das Störmodell ergänzt und mit dem so erweiterten Teilsystem der Beobachterentwurf in bekannter Weise durchgeführt. In Abb. 22.28 ist das Prinzip dargestellt [1110, 1122].

Der Ansatz für das Störmodell ist eine homogene Differentialgleichung:

$$\begin{aligned}\dot{\underline{\xi}}_i &= \underline{\Psi}_i \cdot \underline{\xi}_i \\ \underline{u}_{Ki} &= \underline{\Phi}_i \cdot \underline{\xi}_i\end{aligned}\quad (22.104)$$

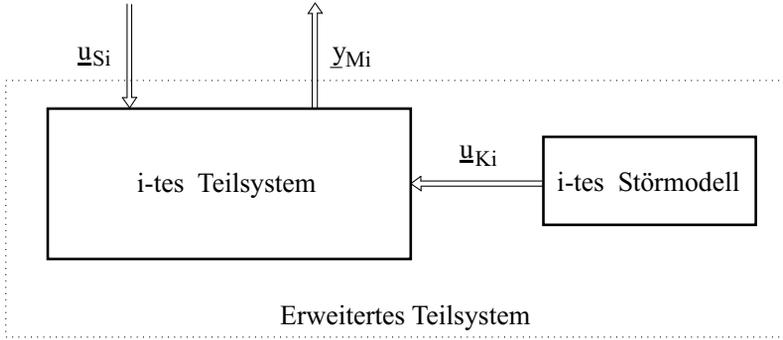


Abb. 22.28: *Erweitertes Teilsystem mit Störmodell*

Damit gilt für das erweiterte Teilsystem nach Abb. 22.28:

$$\begin{aligned}
 \underbrace{\begin{pmatrix} \dot{\underline{x}}_i \\ \dot{\underline{\xi}}_i \end{pmatrix}}_{\underline{\dot{x}}_{Ei}} &= \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{A}_{ii} & \mathbf{B}_{Ki} \cdot \Phi_i \\ \mathbf{0} & \Psi_i \end{pmatrix}}_{\mathbf{A}_{Ei}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} \underline{x}_i \\ \underline{\xi}_i \end{pmatrix}}_{\underline{x}_{Ei}} + \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{B}_{Si} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}}_{\mathbf{B}_{Ei}} \cdot \underline{u}_{Si} \\
 \underline{y}_{Mi} &= \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{C}_{Mi} & \mathbf{0} \end{pmatrix}}_{\mathbf{C}_{Ei}} \cdot \begin{pmatrix} \underline{x}_i \\ \underline{\xi}_i \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{22.105}$$

Der Teilbeobachter wird mit dem erweiterten Teilsystem nach Gl. (22.105) entworfen. Die Zustandsgleichungen für den Teilbeobachter lauten:

$$\begin{aligned}
 \dot{\hat{\underline{x}}}_{Ei} &= \mathbf{A}_{Ei} \cdot \hat{\underline{x}}_{Ei} + \mathbf{B}_{Ei} \cdot \underline{u}_{Si} + \mathbf{H}_{Ei} \cdot (\underline{y}_{Mi} - \hat{\underline{y}}_{Mi}) \\
 \hat{\underline{y}}_{Mi} &= \mathbf{C}_{Ei} \cdot \hat{\underline{x}}_{Ei}
 \end{aligned} \tag{22.106}$$

Beim erweiterten Teilsystem nach Gl. (22.105) handelt es sich um ein fiktives System für den Beobachterentwurf. Dagegen gilt für die Meßgrößen die Beziehung

$$\underline{y}_{Mi} = \mathbf{C}_{Mi} \cdot \underline{x}_i \tag{22.107}$$

und nicht wie in Gl. (22.105)

$$\underline{y}_{Mi} = \mathbf{C}_{Ei} \cdot \underline{x}_{Ei} \tag{22.108}$$

Deshalb muß die Beobachterentwurfsgleichung (22.106) getrennt nach Teilsystem und Störmodell geschrieben werden:

$$\begin{aligned}
 \dot{\hat{\underline{x}}}_i &= \mathbf{A}_{ii} \cdot \hat{\underline{x}}_i + \mathbf{B}_{Ki} \cdot \Phi_i \cdot \underline{\xi}_i + \mathbf{B}_{Si} \cdot \underline{u}_{Si} + \mathbf{H}_i \cdot (\underline{y}_{Mi} - \hat{\underline{y}}_{Mi}) \\
 \hat{\underline{y}}_{Mi} &= \mathbf{C}_{Mi} \cdot \hat{\underline{x}}_i
 \end{aligned} \tag{22.109}$$

$$\begin{aligned}\dot{\hat{\underline{x}}}_i &= \underline{\Psi}_i \cdot \hat{\underline{x}}_i + \underline{\mathbf{H}}_{\xi i} \cdot (\underline{y}_{Mi} - \hat{\underline{y}}_{Mi}) \\ \hat{\underline{u}}_{Ki} &= \underline{\delta}_i = \underline{\Phi}_i \cdot \hat{\underline{x}}_i\end{aligned}\quad (22.110)$$

Gleichung (22.109) stellt das Teilsystem und Gl. (22.110) das Störmodell dar.

Asymptotisch homogene Fehlerdifferenzialgleichungen lassen sich aber für beliebige Störmodelle nicht allgemein nachweisen. Deshalb können nur spezielle Störmodelle verwendet werden. Ein für die Praxis realisierbares und einfaches Modell lautet:

$$\begin{aligned}\underline{\Psi}_i &= \mathbf{0} \\ \underline{\Phi}_i &= \mathbf{E}\end{aligned}\quad (22.111)$$

Damit folgt für das Störmodell nach Gl. (22.110):

$$\dot{\hat{\underline{x}}}_i = \dot{\underline{\delta}}_i = \underline{\mathbf{H}}_{\xi i} \cdot (\underline{y}_{Mi} - \hat{\underline{y}}_{Mi})\quad (22.112)$$

Somit wird für den gesamten Teilsystembeobachter aus den Gleichungen (22.109) und (22.112) folgende Zustandsraumbeschreibung erhalten:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \dot{\hat{\underline{x}}}_i \\ \dot{\underline{\delta}}_i \end{pmatrix}}_{\dot{\hat{\underline{x}}}_{Ei}} = \underbrace{\begin{pmatrix} \mathbf{A}_{ii} - \underline{\mathbf{H}}_i \cdot \underline{\mathbf{C}}_{Mi} & \underline{\mathbf{B}}_{Ki} \\ -\underline{\mathbf{H}}_{\xi i} \cdot \underline{\mathbf{C}}_{Mi} & \mathbf{0} \end{pmatrix}}_{\underline{\mathbf{A}}_{Ei} - \underline{\mathbf{H}}_{Ei} \underline{\mathbf{C}}_{Ei}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} \hat{\underline{x}}_i \\ \underline{\delta}_i \end{pmatrix}}_{\hat{\underline{x}}_{Ei}} + \underbrace{\begin{pmatrix} \underline{\mathbf{B}}_{Si} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}}_{\underline{\mathbf{B}}_{Ei}} \cdot \underline{u}_{Si} + \underbrace{\begin{pmatrix} \underline{\mathbf{H}}_i \\ \underline{\mathbf{H}}_{\xi i} \end{pmatrix}}_{\underline{\mathbf{H}}_{Ei}} \cdot \underline{y}_{Mi}\quad (22.113)$$

$$\hat{\underline{y}}_{Mi} = \underbrace{\begin{pmatrix} \underline{\mathbf{C}}_{Mi} & \mathbf{0} \end{pmatrix}}_{\underline{\mathbf{C}}_{Ei}} \cdot \begin{pmatrix} \hat{\underline{x}}_i \\ \underline{\delta}_i \end{pmatrix}$$

Aus Gl. (22.112) ist erkennbar, daß es sich hier um eine integrale Aufschaltung des Beobachterfehlers $\underline{y}_{Mi} - \hat{\underline{y}}_{Mi}$ aus gemessenen und beobachteten Meßausgängen handelt. Aus diesem Fehler rekonstruiert das Störmodell die Koppelgrößen solange, bis $\underline{u}_{Ki\infty} = \underline{\delta}_{i\infty}$ ist. Dann liefert der dezentrale Beobachter stationär genaue Zustandsgrößen.

Abweichend vom zentralen Beobachter gilt bei dezentralen Beobachtern das Separationsprinzip, wie es in Kap. 5.5.6.3 beschrieben ist, nicht mehr. Dies bedeutet, daß die Beobachterdynamik beim Zustandsreglerentwurf zu beachten ist.

22.9.2.3 Beispiel: Dezentraler Beobachter für zwei Teilsysteme

Für die Zustandsregelung von zwei Teilsystemen nach Abb. 22.19 werden zur Schätzung der Bahnkräfte dezentrale Beobachter eingesetzt. Jedes Teilsystem ist zustandsgeregelt, wobei die Zustandsregler die von den Beobachtern geschätzten Bahnkräfte f_{23} bzw. f_{34} verarbeiten. Abbildung 22.29 zeigt die Struktur der Regelung mit Beobachtern.

Die Koppelingangsgröße für das Teilsystem 3 ist die Bahnkraft f_{34} , während das Teilsystem 4 die Koppelingangsgrößen v_3 und ϵ_{23} besitzt. Somit ergeben

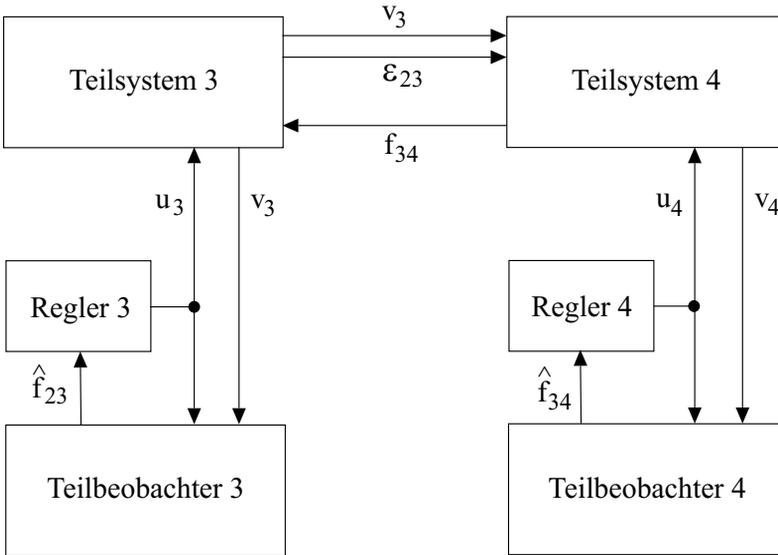


Abb. 22.29: Struktur der Regelung mit dezentralen Beobachtern

sich folgende Matrizen der Koppeleingänge für die verkopplungsorientierte Darstellung nach Gl. (22.99):

$$\underline{u}_{K3} = [f_{34}] \tag{22.114}$$

$$\mathbf{B}_{K3} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1/T_{\Theta N} \\ 0 \end{pmatrix} \tag{22.115}$$

$$\underline{u}_{K4} = [v_3 - v_0 \epsilon_{23}] \tag{22.116}$$

$$\mathbf{B}_{K4} = \begin{pmatrix} -1/l_{34} T_N \epsilon_N \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{22.117}$$

Der Teilbeobachterentwurf mit Störmodell erfolgte gemäß den Gleichungen (22.109) und (22.112). Die Parameter der Rückführmatrix \mathbf{H} für Beobachter und die Integrierzeit T_ξ für das Störmodell wurden mit der Riccati-Gleichung berechnet. In Abb. 22.30 ist die Struktur der so ermittelten dezentralen Beobachter für die Teilsysteme 3 und 4 dargestellt, wobei Abb. 22.30a den Teilbeobachter 3 und Abb. 22.30b Teilbeobachter 4 zeigt. Die beiden Teilbeobachter sind um eine Ordnung reduziert, da die Ströme i_3 bzw. i_4 gemessen und direkt den Beobachtern zugeführt werden. Damit entfällt jeweils ein Beobachterzustand.

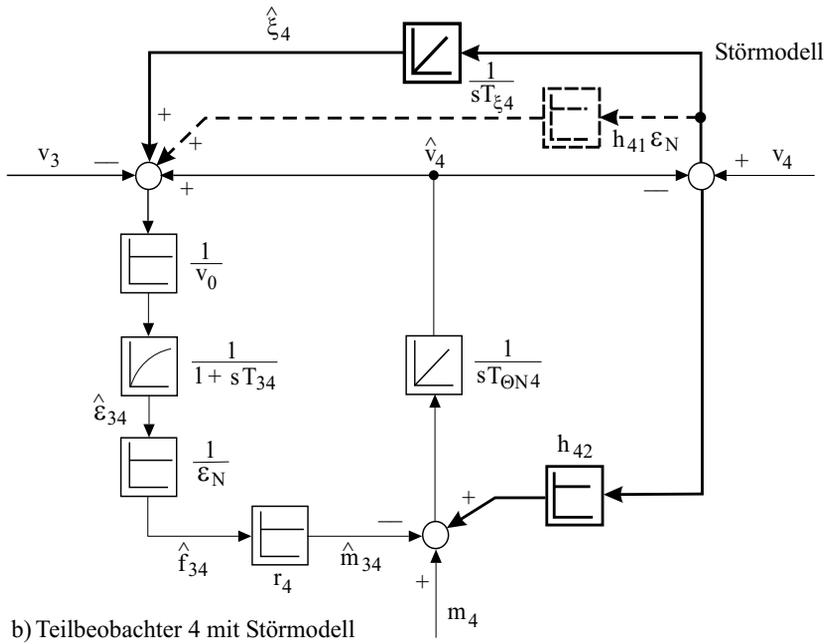
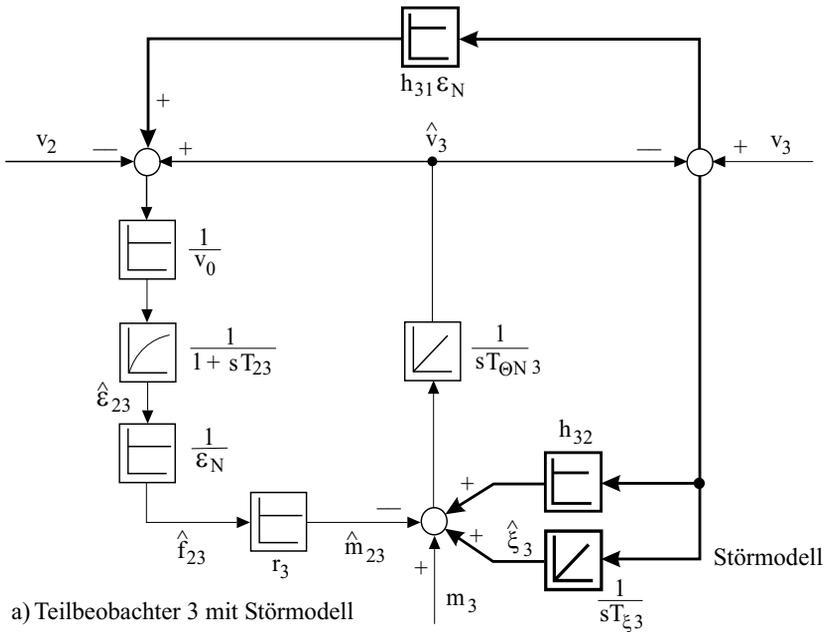


Abb. 22.30: Teilbeobachter 3 und 4 mit Störmodell

Die Ausgangsgrößen $\hat{\xi}_3$ bzw. $\hat{\xi}_4$ der Störmodelle entsprechen im eingeschwungenen Zustand den Koppelleingangsgrößen f_{34} bzw. $v_3 - v_0\epsilon_{23}$. Die in Abb. 22.30b gestrichelt gezeichnete proportionale Fehlerrückführung kann vernachlässigt werden.

Um die Wirkungsweise der Beobachter zu zeigen, wurden die Teilbeobachter des Systems nach Abb. 22.30 zunächst nur parallel betrieben, d.h. die Bahnkräfte gemessen und direkt den Reglern zugeführt. In Abb. 22.31 sind die gemessenen und beobachteten Bahnkräfte dargestellt. Beide Beobachter sind in der Lage, alle Bahnkräfte stationär ohne Fehler zu schätzen.

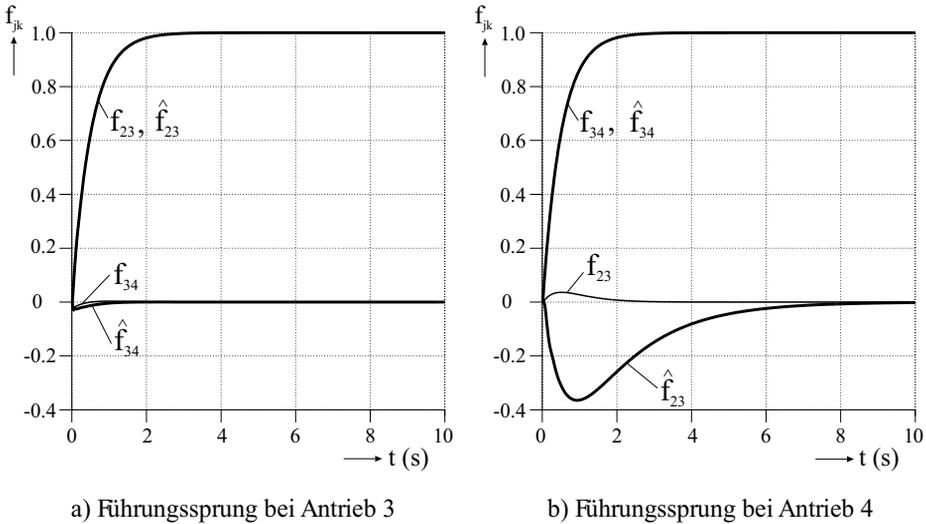


Abb. 22.31: *Dezentrale Beobachter mit Störmodell*

Allerdings treten, wie in Abb. 22.31b vor allem für die Bahnkraft \hat{f}_{23} sichtbar, dynamische Abweichungen auf. Durch Verkleinern der Integrierzeit T_{ξ_3} auf unter 1 ms kann diese Abweichung erheblich verringert werden. Dies ist aber in realen Systemen mit verrauschten Meßsignalen nicht immer möglich. Abbildung 22.31 beweist aber, daß es mit den in Kap. 22.9.2.2 entworfenen Störmodellen möglich ist, Zustandsgrößen auch mit dezentralen Beobachtern stationär genau zu schätzen.

22.9.2.4 Parameteränderungen

Bisher wurde vorausgesetzt, daß die Streckenparameter mit denen im Beobachter identisch sind. Dies ist jedoch nur in Ausnahmefällen gegeben. Bei kontinuierlichen Fertigungsanlagen ändern sich beispielsweise zwei Parameter während des Betriebes besonders häufig. Dies ist die Bahnbeschaffenheit der Stoffbahn durch Befeuchten, Streichen oder Bedrucken und die Reibung. Im ersten Fall ändert sich die Nenndehnung ϵ_N und im zweiten Fall wirkt an der Drehmomentvergleichsstelle eine zusätzliche Reibkraft f_R , wie in Abb. 22.20 dargestellt. Die

Nenndehnungsänderung greift dabei multiplikativ in die Bildung der Bahnkraft ein, während die Reibung eine additive Änderung darstellt. Oft treten beide Änderungen gleichzeitig auf.

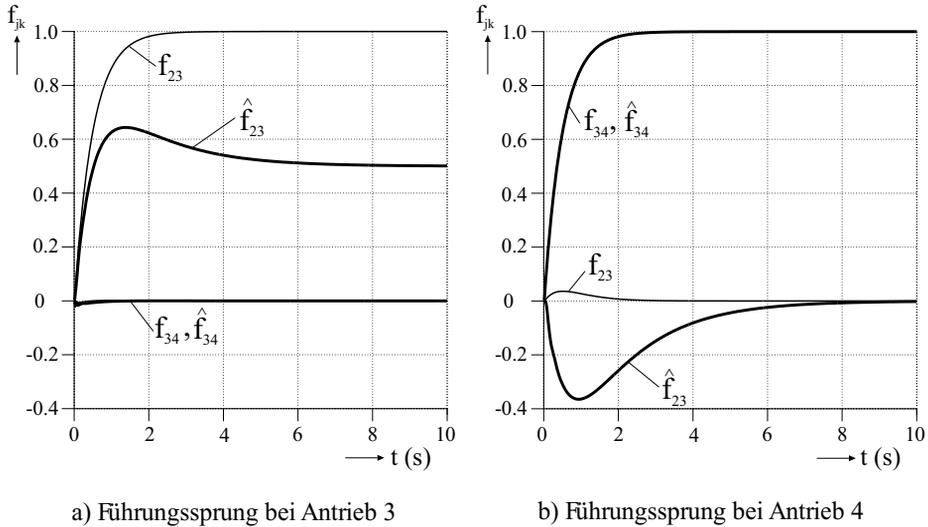


Abb. 22.32: *Dezentrale Beobachter bei Nenndehnungsänderung*

Zur Untersuchung der beiden Einflüsse wurden die gleichen Simulationen für die beiden Teilsysteme (Abb. 22.19) mit parallelen Beobachtern nach Abb. 22.30 wie in Kap. 22.9.2.3 durchgeführt. Allerdings wurde die Nenndehnung der Stoffbahn folgendermaßen verändert:

$$\epsilon_N = 0,5 \cdot \epsilon_{Nbeob} \quad (22.118)$$

Wie in Abb. 22.32a erkennbar, kann der Teilbeobachter 3 die Bahnkraft nicht mehr stationär richtig schätzen, die Bahnkraft \hat{f}_{23} erreicht nur den Endwert 0,5. Dagegen ist der Teilbeobachter 4, wie Abb. 22.32b zeigt, in der Lage, trotz der Parameteränderung die Bahnkräfte stationär genau zu schätzen. Der Grund dafür ist sein Störmodell, das hier an der Geschwindigkeitsvergleichsstelle $\hat{v}_4 - v_3$ eingreift und den Beobachterfehler korrigiert (Abb. 22.30b). Das Störmodell des Teilbeobachters 3 dagegen wirkt an der Drehmomentvergleichsstelle und kann den Beobachterfehler nicht beseitigen (Abb. 22.30a).

Eine andere Situation ergibt sich bei einer sprungförmigen Reibungsänderung f_R (Abb. 22.20), wie in Abb. 22.33 gezeigt. Hier ist die Auswirkung einer sprungförmigen Reibungsänderung um den Betrag $f_R = 1$ bei Antrieb 3 dargestellt. Es tritt kein stationärer Beobachterfehler auf, da das Störmodell des Teilbeobachters 3 nach Abb. 22.30a in der Lage ist, die Reibkraft f_R zu erkennen und auszuregeln. Dagegen wird, wie in Abb. 22.33b gezeigt, die Reibkraft vom Teilbeobachter 4 nicht erkannt und somit die Bahnkraft \hat{f}_{34} falsch geschätzt.

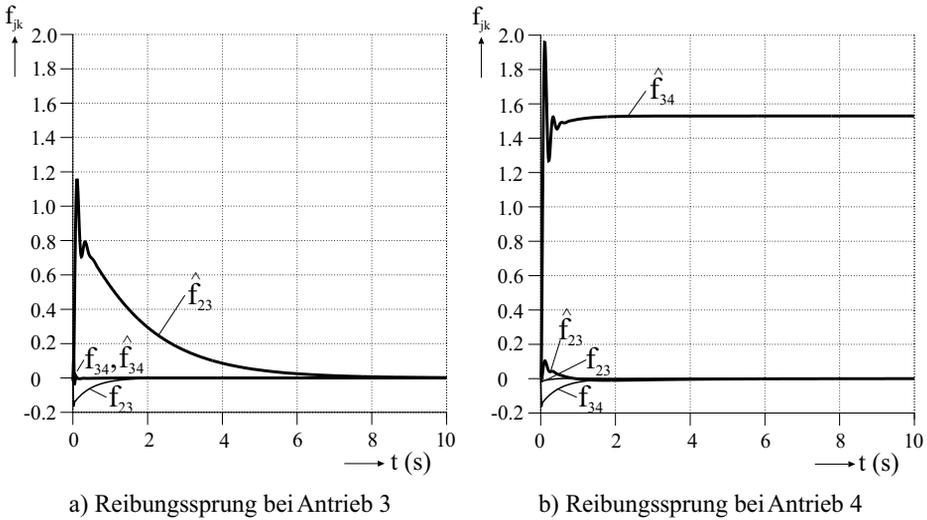


Abb. 22.33: *Dezentrale Beobachter bei Reibungsänderung*

Die Beispiele in den Abbildungen 22.32 und 22.33 zeigen, daß die Störmodelle der dezentralen Beobachter neben den Koppelgrößen nur bedingt Parameteränderungen und Störgrößen ausregeln können. So ist das Störmodell des Teilbeobachters 3 in der Lage, die Reibkraft f_R zu erkennen, das Störmodell des Teilbeobachters 4 dagegen eine Änderung der Nenndehnung ϵ_N . Beide Störmodelle können aber nicht gleichzeitig an einem Teilbeobachter eingesetzt werden, da nur *ein* Fehlervergleich über die Geschwindigkeiten $v_j - \hat{v}_j$ möglich ist. Somit müssen andere Methoden verwendet werden, z.B. die Aufschaltung der gemessenen oder online über ein neuronales Netz ermittelten Reibkennlinie, um beide Fehler zu eliminieren [1115].

22.9.2.5 Informationsaustausch zwischen den Teilbeobachtern

Teilt man die geschätzten Koppelgrößen den Teilbeobachtern mit, wie in Abb. 22.34 dargestellt, so wird die verkoppelte Streckenstruktur auch auf der Beobachterebene nachgebildet. Damit ist zwar keine strenge Dezentralität der Beobachter vorhanden, aber die Schätzung der Bahnkräfte ist mit erheblich besseren Ergebnissen verbunden.

Die jeweiligen Störmodelle müssen jetzt nur noch die Parameteränderungen bzw. die Störgrößen ermitteln. Verwendet man beispielsweise für beide Teilsysteme die Beobachterstruktur nach Abb. 22.30.b, so können Koppelgrößen und Nenndehnungsänderungen ohne stationären Fehler geschätzt werden.

Für eine geänderte Nenndehnung ϵ_N nach Gl. (22.118) zeigt Abb. 22.35 die Simulationsergebnisse bei einer Sprunganregung der jeweiligen Bahnkraftsollwerte f_{23} bzw. f_{34} .

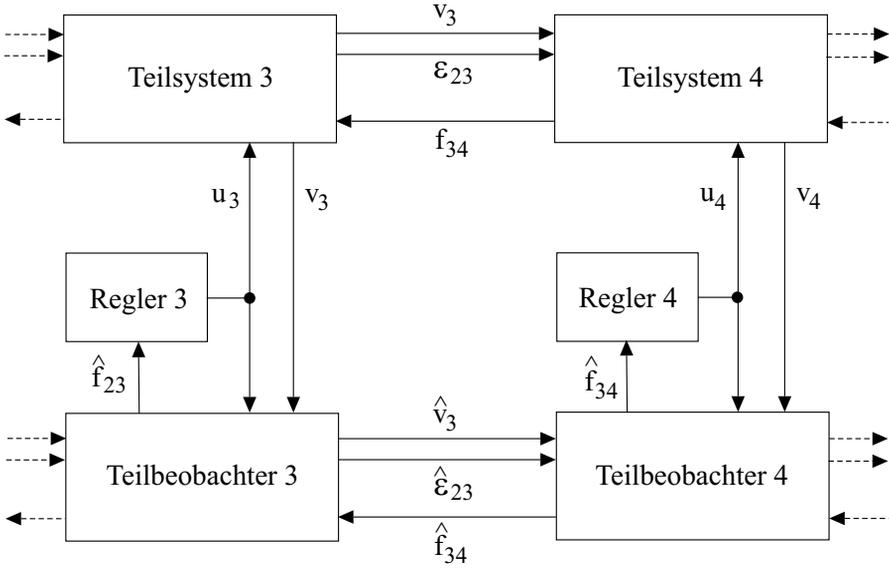
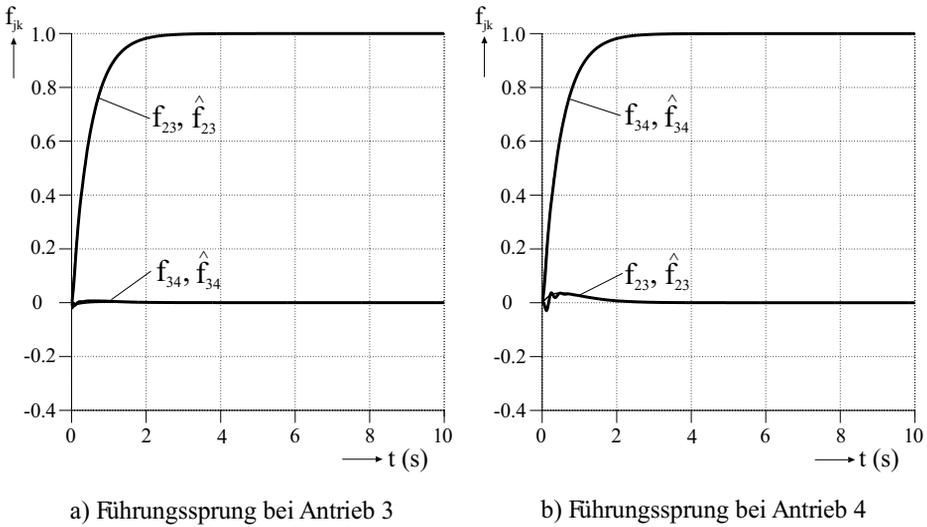


Abb. 22.34: Dezentrale Beobachter mit Informationsaustausch



a) Führungssprung bei Antrieb 3

b) Führungssprung bei Antrieb 4

Abb. 22.35: Dezentrale Beobachter mit Informationsaustausch bei geänderter Nenndehnung

Alle Bahnkräfte werden ohne stationären Fehler geschätzt. Vergleicht man Abb. 22.35b mit den Abbildungen 22.31b und 22.32.b, so erkennt man auch eine wesentliche Verbesserung des dynamischen Verhaltens der geschätzten Bahnkraft \hat{f}_{23} beim Beobachter mit Informationsaustausch.

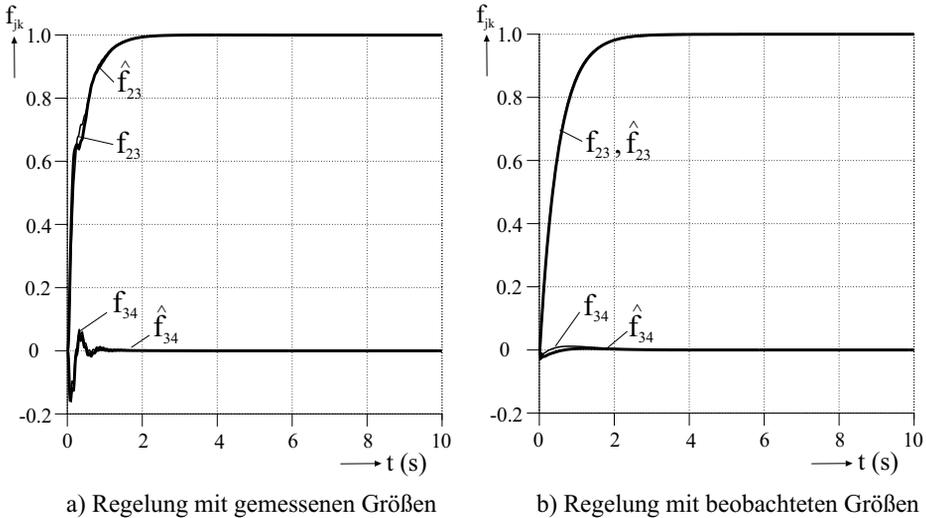


Abb. 22.36: Vergleich einer Zustandsregelung mit Meßgebern und Beobachtern

Eine Reibungsänderung wird allerdings auch mit dieser Struktur nicht erkannt. Diese muß mit anderen Methoden ermittelt werden. Dazu bietet sich eine Aufschaltung der Reibkraft f_R an, wenn diese im gesamten Betriebsbereich der Anlage bekannt ist. Meistens ist dies nicht der Fall. Die Reibung ist nichtlinear und beispielsweise von der Geschwindigkeit, Temperatur oder Belastung abhängig. In diesem Fall bieten sich andere Verfahren, wie z.B. neuronale Netze an, um die Reibkennlinie online zu „lernen“. Diese Methoden werden in [1115] behandelt.

22.9.2.6 Zustandsregelung mit dezentralen Beobachtern

Jetzt werden die von den dezentralen Beobachtern geschätzten Bahnkräfte den Teilzustandsreglern zugeführt, wie in Abb. 22.29 dargestellt. Oft können bei Beobachtern die Regelgrößen mit geringeren Glättungen zurückgeführt werden, was eine Verbesserung der Regeldynamik ergibt. Somit sind Beobachter schnelle Meßglieder. Abbildung 22.36 zeigt den Vergleich einer dezentralen Bahnkraftregelung, wobei in Abb. 22.36a die Kräfte mit Meßgebern über Glättungsglieder erfaßt, in Abb. 22.36b mit Beobachtern geschätzt und den Zustandsreglern zugeführt wurden.

Wegen der geringeren Glättungen ist im Fall der Beobachter eine wesentlich bessere Entkopplung der Bahnkräfte erreichbar als mit der Regelung über Meßgeber (Abb. 22.36a).

22.9.2.7 Beeinflussung von dezentralen Reglern und Beobachtern

In den vorangegangenen Untersuchungen wurden die dezentralen Zustandsregler und dezentralen Beobachter so entworfen, daß die gegenseitige Beeinflussung

gering ist. Da aber bei dezentralen Regelungen das Separationsprinzip (siehe Kap. 5.5.6.3) nicht mehr gilt, kann eine ungünstige Wahl von Regler- und Beobachterkoeffizienten das Regelergebnis beeinflussen. Im folgenden Beispiel wurden die Zustandsregler wie in Kap. 22.9.2.5 eingestellt, die dezentralen Beobachter dagegen langsamer (Pole näher an der imaginären Achse).

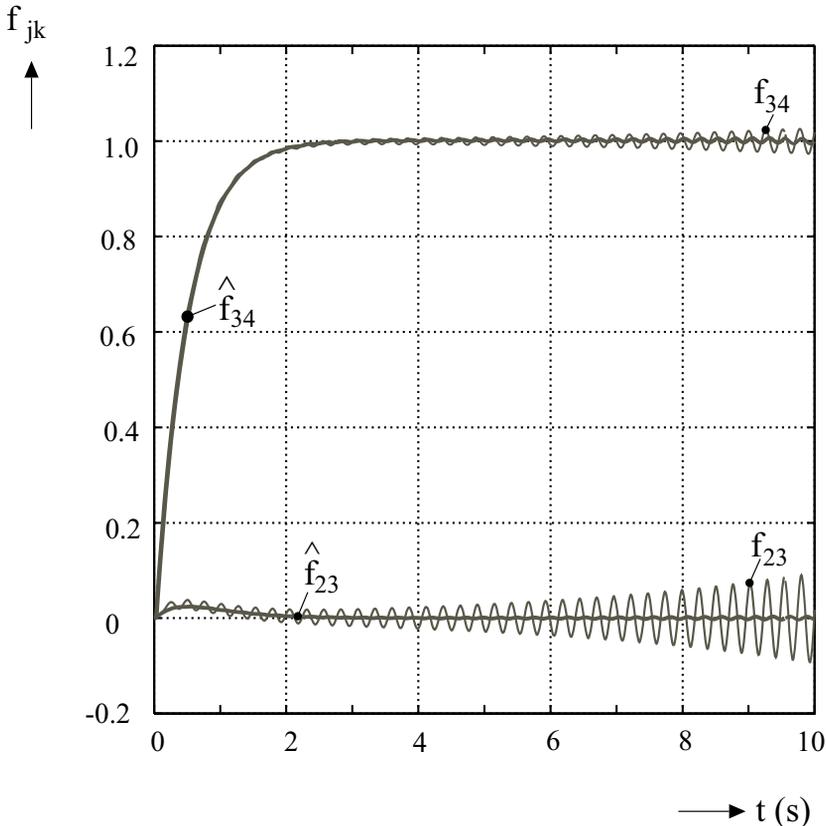


Abb. 22.37: Beeinflussung von Regler und Beobachter

Das Ergebnis ist in Abb. 22.37 zu sehen. Durch die gegenseitige Beeinflussung von Beobachter und Regler ist die Regelung instabil geworden. Deshalb ist beim Entwurf von dezentralen Regelungen mit Beobachtern die fehlende Separationseigenschaft zu beachten!

22.10 Zusammenfassung

Produktionsanlagen mit kontinuierlicher Fertigung stellen komplexe, verkoppelte und meist nichtlineare elektro-mechanische Systeme dar. In diesem Kapitel wurden die Nichtlinearitäten durch eine Linearisierung am Arbeitspunkt ersetzt

und ein lineares System modelliert. Dadurch sind aber nur kleine dynamische Änderungen der Systemgrößen am Arbeitspunkt zugelassen. Herkömmliche Regelungen mit PI-Reglern in Kaskadenstruktur sind nur bedingt einsetzbar, wenn dies die Parameter des Systems zulassen.

Deshalb wurden dezentrale Zustandsregelungen mit dezentralen Beobachtern behandelt. Die dezentrale Regelung ermöglicht den Entwurf von Zustandsreglern und Beobachtern niedriger Ordnung für überschaubare Teilsysteme. Allerdings werden an die so entworfenen Regler und Beobachter zusätzliche Anforderungen gestellt, damit durch das Zusammenfügen der geregelten Teilsysteme zum geregelten Gesamtsystem Stabilität und das gewünschte Regelverhalten gewährleistet werden. Dies bedeutet, daß den Verkopplungen der Teilsysteme besondere Beachtung geschenkt werden muß. Die hier beschriebene Methode der dezentralen Entkopplung erfüllt diese Forderungen und ermöglicht die Entkopplung ohne zusätzliche Entkopplungsnetzwerke über die Zustandsregler.

Die dezentralen Beobachter sind nur mit geeigneten Störmodellen, welche die Kopplungen der Strecke approximieren, einsetzbar. Zudem ist bei dezentralen Beobachtern das Separationstheorem ungültig, d.h. Regler und Beobachter beeinflussen sich gegenseitig. Besonderes Augenmerk ist beim Einsatz von dezentralen Beobachtern auch auf Parameteränderungen zu richten, vor allem, wenn sich mehrere Parameter gleichzeitig ändern bzw. Nichtlinearitäten wie die Reibung (Lagerreibung, Rakel-, „Reibung“ bei Streichprozessen), Lose oder Hysterese-Effekte (Papier- und Folienverhalten) berücksichtigt werden. Die Identifikation derartiger Parametergleichungen ist immer dann besonders schwierig, wenn die Auswirkungen verschiedener Parameteränderungen nur in einem Signal erfassbar sind.

Ein Beispiel sind Änderungen des Elastizitätsmoduls der Bahn (Temperatur, Feuchtigkeit) und der Reibung (Rakel, Lager), die sich im Bahnzug auswirken. Ein Lösungsansatz wird in [1114] vorgestellt. Die nichtlinearen Charakteristiken können in neuronalen Netzen abgelegt werden. Ein anderer Regelansatz statt der dezentralen Entkopplung ist die prädiktive Entkopplung [1099].

Die hier behandelten Regelverfahren ermöglichen bei kontinuierlichen Fertigungsanlagen eine Verbesserung der Regelgüte und damit auch einen Qualitätszuwachs für die mit diesen Anlagen erzeugten Produkte.

23 Fortgeschrittene Prozessmodelle und Regelungsverfahren für Rollen-Rotationsdruckmaschinen

Univ. Prof. i. R. Dr.-Ing. habil. G. Brandenburg, München

Einführung

Veröffentlichungen über das Longitudinalverhalten einer transportierten Materialbahn in Maschinen zur Herstellung oder Verarbeitung bahnförmiger Güter in der Papier-, Kunststoff- und Textilindustrie sind überwiegend Anlagen gewidmet, in denen keine Information auf die bewegte Bahn, z.B. durch Bedrucken oder Prägen, aufgebracht wird. Eine der wichtigsten Forderungen bei derartigen Systemen besteht darin, die Bahnspannungen in bestimmten Grenzen zu halten, um einen störungsfreien Lauf der Bahn zu gewährleisten und eine gewünschte Qualität des Endproduktes einzuhalten. Bei diesen Anlagen wurde die Einzelantriebstechnik schon in den siebziger Jahren des vorigen Jahrhunderts implementiert, und zwar mit Hilfe von hochgenau drehzahlgeregelten Gleichstromnebenschluss-Maschinen. Es stellte sich bald heraus, dass für den Entwurf der Regelungen eine genaue Kenntnis des dynamischen Verhaltens des mechanischen Teils eines solchen Systems und seines Einflusses auf die elektrischen Antriebsmotoren notwendig ist. Erste systematische, theoretische wie experimentelle Untersuchungen dazu wurden von Gerhart Kessler durchgeführt, vgl. [1160], der die erste Papiermaschine mit Gleichstrom-Nebenschluss-Motoren ausrüstete, deren Drehzahlregelungen mit Röhrenreglern arbeiteten. Nähere Literaturstellen zum damaligen Stand der Technik finden sich in [1123].

Einen Sprung nach vorn brachte die Entdeckung der feldorientierten Regelung von Drehfeldmaschinen und deren Realisierung mit Mikrorechnern in Zusammenhang mit den neuen Bauelementen der Leistungselektronik. Jetzt fanden Mehrgrößenregelungen mit entsprechenden Entkopplungsstrategien Eingang in diese Anlagentechnik, z.B. [1176] und [1178].

Bei Rollen-Rotationsdruckmaschinen für den Illustrations- und Zeitungsdruck hingegen müssen nicht nur die Bahnspannungen konstant gehalten, sondern außerdem vier oder mehr Farben kongruent und mit großer Genauigkeit aufeinander gedruckt werden. In der Vergangenheit wurde die dazu notwendige, hoch-

genaue Synchronisation der Druckzylinder durch mechanische Längswellen erreicht, welche die druckenden Zylinder starr miteinander verbunden haben. Die Einzelantriebstechnik mit Hilfe von Drehfeldmaschinen mit digitaler Winkelregelung und überlagerter Registerregelung ließ sich hier erst Ende der 1990iger Jahre des letzten Jahrhunderts realisieren, vgl. [1133]. Die mathematischen Modelle lagen dagegen schon in den 1970iger Jahren vor, vgl. z.B. [1127, 1174] und [1129, 1130]. Druckmaschinen mit „elektronischen Längswellen“ ermöglichen heute die Realisierung fortgeschrittener Regelungsverfahren für Bahnspannung und Registerfehler, die wiederum erweiterte Prozessmodelle erfordern, die in diesem Beitrag dargestellt werden.

Die Veröffentlichungen aus dem Bereich der Rotationsdruckmaschinen sind nicht sehr zahlreich. Dies ist einerseits dadurch bedingt, dass die Druckmaschinenhersteller bemüht sind, ihr Know-How nicht zu veröffentlichen und andererseits dadurch, dass keine vergleichbar großen Forschungsinstitutionen wie in anderen Industriezweigen existieren. Nachdem der Verfasser Gelegenheit hatte, während der Jahre 2000 bis 2008 mit einem der damals größten Druckmaschinenhersteller der Welt zusammenzuarbeiten, ist dieser Beitrag allein den Rollen-Rotations-Offset-Druckmaschinen gewidmet. Ausgehend vom wissenschaftlichen Stand vor 1999 (vgl. [1123, 1125–1130, 1132, 1161, 1174]) werden neue Prozessmodelle für den Bahntransport und neue Methoden für die Regelung des so genannten Schnittregisterfehlers dargestellt, die in den oben genannten Jahren entwickelt wurden. Weitere Literaturhinweise finden sich in Kap. 23.9 und im Literaturverzeichnis.

Der vorliegende Beitrag ist wie folgt aufgebaut. In Teil 1 werden Walzen oder Walzenpaare mit idealer Kraftübertragung zwischen Walze und Bahn mittels Haft- und Gleitreibung bei Dehnschlupf zu Grunde gelegt. In Kapitel 23.1 werden erweiterte Modelle für Bahnspannung und Bahndehnung beschrieben. Der enge Zusammenhang zwischen Farbregisterfehlern und so genannten Dublierfehlern wird in Kap. 23.2 behandelt. In Kapitel 23.3 wird der Begriff des Teil-Schnittregisterfehlers eingeführt und ein neues mathematisches Modell dafür angegeben. Ergänzend dazu wird in Kap. 23.4 ein Vergleich zwischen dem Gesamt- und dem Teil-Schnittregisterfehler gezogen. In Kapitel 23.5 schließlich wird ein Verfahren zur Rekonstruktion von so genannten Transportstörungen bei automatischem Rollenwechsel angegeben.

In Teil 2 werden besondere Eigenschaften von mechanischen Bausteinen für den Bahntransport behandelt, und zwar in Kap. 23.6 Walzen mit Kraftübertragung durch Gleitschlupf und ihre Auswirkung auf die Bahndehnungen und in Kap. 23.7 teillbreite Klemmrollen, die zur Rückwirkung von Störungen entgegen der Bahntransportrichtung führen. Für diese wurde das so genannte q -Modell entwickelt.

Neue Regelverfahren für den Schnittregisterfehler werden in Teil 3 angegeben. Am Anfang von Kap. 23.9 wird kurz eine neue Kaskadenregelung aus Teil- und Gesamt-Schnittregisterfehler und anschließend ausführlich eine Zweigrößenrege-

lung mit Entkopplung von Bahnspannung und Teil-Schnittregisterfehler behandelt.

TEIL 1: IDEALE WALZEN MIT DEHNSCHLUPF

23.1 Kräfte, Spannungen und Dehnungen in der Bahn

23.1.1 Funktionsweise einer Rollen-Offsetdruckmaschine

Prinzipiell werden die Verfahren Hochdruck, Tiefdruck und Flachdruck unterschieden. Zum letztgenannten Verfahren gehört der Offsetdruck, ein indirektes Druckverfahren. Bei diesem wird das auf eine Druckplatte aufgebraute, gerasterte Bildoriginal vom Plattenzylinder zunächst auf den Gummituchzylinder und von diesem auf die Vorderseite des Papiers übertragen (Schöndruck). Die Rückseite der Bahn wird oft gleichzeitig durch eine ebenso aufgebaute Zylinderpaarung bedruckt (Widerdruck). Es existieren auch andere Konstruktionen, wie z.B. Satellitendruckwerke. Im Folgenden wird die Funktionsweise einer Offset-Illustrationsdruckmaschine, wie sie den Versuchen zu Grunde lag, mit Hilfe der stark vereinfachten Darstellung von Abb. 23.1 beschrieben.

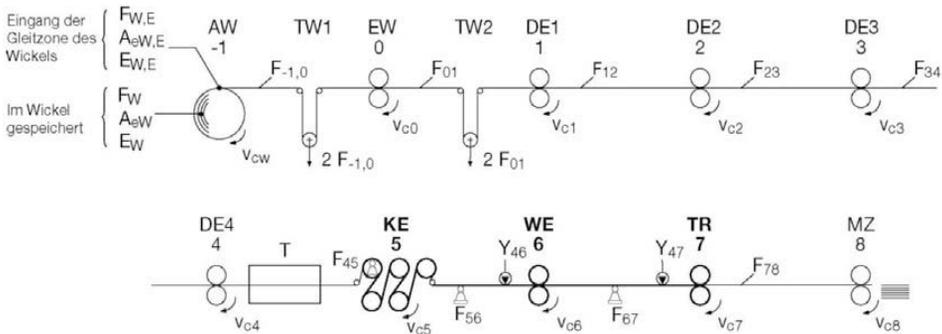


Abb. 23.1: Schematische Darstellung einer Offsetdruckmaschine

Das Papier wird vom Abwickler (AW), der Klemmstelle „-1“, abgewickelt und zum Einzugswerk transportiert, das aus den Tänzerwalzen TW 1 und TW 2 und der Klemmstelle „0“ besteht. Dieses hat die Aufgabe, der Bahn in Kombination mit der Tänzerwalze 2 die Kraft F_{01} einzuprägen. Das Papier durchläuft dann die vier Druckeinheiten DE 1 bis DE 4, in denen nacheinander die vier Farben Schwarz, Cyan, Magenta und Gelb gedruckt werden, wobei das Papier Farbe und Wasser aufnimmt. Für den Farbregisterfehler in Längsrichtung, d.h. die Abweichung der verschiedenfarbigen, denselben Punkt der Druckvorlage wiedergebenden Bahnpunkte voneinander, wird die Einhaltung eines Toleranzbandes von

$\pm 0,01\text{ mm}$ gefordert, da sonst Farbveränderungen oder sogar Farbränder auftreten. Im nachfolgenden Trockner (T) wird das feuchte Papier getrocknet und das Bild fixiert. Anschließend wird die Bahn in der Kühleinheit 5 (KE) gekühlt, die aus mehreren, von der Bahn in einem Winkelbereich von $> 180^\circ$ umschlungenen, mechanisch gekuppelten Walzen einschließlich einer Anpresswalze (in Abb. 23.1 nicht gezeichnet) besteht. Dann wird die vollbreite Bahn der Wendeeinheit, hier durch Zugwalzenpaar 6 kennzeichnet, zugeleitet, wo sie längs in zwei oder mehr Teilbahnen geschnitten wird, von denen eine oder mehrere anschließend mit Hilfe von Wendestangen gewendet werden können. Alle Stränge werden dann zusammengeführt und in einem sich anschließenden Trichter 7 (TR) in Längsrichtung gefalzt. Anschließend wird das Bahnpaket vom Querschneider 8, der aus dem Messerzylinder (MZ) und dem Schneidmesser besteht, in Querrichtung geschnitten. Der Schnittregisterfehler muss im stationären Betrieb in einem Toleranzband von $\pm 0,4\text{ mm}$ liegen. In nachfolgenden, in Abb. 23.1 nicht dargestellten Verarbeitungseinheiten wird das Produkt zur Auslieferung fertig gestellt.

23.1.2 Kräfte, Spannungen und Dehnungen

In zahlreichen Anlagen mit durchlaufenden Bahnen werden für den Transport der Bahn und für die Einstellung der gewünschten Zugspannungen elektrisch angetriebene Zugwalzen in Form von umschlungenen Walzen ohne oder mit Anpresswalze eingesetzt. Wegen der übersichtlichen mathematischen Behandlung dient die umschlungene Walze mit Haft- und Gleitreibung als Prototyp einer Klemmstelle zur Beschreibung der Kraftübertragung auf die Bahn.

Wie in [1123, 1128] und [1129] gezeigt wird, prägt eine Walze nach Abb. 23.2 (a), die als Klemmstelle 2 bezeichnet werden soll, der Bahn ihre Umfangsgeschwindigkeit \bar{v}_{c2} in einer Haftzone $R_2\bar{\beta}_2$ ein, die bei stationärer Bewegung nur am Eingang der Walze liegen kann. Dort ist die Bahnzugkraft $\bar{F}_2 = \bar{F}_{12}$. Der Querstrich über einer Variablen kennzeichnet ihren stationären Zustand. Wenn im nachfolgenden Bahnabschnitt $\bar{F}_{23} \neq \bar{F}_{12}$ ist, so bildet sich infolge der variablen Bahndehnung eine Gleitzzone $R_2\bar{\gamma}_2$ aus, wobei $\bar{\gamma}_2$ die Euler-Eytelweingleichung

$$\frac{\bar{F}_{23}}{\bar{F}_{12}} = \exp \left[\mu_2 \bar{\gamma}_2 \text{sign} \left(\frac{\bar{F}_{23}}{\bar{F}_{12}} - 1 \right) \right] \tag{23.1}$$

erfüllt und in der die Bahngeschwindigkeit \bar{v} ungleich der Umfangsgeschwindigkeit \bar{v}_{c2} ist, $\bar{v} \neq \bar{v}_{c2}$. Diese Art von Schlupf wird als Dehnschlupf bezeichnet. Solange eine Haftzone existiert, können sich Störungen im Bahnabschnitt 2-3 im Dreiwalzensystem von Bild 23.3 (a) nicht entgegengesetzt zur Transportrichtung, also „stromaufwärts“, fortpflanzen: Die Klemmstelle 2 ist rückwirkungsfrei. Für jede Walzenkombination in Teil 1 dieses Beitrags wird ein solcher Dehnschlupf vorausgesetzt.

Für den instationären Betrieb wird angenommen, dass eine Haftbedingung eingehalten wird und sich eine „aktive Haftzone“ mit $\bar{F}_2 \neq \bar{F}_{12}$ ausbildet. Über

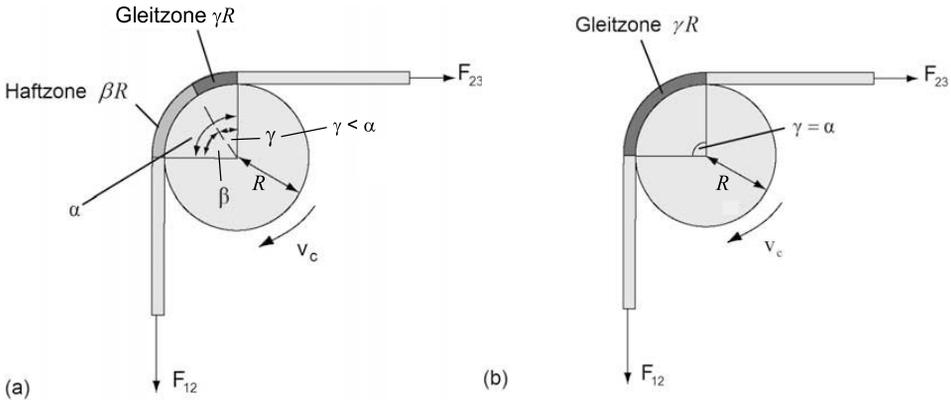


Abb. 23.2: Umschlungene Walze mit Dehnschlupf (a) und Gleitschlupf (b)

diese wird eine zeitliche Änderung der Kraft $F_{12}(t)$ schlupfflos in die sich anschließende Gleitzone übertragen (siehe [1123] und [1125]). Dagegen kann eine zeitliche Änderung der Kraft $F_{23}(t)$ nach wie vor nicht entgegen der Transportrichtung übertragen werden: Die Klemmstelle bleibt auch im instationären Fall rückwirkungsfrei. Unter diesen Voraussetzungen gelten die in Folgenden angegebenen dynamischen Beziehungen.

Für die mathematische Beschreibung der bewegten Bahn ist die Kontinuitätsgleichung der Kontinuumsmechanik von grundlegender Bedeutung. Diese drückt in ihrer integralen Formulierung (Massenbilanz) aus, dass die zeitliche Änderung der in einem endlichen Kontrollvolumen enthaltenen Masse gleich der Differenz aus zufließender und abfließender Masse je Zeiteinheit ist (vgl. Gl. (23.125) in Anhang 1). In der differentiellen Formulierung der Massenbilanz wird von Kontinuitätsgleichung im engeren Sinne gesprochen. Wenn die allgemeine, nichtlineare, integrale Formulierung auf das Bahnproblem angewandt und anschließend für kleine Abweichungen vom stationären Zustand (Kennzeichnung durch Tilde) linearisiert wird (siehe [1125, 1126] und [1174]), entsteht die Formulierung

$$\frac{1}{\bar{v}} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^{l_{12}} \tilde{\varepsilon}_{12}(x, t) dx = [\tilde{\varepsilon}_{E1}(t) - \tilde{\varepsilon}_{E2}(t)] + \frac{\tilde{v}_{c2}(t) - \tilde{v}_{c1}(t)}{\bar{v}} \quad (23.2)$$

Diese spezielle Formulierung sagt Folgendes aus: Die in einem zwischen den Eingängen der Klemmstellen 1 und 2 über die Länge l_{12} erstreckten Kontrollvolumen auftretende zeitliche Änderung der Dehnung ist gegeben durch die Differenz der Eingangsdehnungen $\tilde{\varepsilon}_{E1}(t)$ und $\tilde{\varepsilon}_{E2}(t)$ sowie durch die Differenz der auf die mittlere Transportgeschwindigkeit \bar{v} der Bahn bezogenen Umgangsgeschwindigkeiten $\tilde{v}_{c1}(t)$ und $\tilde{v}_{c2}(t)$ der Transportwalzen.

Um die Zugkräfte und -spannungen in Gl. (23.2) einzuführen, wird elastisches Bahnmaterial vorausgesetzt, das dem Hooke'schen Gesetz gehorcht. Die bekannte Form dieses Gesetzes muss erweitert werden, um eine für Rollendruckmaschinen

typische Art von Störungen beschreiben zu können, die bei einem automatischen Rollenwechsel auftritt (siehe auch Kap. 23.5).

Bei einem Rollenwechsel wird die „neue“ Bahn bei voller Produktionsgeschwindigkeit an die „alte“ geklebt, welche diese dann durch die Maschine zieht. Infolge der Klebestelle tritt eine kurzzeitige Änderung des Bahnquerschnitts und eine praktisch sprunghafte Änderung des Elastizitätsmoduls auf, der durch unterschiedliche Materialeigenschaften der neuen gegenüber der ablaufenden alten Bahn bedingt ist. Dadurch werden im Abschnitt 1–2 der entspannte Querschnitt A_e und der E-Modul E Funktionen von Ort und Zeit, also $A_e = A_{e12}(x, t)$ und $E_{12}(x, t)$, während die Bahnzugkraft F nur von der Zeit abhängt, $F = F_{12}(t)$. Diese mit der Bahn transportierten Störungen werden kurz „Transportstörungen“ genannt. Das Hooke’sche Gesetz hat dann die Form [1126].

$$\varepsilon_{12}(x, t) = \frac{F_{12}(t)}{A_{e12}(x, t)E_{12}(x, t)} \tag{23.3}$$

Die Linearisierung durch Einführung kleiner Änderungen der Variablen aus dem stationären Zustand

$$\bar{\varepsilon}_{12} = \bar{\varepsilon}_{F12} = \frac{\bar{F}_{12}}{\bar{A}_e \bar{E}_{12}} \tag{23.4}$$

ergibt

$$\tilde{\varepsilon}_{12}(x, t) = \bar{\varepsilon}_{12} \left[\frac{\tilde{F}_{12}(t)}{\bar{F}_{12}} - \frac{\tilde{A}_{e12}(x, t)}{\bar{A}_e} - \frac{\tilde{E}_{12}(x, t)}{\bar{E}_{12}} \right] = \tilde{\varepsilon}_{F12}(t) + \tilde{\varepsilon}_{T12}(x, t) \tag{23.5}$$

Der stationäre entspannte Querschnitt \bar{A}_e wird näherungsweise als konstant über die Bahnlänge im Bahnabschnitt 1-2 angenommen.

Die Transportstörungen rufen beim Passieren einer Klemmstelle Änderungen von Spannung und Dehnung in der Bahn hervor, wodurch Farbregister- und Schnittregisterfehler auftreten. Wegen der großen Entfernung zwischen Abwickler und Schneidzylinder kann der Schnittregisterfehler sehr groß werden und zu einer hohen Makulaturrate führen. Die Farbregisterfehler sind beim Offsetdruck im Falle von Illustrationsdruckmaschinen wegen kurzer freier Bahnlängen nicht bedeutsam, können aber beim Tiefdruck ebenfalls große Werte annehmen.

Die Transportstörungen wurden intensiv in den siebziger Jahren des letzten Jahrhunderts diskutiert und mathematisch beschrieben und sind seit dieser Zeit fester Bestandteil der mathematischen Modelle (vgl. [1126] und [1127]). Aber erst in den letzten Jahren wurden durch die Digitaltechnik Möglichkeiten geschaffen, diese zu rekonstruieren (siehe [1139] und Abschnitt 23.5).

Drei Variablen werden definiert, und zwar die zugkraftabhängige Dehnung

$$\tilde{\varepsilon}_{F12}(t) = \bar{\varepsilon}_{12} \frac{\tilde{F}_{12}(t)}{\bar{F}_{12}} = \frac{\tilde{F}_{12}(t)}{\bar{A}_e \bar{E}_{12}} \tag{23.6}$$

die transportabhängige Dehnung

$$\tilde{\varepsilon}_{T12}(x, t) = -\bar{\varepsilon}_{12} \left(\frac{\tilde{A}_{e12}(x, t)}{\bar{A}_e} + \frac{\tilde{E}_{12}(x, t)}{\bar{E}_{12}} \right) = -\bar{\varepsilon}_{12} \tilde{z}_{T12}(x, t) \quad (23.7)$$

und die Transportstörung

$$\tilde{z}_{T12}(x, t) = \frac{\tilde{A}_{e12}(x, t)}{\bar{A}_e} + \frac{\tilde{E}_{12}(x, t)}{\bar{E}_{12}} \quad (23.8)$$

Im idealen stationären Betriebszustand der Druckmaschine sollten keine Änderungen \tilde{A}_{e12} und \tilde{E} auftreten, so dass dann

$$\bar{\varepsilon}_{F12} = \bar{\varepsilon}_{12} \quad (23.9)$$

ist. In der Realität werden immer aber immer kleine stochastische Störungen vorliegen.

Die Laplace-Transformation dieser Gleichungen liefert für ein System $(n-1, n)$ nach langer Rechnung - ähnlich der in [1126] - für die zugkraftabhängige Dehnung die Beziehung

$$\tilde{\varepsilon}_{Fn-1,n} = \frac{1}{1 + sT_{n-1,n}} \left[\tilde{\varepsilon}_{Fn-2,n-1} + (\bar{\varepsilon}_{n-1,n} - \bar{\varepsilon}_{n-2,n-1}) \tilde{z}_{TE_{n-1}} + \frac{\tilde{v}_{cn} - \tilde{v}_{cn-1}}{\bar{v}} \right] \quad (23.10)$$

mit der Transportstörung am Eingang der Klemmstelle $(n-1)$

$$\tilde{z}_{TE_n} = e^{-sT_{1n}} \tilde{z}_{TE1} = e^{-sT_{1n}} \left(\frac{\tilde{A}_{eE1}}{\bar{A}_e} + \frac{\tilde{E}_{E1}}{\bar{E}_{01}} \right) \quad (23.11)$$

wobei die Totzeit T_{1n} gegeben ist durch den Ausdruck

$$T_{1n} = T_{12} + T_{23} + \dots + T_{i-1,i} + \dots + T_{n-1,n} = \frac{l_{1n}}{\bar{v}} \quad (23.12)$$

Dies ist diejenige Zeit, die die Transportstörung benötigt, um die Strecke l_{1n} von Klemmstelle 1 bis Klemmstelle n mit der mittleren Transportgeschwindigkeit \bar{v} zu durchlaufen. Weiterhin gelten in Gl. (23.10) die Beziehungen

$$\bar{\varepsilon}_{n-1,n} = \bar{\varepsilon}_{Fn-1,n} \quad (23.13)$$

und

$$\tilde{\varepsilon}_{Fn-1,n}(t) = \frac{\tilde{F}_{n-1,n}(t)}{\bar{A}_e \bar{E}_{n-1,n}} \quad (23.14)$$

Aus Gl. (23.10) ist zu erkennen, dass die Amplitude von $\tilde{z}_{TE_{n-1}}$ proportional zur Differenz der Dehnungen $(\bar{\varepsilon}_{n-1,n} - \bar{\varepsilon}_{n-2,n-1})$ ist, die jedoch in einer Druckmaschine wegen der sehr kleinen Werte praktisch nicht gemessen werden können. Ihre Differenz kann aber durch die so genannte Voreilung

$$\bar{W}_{n,n-1} = \frac{\bar{v}_{cn}}{\bar{v}_{cn-1}} - 1 = \bar{\varepsilon}_{n-1,n} - \bar{\varepsilon}_{n-2,n-1} \quad (23.15)$$

ausgedrückt werden, die sehr genau durch die am Leitstand vorgegebenen Drehzahl- bzw. Geschwindigkeits-Sollwerte der Antriebe bekannt ist.

Aus Gl. (23.10) folgt für das Dreiwalzensystem von Abb. 23.3 (a):

$$\tilde{\varepsilon}_{12} = \frac{1}{1 + sT_{12}} \left(\tilde{\varepsilon}_{01} + (\bar{\varepsilon}_{12} - \bar{\varepsilon}_{01}) \tilde{z}_{TE1} + \frac{\tilde{v}_{c2} - \tilde{v}_{c1}}{\bar{v}} \right) \quad (23.16)$$

und

$$\tilde{\varepsilon}_{23} = \frac{1}{1 + sT_{23}} \left(\tilde{\varepsilon}_{12} + (\bar{\varepsilon}_{23} - \bar{\varepsilon}_{12}) \tilde{z}_{TE1} e^{-sT_{12}} + \frac{\tilde{v}_{c3} - \tilde{v}_{c2}}{\bar{v}} \right) \quad (23.17)$$

Einsetzen von Gl. (23.16) in Gl. (23.17) ergibt

$$\tilde{\varepsilon}_{23} = \frac{1}{1 + sT_{23}} \left[\begin{aligned} & \frac{1}{1 + sT_{12}} \left(\tilde{\varepsilon}_{01} - \frac{\tilde{v}_{c1}}{\bar{v}} \right) + \frac{\tilde{v}_{c3}}{\bar{v}} - \frac{sT_{12}}{1 + sT_{12}} \frac{\tilde{v}_{c2}}{\bar{v}} \\ & + \left(\frac{1}{1 + sT_{12}} (\bar{\varepsilon}_{12} - \bar{\varepsilon}_{01}) + (\bar{\varepsilon}_{23} - \bar{\varepsilon}_{12}) e^{-sT_{12}} \right) \tilde{z}_{TE1} \end{aligned} \right] \quad (23.18)$$

Abbildung 23.3(b) zeigt das resultierende Strukturdiagramm, aus dem anschaulich zu erkennen ist, dass die Transportstörung \tilde{z}_{TE1} bei Erreichen jeder Klemmstelle einen neuen Ausgleichsvorgang auslöst.

Es ist zweckmäßig, grundlegende Eigenschaften des dynamischen Verhaltens der Bahn mit Hilfe von Sprungantworten zu untersuchen.

a) Es sei $\tilde{z}_{TE1} = \tilde{\varepsilon}_{01} = \tilde{v}_{c1} = \tilde{v}_{c3} \equiv 0$. Dann ist

$$\tilde{\varepsilon}_{12} = \frac{1}{1 + sT_{12}} \tilde{\varepsilon}_{01} \quad (23.19)$$

und

$$\tilde{\varepsilon}_{23} = \frac{1}{(1 + sT_{12})(1 + sT_{23})} \tilde{\varepsilon}_{01} \quad (23.20)$$

Wird eine Sprungfunktion von $\tilde{\varepsilon}_{01}$ mit der Amplitude $\hat{\varepsilon}_{01}$ vorgegeben, so nimmt die Dehnung $\tilde{\varepsilon}_{23}$ folgenden stationären Endwert an:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{\varepsilon}_{23} = \tilde{\varepsilon}_{23\infty} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{(1 + sT_{12})(1 + sT_{23})} \hat{\varepsilon}_{01} = \hat{\varepsilon}_{01} = \tilde{\varepsilon}_{12\infty} \quad (23.21)$$

Die volle Dehnungsamplitude

$$\tilde{\varepsilon}_{12\infty} = \tilde{\varepsilon}_{23\infty} = \hat{\varepsilon}_{01} = \hat{F}_{01} / (\bar{A}_e \bar{E}_{01}) = \hat{F}_{12\infty} / (\bar{A}_e \bar{E}_{12}) = \hat{F}_{23\infty} / (\bar{A}_e \bar{E}_{23}) \quad (23.22)$$

erreicht die Klemmstelle 3. Wenn $\bar{E}_{12} = \bar{E}_{23} = \bar{E}_{01}$ ist, so wird $\bar{F}_{12\infty} = \bar{F}_{23\infty} = \bar{F}_{01}$

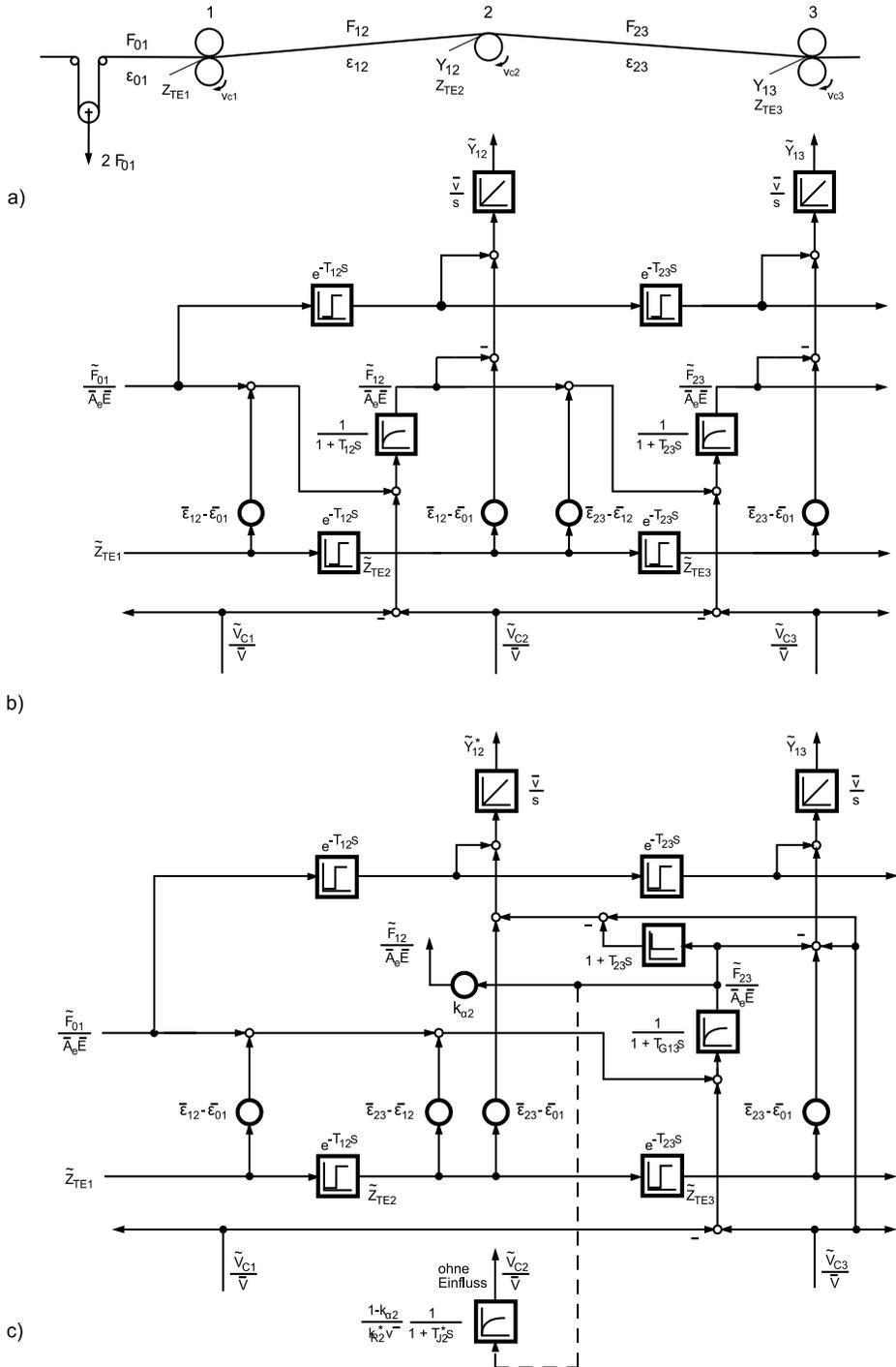


Abb. 23.3: Dreiwalzensystem (a), Strukturpläne für Dehnschlupf (b) und Gleitschlupf (c) für $\bar{E}_{01} = \bar{E}_{12} = \bar{E}_{23} = \bar{E}$

b) Es sei $\tilde{z}_{TE1} = \tilde{\varepsilon}_{01} = \tilde{v}_{c1} = \tilde{v}_{c3} \equiv 0$. Dann wird

$$\tilde{\varepsilon}_{12} = \frac{1}{1 + sT_{12}} \frac{\tilde{v}_{c2}}{\bar{v}} \quad (23.23)$$

und

$$\tilde{\varepsilon}_{23} = \frac{sT_{12}}{1 + sT_{12}} \frac{1}{1 + sT_{23}} \frac{\tilde{v}_{c2}}{\bar{v}} \quad (23.24)$$

Führt \tilde{v}_{c2} einen Sprung mit der Amplitude \hat{v}_{c2} aus, so erreicht $\tilde{\varepsilon}_{12}$ den stationären Endwert

$$\tilde{\varepsilon}_{12\infty} = \frac{\hat{v}_{c2}}{\bar{v}} \quad (23.25)$$

Hingegen lässt sich $\tilde{\varepsilon}_{23}$ nicht bleibend verändern:

$$\tilde{\varepsilon}_{23\infty} = 0 \quad (23.26)$$

Die Dehnung $\tilde{\varepsilon}_{23}$ ist „selbstkompensierend“. Mit Hilfe der Umfangsgeschwindigkeit v_{c2} der mittleren Klemmstelle in einem Dreiwalzensystem mit festen Bahnlängen nach Abb. 23.3(a) lässt sich nur die Dehnung im einlaufenden Bahnabschnitt („flussaufwärts“) bleibend ändern, nicht aber die Dehnung im auslaufenden Bahnabschnitt („flussabwärts“).

c) Nun sei $\tilde{\varepsilon}_{01} = \tilde{v}_{c1} = \tilde{v}_{c2} = \tilde{v}_{c3} \equiv 0$ und $\tilde{z}_{TE1} \neq 0$. Dann ist

$$\tilde{\varepsilon}_{12} = \frac{1}{1 + sT_{12}} (\bar{\varepsilon}_{12} - \bar{\varepsilon}_{01}) \tilde{z}_{TE1} \quad (23.27)$$

und

$$\tilde{\varepsilon}_{23} = \frac{1}{1 + sT_{23}} \left[\frac{1}{1 + sT_{12}} (\bar{\varepsilon}_{12} - \bar{\varepsilon}_{01}) + (\bar{\varepsilon}_{23} - \bar{\varepsilon}_{12}) e^{-sT_{12}} \right] \tilde{z}_{TE1} \quad (23.28)$$

Nach einem Sprung von \tilde{z}_{TE1} mit der Amplitude \hat{z}_{TE1} nehmen die Dehnungen die beiden folgenden stationären Endwerte an (vgl. [1128]):

$$\tilde{\varepsilon}_{12\infty} = (\bar{\varepsilon}_{12} - \bar{\varepsilon}_{01}) \hat{z}_{TE1} \quad (23.29)$$

und

$$\tilde{\varepsilon}_{23\infty} = (\bar{\varepsilon}_{23} - \bar{\varepsilon}_{01}) \hat{z}_{TE1} \quad (23.30)$$

Um diese theoretischen Ergebnisse nachzuprüfen und mit denen bei Gleitschlupf (s. Kap. 23.6) oder Partialschlupf (s. Kap. 23.7) vergleichen zu können, wurden die Antworten der Größen bei einer Sprungfunktion von F_{01} simuliert und bei einer serienmäßigen Illustrationsdruckmaschine des Typs ROTOMAN des Herstellers MAN Roland (heute manroland), Augsburg nachgemessen. Das Dreiwalzensystem von Abb. 23.3 wurde durch die Klemmstellen 5, 6 und 7 von Abb. 23.1 bei abgeschaltetem Trockner realisiert. Die Walzengruppen 5 und 7 zeigten ziemlich genau die Eigenschaften von Klemmstellen mit Dehnschlupf, während das Verhalten des Walzenpaares 6 mit Hilfe des drehzahlgeregelten

Antriebs (vgl. [1135]) vom Dehnschlupf bis zum Gleitschlupf geändert werden konnte. Die Kurven in Abb. 23.4(b) zeigen das Ergebnis der Simulation, also das ideale Verhalten des Modells: Die Änderung \hat{F}_{01} breitet sich in Transportrichtung der Bahn unter zunehmender Glättung der Bahnzugkräfte aus, wobei die Sprungamplitude erhalten bleibt, $\tilde{F}_{45\infty} = \tilde{F}_{56\infty} = \tilde{F}_{67\infty} = \hat{F}_{01}$, da $\bar{E}_{n-1,n} = \bar{E}_{01}$ vorausgesetzt wurde.

Die gemessenen Kurven von Abb. 23.4(a) stimmen überraschend gut mit den simulierten überein. Ähnlich gute Übereinstimmungen zeigten die Sprungantworten bei Änderungen von \tilde{v}_{c2} . Sprungfunktionen des Bahnquerschnitts wurde experimentell dadurch realisiert, dass eine schmale Bahn an eine breitere geklebt wurde, die dann die Klebestelle und die „neue“ schmale Bahn durch die Maschine zog.

Die Richtigkeit der Gln. (23.29) und (23.30) konnte qualitativ bestätigt werden. Die Registerfehler von Abb. 23.4(c) und Abb. 23.4(d) werden in den Kapiteln 23.3 und 23.4 diskutiert.

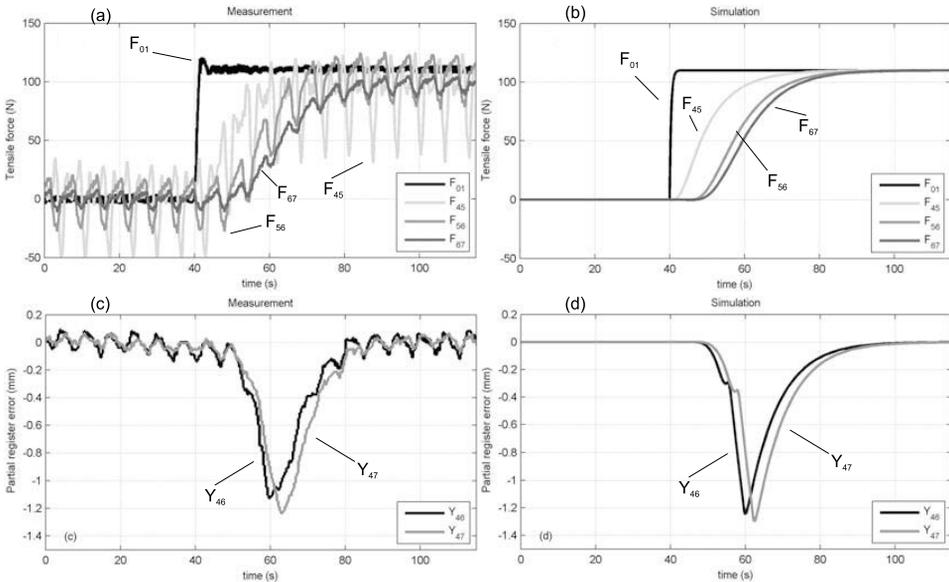


Abb. 23.4: Sprungantworten bei Dehnschlupf. Links: Messung. Rechts: Simulation. Bahnzugkräfte (a), (b) und Teil-Schnittregisterfehler (c), (d) (Index * weggelassen)

Da bei Druckmaschinen hohe Papiergeschwindigkeiten vorliegen, haben auch Größen, die nur einmal je Exemplar, z. B. mit Hilfe von Messmarken gemessen werden, quasistetigen Charakter. Andernfalls sind Abtast-Halteglieder vorzusehen.

23.2 Farbregisterfehler und Dublieren

23.2.1 Druckwerksaufbau Farbübertragung

In Offset-Rotationsdruckmaschinen muss die Bildvorlage nacheinander in den vier Farben Schwarz, Cyan, Magenta und Gelb kongruent auf die Papierbahn gedruckt werden. Bei einem Offset-Druckwerk trägt die Druckplatte, die auf einen Stahlzylinder, dem Plattenzylinder (PZ), aufgespannt wird, das gerasterte Druckbild in einer der vier Farben. Der PZ überträgt das Druckbild auf den mit einem nachgiebigen Oberflächenbezug ausgerüsteten Gummituchzylinder (GZ). Erst von diesem wird es auf die Papierbahn gedruckt (vgl. Abb. 23.3 und Abb. 23.8). PZ und GZ werden aufeinander gepresst, oft unter Verwendung so genannter, den Achsabstand einprägender Schmitzringe. Dadurch tritt eine etwa 10 mm breite Kontaktzone auf. Beide Zylinder sind über ein Stirnradgetriebe mit dem Übersetzungsverhältnis 1 miteinander verbunden, das ihnen im stationären Betrieb dieselbe Winkelgeschwindigkeit $\bar{\Omega}_G = \bar{\Omega}_P$ einprägt. Ein beabsichtigter kleiner Radiusunterschied $R_G \neq R_P$, führt zu etwas unterschiedlichen Umfangsgeschwindigkeiten von PZ und GZ, deren Differenz in der Kontaktzone durch den nachgiebigen Bezug des GZ aufgenommen wird und die zu einer Getriebeverspannung führt. Diese verhindert, dass das Getriebe in den Losebereich eintritt. In der Haftzone der Kontaktzone wird randscharf gedruckt. Die in der Kontaktzone vorhandene Eingangs- und Ausgangs-Gleitzone (vgl. [1158]) hat, wie die Untersuchung des gedruckten Bildes zeigt, auf das vom PZ auf den GZ übertragene Druckbild keinen sichtbaren Einfluss. Eine chemische Behandlung der Druckplatte bewirkt, dass beim Druckprozess Wasser aufnehmende und Farbe abstoßende sowie Wasser abstoßende und Farbe aufnehmende Bildelemente zusammenwirken. Infolge dieses „Nass-in-Nass-Drucks“ nimmt die Bahn Feuchtigkeit auf, durch die eine Dimensionsänderung und eine Verringerung des Elastizitätsmoduls bedingt ist.

Zwei Hauptarten von Druckbildfehlern sind zu unterscheiden: Registerfehler und Dublierfehler. Der Farbregisterfehler in Längsrichtung ist als Abstand von zwei verschiedenfarbigen, demselben Originalpunkt der Druckvorlage entsprechenden Bildpunkten, gemessen in Transportrichtung (Längsregister), definiert. Der Registerfehler in Querrichtung (Seitenregister) wird entsprechend definiert. Wegen kleiner Längen der freien Bahn zwischen den Druckwerken ist der Farbregisterfehler bei Offsetdruckmaschinen verhältnismäßig klein verglichen mit dem bei Tiefdruckmaschinen.

Unter dem Dublierfehler wird das doppelte Drucken eines Bildpunktes in derselben Farbe infolge einer so genannten Farbspaltung verstanden. Oft sind Schwingungen der Druckzylinder die Ursache, die im gedruckten Bild durch Veränderung des Farbtons sichtbar wird. Obwohl Dublieren vor allem bei Druckmaschinen mit langer mechanischer Längswelle auftrat, wird es hin und wieder auch bei Maschinen mit elektronischer Längswelle beobachtet. Dublieren kann innerhalb eines Druckwerks oder zwischen zwei Druckwerken auftreten. Bei Il-

Illustrationsdruckmaschinen müssen Farbreisterfehler wie Dublierfehler innerhalb eines Toleranzbandes von $\pm 0.01 \text{ mm}$ liegen.

Eine Ursache für eine hohe Makulaturrate, besonders beim Hochfahren von Illustrations-Druckmaschinen, ist der Schnittregisterfehler, definiert als Abstand der tatsächlichen Schnittkante von ihrer Solllage. Der Schnittregisterfehler muss innerhalb eines Toleranzbandes innerhalb von $\pm 0.4 \text{ mm}$ gehalten werden.

23.2.2 Dublieren innerhalb eines Druckwerkes

Beim Dublieren innerhalb eines Druckwerkes (DW) muss die Dynamik der Papierbahn nicht berücksichtigt werden. Wie Abb. 23.5(a) zeigt, wird ein Punkt 1a auf dem PZ mit der Anfangskoordinate $x_P(t=0) = [x_P]_0$ (vgl. Abb. 23.6) zum Zeitpunkt $t = t_q$ auf den GZ übergeben (Abb. 23.5(b)) und mit dessen Umfangsgeschwindigkeit weitertransportiert, während der „leere“ Bildpunkt des PZ zum Eingriffsort des Farbwerkes zurück läuft (Abb. 23.5(c)). Zum Zeitpunkt $t = t_s$ (Abb. 23.5(d)) wird der auf dem GZ befindliche Bildpunkt 1a von diesem auf das Papier gedruckt, aber infolge von Farbspaltung nicht vollständig, so dass ein Farbreist auf dem GZ zum PZ zurück transportiert wird. Zum Dublierzeitpunkt $t = t_d$ (Abb. 23.5(e)), an dem nach einem Umlauf des PZ der „frische“ Punkt 1b am Ort $x = 0$ erscheint, erreicht im stationären Betrieb auch Punkt 1a diesen Ort und wird kongruent überdruckt. Treten aber Relativbewegungen der Zylinder gegeneinander auf, z.B. infolge von Eigenschwingungen, so erreicht Punkt 1a diese richtige Lage nicht: Es tritt ein Dublierfehler E auf.

Die mathematische Beschreibung dieses Vorgangs mit Hilfe einer Koordinatenfestlegung nach Abb. 23.6, siehe [1134], führt zu dem Ergebnis

$$\tilde{E} = \frac{1}{s} (1 - e^{-sT_U}) (\tilde{v}_G - \tilde{v}_P) = \frac{\tilde{v}}{s} (1 - e^{-sT_U}) \frac{\tilde{v}_G - \tilde{v}_P}{\tilde{v}} \quad (23.31)$$

und zum Strukturplan von Abb. 23.7. Die Umlaufzeit T_U ist durch die spätere Gleichung (23.34) gegeben.

23.2.3 Dublieren zwischen zwei Druckwerken

In Abb. 23.8 repräsentieren die Punkte 1a und 1b (z.B. cyan) sowie 2a (z.B. magenta) denselben Punkt des zu druckenden Originalbildpunktes. Punkt 1a wird zur Zeit $t = t_{p1a}$ gedruckt (Abb. 23.8(a)) und dann mit der Bahn weitertransportiert. Nach einer halben Umdrehung der Walzen wird Punkt 1b von PZ 1 auf GZ 1 übertragen und nach einer weiteren halben Umdrehung, zum Zeitpunkt $t = t_{p1b}$, auf die Bahn gedruckt (Abb. 23.8(b)). Wenn durch Druckwerk 2 zum Zeitpunkt $t = t_{p2a}$ gedruckt wird (Abb. 23.8(c)), sollte 1a die Position $x = l_{12}$ erreicht haben. Aber infolge von Störungen der Bahndehnung kann es zu einer Abstandsdifferenz zwischen beiden Punkten kommen. Dies ist der Farbreisterfehler Y_{12} . Wenn zum Zeitpunkt $t = t_{s1a}$ (Abb. 23.8(d)) Punkt 1a die Drucklinie von Druckwerk 2 erreicht, so wird er auf das Papier übertragen. Dabei tritt

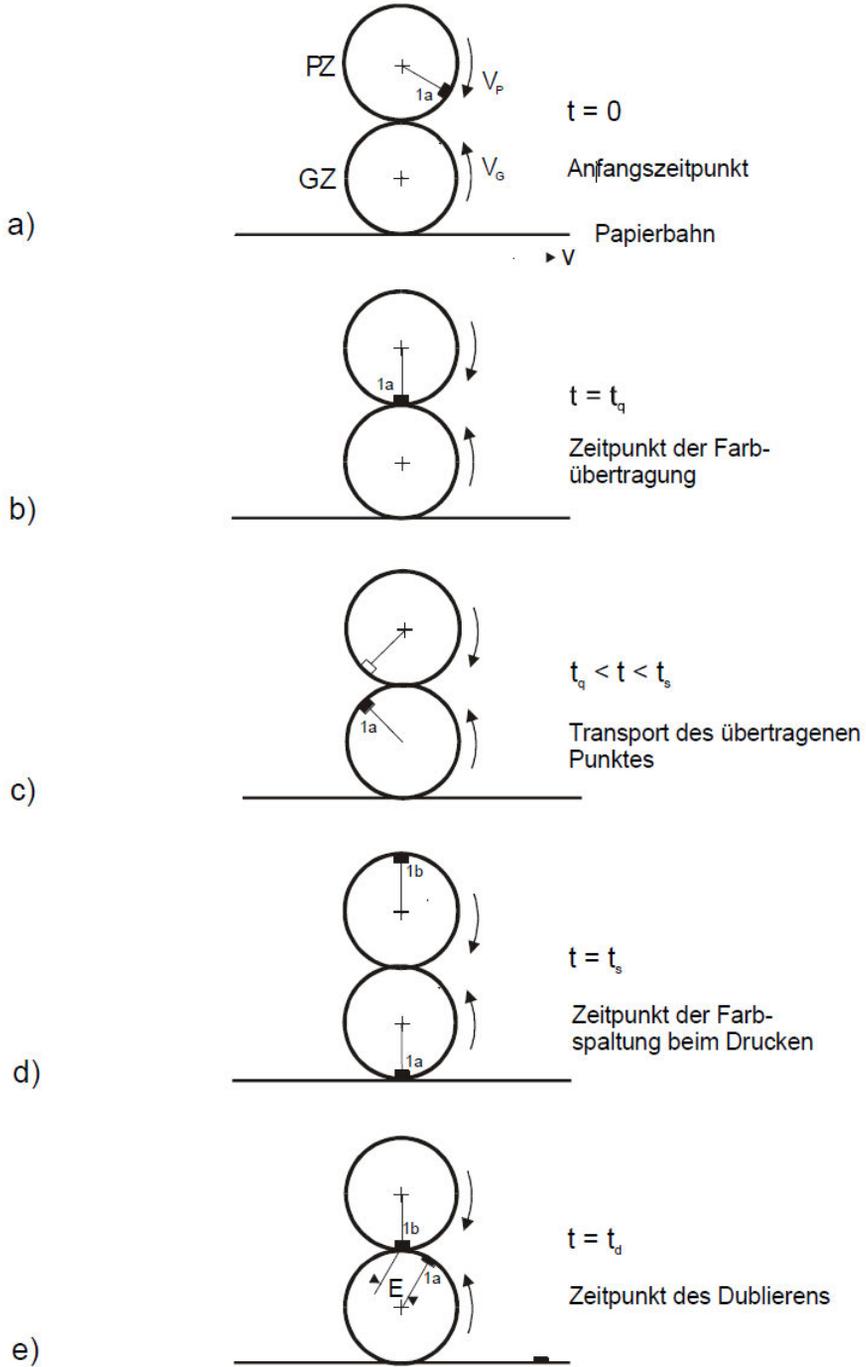


Abb. 23.5: Dublieren im Druckwerk

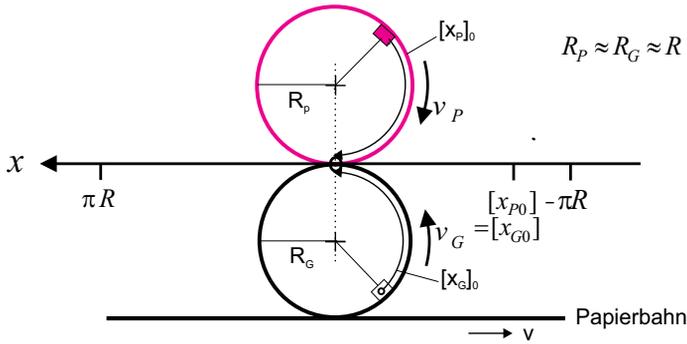


Abb. 23.6: *Dublieren innerhalb eines Druckwerks, Anfangskoordinaten $[x_{G0}]$ und $[x_{P0}]$ eines zu druckenden Punktes auf Gummi- und Plattenzylinder*

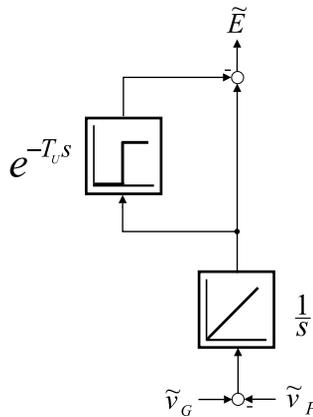


Abb. 23.7: *Strukturplan für Dublieren innerhalb eines Druckwerks*

eine Farbspaltung auf: Ein Teil der Farbe von 1a wird auf den GZ 2 übertragen und als „Geisterpunkt“ mit GZ 2 weitertransportiert (Abb. 23.8(e)), während der andere Teil mit dem Papier die Kontaktzone verlassen hat. Der „Geisterpunkt“ wird zum Zeitpunkt $t = t_d$ ein zweites Mal gedruckt (Abb. 23.8(f)). Zu diesem Zeitpunkt sollte Punkt 1b den Zylinder GZ2 erreicht haben. Aber infolge von Dehnungsstörungen kann eine Differenzstrecke E_{12} entstanden sein, die als Dublierfehler bezeichnet wird.

Ein wichtiges Ergebnis ist also: Änderungen der Bahndehnung führen zu Farbregisterfehlern, und eine zusätzliche Farbspaltung verursacht Dublierfehler. Die wesentlichen Gleichungen des linearisierten Modells des Farbregisterfehlers in der Ableitung von Tröndle sind in [1127], in der vollkommen andersartigen Ableitung von Brandenburg in [1130] zu finden. Die Dublierfehler einschließlich einer Kurzdarstellung des Rechenwegs wurden in [1134] veröffentlicht.

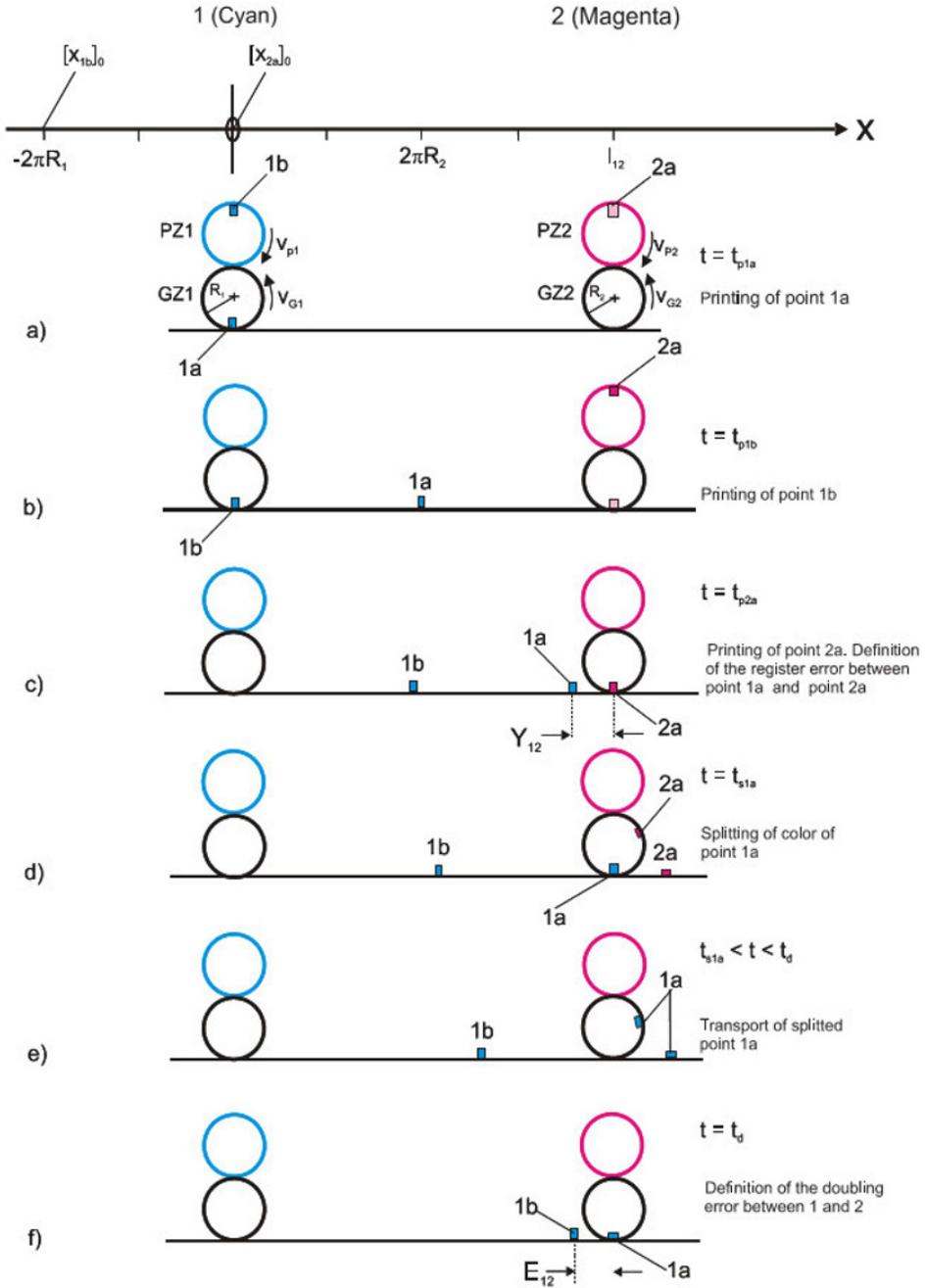


Abb. 23.8: Farbreisterfehler Y_{12} und Dublierfehler E_{12} zwischen Druckwerk 1 und 2

Die wesentlichen Gleichungen sind folgende:

$$\tilde{Y}_{12} = \frac{\bar{v}}{s} \left(-\tilde{\varepsilon}_{E2} + e^{-sT_{12}} \tilde{\varepsilon}_{E1} \right) \quad (23.32)$$

und die Beziehung

$$\tilde{E}_{12}(s) = \frac{\bar{v}}{s} \left(1 - e^{-sT_u} \right) \left[-\tilde{\varepsilon}_{E2}(s) + e^{-sT_{12}} \tilde{\varepsilon}_{E1}(s) \right] = \left(1 - e^{-sT_u} \right) \tilde{Y}_{12}(s) \quad (23.33)$$

mit

$$T_U = 2\pi/\bar{\omega} \quad (23.34)$$

Darin ist $\bar{\omega}$ die stationäre Winkelgeschwindigkeit der Zylinder. Wenn die Dehnung ε nicht vom Ort x abhängt, kann die Dehnung $\tilde{\varepsilon}_{En}$ am Eingang der Walze n in beiden Gleichungen durch $\tilde{\varepsilon}_{n-1,n}$, der Dehnung in der einlaufenden freien Bahn $(n-1, n)$, also dem Bahnabschnitt „flussaufwärts“, ersetzt werden. Die Abbildung 23.9 zeigt den Strukturplan.

Um die Theorie zu bestätigen, wurde mit Hilfe einer willkürlichen Winkeländerung des zugeordneten Antriebs eine aperiodische Lageabweichung Δx von Druckwerk 2 vorgegeben und damit ein künstlicher Registerfehler Y_{12} und Dublierfehler E_{12} erzeugt. Ein Vergleich der simulierten mit den gemessenen Kurven in Abb. 23.11 beweist die Richtigkeit der Theorie mit überraschender Genauigkeit.

Oft wird Dublieren durch periodische Signale, z. B. Schwingungen der Zylinder, hervorgerufen. Das mathematische Modell zeigt klar, dass Schwingungsfrequenzen, die ganzzahlige Vielfache der Umdrehungsfrequenz sind, d. h.

$$f_o = k f_u = k/T_u = k\bar{\omega}/(2\pi) \quad \text{mit } k = 1, 2, \dots, n \quad (23.35)$$

wegen des oberen Totzeitblocks in Abb. 23.9 und dessen negativen Beitrags zu \tilde{E}_{12} keine Dublierfehler erzeugen können.

Gleichung (23.32) kann auf den Farbreisterfehler zwischen Klemmstelle 1 und einer weiteren Klemmstelle n zu

$$\tilde{Y}_{1n} = \frac{\bar{v}}{s} \left(-\tilde{\varepsilon}_{En} + e^{-sT_{1n}} \tilde{\varepsilon}_{E1} \right) \quad (23.36)$$

erweitert werden. Dieselbe Gleichung gilt für den Gesamt-Schnittregisterfehler (s. Kap. 23.3). Auch Gl. (23.33) kann erweitert werden zu

$$\tilde{E}_{1n}(s) = \left(1 - e^{-sT_u} \right) \tilde{Y}_{1n}(s) \quad (23.37)$$

Werden die Gln. (23.11) und (23.14) in Gl. (23.36) eingesetzt, so ergibt sich

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_{1n}(s) &= \frac{\bar{v}}{s} \left[-\tilde{\varepsilon}_{Fn-1,n}(s) + e^{-sT_{1n}} \tilde{\varepsilon}_{F01}(s) + (\bar{\varepsilon}_{n-1,n} - \bar{\varepsilon}_{01}) \tilde{z}_{TE1}(s) \right] \quad (23.38) \\ &= \frac{\bar{v}}{s} \left[-\frac{\tilde{F}_{n-1,n}(s)}{\bar{A}_e \bar{E}_{n-1,n}} + e^{-sT_{1n}} \frac{\tilde{F}_{01}(s)}{\bar{A}_e \bar{E}_{01}} + (\bar{\varepsilon}_{n-1,n} - \bar{\varepsilon}_{01}) e^{-sT_{1n}} \tilde{z}_{TE1}(s) \right] \end{aligned}$$

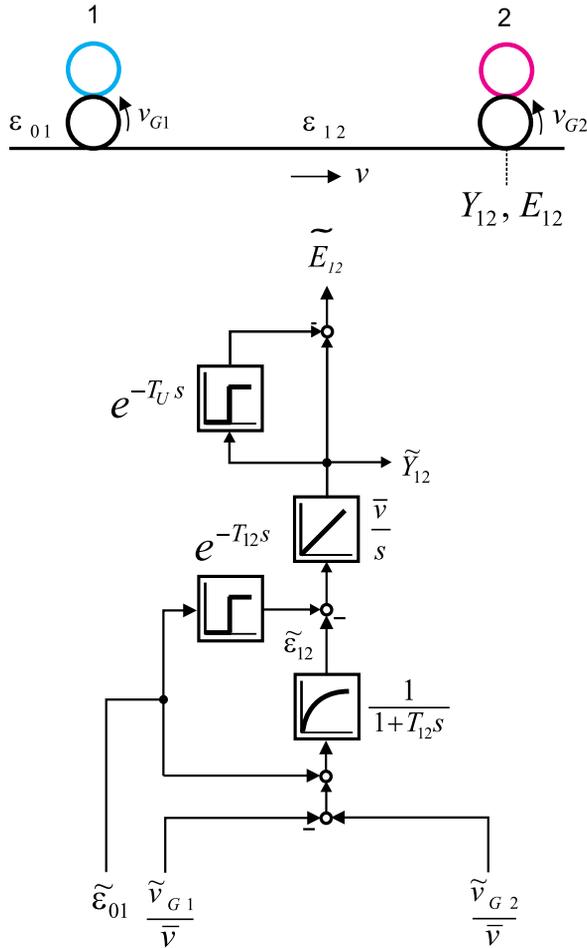
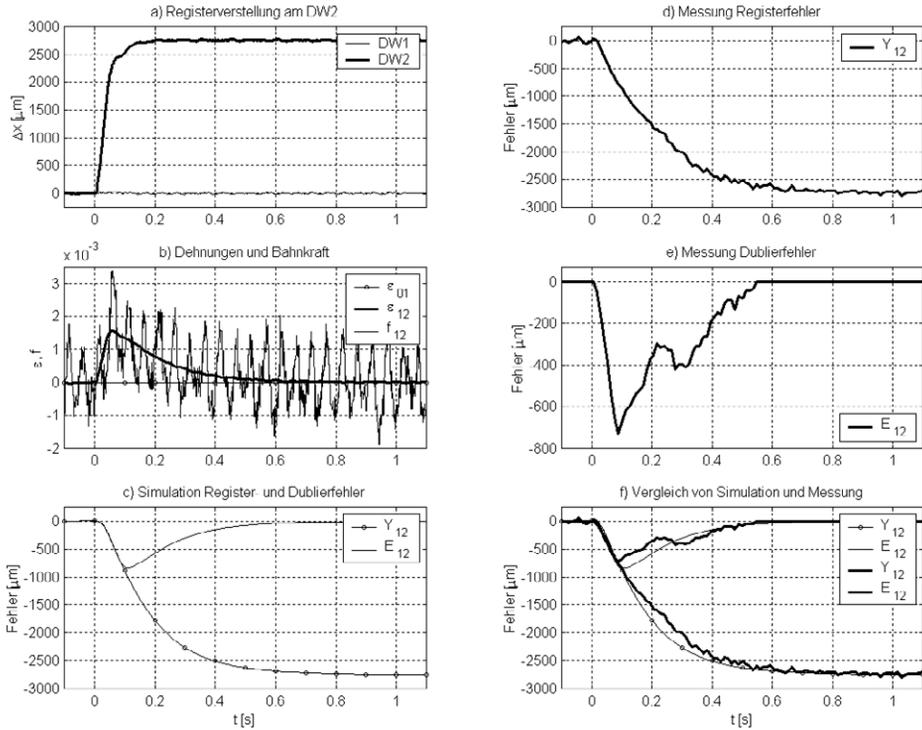


Abb. 23.9: Strukturdiagramm des Farbgregisterfehlers \tilde{Y}_{12} und des Dublierfehlers \tilde{E}_{12}

23.3 Teil-Schnittregisterfehler

23.3.1 Problemstellung

Das Papier in einer Druckmaschine ist zahlreichen periodischen und nichtperiodischen Störungen unterworfen. In den Druckwerken nimmt es Wasser und Farbe auf, wodurch es sich dehnt. Im anschließenden Trockner wird ihm Feuchtigkeit entzogen, und es schrumpft wieder. Auf den Walzen der darauffolgenden Kühleinheit erfährt es weitere Dimensionsänderungen. Diese und andere Einflüsse führen zu ständigen Lageänderungen des gedruckten Bildes relativ zum Messer des rotierenden Schneidzylinders am Ende des Prozesses (Klemmstelle 8 in Abb. 23.1). An diesem Punkt liegt ein den Schnittfehler bestimmender



- a) Registerverschiebung (μm) von Druckwerk 2,
 b) Dehnungen und Zugkraft ($f_{12} \equiv F_{12}$),
 c) Simulation des Farbregister- und Dublierfehlers (μm),
 d) gemessener Farbregisterfehler (μm),
 e) gemessener Dublierfehler (μm),
 f) Vergleich von Simulation (dünne Linie) und Messung (dicke Linie)

Abb. 23.10: Farbregister- und Dublierfehler zwischen den Druckwerken 1 und 2 bei einer Winkeländerung des Druckwerks 2

„Gesamt-Schnittregisterfehler“ (GSRF) als Überlagerung der positiven und negativen „Teil-Schnittregisterfehler“ (TSRF) vor.

Es ist daher sinnvoll, einen oder sogar mehrere Teil-Schnittregisterfehler zu messen und zu regeln, um die Regelung des Gesamt-Schnittregisterfehlers zu entlasten und damit diesen möglichst klein zu halten. Dafür werden an bestimmten Stellen der Druckmaschine optische Sensoren zur Messung dieser Fehler vorgesehen (z. B. an der Klemmstelle 3 in Abb. 23.18(a)).

Auf der Grundlage von Abb. 23.11 wurde ein mathematisches Modell für die Teil-Schnittregisterfehler entwickelt, dessen Ableitung in Anhang 1 zu finden ist. Dieses hat zu einem vollkommen neuen Regelverfahren geführt, welches die Makulatur von Illustrationsdruckmaschinen infolge von Schnittungenauigkeiten signifikant reduziert hat, vgl. [1136, 1137] und [1138] und Teil 3 dieses Beitrags.

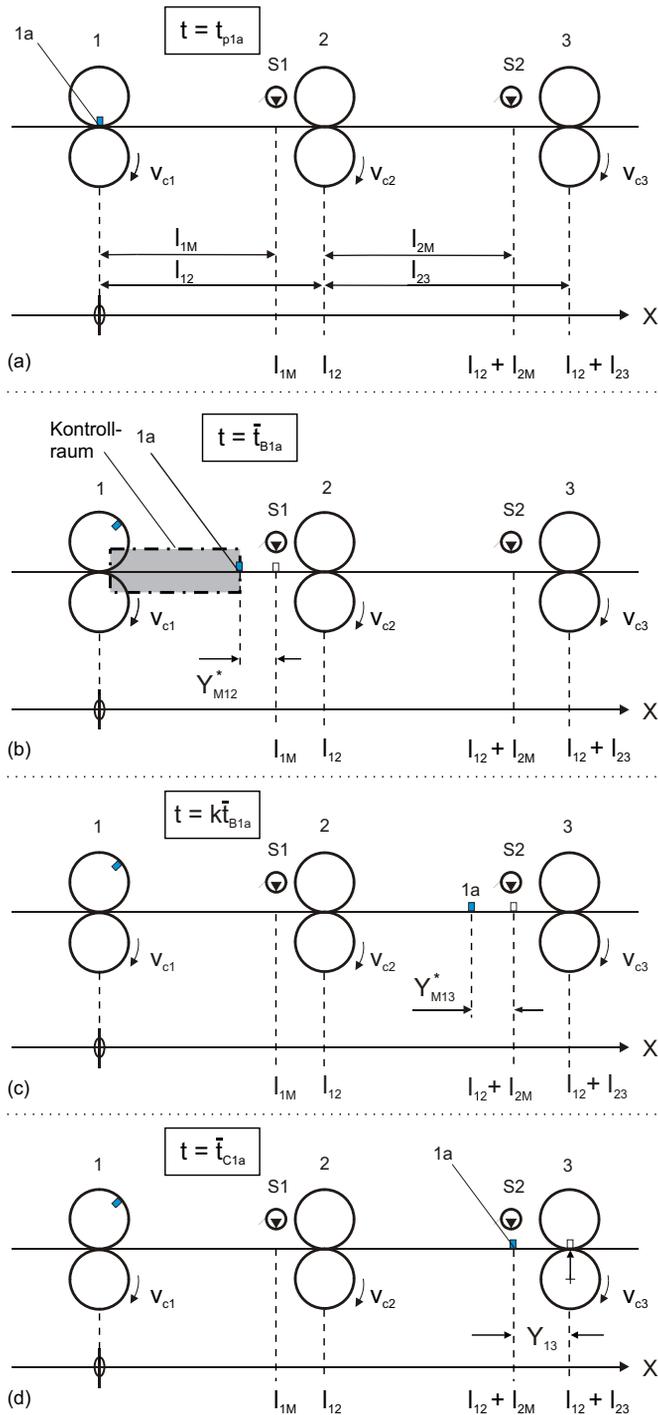


Abb. 23.11: Darstellung der Teil-Schnittregisterfehler

23.3.2 Mathematisches Modell

In Abb. 23.11 sei Klemmstelle 1 ein Druckwerk, während die Klemmstellen 2 und 3 elektrisch angetriebene, zunächst nicht druckende Zugrollenpaare seien. Klemmstelle 1 drückt Punkt 1a, der z. B. die Schnittlinie zwischen zwei Bildern repräsentiert, zum Zeitpunkt $t = t_{pla}$ (Abb. 23.11(a)). Im stationären Zustand erreicht dieser Punkt die Position $x = l_{1M}$ des Sensors S1. Bei instationärer Bewegung hingegen würde er diese Position nicht erreichen:

Im Abschnitt 1-2 entsteht ein Teil-Schnittregisterfehler Y_{M12}^* (vgl. Abb. 23.11(b), der durch einen im Sensor implementierten Algorithmus aus der Abweichung der Register-Messmarke oder auch eines charakteristischen Bildpunktes von der Sollposition berechnet werden kann. Wenn der TSRF die Klemmstelle 2 passiert und in die Strecke 2-3 eingetreten ist, kommt er als Y_{M13}^* am Ort $x = l_{12} + l_{2M}$ (Abb. 23.11(c)) an und wird vom Sensor S2 zum Zeitpunkt $t = k\bar{t}_{B1a}$ (wobei k die Position des Sensors S2 berücksichtigt) gemessen. Wenn nun angenommen wird, dass die Klemmstelle 3 in Abb. 23.11(d) ein Schneidzylinder ist, würde zum Zeitpunkt $t = t_{C1a}$ der Gesamt-Schnittregisterfehler Y_{13} entstehen.

Wird nicht nur ein einzelner Punkt, sondern werden auch alle folgenden, durch Druckwerk 1 gedruckten Punkte betrachtet, so wird der TSRF am Ort $x = l_{i-1,i} + l_{iM}$ eine kontinuierliche Funktion der Zeit. Befindet sich der Sensor S1 unmittelbar an der Klemmstelle 2, so lautet der TSRF \tilde{Y}_{12}^*

$$\tilde{Y}_{12}^* = \frac{\bar{v}}{s} \left(-\tilde{\varepsilon}_{E2} + e^{-sT_{12}} \tilde{\varepsilon}_{E1} + \frac{\tilde{v}_{c2}}{\bar{v}} \right) \quad (23.39)$$

Diese Gleichung kann auf den TSRF, gemessen an einer nicht druckenden Klemmstelle n , und der druckenden Klemmstelle 1 erweitert werden und lautet

$$\tilde{Y}_{1n}^* = \frac{\bar{v}}{s} \left(-\tilde{\varepsilon}_{En} + e^{-sT_{1n}} \tilde{\varepsilon}_{E1} + \frac{\tilde{v}_{cn}}{\bar{v}} \right) \quad (23.40)$$

Der Index 1 kann in einem weiteren Schritt durch den Index $p < n$ einer flussaufwärts liegenden, druckenden Klemmstelle p ersetzt werden

$$\tilde{Y}_{pn}^* = \frac{\bar{v}}{s} \left(-\tilde{\varepsilon}_{En} + e^{-sT_{pn}} \tilde{\varepsilon}_{Ep} + \frac{\tilde{v}_{cn}}{\bar{v}} \right) \quad (23.41)$$

Darin ist T_{pn} die Transportzeit von der Klemmstelle p zur Klemmstelle n . Wenn die Gln. (23.9), (23.10) und (23.11) in Gl. (23.40) eingesetzt werden, folgt

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_{1n}^*(s) &= \frac{\bar{v}}{s} \left[-\tilde{\varepsilon}_{Fn-1,n}(s) + e^{-sT_{1n}} \tilde{\varepsilon}_{F01}(s) + (\bar{\varepsilon}_{n-1,n} - \bar{\varepsilon}_{01}) \tilde{z}_{TE n}(s) + \frac{\tilde{v}_{cn}(s)}{\bar{v}} \right] \quad (23.42) \\ &= \frac{\bar{v}}{s} \left[-\frac{\tilde{F}_{n-1,n}(s)}{A_c \bar{E}_{n-1,n}} + e^{-sT_{1n}} \frac{\tilde{F}_{01}(s)}{A_c \bar{E}_{01}} + (\bar{\varepsilon}_{n-1,n} - \bar{\varepsilon}_{01}) e^{-sT_{1n}} \tilde{z}_{TE 1}(s) + \frac{\tilde{v}_{cn}(s)}{\bar{v}} \right] \end{aligned}$$

Wenn die Klemmstelle 1 durch eine Klemmstelle p ersetzt wird, ergibt sich

$$\tilde{Y}_{pn}^*(s) = \frac{\bar{v}}{s} \left[-\tilde{\varepsilon}_{Fn-1,n}(s) + e^{-sT_{pn}} \tilde{\varepsilon}_{Fp-1,p}(s) + (\bar{\varepsilon}_{n-1,n} - \bar{\varepsilon}_{p-1,p}) \tilde{z}_{TE n}(s) + \frac{\tilde{v}_{cn}(s)}{\bar{v}} \right] \quad (23.43)$$

Wenn $n = 7$ und $p = 4$ gewählt wird (vgl. Abb. 23.1) so lautet der Ausdruck für den TSRF zwischen der druckenden Klemmstelle 4 und dem Sensor an der nicht druckenden Klemmstelle 7

$$\tilde{Y}_{47}^*(s) = \frac{\bar{v}}{s} \left[-\tilde{\varepsilon}_{F67}(s) + e^{-sT_{47}} \tilde{\varepsilon}_{F34}(s) + (\bar{\varepsilon}_{67} - \bar{\varepsilon}_{34}) \tilde{z}_{TE7}(s) + \frac{\tilde{v}_{c7}(s)}{\bar{v}} \right] \quad (23.44)$$

Die Transportstörung $\tilde{z}_{TE n}$ und die Eigenschaften der Registerfehler werden in Kap. 23.4 diskutiert. Ist $l_{1M} = l_{12}$, so werden die Beziehungen für den TSRF komplizierter, wie in [1137] angegeben ist. Durch Entwicklung eines mathematischen Modells für den TSRF lässt sich ein vollkommen neues Regelverfahren für den Gesamt-Schnittregisterfehler (GSRF) entwickeln. In Teil 3 wird dieses dargestellt.

23.4 Vergleich des Gesamt-Schnittregisterfehlers mit dem Teil-Schnittregisterfehler

Um den bekannten GSRF mit dem neuen TSRF zu vergleichen, wird das Dreiwalzensystem nach Abb. 23.3(a) mit dem Strukturplan von Abb. 23.3(b) zu Grunde gelegt. Die Klemmstellen 1 und 3 seien jetzt Druckwerke, die Zwischenklemmstelle 2 sei eine nicht druckende Transportwalze. Dieser Strukturplan findet sich in Abb. 23.18(a) wieder und wurde dort durch die Einflussgröße \tilde{v}_{c2}/\bar{v} für den TSRF \tilde{Y}_{12}^* ergänzt. Der TSRF \tilde{Y}_{12}^* wird an der Klemmstelle 2 (KE), der TSRF \tilde{Y}_{13}^* an der Klemmstelle 3 (WE) gemessen und weiter unten erklärt.

Zunächst werden die Antworten des GSRF \tilde{Y}_{13} und des TSRF \tilde{Y}_{12}^* für sprungförmige Änderungen von ε_{01} und v_{c2} berechnet und diskutiert. Die Messungen, auf die später eingegangen wird, wurden an der realen Anlage nach Abb. 23.1 durchgeführt.

23.4.1 Gesamt-Schnittregisterfehler

Der GSRF \tilde{Y}_{13} wird zuerst für eine Änderung von v_{c2} berechnet. Wenn ortsunabhängige Dehnungen angenommen werden, lautet Gl. (23.36):

$$\tilde{Y}_{13} = \frac{\bar{v}}{s} (-\tilde{\varepsilon}_{23} + \tilde{\varepsilon}_{01} e^{-sT_{13}}) \quad (23.45)$$

In diese Gleichung wird Gl. (23.18) eingesetzt, wobei $\tilde{z}_{TE1} \equiv 0$ angenommen wird.

Dann ergibt sich

$$\tilde{Y}_{13} = \frac{\bar{v}}{s} \left\{ \frac{1}{1 + sT_{23}} \left[\left(\frac{1}{1 + sT_{12}} - e^{-T_{13}s} \right) \tilde{\varepsilon}_{01} - \frac{1}{1 + sT_{12}} \frac{\tilde{v}_{c1}}{\bar{v}} - \frac{sT_{12}}{1 + sT_{12}} \frac{\tilde{v}_{c2}}{\bar{v}} + \frac{\tilde{v}_{c3}}{\bar{v}} \right] \right\} \quad (23.46)$$

Ein Sprung von $\tilde{\varepsilon}_{01}$ mit der Amplitude $\hat{\varepsilon}_{01}$ liefert den stationären Endwert

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{Y}_{13} = \tilde{Y}_{13\infty} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\bar{v}}{s} \frac{1}{1 + sT_{23}} \left(-\frac{1}{1 + sT_{12}} + e^{-sT_{13}} \right) \hat{\varepsilon}_{01} = 0 \quad (23.47)$$

Der GSRF ist „selbstkompensierend“ bezüglich einer sprungförmigen Störung von $\tilde{\varepsilon}_{01}$.

Gl. (23.46) liefert für eine Änderung der Umfangsgeschwindigkeit v_{c2} der nicht druckenden Klemmstelle 2 die Beziehung

$$\tilde{Y}_{13} = \frac{1}{1 + sT_{23}} \frac{\bar{v}T_{12}}{1 + sT_{12}} \frac{\tilde{v}_{c2}}{\bar{v}} = \frac{1}{1 + sT_{23}} \frac{l_{12}}{1 + sT_{12}} \frac{\tilde{v}_{c2}}{\bar{v}} \quad (23.48)$$

Führt \tilde{v}_{c2} eine Sprungfunktion mit der Amplitude \hat{v}_{c2} aus, so lautet der stationäre Endwert des GSRF

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{Y}_{13} = \tilde{Y}_{13\infty} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\bar{v}}{s} \frac{1}{1 + sT_{23}} \frac{sT_{12}}{1 + sT_{12}} \frac{\hat{v}_{c2}}{\bar{v}} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + sT_{23}} \frac{l_{12}}{1 + sT_{12}} \frac{\hat{v}_{c2}}{\bar{v}} = l_{12} \frac{\hat{v}_{c2}}{\bar{v}} \quad (23.49)$$

Der stationäre Endwert der Sprungantwort ist proportional zur relativen Sprungamplitude \hat{v}_{c2}/\bar{v} und zur Länge l_{12} der freien Bahn. Dieses Ergebnis ist als neue Erkenntnis zu bewerten. Im Gegensatz dazu führen nämlich bleibende Änderungen von Geschwindigkeiten der Druckwerke, wie z. B. Sprünge von v_{c1} oder v_{c3} , zu unendlich großen Schnittregisterfehlern.

23.4.2 Teil-Schnittregisterfehler

Für den TSRF liefert Gl. (23.39) für ortsunabhängige Dehnungen den Ausdruck

$$\tilde{Y}_{12}^* = \frac{\bar{v}}{s} \left(-\tilde{\varepsilon}_{12} + \tilde{\varepsilon}_{01} e^{-sT_{13}} + \frac{\tilde{v}_{c2}}{\bar{v}} \right) \quad (23.50)$$

Einsetzen von Gl. (23.16) mit $\tilde{z}_{TE1} \equiv 0$ liefert

$$\tilde{Y}_{12}^* = \frac{\bar{v}}{s} \left[-\frac{1}{1 + sT_{12}} \left(\tilde{\varepsilon}_{01} + \frac{\tilde{v}_{c2} - \tilde{v}_{c1}}{\bar{v}} \right) + \tilde{\varepsilon}_{01} e^{-sT_{12}} + \frac{\tilde{v}_{c2}}{\bar{v}} \right] \quad (23.51)$$

woraus folgt

$$\tilde{Y}_{12}^* = \frac{\bar{v}}{s} \left[\left(-\frac{1}{1 + sT_{12}} + e^{-sT_{12}} \right) \tilde{\varepsilon}_{01} - \frac{1}{1 + sT_{12}} \frac{\tilde{v}_{c1}}{\bar{v}} + \frac{sT_{12}}{1 + sT_{12}} \frac{\tilde{v}_{c2}}{\bar{v}} \right] \quad (23.52)$$

Ein Sprung von $\tilde{\varepsilon}_{01}$ führt auch hier zu einem selbst kompensierenden TSRF

$$\tilde{Y}_{12\infty}^* = 0 \tag{23.53}$$

Die in Abb. 23.4(c) gezeigten Messungen wurden an der realen Anlage von Abb. 23.1 durchgeführt, die Simulationen in Abb. 23.4(d) erfolgten mit den Anlagendaten. Das Dreiwalzensystem bestand aus den Klemmstellen 5 (KE), 6 (WE) und 7 (TR) in Abb. 23.1. Der in der Realität viel kompliziertere Aufbau der Illustrationsdruckmaschine wurde soweit wie möglich vereinfacht. Messungen und Simulation sind, wie der Vergleich zeigt, in nahezu perfekter Übereinstimmung. Wird v_{c2} geändert, so lautet die Beziehung für \tilde{Y}_{12}^*

$$\tilde{Y}_{12}^* = \frac{\bar{v}T_{12}}{1 + sT_{12}} \frac{\tilde{v}_{c2}}{\bar{v}} = \frac{l_{12}}{1 + sT_{12}} \frac{\tilde{v}_{c2}}{\bar{v}} \tag{23.54}$$

Diese Gleichung ist Teil der Gl. (23.48). Einsetzen von Gl. (23.54) in Gl. (23.48) liefert

$$\tilde{Y}_{13} = \frac{1}{1 + sT_{23}} \tilde{Y}_{12}^* \tag{23.55}$$

Der stationäre Endwert von \tilde{Y}_{12}^* nach einer Sprungfunktion von \tilde{v}_{c2} ist

$$\tilde{Y}_{12\infty}^* = l_{12} \frac{\hat{v}_{c2}}{\bar{v}} \tag{23.56}$$

Wäre Klemmstelle 2 ein Druckwerk, so würde \tilde{Y}_{12}^* gegen Unendlich gehen. Durch den Geschwindigkeitsterm \tilde{v}_{c2}/\bar{v} in Gl. (23.50) wird der mit negativem Vorzeichen auf \tilde{Y}_{12} wirkende Einfluss von \tilde{v}_{c2} in Gl. (23.51) durch einen Differenzialanteil so verändert, wie dies Gl. (23.52) zeigt. Die IT1-Antwort von \tilde{Y}_{12} im Falle einer druckenden Klemmstelle 2 bei einer Sprunganregung von \tilde{v}_{c2} , also das integrale Wegwandern von \tilde{Y}_{12} , wird zu einer PT1-Antwort von \tilde{Y}_{12}^* mit endlichem Grenzwert, der sich auf \tilde{Y}_{13} überträgt:

$$\tilde{Y}_{13\infty} = \tilde{Y}_{12\infty}^* \tag{23.57}$$

Diese Ergebnisse zeigen klar, dass der in Kap. 23.3 für den TSRF \tilde{Y}_{1n}^* gefundene Term \tilde{v}_{cn}/\bar{v} eine druckende Klemmstelle n in eine nicht druckende überführt. Daher beweist Gl. (23.54) die Richtigkeit des in Kap. 23.3 gefundenen mathematischen Modells für den Teil-Schnittregisterfehler.

Eine Änderung von v_{c2} ruft einen TSRF \tilde{Y}_{12}^* hervor, der durch einen Sensor an der Klemmstelle 2 in Abb. 23.3(b) (oder Klemmstelle 6 in Abb. 23.1) gemessen wird. Er wird, geglättet mit der Zeitkonstanten T_{23} , am Druckwerk 3 (bzw. im Falle von Abb. 23.1 am Messerzylinder 8) wirksam.

Gleichung (23.54) ist die grundlegende Beziehung für eine Regelung eines TSRF \tilde{Y}_{1k}^* mit der Geschwindigkeit der nicht druckenden Klemmstelle \tilde{v}_{ck} als Stellgröße, vgl. [1162]. Darauf wird in Kap. 23.8 eingegangen.

Weiterhin ist eine nützliche messtechnische Anwendung zur Erkennung von Gleitschlupf einer Klemmstelle daraus erwachsen. Der stationäre TSRF $\tilde{Y}_{12\infty}^*$ ist

nach Gl. (23.56) eine lineare Funktion der Sprungamplitude \hat{v}_{c2} , also eine Gerade mit der Steigung l_{12}/\bar{v} , solange die Klemmstelle 2 im Bereich des Dehnschlupfes arbeitet. Wird die Kurve $\tilde{Y}_{12\infty}^* = f(\hat{v}_{c2})$ bzw. $\tilde{Y}_{12\infty}^* = f(\hat{v}_{c2}/\bar{v})$ nichtlinear, so ist dies ein deutliches Zeichen für Gleitschlupf (s. Kap. 23.6) oder Partialschlupf (s. Kap. 23.7).

23.5 Rekonstruktion von Transportstörungen

23.5.1 Allgemeine Beziehungen

Obwohl die so genannten Transportstörungen (vgl. Gl. (23.8) in Kap. 23.1) bei Illustrationsdruckmaschinen eine große Rolle spielen, da sie große Farb- und Schnittregisterfehler mit der Folge einer hohen Makulaturrate verursachen können, sind sie noch nie gesehen worden, denn abgesehen von der bekannten Querschnittsänderung infolge der Klebestelle sind statistisch verteilte Querschnittsschwankungen und die Änderung des Elastizitätsmoduls beim Übergang von der „alten“ zu der „neuen“ Bahn nicht direkt messbar. Die Idee besteht nun darin, die Transportstörungen mit Hilfe der im Teil-Schnittregisterfehler enthaltenen Informationen zu rekonstruieren.

Eine allgemeine Gleichung für die Rekonstruktion der Größe \tilde{z}_{TE_n} kann durch Umformung von Gl. (23.43) gefunden werden. Es gilt

$$\tilde{z}_{TE_n} = e^{-sT_{1n}} \tilde{z}_{TE_1} = \frac{1}{\bar{W}_{n1}} \left(\frac{s}{\bar{v}} \tilde{Y}_{1n}^* + \frac{\tilde{F}_{n-1,n}}{\bar{A}_e \bar{E}_{n-1,n}} - e^{-sT_{1n}} \frac{\tilde{F}_{01}}{\bar{A}_e \bar{E}_{01}} - \frac{\tilde{v}_{cn}}{\bar{v}} \right) \quad (23.58)$$

mit

$$\tilde{z}_{TE_n} = \frac{\tilde{A}_{eEn}}{\bar{A}_e} + \frac{\tilde{E}_{En}}{\bar{E}_{En}} \quad (23.59)$$

und

$$\bar{W}_{n1} = \frac{\bar{v}_{cn}}{\bar{v}_{c1}} - 1 = \bar{\varepsilon}_{n-1,n} - \bar{\varepsilon}_{01} \quad (23.60)$$

Für die Größe \tilde{z}_{TE_2} in Abb. 23.3(b) ergibt sich z. B. der Ausdruck

$$\tilde{z}_{TE_2} = e^{-sT_{12}} \tilde{z}_{TE_1} = \frac{1}{\bar{W}_{21}} \left(\frac{s}{\bar{v}} \tilde{Y}_{12}^* + \frac{\tilde{F}_{12}}{\bar{A}_e \bar{E}_{12}} - e^{-sT_{12}} \frac{\tilde{F}_{01}}{\bar{A}_e \bar{E}_{01}} - \frac{\tilde{v}_{c2}}{\bar{v}} \right) \quad (23.61)$$

mit der Zeitkonstanten

$$T_{12} = \frac{l_{12}}{\bar{v}} \quad (23.62)$$

Für die Auswertung der allgemeinen Rekonstruktionsgleichungen (23.58) oder (23.61) müssen vier Variable und fünf stationäre Größen bekannt sein. Oft können F_{01} und v_{c2} konstant gehalten werden, d. h. es ist $\tilde{F}_{01} \approx 0$ und $\tilde{v}_{c2} \equiv 0$. Dann vereinfacht sich Gl. (23.61) zu:

$$\tilde{z}_{TE2} = e^{-sT_{12}} \tilde{z}_{TE1} = \frac{1}{\bar{W}_{21}} \left(\frac{s}{\bar{v}} \tilde{Y}_{12}^* + \frac{\tilde{F}_{12}}{\bar{A}_e \bar{E}_{12}} \right) = \frac{1}{\bar{W}_{21}} \left(\frac{s}{\bar{v}} \tilde{Y}_{12}^* + \tilde{\varepsilon}_{F12} \right) \quad (23.63)$$

Nachdem der Term $s\tilde{Y}_{12}^*$ einer Differenziation im Zeitbereich entspricht, muss das Messsignal \tilde{Y}_{12}^* gefiltert werden. Die mittlere Transportgeschwindigkeit \bar{v} der Bahn ist proportional zur Drehzahl der elektronischen Längswelle. Die Voreilung \bar{W}_{21} wird am Leitstand vorgegeben und ist daher sehr genau bekannt. Der stationäre Querschnitt \bar{A}_e der Bahn kann aus der Breite und der Dicke der Bahn relativ gut berechnet werden. Die Bahnzugkraft \tilde{F}_{12} wird mit befriedigender Genauigkeit mit Hilfe von Zugmesswalzen gemessen. Der stationäre Elastizitätsmodul \bar{E}_{12} kann bei laufender Bahn mit Hilfe geeigneter Testfunktionen ermittelt werden, siehe z. B. [1175].

23.5.2 Experimentelle Ergebnisse

Die Kurven in Abb. 23.12 wurden an einer Zeitungsdruckmaschine gemessen [1139]. Der Rollenwechsel beginnt zum Zeitpunkt $t = 0$, wie aus der Bahnzugkraft F_{12} ersichtlich ist. Wenn \tilde{z}_{TE1} an der Klemmstelle 1 mit einer Sprungfunktion bei $t=0$ eintrifft, so muss für das rekonstruierte Signal theoretisch $\tilde{z}_{TE2}(t < T_{12}) \equiv 0$ gelten. Dieses Verhalten ist tatsächlich ungefähr in Abb. 23.12 (rechte Seite unten) erkennbar. Offenbar steigt \tilde{z}_{TE2} ähnlich einer Sprungfunktion bei $t \approx T_{12}$ an (linke Seite unten in Abb. 23.12), erreicht den Maximalwert $\tilde{z}_{TE2,max} \approx \tilde{E}_{12,max}/\bar{E}_{12} \approx 1.2$ zum Zeitpunkt $t \approx 4T_{12}$ und fällt dann langsam auf einen konstanten neuen quasistationären Wert ab. Die Messung wurde bei $t = 180$ ms beendet.

Durch die Rekonstruktion der Transportstörung wird erstmalig das Kurzzeit- und das Langzeitverhalten dieser Störungsart sichtbar gemacht. Damit wird eine bessere Kenntnis des Verhaltens des Elastizitätsmoduls und des Querschnitts der Bahn während des Prozesses der Abwicklung vermittelt. Das rekonstruierte Signal kann zur prädiktiven, korrigierenden Beeinflussung der Regelung der Klemmstellen und des Schnittregisterfehlers verwendet werden, wodurch sich die Makulaturrate bei Rollenwechseln reduzieren lassen dürfte.

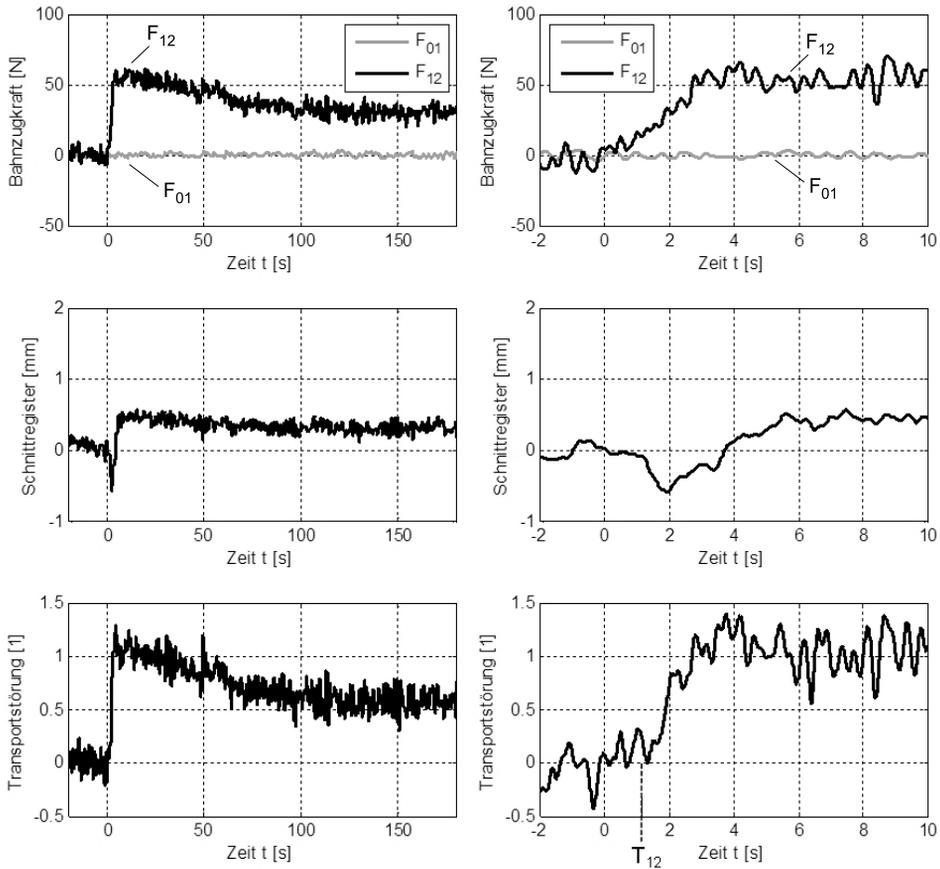


Abb. 23.12: Rekonstruktion der Transportstörung \tilde{z}_{TE2} mit Hilfe des Teilschnittregisterfehlers \tilde{Y}_{12}^* und der Kraft \tilde{F}_{12} (Messung bei $\bar{v} = 30.000 Ex/h = 9.6m/s$)

TEIL 2: WALZEN MIT GLEITSCHLUPF UND PARTIALSCHLUPF

23.6 Walzen mit Gleitschlupf

In diesem Abschnitt wird der Einfluss von Walzen untersucht, bei denen wegen einer zu großen anliegenden Kraftdifferenz über die gesamte Länge der Umschlingungszone Gleitreibung vorliegt. Ein solcher Betriebszustand tritt in der Praxis, sei er gewollt oder ungewollt, oft auf.

Es werde zunächst stationäre Bewegung mit $\bar{F}_{23} > \bar{F}_{12}$ angenommen und von einem Zustand nach Abb. 23.2(a) mit Haft- und Gleitzone ausgegangen. Wenn

\bar{F}_{23} langsam vergrößert wird und schließlich den Grenzfall $\bar{F}_{23}/\bar{F}_{12} = \exp(\mu\alpha_2)$ erreicht, so nimmt die Zone mit Dehnschlupf den Bereich des gesamten Umschlingungswinkels $\gamma_2 = \alpha_2$ ein, und die Haftzone wird null, $\beta_2 = 0$. Ein weiterer differentieller Zuwachs von F_{23} führt zu Gleitschlupf zwischen Bahn und Walzenoberfläche, wie in Abb. 23.2(b) dargestellt. Von diesem Punkt ab bleibt das Verhältnis der Kräfte konstant, da α_2 konstant ist. Im stationären wie im instationären Betriebszustand lautet die Euler-Eytelwein-Gleichung

$$\frac{F_{23}(t)}{F_{12}(t)} = \exp \left[\mu_2 \alpha_2 \operatorname{sign} \left(\frac{F_{23}(t)}{F_{12}(t)} - 1 \right) \right] = \frac{1}{k_{\alpha 2}} = \operatorname{const}_t = \frac{\bar{F}_{23}}{\bar{F}_{12}} \quad (23.64)$$

Bei idealer Gleitreibung mit konstantem Gleitreibungskoeffizienten ist die Walzenumfangsgeschwindigkeit $\tilde{v}_{c,2}(t)$ ohne Einfluss.

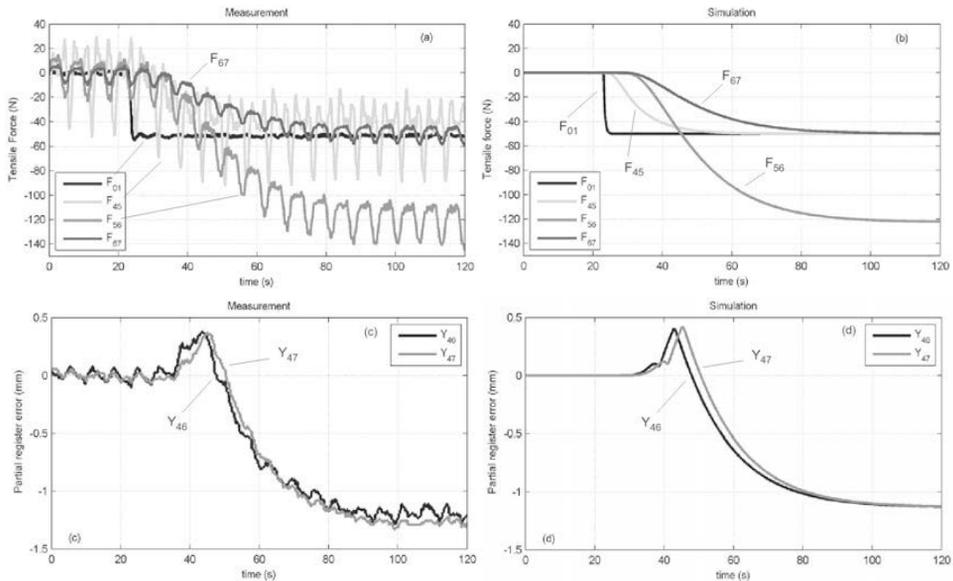


Abb. 23.13: Sprungantworten bei Gleitschlupf, $k_{\alpha 2} > 1$. Links: Messung. Rechts: Simulation. Bahnzugkräfte (a), (b) und Teil-Schnittregisterfehler (c), (d) (Index * weggelassen)

Zwei Fälle sind zu unterscheiden:

$$k_{\alpha 2} = \frac{\bar{F}_{12}}{\bar{F}_{23}} > 1 ; \text{ motorischer Betrieb (die Walze treibt die Bahn an)}$$

$$k_{\alpha 2} = \frac{\bar{F}_{12}}{\bar{F}_{23}} < 1 ; \text{ generatorischer Betrieb (die Bahn treibt die Walze an)} \quad (23.65)$$

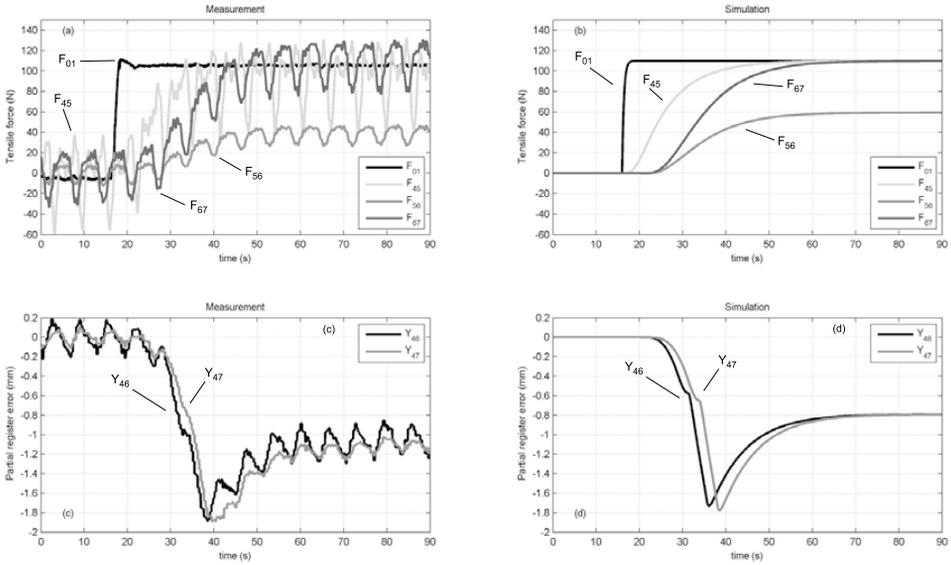


Abb. 23.14: Sprungantworten bei Gleitschlupf, $k_{\alpha 2} < 1$. Links: Messung. Rechts: Simulation. Bahnzugkräfte (a), (b) und Teil-Schnittregisterfehler (c), (d) (Index * weggelassen)

Wie in [1135] gezeigt ist, gelten bei instationärer Bewegung die folgenden Gleichungen:

$$\frac{\tilde{F}_{23}(s)}{\tilde{A}_e \tilde{E}} = \frac{1}{1 + sT_{G13}} \left[\begin{array}{l} \frac{\tilde{F}_{01}(s)}{\tilde{A}_e \tilde{E}} + (\tilde{\varepsilon}_{12} - \tilde{\varepsilon}_{01}) \tilde{z}_{TE1}(s) \\ + (\tilde{\varepsilon}_{23} - \tilde{\varepsilon}_{12}) \tilde{z}_{TE2}(s) + \frac{\tilde{v}_{c3}(s) - \tilde{v}_{c1}(s)}{\tilde{v}} \end{array} \right] \quad (23.66)$$

und

$$\tilde{F}_{12}(s) = k_{\alpha 2} \tilde{F}_{23}(s) \quad (23.67)$$

mit

$$T_{G13} = k_{\alpha 2} T_{12} + T_{23} \quad (23.68)$$

Im Gegensatz zum Dehnschlupf tritt bei Gleitschlupf nur eine einzige gemeinsame Zeitkonstante T_{G13} für beide Bahnabschnitte 1-2 und 2-3 auf. Die Gleichungen für die Teil-Schnittregisterfehler lauten:

$$\tilde{Y}_{12}^*(s) = \frac{\tilde{v}}{s} \left[- (1 + sT_{23}) \tilde{\varepsilon}_{F23} + e^{-sT_{12}} \tilde{\varepsilon}_{F01} + (\tilde{\varepsilon}_{F23} - \tilde{\varepsilon}_{F01}) e^{-sT_{12}} \tilde{z}_{TE1} + \frac{\tilde{v}_{c3}(s)}{\tilde{v}} \right] \quad (23.69)$$

$$\tilde{Y}_{13}^*(s) = \frac{\tilde{v}}{s} \left[- \tilde{\varepsilon}_{F23} + e^{-sT_{13}} \tilde{\varepsilon}_{F01} + (\tilde{\varepsilon}_{F23} - \tilde{\varepsilon}_{F01}) e^{-sT_{13}} \tilde{z}_{TE1} + \frac{\tilde{v}_{c3}(s)}{\tilde{v}} \right] \quad (23.70)$$

Mit den obigen Gleichungen kann der Strukturplan von Abb. 23.3(c) aufgebaut werden. Am Übergangspunkt von Dehnschlupf (Abb. 23.3(b)) zu Gleitschlupf

(Abb. 23.3(c)) tritt eine Strukturumschaltung des Systems auf. Sprungantworten, die an einer handelsüblichen Illustrationsdruckmaschine mit Hilfe der Klemmstellen 5, 6 und 7 (s. Abb. 23.1) für motorischen und generatorischen Betrieb gemessen wurden, zeigen Abb. 23.13 und Abb. 23.14. Die simulierten und die gemessenen Kurven stimmen überraschend gut überein. Die gegenüber dem Dehnschlupf in Abb. 23.4 vollkommen anderen Kurvenverläufe lassen deutlich erkennen, wann in einem System Gleitschlupf vorliegt. Wenn sich zwischen Walze und Bahn ein Luftkissen ausbildet, ändert sich die Gestalt der Kurven signifikant (vgl. z. B. [1149]). Göb und Hahn [1153] haben die Euler-Eytelwein-Gleichung erweitert, um einen stetigen Übergang zwischen Dehn- und Gleitschlupf zu erreichen.

23.7 Walzen mit Partialschlupf und das q-Modell

23.7.1 System

Im Falle von berührungsempfindlichen Oberflächen, wie z. B. einer noch nicht ganz trockenen, bedruckten Papierbahn, würden vollbreite Anpresswalzen von Zugwalzenpaaren das Bild beschädigen. Daher werden in solchen Fällen verhältnismäßig schmale, kunststoffbezogene Anpressrollen eingesetzt, welche die Bahn nur an den bildfreien Teilen auf die vollbreite Transportwalze drücken (vgl. Abb. 23.15). Nur in diesen schmalen Kontaktzonen werden Kräfte auf die Bahn übertragen, während die Bahn zwischen diesen Transportrollen die vollbreite Stahlwalze nur leicht berührt. Dort ist die Bahn praktisch frei von Zugkräften.

Um ein einfach zu handhabendes mathematisches Modell für diese komplexe Anordnung zu finden, wird angenommen, dass die Stahlwalze nur in den schmalen Anpresszonen ihre Umfangsgeschwindigkeit mit Dehnschlupf auf die Bahn überträgt, während die Bahn zwischen diesen Zonen im Wesentlichen Gleitschlupf gegenüber der vollbreiten Stahlwalze aufweist. Derartige Walzenkombinationen werden als „Klemmstellen mit Partialschlupf“ bezeichnet. Experimente haben gezeigt, dass Systeme mit diesen Klemmstellen nicht mit der bis dahin entwickelten Theorie beschrieben werden konnten. So wurde z. B. beobachtet, dass Änderungen von F_{01} (vgl. Abb. 23.1 und Abb. 23.4), wie sie in Kap. 23.1 beschrieben wurden, nicht mit voller Amplitude auf die Bahn 1-2 übertragen wurden. Weiterhin wurde festgestellt, dass Änderungen von v_{c2} die Kraft in der einlaufenden Bahn 1-2 (stromaufwärts) anders als bei vollbreiten Zugwalzen beeinflussen und eine Änderung der Zugkraft in der auslaufenden Bahn 2-3 (stromabwärts) offensichtlich auch die Zugkraft im Bahnabschnitt 1-2 (stromaufwärts) beeinflusst: Klemmstellen mit Partialschlupf sind nicht rückwirkungsfrei.

Für die Modellbildung wird das Dreiwalzensystem von Abb. 23.15 zu Grunde gelegt, in dem das Druckwerk 1 und die Schneidwalze 3 im Dehnschlupfbereich arbeiten sollen, während die Walze 2 Partialschlupf aufweist.

Es wird angenommen, dass das Geschwindigkeitsprofil $v_x(x = l_{12}, y)$ der Bahn etwa die Gestalt von Abb. 23.12 aufweist, wobei $v_{c3} > v_{c1}$ sei. Das Dehnungsprofil sieht ähnlich aus. An der Eingangslinie von Walze 2 ist die Bahngeschwindigkeit nicht gleichförmig über die Breite der Bahn verteilt. An weiter entfernten Orten ($x \neq l_{12}$), z. B. an der Linie AA' oder BB' , wird das Geschwindigkeitsprofil zunehmend homogener (Prinzip von Saint Venant). Aus diesem Grunde wird die Näherung getroffen, dass die Länge dieser inhomogenen Zonen klein gegen Bahnlängen l_{12} und l_{23} ist und eine Ersatzbahn mit homogener Verteilung von Spannung, Dehnung und Geschwindigkeit angenommen werden darf. Dies wird im nächsten Abschnitt genauer ausgeführt.

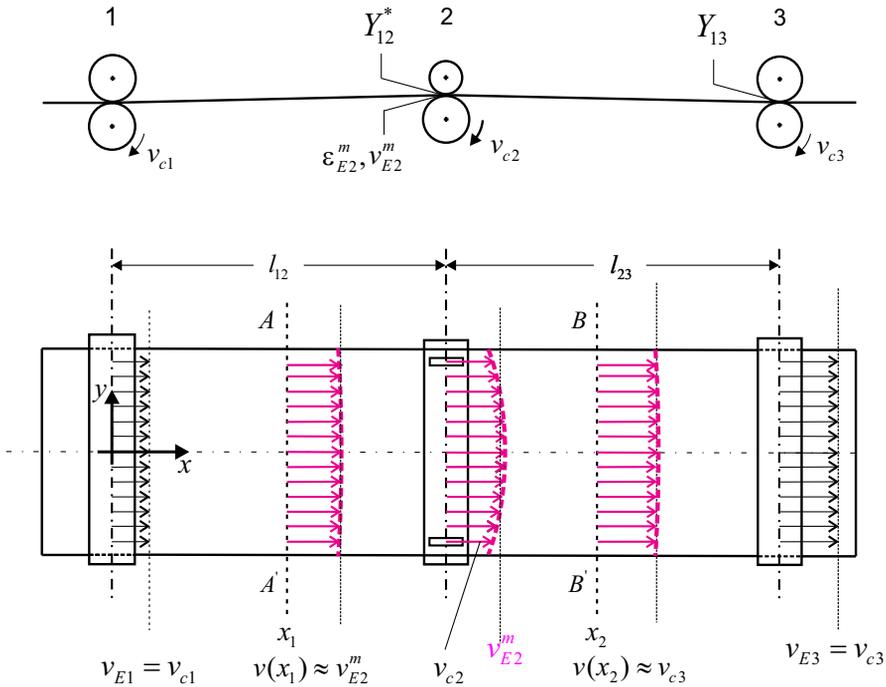


Abb. 23.15: Genäherte Geschwindigkeitsprofile der Bahn, Walze 2 mit Anpressrollen und Partialschlupf, Klemmstellen 1 und 3 mit Dehnschlupf

23.7.2 Das stationäre q-Modell

Das inhomogene laterale Geschwindigkeitsprofil am Eingang von Klemmstelle 2 wird durch seinen arithmetischen Mittelwert

$$v_{E2}^m = \frac{1}{b_e} \int_{-b_e/2}^{+b_e/2} v_y(x = l_{12}, y) dy \quad (23.71)$$

ersetzt. Die mittlere Geschwindigkeit v_{E2}^m sei über die Breite der Bahn konstant und sei gleichmäßig über den Bahnquerschnitt verteilt wobei die Breite der entspannten Bahn b_e genannt wird. Der entsprechende Wert der Dehnung ist

$$\varepsilon_{E2}^m = \frac{1}{b_e} \int_{-b_e/2}^{+b_e/2} \varepsilon_y(x = l_{12}, y) dy \tag{23.72}$$

Weiterhin wird angenommen, dass Walze 2 nur einen Teil $q_2 v_{c2}$ der Umfangsgeschwindigkeit auf die Bahn überträgt, wobei $0 < q_2 \leq 1$ ist. Also gilt

$$\bar{v}_{E2}^m = q_2 \bar{v}_{c2} \tag{23.73}$$

23.7.2.1 Das rekursive, stationäre q-Modell

Folgende stationäre und mit $\varepsilon \ll 1$ vereinfachte Kontinuitätsbeziehungen können aufgestellt werden:

$$\frac{\bar{v}_{E2}^m}{\bar{v}_{c1}} = \frac{1 + \bar{\varepsilon}_{E2}^m}{1 + \bar{\varepsilon}_{01}} \approx 1 + \bar{\varepsilon}_{E2}^m - \bar{\varepsilon}_{01} \tag{23.74}$$

$$\frac{\bar{v}_{c3}}{\bar{v}_{E2}^m} = \frac{1 + \bar{\varepsilon}_{23}}{1 + \bar{\varepsilon}_{E2}^m} \approx 1 + \bar{\varepsilon}_{23} - \bar{\varepsilon}_{E2}^m \tag{23.75}$$

Diese Gleichungen sind notwendig und hinreichend. Elimination von \bar{v}_{E2}^m aus Gl. (23.74) und Gl. (23.75) liefert die Beziehung

$$\frac{\bar{v}_{c3}}{\bar{v}_{c1}} = \frac{1 + \bar{\varepsilon}_{23}}{1 + \bar{\varepsilon}_{01}} \approx 1 + \bar{\varepsilon}_{23} - \bar{\varepsilon}_{01} \tag{23.76}$$

die linear abhängig von den beiden ersten Gleichungen ist. Diese Gleichung zeigt, dass die stationäre Dehnung $\bar{\varepsilon}_{23}$ unabhängig von \bar{v}_2 ist. Nun werden kleine *stationäre* Abweichungen (Index Δ) eingeführt, die zu den neuen stationären Formulierungen

$$\bar{\varepsilon}_{E2\Delta}^m \approx \bar{\varepsilon}_{01\Delta} - \frac{\bar{v}_{c1\Delta}}{barv} + \frac{\bar{v}_{E2\Delta}^m}{\bar{v}} \tag{23.77}$$

$$\bar{\varepsilon}_{23\Delta} \approx \bar{\varepsilon}_{E2\Delta}^m - \frac{\bar{v}_{E2\Delta}^m}{\bar{v}} + \frac{\bar{v}_{c3\Delta}}{\bar{v}} \tag{23.78}$$

$$\bar{\varepsilon}_{23\Delta} \approx \bar{\varepsilon}_{01\Delta} - \frac{\bar{v}_{c1\Delta}}{\bar{v}} + \frac{\bar{v}_{c3\Delta}}{\bar{v}} \tag{23.79}$$

führen. Die Gleichungen (23.77) und (23.78) zeigen klar, dass die Bahnabschnitte 1-2 und 2-3 miteinander durch $\bar{v}_{E2\Delta}^m$ und $\bar{\varepsilon}_{E2\Delta}^m$ verbunden sind. Für die stationären Dehnungs- und Geschwindigkeitsänderungen wird folgender mathematische Ansatz gewählt:

$$\frac{\bar{v}_{E2\Delta}^m}{\bar{v}} = q_{12} \bar{\varepsilon}_{E2\Delta}^m + q_2 \frac{\bar{v}_{c2\Delta}}{\bar{v}} + q_{23} \bar{\varepsilon}_{23\Delta} \tag{23.80}$$

In diesem heuristischen Ansatz berücksichtigt der Faktor q_{12} einem möglichen Einfluss von $\bar{\varepsilon}_{E2\Delta}^m$ auf $\bar{v}_{E2\Delta}^m$, der Faktor q_2 trägt der unvollständigen Übertragung

einer Änderung $\bar{v}_{c2\Delta}$ der Walzenumfangsgeschwindigkeit auf die Bahn Rechnung, und q_{23} ist ein Maß für die Rückwirkung der Dehnung $\bar{\varepsilon}_{23\Delta}$ auf die einlaufende Bahn. Weiter unten wird das Vorzeichen dieser drei Faktoren diskutiert.

Gleichung (23.80) muss die Kontinuitätsgleichung (23.77) erfüllen, die in etwas anderer Schreibweise lautet:

$$\bar{\varepsilon}_{E2\Delta}^m = \bar{\varepsilon}_{01\Delta} + \frac{\bar{v}_{E2\Delta}^m - \bar{v}_{c1\Delta}}{\bar{v}} \quad (23.81)$$

Die Gleichungen (23.79), (23.80) und (23.81) definieren das *rekursive stationäre q-Modell der Klemmstelle 2 mit Partialschlupf* zwischen den idealen Klemmstellen 1 und 3 mit Dehnschlupf. In diesen Gleichungen ist $\bar{v}_{E2\Delta}^m$ eine Funktion der abhängigen Variablen $\bar{\varepsilon}_{E2\Delta}$ und $\bar{\varepsilon}_{23\Delta}$ sowie der unabhängigen Variablen $\bar{v}_{c2\Delta}$, und $\bar{\varepsilon}_{E2\Delta}$ ist eine Funktion der abhängigen Variablen $\bar{v}_{E2\Delta}^m$ sowie der unabhängigen Variablen $\bar{\varepsilon}_{01\Delta}$ und $\bar{v}_{c2\Delta}$. Wünschenswert ist auch eine Formulierung, bei der $\bar{\varepsilon}_{E2\Delta}$ und $\bar{\varepsilon}_{23\Delta}$ allein Funktionen der unabhängigen Variablen sind.

23.7.2.2 Das nichtrekursive stationäre q-Modell

Dazu wird Gleichung (23.80) in Gleichung (23.81) eingesetzt, wodurch sich ergibt:

$$\bar{\varepsilon}_{E2\Delta}^m = \frac{1}{1 - q_{12}} \left(\bar{\varepsilon}_{01\Delta} - \frac{\bar{v}_{c1\Delta}}{\bar{v}} + q_2 \frac{\bar{v}_{c2\Delta}}{\bar{v}} + q_{23} \bar{\varepsilon}_{23\Delta} \right) \quad (23.82)$$

Mit Gl. (23.79) wird daraus

$$\bar{\varepsilon}_{E2\Delta}^m = \frac{1 + q_{23}}{1 - q_{12}} \left(\bar{\varepsilon}_{01\Delta} - \frac{\bar{v}_{c1\Delta}}{\bar{v}} \right) + \frac{q_2}{1 - q_{12}} \frac{\bar{v}_{c2\Delta}}{\bar{v}} + \frac{q_{23}}{1 - q_{12}} \frac{\bar{v}_{c3\Delta}}{\bar{v}} \quad (23.83)$$

Folgende Faktoren werden definiert:

$$A = \frac{1 + q_{23}}{1 - q_{12}} \quad (23.84)$$

$$B = \frac{q_2}{1 - q_{12}} \quad (23.85)$$

$$C = \frac{q_{23}}{1 - q_{12}} \quad (23.86)$$

Dann nimmt Gl. (23.83) folgende übersichtliche Form an

$$\bar{\varepsilon}_{E2\Delta}^m = A \left(\bar{\varepsilon}_{01\Delta} - \frac{\bar{v}_{c1\Delta}}{\bar{v}} \right) + B \frac{\bar{v}_{c2\Delta}}{\bar{v}} + C \frac{\bar{v}_{c3\Delta}}{\bar{v}} \quad (23.87)$$

In dieser Gleichung ist $\bar{\varepsilon}_{E2\Delta}^m$ eine Funktion der unabhängigen Variablen $\bar{\varepsilon}_{01\Delta}$, $\bar{v}_{c1\Delta}$, $\bar{v}_{c2\Delta}$, und $\bar{v}_{c3\Delta}$.

Ein entsprechender Ausdruck für $\bar{v}_{E2\Delta}^m$ als Funktion der unabhängigen Variablen entsteht durch Einsetzen von Gl. (23.79) in (23.80):

$$\frac{\bar{v}_{E2\Delta}^m}{\bar{v}} = q_{23} \left(\bar{\varepsilon}_{01\Delta} - \frac{\bar{v}_{c1\Delta}}{\bar{v}} \right) + q_{12} \bar{\varepsilon}_{E2\Delta}^m + q_2 \frac{\bar{v}_{c2\Delta}}{\bar{v}} + q_{23} \frac{\bar{v}_{c3\Delta}}{\bar{v}} \quad (23.88)$$

Mit Gl. (23.83) folgt daraus das Ergebnis

$$\frac{\bar{v}_{E2\Delta}^m}{\bar{v}} = (A - 1) \left(\bar{\varepsilon}_{01\Delta} - \frac{\bar{v}_{c1\Delta}}{\bar{v}} \right) + B \frac{\bar{v}_{c2\Delta}}{\bar{v}} + C \frac{\bar{v}_{c3\Delta}}{\bar{v}} \quad (23.89)$$

Aus Gl. (23.87) sind die Werte der Dehnung $\bar{\varepsilon}_{E2\Delta}$ mit Hilfe einer kleinen Änderung jeweils einer der drei Umfangsgeschwindigkeiten aus den gemessenen Antworten der Kraft $F_{12\Delta}$ berechenbar, wenn der Elastizitätsmodul bekannt ist. Daraus folgen die Koeffizienten A, B und C, mit denen dann die q-Faktoren berechnet werden können. Eine genauere Methode bietet der Teil-Schnittregisterfehler Y_{12}^* , wie die späteren Gleichungen (23.110) bis (23.112) zeigen.

Um die q-Faktoren einer Walze 2 mit Partialschlupf zu messen, muss diese zwischen zwei Walzen 1 und 3 mit Dehnschlupf angeordnet sein, wobei die Walze 1 drucken und die Walze 3 drucken (oder schneiden) muss. Somit sind am besten drei winkeligeregelte Antriebe vorzusehen und gegebenenfalls zwei Sensoren für die Messung der Teil-Schnittregisterfehler. Diesen Forderungen muss die betreffende Druckmaschine angepasst werden, oder ein entsprechender Versuchsaufbau ist notwendig. Um die entstehenden Kosten zu rechtfertigen, müssen also — abgesehen von der einmal geleisteten Forschungsarbeit — wichtige Gründe vorliegen.

23.7.3 Das dynamische q-Modell

23.7.3.1 Das dynamische q-Modell für Geschwindigkeit und Dehnung

Um einen vollständigen Strukturplan einer Druckmaschine aufzustellen zu können, ist das stationäre q-Modell zu einem dynamischen zu erweitern. Dazu wird Gl. (23.80) in die allgemeine Form

$$\frac{v_{E2}^m(t)}{\bar{v}} = f \left[\varepsilon_{12}(t), \frac{v_{c2}(t)}{\bar{v}}, \varepsilon_{23}(t) \right] \quad (23.90)$$

gebracht. Durch Differenziation dieser Funktion nach den drei Variablen und mit Hilfe der Kontinuitätsbeziehungen der beiden Bahnabschnitte sowie Einführung der q-Faktoren q_{12} , q_2 und q_{23} (siehe Anhang 2) wird folgendes *dynamische, rekursive q-Model der Geschwindigkeiten und Dehnungen* für die Walze 2 mit Partialschlupf gefunden:

$$\frac{\tilde{v}_{E2}^m}{\bar{v}} = q_{12} (1 + 0.5sT_{12}) \tilde{\varepsilon}_{E2}^m + q_2 \frac{\tilde{v}_{c2}}{\bar{v}} + q_{23} (1 + sT_{23}) \tilde{\varepsilon}_{23} \quad (23.91)$$

$$\tilde{\varepsilon}_{E2}^m = \frac{1}{1 + sT_{12}} \left(\tilde{\varepsilon}_{01} - \frac{\tilde{v}_{c1}}{\bar{v}} + \frac{\tilde{v}_{E2}^m}{\bar{v}} \right) \quad (23.92)$$

$$\tilde{\varepsilon}_{23} = \frac{1}{1 + sT_{23}} \left(\tilde{\varepsilon}_{E2}^m - \frac{\tilde{v}_{E2}^m}{\bar{v}} + \frac{\tilde{v}_{c3}}{\bar{v}} \right) \quad (23.93)$$

Abbildung 23.16 zeigt den Strukturplan. Die auf diesem theoretischen Wege gefundene Zeitkonstante von $0.5T_{12}$ in Gl. (23.91) ließ sich tatsächlich auch bei den an einer Standard-Zeitungsdruckmaschine durchgeführten Untersuchungen experimentell als bestmöglicher Wert bestätigen.

Gemessene Werte von q -Faktoren sind z.B. $q_{12} = -3.38$, $q_2 = 0.94$, $q_{23} = 1.32$. Sie gelten in einem beschränkten stationären Arbeitsbereich. Die gemessene Zeitkonstante variierte um $(15 \pm 11)\%$ bezogen auf den berechneten Wert von $0.5T_{12}$. Daher wird zweckmäßiger Weise eine Zeitkonstante κT_{12} definiert, wodurch die allgemeinere Gleichung

$$\frac{\tilde{v}_{E2}^m}{\bar{v}} = q_{12} (1 + \kappa s T_{12}) \varepsilon_{E2}^m + q_2 \frac{\tilde{v}_{c2}}{\bar{v}} + q_{23} (1 + s T_{23}) \tilde{\varepsilon}_{23} \quad (23.94)$$

mit $0 < \kappa \leq 1$ entsteht. Die Größe κ muss experimentell bestimmt werden. In den folgende Gleichungen wird der Wert $\kappa = 0.5$ beibehalten.

Für das Dreiwalzensystem von Abb. 23.16 lauten die dynamischen Gleichungen für ε_{E2}^m , $\tilde{\varepsilon}_{23}$ und \tilde{v}_{E2}^m/\bar{v} als Funktionen der unabhängigen Variablen ähnlich zu (23.79), (23.87), und (23.89), folgendermaßen

$$\tilde{\varepsilon}_{E2}^m = \frac{1}{(1-q_{12})(1+sT_{12}^*)} \left[(1+q_{23}) \left(\tilde{\varepsilon}_{01} - \frac{\tilde{v}_{c1}}{\bar{v}} \right) + q_2 \frac{\tilde{v}_{c2}}{\bar{v}} + q_{23} \frac{\tilde{v}_{c3}}{\bar{v}} \right] \quad (23.95)$$

$$\tilde{\varepsilon}_{23} = \frac{1}{(1-q_{12})(1+sT_{12}^*)(1+sT_{23})} \quad (23.96)$$

$$\left[[1-q_{12}(1+0.5sT_{12})] \left(\tilde{\varepsilon}_{01} - \frac{\tilde{v}_{c1}}{\bar{v}} \right) - q_2 s T_{12} \frac{\tilde{v}_{c2}}{\bar{v}} + (1-q_{12}) \left(1 + \frac{1-0.5q_{12}}{1-q_{12}} s T_{12} \right) \frac{\tilde{v}_{c3}}{\bar{v}} \right] \\ \frac{\tilde{v}_{E2}^m}{\bar{v}} = \frac{1}{(1-q_{12})(1+sT_{12}^*)} \quad (23.97)$$

$$\left[(q_{12}+q_{23}) \left(1 + \frac{0.5q_{12}}{q_{12}+q_{23}} s T_{12} \right) \left(\tilde{\varepsilon}_{01} - \frac{\tilde{v}_{c1}}{\bar{v}} \right) + (1+sT_{12}) q_2 \frac{\tilde{v}_{c2}}{\bar{v}} + q_{23} (1+T_{12}s) \frac{\tilde{v}_{c3}}{\bar{v}} \right]$$

mit

$$T_{12}^* = \frac{1 - 0.5 q_{12} + q_{23}}{1 - q_{12}} T_{12} \quad (23.98)$$

Diese Gleichungen stellen das *dynamische, nicht-rekursive q-Modell* von Klemmstelle 2 dar. Sie liefern dieselben stationären Werte der Sprungantworten wie die Gln. (23.79), (23.87) und (23.89).

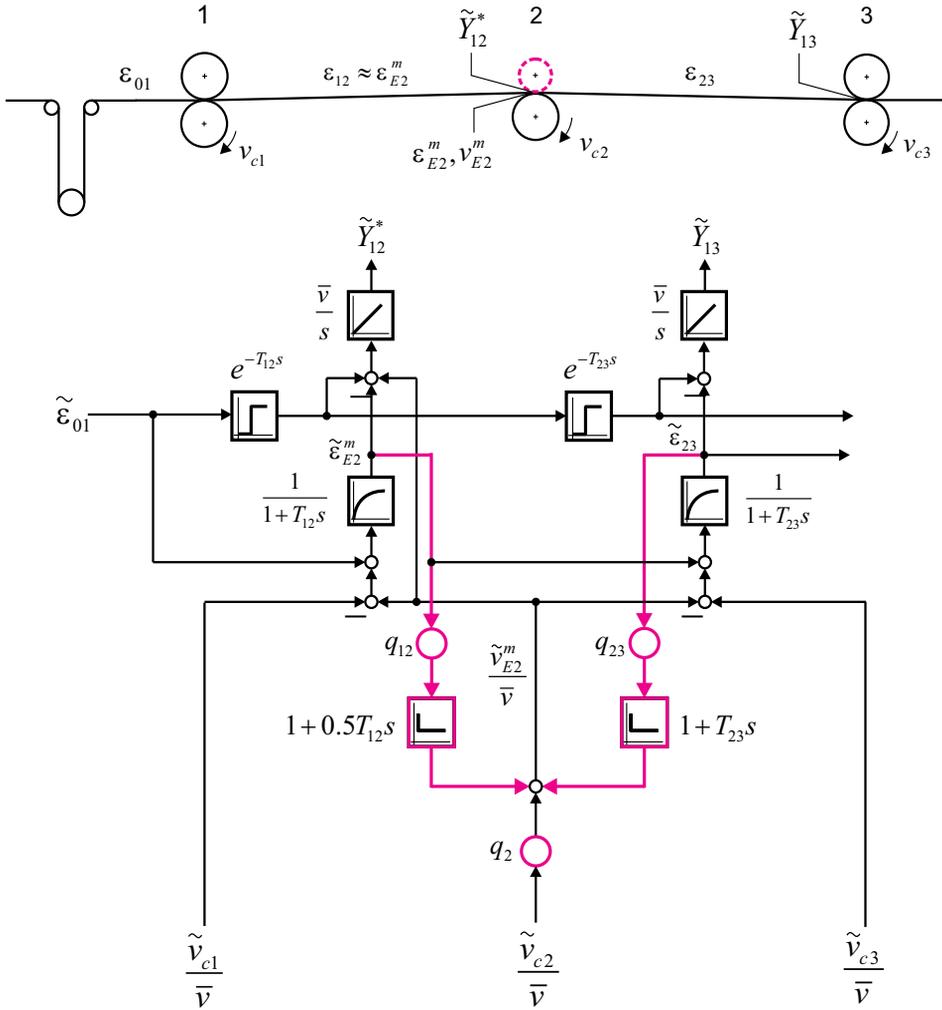


Abb. 23.16: Strukturdiagramm: Klemmstelle 2 mit Partialschlupf zwischen den druckenden Klemmstellen 1 und 3 mit Dehnschlupf

23.7.3.2 Das dynamisches q-Modell der Schnittregisterfehler

In Gl. (23.39) für den Teilschnittregisterfehler \tilde{Y}_{12}^* muss die Größe $\tilde{\epsilon}_{E2}$ durch $\tilde{\epsilon}_{E2}^m$ und \tilde{v}_{c2} durch \tilde{v}_{E2}^m ersetzt werden. Mit $\tilde{\epsilon}_{E2} = \tilde{\epsilon}_{01}$ folgt dann

$$\tilde{Y}_{12}^* = \frac{\bar{v}}{s} \left(-\tilde{\epsilon}_{E2}^m + \tilde{\epsilon}_{01} e^{-sT_{12}} + \frac{\tilde{v}_{E2}^m}{\bar{v}} \right) \tag{23.99}$$

Der Gesamt-Schnittregisterfehler am Schneidzylinder 3 ist derselbe wie bisher, vgl. Gl. (23.48), wenn die Klemmstelle 3 Dehnschlupf aufweist, d. h. es ist

$$\tilde{Y}_{13} = \frac{\bar{v}}{s} \left(-\tilde{\epsilon}_{23} + e^{-s(T_{12}+T_{23})} \tilde{\epsilon}_{01} \right) \tag{23.100}$$

Diese Gleichungen finden sich im oberen Teil von Abb. 23.16 wieder.

Es ist nun interessant, die Sprungantworten bei Änderung von ε_{01} und v_{c2} mit denen von Kap. 23.4 zu vergleichen.

a) Sprungfunktion von $\tilde{\varepsilon}_{01}$

Die Gln. (23.96) und (23.98) liefern

$$\tilde{\varepsilon}_{E2}^m = \frac{1 + q_{23}}{(1 - q_{12})(1 + sT_{12}^*)} \tilde{\varepsilon}_{01} \quad (23.101)$$

$$\frac{\tilde{v}_{E2}^m}{\bar{v}} = \frac{q_{12} + q_{23}}{(1 - q_{12})(1 + sT_{12}^*)} \left(1 + \frac{0.5q_{12}}{q_{12} + q_{23}} sT_{12} \right) \tilde{\varepsilon}_{01} \quad (23.102)$$

Diese Beziehungen müssen in Gl. (23.99) eingesetzt werden. Wenn Gl. (23.55) berücksichtigt wird, erhält man nach längerer Rechnung

$$\tilde{Y}_{13\infty} = \tilde{Y}_{12\infty}^* = \frac{q_{12} + q_{23}}{1 - q_{12}} l_{12} \hat{\varepsilon}_{01} \quad (23.103)$$

Der Vergleich mit Gl. 23.53 zeigt, dass der TSRF nicht mehr selbstkompensierend ist. Das neue und für die Praxis wichtige Ergebnis lautet also: Eine Klemmstelle mit Partialschlupf verursacht bei sprungförmigen Änderungen von ε_{01} bleibende Teilschnittregisterfehler. Für $q_{12} = q_{23} = 0$ hat der Teil-Schnittregisterfehler den Wert $\tilde{Y}_{12\infty}^* = 0$.

b) Sprungfunktion von \tilde{v}_{c2}

In diesem Fall liefern die Gln. (23.96) und (23.98) die Ausdrücke

$$\tilde{\varepsilon}_{E2}^m = \frac{q_2}{(1 - q_{12})(1 + sT_{12}^*)} \frac{\tilde{v}_{c2}}{\bar{v}} \quad (23.104)$$

und

$$\frac{\tilde{v}_{E2}^m}{\bar{v}} = \frac{(1 + sT_{12}) q_2}{(1 - q_{12})(1 + sT_{12}^*)} \frac{\tilde{v}_{c2}}{\bar{v}} \quad (23.105)$$

Einsetzen dieser Gleichungen in Gl. (23.99) führt nach längerer Rechnung auf

$$\tilde{Y}_{12\infty}^* = \frac{q_2}{1 - q_{12}} l_{12} \frac{\hat{v}_{c2}}{\bar{v}} \quad (23.106)$$

Die Steigung von $\tilde{Y}_{12\infty}^* = f(\hat{v}_{c2}/\bar{v})$ hat sich gegenüber Gl. (23.56) geändert. Für $q_2 = 1$ und $q_{12} = 0$, geht Gl. (23.106) in Gl. (23.56) über.

c) Sprungfunktion von \tilde{v}_{c3}

Als dritte Einflussgröße ist \tilde{v}_{c3} zu untersuchen. In diesem Fall liefern die Gln. (23.96) und (23.98) die Beziehungen

$$\tilde{\varepsilon}_{E2}^m = \frac{q_{23}}{(1 - q_{12})(1 + sT_{12}^*)} \frac{\tilde{v}_{c3}}{\bar{v}} \tag{23.107}$$

und

$$\frac{\tilde{v}_{E2}^m}{\bar{v}} = \frac{q_{23}}{1 - q_{12}} \frac{1 + sT_{12}^*}{1 + sT_{12}^*} \frac{\tilde{v}_{c3}}{\bar{v}} \tag{23.108}$$

Einsetzen dieser Gleichungen in Gl. (23.99) führt nach Zwischenrechnung auf

$$\tilde{Y}_{12\infty}^* = \frac{q_{23}}{1 - q_{12}} l_{12} \frac{\hat{v}_{c3}}{\bar{v}} \tag{23.109}$$

An dieser Gleichung ist besonders deutlich die Rückwirkung der ablaufenden Bahn auf die einlaufende Bahn zu erkennen. Wäre die Klemmstelle 2 rückwirkungsfrei, so wäre wegen $q_{23} = 0$ in diesem Fall $\tilde{Y}_{12\infty}^* \equiv 0$.

Werden aus diesen Grenzwerten Gl. (23.106) und (23.109) die Konstanten

$$D = \frac{\tilde{Y}_{12\infty}^*}{\hat{v}_{c2}/\bar{v}} = \frac{q_2}{1 - q_{12}} l_{12} \tag{23.110}$$

und

$$E = \frac{\tilde{Y}_{12\infty}^*}{\hat{v}_{c3}/\bar{v}} = \frac{q_{23}}{1 - q_{12}} l_{12} \tag{23.111}$$

definiert, so ist zusammen mit dem aus Gl. (23.96) folgenden Grenzwert

$$A = \frac{\tilde{\varepsilon}_{E2\infty}^m}{\hat{\varepsilon}_{01}} = \frac{\tilde{F}_{12\infty}}{\hat{F}_{01}} = \frac{1 + q_{23}}{1 + q_{12}} \tag{23.112}$$

eine genaue Bestimmung der q-Faktoren möglich, da der Wert des Elastizitätsmoduls in diese Gleichungen nicht eingeht (vgl. dagegen B und C in Gl. (23.87)).

Die bisher abgeleiteten Gleichungen für das q-Modell können auf die Beschreibung des Einflusses der Transportstörungen (vgl. Kap. 23.1) erweitert werden. Dann muss ε durch ε_F ersetzt werden. Der stationäre Elastizitätsmodul \bar{E} der Bahn darf in den verschiedenen Abschnitten der Druckmaschine, in denen Klemmstellen mit Partialschlupf verwendet werden, als ungefähr gleich groß angesehen werden, da die Papierbahn mehr oder weniger trocken ist. Eine ausführliche Diskussion ist in diesem Rahmen nicht möglich.

Folgen in einem System mehrere Klemmstellen mit Partialschlupf aufeinander, so müssen die q-Faktoren spezifiziert werden. In einem System mit drei Klemmstellen mit Partialschlupf, in dem eine Klemmstelle k zwischen den Klemmstellen $(k - 1)$ und $(k + 1)$ angeordnet sei, muss berücksichtigt werden, dass $\tilde{\varepsilon}_{Ek}^m$ sowohl die einlaufende als auch die auslaufende Bahn beeinflusst. Daher muss

ein Faktor $q_{(k-1),k}^u$ (Index „u“ für „upstream“) für die einlaufende Bahn und ein Faktor $q_{k,(k+1)}^d$ (Index „d“ für „downstream“) für die auslaufende Bahn eingeführt werden. Diese Maßnahme führt auf das folgende verallgemeinerte *dynamische rekursive q-Modell*:

$$\frac{\tilde{v}_{Ek}^m}{\bar{v}} = q_{k-1,k}^d \left(1 + s \frac{T_{k-1,k}}{2} \right) \tilde{\varepsilon}_{Ek}^m + q_k \frac{\tilde{v}_{ck}}{\bar{v}} + q_{k,k+1}^u (1 + s T_{k,k+1}) \tilde{\varepsilon}_{Ek+1}^m \quad (23.113)$$

$$\tilde{\varepsilon}_{Ek}^m = \frac{1}{1 + s T_{k-1,k}} \left(\tilde{\varepsilon}_{Ek-1}^m + \frac{\tilde{v}_{Ek}^m - \tilde{v}_{Ek-1}^m}{\bar{v}} \right) \quad (23.114)$$

$$\tilde{Y}_{1k}^* = \frac{\bar{v}}{s} \left(-\tilde{\varepsilon}_{Ek}^m + \tilde{\varepsilon}_{01} e^{-s T_{1k}} + \frac{\tilde{v}_{Ek}^m}{\bar{v}} \right) \quad (23.115)$$

Im Hinblick auf den in Kap. 23.7.2 beschriebenen Aufwand für die Bestimmung der q-Faktoren wird empfohlen, mehrere in Reihe liegende Klemmstellen mit Partialrutsch als Einheit aufzufassen und für diese die q-Faktoren zu bestimmen. Es muss erwähnt werden, dass die mathematische Beschreibung eines Punktzylinders, mit dem die Bahn mit Hilfe von Nadeln gegriffen wird, weitere vereinfachende Annahmen erfordert.

23.7.4 Bewertung des q-Modells

Es ist zu fragen, welchen Nutzen das q-Modell bringt. Veranlassung für seine Entwicklung war die Frage, warum durch eine Klemmstelle mit Anpressrollen nicht die gesamte Zugkraft der einlaufenden Bahn auf die auslaufende Bahn übertragen wird, wie dies die Kraftverläufe in Abb. 23.4(a) und Abb. 23.4(b) im Falle von Dehnrutsch zeigen. Ein konkreter Anwendungsfall für das beobachtete Verhalten ist die so genannte Trichter-Zugwalze (Klemmstelle 7 in Abb. 23.1). Durch die physikalische Vorstellung eines Partialrutsches und die Annahme einer dadurch bedingten Rückwirkung der auslaufenden auf die einlaufende Bahn wurde eine Erklärungsgrundlage für diese Erscheinung geschaffen. Durch die bei den Messungen an einer serienmäßigen Druckmaschine gegebenen Zeitbeschränkungen konnte die Modellierung nicht auf der Grundlage einer detaillierten und langwierigen Analyse der Klemmstelle mit finiten Elementen durchgeführt werden, sondern musste ingenieurmäßig erfolgen, wozu die q-Faktoren gewählt wurden. Die Genauigkeit der Ergebnisse ist entsprechend begrenzt, aber möglicherweise ausreichend für regelungstechnische Zwecke. Diese erstmalige mathematische Beschreibung einer nicht rückwirkungsfreien Klemmstelle mit zugehörigem Strukturplan ist ein weiterer Schritt auf dem Wege, ein Bahnlaufmodell für die gesamte Druckmaschine bis zum Schneidzylinder aufzubauen.

TEIL 3 NEUE REGELUNGSVERFAHREN

23.8 Kaskadenregelungen des Schnittregisterfehlers

23.8.1 Regelung eines Teil-Schnittregisterfehlers

In Kap. 23.3 ist gezeigt worden, dass in einem Dreiwalzensystem aus zwei druckenden Klemmstellen 1 und 3 mit einer dazwischen liegenden, nicht druckenden Klemmstelle 2 nach Abb. 23.11 ein Teil-Schnittregisterfehler Y_{12}^* gemäß Gl. (23.39) definiert werden kann, der bei Änderungen der Umfangsgeschwindigkeit v_{c2} das dynamische Verhalten eines PT1-Gliedes aufweist, wie Gl. (23.54) zeigt. Der Gesamt-Schnittregisterfehler Y_{13} reagiert darauf nach Gl. (23.48) mit einem aperiodischen PT2-Verhalten. Verallgemeinert heißt dies, dass eine nicht druckende Klemmstelle einer Rollen-Druckmaschine ein geeignetes Stellorgan ist, um den Schnittregisterfehler am Ende der Maschine zu beeinflussen.

In Abb. 23.17 ist das Schema der Druckmaschine von Abb. 23.1 in weiter vereinfachter Form zusammen mit dem linearisierten Strukturplan dargestellt. Die vier Druckwerke sind in der Klemmstelle 1 zusammengefasst. Der Teil-Schnittregisterfehler (TSRF) Y_{12}^* wird am Einlauf der Kühleinheit, der TSRF Y_{13}^* wird an der Zugwalze 3 am Eingang der Wendeeinheit gemessen. Der Gesamt-Schnittregister (GSRF) Y_{14} entsteht am Messerzylinder 4. Ein wesentlicher Teil des GSRF wird durch die technologischen Prozesse beim Druckvorgang, im Trockner und in der Kühleinheit verursacht. Daher liegt es nahe, den TSRF Y_{12}^* durch Verändern der Umfangsgeschwindigkeit v_{c3} zu kompensieren und damit zu erreichen, dass die Regelung des GSRF Y_{14} entlastet wird.

In Analogie zu Gl. (23.55) gilt für \tilde{Y}_{14}

$$\tilde{Y}_{14} = \frac{1}{1 + sT_{34}} \tilde{Y}_{13}^* \quad (23.116)$$

Gelingt es, den stationären TSRF Y_{13}^* auf den Wert $Y_{13}^* = 0$ auszuregeln, so wäre theoretisch auch $\tilde{Y}_{14} = 0$. In der Realität wirken auf die Bahn in der Wendeeinheit und in den weiteren Transporteinheiten Störungen, die dieses Idealergebnis verhindern. Dies hat zu einer Lösung geführt, bei der für Y_{13}^* ein Regelkreis vorgesehen wird, dem der Regelkreis für Y_{14} überlagert wird. Damit entsteht eine Kaskadenregelung aus Strom, Drehzahl und Winkel des Antriebsmotors der Klemmstelle 3 mit zwei weiteren Kreisen. Diese Kaskade kann in einfacher und übersichtlicher Weise, wie in der elektrischen Antriebstechnik üblich, mit Hilfe des Betrags- und des Symmetrischen Optimums optimiert werden. Versuche haben gezeigt, dass eine solche Regelung wesentlich schneller als die übliche Regelung mit Registerstellwalzen ist und die Makulaturrate infolge von Schnittregisterfehlern um bis zu 30% reduziert werden kann, vgl. [1162].

Das neue Verfahren hat allerdings den Nachteil, dass durch die Veränderung der Geschwindigkeit v_{c3} auch die Bahnzugkraft F_{23} verändert wird und z. B. blei-

bend größer oder kleiner werden kann, so dass der störungsfreie Bahnlauf durch Bahnriß oder Durchhängen der Bahn gefährdet ist. Daher muss F_{23} durch langsames Nachkorrigieren von Y_{14} mit Hilfe der Registerstellwalze zum ursprünglichen Wert zurückgeführt werden. Dadurch kann diese nicht eingespart werden.

23.8.2 Zweigrößenregelung von Bahnzugkraft und Schnittregisterfehlern

Wegen dieses Nachteils wurde nach einem Regelverfahren gesucht, mit dem Y_{13}^* geregelt werden kann, ohne F_{23} zu beeinflussen und umgekehrt. Im Folgenden wird Hilfe des mathematischen Modells des Teil-Schnittregisterfehlers ein solches Verfahren entwickelt.

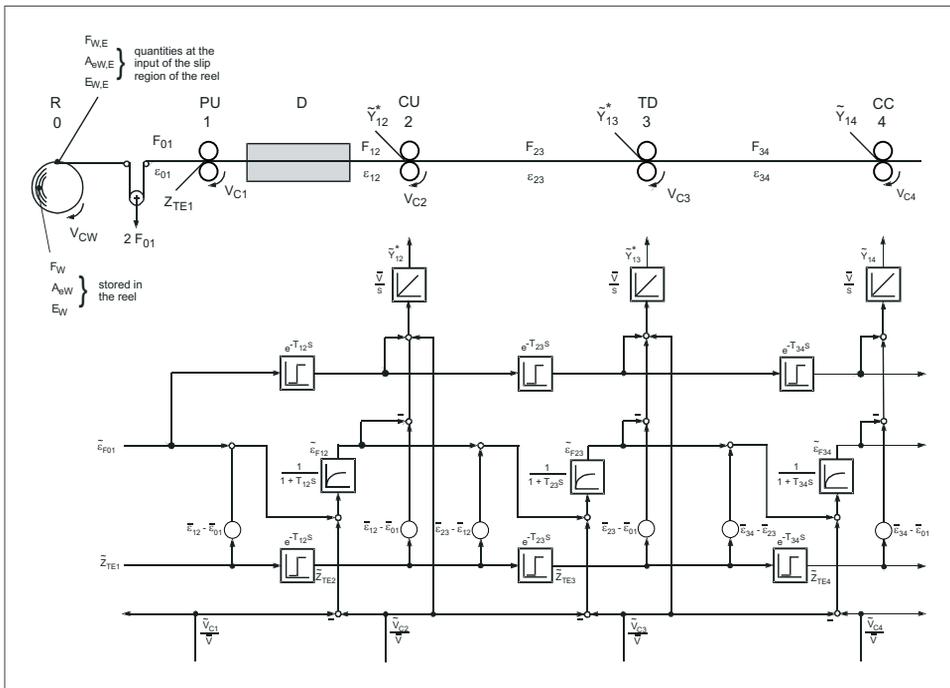


Abb. 23.17: Ersatzsystem für eine Rollen-Illustrationsdruckmaschine

23.8.2.1 Verhalten der Druckmaschine

Aus Gleichung (23.41) wird für $p = 1$ und $n = 3$ für ein Dreiwälzensystem die Gleichung

$$\tilde{Y}_{13}^*(s) = \frac{\bar{v}}{s} \left[-\tilde{\varepsilon}_{E3}(s) + \tilde{\varepsilon}_{E1}(s)e^{-sT_{13}} + \frac{\tilde{v}_{c3}(s)}{\bar{v}} \right] \quad (23.117)$$

gefunden und sinngemäß auf Abb. 23.17 übertragen. Für dieses System darf nun angenommen werden, dass die Dehnungen in den Bahnabschnitten 0-1 und 2-3

nur Funktionen der Zeit, nicht auch des Ortes x sind. Denn in Strecke 0-1 läuft die trockene Bahn ein, und in der Strecke 2-3 ist die Bahn nach abgeschlossenem Druckprozess, Trocknung und Kühlung ebenfalls trocken (vgl. auch Abb. 23.1, Strecken 0-1 und 5-6). Also kann $\tilde{\varepsilon}_{E1} = \tilde{\varepsilon}_{01}$ and $\tilde{\varepsilon}_{E3} = \tilde{\varepsilon}_{23}$ gesetzt werden, und mit Gl. (23.43) entsteht die Beziehung

$$\begin{aligned} \tilde{Y}_{13}^* &= \frac{\bar{v}}{s} \left(-\tilde{\varepsilon}_{F23} + e^{-sT_{13}} \tilde{\varepsilon}_{F01} + (\bar{\varepsilon}_{F23} - \bar{\varepsilon}_{F01}) \tilde{z}_{TE3} + \frac{\tilde{v}_{c3}}{\bar{v}} \right) \\ &= \frac{\bar{v}}{s} \left(-\frac{\tilde{F}_{23}}{\bar{A}_e \bar{E}_{23}} + e^{-sT_{13}} \frac{\tilde{F}_{01}}{\bar{A}_e \bar{E}_{01}} + (\bar{\varepsilon}_{F23} - \bar{\varepsilon}_{F01}) e^{-sT_{13}} \tilde{z}_{TE1} + \frac{\tilde{v}_{c3}}{\bar{v}} \right) \end{aligned} \tag{23.118}$$

Gl. (23.10) liefert den Ausdruck

$$\begin{aligned} \tilde{\varepsilon}_{F23} &= \frac{1}{1 + sT_{23}} \left[\tilde{\varepsilon}_{F12} + \frac{\tilde{v}_{c3} - \tilde{v}_{c2}}{\bar{v}} + (\bar{\varepsilon}_{F23} - \bar{\varepsilon}_{12m}) \tilde{z}_{TE2} \right] \\ &= \frac{1}{1 + sT_{23}} \left[\tilde{\varepsilon}_{F12} + \frac{\tilde{v}_{c3} - \tilde{v}_{c2}}{\bar{v}} + (\bar{\varepsilon}_{F23} - \bar{\varepsilon}_{12m}) e^{-sT_{12}} \tilde{z}_{TE1} \right] \end{aligned} \tag{23.119}$$

Die stationäre Dehnung $\bar{\varepsilon}_{12}$ ist wegen des Einflusses der Feuchtigkeit und vor allem der Temperatur im Trockner abhängig vom Ort, d. h. es ist $\bar{\varepsilon}_{12} = \bar{\varepsilon}_{12}(x)$. Daher wurde in Gl. (23.119) diese Dehnung durch ihren Mittelwert $\bar{\varepsilon}_{12m} \approx \bar{\varepsilon}_{F12}$ angenähert. Weiterhin wurde angenommen, dass ein von Temperatur und Feuchtigkeit abhängiger dynamischer Term $\tilde{\varepsilon}_{\theta 12}(x, t)$ langsam im Vergleich zur zugkraftabhängigen Dehnung $\tilde{\varepsilon}_{F12}(t)$ und daher vernachlässigbar ist (vgl. a. [1130]).

Das Ziel besteht nun darin, den Teil-Schnittregisterfehler \tilde{Y}_{13}^* und die Bahnzugkraft \tilde{F}_{23} unabhängig voneinander im selben Bahnabschnitt 2-3 zu regeln. Diese Kraft ist analog zu Gl. (23.6) durch den Ausdruck $\tilde{F}_{23} \approx \bar{A}_e \bar{E}_{23} \tilde{\varepsilon}_{F23}$ gegeben. Aus den Gln. (23.118) und (23.119) ist ersichtlich, dass die Variablen \tilde{Y}_{13}^* und $\tilde{\varepsilon}_{F23}$ miteinander gekoppelt sind, weil \tilde{v}_{c3} in Gl. (23.118) und Gl. (23.119) und $\tilde{\varepsilon}_{F23} = f(\tilde{v}_{c2})$ in Gl. (23.119) vorkommt. Um ein stabiles System zu erhalten, muss eine entkoppelnde Zweigrößen-Regelung vorgesehen werden. Für diese sind zwei Stellgrößen notwendig.

In [1136, 1137] und [1138] wurde gezeigt, dass als solche die Umfangsgeschwindigkeiten \tilde{v}_{c2} und \tilde{v}_{c3} geeignet wären. In Kap. 23.1, Gln. (23.24) und (23.26), wurde aber am Beispiel einer Sprungfunktion von \tilde{v}_{c2} bewiesen, dass eine solche Änderung von \tilde{v}_{c2} die Dehnung $\bar{\varepsilon}_{23}$ nicht bleibend ändern kann. Nun tritt durch die in der Trockenstrecke (T in Abb. 23.17) veränderten Papiereigenschaften ein Effekt ähnlich dem einer Tänzerwalze auf: Bei nicht zu großen bleibenden Änderungen von \tilde{v}_{c2} bleibt die Kraft F_{12} praktisch konstant, d. h. es gilt $\varepsilon_{F23} \approx const_{vc2}$. Experimentell wurde festgestellt, dass infolge des Fluideintrags in den Druckwerken und des Wärmeeintrags im Trockner das Papier Eigenschaften derart annimmt,

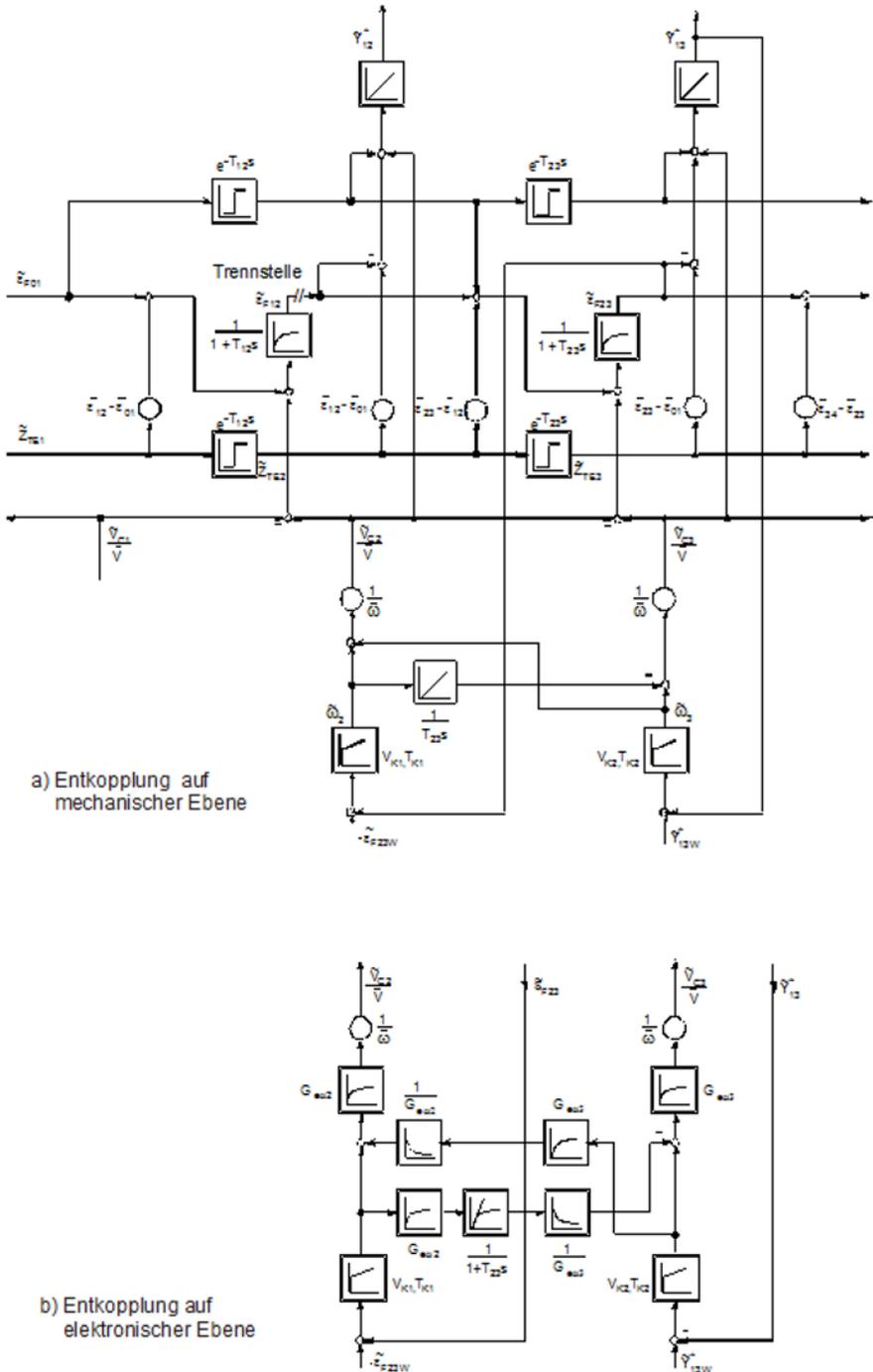


Abb. 23.18: Wirkungsplan einer Rollendruckmaschine mit entkoppelter Zwei-
 größen-Regelung

dass die Dehnung $\tilde{\varepsilon}_{F23}$ fast vollständig ihre Eigenschaft zur Selbstkompensation verliert. Mit hoher Wahrscheinlichkeit ist dieses Verhalten durch plastische Deformation des heißen Papiers im Trockner erklärbar. Auf Grund dieses Befundes ist \tilde{v}_{c2} tatsächlich eine geeignete Stellgröße für $\tilde{\varepsilon}_{F23}$. Daher darf für die Auslegung der Regelung die Vorwärtswirkung von $\tilde{\varepsilon}_{F12}$ unterbrochen werden, wie dies die Trennstelle im Abb. 23.18(a) zeigt, wodurch der Entwurf der Regelung vereinfacht wird.

23.8.2.2 Entwurf der Zweigrößen-Regelung

Die Auslegung der Zweigrößen-Regelung erfolgt nach dem Prinzip der vollständigen Reihentkopplung nach [1150]. Bei diesem Verfahren werden Entkopplungsterme und Regler derart gefunden, dass zwei voneinander unabhängige Regelkreise für $\tilde{\varepsilon}_{F23}$ und \dot{Y}_{13}^* entstehen, die getrennt optimiert werden können. Die Rechnung (vgl. Anhang 3) liefert die Entkopplungsübertragungsfunktionen $R_{12}(s)$ und $R_{21}(s)$ von Gl. (23.200), die zusammen mit $R_{11}(s)$ und $R_{22}(s)$ nach Gl. (23.186) so vereinfacht werden können, dass sich die Struktur von Abb. 23.19 ergibt. In dieser Darstellung ist die Wirkungsweise der Entkopplung besonders transparent: Die dem mechanischen System innewohnende Kreuzkopplung wird durch die entsprechende Kreuzstruktur der Regelung mit entgegengesetzten Vorzeichen kompensiert. Abb. 23.18(a) zeigt die resultierenden Regelkreise mit Entkopplung der Regelgrößen auf der mechanischen Ebene. Eine derartige Entkopplung kann aber nur auf elektronischer Ebene durch Eingriffe in die Antriebsregelungen realisiert werden, wie dies in Abb. 23.18(b) dargestellt ist, wobei die Stellglieder, hier drehzahlgeregelte Drehstrom-Antriebsmotoren mit unterlagerter feldorientierter Stromregelung, berücksichtigt werden müssen. Der geschlossene Drehzahlregelkreis mit unterlagertem Stromregelkreis eines Antriebs k kann durch die Übertragungsfunktion

$$G_{ewk} = \frac{\tilde{\omega}_k}{\tilde{\omega}_{kw}} \approx \frac{1}{1 + sT_{ewk}} \tag{23.120}$$

angenähert werden. Diese Verzögerungsglieder müssen durch entsprechende Vorhalte kompensiert werden. Trotz des Oberschwingungsgehaltes der Signale diese bieten Maßnahmen keine Realisierungsschwierigkeiten.

Wie Versuche gezeigt haben, führt der offene Integrator $1/sT_{23}$ (Abb. 23.18(a) und Abb. 23.19) zur Instabilität, da die physikalisch gegebene Zeitkonstante T_{23} der Regelstrecke nicht mit beliebiger Genauigkeit gemessen werden kann und dadurch langsam aufklingende Fehler entstehen. Durch Ersatz des Integrators durch ein PT1-Glied (vergleiche Abb. 23.18b).

$$\frac{1}{sT_{23}} \approx \frac{1}{1 + sT_{23}} \tag{23.121}$$

wird Stabilität gewährleistet.

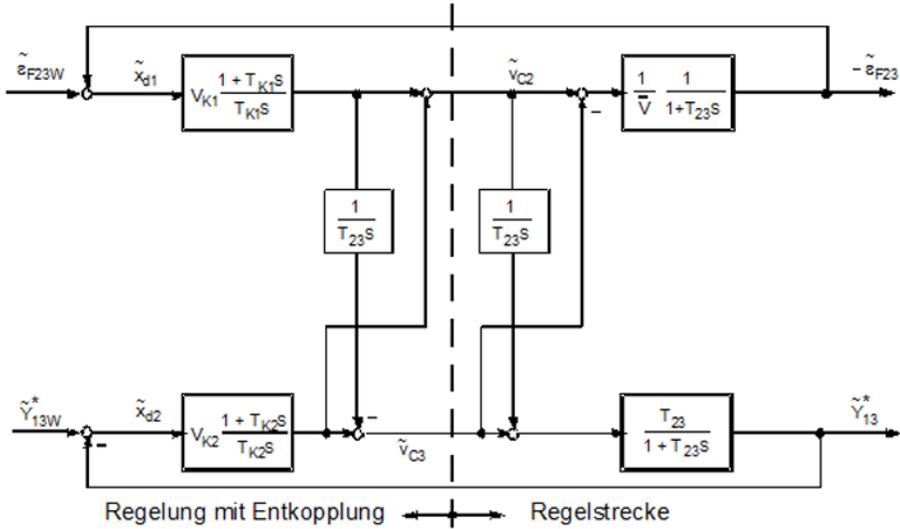


Abb. 23.19: Zweigrößen-Regelung mit vollständiger Reihenentkopplung

23.8.2.3 Experimentelle Ergebnisse

Das neue Regelungssystem konnte an einer serienmäßigen Illustrationsdruckmaschine des Typs ROTOMAN von manroland (Augsburg) implementiert und

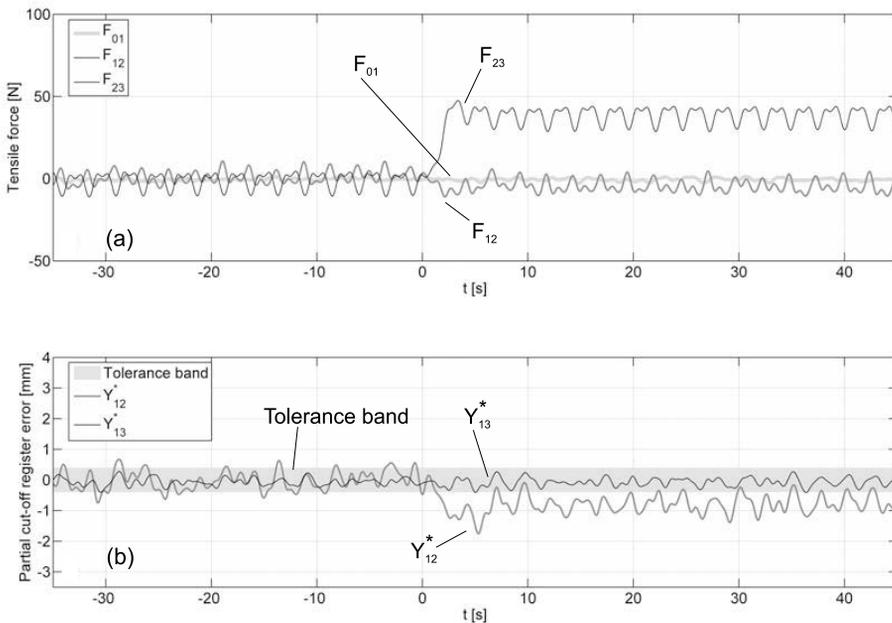


Abb. 23.20: Sprungantwort der Bahnzugkraft F_{23} (a) und Verlauf der Teil-Schnittregisterfehler (b) mit Toleranzband von $\pm 0,4$ mm ($\bar{v} = 4,31ms^{-1} \hat{=} 25000Ex/h$)

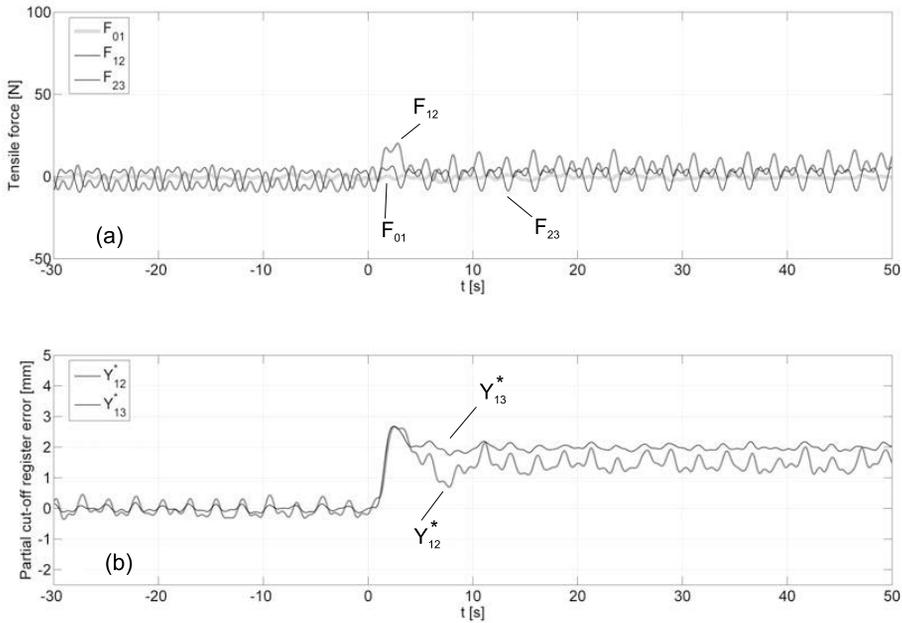


Abb. 23.21: Sprungantwort des Teil-Schnittregisterfehlers Y_{13}^* (b) und Verlauf der Bahnzugkräfte (a) ($\bar{v} = 4,31 \text{ms}^{-1} \hat{=} 25000 \text{Ex/h}$)

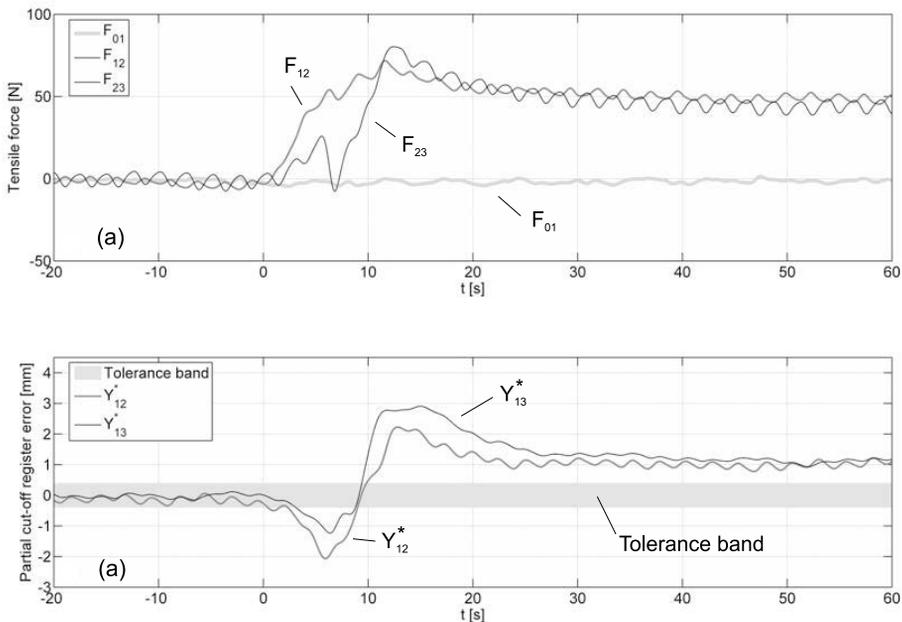


Abb. 23.22: Fliegender Rollenwechsel: Zugkräfte (a) und Teil-Schnittregisterfehler (b), unregelter Fall

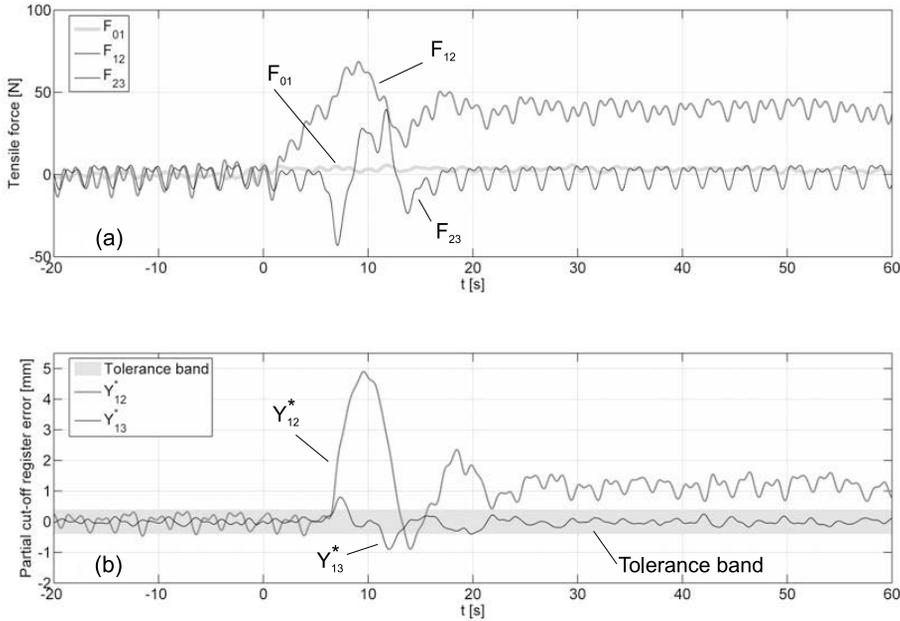


Abb. 23.23: *Fliegender Rollenwechsel: Zugkräfte (a) und Teil-Schnittregisterfehler (b), mit Zweigrößten-Entkopplungsregelung*

getestet werden. Die Druckmaschine wurde als System mit acht Klemmstellen nach Abb. 23.1 mit Hilfe von MATLAB/SIMULINK simuliert. Die Kühleinheit, Klemmstelle 8, wurde als Totzeitglied modelliert, da die Ausdehnung der Haftzonen bei weitem die der Ausgangs-Gleitzone übertraf (vgl. [1123, 1125] und [1128]). Gemäß der gemessenen Frequenzgänge wurden die über Zahnriemen gekoppelten fünf Kühlwalzen sowie die Klemmstellen 6 und 7 des Wendeaufbaus mit den zugehörigen Antriebsmotoren jeweils als elastische Zweimassensysteme simuliert. Die geschlossenen Stromregelkreise wurden durch Verzögerungsglieder 1. Ordnung approximiert. Die Drehzahlregelkreise wurden ohne Berücksichtigung der Lastmomente infolge der Bahnzugkräfte optimiert (vgl. [1161]). Die Drehzahlen der übrigen Klemmstellen des Systems von Abb. 23.1 wurden als eingepreßt angenommen. Das Regelungssystem wurde auf dem Echtzeit Rapid Prototyping System SIMULINK/xPC-Target implementiert. Für die Datenübertragung zwischen Sensoren und Aktoren wurden RS232 Schnittstellen und CAN-Busse mit einer Zykluszeit von 3,2 ms verwendet.

a) Führungssprungantworten

Die gemessene Führungssprungantwort der Bahnzugkraft \tilde{F}_{23} in Abb. 23.20(a) zeigt, dass der Einfluss von \tilde{v}_{c2} auf \tilde{F}_{12} sehr klein ist. Dieses Verhalten rechtfertigt die oben getroffene Annahme einer konstanten Kraft F_{12} . Die gemessene Abweichung des geregelten Teil-Schnittregisterfehlers \tilde{Y}_{13}^* (Abb. 23.20(b)) ist vernachlässigbar und beweist das perfekte Funktionieren des Entkopplungsnetzwerks.

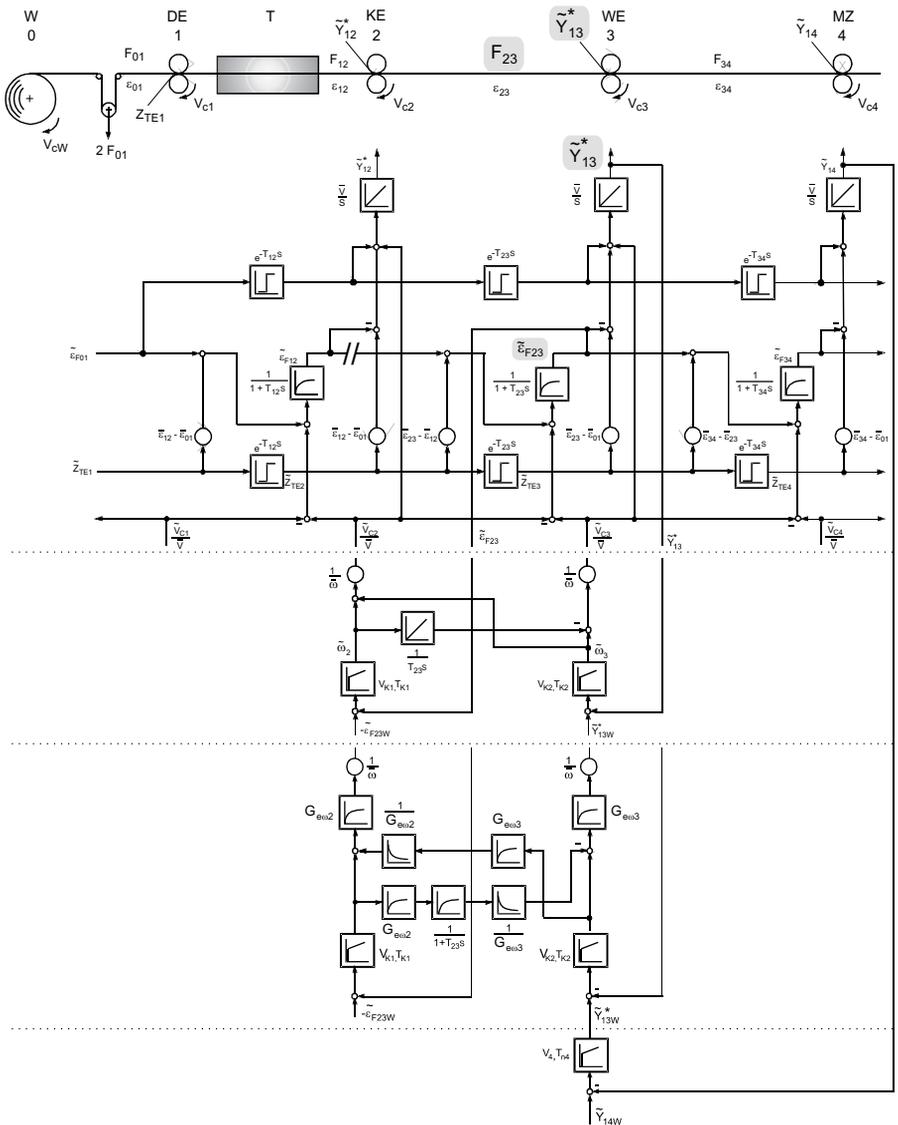


Abb. 23.24: Wirkungsplan zur Regelung des Gesamt-Schnittregisterfehlers

Die Führungssprungantwort von \tilde{Y}_{13}^* in Abb. 23.21(a) ist fast ohne Einfluss auf die geregelte Zugkraft \tilde{F}_{23} (Abb. 23.21(b)).

b) Störungsverhalten

Bei einem automatischen Rollenwechsel im unregulierten System erfahren die Kräfte \tilde{F}_{12} und \tilde{F}_{23} sowie die Teil-Schnittregisterfehler \tilde{Y}_{12}^* und \tilde{Y}_{13}^* beträchtliche Ablenkungen, wie Abb. 23.22 zeigt. Das Toleranzband von $\pm 0,4$ mm wird im gesamten Zeitbereich der Simulation überschritten. Mit der neuen Ent-

kopplungsregelung wird die geregelte Kraft \tilde{F}_{23} auf ihren alten Sollwert zurückgeführt (Abb. 23.23(a)), und der geregelte Teil-Schnittregisterfehler \tilde{Y}_{13}^* überschreitet das Toleranzband nur während 2,8 s (Abb. 23.23(b)). Dies entspricht etwa 20 Exemplaren Makulatur bei einer Produktionsgeschwindigkeit von $\bar{v} = 4,31m/s^{-1} \hat{=} 25000Ex/h$. Dies ist eine beträchtliche Verbesserung gegenüber dem bisherigen Stand der Schnittregister-Regelungen.

23.8.2.4 Erweiterungen der Regelung

Wenn nur der Teil-Schnittregisterfehler \tilde{Y}_{13}^* geregelt wird, kann der Fall auftreten, dass der stationäre Gesamt-Schnittregisterfehler \tilde{Y}_{14} größer als im unregulierten Fall ist. Daher ist es unbedingt notwendig, den Gesamt-Schnittregisterfehler an der äußeren Bahn des Pakets der gefalzten Einzelbahnen zu messen, und zwar so dicht wie möglich am Schneidzylinder. Dann wird der Regelkreis für \tilde{Y}_{14} der Regelung von \tilde{Y}_{13}^* (s. Abb. 23.24 unten) überlagert. Mit einem solchen System wird die geringste Makulaturrate erzielt. Es sollten auch nach Möglichkeit die Teil-Schnittregister der übrigen Teilbahnen des Bahnpakets geregelt werden.

Anstelle der Kühleinheit (Klemmstelle 2 in Abb. 23.24) könnten auch die vier Druckeinheiten zusammen (Klemmstellen 1 bis 4 in Abb. 23.1) als Stellgröße dienen. Eine Entkopplung ist auch in diesem Fall möglich. Allerdings hat eine solche Struktur den Nachteil, dass der Verband der vier Druckeinheiten fortwährend - wenn auch kleine - Stellbewegungen ausführen muss. Die Anregung von Dublierfehlern ist dadurch denkbar.

Das Funktionieren der Entkopplungsregelung wurde bei $\bar{v} = 10,3m/s \hat{=} 60000Ex/h$, d. h. bei normaler Produktionsgeschwindigkeit, bewiesen. Eine andere fortgeschrittene Regelungsstrategie für den Gesamt-Schnittregisterfehler, die in [1156] beschrieben wird, ist erfolgreich auf dem Markt.

23.9 Einfluss der Viskoelastizität, fortgeschrittene Regelungen und Lateralverhalten

23.9.1 Viskoelastizität

Das Verhalten der viskoelastischen Bahn wurde zum ersten Mal von Tröndle mit den Methoden der Kontinuumsmechanik in grundlegender Weise behandelt und 1973 in seiner Dissertation [1174] veröffentlicht, nachdem er schon 1969 zu diesem Thema einen Technischen Bericht im Hause Siemens vorgelegt hatte. Er hat erstmalig die integrale und differenzielle Kontinuitätsgleichung auf das Problem der bewegten Bahn zugeschnitten und damit Grundlagen für alle Folgearbeiten gelegt. Der Verfasser verdankt ihm wertvolle Diskussionen. Die Viskoelastizität spielte danach in Deutschland bei der Weiterentwicklung der Modellbildung keine Rolle mehr. Man ging davon aus, dass die großen Zeitkonstanten von viskoelastischen Materialien bei den steigenden Transportgeschwindigkeiten der Produk-

tionsanlagen und den üblichen Bahnlängen keinen Einfluss auf das dynamische Verhalten der Bahn hätten.

Erst von Galle [1152] wurde dieses Thema insofern wieder berührt, als Zeitkonstanten von viskoelastischen Materialien gemessen und klassifiziert wurden, aber in das Prozessmodell keinen Eingang fanden. Schnabel [1165] und [1164] hingegen führte die Thematik weiter und setzte moderne numerische Methoden ein. Er untersuchte die Bahnspannung während des Hochlaufs einer Tiefdruckmaschine für Foliendruck. Er beobachtete, dass die Bahnzugkraft stark von der Bahngeschwindigkeit abhing und damit der bisherigen Theorie der elastischen Bahnen widersprach. Dieses Verhalten führte er auf den Einfluss der Viskoelastizität zurück, bestätigte die Messergebnisse quantitativ mit einem erweiterten Modell und schlug neue Regelungsstrategien vor. Die Forschung auf diesem Gebiet wurde von Göb [1154] weitergeführt und mit seiner Dissertation [1155] abgeschlossen. In der umfangreichen Arbeit wird ein Modell dargestellt, das den Einfluss der Viskoelastizität, sowie von Feuchtigkeit und Wärme auf die Bahnzugkraft und Bahndehnung umfasst. Auf dieser Grundlage werden neue Regelungskonzepte vorgeschlagen. Experimentelle Untersuchungen konnten die Theorie bestätigen.

23.9.2 Fortgeschrittene Regelungen

In [1142] werden einige Arbeiten zitiert, die sich mit anderen fortgeschrittenen Regelungen bei Druckmaschinen befassen, wie z. B. einer Schnittregisterregelung [1156], bei der die durch einen Sensor gemessene Helligkeitsverteilung eines Bildes der laufenden Bahn mit der Helligkeitsverteilung im stationären Sollzustand verglichen wird, die aus der Druckvorstufe berechnet wird, wobei die Regeldifferenz eine Registerstellwalze beeinflusst. Weiterhin sind periodische Störungen und ihre Kompensation ein wichtiges Kapitel, für das Beobachter [1157] und Künstliche Neuronale Netze [1179] vorgeschlagen werden. In [1145] werden u. a. die Schnittregisterfehler bei Etikettiermaschinen behandelt.

23.9.3 Lateralverhalten elastischer Bahnen

Abgesehen vom Einfluss der Viskoelastizität ist die Dissertation von Kang [1159] besonders erwähnenswert. Erstmals wird dynamische Verhalten des Seitenregisterfehlers abgeleitet und seine Verkopplung mit dem Längsregisterfehler gezeigt. Zur Beschreibung der lateralen Bahndynamik geht er von der grundlegenden Theorie von Shelton [1166] aus (vgl. dazu auch [1143]). Die theoretischen Ergebnisse werden an einer Tiefdruck-Rollendruckmaschine verifiziert.

Technologisch bedingte, ungleichmäßige Zugspannungsverteilungen, durch die z. B. durch breiten-variable Materialeigenschaften, wie Bahndicke, Elastizitätsmodul oder eingefrorene Spannungen [1163], durch Trocknungs- und Befeuchtungsvorgänge oder auch durch evtl. ungenau justierte Transportwalzen hervorgerufen werden, verursachen fehlerhafte Bewegungen der Bahn quer zur Transportrichtung (Lateral- oder Seitenkantenverhalten). Diese müssen mit Hilfe von

schwenkbaren Stellwalzen korrigiert werden. Über die mathematische Modellbildung des Lateralverhaltens liegen Veröffentlichungen vor allem aus Amerika und Asien vor, nicht dagegen aus dem deutschen Sprachraum.

Als Erster hat D. P. Campbell [1148] eine Differenzialgleichung für das Lateralverhalten der durchlaufenden Bahn angegeben. Auf diese bezieht sich Shelton im *ersten Teil* seiner an der State University of Oklahoma 1968 entstandene Dissertation [1166] und macht sie zur Grundlage einer Theorie 1. Ordnung für verschiedene Walzenanordnungen. Der *zweite Teil* der Dissertation hingegen enthält eine vollkommen neue, umfassende Theorie, bei der die Bahn durch einen Biegebalken approximiert wird („Balkenmodell“) und in der die durch Korrekturwalzen in die Bahn eingeleiteten Biege- und Schubspannungen berücksichtigt werden. Danach ergibt sich ein Modell 2. Ordnung, das durch Messungen überzeugend bestätigt wird. Kurzfassungen dieser Dissertation stellen die Veröffentlichungen [1167] und [1168] dar. In [1169] werden von Shelton und Reid das Lateral- und das Longitudinalverhalten der Bahn in Kurzform beschrieben. In [1170] wird eine vereinfachte, leichter verständliche Variante des Lateralverhaltens vorgestellt. Die Dissertation von Shelton begründete eine der Forschungsrichtungen am Web Handling Research Center der Oklahoma State University in Stillwater, Oklahoma USA. Auf den alle zwei Jahre stattfindenden Konferenzen für Web Handling (IWEB) wurden und werden zahlreiche theoretische und praktische Arbeiten zur Technologie der durchlaufenden Bahn präsentiert, die vorwiegend dem technologischen Verhalten der Bahn gewidmet und in einer umfangreichen Bibliothek niedergelegt sind. Bezüglich des Lateralverhaltens seien noch die Arbeiten [1151, 1172, 1173, 1180–1182] erwähnt.

In dem von Brandenburg entwickelten „Fadenmodell“ in [1140, 1143] und [1144] wird von einer Fadenharfe ohne Querkopplung der Fäden ausgegangen. Auf einem vollkommen anderen Ableitungsweg als in [1166] wird eine Theorie 1. Ordnung sehr ähnlich zu der von Shelton gefunden. Dabei werden in sehr vereinfachter Weise auch Biegespannungen im Faden berücksichtigt. Die dabei erhaltenen Ergebnisse lassen sich als Sonderfall aus der Theorie von Shelton ableiten. Weiterhin wird gezeigt, dass die Verkopplung der kinematischen Beziehungen des Fadens mit der Kontinuitätsgleichung bei kleinen Fadenwinkeln vernachlässigbar ist. Der Fadenlauf bei longitudinaler und lateraler Schwenkung sowie bei axialer Translation wurde für ein Zwei- und Dreiwalzensystem untersucht und auf die Optimierung eines industriellen Vierwalzensystems angewandt.

Zusammenfassung und Ergebnisse

Die Einzelantriebstechnik bei Rollendruckmaschinen mit elektronischer Längswelle ermöglicht neue Regelungsstrategien, die ihrerseits erweiterte und neue Prozessmodelle erfordern.

Im TEIL I des Beitrags wurden Klemmstellen mit Dehnschlupf zu Grunde gelegt. Nach einer kurzen Wiederholung wichtiger Gleichungen der bisherigen

Theorie wurden mathematische Modelle für Dublierfehler abgeleitet und deren enger Zusammenhang mit den Farbregisterfehlern dargestellt. Danach wurde der so genannte Teil-Schnittregisterfehler (TSRF) eingeführt, der zu neuen Regelungsverfahren für den Gesamt-Schnittregisterfehler (GSRF) am Schneidzylinder der Druckmaschine geführt hat. Außerdem konnte damit ein Identifikationsverfahren für die so genannten Transportstörungen infolge von Änderungen des Querschnitts und des Elastizitätsmoduls der Bahn bei einem fliegenden Rollenwechsel gefunden werden. Diese nicht messbaren Störungen wurden erstmalig sichtbar gemacht.

TEIL II ist zunächst der Bahndynamik mit Klemmstellen gewidmet, die Gleitschlupf aufweisen, wodurch das Bahnlaufmodell eine Strukturumschaltung erfährt. Für Klemmstellen, bei denen die Bahn nur durch schmale Anpressrollen in druckspiegelfreien Teilen auf die Transportwalze angepresst wird, wurde dann die Hypothese des Partialschlupfes entwickelt und ein Modell abgeleitet, das die beobachtete Rückwirkung der auslaufenden Bahn auf die einlaufende beschreibt. Es zeigte sich, dass Gleit- oder Partialschlupf zu bleibenden Registerfehlern führen. Damit stehen weitere Komponenten für die spätere Modellierung der gesamten Druckmaschine zur Verfügung.

TEIL III befasst sich mit der Entwicklung neuer Regelungsstrategien. Mit Hilfe des Teil-Schnittregisterfehlers wurden zwei neue Regelungsverfahren für den Gesamt-Schnittregisterfehler gefunden, mit denen sich die Schnitt-Makulaturrate wesentlich reduzieren lässt und für die keine zusätzlichen mechanischen Komponenten notwendig sind. Eine einfache Ausprägung besteht darin, mit Hilfe der Umfangsgeschwindigkeit einer nicht druckenden Klemmstelle den an dieser gemessenen Teil-Schnittregisterfehler auszuregulieren und damit den überlagerten Regler für den Gesamt-Schnittregisterfehler zu entlasten. Die Optimierung der Kaskadenstruktur ist äußerst einfach. Bei der noch leistungsfähigeren, aber komplexeren Zweigrößenregelung gelingt es, in demselben Bahnabschnitt, entkoppelt vom Teil-Schnittregisterfehler, auch die Bahnzugkraft mit Hilfe der Umfangsgeschwindigkeit einer weiteren Klemmstelle zu regeln.

Alle theoretischen Ergebnisse wurden an einer serienmäßigen Illustrationsdruckmaschine nachgeprüft und bestätigt. Die Regelungen wurden auf dem Echtzeit Rapid Prototyping System SIMULINK/xPC-Target implementiert. Für die Datenübertragung zwischen Sensoren und Aktoren wurden RS232 Schnittstellen und CAN-Busse mit einer Zykluszeit von 3,5 ms verwendet.

Dank

Der Verfasser ist den verantwortlichen Herren der Firma manroland (Augsburg), die es ihm ermöglicht haben, über einige Jahre hindurch grundlegende Messungen an handelsüblichen Druckmaschinen durchzuführen, zu großem Dank verpflichtet. Herrn Dr. rer.-nat. A. Klemm (Firma PhysiKom e. K.) gebührt aufrichtiger Dank für detaillierte Simulationen und viele anregende Diskussionen, Herrn

Der Druckzeitpunkt t_{pla} ist erreicht, wenn der Punkt 1a den Nullpunkt des Koordinatensystems $x^{(1)}$ erreicht, also durch die implizite Gleichung

$$\int_0^{t_{pla}} v_{c1}(\tau) d\tau = - [x_{F1a}]_0 \tag{23.123}$$

definiert wird.

23.10.2 Anhang 1.2: Längenbilanz

Der durch $[x_{F1a}]_0$ ausgewählte, zum Zeitpunkt t_{pla} auf die Bahn übertragene „Bahnbildpunkt“ wird für $t > t_{pla}$ mit der Papierbahn weitertransportiert. Die von ihm zu einem Zeitpunkt t erreichte Koordinate heißt $x_{B1a}(t)$. Sie ist mit Hilfe einer Längenbilanz berechenbar, bei der ein Kontrollraum vom Eingang der Klemmstelle 1 bis zum Punkt 1a erstreckt wird und diese rechte („materielle“) Kontrollraumgrenze fest mit dem Punkt verbunden bleibt. Dort ist die Relativgeschwindigkeit zwischen Bahnpunkt und Massenpunkt null. Dann ist aus der Gleichung der Massenbilanz Gl. (23.125) die Längenbilanz

$$\int_{x=0}^{x_{B1a}(t)} \frac{1}{1 + \varepsilon_{12}(x, t)} dx = \int_{t=t_{p1a}}^{t_{B1a}} \frac{v_{E1}(t)}{1 + \varepsilon_{E1}(t)} dt \tag{23.124}$$

ableitbar.

23.10.3 Anhang 1.3: Massenbilanz

Die Massenbilanz

$$\frac{d}{dt} \int_{x=0}^{l_{12}} \frac{1}{1 + \varepsilon_{12}(x, t)} dx = \frac{v_{E1}(t)}{1 + \varepsilon_{E1}(t)} - \frac{v_{E2}(t)}{1 + \varepsilon_{E2}(t)} \tag{23.125}$$

beschreibt die zeitliche Änderung der im Abschnitt 1-2 enthaltenen entspannten Bahnlänge (linke Seite) mit der Dimension m/s infolge einer Differenz zwischen der von Klemmstelle 1 je Zeiteinheit hineintransportierten und von Klemmstelle 2 heraustransportierten entspannten Bahnlänge. Diese Gleichung ist daher eigentlich, wie die Dimension m/s zeigt, eine „Längenstrombilanz“. Zur klaren Unterscheidung von der obigen Längenbilanz Gl. (23.124) wird aber weiterhin von Massenbilanz gesprochen.

23.10.4 Anhang 1.4: Linearisierung der Längenbilanz

Die Linearisierung wird, wie im Haupttext schon beschrieben, für kleine Abweichungen (Kennzeichnung durch Tilde) aus dem stationären Bewegungszustand (Kennzeichnung durch Querstrich) vorgenommen. Das Ungefähr Zeichen „ \approx “ wird dann im weiteren Gang der Rechnung wieder durch das Gleichheitszeichen ersetzt. Weiterhin wird für die Dehnungen $\varepsilon \ll 1$ vorausgesetzt.

Die linke Seite von Gl. (23.124) lautet dann

$$\int_{x=0}^{x_{B1a}(t)} \frac{1}{1 + \varepsilon_{12}(x, t)} dx \approx \int_{x=0}^{x_{B1a}(t)} [1 - \varepsilon_{12}(x, t)] dx = \int_{x=0}^{\bar{x}_{B1a} + \tilde{x}_{B1a}} [1 - \bar{\varepsilon}_{12}(x) - \tilde{\varepsilon}_{12}(x, t)] dx \quad (23.126)$$

Die rechte Seite wird zu

$$\begin{aligned} \int_{t=\bar{t}_{p1a}}^{t_{B1a}} \frac{v_{E1}(t)}{1 + \varepsilon_{E1}(t)} dt &\approx \bar{v}_{E1} (1 - \bar{\varepsilon}_{E1}) (\bar{t}_{B1a} - \bar{t}_{p1a}) + \bar{v}_{E1} (1 - \bar{\varepsilon}_{E1}) (\tilde{t}_{B1a} - \tilde{t}_{p1a}) \\ &- \bar{v}_{E1} \int_{\bar{t}_{p1a}}^{\bar{t}_{B1a}} \tilde{\varepsilon}_{E1} dt + (1 - \bar{\varepsilon}_{E1}) \int_{\bar{t}_{p1a}}^{\bar{t}_{B1a}} \tilde{v}_{E1} dt \end{aligned} \quad (23.127)$$

Die Gesamtgleichung lautet dann

$$\begin{aligned} \int_{x=0}^{\bar{x}_{B1a} + \tilde{x}_{B1a}(t)} [1 - \bar{\varepsilon}_{12}(x) - \tilde{\varepsilon}_{12}(x, t)] dx &= \bar{v}_{E1} (1 - \bar{\varepsilon}_{E1}) (\bar{t}_{B1a} - \bar{t}_{p1a}) \\ &+ \bar{v}_{E1} (1 - \bar{\varepsilon}_{E1}) (\tilde{t}_{B1a} - \tilde{t}_{p1a}) - \bar{v}_{E1} \int_{\bar{t}_{p1a}}^{\bar{t}_{B1a}} \tilde{\varepsilon}_{E1}(t) dt + (1 - \bar{\varepsilon}_{E1}) \int_{\bar{t}_{p1a}}^{\bar{t}_{B1a}} \tilde{v}_{E1}(t) dt \end{aligned} \quad (23.128)$$

Die Umformung der linken Seite dieser Gleichung mit Hilfe des Mittelwertsatzes der Integralrechnung liefert unter Berücksichtigung der Position des Sensors

$$\bar{x}_{B1a} = l_{1M} \quad (23.129)$$

nach einer Zwischenumformung die Beziehung

$$\begin{aligned}
 & (1 - \bar{\varepsilon}_{12\text{mittel}}) (l_{1M} + \tilde{x}_{B1a}) - \int_{x=0}^{l_{1M} + \tilde{x}_{B1a}} \tilde{\varepsilon}_{12}(x, t) dx \\
 & \approx (1 - \bar{\varepsilon}_{12\text{mittel}}) (l_{1M} + \tilde{x}_{B1a}) - \int_{x=0}^{l_{1M}} \tilde{\varepsilon}_{12}(x, t) dx \\
 & = \bar{v}_{E1} (1 - \bar{\varepsilon}_{E1}) (\bar{t}_{B1a} - \bar{t}_{p1a}) + \bar{v}_{E1} (1 - \bar{\varepsilon}_{E1}) (\tilde{t}_{B1a} - \tilde{t}_{p1a}) \\
 & - \bar{v}_{E1} \int_{t=\bar{t}_{p1a}}^{\bar{t}_{B1a}} \tilde{\varepsilon}_{E1}(t) dt + (1 - \bar{\varepsilon}_{E1}) \int_{t=\bar{t}_{p1a}}^{\bar{t}_{B1a}} \tilde{v}_{E1}(t) dt
 \end{aligned} \tag{23.130}$$

Der stationäre Zustand

$$(1 - \bar{\varepsilon}_{12\text{mittel}}) l_{1M} = \bar{v}_{E1} (1 - \bar{\varepsilon}_{E1}) (\bar{t}_{B1a} - \bar{t}_{p1a}) \tag{23.131}$$

fällt heraus, und es bleibt stehen

$$\begin{aligned}
 (1 - \bar{\varepsilon}_{12\text{mittel}}) \tilde{x}_{B1a} - \int_{x=0}^{l_{1M}} \tilde{\varepsilon}_{12}(x, t) dx & \approx \bar{v}_{E1} (1 - \bar{\varepsilon}_{E1}) (\tilde{t}_{B1a} - \tilde{t}_{p1a}) \\
 - \bar{v}_{E1} \int_{t=\bar{t}_{p1a}}^{\bar{t}_{B1a}} \tilde{\varepsilon}_{E1}(t) dt + (1 - \bar{\varepsilon}_{E1}) \int_{t=\bar{t}_{p1a}}^{\bar{t}_{B1a}} \tilde{v}_{E1}(t) dt &
 \end{aligned} \tag{23.132}$$

Mit den Näherungen $\varepsilon \ll 1$, $\bar{v}_{E1} \approx \bar{v}_{c1} \approx \bar{v}$, $\tilde{v}_{E1} \approx \tilde{v}_{c1}$ folgt daraus

$$\tilde{x}_{B1a}(t) - \int_{x=0}^{l_{1M}} \tilde{\varepsilon}_{12}(x, t) dx \approx \bar{v} (\tilde{t}_{B1a} - \tilde{t}_{p1a}) - \bar{v} \int_{\bar{t}_{p1a}}^{\bar{t}_{B1a}} \tilde{\varepsilon}_{E1}(t) dt + \int_{\bar{t}_{p1a}}^{\bar{t}_{B1a}} \tilde{v}_{c1}(t) dt \tag{23.133}$$

Dies ist die allgemeine Gleichung für die Wegdifferenz zwischen dem Bahnbildpunkt 1a und dem Ort des Messensors l_{1M} als Funktion der sich ändernden Einflussgrößen. Dabei wurde angenommen, dass der Punkt 1a nicht zum stationären Zeitpunkt \bar{t}_{p1a} , sondern infolge einer Änderung \tilde{v}_{c1} zum Zeitpunkt $t = \bar{t}_{p1a} + \tilde{t}_{p1a}$ gedruckt wird, also zu diesem Zeitpunkt in die Strecke 1-2 eintritt. Zur weiteren Behandlung existieren zwei Wege:

Weg 1 (vgl. Abb. 23.26)

Im stationären Betrieb wird der Punkt 1a zum Zeitpunkt $t = \bar{t}_{p1a}$ gedruckt. Er erreicht zum Zeitpunkt

$$t = \bar{t}_{p1a} + T_{1M} \tag{23.134}$$

mit

$$T_{1M} = l_{1M}/\bar{v} \tag{23.135}$$

den Ort $x = l_{1M}$. Es wird nun die Abweichung \tilde{x}_{B1a} des von Druckwerk 1 zum Zeitpunkt $t = \bar{t}_{p1a} + \tilde{t}_{p1a}$ gedruckten Punktes 1a vom Ort $x = l_{1M}$ zum Zeitpunkt

$$t = \bar{t}_{p1a} + \tilde{t}_{p1a} + T_{1M} \tag{23.136}$$

ermittelt. Dann ist in Gl. (23.133) $\tilde{t}_{B1a} \equiv 0$, $\tilde{t}_{p1a} \neq 0$ und $\tilde{t}_{B1a} = \bar{t}_{p1a} + T_{1M}$ zu setzen:

$$\tilde{x}_{B1a}(t) - \int_{x=0}^{l_{1M}} \tilde{\varepsilon}_{12}(x, t) dx \approx -\bar{v}\tilde{t}_{p1a} - \bar{v} \int_{\bar{t}_{p1a}}^{\bar{t}_{p1a}+T_{12M}} \tilde{\varepsilon}_{E1}(t) dt + \int_{\bar{t}_{p1a}}^{\bar{t}_{p1a}+T_{12M}} \tilde{v}_{c1}(t) dt \tag{23.137}$$

Wegen der Linearisierung fiel $\tilde{t}_{p1a} \ll \bar{t}_{p1a}$ in den Grenzen der beiden Integrale auf der rechten Seite heraus.

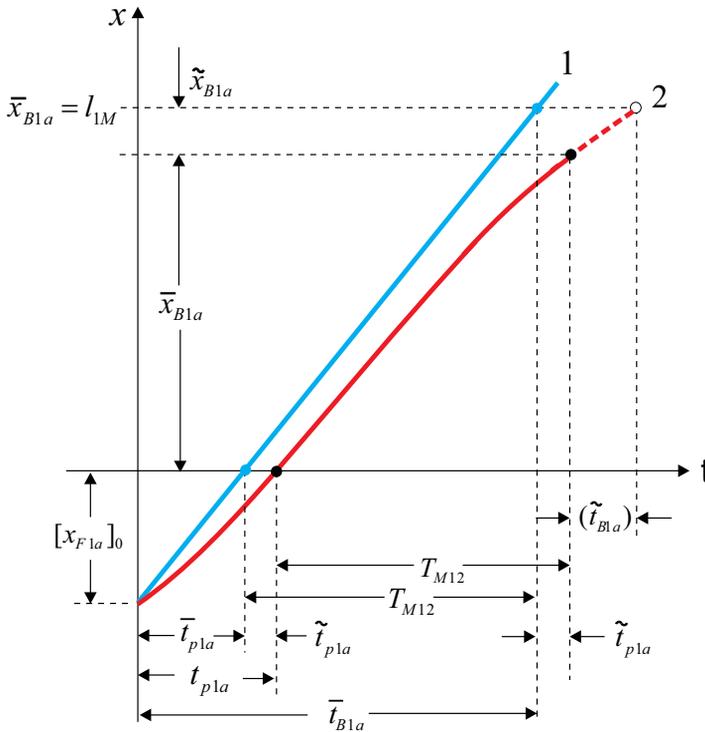


Abb. 23.26: Weg-Zeit-Diagramm des Punktes 1a zur Bestimmung der Lageabweichung \tilde{x}_{B1a} vom Ort l_{1M} („Weg 1“). 1: Stationäre Bewegung, 2: Instationäre Bewegung

Weg 2 (vgl. Abb. 23.27)

Der zum Zeitpunkt $t = \bar{t}_{p1a} + \tilde{t}_{p1a}$ gedruckte Punkt 1a erreiche nach seinem Eintritt in die Strecke 1-2 genau den Ort $x = l_{1M}$. Dann ist in Gl. (23.133) $\tilde{x}_{B1a} \equiv 0$ zu setzen und die Abweichung \tilde{t}_{B1a} von der stationären Laufzeit T_{1M} , also das zusätzliche Zeitelement beim Lauf bis zum Punkt $x = l_{1M}$ zu berechnen. Für dieses folgt

$$\tilde{t}_{B1a} \approx -\frac{1}{\bar{v}_{c1}} \int_{x=0}^{l_{1M}} \tilde{\varepsilon}_{12}(x,t) dx + \tilde{t}_{p1a} + \int_{\bar{t}_{p1a}}^{\bar{t}_{B1a}} \tilde{\varepsilon}_{E1}(t) dt - \frac{1}{\bar{v}_{c1}} \int_{\bar{t}_{p1a}}^{\bar{t}_{B1a}} \tilde{v}_{c1}(t) dt \quad (23.138)$$

Der Vergleich der beiden Gleichungen (23.137) und (23.138) zeigt, dass gilt

$$\tilde{x}_{B1a}(t) = -\bar{v}_{c1} \tilde{t}_{B1a} \quad (23.139)$$

Mit dieser Gleichung können beide Verfahren (Weg 1 und Weg 2) ineinander umgerechnet werden. Im Weiteren wird Weg 1 besprochen.

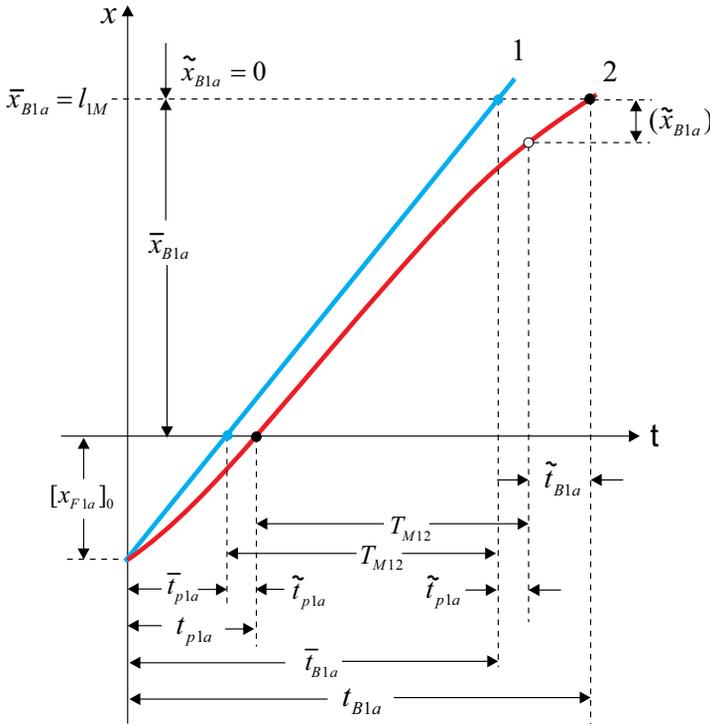


Abb. 23.27: Weg-Zeit-Diagramm des Punktes 1a zur Bestimmung der Zeitabweichung \tilde{t}_{B1a} von der stationären Laufzeit T_{1M} („Weg 2“). 1: Stationäre Bewegung, 2: Instationäre Bewegung

23.10.5 Anhang 1.5: Linearisierung der Massenbilanz

Die Linearisierung der Massenbilanz Gl. (23.125) ergibt mit $\dot{l}_{12} = 0$

$$\int_0^{l_{12}} \frac{\partial \tilde{\varepsilon}_{12}(x, t)}{\partial t} dx \approx \bar{v}_{E1} \tilde{\varepsilon}_{E1} - \bar{v}_{E2} \tilde{\varepsilon}_{E2} - \tilde{v}_{E1} + \tilde{v}_{E2} \quad (23.140)$$

23.10.6 Anhang 1.6: Linearisierung des Druckzeitpunkts

Schließlich wird noch Gl. (23.123) linearisiert. Dann folgt aus

$$\int_{t=0}^{t=\bar{t}_{p1a} + \tilde{t}_{p1a}} [\bar{v}_{c1} + \tilde{v}_{c1}(\tau)] d\tau = - [x_{F1a}]_0 \quad (23.141)$$

die Gleichung

$$\bar{v}_{c1} (\bar{t}_{p1a} + \tilde{t}_{p1a}) + \int_{t=0}^{t=\bar{t}_{p1a} + \tilde{t}_{p1a}} \tilde{v}_{c1}(\tau) d\tau = - [x_{F1a}]_0 \quad (23.142)$$

Nun wird die Anfangskoordinate $[x_{F1a}]_0$ des Punktes 1a durch den stationären Druckzeitpunkt definiert. Dann ist

$$\bar{v}_{c1} \bar{t}_{p1a} = - [x_{F1a}]_0 \quad (23.143)$$

Da $[x_{F1a}]_0 < 0$ ist, wird $\bar{t}_{p1a} > 0$. Man kann also auch formulieren

$$\bar{v}_{c1} \bar{t}_{p1a} = |[x_{F1a}]_0| \quad (23.144)$$

Damit ergibt sich für die Änderung des Druckzeitpunktes aus Gl. (23.142)

$$\tilde{t}_{p1a} = - \int_{t=0}^{t=\bar{t}_{p1a}} \frac{\tilde{v}_{c1}}{\bar{v}_{c1}} dt \quad (23.145)$$

Die Gln. (23.132), (23.140) und (23.145) sind die linearisierten Systemgleichungen, aus denen $\tilde{x}_{Bl a}(t)$ zu ermitteln ist.

23.10.7 Anhang 1.7: Formulierung der Systemgleichungen bei Messung des Registerfehlers am Ort der Klemmstelle 2

Es wird nun der Spezialfall angenommen, dass der Sensor für die Messung des Teil-Schnittregisterfehlers unmittelbar vor der Klemmstelle 2 angebracht ist, d. h. es sei $\bar{x}_{Bl a} = l_{1M} = l_{12}$. Dann gehen die drei oben genannten Gleichungen

in folgende Ausdrücke über:

In der Längenbilanz Gl. (23.132) wird gesetzt

$$\bar{x}_{B1a} = l_{12}, \quad \bar{t}_{B1a} = \bar{t}_{p1a} + T_{12} \tag{23.146}$$

mit

$$T_{1M} = T_{12} = \frac{l_{12}}{\bar{v}} \tag{23.147}$$

Gl. (23.132) lautet dann

$$\tilde{x}_{B1a}(t) - \int_{x=0}^{l_{12}} \tilde{\varepsilon}_{12}(x, t) dx \approx -\bar{v}\tilde{t}_{p1a} - \bar{v} \int_{\bar{t}_{p1a}}^{\bar{t}_{p1a}+T_{12}} \tilde{\varepsilon}_{E1}(t) dt + \int_{\bar{t}_{p1a}}^{\bar{t}_{p1a}+T_{12}} \tilde{v}_{c1}(t) dt \tag{23.148}$$

In der Massenbilanz Gl. (23.140) wird gesetzt $\bar{v}_{E1} \approx \bar{v}_{E2} \approx \bar{v}$ und $\tilde{v}_{E2} = \tilde{v}_{c2}$:

$$\int_0^{l_{12}} \frac{\partial \tilde{\varepsilon}_{12}(x, t)}{\partial t} dx \approx \bar{v}\tilde{\varepsilon}_{E1}(t) - \bar{v}\tilde{\varepsilon}_{E2}(t) - \tilde{v}_{c1}(t) + \tilde{v}_{c2}(t) \tag{23.149}$$

Gl. (23.145) lautet mit $\bar{v}_{c1} \approx \bar{v}$

$$\tilde{t}_{p1a} \approx - \int_{t=0}^{t=\bar{t}_{p1a}} \frac{\tilde{v}_{c1}}{\bar{v}} dt \tag{23.150}$$

23.10.8 Anhang 1.8: Übergang auf eine neue Zeitkoordinate

Bisher wurde ein einzelner, durch seine zum Zeitpunkt $t = 0$ gegebene Ortskoordinate $[x_{Fla}]_0$ gekennzeichnete Punkt 1a betrachtet. Es gibt nun längs des Umfangs des Formzylinders eine theoretisch unendliche, ortskontinuierliche (in der Realität wegen der Rasterung des Bildes endliche, ortsdiskrete) Anzahl von gleichberechtigten Bildpunkten 1b, 1c, 1d..., die in der kontinuierlich (in der Realität im Kleinen diskret) ablaufenden Zeit t_{p1} vom Druckwerk 1 gedruckt werden. Diese erreichen zur kontinuierlich laufenden Zeit $t = \bar{t}_{p1} + T_{12}$ die Koordinate x_{B1} im x -System, also im Fall von Punkt 1a den Ort $x_{B1a} = l_{12} + \tilde{x}_{B1a}$.

Daher wird, um alle Punkte zu erfassen, in den Integralgrenzen von Gl. (23.148) die Zeit $\bar{t}_{B1a} = \bar{t}_{p1a} + T_{12}$ (vgl. Gl. (23.146)) als laufende Zeit angenommen. Diese gilt für alle Punkte, wodurch der Index „1a“ wegfällt, und es wird

$$\tau = \bar{t}_{B1} = \bar{t}_{p1} + T_{12} \tag{23.151}$$

also

$$\bar{t}_{p1} = \tau - T_{12} \tag{23.152}$$

Vom Registerfehler-Sensor, also ganz allgemein von einem Beobachter, wird damit am festen Ort $x = l_{12}$ die Lageabweichung \tilde{x}_{B1} in der kontinuierlichen Zeit τ gemessen. Damit geht die Zeit \tilde{t}_{p1a} in den Integralgrenzen von Gl. (23.148) in \tilde{t}_{p1} über und wird durch τ ausgedrückt. Man erhält in Gl. (23.148)

$$\tilde{x}_{B1}(t) = \int_{x=0}^{l_{12}} \tilde{\varepsilon}_{12}(x, t) dx - \bar{v} \tilde{t}_{p1} - \bar{v} \int_{t=\tau-T_{12}}^{\tau} \tilde{\varepsilon}_{E1}(t) dt + \int_{t=\tau-T_{12}}^{\tau} \tilde{v}_{c1}(t) dt \quad (23.153)$$

und aus Gl. (23.150)

$$\tilde{t}_{p1} = - \int_{t=0}^{\tau-T_{12}} \frac{\tilde{v}_{c1}(t)}{\bar{v}} dt \quad (23.154)$$

Jetzt kann Gl. (23.154) in Gl. (23.153) eingesetzt werden:

$$\tilde{x}_{B1}(t) = \int_{x=0}^{l_{12}} \tilde{\varepsilon}_{12}(x, t) dx - \bar{v} \int_{t=\tau-T_{12}}^{\tau} \tilde{\varepsilon}_{E1}(t) dt + \int_{t=0}^{\tau-T_{12}} \tilde{v}_{c1}(t) dt + \int_{t=\tau-T_{12}}^{\tau} \tilde{v}_{c1}(t) dt \quad (23.155)$$

Die letzten beiden Integrale können zusammengefasst werden, wodurch die resultierende Gleichung

$$\tilde{x}_{B1}(t) = \int_{x=0}^{l_{12}} \tilde{\varepsilon}_{12}(x, t) dx - \bar{v} \int_{t=\tau-T_{12}}^{\tau} \tilde{\varepsilon}_{E1}(t) dt + \int_{t=0}^{\tau} \tilde{v}_{c1}(t) dt \quad (23.156)$$

entsteht. Wird die Integration der letzten beiden Integrale ausgeführt, so entstehen Funktionen der neuen Variablen τ . Damit werden auch \tilde{x}_{B1} sowie das Ortsintegral rechts Funktionen von τ . Es muss also geschrieben werden

$$\tilde{x}_{B1}(\tau) = \int_{x=0}^{l_{12}} \tilde{\varepsilon}_{12}(x, \tau) dx - \bar{v} \int_{t=\tau-T_{12}}^{\tau} \tilde{\varepsilon}_{E1}(t) dt + \int_{t=0}^{\tau} \tilde{v}_{c1}(t) dt \quad (23.157)$$

Die Massenbilanz Gl. (23.149) gilt auch im τ -Bereich

$$\int_0^{l_{12}} \frac{\partial \tilde{\varepsilon}_{12}(x, \tau)}{\partial \tau} dx \approx \bar{v} \tilde{\varepsilon}_{E1}(\tau) - \bar{v} \tilde{\varepsilon}_{E2}(\tau) - \tilde{v}_{c1}(\tau) + \tilde{v}_{c2}(\tau) \quad (23.158)$$

23.10.9 Anhang 1.9: Laplace-Transformation der linearisierten Systemgleichungen

Gleichung (23.157) kann nun in den Bildbereich der Laplace-Transformation transformiert werden:

$$\tilde{x}_{B1}(s) = \int_0^{l_{12}} \tilde{\varepsilon}_{12}(x, s) dx - \frac{\bar{v}}{s} (1 - e^{-sT_{12}}) \tilde{\varepsilon}_{E1}(s) + \frac{\tilde{v}_{c1}(s)}{s} \quad (23.159)$$

Die Massenbilanz Gl. (23.158) wird ebenfalls transformiert. Man erhält

$$\int_0^{l_{12}} \tilde{\varepsilon}_{12}(x, s) dx = \frac{1}{s} [\bar{v} \tilde{\varepsilon}_{E1}(s) - \bar{v} \tilde{\varepsilon}_{E2}(s) - \tilde{v}_{c1}(s) + \tilde{v}_{c2}(s)] \quad (23.160)$$

23.10.10 Anhang 1.10: Teil-Schnittregisterfehler

Die Wegänderung $\tilde{x}_{B1}(s)$ ist die Abweichung aller vom Druckwerk 1 zu den Zeitpunkten t_{p1} gedruckten Punkte vom Zielpunkt $x = l_{12}$, der bei stationärer Bewegung erreicht worden wäre. Diese Abweichung wird als Teil-Schnittregisterfehler \tilde{Y}_{12}^* bezeichnet. Wird $\tilde{\varepsilon}_{12}(x, s)$ in Gl. (23.159) mit Gl. (23.160) eliminiert, so folgt für $\tilde{Y}_{12}^*(s)$ nach Zwischenrechnung

$$\tilde{Y}_{12}^*(s) = \frac{\bar{v}}{s} \left[-\tilde{\varepsilon}_{E2}(s) + e^{-sT_{12}} \tilde{\varepsilon}_{E1}(s) + \frac{\tilde{v}_{c2}(s)}{\bar{v}} \right] \quad (23.161)$$

Sind die Dehnungen ortsunabhängig, so kann geschrieben werden

$$\tilde{Y}_{12}^*(s) = \frac{\bar{v}}{s} \left[-\tilde{\varepsilon}_{12}(s) + e^{-sT_{12}} \tilde{\varepsilon}_{01}(s) + \frac{\tilde{v}_{c2}(s)}{\bar{v}} \right] \quad (23.162)$$

In der gewonnenen Beziehung Gl. (23.161) ist im Klammerausdruck die seit langer Zeit bekannte Gleichung für den „normalen“ Registerfehler enthalten, vgl. [1127, 1130]. Es gilt also

$$\tilde{Y}_{12}^*(s) = \tilde{Y}_{12}(s) + \frac{\tilde{v}_{c2}(s)}{s} \quad (23.163)$$

Der Einfluss des neuen Terms auf der rechten Seite der Gln. (23.161) bis (23.163) auf die Eigenschaften des Teil-Schnittregisterfehlers wurden bereits in Kap. 23.4.2 untersucht.

Nachdem in Gl. (23.161) nur die Randgrößen von Klemmstelle 1 und 2 eingehen und keine Zwischengrößen im Abschnitt 1 bis 2, insbesondere auch nur die Geschwindigkeit von Klemmstelle 2, liegt es nahe, das Ergebnis auf den Registerfehler \tilde{Y}_{13}^* zu verallgemeinern:

$$\tilde{Y}_{13}^*(s) = \frac{\bar{v}}{s} \left[-\tilde{\varepsilon}_{E3}(s) + e^{-sT_{13}} \tilde{\varepsilon}_{E1}(s) + \frac{\tilde{v}_{c3}(s)}{\bar{v}} \right] \quad (23.164)$$

Daraus folgt für ortsunabhängige Dehnungen

$$\tilde{Y}_{13}^*(s) = \frac{\bar{v}}{s} \left[-\tilde{\varepsilon}_{23}(s) + e^{-s(T_{12}+T_{23})} \tilde{\varepsilon}_{01}(s) + \frac{\tilde{v}_{c3}(s)}{\bar{v}} \right] \quad (23.165)$$

Die Ableitung des Gesamt- Schnittregisterfehlers verläuft ganz analog, jedoch geht dabei auch der Druckzeitpunkt der Klemmstelle 2 ein, vgl. [1130] und [1134].

23.11 Anhang 2: Ableitung des dynamischen q-Modells

Um das dynamische Verhalten der Bahn bei Partialschlupf abzuleiten, wird Gl. (23.80) in der allgemeineren Form

$$\frac{v_{E2}^m(t)}{\bar{v}} = f \left[\varepsilon_{12}(t), \frac{v_{c2}(t)}{\bar{v}_{c2}}, \varepsilon_{23}(t) \right] \quad (23.166)$$

geschrieben. Die differenzielle Abweichung an einem stationären Arbeitspunkt \bar{P} lautet

$$\begin{aligned} df &= d \frac{v_{E2}^m}{\bar{v}} = \left[\frac{\partial v_{E2}^m / \bar{v}}{\partial \varepsilon_{12}} \right]_{\bar{P}} d\varepsilon_{12} + \left[\frac{\partial v_{E2}^m / \bar{v}}{\partial v_{c2} / \bar{v}} \right]_{\bar{P}} d \frac{v_{c2}}{\bar{v}} + \left[\frac{\partial v_{E2}^m / \bar{v}}{\partial \varepsilon_{23}} \right]_{\bar{P}} d\varepsilon_{23} \\ &= f_{12} d\varepsilon_{12} + f_2 d \left(\frac{v_{c2}}{\bar{v}} \right) + f_{23} d\varepsilon_{23} \end{aligned} \quad (23.167)$$

mit den Definitionen

$$f_{12} = \left[\frac{\partial v_{E2}^m / \bar{v}}{\partial \varepsilon_{12}} \right]_{\bar{P}}, \quad f_2 = \left[\frac{\partial v_{E2}^m / \bar{v}}{\partial v_{c2} / \bar{v}} \right]_{\bar{P}}, \quad f_{23} = \left[\frac{\partial v_{E2}^m / \bar{v}}{\partial \varepsilon_{23}} \right]_{\bar{P}} \quad (23.168)$$

Der Ausdruck (23.167) ist nicht ein vollständiges Differenzial im Sinne der Mathematik. Dieses würde die Kenntnis einer Funktion $v_{E2}^m(t) = v_{E2}^m[\varepsilon_{01}(t), v_{c1}(t), v_{c2}(t), v_{c3}(t)]$ erfordern, wobei die unabhängigen Variablen in eckige Klammern gesetzt wurden. Aber diese Funktion soll ja das Ergebnis dieser Ableitung sein, ist also unbekannt. Trotzdem können die partiellen Differenziationen am Arbeitspunkt \bar{P} nach jeweils einer Variablen ausgeführt werden, wobei die anderen Variablen konstant gehalten werden.

Diese partiellen Ableitungen werden aus den dynamischen Gleichungen abgeleitet, die sich aus Gl. (23.10) ergeben, wenn $n = 2$ und $\tilde{z}_{TE_{n-1}} \equiv 0$ gesetzt wird und wenn $\tilde{\varepsilon}_{E2}^m$ statt $\tilde{\varepsilon}_{E2}$ und \tilde{v}_{E2}^m statt \tilde{v}_{E2} geschrieben wird.

Dann entstehen die beiden Gleichungen

$$\tilde{\varepsilon}_{E2}^m = \frac{1}{1 + sT_{12}} \left(\tilde{\varepsilon}_{01} - \frac{\tilde{v}_{c1}}{\bar{v}} + \frac{\tilde{v}_{E2}^m}{\bar{v}} \right) \quad (23.169)$$

und

$$\tilde{\varepsilon}_{23} = \frac{1}{1 + sT_{23}} \left(\tilde{\varepsilon}_{E2}^m - \frac{\tilde{v}_{E2}^m}{\bar{v}} + \frac{\tilde{v}_{c3}}{\bar{v}} \right) \quad (23.170)$$

Durch Umformung folgt

$$\frac{\tilde{v}_{E2}^m}{\bar{v}} = \tilde{\varepsilon}_{E2}^m + \frac{\tilde{v}_{c3}}{\bar{v}} - (1 + sT_{23}) \tilde{\varepsilon}_{23} \quad (23.171)$$

und

$$\frac{\tilde{v}_{E2}^m}{\bar{v}} = \frac{\tilde{v}_{c1}}{\bar{v}} - \tilde{\varepsilon}_{01} + (1 + sT_{12}) \tilde{\varepsilon}_{E2}^m \quad (23.172)$$

Um eine Funktion zu erhalten, in der \tilde{v}_{E2}^m von allen Variablen abhängt, werden diese beiden Gleichungen addiert

$$\frac{\tilde{v}_{E2}^m}{\bar{v}} = \frac{1}{2} \left[\frac{\tilde{v}_{c1}}{\bar{v}} - \tilde{\varepsilon}_{01} + 2 \left(1 + \frac{sT_{12}}{2} \right) \tilde{\varepsilon}_{E2}^m + \frac{\tilde{v}_{c3}}{\bar{v}} - (1 + sT_{23}) \tilde{\varepsilon}_{23} \right] \quad (23.173)$$

Wenn man nun annimmt, dass die Variablen mit Tilde in der Größenordnung von Differenzialen liegen, dann können diese in Gl. (23.168) folgendermaßen ersetzt werden:

$$d \left(\frac{v_{E2}^m}{\bar{v}} \right) = \frac{\tilde{v}_{E2}^m}{\bar{v}}, \quad d\varepsilon_{E2}^m = \tilde{\varepsilon}_{E2}^m, \quad d \left(\frac{v_{c2}}{\bar{v}} \right) = \frac{\tilde{v}_{c2}}{\bar{v}}, \quad d\varepsilon_{23} = \tilde{\varepsilon}_{23} \quad (23.174)$$

Die Funktion f_{12} in Gl. (23.168) wird mit $\tilde{\varepsilon}_{23} = \tilde{\varepsilon}_{01} = 0$ und $\tilde{v}_{c1} = \tilde{v}_{c3} = 0$ in der Form

$$f_{12} = \left[\frac{\partial v_{E2}^m / \bar{v}}{\partial \varepsilon_{E2}^m} \right]_{\bar{P}} = \left[\frac{\tilde{v}_{E2}^m / \bar{v}}{\tilde{\varepsilon}_{E2}^m} \right]_{\bar{P}} = 1 + \frac{sT_{12}}{2} \quad (23.175)$$

geschrieben und die Funktion f_{23} mit $\tilde{\varepsilon}_{12} = \tilde{\varepsilon}_{01} = \tilde{v}_{c1} = \tilde{v}_{c3} = 0$ in der Form

$$f_{23} = \left[\frac{\partial v_{E2}^m / \bar{v}}{\partial \varepsilon_{23}} \right]_{\bar{P}} = \left[\frac{\tilde{v}_{E2}^m / \bar{v}}{\tilde{\varepsilon}_{23}} \right]_{\bar{P}} = -\frac{1}{2} (1 + sT_{23}) \quad (23.176)$$

Die Ableitung von v_{E2}^m nach v_{c2} wird auf heuristische Weise gewählt zu

$$\left[\frac{\partial v_{E2}^m / \bar{v}}{\partial v_{c2} / \bar{v}} \right]_{\bar{P}} = \left[\frac{\tilde{v}_{E2}^m / \bar{v}}{\tilde{v}_{c2} / \bar{v}} \right]_{\bar{P}} = q_2 \quad (23.177)$$

Der Faktor q_2 wird aus Gl. (23.80) übernommen. Dabei wird angenommen, dass \tilde{v}_{c2} auf v_{E2}^m ohne Verzögerung übertragen wird.

Damit erhält Gl. (23.173) die Form

$$\frac{\tilde{v}_{E2}^m}{\bar{v}} = \left(1 + \frac{sT_{12}}{2} \right) \varepsilon_{E2}^m + q_2 \frac{\tilde{v}_{c2}}{\bar{v}} - \frac{1}{2} (1 + sT_{23}) \tilde{\varepsilon}_{23} \quad (23.178)$$

Um das zweidimensionale — laterale und longitudinale — Geschwindigkeits- und Dehnungsprofil durch die eindimensionalen Variablen \tilde{v}_{E2}^m und $\tilde{\varepsilon}_{E2}^m$ quantitativ zu approximieren, müssen zusätzliche Freiheitsgrade vorgesehen werden. Daher werden die Faktoren q_{12} und q_{23} eingeführt, die bereits im stationären Zustand in Gl. (23.80) definiert wurden. Wird der Faktor (-1/2) in Gl. (23.178) in q_{23} integriert, so entstehen die endgültigen Gleichungen (23.91) bis (23.93) des *dynamischen, rekursiven q-Modells der Geschwindigkeiten und Dehnungen*.

23.12 Anhang 3: Optimierung der Zweigrößenregelung

23.12.1 Anhang 3.1: Regelstrecke

Es wird von den Gln. (23.18) und (23.40) für die zugkraftabhängige Dehnung $\tilde{\varepsilon}_{F23}$ und den Teilschnittregisterfehler \tilde{Y}_{13}^* ausgegangen, die als Regelgrößen gewählt werden:

$$\begin{aligned}\tilde{\varepsilon}_{F23} &= \frac{1}{1 + sT_{23}} \left[\tilde{\varepsilon}_{F12} + \frac{\tilde{v}_{c3} - \tilde{v}_{c2}}{\bar{v}} + (\bar{\varepsilon}_{23} - \bar{\varepsilon}_{12}) \tilde{z}_{TE2} \right] \\ &= \frac{1}{1 + sT_{23}} \left[\tilde{\varepsilon}_{F12} + \frac{\tilde{v}_{c3} - \tilde{v}_{c2}}{\bar{v}} + (\bar{\varepsilon}_{23} - \bar{\varepsilon}_{12}) e^{-sT_{12}} \tilde{z}_{TE1} \right] \quad (23.179)\end{aligned}$$

$$\tilde{Y}_{13}^* = \frac{\bar{v}}{s} \left[-\tilde{\varepsilon}_{F23} + e^{-sT_{13}} \tilde{\varepsilon}_{F01} + (\bar{\varepsilon}_{23} - \bar{\varepsilon}_{01}) e^{-sT_{13}} \tilde{z}_{TE1} + \frac{\tilde{v}_{c3}}{\bar{v}} \right] \quad (23.180)$$

Beim Auslegungsverfahren nach [1150] wird die Zweigrößen-Regelstrecke mit Hilfe der Übertragungsfunktionen G_{ij} in folgender Form geschrieben:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\varepsilon}_{F23} \\ \tilde{Y}_{13}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{v}_{c2} \\ \tilde{v}_{c3} \end{bmatrix} \quad (23.181)$$

Aus den Gln. (23.179) und (23.180) folgt, wenn die Störungsterme Null gesetzt und die Ersatzfunktionen nach Gl. (23.120) mit $k = 2$ bzw. $k = 3$ der Regelstrecke hinzugefügt werden:

$$G_{11} = -\frac{1}{\bar{\omega}} \frac{1}{1 + sT_{23}} G_{ew2} = -\frac{1}{\bar{\omega}} \frac{1}{1 + sT_{23}} \frac{1}{1 + sT_{ew2}} \quad (23.182)$$

$$\approx -\frac{1}{\bar{\omega}} \frac{1}{1 + s(T_{23} + T_{ew2})}$$

$$G_{12} = -\frac{1}{\bar{\omega}} \frac{1}{1 + sT_{23}} G_{ew3} = -\frac{1}{\bar{\omega}} \frac{1}{1 + sT_{23}} \frac{1}{1 + sT_{ew3}} \quad (23.183)$$

$$\approx \frac{1}{\bar{\omega}} \frac{1}{1 + s(T_{23} + T_{ew3})}$$

$$G_{21} = -\frac{\bar{v}}{\bar{\omega}} \frac{1}{s(1 + sT_{23})} G_{ew2} = -\frac{\bar{v}}{\bar{\omega}} \frac{1}{s(1 + sT_{23})} \frac{1}{1 + sT_{ew2}}$$

$$\approx \frac{\bar{v}}{\bar{\omega}} \frac{1}{s[1 + s(T_{23} + T_{ew2})]}$$

$$G_{22} = -\frac{\bar{v}}{\bar{\omega}} \frac{T_{23}}{1 + sT_{23}} G_{ew3} = -\frac{\bar{v}}{\bar{\omega}} \frac{T_{23}}{1 + sT_{23}} \frac{1}{1 + sT_{ew3}} \quad (23.184)$$

$$\approx \frac{\bar{v}}{\bar{\omega}} \frac{T_{23}}{1 + s(T_{23} + T_{ew3})}$$

Dabei konnte in guter Näherung gesetzt werden: $T_{ewi} \ll T_{23}$.
 Bei $\bar{v} = 4,31 \text{ ms}^{-1} \hat{=} 25000 \text{ Ex/h}$ ist bei der vorliegenden Anlage $T_{23} \approx 3,1 \text{ s}$.
 Bei maximaler Produktionsgeschwindigkeit $\bar{v} = 12,1 \text{ ms}^{-1} \hat{=} 70000 \text{ Ex/h}$ wird $T_{23} \approx 1,1 \text{ s}$, während die T_{ewk} eine Größenordnung kleiner sind.

23.12.2 Anhang 3.2: Regelkreis 1

Es wird zur Vereinfachung der Ausdruck

$$F = \frac{1}{1 - \frac{G_{12}G_{21}}{G_{11}G_{22}}} \approx \frac{sT_{23}}{1 + sT_{23}} \tag{23.185}$$

eingeführt. In Abweichung zur Vorgehensweise in [1150] werden als Übertragungsfunktionen R_{ii} (vgl. Abb. 23.28(a)) PI-Regler vorgesehen

$$R_{ii} = V_{Ki} \frac{1 + sT_{Ki}}{sT_{Ki}} \tag{23.186}$$

und so bemessen, dass die verkoppelten Variablen $\tilde{\varepsilon}_{F23}$ und \tilde{Y}_{13}^* entkoppelt werden und zwei nicht verkoppelte Regelkreise nach Abb. 23.28(b) entstehen, die unabhängig voneinander optimiert werden können.

Für die Dimensionierung von Regelkreis 1 für $\tilde{\varepsilon}_{F23}$ wird gesetzt:

$$R_{11} = FG_{K1} = \frac{sT_{23}}{1 + sT_{23}} G_{K1} \stackrel{!}{=} V_{K1} \frac{1 + sT_{K1}}{sT_{K1}} \tag{23.187}$$

Daraus folgt

$$G_{K1} = V_{K1} \frac{1 + sT_{K1}}{sT_{K1}} \frac{1 + sT_{23}}{sT_{23}} \tag{23.188}$$

Die Übertragungsfunktion des offenen Kreises lautet

$$F_{01} = G_{K1}G_{11} = -V_{K1} \frac{1 + sT_{K1}}{sT_{K1}} \frac{1 + sT_{23}}{sT_{23}} \frac{1}{\bar{\omega}} \frac{1}{1 + s(T_{23} + T_{ew2})} \tag{23.189}$$

In diesem Ausdruck darf in den Zählertermen wegen $T_{ewi} \ll T_{23}$ die Zeitkonstante T_{ew2} zu T_{23} addiert werden:

$$F_{01} \approx -\frac{V_{K1}}{\bar{\omega}} \frac{1 + sT_{K1}}{sT_{K1}} \frac{1 + s(T_{23} + T_{ew2})}{sT_{23}} \frac{1}{1 + s(T_{23} + T_{ew2})} \tag{23.190}$$

Das Ergebnis lautet:

$$F_{01} \approx -\frac{V_{K1}}{\bar{\omega}} \frac{1 + sT_{K1}}{s^2 T_{K1} T_{23}} \tag{23.191}$$

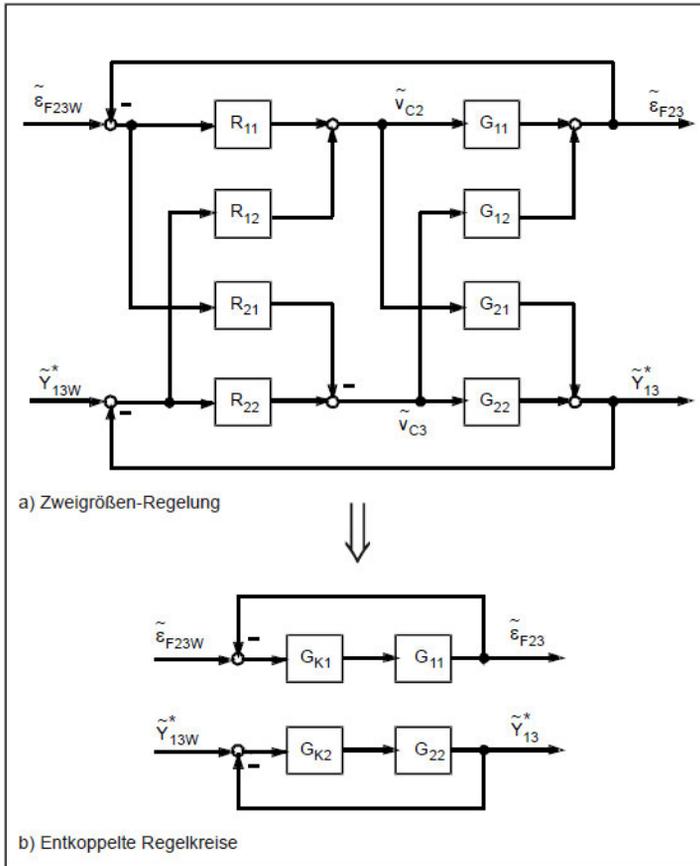


Abb. 23.28: Vollständige Reihenentkopplung eines Zwei-Größensystems

Daraus berechnet sich der geschlossene Kreis 1 zu

$$F_{G1} \approx - \frac{1 + sT_{K1}}{1 + sT_{K1} + \frac{s^2 T_{K1} T_{23} \bar{\omega}}{V_{K1}}} = - \frac{1 + sT_{K1}}{1 + \frac{2d_1}{\omega_{01}} s + \frac{1}{\omega_{01}^2} s^2} \quad (23.192)$$

Der Nenner 2. Ordnung soll konjugiert komplexe Wurzeln haben und wird mit der Standardform mit dem Dämpfungsgrad d_1 und der Kennkreisfrequenz ω_{01} verglichen. Durch Koeffizientenvergleich folgt

$$\frac{2d_1}{\omega_{01}} = T_{K1} = T_{e1} \quad (23.193)$$

mit der Ersatzzeitkonstante T_{e1} des als gut gedämpft angenommenen geschlossenen Kreises (siehe weiter unten) und dem Quadrat der Kennkreisfrequenz

$$\omega_{01}^2 = \frac{V_{K1}}{T_{K1} T_{23} \bar{\omega}} \quad (23.194)$$

Die beiden Kenngrößen bestimmen sich damit zu

$$\omega_{01} = \sqrt{\frac{V_{K1}}{T_{K1}T_{23}\bar{\omega}}} \tag{23.195}$$

und

$$d_1 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{T_{K1}V_{K1}}{T_{23}\bar{\omega}}} \tag{23.196}$$

Daraus folgt für das Produkt der Reglerparameter mit $T_{23} = l_{23}/\bar{v}$

$$T_{K1}V_{K1} = T_{e1}V_{K1} = 4d_1^2l_{23}\frac{\bar{\omega}}{\bar{v}} \tag{23.197}$$

Wird die gewünschte Ersatzzeitkonstante T_{e1} gemäß Gl. (23.193) festgelegt und der Dämpfungsgrad im gut gedämpften Bereich $1/\sqrt{2} \leq d \leq 1$ gewählt, so kann V_{K1} berechnet werden. Dabei ist zu beachten, dass $\bar{\omega}$ motorseitig und \bar{v} lastseitig definiert ist. Da nicht die Dehnung $\tilde{\varepsilon}_{F23}$, sondern die Kraft $\bar{F}_{23} = \bar{A}_e\bar{E}\tilde{\varepsilon}_{F23}$ gemessen wird, ist V_{K1} entsprechend anzupassen.

23.12.3 Anhang 3.3: Regelkreis 2

Der Kreis 2 für \tilde{Y}_{13}^* wird entsprechend behandelt. Man erhält

$$\omega_{02} = \sqrt{\frac{\bar{v}V_{K2}}{\bar{\omega}T_{K2}}} \quad \text{und} \quad d_2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\bar{v}}{\bar{w}}T_{K2}V_{K2}} \tag{23.198}$$

$$T_{K2}V_{K2} = T_{e2}V_{K2} = 4d_2^2\frac{\bar{\omega}}{\bar{v}} \tag{23.199}$$

23.12.4 Anhang 3.4: Resultierende Struktur

Interessant ist nun festzustellen, wie die beiden Entkopplungselemente aussehen. Für R_{12} und R_{21} folgen die Ausdrücke

$$\begin{aligned} R_{12} &= -\frac{G_{12}}{G_{11}}R_{22} = \frac{sT_{23}}{1+sT_{23}}G_{K2} \\ &= \frac{sT_{23}}{1+sT_{23}}V_{K2}\frac{1+sT_{K2}}{sT_{K2}}\frac{1+sT_{23}}{sT_{23}} = V_{K2}\frac{1+sT_{K2}}{sT_{K2}} \\ R_{21} &= -\frac{G_{21}}{G_{22}}R_{11} = -\frac{1}{1+sT_{23}}G_{K1} \\ &= -\frac{1}{1+sT_{23}}V_{K1}\frac{1+sT_{K1}}{sT_{K1}}\frac{1+sT_{23}}{sT_{23}} \\ &= -V_{K1}\frac{1+sT_{K1}}{sT_{K1}}\frac{1}{sT_{23}} \end{aligned} \tag{23.200}$$

Die Elemente R_{11} und R_{22} folgen aus Gl. (23.186). Nach Vereinfachung des Wirkungsplanes von Abb. 23.28 ergibt sich nun Abb. 23.19 in Kap. 23.8.2.2.

24 Modellierung und Regelung von modernen Windkraftanlagen: Eine Einführung

C. Dirscherl, Dr.-Ing. C. Hackl* & K. Schechner, München

Dieses Kapitel gibt eine Einführung in die Modellierung und Regelung von modernen Windkraftanlagen zur elektrischen Stromerzeugung. Bei der Modellierung liegt der Fokus auf den elektrischen Komponenten: Elektrische Maschine (z.B. Permanentmagnet-Synchrongenerator), Back-to-Back Converter (Umrichter bestehend aus maschinen- und netzseitigem Wechselrichter mit gemeinsamen Spannungszwischenkreis), Netzfilter und (ideales) Stromnetz. Die Aerodynamik und die Momentenbildung der Windturbine werden vereinfacht mithilfe eines sogenannten Leistungsbeiwertes erklärt. Bei der Regelung werden – ausgehend von einer knappen Herleitung der unterlagerten, maschinen- und netzseitigen Stromregelkreise – besonders ausführlich die Phase-Locked Loop Regelung zur netzseitigen Spannungsorientierung, die nichtlineare Drehzahlregelung des Generators bzw. der Turbine und die nicht-minimalphasige Spannungszwischenkreisregelung besprochen. Anhand der Leistungsbilanz der Windkraftanlage wird die Steuerung des Leistungsflusses durch die Anlagenregelung erläutert. Abschließende Simulationsergebnisse illustrieren das Systemverhalten einer geregelten Windkraftanlage mit Permanentmagnet-Synchrongenerator.

24.1 Motivation und Einleitung

Spätestens durch die Einführung des „Erneuerbare Energien Gesetzes (EEG)“ im Jahre 2000 wurde in Deutschland eine öffentliche Debatte über die zukünftige Energieversorgung angestoßen: Wie ist langfristig (und nachhaltig) eine zuverlässige und bezahlbare Energieversorgung zu erreichen? Verstärkt durch die Katastrophe von Fukushima und die immer dramatischer klingenden Berichte des Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC) scheint ein Umdenken unausweichlich: Weg von fossilen Energieträgern, hin zu „erneuerbaren Energiequellen“, wie z.B. Biomasse, Sonne, Wasser und Wind.

*Korrespondenzautor: Dr.-Ing. Christoph Hackl (christoph.hackl@tum.de). Munich School of Engineering, Technische Universität München, Leiter der Forschergruppe „Control of renewable energy systems“ (www.cres.mse.tum.de).

24.1.1 Windenergie: Hoffnungsträger der Energiewende

Die Energiewende stellt eine besondere Herausforderung für Politik, Wirtschaft und Forschung dar. Die Problemstellung ist komplex, interdisziplinär und länderübergreifend. Neben beispielsweise der Umgestaltung der Energienetze und der Entwicklung geeigneter Energiespeichertechnologien liegt besonderes Augenmerk auf regenerativen Energiequellen. Die „Erneuerbaren Energien“ Biomasse/biogene Abfälle, Geothermie, Photovoltaik, Wasserkraft und Windkraft (onshore/offshore) gelten als Motoren der Energiewende (siehe [1183, S. 1]). Hierbei kommt der Windenergie eine besondere Rolle zu. Sie gilt als *der* „Hoffnungsträger“ [1205] der Energiewende. In 2012 waren Windkraftanlagen mit einer Gesamtnennleistung von 31.156 MW in Deutschland installiert und speisten 50.670 GW h in das Energienetz ein. Dies entsprach einem Anteil von knapp 8 % des gesamten Stromverbrauches in Deutschland bzw. 34 % des erneuerbaren Strommixes (siehe [1184, S. 7–17]). Insbesondere sind die Zuwächse der neu installierten Onshore- bzw. Offshore-Nennleistung weiterhin hoch. So wurden in 2013 neue Onshore-Anlagen mit einer Nennleistung von 2.851 MW (Zuwachsrate von 9,0 %) und neue Offshore-Anlagen mit einer Nennleistung von 240 MW (Zuwachsrate von 80 %) installiert (siehe [1184, S. 7]).

Von besonderer Bedeutung sind die bereits wettbewerbsfähigen Stromgestehungskosten der Onshore-Windkraft. Onshore-Großanlagen mit Stromgestehungskosten von 4, 5 € Cent/kWh sind günstiger als Photovoltaik, Wasserkraft, Biogas, Steinkohle und Gas & Dampf und stellen somit bereits heute eine wirtschaftliche Alternative zu den meisten fossilen Energieträgern dar. Lediglich Braunkohle-Kraftwerke können derzeit mit 3, 8 € Cent/kWh den günstigsten Strom produzieren (siehe [1197] und Tab. 4.12 in [1190]).

24.1.2 Moderne Windkraftanlagen

Moderne Windkraftanlagen werden fast ausschließlich zur Stromerzeugung eingesetzt. In der Vergangenheit kamen verschiedenste Windkraftanlagenkonzepte – ausgeführt als Auftriebs- oder Widerstandsläufer – mit horizontaler oder vertikaler Drehachse und einem oder mehreren Rotorblättern zum Einsatz. Heutzutage hat sich der Auftriebsläufer mit horizontaler Drehachse und drei Rotorblättern durchgesetzt. Eine solche Anlage ist schematisch in Abb. 24.1 dargestellt. Das Funktionsprinzip zur Wandlung der kinetischen Windenergie in Rotationsenergie ist bei allen Konzepten ähnlich.

24.1.2.1 Funktionsprinzip

Windkraftanlagen entnehmen den sie umströmenden Luftpartikeln – dem Wind – mit Geschwindigkeit v_W [m/s] kinetische Energie und wandeln diese in Rotationsenergie um, welche schließlich durch einen Generator in elektrische Energie umgewandelt wird.

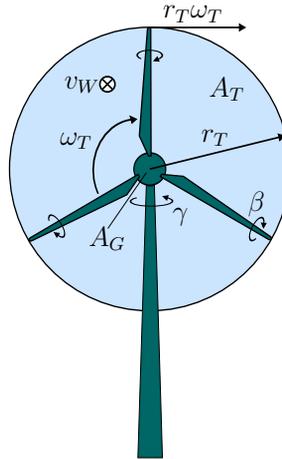


Abb. 24.1: Frontalansicht einer Windturbine mit idealer Anströmung (Abbildung basiert auf Bild 6.9 in [1202]).

In Abb. 24.1 ist die Frontalansicht einer modernen Windkraftanlage dargestellt. Der Rotor mit Radius r_T [m] und Rotorfläche $A_T = \pi r_T^2$ [m²] besteht aus drei Rotorblättern. Jedes der Rotorblätter kann mithilfe des Pitch-Systems um die eigene Achse um den Pitch-Winkel β [°] verdreht werden. Um die Rotorfläche optimal, d.h. senkrecht, zum Wind auszurichten, verfügen moderne Windkraftanlagen über ein Gier-System (engl. yaw system), das die gesamte Gondel mit Rotor um den Gierwinkel γ [°] in den (oder aus dem) Wind drehen kann. Die Regelung des Gier-Systems wird im Folgenden nicht weiter behandelt.

In Abb. 24.1 bläst der Wind in die Bildebene hinein. Die effektive zur Energiewandlung nutzbare Fläche $A_T = \pi r_T^2 - A_G$ ist um die Gondelfläche A_G [m²] reduziert. Bei modernen Windkraftanlagen mit großen Rotordurchmessern gilt $\pi r_T^2 \gg A_G$, so dass $A_T \approx \pi r_T^2$ eine zulässige Annahme darstellt. Die kinetische Energie des Windes wird in Rotationsenergie des Rotors gewandelt, also in eine Drehbewegung mit der Winkelgeschwindigkeit ω_T [rad/s].

24.1.2.2 Energie und Leistung des Windes

Wind stellt eine Bewegung der Luft dar und die sich bewegenden Luftpartikel besitzen kinetische Energie. Für ein mit Luft der Dichte ϱ [kg/m³] gefülltes Volumen V [m³] im Raum lässt sich die kinetische Energie (Windenergie)

$$\forall t \geq 0: \quad E_W(t) := \frac{1}{2} \underbrace{\varrho(t) V(t)}_{=: m(t)} v_W(t)^2 \quad [\text{J} = \text{Nm}] \quad (24.1)$$

dieses Luftvolumens in Abhängigkeit der Masse m [kg] und der Windgeschwindigkeit v_W [$\frac{\text{m}}{\text{s}}$] zu jedem Zeitpunkt $t \geq 0$ angeben (siehe z.B. [1185], [1191, Kap. 5] oder [1202, Kap. 6.4]).

Unter den vereinfachenden Annahmen

Annahme (A.1) einer konstanten Windgeschwindigkeit¹, d.h. $\frac{d}{dt}v_W(t) = 0$ für alle $t \geq 0$, und

Annahme (A.2) einer konstanten Luftdichte², d.h. $\frac{d}{dt}\rho(t) = 0$ für alle $t \geq 0$, führt die zeitliche Ableitung der Windenergie $E_W(t)$ auf die „Windleistung“

$$\forall t \geq 0: \quad p_W(t) := \frac{d}{dt}E_W(t) \stackrel{(24.1),(A.1)}{=} \frac{1}{2} \frac{d}{dt}m(t) v_W^2 \quad [\text{W}]. \quad (24.2)$$

Der Massenstrom $\frac{d}{dt}m(t)$ $[\frac{\text{kg}}{\text{s}}]$, der sich mit v_W durch eine Fläche A $[\text{m}^2]$ bewegenden Luftpartikel, ist unter Berücksichtigung von Annahme (A.2) gegeben durch

$$\forall t \geq 0: \quad \frac{d}{dt}m(t) \stackrel{(A.2)}{=} \rho \frac{d}{dt}V(t) = \rho A v_W. \quad (24.3)$$

Setzt man (24.3) in (24.2) ein, erhält man die im Wind enthaltene Leistung

$$\forall t \geq 0: \quad p_W(t) \stackrel{(24.1),(24.3)}{=} \frac{1}{2} \rho A v_W^3 \geq 0. \quad (24.4)$$

Unter den Annahmen (A.1) und (A.2) ist die Windleistung (24.4) für jeden Zeitpunkt $t \geq 0$ konstant und nicht-negativ.

24.1.2.3 Maximal mögliche Leistungsentnahme: Der Betz-Faktor

In Abb. 24.2 ist der Strömungsverlauf des Windes vor, an und nach einer Windkraftanlage mit Turbinenradius r_T $[\text{m}]$ dargestellt. Der Wind tritt mit einer Geschwindigkeit

$$v_1 = v_W \quad (24.5)$$

durch die Kreisfläche A_1 $[\text{m}^2]$ in den Strömungskanal ein und erreicht die Rotorblätter, welche die Kreisfläche

$$A_2 = \pi r_T^2 \quad [\text{m}^2] \quad (24.6)$$

aufspannen, mit einer abgebremsten Windgeschwindigkeit v_2 $[\text{m/s}]$. Beim Ausreten aus dem Kanal über die Kreisfläche A_3 $[\text{m}^2]$ besitzt der Wind die Geschwindigkeit v_3 $[\text{m/s}]$. Aufgrund der Massenerhaltung muss im Strömungskanal ein konstanter Massenstrom vorherrschen, d.h.

$$\forall t \geq 0: \quad \frac{d}{dt}m(t) \stackrel{(24.3)}{=} \rho A_1 v_1 \stackrel{(24.5)}{=} \rho A_1 v_W = \rho A_2 v_2 \stackrel{(24.6)}{=} \rho \pi r_T^2 v_2 = \rho A_3 v_3 \geq 0. \quad (24.7)$$

¹Annahme (A.1) stellt eine starke Vereinfachung dar und ist in der Regel nicht gültig. Die Windgeschwindigkeit ist eine chaotische, schnell veränderliche Größe.

²Die Dichte hängt von Temperatur und Luftdruck ab. Diese Umgebungsgrößen ändern sich nur langsam (vgl. [1191, S. 181], [1202, S. 248]). Daher ist Annahme (A. 2) in den meisten Fällen gerechtfertigt.

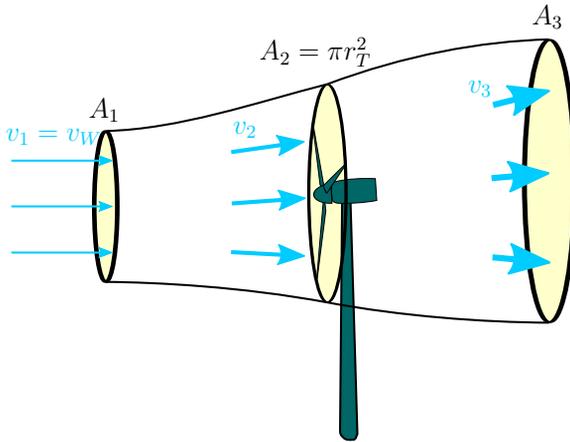


Abb. 24.2: Strömungsverlauf bei einer frei umströmten Windturbine nach [1202, Bild 6.6]. Fläche A_2 entspricht der Rotorebene.

Demzufolge muss gelten

$$v_1 = v_W > v_2 > v_3 \implies A_1 < A_2 = \pi r_T^2 < A_3.$$

Durch das Abbremsen in der Rotorfläche (24.6) der Turbine wird dem Wind *ein Teil* seiner Leistung p_W entnommen. Dieser Anteil kann zur elektrischen Stromerzeugung genutzt werden. Allerdings kann *nicht* die komplette Windleistung durch die Turbine entnommen werden. Hierzu müsste der Wind in Ebene A_3 hinter der Turbine auf null abgebremst werden, was zu einem Aufstauen der Luft hinter der Windkraftanlage führen würde. Die Turbine entnimmt dem Wind in Ebene A_2 die Energie(-differenz)

$$E_T(t) = \frac{1}{2} \underbrace{\rho V_1(t)}_{=m_1(t)} v_1^2 - \frac{1}{2} \underbrace{\rho V_3(t)}_{=m_3(t)} v_3^2 \quad (24.8)$$

wobei $V_1(t)$ [m^3] bzw. $m_1(t)$ [kg] und $V_3(t)$ [m^3] bzw. $m_3(t)$ [kg] den Luftvolumina bzw. Luftmassen in den Ebenen A_1 und A_3 entsprechen. Durch zeitliches Ableiten erhält man die entnommene Turbinenleistung

$$\forall t \geq 0: \quad p_T(t) := \frac{d}{dt} E_T(t) \stackrel{(24.8),(A.1)}{=} \frac{1}{2} \left(\frac{d}{dt} m_1(t) v_1^2 - \frac{d}{dt} m_3(t) v_3^2 \right) \stackrel{(24.7)}{=} \frac{1}{2} \frac{d}{dt} m(t) (v_1^2 - v_3^2), \quad (24.9)$$

wobei der Massenstrom durch die Rotorfläche A_2 gegeben ist durch

$$\frac{d}{dt} m(t) \stackrel{(24.7)}{=} \rho A_2 v_2 = \rho \pi r_T^2 v_2. \quad (24.10)$$

Es wurde bereits im Jahre 1925 von Albert Betz (siehe [1185]) gezeigt, dass die Geschwindigkeit v_2 in der Turbinenebene A_2 durch den (arithmetischen) Mittelwert

$$v_2 = \frac{(v_1 + v_3)}{2} \tag{24.11}$$

der Geschwindigkeiten $v_1 = v_W$ und v_3 angenähert werden kann. Später wurde Betzs Aussage mittels des *Froude-Rankineschem Theorems* [1191, S. 185–186] bewiesen. Setzt man (24.10) und (24.11) in (24.9) ein, lässt sich die Turbinenleistung wie folgt schreiben

$$p_T \stackrel{(24.9)}{=} \frac{1}{2} \frac{d}{dt} m (v_1^2 - v_3^2) \stackrel{(24.10)}{=} \frac{1}{2} \rho A_2 v_2 (v_1^2 - v_3^2) \\ \stackrel{(24.11)}{=} \frac{1}{2} \rho A_2 \frac{(v_1 + v_3)}{2} (v_1^2 - v_3^2) = \frac{1}{2} \rho A_2 v_1^3 \left[\frac{1}{2} \frac{(v_1 + v_3)(v_1^2 - v_3^2)}{v_1^3} \right].$$

Für $v_1 = v_W$ und $A_2 = \pi r_T^2$ erhält man schließlich folgenden Ausdruck für die Turbinenleistung

$$p_T = \underbrace{\frac{1}{2} \rho \pi r_T^2 v_W^3}_{=p_W, \text{ siehe (24.4)}} \underbrace{\left[\frac{1}{2} \left(1 + \frac{v_3}{v_W} \right) \left(1 - \frac{v_3^2}{v_W^2} \right) \right]}_{:=c_P(v_W, v_3)}. \tag{24.12}$$

Die Turbinenleistung p_T hängt somit von der Windleistung p_W und dem Verhältnis $\frac{v_3}{v_W}$ ab. Der (variante) Faktor c_P [1] wird *Leistungsbeiwert* genannt und stellt ein Maß für die entnehmbare Leistung dar. Für das Verhältnis $\frac{v_3}{v_W}$ kann ein optimaler Wert gefunden werden, so dass die Turbinenleistung maximal ist. Hierzu formt man den Leistungsbeiwert wie folgt um

$$c_P(v_W, v_3) \stackrel{(24.12)}{=} \frac{1}{2} \left(- \left(\frac{v_3}{v_W} \right)^3 - \left(\frac{v_3}{v_W} \right)^2 + \frac{v_3}{v_W} + 1 \right), \tag{24.13}$$

leitet ihn nach dem Verhältnis $\frac{v_3}{v_W}$ ab und setzt die Ableitung zu null, d.h.

$$\frac{dc_P(v_W, v_3)}{d\left(\frac{v_3}{v_W}\right)} \stackrel{(24.13)}{=} \frac{1}{2} \left(-3 \left(\frac{v_3}{v_W} \right)^2 - 2 \left(\frac{v_3}{v_W} \right) + 1 \right) \stackrel{!}{=} 0. \tag{24.14}$$

Die quadratische Gleichung besitzt die beiden Lösungen

$$\boxed{\frac{v_3}{v_W} = \frac{1}{3}} \quad \text{und} \quad \frac{v_3}{v_W} = -1. \tag{24.15}$$

Das Verhältnis $\frac{v_3}{v_W} = -1$ stellt keine physikalisch sinnvolle Lösung der quadratischen Gleichung (24.14) dar, da für $v_3 = -v_W$ die Windrichtung in Ebene A_3 das entgegengesetzte Vorzeichen hätte. Somit beschreibt $\frac{v_3}{v_W} = \frac{1}{3}$ das optimale Verhältnis der ein- und ausströmenden Windgeschwindigkeiten für das die maximal mögliche Turbinenleistung entnommen werden kann. Die Windgeschwindigkeit v_W in Ebene A_1 muss also in der Turbinenebene A_2 auf

$$v_2 \stackrel{(24.15), (24.11)}{=} \frac{1 + \frac{1}{3}}{2} v_W = \frac{2}{3} v_W$$

abgebremst werden, um die maximale Turbinenleistung entnehmen zu können. Einsetzen von $v_3 = \frac{1}{3}v_W$ in (24.13) ergibt den maximalen Leistungsbeiwert – den

$$\boxed{\text{Betz-Faktor: } c_{P,\text{Betz}} := c_P\left(v_W, \frac{1}{3}v_W\right) \stackrel{(24.13)}{=} \frac{16}{27} \approx 0,59.} \quad (24.16)$$

Diese allgemeinen Herleitung zeigt, dass unabhängig von der eingesetzten Windkraftanlagentechnologie, nicht mehr als $16/27$ der Windleistung in Turbinenleistung umgewandelt werden können. Es gilt somit

$$p_T = c_P(v_W, v_3) p_W \stackrel{(24.4)}{=} c_P(v_W, v_3) \frac{1}{2} \rho \overbrace{\pi r_T^2}^{=A=A_T=A_2} v_W^3 \leq c_{P,\text{Betz}} p_W \stackrel{(24.16)}{=} \frac{16}{27} p_W. \quad (24.17)$$

24.1.2.4 Kernkomponenten

Eine Windkraftanlage ist ein komplexes mechatronisches System und besteht aus einer Vielzahl von Komponenten. Für moderne Windkraftanlagen mit über 1 MW Nennleistung können folgende Kernkomponenten identifiziert werden:

- Windturbine (Auftriebsläufer mit horizontaler Drehachse und drei pitch-regelten Rotorblättern),
- Getriebe (kann abhängig vom Generatortyp entfallen),
- elektrische Maschine (Generator, z.B. doppelt-gepeiste Asynchrongenerator oder Permanentmagnet-Synchrongenerator),
- Back-to-Back Converter (Umrichter auf Maschinen- und Netzseite mit gemeinsamen Spannungszwischenkreis),
- Netzdrossel (Filter zur Einprägung sinusförmiger Ströme),
- Transformator (zur Hochsetzung auf höhere Spannungsniveaus, z.B. Mittelspannung von 1 kV bis 36 kV, vgl. [1189, S. 8]) und
- Stromnetz (als idealer Spannungsgeber und Leistungssenke mit fester Frequenz $f_0 = 50$ Hz).

Diese Kernkomponenten sind in Abb. 24.3 dargestellt und werden in den gekennzeichneten Abschnitten näher diskutiert. Die gestrichelten Linien in Abb. 24.3 entsprechen der zusätzlich nötigen Verdrahtung/Verschaltung bei Verwendung eines doppelt-gepeisten Asynchrongenerators. In diesem Beitrag wird verstärkt auf die Modellierung und Regelung der elektrischen (Sub-)Systeme eingegangen. Die Modellierung der Aerodynamik des Rotors erfolgt über eine approximierende Vorstellung mithilfe des sogenannten Leistungsbeiwertes (oder Leistungsfaktors).

24.1.2.5 Anlagenregelung, Betriebsführung und Betriebsbereiche

Bei der Betriebsführung von Windkraftanlagen können vereinfachend *vier Betriebsbereiche* in Abhängigkeit der Windgeschwindigkeit (siehe [1191, Kap. 12] oder [1202, Kap. 6.4.2.3]) unterschieden werden. Diese vier Betriebsbereiche sind in Abb. 24.4 dargestellt³. In Abhängigkeit der Windgeschwindigkeit wird die Betriebsführung einen Betrieb im entsprechenden Bereich sicherstellen und entsprechende Referenzsignale an die Anlagenregelung weitergeben (siehe Abb. 24.3). Der Anlagenregelung stehen drei Eingriffsmöglichkeiten (Stellgrößen) zur Regelung der Windkraftanlage zur Verfügung. Die Stellgrößen der Windkraftanlage sind der Referenz-Pitch-Winkel β_{ref} (bei Vernachlässigung der unterlagerten Positionsregelung) und der maschinenseitige s_M^{abc} [1]³ und der netzseitige Schaltvektor s_N^{abc} [1]³ zur Steuerung des Back-to-Back Converters.

Der Betriebszustand wird bestimmt durch Messung u.a. der Windgeschwindigkeit v_W [m/s], des Pitch-Winkels β [°], der Turbinen- ω_T [rad/s] bzw. Maschinenwinkelgeschwindigkeit ω_M [rad/s], der Stator- i_s^{abc} [A]³ und Filterstrangströme i_F^{abc} [A]³, der Zwischenkreisspannung u_{DC} [V] und der (transformierten) Netzspannung u_0^{abc} [V]³ am Einspeisepunkt (engl. Point of Common Coupling (PCC)). Am Einspeisepunkt wird die Momentanleistung p_{PCC} [W] und die Blindleistung Q_{PCC} [var] ins Netz eingesepeist bzw. mit dem Netz ausgetauscht.

Die vier Betriebsbereiche einer Windkraftanlage lassen sich einteilen in:

- **Betriebsbereich I:** Die Windgeschwindigkeit $v_W \in [0, v_{\text{cut-in}})$ liegt unter der nötigen (Mindest-)Einschaltwindgeschwindigkeit $v_{\text{cut-in}}$ [$\frac{\text{m}}{\text{s}}$] um einen wirtschaftlichen Betrieb zu gewährleisten. Die Windkraftanlage befindet sich im Stillstand oder trudelt. Da die Mindesteinspeiseleistung $p_{\text{PCC,min}} > 0$ [W] nicht erreicht würde, ist der Generator nicht mit dem Netz verbunden. Somit ist die Einspeiseleistung p_{PCC} [W] am Netzeinspeisepunkt gleich null. Die Drehzahlregelung des Generators ist inaktiv. Gemäß der Sollvorgabe β_{ref} des Pitch-Winkels durch die Betriebsführung wird über das Pitch-System die Turbinenwinkelgeschwindigkeit ω_T geregelt (Stillstand oder kontrolliertes Trudeln). Die Zwischenkreisspannungsregelung ist aktiv (oder kann aktiv sein) und gewährleistet eine Festwertregelung auf den Sollwert $u_{\text{DC,ref}} > 0$ [V]. So kann bei Überschreiten der Einschaltgeschwindigkeit $v_{\text{cut-in}}$ direkt in Betriebsbereich II übergegangen werden.
- **Betriebsbereich II:** Die Windgeschwindigkeit $v_W \in [v_{\text{cut-in}}, v_{\text{nenn}})$ liegt zwischen Einschaltgeschwindigkeit $v_{\text{cut-in}}$ und Nennwindgeschwindigkeit v_{nenn} [$\frac{\text{m}}{\text{s}}$]. Die Windkraftanlage wird mit variabler Drehzahl betrieben. Die Turbinenleistung p_T [W] variiert zwischen null und der Turbinennennleistung. Ziel ist der Betrieb im maximalen Leistungspunkt (engl. maximum

³Weitere Betriebszustände (z.B. bedingt durch Fehler in der Windkraftanlage oder im Netz) und An- oder Abfahrtsroutinen werden nicht betrachtet. Eine detailliertere Beschreibung der Betriebsführung kann Kapitel 5.6 in [1194] entnommen werden.

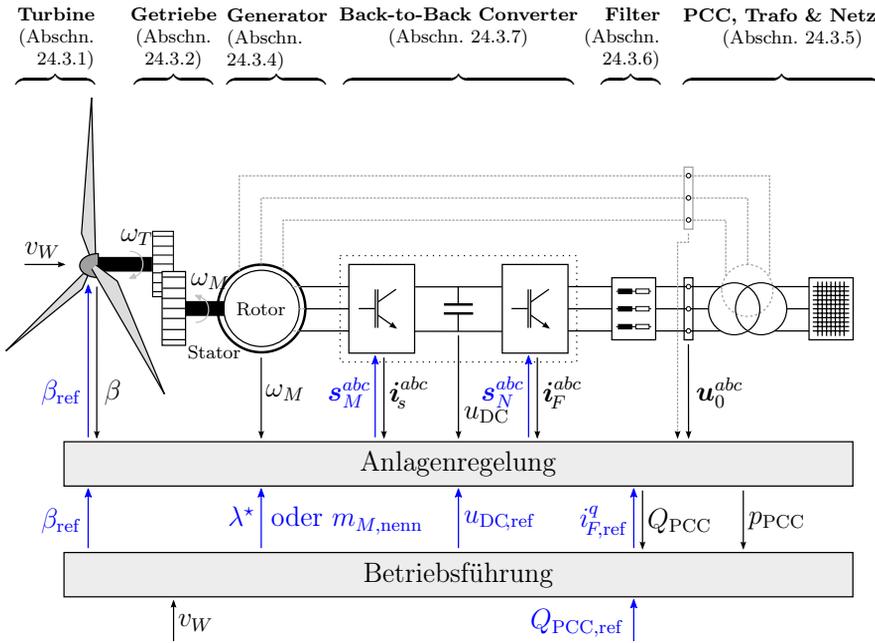


Abb. 24.3: Kernkomponenten, Regelung und Betriebsführung einer Windkraftanlage mit Führungs-, Stell- und Referenzgrößen.

power point) mit optimaler Schnelllaufzahl λ^* [1], was die Drehzahlregelung durch „Maximum Power Point Tracking (MPPT)“ sicherstellt. Die Pitch-Regelung hält den Pitch-Winkel bei null, d.h. $\beta = \beta_{ref} = 0$ [°]. Abhängig von der Blindleistungsreferenzvorgabe $Q_{PCC,ref}$ [var] wird über die Stromreferenz $i_{F,ref}^q$ [A] die gewünschte Blindleistung Q_{PCC} im Netzeinspeisepunkt erzeugt. Die ins Netz eingespeiste Momentanleistung p_{PCC} (bzw. Wirkleistung P_{PCC} [W]) hängt von der Turbinenleistung p_T ab und variiert zwischen der minimalen Einspeiseleistung $p_{PCC,min}$ und der Einspeisenennleistung $p_{PCC,nenn}$ [W], d.h. *stationär* gilt $p_{PCC,min} \leq p_{PCC} < p_{PCC,nenn} < p_T$ (siehe Abb. 24.4).

- **Betriebsbereich III:** Die Windgeschwindigkeit $v_W \in [v_{nenn}, v_{cut-out})$ liegt zwischen Nennwindgeschwindigkeit v_{nenn} und Ausschaltwindgeschwindigkeit $v_{cut-out}$ [$\frac{m}{s}$]. Die Windkraftanlage läuft im Nennpunkt. Die Turbinenleistung p_T entspricht der Turbinennennleistung. Der Generator stellt sein Nennmoment $m_{M,nenn}$ [Nm]. Die Turbinenwinkelgeschwindigkeit ω_T wird nun über das Pitch-System geregelt, um einen Betrieb im Nennpunkt zu garantieren. Die Steuerung der Blindleistung erfolgt über die Referenzvorgabe $i_{F,ref}^q$ in Abhängigkeit des Blindleistungssollverlaufs $Q_{PCC,ref}$. Die ins Netz abgegebene Leistung p_{PCC} entspricht der Einspeisenennleistung $p_{PCC,nenn}$, d.h. *stationär* gilt $p_{PCC} = p_{PCC,nenn} < p_T$.

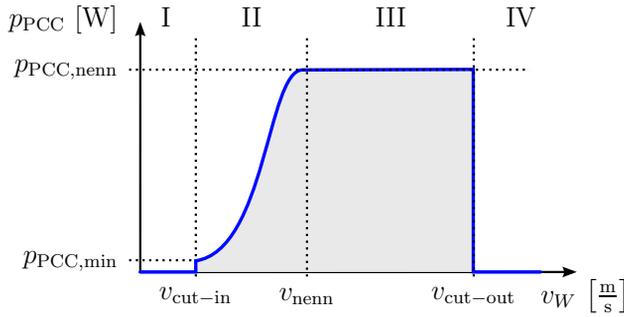


Abb. 24.4: Die vier Betriebsbereiche einer Windkraftanlage (Abb. basiert auf [1191, Abb. 12-2]).

- **Betriebsbereich IV:** Für Windgeschwindigkeiten $v_W > v_{cut-out}$ ist die im Wind enthaltene Leistung so groß, dass ein sicherer Betrieb der Windkraftanlage nicht mehr gewährleistet werden kann (Sicherheitsabschaltung). Die Windkraftanlage wird aktiv bis zum Stillstand abgebremst (z.B. durch Bremsklappen an den Rotorblattspitzen oder indem die Rotorblätter aus dem Wind gedreht werden) und im Stillstand arretiert. Turbinenleistung und Leistungsabgabe ins Netz sind null, d.h. $p_T = p_{PCC} = 0$.

Die Windgeschwindigkeitsgrenzen v_{cut-in} , v_{nenn} und $v_{cut-out}$ der vier Betriebsbereiche sind anlagenspezifisch und variieren mit Anlagentyp und -design.

24.2 Nomenklatur und Grundlagen

In diesem Abschnitt werden die verwendete Nomenklatur vorgestellt und die Grundlagen zu elektrischen Dreiphasensystemen wiederholt. Hierzu soll – im Gegensatz zur komplexen Darstellung in Abschnitt 13.1 – die Raumzeigertheorie in *Vektor-/Matrixschreibweise* eingeführt und die Berechnung von Momentan-, Wirk-, Blind- und Scheinleistung im Sinne der “Instantaneous Power Theory” (siehe [1213, App. B]) erweitert werden.

24.2.1 Elektrische Dreiphasensysteme

Zur Beschreibung von dreiphasigen Energiesystemen werden Vektorgrößen verwendet. Hierzu wird folgender (Signal-)Vektor

$$\mathbf{x}^{abc} : \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad t \mapsto \mathbf{x}^{abc}(t) := \begin{pmatrix} x^a(t) \\ x^b(t) \\ x^c(t) \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} \hat{x}^a(t) \cos(\phi_x^a(t)) \\ \hat{x}^b(t) \cos(\phi_x^b(t)) \\ \hat{x}^c(t) \cos(\phi_x^c(t)) \end{pmatrix}$$

mit kosinusförmigen Komponenten eingeführt. Der Vektor ist zeitvariant und hängt vom Zeitpunkt $t \geq 0$ [s] ab. Die einzelnen Phasengrößen $x^a(t)$, $x^b(t)$, $x^c(t)$

besitzen die Amplituden $\hat{x}^a(t), \hat{x}^b(t), \hat{x}^c(t) > 0$ und die Phasenwinkel $\phi_x^a(t), \phi_x^b(t), \phi_x^c(t) \in \mathbb{R}$ [rad]. Hierbei kann \mathbf{x} (bzw. x) entweder dem Phasenstromvektor \mathbf{i} [A]³ (bzw. dem Phasenstrom i [A]), Phasenspannungsvektor \mathbf{u} [V]³ (bzw. der Phasenspannung u [V]) oder dem verketteten Flussvektor $\boldsymbol{\psi}$ [Vs]³ (bzw. dem verketteten Fluss ψ [Vs]) entsprechen, d.h. $\mathbf{x} \in \{\mathbf{i}, \mathbf{u}, \boldsymbol{\psi}\}$ (bzw. $x \in \{i, u, \psi\}$). So wird beispielsweise

$$\mathbf{i}^{abc}(t) = \begin{pmatrix} i^a(t) \\ i^b(t) \\ i^c(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{i}^a(t) \cos(\phi_i^a(t)) \\ \hat{i}^b(t) \cos(\phi_i^b(t)) \\ \hat{i}^c(t) \cos(\phi_i^c(t)) \end{pmatrix}$$

für die Ströme in den Strängen (Phasen) a, b, c zum Zeitpunkt $t \geq 0$ geschrieben.

24.2.1.1 Symmetrisches Dreiphasensystem

In diesem Kapitel werden hauptsächlich *symmetrische Dreiphasensysteme* (symmetrische Drehstromsysteme) betrachtet, so dass die folgenden Annahmen für die Phasenströme und die Phasenspannungen gelten:

Annahme (A.3) *Alle Phasen haben für alle Zeitpunkte die gleiche Amplitude, d.h.*

$$\forall t \geq 0: \quad \hat{x}(t) := \hat{x}^a(t) = \hat{x}^b(t) = \hat{x}^c(t). \quad (24.18)$$

Annahme (A.4) *Die Phasenwinkel sind für alle Zeitpunkte um $\frac{2}{3}\pi$ zueinander versetzt, d.h.*

$$\forall t \geq 0: \quad \phi_x(t) := \phi_x^a(t) = \phi_x^b(t) + \frac{2}{3}\pi = \phi_x^c(t) + \frac{4}{3}\pi. \quad (24.19)$$

Aufgrund des trigonometrischen Additionstheorems (vgl. [1203, S. 124])

$$\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}: \quad \cos(\alpha) + \cos(\beta) = 2 \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) \quad (24.20)$$

und der Symmetrieeigenschaften (24.18) und (24.19) ergibt sich folgende Eigenschaft: Symmetrische Drehstromgrößen ergeben in Summe null, denn es gilt

$$\begin{aligned} \forall t \geq 0: \quad x^a(t) + x^b(t) + x^c(t) &= \\ &\stackrel{(24.18),(24.19)}{=} \hat{x}(t) \left[\cos(\phi_x(t)) + \cos\left(\phi_x(t) - \frac{2}{3}\pi\right) + \cos\left(\phi_x(t) - \frac{4}{3}\pi\right) \right] \\ &\stackrel{(24.20)}{=} \hat{x}(t) \left[2 \cos\left(\phi_x(t) - \frac{1}{3}\pi\right) \underbrace{\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)}_{=\frac{1}{2}} + \cos\left(\phi_x(t) - \frac{4}{3}\pi\right) \right] \\ &\stackrel{(24.20)}{=} \hat{x}(t) \left[\cos(\phi_x(t)) \underbrace{\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)}_{=0} \right] = 0. \end{aligned} \quad (24.21)$$

Bemerkung 24.1. *Für Drehstromsysteme in Sternschaltung kann die Überlegung $i^a(t) + i^b(t) + i^c(t) = 0$ direkt mithilfe der Kirchhoffschen Knotenregel abgeleitet werden.*

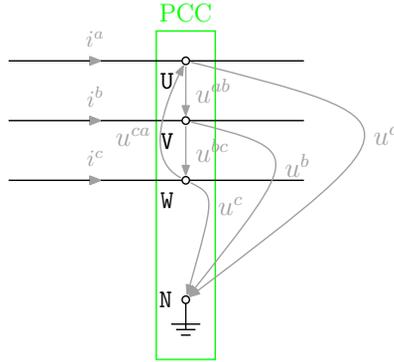


Abb. 24.5: Signale am Einspeisepunkt (engl. Point of Common Coupling (PCC)) mit (virtuellem) Bezugspunkt N und Klemmen U , V und W : Phasenströme $\mathbf{i}^{abc} = (i^a, i^b, i^c)^\top$, Phasenspannungen $\mathbf{u}^{abc} = (u^a, u^b, u^c)^\top$ und verkettete Spannungen $\mathbf{u}_{\text{verk}}^{abc} = (u^{ab}, u^{bc}, u^{ca})^\top$.

24.2.1.2 Zusammenhang zwischen Phasen- und verketteten Größen

Ein allgemeines Dreiphasensystem ist in Abb. 24.5 dargestellt. Direkt messbare Spannungen in solch einem Dreiphasensystem sind die sogenannten Leiter-zu-Leiter oder *verketteten* Spannungen. Anwenden der Kirchhoffschen Maschenregel in Abb. 24.5 führt auf den verketteten Spannungsvektor

$$\forall t \geq 0: \quad \mathbf{u}_{\text{verk}}^{abc}(t) := \begin{pmatrix} u^{ab}(t) \\ u^{bc}(t) \\ u^{ca}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u^a(t) - u^b(t) \\ u^b(t) - u^c(t) \\ u^c(t) - u^a(t) \end{pmatrix}. \quad (24.22)$$

Aus den verketteten Spannungen $\mathbf{u}_{\text{verk}}^{abc}(t)$ kann unter gewissen Annahmen auf die Phasenspannungen

$$\mathbf{u}^{abc}(t) := (u^a(t), u^b(t), u^c(t))^\top \quad (24.23)$$

zurückgerechnet werden. Umschreiben von (24.22) in Matrixschreibweise ergibt

$$\mathbf{u}_{\text{verk}}^{abc}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{=: \mathbf{T}_V^*} \mathbf{u}^{abc}(t). \quad (24.24)$$

Die Matrix \mathbf{T}_V^* ist singulär⁴. Somit kann *nicht* nach $\mathbf{u}^{abc}(t)$ aufgelöst werden. Für symmetrische Drehstromsysteme (d.h. (24.18) und (24.19) gelten) lässt sich eine linear unabhängige Basis finden, so gilt nach (24.21) beispielsweise $u^a(t) = -u^b(t) - u^c(t)$ für alle $t \geq 0$. Hiermit lässt sich die letzte Zeile in \mathbf{T}_V^* durch

$$u^{ca}(t) = (-1 \ 0 \ 1) \mathbf{u}^{abc}(t) = (0 \ 1 \ 2) \mathbf{u}^{abc}(t) \quad (24.25)$$

⁴Die Zeilen sind linear abhängig. So gilt z.B. Zeile 1 + Zeile 2 = - Zeile 3.

ersetzen. Man erhält

$$\mathbf{u}_{\text{verk}}^{abc}(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}}_{=: \mathbf{T}_V} \mathbf{u}^{abc}(t) \stackrel{\det(\mathbf{T}_V)=3}{\iff} \mathbf{u}^{abc}(t) = \frac{1}{3} \underbrace{\begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}}_{=: \mathbf{T}_V^{-1}} \mathbf{u}_{\text{verk}}^{abc}(t). \quad (24.26)$$

Die Matrix $\mathbf{T}_V \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ ist invertierbar und somit kann ein direkter Zusammenhang zwischen Phasenspannungsvektor $\mathbf{u}^{abc}(t)$ und verkettetem Spannungsvektor $\mathbf{u}_{\text{verk}}^{abc}(t)$ hergestellt werden.

24.2.1.3 Raumzeigerdarstellung in Vektor-/Matrixschreibweise

Die Nutzung von Raumzeigern zur Darstellung von Dreiphasengrößen ist seit Langem bekannt (siehe [1206, S. 288–296] oder Abschnitt 13.1). Im Gegensatz zur weitverbreiteten komplexen Darstellung der Raumzeiger soll hier zusätzlich die Darstellung mithilfe von Vektoren und Transformations-/Drehmatrizen beschrieben werden. Hierzu betrachten wir die skizzierte Anordnung einer Drehfeldmaschine in Abb. 24.6. Die Maschine hat die Anschlussklemmen U, V, W. Die Maschine besitzt einen Stator und einen Rotor. Beide sind im Stern verschaltet, d.h. die Wicklungen in den Statorphasen a, b, c bzw. in den Rotorphasen a_r, b_r, c_r sind im jeweiligen Sternpunkt miteinander verbunden. Für eine vereinfachte Vorstellung wird eine Maschine mit Polpaarzahl eins betrachtet. Somit sind die Wicklungen in den Phasen a, b, c (bzw. a_r, b_r, c_r) räumlich um $120^\circ = \frac{2}{3}\pi$ zueinander versetzt. Entsprechend sind rechts in Abb. 24.6 die Phasen a, b, c (bzw. a_r, b_r, c_r) als Koordinatenachsen aufgetragen. Für die Beschreibung eines Vektors in der Ebene sind keine drei Koordinatenachsen nötig. Ein orthogonales Koordinatensystem (KoSy) ist ausreichend. In Abb. 24.6 sind drei solcher Koordinatensysteme dargestellt:

- (i) das statorfeste s -KoSy⁵ mit Achsen α, β und Vektor $\mathbf{x}^s = (x^\alpha, x^\beta)^\top$;
- (ii) das rotorfeste r -KoSy⁶ mit Achsen d', q' und Vektor $\mathbf{x}^r = (x^{d'}, x^{q'})^\top$;
- (iii) das allgemeine k -KoSy mit Achsen d, q und Vektor $\mathbf{x}^k = (x^d, x^q)^\top$;

Im Folgenden wird die Darstellung einer elektrischen Größe des Dreiphasennetzes als (vektorieller) Raumzeiger und die Umrechnung zwischen den einzelnen Koordinatensystemen diskutiert.

⁵Konvention: Die α -Achse des s -Koordinatensystems liegt auf der a -Achse des 3-phasigen Stator-Koordinatensystems (a, b, c).

⁶Konvention: Die d' -Achse des r -Koordinatensystems liegt auf der a_r -Achse des 3-phasigen Rotor-Koordinatensystems (a_r, b_r, c_r).

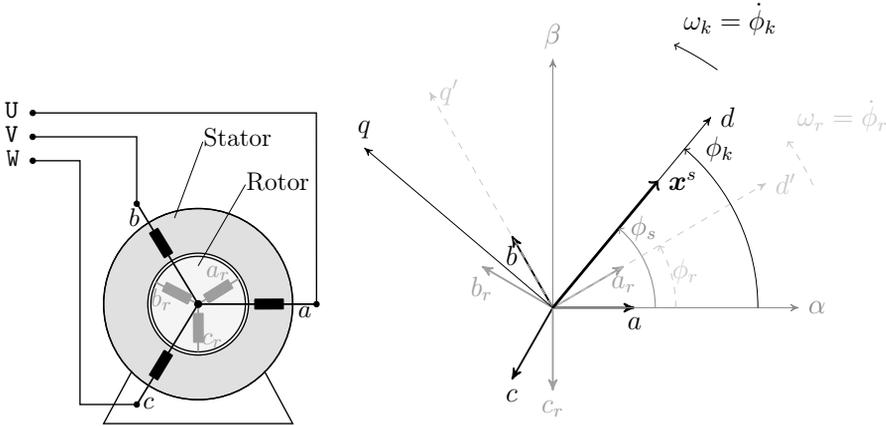


Abb. 24.6: Zeigertheorie: Maschine mit Anschlussklemmen U, V, W , Statorwicklungen a, b, c und Rotorwicklungen a_r, b_r, c_r (links) und unterschiedliche Koordinatensysteme (KoSy, rechts): 3-phasiges Stator-KoSy (a, b, c) , 3-phasiges Rotor-KoSy (a_r, b_r, c_r) , statorfestes s -KoSy (α, β) , rotorfestes r -KoSy (d, q) und beliebiges k -KoSy (d, q) . Signalvektor $\mathbf{x}^s = (x^\alpha, x^\beta)^\top$ im statorfesten s -KoSy mit Länge $\|\mathbf{x}^s\| = \sqrt{(x^\alpha)^2 + (x^\beta)^2}$.

Clarke-Transformation: $(a, b, c) \leftrightarrow (\alpha, \beta)$

Der Signalvektor $\mathbf{x}^{abc}(t) = (x^a(t), x^b(t), x^c(t))^\top \in \mathbb{R}^3$ eines symmetrischen Dreiphasensystems kann mithilfe der *Clarke-Transformation* in das statorfeste s -KoSy und mithilfe der inversen Clarke-Transformation zurücktransformiert werden. Den Signalvektor im s -KoSy kennzeichnen wir mit

$$\mathbf{x}^s = (x^\alpha, x^\beta)^\top \in \mathbb{R}^2.$$

Zunächst sollen die allgemeingültigen Zusammenhänge vorgestellt werden. Die allgemeine Clarke-Transformation berücksichtigt, zusätzlich zu den Komponenten x^α und x^β , noch eine Nullkomponente x^0 (siehe [1188]) und ist durch folgende Vorschrift gegeben:

$$\begin{pmatrix} x^\alpha(t) \\ x^\beta(t) \\ x^0(t) \end{pmatrix} = k \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}}_{=:\mathbf{T}_C^* \in \mathbb{R}^{3 \times 3}} \mathbf{x}^{abc}(t) \iff \mathbf{x}^{abc}(t) = \frac{1}{k} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{2}{3} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{\sqrt{2}}{3} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{\sqrt{2}}{3} \end{bmatrix}}_{=(\mathbf{T}_C^*)^{-1}} \begin{pmatrix} x^\alpha(t) \\ x^\beta(t) \\ x^0(t) \end{pmatrix}. \tag{24.27}$$

Hierbei sind \mathbf{T}_C^* und $(\mathbf{T}_C^*)^{-1}$ die Clarke- bzw. die inverse Clarke-Transformationsmatrix mit Vorfaktor $k \in \{\frac{2}{3}, \sqrt{\frac{2}{3}}\}$. Es gilt $\mathbf{T}_C^*(\mathbf{T}_C^*)^{-1} =$

$(\mathbf{T}_C^*)^{-1}\mathbf{T}_C^* = \mathbf{I}_3$ ⁷. Für symmetrische Dreiphasennetze (siehe Annahmen (A.3) und (A.4)) vereinfacht sich die Transformation. Die Nullkomponente entfällt, da

$$\forall t \geq 0: \quad x^0(t) = \frac{k}{\sqrt{2}}(x^a(t) + x^b(t) + x^c(t)) \stackrel{(24.21)}{=} 0.$$

Somit können in \mathbf{T}_C^* und $(\mathbf{T}_C^*)^{-1}$ die letzte Zeile bzw. die letzte Spalte vernachlässigt werden. Man erhält hierdurch die *vereinfachte Clarke-Transformation* mit

$$\boxed{\mathbf{x}^s(t) = k \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}}_{=: \mathbf{T}_C \in \mathbb{R}^{2 \times 3}} \mathbf{x}^{abc}(t) \iff \mathbf{x}^{abc}(t) = \frac{1}{k} \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{2}{3} & 0 \\ -\frac{1}{3} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{3} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \end{bmatrix}}_{=: \mathbf{T}_C^{-1} \in \mathbb{R}^{3 \times 2}} \mathbf{x}^s(t)} \quad (24.28)$$

Hierbei entsprechen \mathbf{T}_C der *vereinfachten* Clarke-Transformationsmatrix und \mathbf{T}_C^{-1} der *vereinfachten* inversen Clarke-Transformationsmatrix. Es gilt $\mathbf{T}_C\mathbf{T}_C^{-1} = \mathbf{I}_2$, aber $\mathbf{T}_C^{-1}\mathbf{T}_C \neq \mathbf{I}_3$.

Bemerkung 24.2. Der Faktor k erlaubt für $k = 2/3$ eine amplitudenkorrekte bzw. für $k = \sqrt{2/3}$ eine leistungskorrekte Transformation.

Park-Transformation: $(\alpha, \beta) \leftrightarrow (d, q)$ (oder $(\alpha, \beta) \leftrightarrow (d', q')$)

Mithilfe der *Park-Transformation* lassen sich statorfeste Signale $\mathbf{x}^s(t) = (x^\alpha, x^\beta)^\top$ in einem (beliebig) rotierenden k -KoSy darstellen. Den transformierten Signalvektor im k -KoSy bezeichnen wir mit

$$\mathbf{x}^k(t) := (x^d(t), x^q(t))^\top \in \mathbb{R}^2.$$

Die Park-Transformation stellt eine Drehung des Vektors $\mathbf{x}^s(t)$ gegen den Uhrzeigersinn um den (zeitvarianten) Winkel $\phi_k: \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}$ [rad] dar. Die Umrechnung zwischen statorfesten Größen und Größen im k -KoSy erfolgt durch

$$\boxed{\mathbf{x}^k(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos \phi_k(t) & \sin \phi_k(t) \\ -\sin \phi_k(t) & \cos \phi_k(t) \end{bmatrix}}_{=: \mathbf{T}_P^{-1}(\phi_k(t)) \in \mathbb{R}^{2 \times 2}} \mathbf{x}^s(t) \iff \mathbf{x}^s(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos \phi_k(t) & -\sin \phi_k(t) \\ \sin \phi_k(t) & \cos \phi_k(t) \end{bmatrix}}_{=: \mathbf{T}_P(\phi_k(t)) \in \mathbb{R}^{2 \times 2}} \mathbf{x}^k(t).} \quad (24.29)$$

Hierbei sind $\mathbf{T}_P(\phi_k(t))$ die Park-Transformationsmatrix und $\mathbf{T}_P(\phi_k(t))^{-1}$ die inverse Park-Transformationsmatrix. Beides sind Drehmatrizen und es gilt $\mathbf{T}_P(\phi_k(t))^{-1}\mathbf{T}_P(\phi_k(t)) = \mathbf{T}_P(\phi_k(t))\mathbf{T}_P(\phi_k(t))^{-1} = \mathbf{I}_2$ für alle $t \geq 0$. Für die Wahl $\phi_k(t) = \phi_r(t)$ (siehe Abb. 24.6) erhält man die Transformation in das r -KoSy, d.h.

$$\mathbf{x}^r(t) = (x^d(t), x^q(t))^\top = \mathbf{T}_P^{-1}(\phi_r(t))\mathbf{x}^s(t) \iff \mathbf{x}^s(t) = \mathbf{T}_P(\phi_r(t))\mathbf{x}^r(t).$$

⁷Für $n \in \mathbb{N}$ ist die n -dimensionale Einheitsmatrix gegeben durch $\mathbf{I}_n = \begin{bmatrix} 1 & & \\ & \ddots & \\ & & 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}$.

Bemerkung 24.3. Die Park-Transformationsmatrix $\mathbf{T}_P(\cdot)$ in (24.29) hat einige wichtige Eigenschaften, welche für die Modellierung und Regelung im weiteren Verlauf benötigt werden. Es gelten folgende Zusammenhänge

$$\forall \alpha \in \mathbb{R}: \quad \mathbf{T}_P(\alpha)^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} = \mathbf{T}_P(\alpha)^\top = \mathbf{T}_P(-\alpha). \quad (24.30)$$

und

$$\mathbf{J} := \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \mathbf{T}_P\left(\frac{\pi}{2}\right). \quad (24.31)$$

Hieraus folgt

$$\forall \alpha \in \mathbb{R}: \quad \mathbf{J}\mathbf{T}_P(\alpha) = \begin{bmatrix} -\sin(\alpha) & -\cos(\alpha) \\ \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \end{bmatrix} = \mathbf{T}_P(\alpha)\mathbf{J}. \quad (24.32)$$

Des Weiteren lässt sich mithilfe der Additionstheoreme (vgl. [1203, S. 124])

$$\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}: \quad \sin(\alpha \pm \beta) = \sin(\alpha)\cos(\beta) \pm \cos(\alpha)\sin(\beta) \quad (24.33)$$

und

$$\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}: \quad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) \mp \sin(\alpha)\sin(\beta) \quad (24.34)$$

zeigen, dass

$$\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}: \quad \mathbf{T}_P(\alpha \pm \beta) = \mathbf{T}_P(\alpha)\mathbf{T}_P(\pm\beta) = \mathbf{T}_P(\pm\beta)\mathbf{T}_P(\alpha). \quad (24.35)$$

Für $\phi(t) = \int_0^t \omega(\tau) \, d\tau + \phi_0$ mit $\phi_0 \in \mathbb{R}$ gilt $\frac{d}{dt}\phi(t) = \omega(t)$ für alle $t \geq 0$ und somit

$$\forall t \geq 0: \quad \frac{d}{dt}\mathbf{T}_P(\phi(t)) =: \dot{\mathbf{T}}_P(\phi(t)) = \omega(t)\mathbf{J}\mathbf{T}_P(\phi(t)) = \omega(t)\mathbf{T}_P(\phi(t))\mathbf{J}. \quad (24.36)$$

und

$$\forall t \geq 0: \quad \frac{d}{dt}\mathbf{T}_P(\phi(t))^{-1} =: \dot{\mathbf{T}}_P(\phi(t))^{-1} = -\omega(t)\mathbf{J}\mathbf{T}_P(\phi(t))^{-1} = -\omega(t)\mathbf{T}_P(\phi(t))^{-1}\mathbf{J}. \quad (24.37)$$

24.2.2 Leistungsberechnung

Es sollen nun die Momentan-, Wirk-, Blind- und Scheinleistung im Einspeisepunkt (engl. Point of Common Coupling (PCC), siehe Abb. 24.5) berechnet werden. Hierzu seien die Phasenspannungen und -ströme gegeben durch

$$\mathbf{u}^{abc}(t) = \hat{u}(t) \begin{pmatrix} \cos(\phi(t) + \varphi_u(t)) \\ \cos\left(\phi(t) - \frac{2}{3}\pi + \varphi_u(t)\right) \\ \cos\left(\phi(t) - \frac{4}{3}\pi + \varphi_u(t)\right) \end{pmatrix} \quad \text{und}$$

$$\mathbf{i}^{abc}(t) = \hat{i}(t) \begin{pmatrix} \cos(\phi(t) + \varphi_i(t)) \\ \cos(\phi(t) - \frac{2}{3}\pi + \varphi_i(t)) \\ \cos(\phi(t) - \frac{4}{3}\pi + \varphi_i(t)) \end{pmatrix} \quad (24.38)$$

mit Phasenwinkel $\phi(t)$ [rad] und Phasenoffsetwinkel $\varphi_u(t)$ [rad] der Spannung bzw. $\varphi_i(t)$ [rad] des Stromes. Es gilt also neben den Annahmen (A.3) und (A.4) eines symmetrischen Systems (siehe (24.18) und (24.19)) noch die

Annahme (A.5) *Spannungs- und Stromphasenwinkel in (24.19) können als Summe aus $\phi(t)$ und $\varphi_u(t)$ bzw. $\varphi_i(t)$ geschrieben werden, d.h.*

$$\begin{aligned} \forall t \geq 0: \quad \phi_u^a(t) = \phi(t) + \varphi_u(t) = \phi_u^b(t) + \frac{2}{3}\pi = \phi_u^c(t) + \frac{4}{3}\pi \quad \text{und} \\ \phi_i^a(t) = \phi(t) + \varphi_i(t) = \phi_i^b(t) + \frac{2}{3}\pi = \phi_i^c(t) + \frac{4}{3}\pi. \end{aligned} \quad (24.39)$$

Die Phasenspannungen und -ströme in (24.38) haben somit zueinander den (zeitvarianten) Phasen(verschiebungs)winkel (oder die Phasenverschiebung)

$$\forall t \geq 0: \quad \varphi(t) := \varphi_u(t) - \varphi_i(t) \in \mathbb{R}. \quad (24.40)$$

24.2.2.1 Momentanleistung

Mithilfe des trigonometrischen Additionstheorems (vgl. [1203, S. 124])

$$\forall \alpha, \beta \in \mathbb{R}: \quad \cos(\alpha) \cos(\beta) = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)) \quad (24.41)$$

lässt sich nun die *Momentanleistung* $p_{3\sim}(t)$ [W] für alle $t \geq 0$ angeben:

$$\begin{aligned} p_{3\sim}(t) &:= \mathbf{u}^{abc}(t)^\top \mathbf{i}^{abc}(t) = u^a(t)i^a(t) + u^b(t)i^b(t) + u^c(t)i^c(t) \\ &\stackrel{(24.38)}{=} \hat{u}(t) \hat{i}(t) \left[\cos(\phi(t) + \varphi_u(t)) \cos(\phi(t) + \varphi_i(t)) \right. \\ &\quad \left. + \cos(\phi(t) - \frac{2}{3}\pi + \varphi_u(t)) \cos(\phi(t) - \frac{2}{3}\pi + \varphi_i(t)) \right. \\ &\quad \left. + \cos(\phi(t) - \frac{4}{3}\pi + \varphi_u(t)) \cos(\phi(t) - \frac{4}{3}\pi + \varphi_i(t)) \right] \\ &\stackrel{(24.41), (24.40)}{=} \frac{3}{2} \hat{u}(t) \hat{i}(t) \cos(\varphi(t)) + \\ &\quad + \frac{1}{2} \hat{u}(t) \hat{i}(t) \left[\underbrace{\cos(2\phi(t) + \varphi(t)) + \cos(2\phi(t) - \frac{4}{3}\pi + \varphi(t)) + \cos(2\phi(t) - \frac{8}{3}\pi + \varphi(t))}_{\stackrel{(24.21)}{=} 0} \right] \\ &= \frac{3}{2} \hat{u}(t) \hat{i}(t) \cos(\varphi(t)). \end{aligned} \quad (24.42)$$

Zusammenfassend gilt somit für die Momentanleistung

$$\boxed{\forall t \geq 0: \quad p_{3\sim}(t) = \mathbf{u}^{abc}(t)^\top \mathbf{i}^{abc}(t) \stackrel{(24.28)}{=} \frac{3}{2} \mathbf{u}^s(t)^\top \mathbf{i}^s(t) \stackrel{(24.29)}{=} \frac{3}{2} \mathbf{u}^k(t)^\top \mathbf{i}^k(t) \stackrel{(24.42)}{=} \frac{3}{2} \hat{u}(t) \hat{i}(t) \cos(\varphi(t))} \quad (24.43)$$

24.2.2.2 Wirk-, Blind- und Scheinleistung

Zur Definition von Wirk-, Blind- und Scheinleistung werden noch drei weitere Annahmen getroffen:

Annahme (A.6) Die Amplituden $\hat{u}(t)$ und $\hat{i}(t)$ der Phasenspannung $\mathbf{u}^{abc}(t)$ bzw. des Phasenstroms $\mathbf{i}^{abc}(t)$ sind konstant, d.h. es gilt:

$$\forall t \geq 0: \quad \hat{u}(t) = \hat{u} > 0 \quad \text{und} \quad \hat{i}(t) = \hat{i} > 0. \quad (24.44)$$

Annahme (A.7) Alle Phasengrößen besitzen die konstante Kreisfrequenz $\omega = \frac{2\pi}{T}$ [rad/s] mit Periodendauer T [s], d.h. für die Größen in (24.38) gilt:

$$\forall t \geq 0: \quad \phi(t) = \int_0^t \omega \, dt = \omega t = \frac{2\pi}{T} t. \quad (24.45)$$

Annahme (A.8) Der Phasen(verschiebungs)winkel (oder die Phasenverschiebung) zwischen Spannungen und Strömen ist konstant, d.h. für $\varphi(t)$ in (24.40) gilt

$$\forall t \geq 0: \quad \varphi(t) = \varphi_0 := \varphi_u - \varphi_i \in \mathbb{R}. \quad (24.46)$$

Die Wirkleistung $P(t)$ [W] ist definiert als der über eine Periode T gemittelte Wert der Momentanleistung $p_{3\sim}(t)$ (siehe z.B. [1204, S. 15–17]), d.h.

$$\forall t \geq T: \quad P(t) \stackrel{(24.45)}{:=} \frac{1}{T} \int_{t-T}^t p_{3\sim}(\tau) \, d\tau \stackrel{(24.43),(24.44),(24.46)}{=} \frac{3}{2} \hat{u} \hat{i} \cos(\varphi_0).$$

(24.47)

Die Blindleistung $Q(t)$ [var] ist definiert als der über eine Periode T gemittelte Wert des Skalarproduktes

$$\forall t \geq T: \quad Q(t) \stackrel{(24.45)}{:=} \frac{1}{T} \int_{t-T}^t \mathbf{u}^{abc}(\tau)^\top \mathbf{i}^{abc}(\tau + \frac{T}{4}) \, d\tau \stackrel{(24.42),(24.44),(24.46)}{=} \frac{3}{2} \hat{u} \hat{i} \sin(\varphi_0)$$

(24.48)

aus Spannung $\mathbf{u}^{abc}(t)$ und orthogonalem Strom $\mathbf{i}^{abc}(t + \frac{T}{4}) = \mathbf{i}^{abc}(t + \frac{\pi}{2\omega})$ zu $\mathbf{i}^{abc}(t)$ wie in (24.38). Abschließend ist die Scheinleistung $S(t)$ [VA] definiert als der quadratische Mittelwert aus Wirkleistung $P(t)$ [W] und Blindleistung $Q(t)$ [var], d.h.

$$\forall t \geq T: \quad S(t) := \sqrt{P(t)^2 + Q(t)^2} \stackrel{(24.47),(24.48)}{=} \frac{3}{2} \hat{u} \hat{i}. \quad (24.49)$$

Bemerkung 24.4. Unter den Annahmen (A.6), (A.7) und (A.8) entspricht die Wirkleistung $P(t)$ der Momentanleistung $p_{3\sim}(t)$, denn es gilt

$$\forall t \geq T: \quad P(t) \stackrel{(24.46),(24.47)}{=} p_{3\sim}(t). \quad (24.50)$$

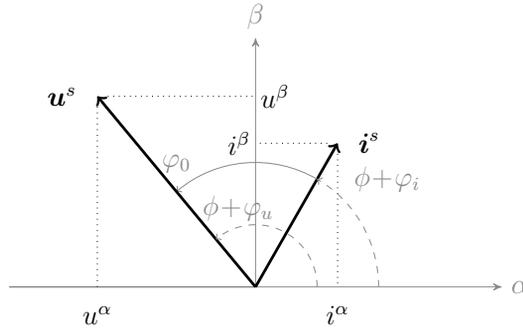


Abb. 24.7: Spannungsraumzeiger $\mathbf{u}^s = (u^\alpha, u^\beta)^\top$ und Stromraumzeiger $\mathbf{i}^s = (i^\alpha, i^\beta)^\top$ im s -KoSy mit Amplituden $\|\mathbf{u}^s\| = \hat{u}$ bzw. $\|\mathbf{i}^s\| = \hat{i}$.

24.2.2.3 Wirk-, Blind- und Scheinleistung in Raumzeigern

Insbesondere für Abschnitt 24.4 über die „Steuerung und Regelung von Windkraftanlagen“ ist eine Leistungsbetrachtung in Raumzeigern von Vorteil. Im Folgenden wird gezeigt, dass sich Wirk-, Blind- und Scheinleistung kompakt mithilfe der Spannungs- und Stromkomponenten des s - oder k -Koordinatensystems darstellen lassen. Auf eine dreiphasige Berechnung kann verzichtet werden.

In Abb. 24.7 sind Spannungsraumzeiger $\mathbf{u}^s(t) = \mathbf{T}_C \mathbf{u}^{abc}(t)$ und Stromraumzeiger $\mathbf{i}^s(t) = \mathbf{T}_C \mathbf{i}^{abc}(t)$ der Phasengrößen $\mathbf{u}^{abc}(t)$ bzw. $\mathbf{i}^{abc}(t)$ aus (24.38) für einen Zeitpunkt $t \geq 0$ im s -Koordinatensystem dargestellt. Es gelten die Annahmen (A.3)–(A.8). Bei amplitudenkorrekter Clarke-Transformation (24.28), d.h. $k = \frac{2}{3}$ (vgl. Abschnitt 24.2.1.3), entspricht die Amplitude der Spannungs- und Stromraumzeiger dem Scheitelwert der sinusförmigen Strangspannungen $\mathbf{u}^{abc}(t)$ bzw. -ströme $\mathbf{i}^{abc}(t)$ aus (24.38), d.h. $\|\mathbf{u}^s(t)\| = \hat{u}$ bzw. $\|\mathbf{i}^s(t)\| = \hat{i}$ für alle $t \geq 0$. Durch die Clarke-Transformation ergibt sich aus dem „zeitlichen Versatz“ – der Phasenverschiebung $\varphi(t) = \varphi_0 = \varphi_u - \varphi_i$ wie in (24.46) – zwischen Spannungen $\mathbf{u}^{abc}(t)$ und Ströme $\mathbf{i}^{abc}(t)$ in (24.38) ein „räumlicher Versatz“ zwischen den entsprechenden Raumzeigern $\mathbf{u}^s(t)$ und $\mathbf{i}^s(t)$ um den Winkel φ_0 .

Eine einfache Berechnung zeigt, dass für alle $t \geq 0$ und $\phi_k: \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}$ gilt

$$\begin{aligned}
 \mathbf{u}^{abc}(t)^\top \mathbf{i}^{abc}(t) &\stackrel{(24.28)}{=} \mathbf{u}^s(t)^\top (\mathbf{T}_C^{-1})^\top \mathbf{T}_C^{-1} \mathbf{i}^s(t) = \frac{3}{2} \mathbf{u}^s(t)^\top \mathbf{i}^s(t) \\
 &\stackrel{(24.29)}{=} \frac{3}{2} \mathbf{u}^k(t)^\top \underbrace{\mathbf{T}_P(\phi_k(t))^\top \mathbf{T}_P(\phi_k(t))}_{=\mathbf{I}_2} \mathbf{i}^k(t) \\
 &= \frac{3}{2} \hat{u} \hat{i} \cos(\varphi_0) \stackrel{(24.47)}{=} P(t). \tag{24.51}
 \end{aligned}$$

Dieser Zusammenhang entspricht dem Skalarprodukt von Spannungs- und Stromraumzeiger (vgl. [1203, S. 78]) in s - oder k -Koordinaten und somit der Wirkleistung $P(t)$ wie in (24.47).

Des Weiteren lässt sich mithilfe von Abb. 24.7 folgern, dass für alle $t \geq 0$ und $\phi_k: \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}$ das Folgende gilt

$$\begin{aligned}
\frac{3}{2} \mathbf{u}^s(t)^\top \mathbf{J} \mathbf{i}^s(t) &\stackrel{(24.29),(24.32)}{=} \frac{3}{2} \mathbf{u}^k(t)^\top \underbrace{\mathbf{T}_P(\phi_k(t))^\top \mathbf{T}_P(\phi_k(t))}_{\stackrel{(24.30)}{=} \mathbf{I}_2} \mathbf{J} \mathbf{i}^k(t) \\
&\stackrel{(24.29)}{=} \frac{3}{2} \left(\mathbf{T}_P(\phi(t) + \varphi_u) \begin{pmatrix} \hat{u} \\ 0 \end{pmatrix} \right)^\top \mathbf{J} \left(\mathbf{T}_P(\phi(t) + \varphi_i) \begin{pmatrix} \hat{i} \\ 0 \end{pmatrix} \right) \\
&\stackrel{(24.30),(24.32)}{=} \frac{3}{2} \begin{pmatrix} \hat{u} \\ 0 \end{pmatrix}^\top \mathbf{T}_P(-\phi(t) - \varphi_u) \mathbf{T}_P(\phi(t) + \varphi_i) \mathbf{J} \begin{pmatrix} \hat{i} \\ 0 \end{pmatrix} \\
&\stackrel{(24.35),(24.46)}{=} \frac{3}{2} \begin{pmatrix} \hat{u} \\ 0 \end{pmatrix}^\top \mathbf{T}_P(-\varphi_0) \mathbf{J} \begin{pmatrix} \hat{i} \\ 0 \end{pmatrix} \\
&\stackrel{(24.30),(24.31)}{=} \frac{3}{2} \begin{pmatrix} \hat{u} \\ 0 \end{pmatrix}^\top \begin{bmatrix} \cos(\varphi_0) & \sin(\varphi_0) \\ -\sin(\varphi_0) & \cos(\varphi_0) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \hat{i} \end{pmatrix} \\
&= \frac{3}{2} \hat{u} \hat{i} \sin(\varphi_0) \stackrel{(24.48)}{=} Q(t). \tag{24.52}
\end{aligned}$$

Somit ist ein Zusammenhang zwischen Spannungs- und Stromraumzeiger im s - oder k -Koordinatensystem gefunden. Zusammenfassend lassen sich unter Annahmen (A.3)–(A.8) für die Phasenspannungen und -ströme aus (24.38) folgende Ergebnisse in *Raumzeigerdarstellung* festhalten: Es gelten für die Wirkleistung

$$\boxed{\forall t \geq T: \quad P(t) = \frac{3}{2} \mathbf{u}^s(t)^\top \mathbf{i}^s(t) = \frac{3}{2} (u^\alpha(t) i^\alpha(t) + u^\beta(t) i^\beta(t))} \\
\boxed{= \frac{3}{2} \mathbf{u}^k(t)^\top \mathbf{i}^k(t) = \frac{3}{2} (u^d(t) i^d(t) + u^q(t) i^q(t)),} \tag{24.53}$$

für die Blindleistung (siehe z.B. [1212, S. 50])

$$\boxed{\forall t \geq T: \quad Q(t) = \frac{3}{2} \mathbf{u}^s(t)^\top \mathbf{J} \mathbf{i}^s(t) = \frac{3}{2} (u^\beta(t) i^\alpha(t) - u^\alpha(t) i^\beta(t))} \\
\boxed{= \frac{3}{2} \mathbf{u}^k(t)^\top \mathbf{J} \mathbf{i}^k(t) = \frac{3}{2} (u^q(t) i^d(t) - u^d(t) i^q(t))} \tag{24.54}$$

und für die Scheinleistung

$$\boxed{\forall t \geq T: \quad S(t) = \frac{3}{2} \hat{u} \hat{i} = \frac{3}{2} \|\mathbf{u}^s(t)\| \|\mathbf{i}^s(t)\| = \frac{3}{2} \|\mathbf{u}^k(t)\| \|\mathbf{i}^k(t)\|.} \tag{24.55}$$

24.3 Modellierung von Windkraftanlagen

In diesem Abschnitt wird die Modellierung einer Windkraftanlagen mit Permanentmagnet-Synchrongenerator behandelt. Die vorgestellten Modelle der Turbine, des Getriebes, des Permanentmagnet-Synchrongenerators, des Back-to-Back Converters, des Netzfilters und des (idealen) Netzes können direkt für den Aufbau eines vereinfachten Simulationsmodells herangezogen werden.

24.3.1 Turbine

Die Turbine (Rotor mit seinen drei Rotorblättern) wandelt einen Teil der kinetischen Windenergie in Rotationsenergie um, welche dann über den Generator in

elektrische Energie umgewandelt wird. In Abb. 24.1 ist die Frontalansicht einer Windkraftanlage dargestellt. Die Windgeschwindigkeit v_W ist in die Bildebene hinein gerichtet. Der Turbinenrotor besitzt den Radius r_T [m] und spannt ein Kreisfläche von

$$A_T = \pi r_T^2 \quad [\text{m}^2] \quad (24.56)$$

auf (unter Vernachlässigung der Gondelfläche A_G , siehe Abschnitt 24.1.2.1). Über eine Änderung der Turbinenwinkelgeschwindigkeit ω_T [rad/s] kann die Umfangsgeschwindigkeit $r_T\omega_T$ und somit die Schnelllaufzahl

$$\lambda := \frac{r_T \omega_T}{v_W} \quad [1] \quad (24.57)$$

der Windkraftanlage geändert werden. Die Schnelllaufzahl gibt das Verhältnis zwischen der Geschwindigkeit an der äußersten Spitze der Rotorblätter und der Windgeschwindigkeit an und beträgt bei Windturbinen mit drei Rotorblättern im optimalen Betriebspunkt ca. 7...8 [1202, S. 259]. Die Schnelllaufzahl λ ist eine entscheidende Regelgröße bei der Regelung von Windkraftanlagen. Sie erlaubt den Betrieb im optimalen Punkt, für den die maximal mögliche Leistung dem Wind entnommen werden kann. Neben der Schnelllaufzahl λ ist die zweite entscheidende Regelgröße der Pitch-Winkel β [°]. Durch eine Änderung des Pitch-Winkels wird die Anströmung der Rotorblätter erhöht oder verringert. So führt z.B. eine Erhöhung des Pitch-Winkels zu einer geringeren Auftriebskraft.

Somit haben beide Regelgrößen direkten Einfluss auf die entnehmbare Leistung der Windturbinen. In den nächsten Abschnitten werden diese Zusammenhänge bezüglich Turbinenleistung, Leistungsbeiwert und Turbinenmoment näher erläutert.

24.3.1.1 Turbinenleistung

In Abschnitt 24.1.2.3 wurde hergeleitet, dass dem Wind nicht seine komplette Leistung/Energie entnommen werden kann. Der entnehmbare Anteil der Windleistung ist nach oben durch den Betz-Faktor mit $c_{P,\text{Betz}} = 16/27$ beschränkt. Somit gilt für die Turbinenleistung

$$\forall t \geq 0: \quad p_T(t) = c_P \underbrace{\frac{1}{2} \rho \pi r_T^2 v_W(t)^3}_{=p_W(t)} \leq c_{P,\text{Betz}} p_W(t).$$

Der Leistungsbeiwert c_P muss für jede Anlagenkonfiguration bestimmt werden und ist eine Funktion des Pitch-Winkels β und der Schnelllaufzahl λ , d.h.

$$c_P: \mathbb{R}_{>0} \times \mathbb{R}_{>0} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}, \quad (\beta, \lambda) \mapsto c_P := c_P(\beta, \lambda).$$

Zusammenfassend ergibt sich folgender Zusammenhang für die Turbinenleistung

$$p_T(t, \beta, \lambda) = c_P(\beta, \lambda) p_W(t) \stackrel{(24.4)}{=} c_P(\beta, \lambda) \frac{1}{2} \rho \pi r_T^2 v_W(t)^3 \leq c_{P,\text{Betz}} p_W(t). \quad (24.58)$$

	$c_{P,1}$ (ohne Pitch-System)	$c_{P,2}$ (mit Pitch-System)
c_1	0	0,73
c_2	46,6	151
c_3	0	0,58
c_4	0	0,002
c_5	2,0	13,2
c_6	15,6	18,4
$f(\beta, \lambda)$	$\frac{1}{\lambda} - 0,01$	$\frac{1}{\lambda - 0,02\beta} - \frac{0,003}{\beta^3 + 1}$
x	–	2,14

Tabelle 24.1: Parametrierung der Leistungsbeiwertapproximation (24.59) zweier unterschiedlicher 2 MW Windturbinen (siehe [1196, S. 9], [1210], [1211]).

24.3.1.2 Approximation des Leistungsbeiwerts

Zur Modellbildung wird eine Approximation des Leistungsbeiwerts $c_P(\beta, \lambda)$ in Abhängigkeit von Pitch-Winkel β [°] und Schnelllaufzahl λ [1] genutzt. In [1194, (2.38)] wird hierzu folgende Leistungsbeiwertsfunktion vorgeschlagen

$$c_P: \overline{\mathcal{D}} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}, (\beta, \lambda) \mapsto c_P(\beta, \lambda) := c_1 [c_2 f(\beta, \lambda) - c_3 \beta - c_4 \beta^x - c_5] e^{-c_6 f(\beta, \lambda)}$$

$$\text{wobei } \mathcal{D} := \{ (\beta, \lambda) \in \mathbb{R}_{\geq 0} \times \mathbb{R}_{\geq 0} \mid c_P(\beta, \lambda) > 0 \}. \quad (24.59)$$

Die Konstanten $c_1, \dots, c_6 > 0$ [1], der Exponent $x \geq 0$ [1] und die stetig differenzierbare Funktion $f: \overline{\mathcal{D}} \rightarrow \mathbb{R}$ [1] lassen sich anhand von Messdaten von realen Windkraftanlagen oder mithilfe aerodynamischer Simulationswerkzeuge bestimmen. Die approximierende Funktion $c_P(\cdot, \cdot)$ in (24.59) des Leistungsbeiwertes besitzt auf ihrem Definitionsbereich $\overline{\mathcal{D}} := \mathcal{D} \cap \partial\mathcal{D}$ (mit Rand $\partial\mathcal{D}$ der Menge \mathcal{D}) folgende **Eigenschaften**:

- (E₁) $c_P(\cdot, \cdot)$ ist stetig und nicht negativ,
- (E₂) $c_P(\cdot, \cdot)$ ist stetig differenzierbar und
- (E₃) $c_P(\cdot, \cdot)$ besitzt für jeden fest gewählten Pitch-Winkel β_0 ein *eindeutiges* Maximum $c_P(\beta_0, \lambda_{\beta_0}^*)$ bei der optimalen Schnelllaufzahl $\lambda_{\beta_0}^*$, d.h.

$$\forall (\beta_0, \lambda) \in \mathcal{D} \exists \lambda_{\beta_0}^* > 0: \quad c_P(\beta_0, \lambda) \leq c_P(\beta_0, \lambda_{\beta_0}^*) \quad \wedge$$

$$\left. \frac{\partial c_P(\beta_0, \lambda)}{\partial \lambda} \right|_{\lambda_{\beta_0}^*} = 0 \quad \wedge \quad \left. \frac{\partial^2 c_P(\beta_0, \lambda)}{\partial \lambda^2} \right|_{\lambda_{\beta_0}^*} < 0. \quad (24.60)$$

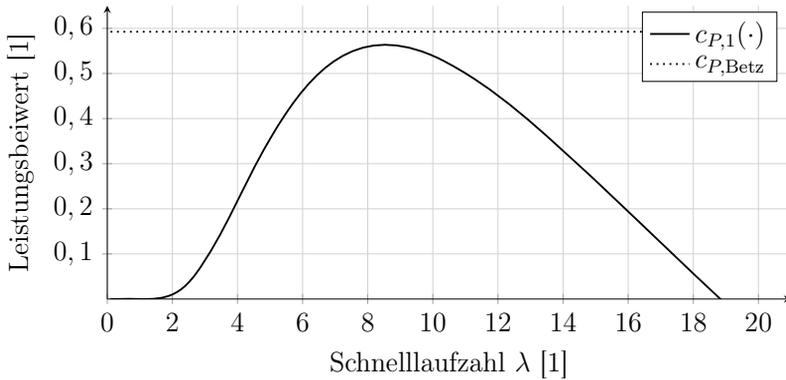


Abb. 24.8: Leistungsbeiwert für eine 2 MW Windkraftanlage ohne Pitch-System (d.h. $\beta = 0$) nach (24.61).

Beispielhafte Parametrierungen der Leistungsbeiwertapproximation (24.59) sind in Tab. 24.1 für reale Verläufe des Leistungsbeiwertes von zwei unterschiedlichen 2 MW Windturbinen zusammengestellt: $c_{P,1}(\cdot)$ ohne Pitch-System und $c_{P,2}(\cdot, \cdot)$ mit Pitch-System. Setzt man die Parameter aus Tab. 24.1 in (24.59) ein, so ergeben sich folgende expliziten Näherungen der Leistungsbeiwerte dieser 2 MW Windkraftanlagen:

- Leistungsbeiwert $c_{P,1}(\cdot)$ ohne Pitch-System (d.h. $\beta = \beta_0 = 0$):

$$c_{P,1}: \overline{\mathcal{D}} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}, \quad (0, \lambda) \mapsto c_{P,1}(0, \lambda) := \\ c_{P,1}(\lambda) := \left[46,4 \cdot \left(\frac{1}{\lambda} - 0,01 \right) - 2,0 \right] e^{-15,6 \left(\frac{1}{\lambda} - 0,01 \right)}. \quad (24.61)$$

$c_{P,1}(\cdot)$ besitzt ein globales Maximum bei $\lambda^* = \left(\frac{\frac{46,4}{15,6} + 2,0}{46,4} + 0,01 \right)^{-1} \approx 8,53$ mit $c_{P,1}^* := c_{P,1}(\lambda^*) = 0,564$.

- Leistungsbeiwert $c_{P,2}(\cdot, \cdot)$ mit Pitch-System:

$$c_{P,2}: \overline{\mathcal{D}} \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}, \quad (\beta, \lambda) \mapsto \\ c_{P,2}(\beta, \lambda) := 0,73 \left[151 \left(\frac{1}{\lambda - 0,02\beta} - \frac{0,003}{\beta^3 + 1} \right) - 0,58\beta - 0,002\beta^{2,14} - 13,2 \right] \cdot \\ \cdot \exp \left(-18,4 \left(\frac{1}{\lambda - 0,02\beta} - \frac{0,003}{\beta^3 + 1} \right) \right). \quad (24.62)$$

Für $\beta_0 = 0$ hat $c_{P,2}(\beta_0, \cdot)$ ein Maximum bei $\lambda^* := \lambda_{\beta_0}^* = \left(\frac{\frac{151}{18,4} + 13,2}{151} + 0,003 \right)^{-1} \approx 6,91$ mit $c_{P,2}^* := c_{P,2}(0, \lambda^*) = 0,441$.

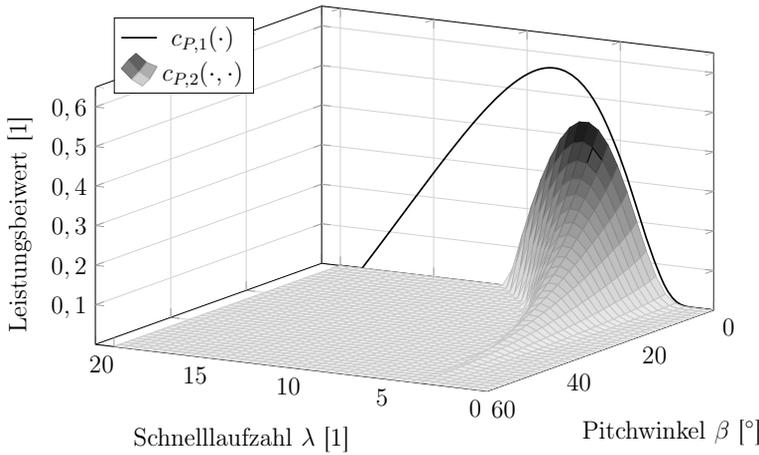


Abb. 24.9: Leistungsbeiwert für eine 2 MW Windkraftanlage mit variablem Pitch-Winkel nach (24.62).

Es ist darauf zu achten, dass der Pitch-Winkel β in (24.62) in Grad (d.h. [°]) eingesetzt wird. Die Graphen von $c_{P,1}(\cdot)$ und $c_{P,2}(\cdot, \cdot)$ sind in Abb. 24.8 bzw. 24.9 dargestellt. Beide Leistungsbeiwerte liegen unter dem möglichen Betz-Limit von $c_{P,\text{Betz}} = 16/27$. Der maximale Wert von $c_{P,1}(\cdot)$ liegt deutlich über dem von $c_{P,2}(\cdot, \cdot)$. Dies darf allerdings nicht verallgemeinert werden, sondern ist eine charakteristische Eigenschaft der in [1196, S. 9], [1210], [1211] betrachteten Windkraftanlagen.

24.3.1.3 Turbinenmoment

Die Turbine wandelt translatorische Energie (kinetische Windenergie) in rotatorische Energie um. Die Turbine übt somit ein Drehmoment auf den Antriebstrang aus, was zu einer Beschleunigung und Drehung des Generators führt. Bei Vernachlässigung von Reibungsverlusten kann direkt von Turbinenleistung p_T wie in (24.58), Turbinenwinkelgeschwindigkeit ω_T [rad/s] und Leistungsbeiwert $c_P(\beta, \lambda)$ wie in (24.59) auf das Turbinenmoment m_T [Nm] geschlossen werden (siehe [1198, (M 7.29)]), denn es gilt

$$p_T = m_T \omega_T \quad \Longrightarrow \quad m_T \stackrel{(24.58),(24.59)}{=} \underbrace{\frac{1}{2} \rho \pi r_T^2 v_W^3}_{=p_W} \frac{c_P(\beta, \lambda)}{\omega_T}. \quad (24.63)$$

Mithilfe der Definition der Schnellaufzahl $\lambda = \lambda(v_W, \omega_T) = \frac{r_T \omega_T}{v_W}$ in (24.57) lässt sich das Turbinenmoment schreiben als

$$m_T(v_W, \beta, \omega_T) \stackrel{(24.63),(24.57)}{=} \frac{1}{2} \rho \pi r_T^2 v_W^3 \frac{c_P(v_W, \beta, \omega_T)}{\omega_T} \quad (24.64)$$

oder mit $\omega_T = \frac{v_W \lambda}{r_T}$ als

$$m_T(v_W, \beta, \lambda) \stackrel{(24.63), (24.57)}{=} \frac{1}{2} \rho \pi r_T^3 v_W^2 \frac{c_P(\beta, \lambda)}{\lambda}. \quad (24.65)$$

Das Turbinenmoment $m_T(v_W, \beta, \lambda) = m_T(v_W, \beta, \omega_T)$ ist also eine *nichtlineare Funktion* des Pitch-Winkels β , der Windgeschwindigkeit v_W und der Schnelllaufzahl λ bzw. der Turbinenwinkelgeschwindigkeit ω_T .

24.3.2 Getriebe

Ein Getriebe überträgt die mechanische Leistung der antreibenden Welle auf die angetriebene Welle. Bei Windkraftanlagen ist die Winkelgeschwindigkeit ω_T [rad/s] der Turbine deutlich langsamer als die (Nenn-)winkelgeschwindigkeit ω_M [rad/s] der Maschine. Daher ist – außer für Windturbinen mit „DirectDrive“⁸ Generatoren – der Einsatz eines heraufsetzenden Getriebes mit Übersetzung $g_r > 1$ [1] notwendig. Basierend auf den Ausführungen in [1209, Abschnitt 1.1] soll nun kurz die Modellierung eines Getriebes dargestellt werden. Zunächst wird das konstante Übersetzungsverhältnis

$$\forall t \geq 0: \quad g_r := \frac{\omega_M(t)}{\omega_T(t)} > 1 \quad [1] \quad (24.66)$$

definiert. Es gibt das Verhältnis zwischen Turbinen- ω_T und Maschinenwinkelgeschwindigkeit ω_M an. Dreht sich die Turbinenwelle mit ω_T bewirkt dies folglich eine Drehung der Maschinenwelle mit ω_M . Abbildung 24.10 (vgl. [1209, S. 13–15]) zeigt beispielhaft den Aufbau eines rotatorisch/rotatorisch ausgeführten Getriebes. Neben den Winkelgeschwindigkeiten ω_T und ω_M sind in Abb. 24.10 das Turbinendrehmoment m_T [Nm] (wie in (24.64) oder (24.65)) und das Maschinenmoment m_M [Nm] sowie das Turbinenträgheitsmoment Θ_T [kg m²] und das Maschinenträgheitsmoment Θ_M [kg m²] eingezeichnet. Reibung⁹, Getriebeträgheit und Getriebeispiel (Lose)¹⁰ werden zur Vereinfachung vernachlässigt.

Für die in Abschnitt 24.3.4 folgende Modellierung der elektrischen Maschine werden die Turbinengrößen m_T und ω_T auf die Maschinenseite umgerechnet, um deren Wirkung auf die maschinenseitige Welle berücksichtigen zu können. Abbildung 24.10 soll also durch Abb. 24.10(b) ersetzt werden. Die auf die maschinenseitige Welle bezogenen Größen werden im Weiteren mit ' gekennzeichnet. Die Maschinengrößen müssen somit nicht angepasst werden. Es gilt

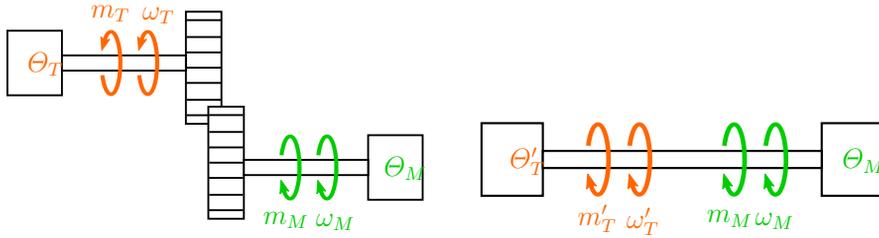
$$\forall t \geq 0: \quad \omega'_M(t) = \omega_M(t) \quad , \quad m'_M(t) = m_M(t) \quad \text{und} \quad \Theta'_M = \Theta_M. \quad (24.67)$$

Die Zusammenhänge für die auf die Maschinenseite umgerechneten Turbinengrößen ω'_T , Θ'_T und m'_T müssen nun abgeleitet werden. Ausgangspunkt hierfür

⁸Bei „DirectDrive“-Topologien wird der Generator direkt und starr mit dem Rotor der Windturbine verbunden. Somit drehen Generator und Turbine mit gleicher Winkelgeschwindigkeit, d.h. $\omega_T(t) = \omega_M(t)$ für alle $t \geq 0$.

⁹Ein ausführliche Diskussion von Reibung und deren Einflüsse auf das (geregelt) System können in [1241] oder Kapitel 25 nachgelesen werden.

¹⁰Getriebeispiel und dessen Kompensation werden in [1278, Abschnitt 6.4] behandelt.



(a) Antriebsstrang mit rotatorisch ausgeführtem Getriebe. (b) Antriebsstrang mit auf die maschinenseite umgerechneten Turbinengrößen.

Abb. 24.10: Antriebsstrang einer Windkraftanlage mit Getriebe.

sind die Energieerhaltung im Antriebsstrang (Rotationsenergie ohne Reibverluste)

$$\forall t \geq 0: \frac{1}{2} (\Theta_T \omega_T(t)^2 + \Theta_M \omega_M(t)^2) = \frac{1}{2} (\Theta'_T \omega'_T(t)^2 + \Theta_M \omega_M(t)^2) \quad (24.68)$$

und die Leistungserhaltung

$$\forall t \geq 0: m_T(t) \omega_T(t) = \omega'_T(t) m'_T(t). \quad (24.69)$$

Nach Abb. 24.10(b) muss $\omega'_T(t) = \omega_M(t)$ für alle $t \geq 0$ gelten. Hieraus folgt, dass

$$\forall t \geq 0: \omega'_T(t) = \omega_M(t) \stackrel{(24.66)}{=} g_r \omega_T(t) \implies m'_T(t) \stackrel{(24.69)}{=} \frac{m_T(t)}{g_r}. \quad (24.70)$$

Aus der Energieerhaltung in (24.68) lässt sich ableiten, dass

$$\forall t \geq 0: \Theta'_T \stackrel{(24.69)}{=} \Theta_T \frac{\omega_T(t)^2}{\omega'_T(t)^2} \stackrel{(24.70)}{=} \Theta_T \frac{\omega_T(t)^2}{g_r^2 \omega_T(t)^2} = \frac{\Theta_T}{g_r^2}. \quad (24.71)$$

Damit lässt sich die (auf die Maschinenseite bezogene) Gesamtträgheit

$$\Theta := \Theta'_T + \Theta_M \stackrel{(24.71)}{=} \frac{\Theta_T}{g_r^2} + \Theta_M \quad (24.72)$$

definieren. Zusammenfassend lässt sich nun die Dynamik der (maschinenseitigen) Mechanik wie folgt ausdrücken

$$\frac{d}{dt} \omega_M(t) = \frac{1}{\Theta} (m'_T(t) + m_M(t)) \stackrel{(24.70)}{=} \frac{1}{\Theta} \left(\frac{m_T(t)}{g_r} + m_M(t) \right), \quad \omega_M(0) = \omega_M^0. \quad (24.73)$$

Damit ist die Modellierung der mechanischen Komponenten (Turbine und Getriebe) abgeschlossen. In den folgenden Abschnitten erfolgt die Modellbildung der elektrischen Komponenten der Windkraftanlage.

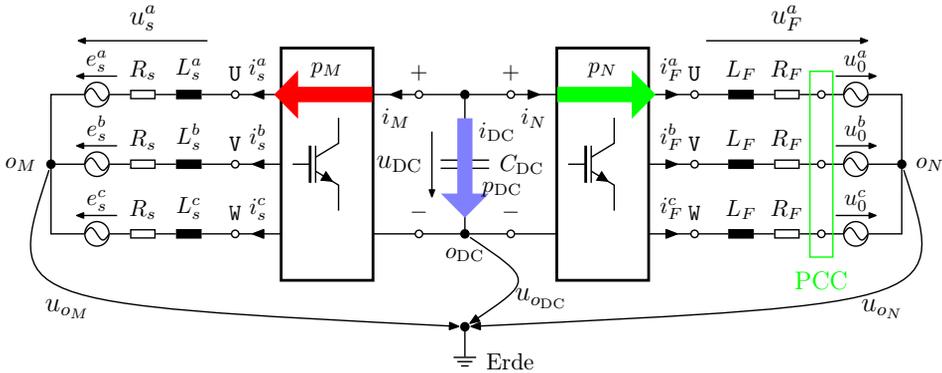


Abb. 24.11: Elektrisches Netzwerk eines Drehfeldgenerators (links) mit Back-to-Back Converter, netzseitigem Filter, Point of Common Coupling (PCC) und idealem Netz (rechts, unter Vernachlässigung des Transformators).

24.3.3 Elektrisches Netzwerk

Zur Modellierung der elektrischen Komponenten wird das (vereinfachte) elektrische Netzwerk einer Windkraftanlage mit Permanentmagnet-Synchrongenerator in Abb. 24.11 betrachtet. Das maschinenseitige Netzwerk zeigt Statorstrangspannungen $\mathbf{u}_s^{abc} = (u_s^a, u_s^b, u_s^c)^\top$ [V]³, Statorstrangströme $\mathbf{i}_s^{abc} = (i_s^a, i_s^b, i_s^c)^\top$ [A]³, Statorwiderstand R_s [V/A], Stranginduktivitäten L_s^a, L_s^b, L_s^c [Vs/A] und induzierte Spannungen $\mathbf{e}_s^{abc} = (e_s^a, e_s^b, e_s^c)^\top$ [V]. Das netzseitige Netzwerk umfasst Filterphasenspannungen $\mathbf{u}_F^{abc} = (u_F^a, u_F^b, u_F^c)^\top$ [V]³, Filterphasenströme $\mathbf{i}_F^{abc} = (i_F^a, i_F^b, i_F^c)^\top$ [A]³, Filterwiderstand R_F [V/A], Filterinduktivität L_F [Vs/A] und Netzphasenspannungen $\mathbf{u}_0^{abc} = (u_0^a, u_0^b, u_0^c)^\top$ [V]³. Am Point of Common Coupling (PCC) wird die (transformierte) Netzspannung \mathbf{u}_0^{abc} gemessen. Das Übersetzungsverhältnis des Transformators (in Abb. 24.3) wird nicht explizit modelliert.

Der Back-to-Back Converter besteht aus zwei vollgesteuerten Wechselrichtern mit gemeinsamen Spannungszwischenkreis. Maschinen- bzw. netzseitiger Wechselrichter tauschen maschinenseitige Leistung p_M [W] bzw. netzseitige Leistung p_N [W] mit dem Zwischenkreis aus. Im Dauerbetrieb der Windkraftanlage wird der Zwischenkreiskondensator C_{DC} [As/V] im Mittel *nicht* auf- oder entladen. Es wird im Mittel also keine Leistung p_{DC} [W] mit dem Zwischenkreis ausgetauscht und die Zwischenkreisspannung u_{DC} [V] bleibt (nahezu) konstant.

Die Bezugspunkte o_M (maschinenseitiger Sternpunkt), o_N (netzseitiger Sternpunkt) und o_{DC} (negatives Potential des Zwischenkreises) sind nicht mit Erde verbunden. Die Bezugspunktspannungen u_{oM} [V], u_{oN} [V] bzw. u_{oDC} [V] sind somit frei und können schwanken.

24.3.4 Elektrische Maschine (Generator)

In diesem Beitrag wird ausschließlich ein Permanentmagnet-Synchrongenerator (PMSG) betrachtet. Mithilfe der Kirchhoffschen Regeln lässt sich das maschinenseitige, elektrische Netzwerk aus Abb. 24.11 wie folgt beschreiben

$$\mathbf{u}_s^{abc}(t) = R_s \mathbf{i}_s^{abc}(t) + \underbrace{\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} L_s^a i_s^a(t) \\ L_s^b i_s^b(t) \\ L_s^c i_s^c(t) \end{pmatrix}}_{=:\frac{d}{dt} \boldsymbol{\psi}_s^{abc}(t)} + \begin{pmatrix} e_s^a(t) \\ e_s^b(t) \\ e_s^c(t) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{i}_s^{abc}(0) = \mathbf{i}_s^{abc,0} [A]^3. \quad (24.74)$$

Anwenden der Clarke-Transformation (24.28) führt auf das Grundmodell eines Permanentmagnet-Synchrongenerators (siehe Abschnitt 16.7):

$$\left. \begin{array}{l} \text{Stator:} \quad \mathbf{u}_s^s(t) = R_s \mathbf{i}_s^s(t) + \frac{d}{dt} \boldsymbol{\psi}_s^s(t), \quad \boldsymbol{\psi}_s^s(0) = \boldsymbol{\psi}_s^0 [\text{Vs}]^2 \\ \text{Fluss:} \quad \boldsymbol{\psi}_s^k(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} L_s^d & 0 \\ 0 & L_s^q \end{bmatrix}}_{=: \mathbf{L}_s^k \in \mathbb{R}^{2 \times 2}} \mathbf{i}_s^k(t) + \underbrace{\begin{pmatrix} \psi_{\text{PM}} \\ 0 \end{pmatrix}}_{=: \boldsymbol{\psi}_{\text{PM}}^k} \\ \text{Mechanik:} \quad \frac{d}{dt} \omega_M(t) \stackrel{(24.73)}{=} \frac{1}{\Theta} \left(\frac{m_T(v_W, \beta, \omega_T)}{g_r} + m_M(t) \right), \quad \omega_M(0) = \omega_M^0 \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right] \\ \text{Moment:} \quad m_M(t) = \frac{3}{2} p \mathbf{i}_s^s(t)^\top \mathbf{J} \boldsymbol{\psi}_s^s(t). \end{array} \right\} \quad (24.75)$$

Hierbei sind $\mathbf{u}_s^s [\text{V}]^2$ die Statorspannung, $\mathbf{i}_s^s [A]^2$ der Statorstrom, $R_s [\Omega]$ der Statorwiderstand, $\mathbf{L}_s^k \left[\frac{\text{Vs}}{A} \right]^{2 \times 2}$ die Statorinduktivitätsmatrix (mit Induktivitäten $L_s^d, L_s^q > 0$), $\boldsymbol{\psi}_{\text{PM}}^k = (\psi_{\text{PM}}, 0)^\top [\text{Vs}]^2$ der verkettete Fluss des Permanentmagneten (mit $\psi_{\text{PM}} > 0 [\text{Vs}]$), $p [1]$ die Polpaarzahl, $\omega_M \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$ die Maschinenwinkelgeschwindigkeit, $g_r \geq 1 [1]$ das Übersetzungsverhältnis des Getriebes, $\Theta = \Theta_M + \Theta_T / g_r^2 [\text{kg m}^2]$ die (auf die Maschinenseite bezogene) Gesamtträgheit der Windkraftanlage, $m_M [\text{Nm}]$ das Maschinenmoment und $m_T [\text{Nm}]$ das Turbinenmoment wie in (24.64). Nach (24.70) gilt $\omega_M = g_r \omega_T$. Die elektrische Rotorwinkelgeschwindigkeit

$$\omega_r(t) = p \omega_M(t) \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right] \quad (24.76)$$

hängt von der mechanischen Winkelgeschwindigkeit ω_M und der Polpaarzahl p ab. Als Messgrößen für die Regelung stehen die Strangströme $\mathbf{i}_s^{abc}(t)$ im Stator und die mechanische Winkelgeschwindigkeit $\omega_M(t)$ zur Verfügung.

24.3.5 Point of Common Coupling (PCC), Trafo und Netz

Am Netzeinspeisepunkt – engl. Point of Common Coupling (PCC) – wird die erzeugte Leistung ins Netz eingespeist (siehe Abb. 24.3). Die (ideale) Netzspannung $\mathbf{u}_0^{abc} = (u_0^a(t), u_0^b(t), u_0^c(t))^\top [\text{V}]^3$ wird vor dem Transformator gemessen. Der Transformator setzt die Spannung entsprechend dem Spannungsniveau am

Einspeisepunkt auf ein höheres Niveau (Hochsetzen z.B. auf Mittelspannungsniveau des Energienetzes). Die gemessene (ideale) *symmetrische* Netzspannung mit konstanter Amplitude \hat{u}_0 [V], konstanter Netzfrequenz ω_0 [rad/s] und Phasenoffset α_0 [rad] sei gegeben durch

$$\mathbf{u}_0^{abc}(t) := \begin{pmatrix} u_0^a(t) \\ u_0^b(t) \\ u_0^c(t) \end{pmatrix} = \hat{u}_0 \begin{pmatrix} \cos(\omega_0 t + \alpha_0) \\ \cos(\omega_0 t - 2/3\pi + \alpha_0) \\ \cos(\omega_0 t - 4/3\pi + \alpha_0) \end{pmatrix}. \quad (24.77)$$

Im europäischen Verbundnetz ist die Netzfrequenz auf ein enges Intervall um $f_0 = 50 \text{ Hz} \pm 0,5 \text{ Hz}$ festgelegt, um Netzstabilität garantieren zu können (vgl. [1189, S. 13,20,27]).

24.3.6 Filter

Um sinusförmige Ströme ins Netz einprägen zu können, muss ein Netzfilter eingesetzt werden. Es soll ein einfacher *RL*-Filter (in jeder Phase) mit Filterinduktivität L_F [Vs/A] und Filterwiderstand R_F [V/A] betrachtet werden. Die im Umrichter generierten (Filter-)Spannungen $\mathbf{u}_F^{abc} = (u_F^a, u_F^b, u_F^c)^\top$ [V]³ (bzw. $\mathbf{u}_{F,\text{verk}}^{abc}$ [V]³) liegen am Filter an und werden aufgrund der Induktivität L_F in (annähernd) sinusförmige Phasen(filter-)ströme $\mathbf{i}_F^{abc} = (i_F^a, i_F^b, i_F^c)^\top$ [A]³ umgesetzt. Am Filterwiderstand R_F wird die Verlustleistung $R_F \|\mathbf{i}_F^{abc}\|^2$ [W] in Wärme umgewandelt. Das netzseitige elektrische Netzwerk mit idealer Netzspannung \mathbf{u}_0^{abc} wie in (24.77) ist in Abb. 24.11 dargestellt. Gemäß der Kirchhoffschen Spannungsregel ergibt sich der folgende dynamische Zusammenhang

$$\mathbf{u}_F^{abc}(t) = R_F \mathbf{i}_F^{abc}(t) + L_F \frac{d}{dt} \mathbf{i}_F^{abc}(t) + \mathbf{u}_0^{abc}(t), \quad \mathbf{i}_F^{abc}(0) = \mathbf{i}_F^0 \text{ [A]}^3. \quad (24.78)$$

Anwenden der Clarke-Transformation führt das dreiphasige *abc*-System (24.78) über in das zweiphasige *s*-Koordinatensystem mit $\mathbf{u}_F^s = (u_F^\alpha, u_F^\beta)^\top$ [V]², $\mathbf{i}_F^s = (i_F^\alpha, i_F^\beta)^\top$ [A]² und $\mathbf{u}_0^s = (u_0^\alpha, u_0^\beta)^\top$ [V]². Man erhält

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_F^s(t) &\stackrel{(24.28)}{=} \mathbf{T}_C \mathbf{u}_F^{abc}(t) = R_F \mathbf{T}_C \mathbf{i}_F^{abc}(t) + L_F \frac{d}{dt} \mathbf{T}_C \mathbf{i}_F^{abc}(t) + \mathbf{T}_C \mathbf{u}_0^{abc}(t) \\ &= R_F \mathbf{i}_F^s(t) + L_F \frac{d}{dt} \mathbf{i}_F^s(t) + \mathbf{u}_0^s(t), \quad \mathbf{i}_F^s(0) = \mathbf{T}_C \mathbf{i}_F^0 \text{ [A]}^3. \end{aligned} \quad (24.79)$$

Bemerkung 24.5. *In Windkraftanlagen werden hauptsächlich LCL-Filter anstatt von RL-Filtern eingesetzt. Die Ausführung als LCL-Filter erlaubt den Einsatz von kleineren Induktivitäten. Somit kann ein LCL-Filter kleiner gebaut werden als ein RL-Filter. In [1213, Kap. 11] findet sich eine ausführliche Diskussion des Designs von LCL-Filtern und der Regelung von netzseitigen Umrichtern mit LCL-Filter.*

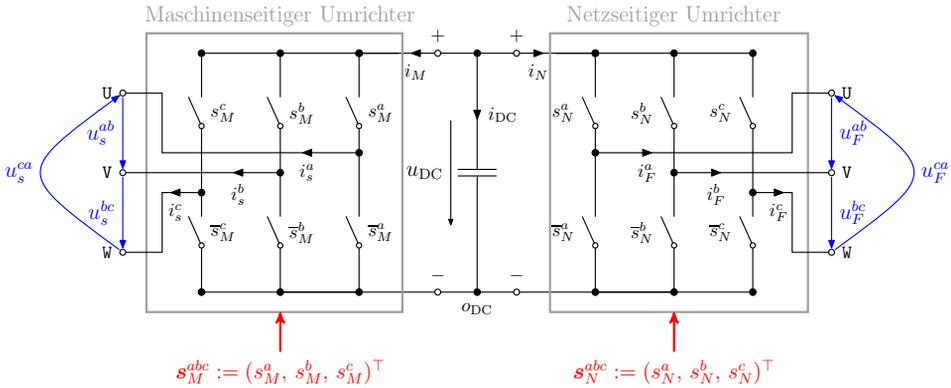


Abb. 24.12: Back-to-Back Converter: Maschinen- und Netzseitiger Umrichter (mit idealen Schaltern, ohne Freilaufdioden) mit gemeinsamem Spannungszwischenkreis.

24.3.7 Back-to-Back Converter

Auch wenn, aufgrund der immer höheren Leistungsklassen, in Zukunft voraussichtlich Multi-Level Umrichter zur Regelung von Windkraftanlagen eingesetzt werden [1186], soll hier kurz der weit verbreitete Zwei-Level Back-to-Back Converter betrachtet werden. Eine ausführliche Betrachtung findet sich in [1208, Kap. 8.3.4].

Ein Back-to-Back Converter (oder Umrichter mit Active Front End) besteht aus zwei Wechselrichtern mit gemeinsamen Spannungszwischenkreis (siehe Abb. 24.12). Der maschinenseitige Umrichter beaufschlagt die elektrische Maschine (Generator) mit den verketteten Statorspannungen $\mathbf{u}_{s,\text{verk}}^{abc} = (u_s^{ab}, u_s^{ba}, u_s^{ca})^\top [\text{V}]^3$, während der netzseitige Umrichter die verketteten Filterspannungen $\mathbf{u}_{F,\text{verk}}^{abc} = (u_F^{ab}, u_F^{ba}, u_F^{ca})^\top [\text{V}]^3$ an den Netzfilter anlegt. Aufgabe des Back-to-Back Converters ist es, auf Maschinen- und Netzseite die Strangspannungen $\mathbf{u}_s^{abc} [\text{V}^3]$ der Maschine bzw. die Phasenspannungen $\mathbf{u}_F^{abc} [\text{V}^3]$ im Filter entsprechend der vorgegebenen Referenzspannungen $\mathbf{u}_{s,\text{ref}}^{abc}$ bzw. $\mathbf{u}_{F,\text{ref}}^{abc}$ zu stellen. Die Ausgangsspannungen des maschinen- bzw. netzseitigen Umrichters hängen von der Zwischenkreisspannung $u_{DC} [\text{V}]$ über dem Zwischenkreiskondensator $C_{DC} [\text{As/V}]$ ab. Maschinen- und netzseitiger Umrichter können jeweils über die Vorgabe ihrer Schaltvektoren $\mathbf{s}_M^{abc} = (s_M^a, s_M^b, s_M^c)^\top [1]^3$ bzw. $\mathbf{s}_N^{abc} = (s_N^a, s_N^b, s_N^c)^\top [1]^3$ gesteuert werden.

24.3.7.1 Schaltvektor, Spannungsvektoren und Spannungshexagon

In Abb. 24.13 sind die acht möglichen Spannungsvektoren $\mathbf{u}_{000}^s, \mathbf{u}_{100}^s, \dots,$ und \mathbf{u}_{111}^s eines 2-Level-Umrichters dargestellt. Für die acht Spannungsvektoren im (statorfesten) s -Koordinatensystem gilt in Abhängigkeit der zulässigen Schaltvektoren $(\mathbf{s}^{abc})^\top \in \{000, 100, \dots, 111\}$:

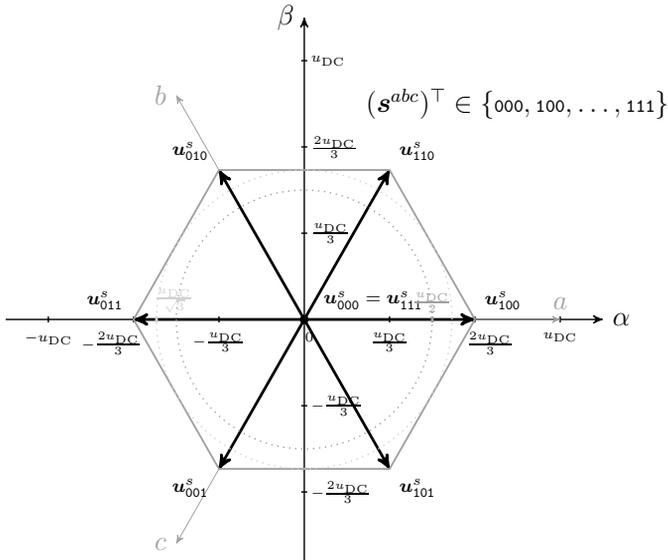


Abb. 24.13: Spannungshexagon.

$$\begin{aligned}
 (\mathbf{s}^{abc})^\top = 000 \vee 111 &\implies \mathbf{u}_{000}^s = \mathbf{u}_{111}^s = (0, 0)^\top, \\
 (\mathbf{s}^{abc})^\top = 100 &\implies \mathbf{u}_{100}^s = -\mathbf{u}_{011}^s = \left(\frac{2}{3}u_{DC}, 0\right)^\top, \\
 (\mathbf{s}^{abc})^\top = 110 &\implies \mathbf{u}_{110}^s = -\mathbf{u}_{001}^s = \left(\frac{1}{3}u_{DC}, \frac{1}{\sqrt{3}}u_{DC}\right)^\top \text{ und} \\
 (\mathbf{s}^{abc})^\top = 010 &\implies \mathbf{u}_{010}^s = -\mathbf{u}_{101}^s = \left(-\frac{1}{3}u_{DC}, \frac{1}{\sqrt{3}}u_{DC}\right)^\top.
 \end{aligned}$$

Die Spannungsvektoren besitzen die gleiche Amplitude, d.h.

$$\forall t \geq 0: \|\mathbf{u}_{000}^s(t)\| = \|\mathbf{u}_{100}^s(t)\| = \dots = \|\mathbf{u}_{111}^s(t)\| = \frac{2}{3}u_{DC}(t),$$

und hängen somit von der (zeit-varianten) Zwischenkreisspannung $u_{DC}(t)$ ab.

24.3.7.2 Spannungszwischenkreis

Abhängig von den zu- oder abfließenden Strömen i_M [A] und i_N [A] auf der Maschinen- bzw. Netzseite wird der Zwischenkreiskondensator C_{DC} [As/V] über den resultierenden Zwischenkreisstrom $i_{DC} = -i_M - i_N$ [A] ge- oder entladen (vgl. Abbildung 24.11), d.h. für die Dynamik der Zwischenkreisspannung gilt folgender Zusammenhang

$$\frac{d}{dt} u_{DC}(t) = \frac{1}{C_{DC}} i_{DC}(t) = \frac{1}{C_{DC}} \left(-i_N(t) - i_M(t) \right), \quad u_{DC}(0) = u_{DC}^0 \geq 0 \text{ [V].} \quad (24.80)$$

24.3.7.3 Verkettete Spannungen und Ströme im Zwischenkreis

Abhängig von der Zwischenkreisspannung $u_{\text{DC}}(t)$ und der Schalterstellung bzw. dem Schaltvektor $\mathbf{s}_{M/N}^{abc}(t)$ lassen sich die verketteten Ausgangsspannungen des (verlustlosen) maschinen- bzw. netzseitigen Umrichters in Abb. 24.12 angeben. An den Klemmen **U**, **V**, **W** liegt jeweils der verkettete Spannungsvektor

$$\forall t \geq 0: \quad \mathbf{u}_{s/F,\text{verk}}^{abc}(t) = u_{\text{DC}}(t) \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{s}_{M/N}^{abc}(t) \stackrel{(24.24)}{=} u_{\text{DC}}(t) \mathbf{T}_V^* \mathbf{s}_{M/N}^{abc}(t) \quad (24.81)$$

an. Des Weiteren gilt

$$\forall t \geq 0: \quad i_{M/N}(t) = \mathbf{i}_{s/F}^{abc}(t)^\top \mathbf{s}_{M/N}^{abc}(t) \quad (24.82)$$

für den aus dem Zwischenkreis in den jeweiligen Wechselrichter fließenden Strom.

24.3.7.4 Verzögerung der Spannungserzeugung

Der gewünschte Referenzspannungsvektor $\mathbf{u}_{s/F,\text{ref}}^{abc}$ (oder $\mathbf{u}_{s/F,\text{ref}}^s$ oder $\mathbf{u}_{s/F,\text{ref}}^k$) kann nicht instantan vom Umrichter erzeugt werden. Die Referenzspannung kann beispielsweise durch Puls-Weiten-Modulation (PWM, siehe Abschnitt 14.3) oder Raum-Zeiger-Modulation (RZM, siehe Abschnitt 14.4) im Mittel über eine Schaltperiode gemittelt nachgebildet werden. Die Schaltperiode ist indirekt proportional zur Schaltfrequenz f_S [Hz] des Umrichters. Die Nachbildung der Referenzspannung durch den Umrichter verursacht somit eine Verzögerung mit der Totzeit $T_{\text{tot}} \propto 1/f_S > 0$ [s]. Für die spätere Reglerauslegung wird die Umrichterverzögerung auf Maschinen- und Netzseite vereinfachend durch ein PT_1 -System modelliert, d.h. der dynamische Zusammenhang zwischen Referenz- und Istspannung wird für $1 \gg T_{\text{tot}} > 0$ [s] durch folgende Übertragungsfunktion (siehe (9.8) in Abschnitt 9.2)

$$F_{\text{Umrichter}}(s) = \frac{u_{s/F}^{d/q}(s)}{u_{s/F,\text{ref}}^{d/q}(s)} = \frac{u_{s/F}^{\alpha/\beta}(s)}{u_{s/F,\text{ref}}^{\alpha/\beta}(s)} = \frac{u_{s/F}^{a/b/c}(s)}{u_{s/F,\text{ref}}^{a/b/c}(s)} \approx \frac{1}{1 + sT_{\text{tot}}} \quad (24.83)$$

approximiert.

24.3.7.5 Zusammenhang zwischen verketteten Spannungen und Spannungen im statorfesten Koordinatensystem

Die Modellierung des maschinen- und des netzseitigen Netzwerks erfolgte im statorfestem Koordinatensystem (siehe (24.75) bzw. (24.79)), d.h. als Eingangsspannungsvektor (für das Modell) muss der Statorspannungsvektor $\mathbf{u}_s^s = (u_s^\alpha, u_s^\beta)^\top$ bzw. $\mathbf{u}_F^s = (u_F^\alpha, u_F^\beta)^\top$ zur Verfügung stehen. Die allgemeine Clarke-Transformation (mit $k = \frac{2}{3}$) ergibt

$$\begin{pmatrix} u_{s/F}^\alpha(t) \\ u_{s/F}^\beta(t) \\ u_{s/F}^0(t) \end{pmatrix} = \mathbf{T}_C^* \mathbf{u}_{s/F}^{abc}(t) \stackrel{(24.27)}{=} \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(u_{s/F}^a(t) - u_{s/F}^b(t)) - \frac{1}{2}(u_{s/F}^c(t) - u_{s/F}^a(t)) \\ \frac{\sqrt{3}}{2}(u_{s/F}^b(t) - u_{s/F}^c(t)) \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(u_{s/F}^a(t) + u_{s/F}^b(t) + u_{s/F}^c(t)) \end{pmatrix}$$

$$= \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{u}_{s/F,\text{verk}}^{abc}(t) + \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \mathbf{u}_{s/F}^{abc}(t).$$

Aufgrund der Sternschaltungen in Generator und Filter sind die Nullkomponenten der Ströme null (denn $i_s^a + i_s^b + i_s^c = i_F^a + i_F^b + i_F^c = 0$) und tragen nicht zur Momentenbildung bzw. zum Leistungsfluss bei. Eine Modellierung der Spannungsnullkomponenten u_s^0 und u_F^0 ist somit überflüssig. Mithilfe der verketteten Spannungen $\mathbf{u}_{s,\text{verk}}^{abc}(t)$ bzw. $\mathbf{u}_{F,\text{verk}}^{abc}(t)$ kann also auf die Spannungen

$$\mathbf{u}_{s/F}^s(t) = \begin{pmatrix} u_{s/F}^\alpha(t) \\ u_{s/F}^\beta(t) \end{pmatrix} = \underbrace{\frac{2}{3} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \end{bmatrix}}_{=: \mathbf{T}_{C,\text{verk}} \in \mathbb{R}^{2 \times 3}} \mathbf{u}_{s/F,\text{verk}}^{abc}(t) \quad (24.84)$$

im statorfesten s -Koordinatensystem geschlossen werden.

24.4 Steuerung und Regelung von Windkraftanlagen

In diesem Abschnitt wird basierend auf der erarbeiteten Modellierung aus Abschnitt 24.3 die Regelung der Gesamtanlage näher diskutiert. Besonderes Augenmerk liegt auf der Regelung der Windkraftanlage in Betriebsbereich II (siehe Abb. 24.4). In diesem Betriebsbereich soll die maximal mögliche Windleistung „geerntet“ werden. Für dieses „Maximum Power Point Tracking (MPPT)“ ist eine hinreichend genaue Folgewertregelung der Generatordrehzahl erforderlich. Die hierzu notwendige Momentensteuerung wird durch die unterlagerten, maschinenseitigen Stromregelkreise ermöglicht. Auf der Netzseite sind die unterlagerten Stromregelkreise Grundlage für die überlagerte Spannungszwischenkreisregelung und die überlagerte Steuerung der Blindleistung am Netzeinspeisepunkt (engl. Point of Common Coupling (PCC)). Schließlich werden die Steuerung des Leistungsflusses innerhalb der Windkraftanlage und die Auswirkungen der Anlagenregelung auf die Leistungsbilanz diskutiert.

24.4.1 Netzseitige Stromregelung

Die netzseitige Stromregelung hat die Aufgabe die netzseitigen Ströme – die Filterströme $\mathbf{i}_F^{abc} = (i_F^a, i_F^b, i_F^c)^\top [\text{A}]^3$ (siehe Abb. 24.11) – so zu stellen, dass eine unabhängige Einspeisung von Wirk- und Blindleistung in das (ideale) Netz erzielt werden kann. Hierzu muss die Phase (und die Amplitude) der Filterströme \mathbf{i}_F^{abc} im Netzfilter mit Widerstand $R_F [\text{V/A}]$ und Induktivität $L_F [\text{Vs/A}]$ in Bezug auf die Netzspannung $\mathbf{u}_0^{abc} = (u_0^a, u_0^b, u_0^c)^\top [\text{V}]^3$ mit Amplitude $\hat{u}_0 > 0 [\text{V}]$ geregelt werden. Um einen gewünschten Phasenwinkel zwischen Netzspannung \mathbf{u}_0^{abc} und Filterstrom \mathbf{i}_F^{abc} einstellen zu können, muss die Phasenlage der Netzspannung dynamisch detektiert werden. Dies wird in der Regel durch eine Phase-Locked Loop

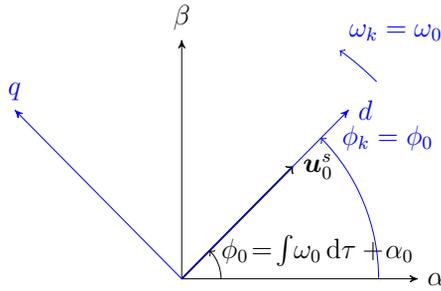


Abb. 24.14: Zeigerdiagramm: Spannungsorientierung der d -Achse des k -Koordinatensystems auf die Netzspannung \mathbf{u}_0^s .

(PLL) erreicht. Der detektierte Netzspannungsphasenwinkel wird zur Spannungsorientierung genutzt. Diese Netzspannungsorientierung vereinfacht die Auslegung der netzseitigen Stromregelung und erlaubt eine (nahezu) entkoppelte Wirk- und Blindleistungsabgabe ins Netz.

24.4.1.1 Spannungsorientierung durch Phase-Locked Loop (PLL)

Um eine Spannungsorientierung dauerhaft zu erreichen, wird in der Regel eine Phase-Locked Loop (PLL) eingesetzt (siehe z.B. [1193] oder [1213, Abschnitt 4.2.2]). Ziel ist es, die d -Achse des k -Koordinatensystems dynamisch auf den Zeiger

$$\forall t \geq 0: \quad \mathbf{u}_0^s(t) = \mathbf{T}_C \mathbf{u}_0^{abc}(t) \stackrel{(24.77)}{=} \hat{u}_0 (\cos(\phi_0(t)), \sin(\phi_0(t)))^\top \quad (24.85)$$

der Netzspannung zu legen, wobei $\phi_0(t) = \int_0^t \omega_0(\tau) d\tau + \alpha_0$ (siehe Abb. 24.14). Für diese Orientierung muss der Winkel ϕ_0 mithilfe der PLL geschätzt werden. Im Folgenden wird der Schätzwert mit $\tilde{\phi}_0$ bezeichnet. Im Idealfall gilt $\tilde{\phi}_0 = \phi_0$ (exakte Schätzung) und somit ergibt sich

$$\forall t \geq 0: \quad \mathbf{u}_0^k(t) = (u_0^d(t), u_0^q(t))^\top = \mathbf{T}_P(\tilde{\phi}_0(t))^{-1} \mathbf{u}_0^s(t) = (\hat{u}_0, 0)^\top, \quad (24.86)$$

d.h. Netzspannungsvektor \mathbf{u}_0^k besitzt nur noch eine d -Komponente. Hierzu muss sich das k -Koordinatensystem nach korrekter, anfänglicher Ausrichtung (Drehung um α_0) mit der Netzfrequenz $\omega_0 = 2\pi f_0$ (mit $f_0 = 50$ Hz) drehen. Somit kann im Idealfall dynamisch eine Drehung um

$$\forall t \geq 0: \quad \phi_k(t) = \tilde{\phi}_0(t) = \phi_0(t) = \int_0^t \omega_0(\tau) d\tau + \alpha_0 \quad \text{mit} \quad \omega_k(t) = \omega_0(t) \quad (24.87)$$

gewährleistet werden. Die Implementierung einer Phase-Locked Loop ist in Abb. 24.15 in Form eines Signalflossplans illustriert.

Die gemessene Netzphasenspannung \mathbf{u}_0^{abc} wird mithilfe der Clarke-Transformation in das s -Koordinatensystem transformiert. Die transformierte

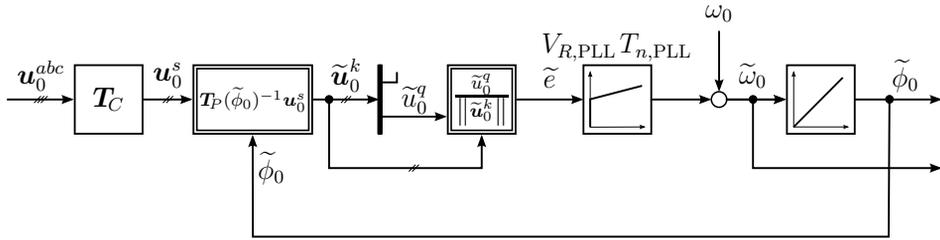


Abb. 24.15: Phase-Locked Loop (PLL) für netzseitige Spannungsorientierung.

Spannung \mathbf{u}_0^s wird schließlich durch eine Drehung um $\tilde{\phi}_0$ mithilfe der Park-Transformation in das k -Koordinatensystem abgebildet. Für den geschätzten Spannungsvektor $\tilde{\mathbf{u}}_0^k$ im k -KoSy gilt

$$\tilde{\mathbf{u}}_0^k(t) = \mathbf{T}_P(\tilde{\phi}_0(t))^{-1} \mathbf{u}_0^s(t) \stackrel{(24.85)}{=} \hat{u}_0 \begin{pmatrix} \cos(\phi_0(t)) \cos(\tilde{\phi}_0(t)) + \sin(\phi_0(t)) \sin(\tilde{\phi}_0(t)) \\ \sin(\phi_0(t)) \cos(\tilde{\phi}_0(t)) - \cos(\phi_0(t)) \sin(\tilde{\phi}_0(t)) \end{pmatrix}. \quad (24.88)$$

Mithilfe des trigonometrischen Additionstheorems (24.33) lässt sich $\tilde{\mathbf{u}}_0^q$ und somit \tilde{e} (siehe Abb. 24.15) wie folgt darstellen

$$\forall t \geq 0: \quad \tilde{e}(t) = \frac{\tilde{u}_0^q(t)}{\|\tilde{\mathbf{u}}_0^k(t)\|} = \frac{\tilde{u}_0^q(t)}{\hat{u}_0} \stackrel{(24.88), (24.33)}{=} \sin(\phi_0(t) - \tilde{\phi}_0(t)). \quad (24.89)$$

Für kleine Winkeldifferenzen $\phi_0 - \tilde{\phi}_0 \ll 1$ lässt sich (24.89) durch

$$\tilde{e}(t) = \sin(\phi_0(t) - \tilde{\phi}_0(t)) \stackrel{\phi_0 - \tilde{\phi}_0 \ll 1}{\approx} \phi_0(t) - \tilde{\phi}_0(t) \quad (24.90)$$

approximieren. In diesem Fall entspricht \tilde{e} dem „Regelfehler“ zwischen tatsächlich gedrehtem Park-Transformationswinkel $\tilde{\phi}_0$ (Istwinkel) und gewünschtem Netzwinkel ϕ_0 . Dieser Fehler soll durch den Einsatz des PI-Reglers

$$F_{R,PLL}(s) = V_{R,PLL} \frac{1 + sT_{n,PLL}}{sT_{n,PLL}} \quad (24.91)$$

und des Integrators in Abb. 24.15 asymptotisch zu null ausgeregelt werden. Sofern die Abschätzung (24.90) gültig ist, vereinfacht sich die Analyse des Regelkreises der Phase-Locked Loop erheblich: Der nichtlineare Signalflussplan in Abb. 24.15 lässt sich in den linearen Regelkreis in Abb. 24.16 umzeichnen. Man erhält folgende Übertragungsfunktion

$$F_{RK,PLL}(s) := \frac{\tilde{\phi}_0(s)}{\phi_0(s)} = \frac{V_{R,PLL} \frac{1+sT_{n,PLL}}{sT_{n,PLL}} \frac{1}{s}}{1 + V_{R,PLL} \frac{1+sT_{n,PLL}}{sT_{n,PLL}} \frac{1}{s}} = \frac{1 + sT_{n,PLL}}{1 + sT_{n,PLL} + s^2 \frac{T_{n,PLL}}{V_{R,PLL}}} \quad (24.92)$$

des (vereinfachten) geschlossenen PLL-Regelkreises. Eine Reglerauslegung, die aperiodisches Einschwingen und asymptotische Genauigkeit garantiert, kann beispielsweise durch Polplatzierung erfolgen (vgl. Abschnitt 5.5.5). So ergibt sich für

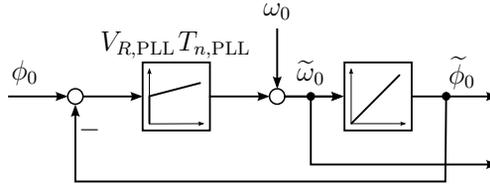


Abb. 24.16: Vereinfachte Vorstellung der Phase-Locked Loop (PLL) für netzseitige Spannungsorientierung.

das Wunschpolynom $1 + s2T_P + s^2T_P^2$ mit $\frac{1}{f_0} \gg T_P > 0$ nach Koeffizientenvergleich von Wunschpolynom und Nennerpolynom des geschlossenen Regelkreises (24.92) die folgende Parametrierung des *PI*-Reglers (24.91):

$$\begin{aligned}
 1 + sT_{n,PLL} + s^2 \frac{T_{n,PLL}}{V_{R,PLL}} &\stackrel{!}{=} 1 + s2T_P + s^2T_P^2 \quad \text{mit} \quad \frac{1}{f_0} = \frac{\omega_0}{2\pi} \gg T_P > 0 \\
 \implies T_{n,PLL} = 2T_P \quad \text{und} \quad V_{R,PLL} &= \frac{2}{T_P}. \tag{24.93}
 \end{aligned}$$

Um ein hinreichend schnelles Einschwingen zu gewährleisten, sollte die Polplatzierungszeitkonstante T_P [s] deutlich kleiner gewählt werden als die Netzperiodendauer $\frac{1}{f_0} = \frac{\omega_0}{2\pi} = 0,02$ s. Zur Verbesserung des Führungsverhaltens kann die Netzfrequenz ω_0 direkt vorgesteuert werden (siehe Abb. 24.15 und 24.16).

24.4.1.2 Netzseitiges Netzwerk in Spannungsorientierung

In Abschnitt 24.3.6 wurde das Modell (24.79) des netzseitigen elektrischen Netzwerks abgeleitet und im *s*-Koordinatensystem dargestellt. Durch eine Spannungsorientierung kann diese Modellvorstellung noch weiter vereinfacht werden. Hierzu wird das Modell (24.79) mithilfe der inversen Park-Transformation (24.29) mit $\phi_k = \phi_0$ (entspricht Drehung um negativen Netzphasenwinkel) in das *k*-Koordinatensystem transformiert, so dass die *d*-Achse auf dem Zeiger \mathbf{u}_0^s der Netzspannung zum liegen kommt (siehe Abb. 24.14). Somit gilt idealerweise (24.86). Mit der konstanten Netzfrequenz $\omega_0 = \frac{d}{dt}\phi_0(t)$ erhält man folgendes Modell des netzseitigen Netzwerkes in Spannungsorientierung:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{u}_F^k(t) &\stackrel{(24.29)}{=} \mathbf{T}_P(\phi_0(t))^{-1} \mathbf{u}_F^s(t) \\
 &\stackrel{(24.79)}{=} R_F \underbrace{\mathbf{T}_P(\phi_0(t))^{-1} \mathbf{i}_F^s(t)}_{=\mathbf{i}_F^k(t)} + \underbrace{\mathbf{T}_P(\phi_0(t))^{-1} \mathbf{u}_0^s(t)}_{=\mathbf{u}_0^k(t)} \\
 &\quad + L_F \mathbf{T}_P(\phi_0(t))^{-1} \underbrace{\left[\left(\frac{d}{dt} \mathbf{T}_P(\phi_0(t)) \right) \mathbf{i}_F^k(t) + \mathbf{T}_P(\phi_0(t)) \frac{d}{dt} \mathbf{i}_F^k(t) \right]}_{=\frac{d}{dt} \mathbf{i}_F^s(t)} \\
 &\stackrel{(24.36)}{=} R_F \mathbf{i}_F^k(t) + \mathbf{u}_0^k(t) + \omega_0 L_F \mathbf{J} \mathbf{i}_F^k(t) + L_F \frac{d}{dt} \mathbf{i}_F^k(t). \tag{24.94}
 \end{aligned}$$

Für die netzseitige Stromreglerauslegung ist die Stromdynamik von Interesse. Entsprechendes Umschreiben von (24.94) führt auf die Stromdifferentialgleichung

$$\frac{d}{dt} \mathbf{i}_F^k(t) = \frac{1}{L_F} \left(\mathbf{u}_F^k(t) - R_F \mathbf{i}_F^k(t) - \underbrace{\omega_0 L_F \mathbf{J} \mathbf{i}_F^k(t)}_{=: \mathbf{u}_{F,\text{stoer}}^k(t)} - \mathbf{u}_0^k(t) \right). \quad (24.95)$$

Hierbei sind $\omega_0 = 2\pi f_0$ [rad/s] die (konstante) Netzkreisfrequenz, R_F [V/A] der Filterwiderstand, L_F [Vs/A] die Filterinduktivität, $\mathbf{u}_0^k = (u_0^d, u_0^q)^\top = (\hat{u}_0, 0)^\top$ [V]² die Netzspannung in k -Koordinaten mit der Netzspannungsamplitude \hat{u}_0 [V] und $\mathbf{u}_F^k = (u_F^d, u_F^q)^\top$ [V]² die vom netzseitigen Wechselrichter zu stellende Spannung. Das kompakte Modell (24.95) in Spannungsorientierung lässt sich für die Regelung in die entsprechenden d - und q -Komponenten

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} i_F^d(t) &= \frac{1}{L_F} \left(u_F^d(t) - R_F i_F^d(t) + \underbrace{\omega_0 L_F i_F^q(t)}_{=: u_{F,\text{stoer}}^d(t)} - \hat{u}_0 \right) \\ \frac{d}{dt} i_F^q(t) &= \frac{1}{L_F} \left(u_F^q(t) - R_F i_F^q(t) - \underbrace{\omega_0 L_F i_F^d(t)}_{=: u_{F,\text{stoer}}^q(t)} \right) \end{aligned} \right\} \quad (24.96)$$

zerlegen. In Abb. 24.17 ist der Signalflussplan der verkoppelten Strecke (24.95) bzw. (24.96) des netzseitigen elektrischen Netzwerkes mit approximierter Umrichterdynamik (24.83) und PI-Reglern dargestellt. Die Stromdynamiken sind durch die Störterme $u_{F,\text{stoer}}^d$ und $u_{F,\text{stoer}}^q$ (linear) miteinander verkoppelt.

24.4.1.3 Kompensation der netzseitigen Störterme

Für den Reglerentwurf soll ein (möglichst) einfaches und entkoppeltes Systemverhalten vorliegen. Hierzu ist eine Kompensation der Störterme in (24.95) bzw. (24.96) notwendig. Hierzu sollen in Form einer (dynamischen) *Störgrößenaufschaltung* die Kompensationsterme¹¹

$$\mathbf{u}_{F,\text{komp}}^k(t) = \begin{pmatrix} u_{F,\text{komp}}^d(t) \\ u_{F,\text{komp}}^q(t) \end{pmatrix} = \mathcal{L}^{-1} \{ F_K(s) \} \begin{pmatrix} \omega_0 L_F i_F^q(t) - \hat{u}_0 \\ -\omega_0 L_F i_F^d(t) \end{pmatrix} \quad (24.97)$$

über das Übertragungsglied $F_K(s)$ dem Umrichter übergeben werden (siehe Abb. 24.18). Eine *exakte* (ideale) Kompensation kann nur erreicht werden für $F_K(s) = 1 + s T_{\text{tot}} = F_{\text{Umrichter}}(s)^{-1}$ (nicht kausal!), exakt bekannte Parameter \hat{u}_0 , ω_0 und L_F und ideale Messsignale von i_F^d und i_F^q . Aufgrund der auftretenden Verzögerung im Umrichter (vgl. (24.83)), Messfehlern/-rauschen und Parameterunsicherheiten kann keine exakte Kompensation erfolgen. Typischerweise werden folgende Kompensationsglieder

¹¹Die Laplace-Transformation einer Funktion $f(\cdot) \in \mathcal{L}_{\text{loc}}^1(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R})$ ist gegeben durch $f(s) := \mathcal{L}\{f(t)\} := \int_0^\infty f(t) \exp(-st) dt$ (oder kompakt $f(s) \bullet \circ \bullet f(t)$) mit $\Re(s) \geq \alpha$, sofern $\alpha \in \mathbb{R}$ existiert, so dass $[t \mapsto \exp(-at)f(t)] \in \mathcal{L}^1(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R})$ [1254, S. 742]. Für die inverse Laplace-Transformation schreiben wir $f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{f(s)\}$ oder $f(t) \circ \bullet \bullet f(s)$. Hierbei entsprechen $\mathcal{L}_{(\text{loc})}^p(I; Y)$ dem Raum der messbaren, (lokal) p -fach integrierbaren Funktionen von $I \rightarrow Y$ und $\Re(s)$ dem Realteil der komplexen Zahl $s \in \mathbb{C}$.

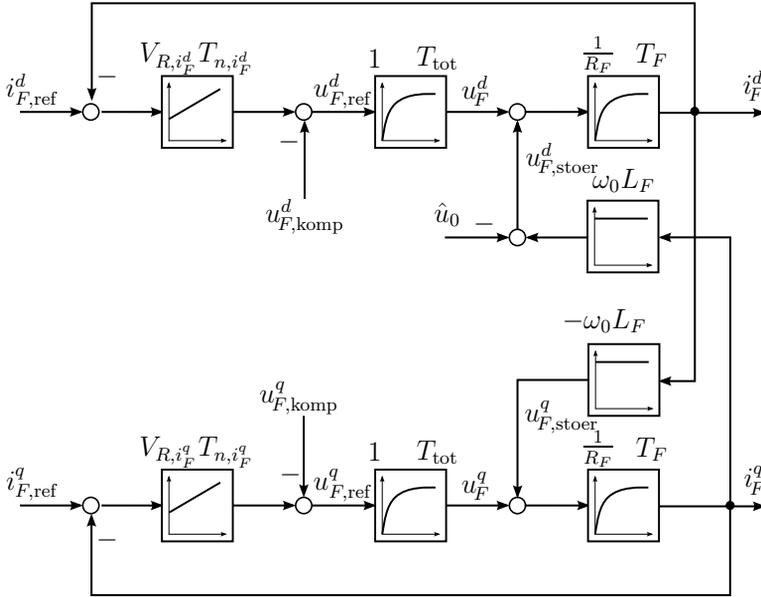


Abb. 24.17: Verkoppelte, netzseitige Stromregelkreise im k -Koordinatensystem (Spannungsorientierung) mit PI -Reglern (24.102), Störgrößenkompensation (24.97), approximierter Umrichter­dynamik (24.83) und Netz­dynamik (24.96).

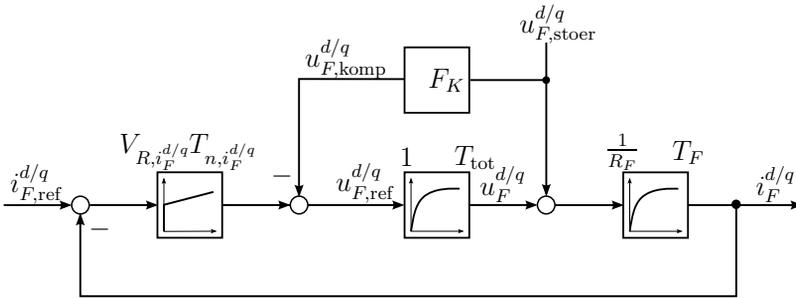


Abb. 24.18: Signalflussplan des netzseitigen Stromregelkreises mit Störgrößen­aufschaltung (ideal gilt $F_K(s) = 1 + sT_{tot}$).

$$F_K(s) = \begin{cases} V_K & , \text{statische Kompensation mit } V_K \leq 1 \\ V_K \frac{1+sT_{tot}}{1+sT_h} & , \text{dynamische Kompensation mit } T_h \ll T_{tot}, V_K \leq 1 \end{cases} \quad (24.98)$$

eingesetzt (vgl. Abschnitt 7.1.1.1). Die Wahl der Kompensationsverstärkung $V_K \leq 1$ vermeidet eine Überkompensation bei Stellgrößenbegrenzungen, während die Wahl $T_h \ll T_{tot}$ eine kausale Approximation des PD -Gliedes $1 + sT_{tot}$ (inverse Umrichter­dynamik) ermöglicht.

24.4.1.4 Auslegung der netzseitigen Stromregelung

Annahme (A.9) Bei idealer Kompensation der netzseitigen Störterme in (24.95) bzw. (24.96), d.h.

$$\forall t \geq 0: \quad u_{F,\text{komp}}^{d/q}(t) = \mathcal{L}^{-1} \{1 + sT_{\text{tot}}\} u_{F,\text{stoer}}^{d/q}(t) \quad (24.99)$$

können d - und q -Komponente als entkoppelt betrachtet werden und die Stromdynamiken der d - und q -Komponenten vereinfachen sich zu folgenden Übertragungsfunktionen

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} i_F^d(t) &= \frac{1}{L_F} \left(u_F^d(t) - R_F i_F^d(t) \right) & \circ \bullet & \frac{i_F^d(s)}{u_s^d(s)} = \frac{\frac{1}{R_F}}{1 + s \frac{L_F}{R_F}} \\ \frac{d}{dt} i_F^q(t) &= \frac{1}{L_F} \left(u_F^q(t) - R_F i_F^q(t) \right) & \circ \bullet & \frac{i_F^q(s)}{u_s^q(s)} = \frac{\frac{1}{R_F}}{1 + s \frac{L_F}{R_F}} \end{aligned} \right\} \quad (24.100)$$

Unter Berücksichtigung der approximierten Umrichterndynamik (24.83) erhält man für die Stromreglerauslegung die Streckenübertragungsfunktionen

$$\left. \begin{aligned} F_{S,i_F^d}(s) &= \frac{i_F^d(s)}{u_{F,\text{ref}}^d(s)} = \frac{\frac{1}{R_F}}{(1+sT_F)(1+sT_{\text{tot}})} \\ F_{S,i_F^q}(s) &= \frac{i_F^q(s)}{u_{F,\text{ref}}^q(s)} = \frac{\frac{1}{R_F}}{(1+sT_F)(1+sT_{\text{tot}})} \end{aligned} \right\} \text{ mit Filterzeitkonstante } T_F := \frac{L_F}{R_F}. \quad (24.101)$$

Es gilt $F_{S,i_F^d}(s) = F_{S,i_F^q}(s)$. Aufgrund der idealen Störgrößenkompensation wirken *keine* Störungen (mehr). Das Systemverhalten beider Strecken in (24.101) entspricht dem eines PT_2 -Systems. Es wird nach Optimierungstabelle (siehe Tabelle auf Seite 81) jeweils ein PI -Regler nach Betragsoptimum (BO) ausgelegt, um gutes Führungsverhalten zu erzielen. Für beide Stromregler ergibt sich die identische Auslegung:

$$\left. \begin{aligned} F_{R,i_F^d}(s) &= V_{R,i_F^d} \frac{1+sT_{n,i_F^d}}{sT_{n,i_F^d}} \text{ mit } V_{R,i_F^d} = \frac{T_F}{2 \cdot \frac{1}{R_F} \cdot T_{\text{tot}}} \text{ und } T_{n,i_F^d} = T_F, \\ F_{R,i_F^q}(s) &= V_{R,i_F^q} \frac{1+sT_{n,i_F^q}}{sT_{n,i_F^q}} \text{ mit } V_{R,i_F^q} = \frac{T_F}{2 \cdot \frac{1}{R_F} \cdot T_{\text{tot}}} \text{ und } T_{n,i_F^q} = T_F. \end{aligned} \right\} \quad (24.102)$$

Die Wahl der Integratorzeitkonstanten $T_{n,i_F^{d/q}} = T_F$ der PI -Regler führt zu einer Eliminierung der großen Zeitkonstanten T_F (es gilt in der Regel $T_{\text{tot}} \ll T_F$, vgl. Abschnitt 3.1).

Durch die Kompensation sind beide Stromkomponenten entkoppelt und unabhängig voneinander regelbar. Bei obiger Auslegung (24.102) nach Betragsoptimum gilt für die Übertragungsfunktionen der geschlossenen Regelkreise

$$F_{RK,i_F^{d/q}}(s) = \frac{i_F^{d/q}(s)}{i_{F,\text{ref}}^{d/q}(s)} = \frac{V_{R,i_F^{d/q}} \frac{1+sT_{n,i_F^{d/q}}}{sT_{n,i_F^{d/q}}} \frac{1}{R_F} \frac{1}{(1+sT_F)(1+sT_{\text{tot}})}}{1 + V_{R,i_F^{d/q}} \frac{1+sT_{n,i_F^{d/q}}}{sT_{n,i_F^{d/q}}} \frac{1}{R_F} \frac{1}{(1+sT_F)(1+sT_{\text{tot}})}}$$

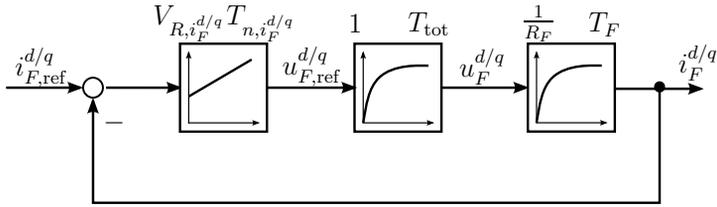


Abb. 24.19: Vereinfachter netzseitiger Regelkreis der d - oder q -Stromkomponente bei idealer Störgrößenkompensation.

$$\stackrel{(24.102)}{=} \frac{\frac{1}{s2T_{\text{tot}}(1+sT_{\text{tot}})}}{1 + \frac{1}{s2T_{\text{tot}}(1+sT_{\text{tot}})}} = \frac{1}{s2T_{\text{tot}}(1 + sT_{\text{tot}}) + 1} \stackrel{T_{\text{tot}}^2 \approx 0}{\approx} \frac{1}{1 + s2T_{\text{tot}}}. \quad (24.103)$$

Die Umrichtertotzeit T_{tot} ist meist sehr klein, daher kann obige Abschätzung vorgenommen werden. Die Stromregelkreise können dann durch das PT_1 -System

$$F_{RK,i_F^{d/q}}(s) = \frac{i_F^{d/q}(s)}{i_{F,\text{ref}}^{d/q}(s)} \approx \frac{1}{1 + sT_{\text{ers},i_F}} \text{ mit Ersatzzeitkonstante } T_{\text{ers},i_F} := 2T_{\text{tot}} > 0 \quad (24.104)$$

approximiert werden.

24.4.2 Generatorseitige Stromregelung und Momentenbildung

Im folgenden Abschnitt wird die generatorseitige Stromregelung des Permanentmagnet-Synchrongenerators als Grundlage für die Momentenbildung und somit für die Drehzahlregelung der Turbine diskutiert. Es wird sich zeigen, dass die vorgestellte Stromregelung in identischer Weise wie die Stromregelung eines Permanentmagnet-Synchronmotors ausgelegt werden kann.

24.4.2.1 Flussorientierung

Analog zur Spannungsorientierung der netzseitigen Regelung soll für die maschinenseitige Regelung eine vereinfachte Modellierung/Darstellung des Generators in *Flussorientierung* erreicht werden. Ziel ist es die d -Achse des k -Koordinatensystems dynamisch entlang des Raumzeigers des verketteten Permanentmagnetflusses ψ_{PM}^s auszurichten (siehe Abb. 24.20), d.h. in der Raumzeigerdarstellung im k -Koordinatensystem gilt

$$\forall t \geq 0: \psi_{\text{PM}}^k(t) = (\psi_{\text{PM}}^d(t), \psi_{\text{PM}}^q(t))^\top = \mathbf{T}_P(\phi_k(t))^{-1} \psi_{\text{PM}}^s(t) = (\psi_{\text{PM}}, 0)^\top. \quad (24.105)$$

Nach korrekter, anfänglicher Ausrichtung (Drehung um α_r) muss sich das k -Koordinatensystem lediglich mit der elektrischen Winkelgeschwindigkeit $\omega_r = p\omega_M$ drehen. Hiermit kann dynamisch eine Drehung um

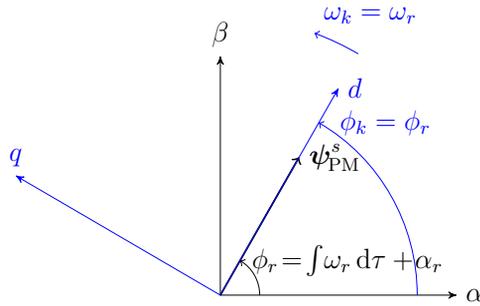


Abb. 24.20: Zeigerdiagramm: Flussorientierung der d -Achse des k -Koordinatensystems auf den Permanentmagnetfluss ψ_{PM}^s .

$$\forall t \geq 0: \phi_k(t) = \phi_r(t) = \int_0^t \omega_r(\tau) d\tau + \alpha_r \text{ mit } \omega_k(t) = \omega_r(t) = p \omega_M(t) \quad (24.106)$$

gewährleistet werden. Da die mechanische Winkelgeschwindigkeit ω_M als Messgröße (am Ausgang z.B. des montierten Resolvers) vorliegt und die Polpaarzahl p als bekannt vorausgesetzt werden kann, muss somit nur der anfängliche Winkel α_r bestimmt werden. Dies kann in einfacher Weise durch Anlegen einer Spannung $\mathbf{u}_s^{abc}(0) = \mathbf{T}_C^{-1}(u_s^\alpha, 0)^\top$ in α -Richtung erreicht werden. Die Spannung $u_s^\alpha > 0$ führt zu einem Stromfluss \mathbf{i}_s^s und somit zu einem Maschinenmoment (nur für $i_s^q \neq 0$), was zu einer Ausrichtung des Permanentmagneten im Rotor in Richtung der α -Achse des s -Koordinatensystems führt. Bei Vorgabe der Spannung u_s^α ist darauf zu achten, dass die maximal zulässigen Phasenströme nicht überschritten werden.

24.4.2.2 Maschinenseitiges Netzwerk in Flussorientierung

Das in Abschnitt 24.3.4 hergeleitete Modell (24.75) des Generators soll nun in das Modell in Flussorientierung überführt werden. Hierzu wird die inverse Park-Transformation (24.29) mit $\phi_k = \phi_r$ ausgeführt. Somit wird das Generatormodell in das k -Koordinatensystem transformiert und die d -Achse auf den Zeiger ψ_{PM}^s des Permanentmagnetflusses gedreht (siehe Abb. 24.20). Somit gilt idealerweise (24.105). Mit $\omega_k(t) := \frac{d}{dt} \phi_k(t) = \frac{d}{dt} \phi_r(t)$ lässt sich das Generatormodell in Flussorientierung ableiten:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_s^k(t) &\stackrel{(24.29)}{=} \mathbf{T}_P(\phi_k(t))^{-1} \mathbf{u}_s^s(t) \stackrel{(24.75)}{=} R_s \underbrace{\mathbf{T}_P(\phi_k(t))^{-1} \mathbf{i}_s^s(t)}_{=\mathbf{i}_s^k(t)} + \mathbf{T}_P(\phi_k(t))^{-1} \frac{d}{dt} \underbrace{\psi_s^s(t)}_{=\mathbf{T}_P(\phi_k(t)) \psi_s^k(t)} \\ &= R_s \mathbf{i}_s^k(t) + \mathbf{T}_P(\phi_k(t))^{-1} \left(\frac{d}{dt} \mathbf{T}_P(\phi_k(t)) \psi_s^k(t) + \mathbf{T}_P(\phi_k(t)) \frac{d}{dt} \psi_s^k(t) \right) \\ &\stackrel{(24.36)}{=} R_s \mathbf{i}_s^k(t) + \underbrace{\mathbf{T}_P(\phi_k(t))^{-1} \mathbf{T}_P(\phi_k(t))}_{=\mathbf{I}_2} \left(\omega_k(t) \mathbf{J} \psi_s^k(t) + \frac{d}{dt} \psi_s^k(t) \right) \end{aligned}$$

$$\stackrel{(24.75)}{=} R_s \dot{\mathbf{i}}_s^k(t) + \omega_k(t) \mathbf{J} (\mathbf{L}_s^k \mathbf{i}_s^k(t) + \psi_{PM}^k(t)) + \mathbf{L}_s^k \frac{d}{dt} \mathbf{i}_s^k(t). \quad (24.107)$$

Für die Auslegung der maschinenseitigen Stromregler ist eine Vorstellung über die Stromdynamik notwendig. Umschreiben von (24.107) ergibt

$$\frac{d}{dt} \mathbf{i}_s^k(t) = (\mathbf{L}_s^k)^{-1} \left(\mathbf{u}_s^k(t) - R_s \mathbf{i}_s^k(t) - \underbrace{\omega_k(t) \mathbf{J} (\mathbf{L}_s^k \mathbf{i}_s^k(t) + \psi_{PM}^k(t))}_{=: \mathbf{u}_{s,stoer}^k(t) \text{ (Störterme)}} \right). \quad (24.108)$$

Ausmultiplizieren führt auf die komponentenweise Darstellung

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} i_s^d(t) &= \frac{1}{L_s^d} \left(u_s^d(t) - R_s i_s^d(t) + \underbrace{\omega_k(t) L_s^q i_s^q(t)}_{=: u_{s,stoer}^d(t)} \right) \\ \frac{d}{dt} i_s^q(t) &= \frac{1}{L_s^q} \left(u_s^q(t) - R_s i_s^q(t) - \underbrace{\omega_k(t) L_s^d i_s^d(t) - \omega_k(t) \psi_{PM}}_{=: u_{s,stoer}^q(t)} \right). \end{aligned} \right\} \quad (24.109)$$

Die Kreisfrequenz ω_k ist über die Polpaarzahl p [1] mit der Generatorwinkelgeschwindigkeit ω_M verknüpft. Es gilt $\omega_k = \omega_r = p \omega_M$, d.h. ω_k ist *zustandsabhängig* und *nicht* zeitvariant (siehe (24.75)). Für eine abkürzende Schreibweise ist es sinnvoll die Statorzeitkonstanten

$$T_s^d := L_s^d / R_s \text{ [s]} \quad \text{und} \quad T_s^q := L_s^q / R_s \text{ [s]} \quad (24.110)$$

in d - bzw. q -Richtung einzuführen. Bei isotropen Maschinen, d.h. $L_s^d = L_s^q$, sind die Zeitkonstanten in (24.110) für d - und q -Komponenten identisch.

24.4.2.3 Kompensation der maschinenseitigen Störterme

Wie bei der netzseitigen Stromregelung (vgl. Abschnitt 24.4.1.3) wird versucht, die nichtlinearen Störterme $u_{s,stoer}^d$ und $u_{s,stoer}^q$ in (24.109) durch eine *Störgrößenaufschaltung* der Form

$$\mathbf{u}_{s,komp}^k(t) = \begin{pmatrix} u_{s,komp}^d(t) \\ u_{s,komp}^q(t) \end{pmatrix} = \mathcal{L}^{-1} \{ F_K(s) \} \begin{pmatrix} \omega_k(t) L_s^q i_s^q(t) \\ -\omega_k(t) L_s^d i_s^d(t) - \omega_k(t) \psi_{PM} \end{pmatrix} \quad (24.111)$$

bestmöglich zu kompensieren (siehe Abb. 24.18). Die Kompensationsübertragungsfunktion $F_K(s)$ wird wie in (24.98) gewählt. Eine ausführliche Diskussion der Einflüsse der Störterme (auch Überkreuzkopplungen genannt) findet sich in Abschnitt 16.1.2. Die Überkreuzkopplungen sind in Abb. 16.4 veranschaulicht.

24.4.2.4 Auslegung der maschinenseitigen Stromregelung

Annahme (A.10) *Bei idealer Kompensation der maschinenseitigen Störterme in (24.108) bzw. (24.109), d.h.*

$$\forall t \geq 0: \quad u_{s,komp}^{d/q}(t) = \mathcal{L}^{-1} \{ 1 + s T_{tot} \} u_{s,stoer}^{d/q}(t), \quad (24.112)$$

kann der Einfluss der *nichtlinearen* Kreuzkopplungen eliminiert werden und die Dynamik zerfällt in zwei unverkoppelte PT_1 -Systeme der Form

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} i_s^d(t) &= \frac{1}{L_s} \left(u_s^d(t) - R_s i_s^d(t) \right) & \circ \bullet & \frac{i_s^d(s)}{u_s^d(s)} = \frac{\frac{1}{R_s}}{1+sT_s^d} \\ \frac{d}{dt} i_s^q(t) &= \frac{1}{L_s} \left(u_s^q(t) - R_s i_s^q(t) \right) & \circ \bullet & \frac{i_s^q(s)}{u_s^q(s)} = \frac{\frac{1}{R_s}}{1+sT_s^q} \end{aligned} \right\} \quad (24.113)$$

Unter Berücksichtigung der Umrichterdynamik (24.83) ergeben sich für den Reglerentwurf die folgenden Streckenübertragungsfunktionen

$$\left. \begin{aligned} F_{S,i_s^d}(s) &= \frac{i_s^d(s)}{u_{s,\text{ref}}^d(s)} = \frac{\frac{1}{R_s}}{(1+sT_s^d)(1+sT_{\text{tot}})} \\ F_{S,i_s^q}(s) &= \frac{i_s^q(s)}{u_{s,\text{ref}}^q(s)} = \frac{\frac{1}{R_s}}{(1+sT_s^q)(1+sT_{\text{tot}})} \end{aligned} \right\} \text{ mit Zeitkonstanten } T_s^{d/q} = \frac{L_s^{d/q}}{R_s}. \quad (24.114)$$

Entsprechend der Optimierungstabelle auf Seite 81 werden für gutes Führungsverhalten bei PT_2 -Strecken PI -Regler nach dem Betragsoptimum (BO) ausgelegt. Man erhält folgenden Entwurf für d - und q -Stromregler

$$\left. \begin{aligned} F_{R,i_s^d}(s) &= V_{R,i_s^d} \frac{1+sT_{n,i_s^d}}{sT_{n,i_s^d}} \quad \text{mit} \quad V_{R,i_s^d} = \frac{T_s^d}{2 \cdot \frac{1}{R_s} \cdot T_{\text{tot}}} \quad \text{und} \quad T_{n,i_s^d} = T_s^d, \\ F_{R,i_s^q}(s) &= V_{R,i_s^q} \frac{1+sT_{n,i_s^q}}{sT_{n,i_s^q}} \quad \text{mit} \quad V_{R,i_s^q} = \frac{T_s^q}{2 \cdot \frac{1}{R_s} \cdot T_{\text{tot}}} \quad \text{und} \quad T_{n,i_s^q} = T_s^q. \end{aligned} \right\} \quad (24.115)$$

Für eine anisotrope Maschine mit $L_s^d \neq L_s^q$ sind die Regler in (24.115) *unterschiedlich* parametrisiert. Analog zur Herleitung der netzseitigen Stromregelkreisdynamik in (24.103) kann auch die maschinenseitige Stromregelkreisdynamik mit

$$F_{RK,i_s^{d/q}}(s) = \frac{i_s^{d/q}(s)}{i_{s,\text{ref}}^{d/q}(s)} \approx \frac{1}{1+sT_{\text{ers},i_s^{d/q}}} \quad \text{mit Ersatzzeitkonstante } T_{\text{ers},i_s^{d/q}} := 2T_{\text{tot}} \quad (24.116)$$

approximiert werden.

Bemerkung 24.6. *In der Regel sind Stellgrößenbeschränkungen im Umrichter aufgrund einer begrenzten Zwischenkreisspannung u_{DC} zu berücksichtigen. Hierzu sollten die maschinen- und netzseitigen PI -Stromregler (24.102) bzw. (24.115) mit Anti-Windup implementiert werden. Windup-Effekte führen zu einer verschlechterten Reglerperformanz und sollten vermieden werden. Eine detaillierte Diskussion von Windup-Effekten und verschiedenen Anti-Windup Strategien findet sich in Kap. 5.6. Des Weiteren bestehen Einschränkungen aufgrund der getroffenen Annahmen (vgl. Kap. 13.9). Neben der Reglerauslegung in Flussorientierung lässt sich die Maschine auch mithilfe sogenannter „P-Resonant controller“ direkt im statorfesten Koordinatensystem regeln (s. Kap. 3.6). Eine ausführliche Darstellung von zeitdiskreten Statorstromregelverfahren findet sich in Kap. 14.6 (siehe auch die Zusammenfassung in Kap. 14.9).*

24.4.2.5 Momentenbildung und approximierte Momentendynamik

In (24.75) wurde der Zusammenhang zwischen verkettetem Fluss ψ_s^s , Statorstrom i_s^s (jeweils im s -KoSy) und dem Generatormoment m_M hergestellt. Nun soll eine Abschätzung der Momentendynamik für die folgende Drehzahlregelung im k -Koordinatensystem erfolgen. Anwenden der Park-Transformation (24.29) auf die Momentenbildung in (24.75) führt auf

$$\begin{aligned}
 m_M(t) &\stackrel{(24.75)}{=} \frac{3}{2}p \underbrace{(\mathbf{T}_P(\phi_k(t)) \mathbf{i}_s^k(t))^\top}_{=i_s^s(t)} \mathbf{J} \underbrace{\mathbf{T}_P(\phi_k(t)) \psi_s^k(t)}_{=\psi_s^s(t)} \\
 &\stackrel{(24.32)}{=} \frac{3}{2}p \mathbf{i}_s^k(t)^\top \underbrace{\mathbf{T}_P(\phi_k(t))^{-1} \mathbf{T}_P(\phi_k(t)) \mathbf{J}}_{=I_2} \psi_s^k(t) \\
 &\stackrel{(24.75)}{=} \frac{3}{2}p \mathbf{i}_s^k(t)^\top \mathbf{J} \left(\underbrace{\begin{bmatrix} L_s^d & 0 \\ 0 & L_s^q \end{bmatrix}}_{=L_s^k} \mathbf{i}_s^k(t) + \underbrace{\begin{pmatrix} \psi_{PM} \\ 0 \end{pmatrix}}_{=\psi_{PM}^k} \right) \quad (24.117)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &\stackrel{(24.31)}{=} \underbrace{\frac{3}{2}p \psi_{PM} i_s^q(t)}_{=:m_{em}(t) \text{ (el.-mag. Moment)}} + \underbrace{\frac{3}{2}p (L_s^d - L_s^q) i_s^d(t) i_s^q(t)}_{=:m_{re}(t) \text{ (Reluktanzmoment)}}. \quad (24.118)
 \end{aligned}$$

Für isotrope Maschinen gilt $L_s^d = L_s^q$. Somit steht bei der Momentengenerierung (24.118) nur das elektro-magnetische Moment m_{em} [Nm] und kein Reluktanzmoment $m_{re} = 0$ [Nm] zur Verfügung. Für $L_s^d \neq L_s^q$ kann das Reluktanzmoment m_{re} unterstützend zur Momentenerzeugung genutzt werden (z.B. im Sinne einer „Maximum Torque per Ampere“-Regelung, siehe Abschnitt 16.7.1). Im Folgenden wird vereinfachend angenommen,

Annahme (A.11) dass entweder eine isotrope Maschine vorliegt, d.h. $L_s^d = L_s^q$, oder dass $i_{s,ref}^d(t) = 0$ für alle $t \geq 0$ gewählt wurde.

Dann gilt entweder $m_{re}(t) = 0$ oder, aufgrund der (nahezu) entkoppelten Stromreglerauslegung, $i_s^d(t) \approx i_{s,ref}^d(t) = 0$, d.h. in beiden Fällen ergibt sich $m_M(t) = m_{em}(t)$ für alle $t \geq 0$. So kann der vereinfachte, dynamische Zusammenhang zwischen Stromkomponente $i_{s,ref}^q$ und Generatormoment m_M hergestellt werden:

$$\frac{m_M(s)}{i_{s,ref}^q(s)} \stackrel{(24.118),(A.11)}{=} \frac{3}{2}p \psi_{PM} \frac{i_s^q(s)}{i_{s,ref}^q(s)} \stackrel{(24.116)}{=} \frac{3}{2}p \psi_{PM} \frac{1}{1 + s T_{ers,i_s^d}} \approx \frac{3}{2}p \psi_{PM}. \quad (24.119)$$

Für Windkraftanlagen ist die Ersatzzeitkonstante $T_{ers,i_s^d} = 2T_{tot} \ll 1$ s des Stromregelkreises bezogen auf die „Zeitkonstante“ der Mechanik vernachlässigbar klein, daher ist die Abschätzung in (24.119) gerechtfertigt. So kann für ein vorgegebenes Referenzmoment $m_{M,ref}$ [Nm] durch die Wahl der Stromreferenz

$$\forall t \geq 0: \quad i_{s,ref}^q(t) = \frac{1}{\frac{3}{2}p \psi_{PM}} m_{M,ref}(t) \quad \stackrel{(24.119)}{\implies} \quad m_M(t) \approx m_{M,ref}(t), \quad (24.120)$$

die „Momentenregelung“ als *proportionales* Übertragungsglied angesehen werden.

24.4.3 Regelung der Generatorordrehzahl (bzw. der Schnelllaufzahl)

Die ins Netz zu transferierende Momentan- bzw. Wirkleistung muss von der Turbine über den Generator zur Verfügung gestellt werden. Hierzu muss der Generator mit dem Maschinenmomente m_M [Nm] dem Turbinenmoment m_T [Nm] entgegenwirken.

In den Betriebsbereichen I und IV (siehe Abb. 24.4) befindet sich die Windkraftanlage im Stillstand (aufgrund zu niedriger bzw. zu hoher Windgeschwindigkeiten). Es wird keine Leistung ins Netz abgegeben und die Drehzahl wird nicht geregelt.

In Betriebsbereich III gibt der Generator näherungsweise (unter Vernachlässigung von Verlusten) seine mechanische Nennleistung

$$p_{M,\text{mech},\text{nenn}} := m_{M,\text{nenn}}\omega_{M,\text{nenn}} > 0 \text{ [W]}$$

an das Netz ab. Der Generator ist momentengeregt und bringt dauerhaft das konstante Nennmoment $m_{M,\text{nenn}}$ [Nm] bei Nennwinkelgeschwindigkeit $\omega_{M,\text{nenn}}$ [rad/s] auf (vgl. Abschnitt 24.1.2.5). Die Drehzahl wird indirekt über die Pitch-Regelung beeinflusst, indem das umgerechnete Turbinenmoment m_T/g_r auf das Generatormoment $m_{M,\text{nenn}}$ geregelt wird. So wird eine Beschleunigung des Generators bzw. der Turbine aus dem Nennpunkt vermieden.

In Betriebsbereich II arbeitet die Windkraftanlage unterhalb ihres Nennbereichs und die Pitch-Regelung ist inaktiv. Es gilt näherungsweise

$$\forall t \geq 0: \quad p_{M,\text{mech}}(t) = m_M(t)\omega_M(t) \leq p_{M,\text{mech},\text{nenn}} \quad \text{und} \quad \beta(t) = 0. \quad (24.121)$$

Ziel ist also eine maximale Windleistungsernte. Hierzu ist dynamisch eine Anpassung der Schnelllaufzahl bzw. der Turbinen-/Generatorordrehzahl nötig. Diese Anpassung erfolgt durch die Regelung der Generatorordrehzahl (bzw. der Generatorwinkelgeschwindigkeit). Die Drehzahlregelung wird der q -Komponente der Statorstromregelung überlagert (nach (A.11) wird die d -Komponente der Statorstromregelung zu null geregelt). Für die weitere Diskussion einer einfachen aber nichtlinearen Regelungsvariante sollen die folgenden zwei Annahmen gelten:

Annahme (A.12) *Die Windkraftanlage arbeitet im Betriebsbereich II (siehe Abb. 24.4), d.h.*

$$\forall t \geq 0: \quad v_{\text{nenn}} > v_W(t) \geq v_{\text{cut-in}} > 0 \quad \wedge \quad \omega_M(t) \geq \omega_{M,\text{min}} > 0.$$

Annahme (A.13) *Die Dynamik der Strom-/Momentenregelung ist bezogen auf die Mechanik der Windturbine hinreichend schnell, d.h. es gelte (24.120) idealerweise mit*

$$\forall t \geq 0: \quad m_{M,\text{ref}}(t) = m_M(t).$$

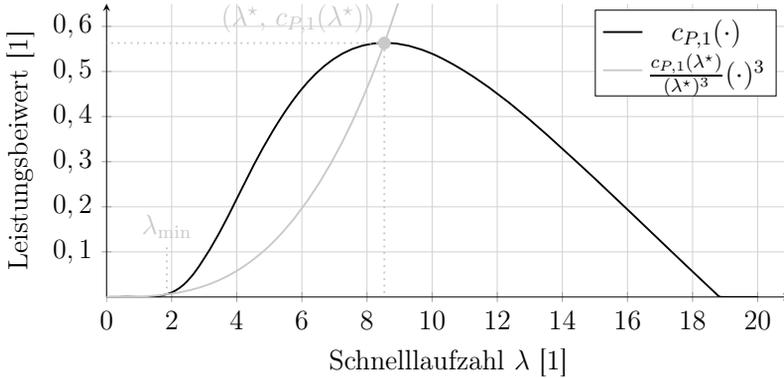


Abb. 24.21: Leistungsbeiwert $c_P(0, \cdot) := c_{P,1}(\cdot)$ der betrachteten Windkraftanlage: Ziel ist es die optimale Schnelllaufzahl λ^* über die Drehzahlregelung des Generators einzustellen.

24.4.3.1 Regelziel

Im Betriebsbereich II (siehe Abb. 24.4) ist die Pitch-Regelung inaktiv und es gilt (24.121). Somit berechnet sich die Turbinenleistung zu

$$p_T(v_W, \beta, \lambda) \stackrel{(24.121)}{=} p_T(v_W, 0, \lambda) \stackrel{(24.58)}{=} c_P(0, \lambda) \underbrace{\frac{1}{2} \rho \pi r_T^2 v_W(t)^3}_{=p_W(t)} \stackrel{(24.60)}{\leq} c_P(0, \lambda^*) p_W(t).$$

Die Leistungsernte kann also über die Schnelllaufzahl $\lambda = \frac{r_T \omega_T}{v_W}$, bzw. für eine gegebene Windgeschwindigkeit v_W , über die Umlaufgeschwindigkeit $r_T \omega_T$ beeinflusst werden. In Abb. 24.21 ist beispielhaft der Verlauf $c_P(0, \cdot) := c_{P,1}(\cdot)$ des Leistungsbeiwertes einer 2 MW Windkraftanlage ohne Pitch-System dargestellt. Ziel ist es, dem maximalen Leistungspunkt $c_P(0, \lambda^*) := c_{P,1}(\lambda^*)$ in Abb. 24.21 mit

$$\lambda \rightarrow \lambda^* \quad (E_1)-(E_3) \text{ von } \underline{\underline{c_P(\cdot, \cdot)}} \text{ (siehe S. 1561)} \quad c_P(0, \lambda) \rightarrow c_P(0, \lambda^*),$$

dynamisch zu folgen (engl. Maximum Power Point Tracking (MPPT)). Idealerweise sollte die Windkraftanlage dauerhaft im Maximum $c_P(0, \lambda^*)$ des Leistungsbeiwertes mit optimaler Schnelllaufzahl λ^* betrieben werden. Die Schnelllaufzahl

$$\forall t \geq 0: \quad \lambda(t) \stackrel{(24.57)}{=} \frac{r_T \omega_T(t)}{v_W(t)} \stackrel{(24.70)}{=} \frac{r_T \omega_M(t)}{g_r v_W(t)} \geq \frac{r_T \omega_{M,\min}}{g_r v_{\text{neim}}} > 0 \quad (24.122)$$

hängt von der Windgeschwindigkeit v_W , dem Turbinenradius r_T und der Turbinenwinkelgeschwindigkeit ω_T bzw. der Getriebeübersetzung g_r und der Generatorwinkelgeschwindigkeit ω_M ab. Wegen Annahme (A.12) ist in Betriebsbereich II die Schnelllaufzahl immer positiv.

Somit ist die Aufgabe der Generator Drehzahlregelung eine möglichst genaue Folgewertregelung. In Abhängigkeit der optimalen Schnelllaufzahl λ^* (und somit

$$\stackrel{(24.126)}{=} \frac{1}{2} \frac{\varrho \pi r_T^5}{g_r^2} \frac{c_P(\beta, \lambda)}{\lambda^3} \omega_M^2 = m_T(\beta, \lambda, \omega_M) \quad (24.127)$$

und hängt somit *nichtlinear* vom Zustand ω_M ab. Setzt man (24.127) mit $\beta = 0$ in (24.125) ein, erhält man die nichtlinear Dynamik der maschinenseitigen Mechanik

$$\frac{d}{dt} \omega_M(t) \stackrel{(24.125),(24.127)}{=} \frac{1}{\Theta} \left(\underbrace{\frac{1}{2} \frac{\varrho r_T^5 \pi}{g_r^3}}_{=:c_0 > 0} \underbrace{\frac{c_P(0, \lambda(t))}{\lambda(t)^3}}_{\stackrel{(24.122)}{> 0}} \omega_M(t)^2 + m_{M,\text{ref}}(t) \right). \quad (24.128)$$

Nun soll ein Regler mit dem Eingriff $m_{M,\text{ref}}(t)$ (idealisierte Stellgröße) gefunden werden, der den nichtlinearen Regelkreis stabilisiert *und* das Regelziel (24.124) bestmöglich erreicht.

24.4.3.3 Nichtlinearer Reglerentwurf

In [1201] wird der *proportionale* aber *nichtlineare* Drehzahlregler

$$m_{M,\text{ref}}(t) = -k_P^* \omega_M(t)^2 \quad \text{mit} \quad k_P^* := c_0 \frac{c_P(0, \lambda^*)}{(\lambda^*)^3} \quad (24.129)$$

zur Drehzahlregelung der Windturbine (24.128) vorgeschlagen. Der geschlossene Regelkreis aus Mechanik (24.128) und Regler (24.129) ist in Abb. 24.22 als Signalfussplan dargestellt. Einsetzen des nichtlinearen Reglers (24.129) in die Mechanik (24.128) der Windkraftanlage führt auf den geschlossenen Regelkreis

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \omega_M(t) &= \frac{1}{\Theta} \left(c_0 \frac{c_P(\lambda(t))}{\lambda(t)^3} - k_P^* \right) \omega_M(t)^2 \\ &\stackrel{(24.129)}{=} \frac{c_0}{\Theta} \left(\frac{c_P(\lambda(t))}{\lambda(t)^3} - \frac{c_P(0, \lambda^*)}{(\lambda^*)^3} \right) \omega_M(t)^2. \end{aligned} \quad (24.130)$$

Bemerkung 24.7. *Bemerkenswert ist, dass der Regler (24.129) über keinen Soll-/Istwertabgleich der Form $\omega_M^* - \omega_M$ verfügt, aber dennoch das Regelziel (24.124) erfüllt (vgl. [1201], [1200] und Abschnitt 24.4.3.4). Des Weiteren können vom Regler (24.129) keine positiven Generatormomente gestellt werden, da*

$$\forall t \geq 0: \quad m_M(t) \approx m_{M,\text{ref}}(t) \stackrel{(24.129)}{\leq} 0.$$

Somit ist eine Beschleunigung der Turbine (siehe (24.125)) ausschließlich durch das Turbinenmoment $m_T(v_W, \beta, \omega_T)$ möglich.

24.4.3.4 Regelkreisanalyse und -verhalten

In [1200] wurde für eine *konstante* Windgeschwindigkeit (siehe Annahme (A.1) auf S. 1543) gezeigt,

- (i) dass der Regelkreis (24.128), (24.129) in ω_M^* (bzw. λ^*) einen lokal stabilen Gleichgewichtspunkt besitzt und

- (ii) dass der Gleichgewichtspunkt ω_M^* (bzw. λ^*) lokal attraktiv ist, d.h. für alle $\omega_M^0 > \omega_{M,\min}$ (bzw. $\lambda_0 > \lambda_{\min}$) gilt $\lim_{t \rightarrow \infty} \omega_M(t) = \omega_M^*$ (bzw. $\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda(t) = \lambda^*$).

Dieses Resultat soll nun näher diskutiert werden. Hierzu werden drei Fälle für den Startwert der Schnelllaufzahl

$$\lambda_0 := \lambda(0) = \frac{r_T \omega_M^0}{g_r v_W} \geq \frac{r_T \omega_{M,\min}}{g_r v_W} =: \lambda_{\min} > 0 \quad (\text{mit } v_W = \text{konst.}) \quad (24.131)$$

betrachtet und das dynamische Verhalten des geschlossenen Regelkreises (24.128), (24.129) analysiert¹²:

1. Fall $\lambda_0 = \lambda^*$ (siehe Abb. 24.21)

Die Windkraftanlage befindet sich bereits im optimalen Betriebspunkt ω_M^* (bzw. λ^*). Eine Änderung der Schnelllaufzahl bzw. der Generatorwinkelgeschwindigkeit ist nicht erforderlich, d.h.

$$\forall t \geq 0: \quad \frac{d}{dt} \omega_M(t) \stackrel{(24.131)}{=} \frac{g_r v_W}{r_T} \frac{d}{dt} \lambda(t) \stackrel{!}{=} 0$$

soll dauerhaft gelten. Der nichtlineare Reglerkreis (24.128), (24.129) zeigt genau dieses Verhalten, denn für $\lambda_0 = \lambda^*$ gilt

$$\forall t \geq 0: \quad \frac{d}{dt} \omega_M(t) = \frac{c_0}{\Theta} \left(\frac{c_P(0, \lambda_0)}{\lambda_0^3} - \frac{c_P(0, \lambda^*)}{(\lambda^*)^3} \right) \omega_M(t)^2 = 0.$$

Das Regelziel (24.124) wird (sofort) erreicht.

2. Fall $\lambda_0 \in (\lambda^*, \infty)$ (rechter Bereich von λ^* in Abb. 24.21)

Für $\lambda_0 > \lambda^*$ (und eine konstante Windgeschwindigkeit v_W) gilt $\omega_M^0 > \omega_M^*$ $\stackrel{(24.123)}{=} \frac{g_r \lambda^*}{r_T} v_W$. Um zum optimalen Punkt ω_M^* bzw. λ^* zu streben, muss $\frac{d}{dt} \omega_M < 0$ bzw. $\frac{d}{dt} \lambda < 0$ gelten. Unter Beachtung der Ungleichungen

$$\forall \lambda \in (\lambda^*, \infty): \quad c_P(\lambda) \leq c_P(\lambda^*) \quad \text{und} \quad \frac{1}{\lambda^3} \leq \frac{1}{(\lambda^*)^3} \quad (24.132)$$

sieht man, dass $\frac{d}{dt} \omega_M < 0$ bzw. $\frac{d}{dt} \lambda < 0$ für die Reglerparametrierung in (24.129) zunächst erfüllt ist, denn

$$\forall \lambda \in (\lambda^*, \infty): \quad c_0 \frac{c_P(\lambda)}{\lambda^3} - \underbrace{c_0 \frac{c_P(\lambda^*)}{(\lambda^*)^3}}_{k_P} \stackrel{(24.132)}{<} 0.$$

Für $\omega_M \rightarrow \omega_M^*$ bzw. $\lambda \rightarrow \lambda^*$ gilt $\frac{d}{dt} |\omega_M| \rightarrow 0$ bzw. $\frac{d}{dt} \lambda \rightarrow 0$, d.h. die Windkraftanlage verharrt schlussendlich im optimalen Punkt und das Regelziel (24.124) wird asymptotisch erreicht.

¹²Ein vollständiger mathematischer Beweis kann in [1200] nachgelesen werden.

3. Fall $\lambda_0 \in [\lambda_{\min}, \lambda^*)$ (*linker Bereich von λ^* in Abb. 24.21*)

Für $\lambda_0 < \lambda^*$ (und eine konstante Windgeschwindigkeit v_W) gilt $\omega_M^0 < \omega_M^*$ ^(24.123) $\stackrel{g_r \lambda^*}{r_T} v_W$. Um zum optimalen Betriebspunkt ω_M^* bzw. λ^* zu streben, muss $\frac{d}{dt} \omega_M > 0$ und somit auch $\frac{d}{dt} \lambda > 0$ gelten. Für die Reglerparametrierung in (24.129) ist bei gegebenem Verlauf des Leistungsbeiwertes $c_P(0, \cdot) = c_{P,1}(\cdot)$ folgende Ungleichung erfüllt (siehe Abb. 24.21):

$$\forall \lambda \in (\lambda_{\min}, \lambda^*): \quad c_P(\lambda) > \frac{c_P(\lambda^*)}{(\lambda^*)^3} \lambda^3.$$

Hieraus folgt

$$\forall \lambda_0 \in [\lambda_{\min}, \lambda^*): \quad c_0 \frac{c_P(\lambda)}{\lambda^3} - \underbrace{c_0 \frac{c_P(\lambda^*)}{(\lambda^*)^3}}_{\stackrel{(24.129)}{=} k_P^*} > 0 \tag{24.133}$$

und somit $\frac{d}{dt} \omega_M > 0$ bzw. $\frac{d}{dt} \lambda > 0$. Sobald $\omega_M \rightarrow \omega_M^*$ bzw. $\lambda \rightarrow \lambda^*$ gilt $\frac{d}{dt} |\omega_M| \rightarrow 0$ und $\frac{d}{dt} \lambda \rightarrow 0$. Die Windkraftanlage strebt also asymptotisch in ihren optimalen Betriebspunkt und der Regler erfüllt das Regelziel (24.124) asymptotisch. *Anmerkung:* Es ist zu beachten, dass für $\lambda < \lambda_{\min}$ die Ungleichung (24.133) nicht erfüllt ist (siehe Abb. 24.21).

Zusammenfassend erreicht der nichtlineare Regler (24.129) das Regelziel (24.124) für alle $\lambda_0 \in (\lambda_{\min}, \infty)$ zumindest asymptotisch. Für eine konstante Windgeschwindigkeit und hinreichend lange Einregelzeit kann also von einer nahezu maximalen Leistungsentnahme im optimalen Betriebspunkt $(\lambda^*, c_P(0, \lambda^*))$ ausgegangen werden.

24.4.4 Regelung der Zwischenkreisspannung

Die Zwischenkreisspannungsregelung wird der d -Komponente der netzseitigen Filterstromregelung überlagert (siehe Abb. 24.23). Übergeordnete Aufgaben der Zwischenkreisspannungsregelung sind, (i) dass sowohl ein minimaler als auch ein maximaler Wert der Zwischenkreisspannung u_{DC} nicht unter- bzw. überschritten wird, d.h.

$$\forall t \geq 0: \quad 0 < u_{DC,\min} \leq u_{DC}(t) \leq u_{DC,\max}, \tag{24.134}$$

und (ii) dass die Filterspannung \mathbf{u}_F^k und die Statorspannung \mathbf{u}_s^k – die Stellgrößen der unterlagerten Stromregelkreise von \mathbf{i}_F^k bzw. \mathbf{i}_s^k – adäquat gestellt werden können.

Hierzu ist die Wahl einer *konstanten* Referenzspannung $u_{DC,\text{ref}}$ (innerhalb des gültigen Spannungsbereiches (24.134)) hilfreich, da zum einen eine konstante Zwischenkreisspannung mit $u_{DC} \approx u_{DC,\text{ref}} \geq u_{DC,\min}$ die Implementierung der

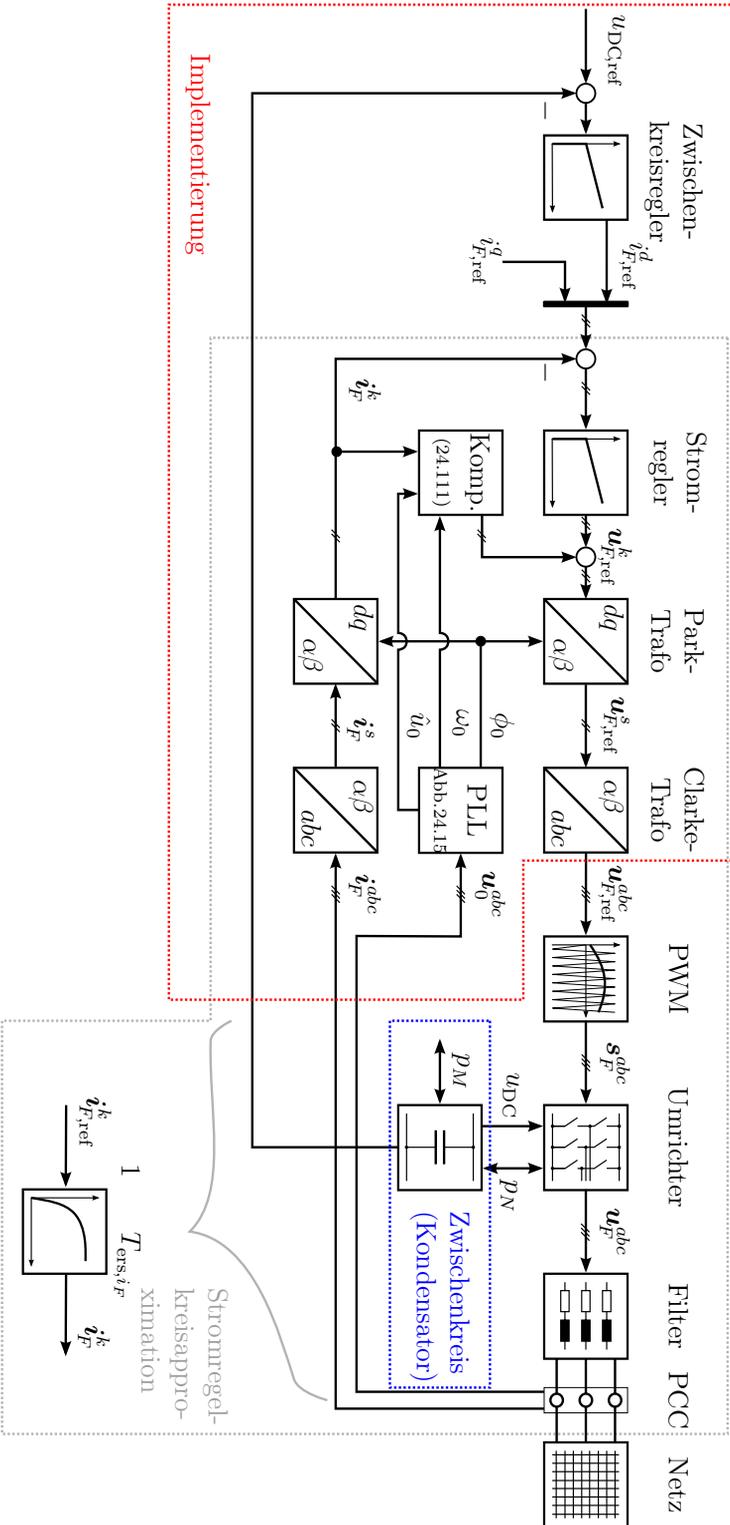


Abb. 24.23: Blockdiagramm der Zwischenkreisspannungsregelung mit Umrichter, Pulsweitenmodulation (PWM), Phase-Locked-Loop (PLL), unterlagter Stromregelung und überlagter Zwischenkreisspannungsregelung.

Modulationsverfahren (PWM oder RZM) vereinfacht und zum anderen eine Festwertregelung der Zwischenkreisspannung durch einen einfachen *PI*-Regler realisiert werden kann (zumindest lokal, siehe folgende Ausführungen).

In den folgenden Abschnitten wird ein *PI*-Regler für die Regelung der Zwischenkreisspannung ausgelegt. Es wird sich zeigen, dass die zu regelnde Strecke des Spannungszwischenkreises ein nichtlineares, strukturvariantes System darstellt. Für einen Leistungsfluss vom Zwischenkreis ins Netz ist das System minimalphasig (und somit „gutmütig“). Für einen Leistungsfluss vom Netz in den Zwischenkreis ist das System hingegen *nicht-minimalphasig* (vgl. Abschnitt 3.1.2). Das nicht-minimalphasige Systemverhalten bedingt eine konservative (langsame) Reglerauslegung. Für die Analyse der Zwischenkreisspannungsregelung werden folgende vereinfachende Annahmen getroffen:

Annahme (A.14) *die Dynamiken der netzseitigen Stromregelkreise werden als PT_1 -Systeme approximiert, d.h. (24.104) soll gelten.*

Annahme (A.15) *der maschinenseite Leistungsfluss (vom Generator) wird vereinfachend als externe zeitvariante aber beschränkte Störung angesehen und nicht als zustandsabhängige Größe, d.h. $p_M(\cdot) \in \mathcal{L}^\infty(I; Y)$ ¹³ und $p_M(t) \neq p_M(u_{DC})$.*

24.4.4.1 Nichtlineares Modell

Ausgehend von der Dynamik (24.80) des Zwischenkreises wird nun eine Leistungsbetrachtung durchgeführt. Die zeitliche Ableitung der Ladungsenergie des Zwischenkreiskondensators C_{DC} [As/V] entspricht der Leistungsaufnahme p_{DC} [W] (oder -abgabe) des Zwischenkreises, d.h.

$$p_{DC}(t) := \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} C_{DC} u_{DC}(t)^2 \right) = \left(\frac{d}{dt} u_{DC}(t) \right) C_{DC} u_{DC}(t) = -p_M(t) - p_N(t) \tag{24.135}$$

mit der maschinen- $p_M(t)$ [W] und netzseitigen Leistung $p_N(t)$ [W]. Die netzseitige Leistung lässt sich nach Abb. 24.11 berechnen zu

$$\begin{aligned} p_N(t) &= \mathbf{u}_F^{abc}(t)^\top \mathbf{i}_F^{abc}(t) \stackrel{(24.51)}{=} \frac{3}{2} \mathbf{u}_F^k(t)^\top \mathbf{i}_F^k(t) = \frac{3}{2} \mathbf{i}_F^k(t)^\top \mathbf{u}_F^k(t) \\ &\stackrel{(24.94)}{=} \frac{3}{2} \left[R_F \|\mathbf{i}_F^k(t)\|^2 + \omega_0 L_F \underbrace{\mathbf{i}_F^k(t)^\top \mathbf{J} \mathbf{i}_F^k(t)}_{\stackrel{(24.31)}{=} 0} + L_F \mathbf{i}_F^k(t)^\top \frac{d}{dt} \mathbf{i}_F^k(t) + \mathbf{i}_F^k(t)^\top \mathbf{u}_0^k(t) \right] \\ &\stackrel{(24.86)}{=} \frac{3}{2} R_F \|\mathbf{i}_F^k(t)\|^2 + \frac{3}{2} L_F \mathbf{i}_F^k(t)^\top \frac{d}{dt} \mathbf{i}_F^k(t) + \frac{3}{2} \dot{u}_0^d(t). \end{aligned} \tag{24.136}$$

Die Leistungsbetrachtung erlaubt die Dynamik (24.80) des Zwischenkreises in Abhängigkeit der maschinen- und netzseitigen Leistungen umzuformulieren. Unter Berücksichtigung von Annahme (A.15) erhält man die *nichtlineare* Zustandsdifferentialgleichung

¹³ $\mathcal{L}^\infty_{(loc)}(I; Y)$ entspricht dem Raum der messbaren, (lokal) essentiell beschränkten Funktionen von $I \rightarrow Y$ mit der Norm $\|\mathbf{f}\|_\infty := \text{ess-sup}_{t \in I} \|\mathbf{f}(t)\|$ (siehe [1254, Definition A.3.10]).

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} u_{\text{DC}}(t) &\stackrel{(24.80)}{=} \frac{1}{C_{\text{DC}} u_{\text{DC}}(t)} \left[- \underbrace{u_{\text{DC}}(t) i_M(t)}_{=p_M(t)} - \underbrace{u_{\text{DC}}(t) i_N(t)}_{=p_N(t)} \right], \quad u_{\text{DC}}(0) = u_{\text{DC}}^0 [\text{V}] \\ &\stackrel{(24.136)}{=} \frac{1}{C_{\text{DC}} u_{\text{DC}}} \left[-p_M(t) - \frac{3}{2} R_F \|\mathbf{i}_F^k(t)\|^2 - \frac{3}{2} L_F \mathbf{i}_F^k(t)^\top \frac{d}{dt} \mathbf{i}_F^k(t) - \frac{3}{2} \dot{u}_0 i_F^d \right]. \end{aligned} \quad (24.137)$$

Von einer positiven Anfangsspannung $u_{\text{DC}}(0) = u_{\text{DC}}^0 > 0 [\text{V}]$ kann aufgrund der Freilaufdioden im Umrichter (entsprechen einer B6-Brücke) ausgegangen werden. Die Dynamik (24.137) des Zwischenkreises stellt ein „strukturvariantes“ System dar: abhängig vom Arbeitspunkt ist (24.137) minimalphasig oder *nicht*-minimalphasig, was eine besondere Herausforderung bei der Regelung der Zwischenkreisspannung mit sich bringt.

24.4.4.2 Regelziel

Ziel der Zwischenkreisspannungsregelung ist eine Festwertregelung. Die Zwischenkreisspannung u_{DC} soll bestmöglich auf dem vorgegebenen, konstanten Referenzwert $u_{\text{DC,ref}} \geq u_{\text{DC,min}} > 0 [\text{V}]$ gehalten werden. Idealerweise gilt dann

$$\forall t \geq 0: \quad u_{\text{DC}}(t) = u_{\text{DC,ref}}(t) \geq u_{\text{DC,min}} > 0. \quad (24.138)$$

Hierbei ist vor allem ein gutes Störverhalten (gegenüber der unbekanntem Störung p_M) zu erzielen. Ist (24.138) erfüllt, fließt keine Leistung in den Zwischenkreiskondensator, d.h. $p_{\text{DC}} = 0$, und somit die gesamte maschinenseitige Leistung p_M in Richtung des PCC (siehe Abb. 24.11). Als Stellgröße dient die Stromkomponente i_F^d . Die Stromkomponente i_F^q wird später zur Blindleistungssteuerung verwendet werden (siehe (24.172)). Ein Übersichtsbild der Zwischenkreisspannungsregelung mit unterlagerter Stromregelung ist in Abb. 24.23 dargestellt. Um die besondere Herausforderung bei der Regelung der nichtlinearen, strukturvarianten Dynamik (24.137) besser verstehen zu können, wird im nächsten Abschnitt eine Linearisierung um einen Arbeitspunkt durchgeführt. Aufgrund der Kleinsignalbetrachtung gelten die folgenden Ausführungen nur nahe des gewählten Arbeitspunktes.

24.4.4.3 Linearisierung im Arbeitspunkt

Für die Linearisierung der nichtlinearen Zwischenkreisdynamik (24.137) werden die Zwischenkreisspannung u_{DC} als Zustand und die Ströme \mathbf{i}_F^k , die zeitliche Ableitung der Ströme $\frac{d}{dt} \mathbf{i}_F^k$ und die Generatorleistung p_M als Eingänge angesehen. Somit kann mithilfe des Zustandes $x := u_{\text{DC}}$, des Eingangsvektors $\mathbf{u} := \left(\underbrace{(u_{11}, u_{12})}_{=: \mathbf{u}_1^\top}, \underbrace{(u_{21}, u_{22})}_{=: \mathbf{u}_2^\top}, u_3 \right)^\top := \left((\mathbf{i}_F^k)^\top, \left(\frac{d}{dt} \mathbf{i}_F^k \right)^\top, p_M \right)^\top \in \mathbb{R}^5$ und der Funktion $f: \mathbb{R} \times \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}$, $(x, \mathbf{u}) \mapsto$

$$f(x, \mathbf{u}) := \frac{1}{C_{\text{DC}} x} \left(-u_3 - \frac{3}{2} R_F \|\mathbf{u}_1\|^2 - \frac{3}{2} L_F (\mathbf{u}_2)^\top \mathbf{u}_1 - \frac{3}{2} \dot{u}_0 u_{11} \right) \quad (24.139)$$

die Zwischenkreisdynamik (24.137) kompakt in der Standardform

$$\frac{d}{dt}x = f(x, \mathbf{u}), \quad x(0) = u_{\text{DC}}^0 [\text{V}] \quad (24.140)$$

geschrieben und um den Arbeitspunkt¹⁴

$$\begin{pmatrix} x^* \\ \mathbf{u}^* \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} u_{\text{DC}}^* \\ \begin{pmatrix} \mathbf{i}_F^{k,*} \\ \frac{d}{dt} \mathbf{i}_F^{k,*} \\ p_M^* \end{pmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{\text{DC}}^* \\ \begin{pmatrix} \mathbf{i}_F^{k,*} \\ \mathbf{0}_2 \\ p_M^* \end{pmatrix} \end{pmatrix} \quad (24.141)$$

linearisiert werden. Im Arbeitspunkt (24.141) – einem Gleichgewichtspunkt des Zwischenkreises (24.137) bzw. (24.140) – gilt

$$\frac{d}{dt}x^* = f(x^*, \mathbf{u}^*) = 0. \quad (24.142)$$

Für die Linearisierung werden die Kleinsignalgrößen für den Zustand

$$\tilde{x}(t) := x(t) - x^* = \tilde{u}_{\text{DC}}(t) := u_{\text{DC}}(t) - u_{\text{DC}}^* \quad (24.143)$$

und für den Eingangsvektor

$$\tilde{\mathbf{u}}(t) = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{i}}_F^k(t) \\ \frac{d}{dt} \tilde{\mathbf{i}}_F^k(t) \\ \tilde{p}_M(t) \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} \mathbf{i}_F^k(t) - \mathbf{i}_F^{k,*} \\ \frac{d}{dt} \mathbf{i}_F^k(t) - \frac{d}{dt} \mathbf{i}_F^{k,*} \\ p_M(t) - p_M^* \end{pmatrix} \stackrel{(24.141)}{=} \begin{pmatrix} \mathbf{i}_F^k(t) - \mathbf{i}_F^{k,*} \\ \frac{d}{dt} \mathbf{i}_F^k(t) \\ p_M(t) - p_M^* \end{pmatrix} \quad (24.144)$$

eingeführt und mit $\tilde{}$ gekennzeichnet. So lässt sich das Kleinsignalverhalten (durch Taylorentwicklung und Abbruch nach dem ersten Glied) zu

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \tilde{x} &= \frac{d}{dt} x - \frac{d}{dt} x^* \\ &\stackrel{(24.140), (24.142)}{\approx} \left. \frac{\partial f(x, \mathbf{u})}{\partial x} \right|_{(x^*, \mathbf{u}^*)} \underbrace{(x - x^*)}_{=: \tilde{x}} + \left(\left. \frac{\partial f(x, \mathbf{u})}{\partial \mathbf{u}} \right|_{(x^*, \mathbf{u}^*)} \right)^\top \underbrace{(\mathbf{u} - \mathbf{u}^*)}_{=: \tilde{\mathbf{u}}} \end{aligned} \quad (24.145)$$

approximieren. Sukzessives Berechnen der partiellen Ableitungen in (24.145) und Auswerten im Arbeitspunkt (24.141) ergibt

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial}{\partial x} f(x, \mathbf{u}) \right|_{(x^*, \mathbf{u}^*)} &= -\frac{1}{C_{\text{DC}} x^2} \left(-u_3 - \frac{3}{2} R_F \|\mathbf{u}_1\|^2 - \frac{3}{2} L_F (\mathbf{u}_2)^\top \mathbf{u}_1 - \frac{3}{2} \hat{u}_0 u_{11} \right) \Big|_{(x^*, \mathbf{u}^*)} \\ &= -\frac{1}{x^*} f(x^*, \mathbf{u}^*) \stackrel{(24.142)}{=} 0 \end{aligned} \quad (24.146)$$

und

¹⁴Für $n \in \mathbb{N}$ ist der Nullvektor wie folgt definiert: $\mathbf{0}_n := \underbrace{(0, \dots, 0)}_{n\text{-mal}}^\top \in \mathbb{R}^n$.

$$\begin{aligned}
\left. \frac{\partial}{\partial \mathbf{u}} f(x, \mathbf{u}) \right|_{(x^*, \mathbf{u}^*)} &= \begin{pmatrix} \left. \frac{\partial}{\partial u_1} f(x, \mathbf{u}) \right|_{(x^*, \mathbf{u}^*)} \\ \left. \frac{\partial}{\partial u_2} f(x, \mathbf{u}) \right|_{(x^*, \mathbf{u}^*)} \\ \left. \frac{\partial}{\partial u_3} f(x, \mathbf{u}) \right|_{(x^*, \mathbf{u}^*)} \end{pmatrix} \\
&\stackrel{(24.139)}{=} \begin{pmatrix} \left[\frac{1}{C_{\text{DC}x}} \left(-\frac{3}{2}(2R_F \mathbf{u}_1) - \frac{3}{2}L_F \mathbf{u}_2 - \frac{3}{2} \begin{pmatrix} \hat{u}_0 \\ 0 \end{pmatrix} \right) \right] \Big|_{(x^*, \mathbf{u}^*)} \\ \left[-\frac{1}{C_{\text{DC}x}} \left(\frac{3}{2}L_F \mathbf{u}_1 \right) \right] \Big|_{(x^*, \mathbf{u}^*)} \\ \left[-\frac{1}{C_{\text{DC}x}} \right] \Big|_{(x^*, \mathbf{u}^*)} \end{pmatrix} \\
&= \frac{1}{C_{\text{DC}x^*}} \begin{pmatrix} -\frac{3}{2}(2\tilde{R}_F \mathbf{u}_1^*) - \frac{3}{2}L_F \mathbf{u}_2^* - \frac{3}{2} \begin{pmatrix} \hat{u}_0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ -\frac{3}{2}L_F \mathbf{u}_1^* \\ -1 \end{pmatrix}. \quad (24.147)
\end{aligned}$$

Einsetzen der Kleinsignalgrößen (24.144) und der partiellen Ableitungen (24.146) und (24.147) in die nichtlineare Zwischenkreisdynamik (24.145) führt auf das linearisierte Modell (Kleinsignalmodell) im Arbeitspunkt (24.141). Man erhält

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \tilde{u}_{\text{DC}}(t) &\stackrel{(24.145), (24.142)}{=} \left. \frac{\partial}{\partial x} f(x, \mathbf{u}) \right|_{(x^*, \mathbf{u}^*)} \tilde{x}(t) + \left(\left. \frac{\partial}{\partial \mathbf{u}} f(x, \mathbf{u}) \right|_{(x^*, \mathbf{u}^*)} \right)^\top \tilde{\mathbf{u}}(t) \\
&\stackrel{(24.146), (24.147)}{=} \frac{1}{C_{\text{DC}} u_{\text{DC}}^*} \left(-\tilde{p}_M(t) - \frac{3}{2} \left[2R_F \tilde{\mathbf{i}}_F^{k,*}(t)^\top \tilde{\mathbf{i}}_F^k(t) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + L_F \underbrace{\left(\frac{d}{dt} \tilde{\mathbf{i}}_F^{k,*} \right)^\top}_{(24.141)_0} \tilde{\mathbf{i}}_F^k(t) + L_F (\tilde{\mathbf{i}}_F^{k,*})^\top \frac{d}{dt} \tilde{\mathbf{i}}_F^k(t) + \hat{u}_0 \tilde{i}_F^d(t) \right] \right) \\
&= \frac{1}{C_{\text{DC}} u_{\text{DC}}^*} \left(-\tilde{p}_M(t) - \frac{3}{2} \left[2R_F (\tilde{i}_F^{d,*} \tilde{i}_F^d(t) + \tilde{i}_F^{q,*} \tilde{i}_F^q(t)) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + L_F (\tilde{\mathbf{i}}_F^{k,*})^\top \frac{d}{dt} \tilde{\mathbf{i}}_F^k(t) + \hat{u}_0 \tilde{i}_F^d(t) \right] \right) \\
&= -\frac{1}{C_{\text{DC}} u_{\text{DC}}^*} \left[\tilde{p}_M(t) + \frac{3}{2} (\hat{u}_0 + 2R_F \tilde{i}_F^{d,*}) \tilde{i}_F^d(t) + \frac{3}{2} L_F \tilde{i}_F^{d,*} \frac{d}{dt} \tilde{i}_F^d(t) \right. \\
&\quad \left. + \frac{3}{2} (2R_F \tilde{i}_F^{q,*}) \tilde{i}_F^q(t) + \frac{3}{2} L_F \tilde{i}_F^{q,*} \frac{d}{dt} \tilde{i}_F^q(t) \right]. \quad (24.148)
\end{aligned}$$

24.4.4.4 Führungs- und Störverhalten des linearisierten Systems

Für die folgende Reglerauslegung und Stabilitätsanalyse sollen nun die Führungs- und Störübertragungsfunktionen abgeleitet werden. Für einen physikalisch sinnvollen Betrieb soll davon ausgegangen werden, dass

Annahme (A.16) *im Arbeitspunkt (24.141) der Spannungsabfall über den zweifachen Filterwiderstand R_F kleiner ist als die Netzspannungsamplitude \hat{u}_0 , d.h.*

$$\hat{u}_0 + 2R_F \tilde{i}_F^{d,*} \geq \hat{u}_0 - 2R_F |\tilde{i}_F^{d,*}| > 0. \quad (24.149)$$

Bemerkung 24.8. *Gilt Annahme (A.16) nicht, dann ist der Zwischenkreis nicht mehr über \tilde{i}_F^d steuerbar (der Eingriff von \tilde{i}_F^d in (24.148) auf die Systemdynamik ist null).*

Um das Führungs- und Störverhalten abzuleiten, wird (24.148) in den Laplace-Bereich transformiert. Dieser Übergang in den Frequenzbereich führt auf

$$s\tilde{u}_{DC}(s) - \underbrace{\tilde{u}_{DC}(0)}_{u_{DC}(0) - u_{DC}^* = 0} = -\frac{1}{C_{DC}u_{DC}^*} \left[\tilde{p}_M(s) + \frac{3}{2}(\hat{u}_0 + 2R_F i_F^{d,*}) \tilde{i}_F^d(s) + \frac{3}{2}L_F i_F^{d,*} s \tilde{i}_F^d(s) + \frac{3}{2}(2R_F i_F^{q,*}) \tilde{i}_F^q(s) + \frac{3}{2}L_F i_F^{q,*} s \tilde{i}_F^q(s) \right]. \quad (24.150)$$

Durch Umstellen und Vernachlässigen (Nullsetzen) von $\tilde{i}_F^q(s)$ und $\tilde{p}_M(s)$ lässt sich hieraus direkt die Führungsübertragungsfunktion

$$F_{S,\tilde{i}_F^d}(s) := \frac{\tilde{u}_{DC}(s)}{\tilde{i}_F^d(s)} = -\frac{1}{C_{DC}u_{DC}^* s} \left(\frac{3}{2}(\hat{u}_0 + 2R_F i_F^{d,*}) + \frac{3}{2}L_F i_F^{d,*} s \right) = -\frac{\frac{3}{2}(\hat{u}_0 + 2R_F i_F^{d,*})}{C_{DC}u_{DC}^* s} \left(1 + \frac{L_F i_F^{d,*}}{\hat{u}_0 + 2R_F i_F^{d,*}} s \right).$$

berechnen. Definiert man die *Arbeitspunkt abhängigen* Streckenparameter

$$\left. \begin{array}{l} \text{Verstärkung: } \tilde{V}_S(i_F^{d,*}) := \frac{\frac{3}{2}(\hat{u}_0 + 2R_F i_F^{d,*})}{C_{DC}u_{DC}^*} \stackrel{(24.149)}{>} 0 \quad \text{und} \\ \text{Zeitkonstante: } \tilde{T}_V(i_F^{d,*}) := \frac{L_F i_F^{d,*}}{\hat{u}_0 + 2R_F i_F^{d,*}}, \end{array} \right\} \quad (24.151)$$

so lässt sich die Führungsübertragungsfunktion

$$F_{S,\tilde{i}_F^d}(s) = \frac{\tilde{u}_{DC}(s)}{\tilde{i}_F^d(s)} = -\tilde{V}_S \frac{1 + s\tilde{T}_V}{s} \quad (24.152)$$

kompakt darstellen. Das Störverhalten lässt sich ebenfalls aus (24.150) ableiten. Die Störübertragungsfunktionen sind gegeben durch

$$\frac{\tilde{u}_{DC}(s)}{\tilde{p}_M(s)} = -\frac{1}{C_{DC}u_{DC}^* s} \quad \text{und} \quad \frac{\tilde{u}_{DC}(s)}{\tilde{i}_F^q(s)} = -\frac{3i_F^{q,*} R_F}{C_{DC}u_{DC}^* s} \left(1 + s \frac{L_F}{2R_F} \right), \quad (24.153)$$

d.h. der Zwischenkreisspannungsregler muss die Störungen – hervorgerufen durch den maschinenseitigen Leistungsfluss \tilde{p}_M und die Filterstromkomponente \tilde{i}_F^q – bestmöglich unterdrücken.

24.4.4.5 Analyse der linearisierten strukturvarianten Strecke

Zur weiteren Analyse soll das Führungsverhalten (24.152) des linearisierten Zwischenkreises noch um die (approximierte) Stromregelkreisdynamik (24.104) erweitert werden (siehe Abb. 24.23). Man erhält die komplette Führungsübertragungsfunktion

$$F_{S, \tilde{i}_F^d, \text{ref}}(s) = \frac{\tilde{u}_{\text{DC}}(s)}{\tilde{i}_F^d(s)} = -\tilde{V}_S \frac{1 + s\tilde{T}_V}{s(1 + sT_{\text{ers}, i_F})}, \quad (24.154)$$

deren Verhalten im Arbeitspunkt (24.145) mit $(u_{\text{DC}}^*, i_F^{k,*}, \frac{d}{dt} i_F^{k,*}, p_M^*)^\top$ untersucht werden soll. Hierzu werden drei Arbeitspunkte mit $i_F^{d,*} = 0$, $i_F^{d,*} > 0$ und $i_F^{d,*} < 0$ betrachtet. Die anderen Gleichgewichtsgrößen bleiben unverändert. Man erhält die drei Fälle:

1. Fall $\boxed{i_F^{d,*} = 0 \xrightarrow{(24.151)} \tilde{T}_V = 0 :}$

Hiermit vereinfacht sich (24.154) zu

$$F_{S, \tilde{i}_F^d, \text{ref}}(s) = -\tilde{V}_S(0) \frac{1}{s(1 + sT_{\text{ers}, i_F})}.$$

Dabei handelt es sich um eine IT_1 -Strecke. Für diesen Fall ließe sich ein PI -Regler zur Regelung einsetzen, dessen Reglerparameter laut Optimierungstabelle nach Symmetrischen Optimum festgelegt werden könnten. *Anmerkung:* Eine Auslegung nach Symmetrischen Optimum sollte nicht „blind“ für die folgenden zwei Fälle übernommen werden. Es besteht die Gefahr der Instabilität des Regelkreises.

2. Fall $\boxed{i_F^{d,*} > 0 \xrightarrow{(24.151)} \tilde{T}_V > 0 :}$

An der Übertragungsfunktion (24.154) ändert sich nichts. Es handelt sich um eine $IT_1 + PD$ -Strecke (mit Vorhalt im Zähler), deren Zählerpolynom eine Nullstelle in der *linken* komplexen Halbebene besitzt. Damit ist das System *minimalphasig*. Eine Untersuchung dieser Strecke anhand der Wurzelortskurve (siehe Abschnitt 24.4.4.6 und Abb. 24.25(b)) zeigt *keine* Stabilitätsprobleme.

3. Fall $\boxed{i_F^{d,*} < 0 \xrightarrow{(24.151)} \tilde{T}_V < 0 :}$

In diesem Fall lässt sich (24.154) darstellen als

$$F_{S, \tilde{i}_F^d, \text{ref}}(s) = -\tilde{V}_S \cdot \frac{1 - s|\tilde{T}_V|}{s(1 + sT_{\text{ers}, i_F})}. \quad (24.155)$$

Dies ist ebenfalls eine $IT_1 + PD$ -Strecke, aber mit einer Nullstelle in der *rechten* komplexen Halbebene. Die Übertragungsfunktion (24.155) ist *nicht-minimalphasig*, d.h. zu *hohe* Verstärkungen führen zu einem *instabilen* Regelkreis (siehe Abschnitt 24.4.4.6 und Abb. 24.25(c)).

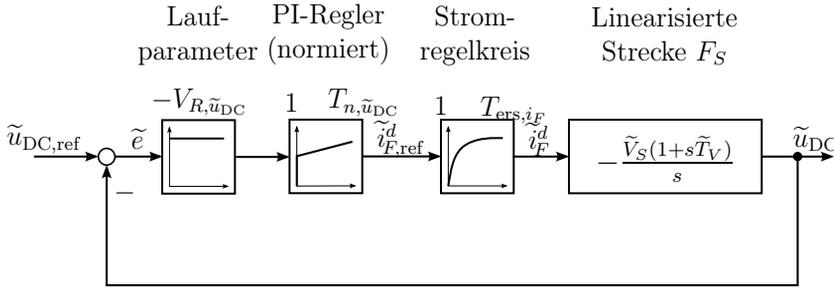


Abb. 24.24: Regelkreis für die Erzeugung der Wurzelortskurve (WOK).

24.4.4.6 Wurzelortskurve des linearisierten Regelkreises

Die Schwierigkeit bei der Regelung von nicht-minimalphasigen Strecken lässt sich anschaulich anhand der Wurzelortskurve erklären. Die Wurzelortskurve stellt graphisch die „Trajektorien“ der Pole eines geschlossenen Regelkreises in Abhängigkeit der Reglerverstärkung dar. Im vorliegenden Fall soll hierzu der Regelkreis in Abb. 24.24 betrachtet werden. Das linearisierte System (24.154) soll mithilfe eines *PI*-Reglers der Form

$$F_{R,\tilde{u}_{DC}}(s) = \frac{\tilde{i}_{F,\text{ref}}^d(s)}{\tilde{e}(s)} = -V_{R,\tilde{u}_{DC}} \frac{1 + sT_{n,\tilde{u}_{DC}}}{sT_{n,\tilde{u}_{DC}}} \quad \text{mit } V_{R,\tilde{u}_{DC}}, T_{n,\tilde{u}_{DC}} > 0 \quad (24.156)$$

mit Verstärkung $V_{R,\tilde{u}_{DC}}$ [1] und Integratorzeitkonstante $T_{n,\tilde{u}_{DC}}$ [s] geregelt werden. Über den offenen Regelkreis

$$\frac{\tilde{u}_{DC}(s)}{\tilde{e}(s)} = V_{R,\tilde{u}_{DC}} \frac{\tilde{V}_S(1 + sT_{n,\tilde{u}_{DC}})(1 + s\tilde{T}_V)}{s^2T_{n,\tilde{u}_{DC}}(1 + sT_{\text{ers},i_F})} \quad (24.157)$$

erhält man die Übertragungsfunktion des geschlossenen Regelkreises (siehe Abb. 24.24)

$$\begin{aligned} F_{RK,\tilde{u}_{DC}}(s) &= \frac{\tilde{u}_{DC}(s)}{\tilde{u}_{DC,\text{ref}}(s)} = \frac{V_{R,\tilde{u}_{DC}} \frac{1+sT_{n,\tilde{u}_{DC}}}{sT_{n,\tilde{u}_{DC}}} \tilde{V}_S \frac{1+s\tilde{T}_V}{s(1+sT_{\text{ers},i_F})}}{1 + V_{R,\tilde{u}_{DC}} \frac{1+sT_{n,\tilde{u}_{DC}}}{sT_{n,\tilde{u}_{DC}}} \tilde{V}_S \frac{1+s\tilde{T}_V}{s(1+sT_{\text{ers},i_F})}} \\ &= \frac{V_{R,\tilde{u}_{DC}} \tilde{V}_S(1 + sT_{n,\tilde{u}_{DC}})(1 + s\tilde{T}_V)}{(sT_{n,\tilde{u}_{DC}})(s(1 + sT_{\text{ers},i_F})) + V_{R,\tilde{u}_{DC}} \tilde{V}_S(1 + sT_{n,\tilde{u}_{DC}})(1 + s\tilde{T}_V)} \\ &= \frac{V_{R,\tilde{u}_{DC}} \tilde{V}_S(1 + sT_{n,\tilde{u}_{DC}})(1 + s\tilde{T}_V)}{s^3 \underbrace{T_{n,\tilde{u}_{DC}} T_{\text{ers},i_F}}_{=:a_3} + s^2 \underbrace{T_{n,\tilde{u}_{DC}}(1 + \tilde{T}_V V_{R,\tilde{u}_{DC}} \tilde{V}_S)}_{=:a_2} + s \underbrace{V_{R,\tilde{u}_{DC}} \tilde{V}_S(T_{n,\tilde{u}_{DC}} + \tilde{T}_V)}_{=:a_1} + \underbrace{V_{R,\tilde{u}_{DC}} \tilde{V}_S}_{=:a_0}}. \end{aligned} \quad (24.158)$$

Der Nenner und somit auch die Pole (Wurzeln des Nenners) des geschlossenen Regelkreises (24.158) hängen von der Reglerverstärkung $V_{R,\tilde{u}_{DC}}$ ab. Trägt man

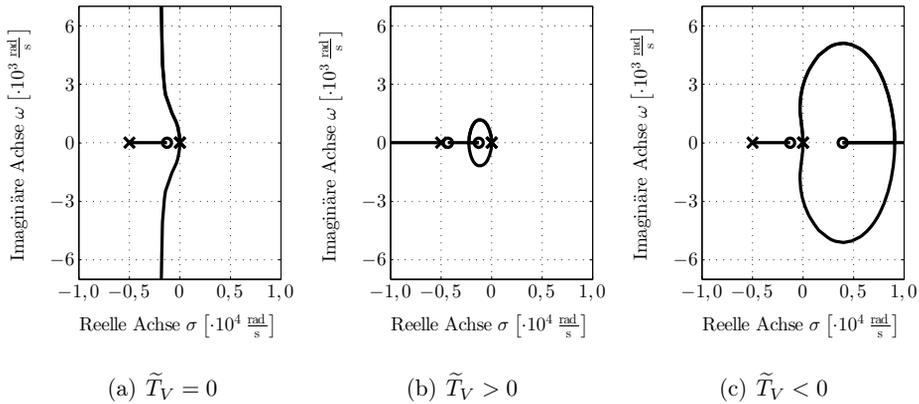


Abb. 24.25: Wurzelortskurven des offenen Regelkreises (24.157) für die drei Fälle: (a) $\tilde{T}_V = 0$, (b) $\tilde{T}_V > 0$ und (c) $\tilde{T}_V < 0$. Nullstellen und Polstellen von (24.157) sind durch Kreise bzw. Kreuze gekennzeichnet.

für unterschiedliche aber ansteigende Verstärkungen $V_{R,\tilde{u}_{DC}} \geq 0$ die Pole des geschlossenen Regelkreises (24.158) in die komplexe Ebene ein, erhält man die Darstellung der Wurzelortskurve. Die Trajektorien der Pole des geschlossenen Regelkreises „starten“ für $V_{R,\tilde{u}_{DC}} = 0$ in den Polstellen des offenen Kreises (24.157) (siehe [1241, Abschnitt 2.2]). Für $V_{R,\tilde{u}_{DC}} \rightarrow \infty$ „enden“ so viele Pol-Trajektorien in den Nullstellen des offenen Kreises (24.157) wie es Nullstellen gibt (für $\tilde{T}_V = 0$: eine Nullstelle bei $-1/T_{n,\tilde{u}_{DC}}$; für $\tilde{T}_V \neq 0$: zwei Nullstellen bei $-1/T_{n,\tilde{u}_{DC}}$ und $-1/\tilde{T}_V$). Die verbleibenden Pol-Trajektorien verlaufen symmetrisch zur reellen Achse in der komplexen Ebene. Für die drei oben beschriebenen Fälle sind in Abb. 24.25 jeweils die zugehörigen Wurzelortskurven dargestellt. Für $\tilde{T}_V < 0$ (siehe Abb. 24.25(c)) laufen die Pol-Trajektorien ab einer kritischen (zu großen) Verstärkung in die *rechte* komplexe Halbebene, d.h. für Reglerverstärkungen größer als diese kritische Verstärkung wird der Regelkreis *instabil*. Die beiden anderen Fälle mit $\tilde{T}_V = 0$ (siehe Abb. 24.25(a)) oder $\tilde{T}_V > 0$ (siehe Abb. 24.25(b)) sind unkritisch, die Pole des geschlossenen Regelkreises verbleiben für jede (auch noch so große) Wahl von $V_{R,\tilde{u}_{DC}}$ in der *linken* komplexen Halbebene.

24.4.4.7 Stabilitätsanalyse nach Hurwitz

Die Untersuchung mithilfe der Wurzelortskurve hat gezeigt, dass für nicht-minimalphasige Systeme eine obere Schranke für die Reglerverstärkung nicht überschritten werden darf, um ein stabiles Regelkreisverhalten zu garantieren. Für den vorliegenden Fall des Regelkreises (24.158) der Zwischenkreisspannungsregelung ergibt sich noch eine zusätzliche Bedingung für die Integratorzeitkonstante $T_{n,\tilde{u}_{DC}}$. Hierzu soll nun das Nennerpolynom des geschlossenen Regelkreises (24.158) mithilfe des Hurwitz-Kriteriums (siehe [1254, Theo-

rem 3.4.71]) auf Stabilität untersucht werden. Die notwendige Bedingung des Hurwitz-Kriteriums fordert, dass alle Koeffizienten größer als null sein müssen, d.h. $a_0, \dots, a_3 > 0$. Die notwendige Bedingung kann für das Nennerpolynom in (24.158) erfüllt werden, wenn folgende Implikationen halten

$$\left. \begin{array}{lcl} T_{n,\tilde{u}_{DC}}, T_{ers,i_F} & \stackrel{(24.156),(24.104)}{>} & 0 \implies a_3 > 0 \\ V_{R,\tilde{u}_{DC}}, \tilde{V}_S & \stackrel{(24.156),(24.151)}{>} & 0 \implies a_0 > 0 \\ T_{n,\tilde{u}_{DC}} & > & |\tilde{T}_V| \implies a_1 > 0 \\ V_{R,\tilde{u}_{DC}} & < & \frac{1}{|\tilde{T}_V|\tilde{V}_S} \implies 1 > -\tilde{T}_V V_{R,\tilde{u}_{DC}} \tilde{V}_S \implies a_2 > 0. \end{array} \right\} \quad (24.159)$$

Die letzten beiden Implikationen in (24.159) gelten bei genügend großer bzw. kleiner Wahl von $T_{n,\tilde{u}_{DC}}$ und $V_{R,\tilde{u}_{DC}}$. Somit kann die *notwendige* Bedingung erfüllt werden. Auf einen stabilen Regelkreis darf aber noch *nicht* geschlossen werden. Hierzu müssen noch die *hinreichenden* Bedingungen

$$D_1 = a_2 > 0 \quad \text{und} \quad D_2 = a_2 a_1 - a_3 a_0 > 0$$

überprüft werden. $D_1 = a_2 > 0$ wurde bereits in (24.159) für $T_{n,\tilde{u}_{DC}} > |\tilde{T}_V|$ gezeigt. Ausmultiplizieren und Umstellen von $D_2 = a_2 a_1 - a_3 a_0 > 0$ führt auf

$$\begin{aligned} T_{n,\tilde{u}_{DC}}(1 + \tilde{T}_V V_{R,\tilde{u}_{DC}} \tilde{V}_S) V_{R,\tilde{u}_{DC}} \tilde{V}_S (T_{n,\tilde{u}_{DC}} + \tilde{T}_V) - T_{n,\tilde{u}_{DC}} T_{ers,i_F^d} V_{R,\tilde{u}_{DC}} \tilde{V}_S &> 0 \\ \implies (1 + \tilde{T}_V V_{R,\tilde{u}_{DC}} \tilde{V}_S)(T_{n,\tilde{u}_{DC}} + \tilde{T}_V) - T_{ers,i_F^d} &> 0. \end{aligned}$$

Für den **3. Fall** gilt $0 > \tilde{T}_V = -|\tilde{T}_V|$ („worst-case“), damit erhält man folgende Ungleichung

$$T_{n,\tilde{u}_{DC}} > \frac{T_{ers,i_F}}{1 - |\tilde{T}_V| V_{R,\tilde{u}_{DC}} \tilde{V}_S} + |\tilde{T}_V| \implies D_2 > 0,$$

um $D_2 > 0$ für alle drei Fälle zu gewährleisten. Für eine stabile Regelung müssen also die beiden Bedingungen

$$\mathbf{(B_1)} \quad 0 < V_{R,\tilde{u}_{DC}} < \frac{1}{|\tilde{T}_V|\tilde{V}_S} \quad \text{und} \quad \mathbf{(B_2)} \quad T_{n,\tilde{u}_{DC}} > \frac{T_{ers,i_F}}{1 - V_{R,\tilde{u}_{DC}} \tilde{V}_S |\tilde{T}_V|} + |\tilde{T}_V| > 0$$

durch adäquate Parametrierung erfüllt werden. In Abb. 24.26 ist Bedingung (B₂) illustriert. $T_{n,\tilde{u}_{DC}}$ muss immer im zulässigen Bereich über der — Linie in Abb. 24.26 liegen, d.h. für größere Reglerverstärkungen $V_{R,\tilde{u}_{DC}}$ muss auch die Integratorzeitkonstante $T_{n,\tilde{u}_{DC}}$ entsprechend erhöht werden. Somit kann für *alle drei* Fälle $\tilde{T}_V = 0$, $\tilde{T}_V > 0$ und $\tilde{T}_V < 0$ *lokal* eine stabile Regelung garantiert werden.

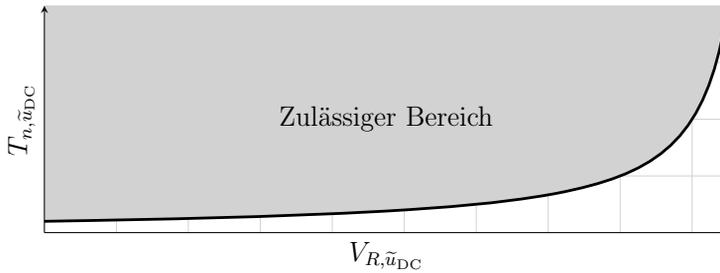


Abb. 24.26: *Illustration der Hurwitz-Bedingung (B_2).*

24.4.5 Steuerung des Leistungsflusses (in Betriebsbereich II)

In den vorangegangenen Abschnitten 24.4.1–24.4.4 wurden die Stromregelkreise des Filterstroms und des Statorstroms, die Drehzahlregelung und die Zwischenkreisspannungsregelung vorgestellt. In diesem Abschnitt soll die Steuerung des Leistungsflusses näher erläutert werden.

Hierzu werden, ausgehend von den übergeordneten Zielen der Betriebsführung (Anlagenregelung), der Leistungsfluss in Windkraftanlagen (mit Permanentmagnet-Synchronmotor), die Leistungsbilanz im stationären Betriebspunkt sowie die Auswirkungen der vorgestellten Regelung auf den Leistungsfluss diskutiert.

24.4.5.1 Übergeordnete Ziele der Betriebsführung

Die unterlagerten Stromregelkreise bilden die Grundlage für die übergeordneten Regelungs- und Steuerungsaufgaben der Windkraftanlage: der Generatordrehzahlregelung, der Zwischenkreisspannungsregelung und der Steuerung des Blindleistungsflusses. Es sollen beispielhaft für Betriebsbereich II der Windkraftanlage (siehe Abb. 24.4) die übergeordneten Ziele der Betriebsführung diskutiert werden. In Betriebsbereich II gilt vereinfachend $\beta_{\text{ref}} = \beta = 0$ und es müssen folgende drei **Ziele** von der Betriebsführung (siehe Abb. 24.3) sichergestellt werden:

- (**Z**₁) Maximal mögliche Leistungsentnahme aus dem Wind durch die Turbine;
- (**Z**₂) Größtmögliche Momentan- bzw. Wirkleistungsabgabe ins Netz und
- (**Z**₃) Bereitstellung einer vom Netzbetreiber vorgegebenen Blindleistung.

Die Erreichbarkeit der Ziele (**Z**₁)–(**Z**₃) kann mithilfe des Leistungsflusses in Windkraftanlagen (mit Permanentmagnet-Synchrongenerator) bzw. der Leistungsbilanz verdeutlicht werden.

24.4.5.2 Leistungsfluss in Windkraftanlagen

Windkraftanlagen können dem Wind nur einen Teil der enthaltenen kinetischen Energie entnehmen, d.h. nur ein Teil der Windleistung kann in elektrische Energie

umgewandelt werden. Am Point of Common Coupling (PCC) wird die von der Windkraftanlage erzeugte, elektrische Leistung $p_{\text{PCC}} [\text{W}]$ ins Netz eingespeist. Unter den Annahmen

Annahme (A.17) *Verluste durch Schalthandlungen im Back-To-Back-Converter werden vernachlässigt.*

Annahme (A.18) *Verluste im Getriebe aufgrund von Reibung werden vernachlässigt.*

sollen der Leistungsfluss¹⁵ in einer Windkraftanlage mit Permanentmagnet-Synchrongenerator und die anfallenden Verluste diskutiert werden.

Die Energiequelle einer Windkraftanlage stellt die kinetische Energie des Windes dar. Die Windleistung

$$p_W(t) \stackrel{(24.4)}{=} \frac{1}{2} \rho \pi r_T^2 v_W(t)^3 \tag{24.160}$$

wird über die Turbine (Rotor mit Rotorblättern) zum Teil als Turbinenleistung

$$p_T(t) \stackrel{(24.63)}{=} m_T(t) \omega_T(t) \stackrel{(24.58)}{=} c_P(\lambda, \beta) p_W(t) \tag{24.161}$$

aufgenommen. Aufgrund der Energieerhaltung und unter Annahme (A.18) setzt sich die mechanische Leistung der elektrischen Maschine

$$p_{M,\text{mech}}(t) := \omega_M(t) m_M(t) \stackrel{(24.73),(A.18)}{=} \underbrace{\Theta \omega_M(t) \frac{d}{dt} \omega_M(t)}_{\substack{=: p_{M,\text{rot}}(t) \\ \text{Momentane Änderung} \\ \text{der gespeicherten} \\ \text{Rotationsenergie} \\ \text{in der Welle}}} - \underbrace{\omega_T(t) m_T(t)}_{\substack{=: p_T(t) \\ \text{Turbinen-} \\ \text{leistung}}} \tag{24.162}$$

aus der Differenz zwischen der momentanen Änderung $p_{M,\text{rot}} [\text{W}]$ der gespeicherten Rotationsenergie (umgerechnet auf die maschinenseitige Welle) und der Turbinenleistung p_T zusammen. Der Generator wirkt mit einem *negativen* Maschinenmoment m_M dem Turbinenmoment m_T entgegen. Hierzu muss die maschinenseitige Leistung

$$\begin{aligned} p_M(t) &= \mathbf{u}_s^{abc}(t)^\top \mathbf{i}_s^{abc}(t) \stackrel{(24.51)}{=} \frac{3}{2} \mathbf{u}_s^k(t)^\top \mathbf{i}_s^k(t) = \frac{3}{2} \mathbf{i}_s^k(t)^\top \mathbf{u}_s^k(t) \\ &\stackrel{(24.107)}{=} \frac{3}{2} \left[R_s \|\mathbf{i}_s^k(t)\|^2 + \mathbf{i}_s^k(t)^\top \mathbf{L}_s^k \frac{d}{dt} \mathbf{i}_s^k(t) \right. \\ &\quad \left. + \underbrace{\omega_k(t)}_{\stackrel{(24.106)}{=} p_{\omega_M}(t)}} \mathbf{i}_s^k(t)^\top (\mathbf{J} \mathbf{L}_s^k \mathbf{i}_s^k(t) + \boldsymbol{\psi}_{\text{PM}}^k(t)) \right] \end{aligned}$$

¹⁵Orientierung der verwendeten k -Koordinatensysteme:
 – k -Koordinatensystem der Statorgrößen x_s^k mit $x \in \{\mathbf{u}, \mathbf{i}, \boldsymbol{\psi}\}$ in Flussorientierung.
 – k -Koordinatensystem der Filtergrößen x_F^k mit $x \in \{\mathbf{u}, \mathbf{i}, \boldsymbol{\psi}\}$ in Netzspannungsorientierung.

$$\begin{aligned}
&= \frac{3}{2}R_s \|\mathbf{i}_s^k(t)\|^2 + \frac{3}{2}\mathbf{i}_s^k(t)^\top \mathbf{L}_s^k \frac{d}{dt}\mathbf{i}_s^k(t) + \omega_M(t) \underbrace{\frac{3}{2}p \mathbf{i}_s^k(t)^\top \mathbf{J}(\mathbf{L}_s^k \mathbf{i}_s^k(t) + \boldsymbol{\psi}_{PM}^k)}_{\stackrel{(24.117)}{=} m_M(t)}} \\
&= \frac{3}{2}R_s \|\mathbf{i}_s^k(t)\|^2 + \frac{3}{2}\mathbf{i}_s^k(t)^\top \mathbf{L}_s^k \frac{d}{dt}\mathbf{i}_s^k(t) + \omega_M(t)m_M(t) \\
\stackrel{(24.162)}{=} &\underbrace{\frac{3}{2}R_s \|\mathbf{i}_s^k(t)\|^2}_{=: p_{M, \text{Verlust}}(t)} + \underbrace{\frac{3}{2}\mathbf{i}_s^k(t)^\top \mathbf{L}_s^k \frac{d}{dt}\mathbf{i}_s^k(t)}_{=: p_{L_s^k}(t)} + \underbrace{p_{M, \text{rot}}(t) - p_T(t)}_{=: p_{M, \text{mech}}(t)} \quad (24.163) \\
&\text{Verlustleistung im} & \text{Momentane \u00c4nderung} & \text{Mechanische} \\
&\text{Statorwiderstand} & \text{der gespeicherten} & \text{Maschinenleistung} \\
& & \text{magnetischen Energie} & \\
& & \text{in der Statorinduktivit\u00e4t} &
\end{aligned}$$

aufgebracht werden. Im Back-to-Back Converter findet ein Leistungsaustausch zwischen netzseitiger Leistung p_N [W], der Leistung p_{DC} [W] des Zwischenkreises und maschinenseitiger Leistung p_M [W] statt (siehe Abb. 24.11). Bei Vernachl\u00e4ssigung von Schaltverlusten gilt

$$p_{DC}(t) \stackrel{(24.135)}{=} \underbrace{C_{DC}u_{DC}(t) \frac{d}{dt}u_{DC}(t)}_{\substack{\text{Momentane \u00c4nderung} \\ \text{der gespeicherten} \\ \text{elektrischen Energie im} \\ \text{Zwischenkreiskondensator}}} \stackrel{(A.17)}{=} -p_N(t) - p_M(t). \quad (24.164)$$

Die netzseitige Leistungsabgabe des Back-to-Back Converters ist gegeben durch

$$p_N(t) \stackrel{(24.136)}{=} \underbrace{\frac{3}{2}R_F \|\mathbf{i}_F^k(t)\|^2}_{=: p_{PCC, \text{Verlust}}(t)} + \underbrace{\frac{3}{2}L_F \mathbf{i}_F^k(t)^\top \frac{d}{dt}\mathbf{i}_F^k(t)}_{=: p_{L_F}(t)} + \underbrace{\frac{3}{2}\hat{u}_0 i_F^d(t)}_{=: p_{PCC}(t)}. \quad (24.165) \\
\text{Verlustleistung im} & \text{Momentane \u00c4nderung} & \text{Leistung am} \\
\text{Filterwiderstand} & \text{der gespeicherten} & \text{Netzeinspeise-} \\
& \text{magnetischen Energie} & \text{punkt} \\
& \text{in der Filterinduktivit\u00e4t} &
\end{aligned}$$

Hierbei entspricht $\frac{3}{2}\hat{u}_0 i_F^d$ der am Point of Common Coupling (PCC) eingespeisten Leistung p_{PCC} [W], denn nach Abb. 24.11 gilt

$$p_{PCC}(t) = \mathbf{u}_0^{abc}(t)^\top \mathbf{i}_F^{abc}(t) \stackrel{(24.51)}{=} \frac{3}{2}\mathbf{u}_0^k(t)^\top \mathbf{i}_F^k(t) \stackrel{(24.86)}{=} \frac{3}{2}\hat{u}_0 i_F^d(t). \quad (24.166)$$

Fasst man alle bisherigen Ergebnisse zusammen, erh\u00e4lt man den gesamten Leistungsfluss der Windkraftanlage im Netzeinspeisepunkt:

$$\begin{aligned}
p_{PCC}(t) &\stackrel{(24.166)}{=} \frac{3}{2}\hat{u}_0 i_F^d(t) \stackrel{(24.165)}{=} p_N(t) - p_{PCC, \text{Verlust}}(t) - p_{L_F}(t) \\
&\stackrel{(24.164)}{=} -p_M(t) - p_{DC}(t) - p_{PCC, \text{Verlust}}(t) - p_{L_F}(t) \\
&\stackrel{(24.163)}{=} p_T(t) - p_{M, \text{rot}}(t) - p_{M, \text{Verlust}}(t) - p_{L_s^k}(t) \\
&\quad - p_{DC}(t) - p_{PCC, \text{Verlust}}(t) - p_{L_F}(t) \\
&\stackrel{(24.161)}{=} c_P(\lambda, \beta)p_W(t) - p_{M, \text{rot}}(t) - p_{M, \text{Verlust}}(t) - p_{L_s^k}(t)
\end{aligned}$$

$$-p_{DC}(t) - p_{PCC,Verlust}(t) - p_{L_F}(t). \tag{24.167}$$

Die eingespeiste Leistung p_{PCC} am Netzeinspeisepunkt setzt sich also zusammen aus dem von der Turbine entnommenen Anteil $p_T = c_P(\lambda, \beta)p_W(t)$ [W] der Windleistung $p_W(t)$ [W] abzüglich der Änderung $p_{M,rot} = \Theta\omega_M \frac{d}{dt}\omega_M$ [W] der gespeicherten Rotationsenergie, der Verlustleistung $p_{M,Verlust} = \frac{3}{2}R_s \|\dot{\mathbf{i}}_s^k\|^2$ [W] am Statorwiderstand R_s [V/A], der Magnetisierungsleistung $p_{L_s^k} = \frac{3}{2}(\dot{\mathbf{i}}_s^k)^\top \mathbf{L}_s^k \frac{d}{dt}\dot{\mathbf{i}}_s^k$ [W] der Statorinduktivität \mathbf{L}_s^k [Vs/A]^{2x2}, der Änderung $p_{DC} = C_{DC}u_{DC} \frac{d}{dt}u_{DC}$ [W] der gespeicherten elektrischen Energie im Zwischenkreiskondensator, der Verlustleistung $p_{PCC,Verlust} = \frac{3}{2}R_F \|\dot{\mathbf{i}}_F^k\|^2$ [W] am Filterwiderstand R_F [V/A] und der Magnetisierungsleistung $p_{L_F} = \frac{3}{2}L_F(\dot{\mathbf{i}}_F^k)^\top \frac{d}{dt}\dot{\mathbf{i}}_F^k$ [W] der Filterinduktivität L_F [Vs/A].

Abbildung 24.27 veranschaulicht die Leistungsbetrachtung (24.167) der Windkraftanlage in Form eines Leistungsflussdiagramms. Insgesamt besitzt die betrachtete Windkraftanlage vier Speicher: die Turbinen-/Maschinenwelle, die Statorinduktivität, den Zwischenkreiskondensator und die Filterinduktivität. Diese können Energie speichern und wieder an das System abgeben, ohne dass dabei Energie dissipiert wird (bidirektionaler Leistungs-/Energiefluss ohne Verluste). Im zeitlichen Mittel besitzen die Speicher eine Leistungsaufnahme bzw. Leistungsabgabe von null. Verluste fallen in der Windkraftanlage am Stator- und Filterwiderstand an. Da die Turbine dem Wind nur einen Teil der Windleistung p_W entziehen kann, geht der Teil $p_{T,Verlust} = (1 - c_P(\beta, \lambda))p_W$ „verloren“ (und kann zu den Verlusten gezählt werden). Aufgrund der vereinfachenden Annahmen (A.17) und (A.18) verursachen Back-to-Back Converter und Getriebe keine Verluste, d.h. $p_{G,Verlust} = p_{N,Verlust} = 0$.

24.4.5.3 Leistungsbilanz (stationäre Leistungsbetrachtung)

Um die Erreichbarkeit der Ziele (Z₁)–(Z₃) näher zu beleuchten, soll eine vereinfachte Leistungsbetrachtung im stationären Betrieb erfolgen. Im stationären Zustand¹⁶ gilt

$$\frac{d}{dt}\dot{\mathbf{i}}_s^k = \frac{d}{dt}\dot{\mathbf{i}}_F^k = \mathbf{0}_2 \text{ und } \frac{d}{dt}\omega_M = \frac{d}{dt}u_{DC} = 0, \tag{24.168}$$

d.h. es wird *keine* Energie von den Speichern aufgenommen oder abgegeben (kein Leistungsfluss in oder aus Speicher), denn

$$\left. \begin{array}{l} p_{M,rot} \stackrel{(24.162)}{=} \Theta\omega_M \frac{d}{dt}\omega_M \\ p_{L_s^k} \stackrel{(24.163)}{=} \frac{3}{2}(\dot{\mathbf{i}}_s^k)^\top \mathbf{L}_s^k \frac{d}{dt}\dot{\mathbf{i}}_s^k \\ p_{DC} \stackrel{(24.164)}{=} u_{DC}C_{DC} \frac{d}{dt}u_{DC} \\ p_{L_F} \stackrel{(24.165)}{=} \frac{3}{2}L_F(\dot{\mathbf{i}}_F^k)^\top \frac{d}{dt}\dot{\mathbf{i}}_F^k \end{array} \right\} \stackrel{(24.168)}{=} 0. \tag{24.169}$$

¹⁶Aufgrund des schaltenden Verhaltens des Umrichters wird nie ein stationärer Zustand erreicht.

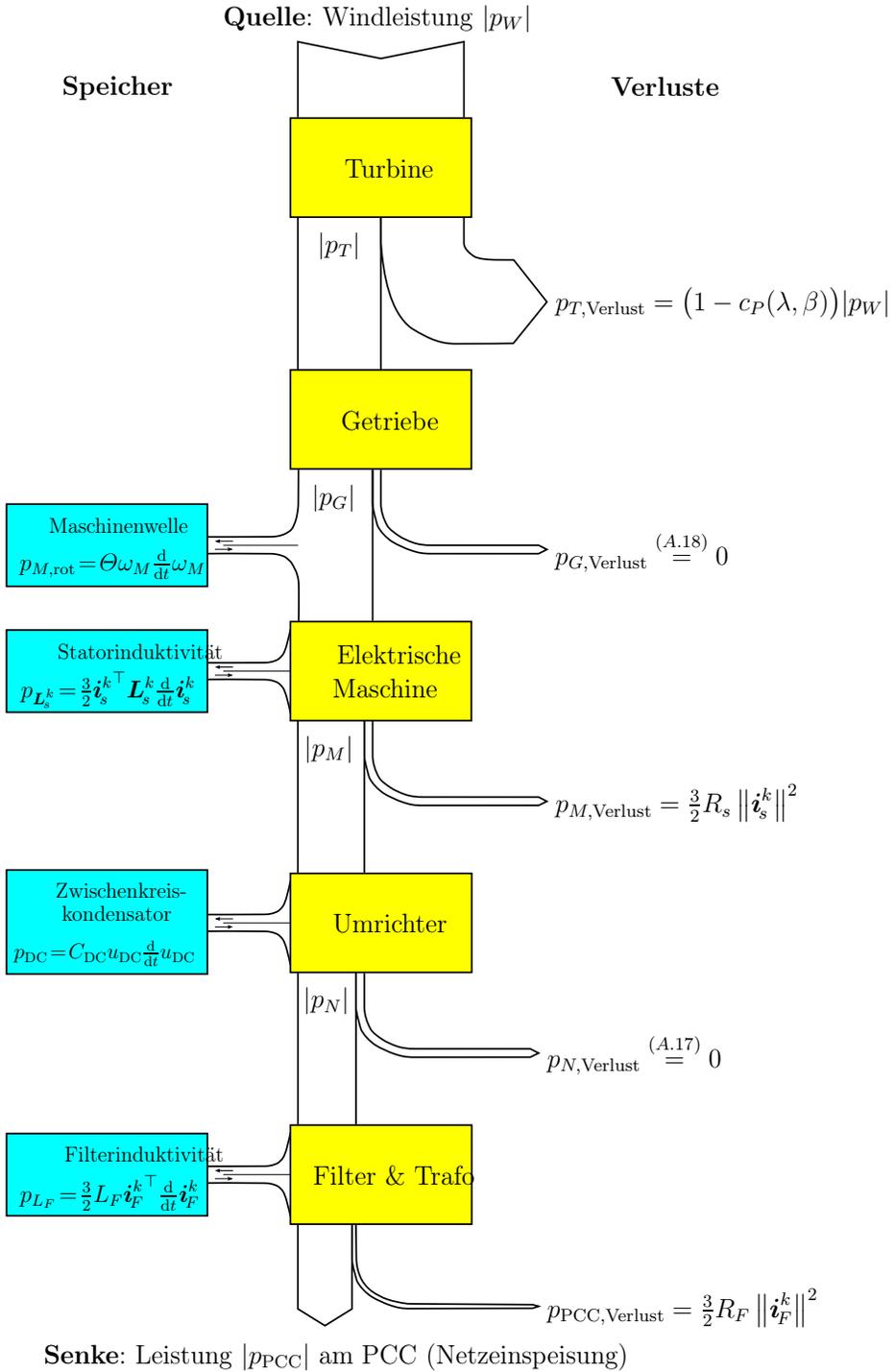


Abb. 24.27: Qualitatives Leistungsflussdiagramm einer Windkraftanlage.

Somit reduziert sich der Leistungsfluss (24.167) auf die stationäre *Leistungsbilanz*:

$$p_{\text{PCC}} \stackrel{(24.167),(24.169)}{=} \underbrace{c_P(\lambda, \beta) \frac{1}{2} \rho \pi r_T^2 v_W^3}_{\stackrel{(24.17)}{=} p_T} - \underbrace{\frac{3}{2} R_s \|\mathbf{i}_s^k\|^2}_{\stackrel{(24.163)}{=} p_{M, \text{Verlust}}} - \underbrace{\frac{3}{2} R_F \|\mathbf{i}_F^k\|^2}_{\stackrel{(24.165)}{=} p_{\text{PCC}, \text{Verlust}}} . \quad (24.170)$$

Für einen physikalisch sinnvollen Betrieb muss langfristig

$$c_P(\lambda, \beta) \frac{1}{2} \rho \pi r_T^2 v_W^3 - \frac{3}{2} R_s \|\mathbf{i}_s^k\|^2 - \frac{3}{2} R_F \|\mathbf{i}_F^k\|^2 > 0$$

gelten, ansonsten würden die Verluste die umgewandelte Energie überwiegen und es könnte kein Strom produziert werden. Mithilfe der Leistungsbilanz (24.170) lässt sich (zumindest stationär) ableiten, was zur Erreichung der Ziele (Z_1) und (Z_2) in Betriebsbereich II zu tun ist:

- Um dem Wind die größtmögliche Leistung zu entnehmen ($=Z_1$), muss die Windturbine in ihrem optimalen Betriebspunkt $(0, \lambda^*)$ arbeiten. So ergibt sich der maximale Leistungsbeiwert bei $c_P^* := c_P(0, \lambda^*)$ und die Turbinenleistung $p_T = c_P^* p_W$ wird maximal.
- Um die größtmögliche Momentanleistung ins Netz einzuspeisen ($=Z_2$), müssen die Verluste der Windkraftanlage minimiert werden. Im betrachteten Fall (24.170) müssen die Stromamplituden also so klein wie möglich sein.

Über die Erreichbarkeit des Ziels (Z_3) lässt sich anhand der Leistungsbilanz nichts aussagen. Hierzu müssen die Auswirkungen und noch verbleibenden Freiheitsgrade der vorgestellten Regelung auf den Leistungsfluss diskutiert werden.

24.4.5.4 Wirk- & Blindleistung am Point of Common Coupling (PCC)

Bei Dreiphasensystemen sind neben der Momentanleistung insbesondere Wirk- und Blindleistung wichtige Kenngrößen. Bei einer Windkraftanlage lassen sich Wirk- und Blindleistung am Netzeinspeisepunkt unter den Annahmen (A.6), (A.7) und (A.8) wie folgt ausdrücken (siehe Abschnitt 24.2.2.3):

$$\left. \begin{aligned} P_{\text{PCC}}(t) &\stackrel{(24.53),(A.6)-(A.8)}{=} \frac{3}{2} \mathbf{u}_0^k(t)^\top \mathbf{i}_F^k(t) \stackrel{(24.86)}{=} \frac{3}{2} \hat{u}_0 i_F^d(t) \text{ [W] bzw.} \\ Q_{\text{PCC}}(t) &\stackrel{(24.54),(A.6)-(A.8)}{=} \frac{3}{2} \mathbf{u}_0^k(t)^\top \mathbf{J} \mathbf{i}_F^k(t) \stackrel{(24.86)}{=} -\frac{3}{2} \hat{u}_0 i_F^q(t) \text{ [var].} \end{aligned} \right\} \quad (24.171)$$

Wirkleistung: Wegen (24.166) und (24.171) entspricht *im stationären Fall* die Wirkleistung P_{PCC} der Momentanleistung p_{PCC} am Netzeinspeisepunkt. Eine Maximierung der Momentanleistung p_{PCC} bewirkt somit (zumindest stationär) auch eine Maximierung der Wirkleistung P_{PCC} .

Des Weiteren ist nach (24.171) die Wirkleistungsabgabe P_{PCC} ans Netz direkt proportional zur d -Komponente i_F^d des Filterstroms. Die Stromkomponente

i_F^d wurde in Abschnitt 24.4.4 zur Regelung der Zwischenkreisspannung verwendet. Somit kann P_{PCC} nicht (mehr) direkt geregelt werden. Im folgenden Abschnitt 24.4.5.5 wird sich zeigen, dass sich p_{PCC} und damit P_{PCC} durch die Zwischenkreisspannungsregelung und die Generator Drehzahlregelung indirekt beeinflussen lassen.

Blindleistung: Die Blindleistungsabgabe Q_{PCC} ans Netz ist nach (24.171) proportional zur q -Komponente i_F^q des Filterstroms. Somit lässt sich die Blindleistung Q_{PCC} über eine entsprechende Regelung der Stromkomponente i_F^q steuern. Für einen vorgegebenen Blindleistungsreferenzverlauf $Q_{\text{PCC,ref}}: \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}$ muss hierzu lediglich der Sollwert

$$\forall t \geq 0: \quad i_{F,\text{ref}}^q(t) = -\frac{2}{3\hat{u}_0} Q_{\text{PCC,ref}}(t) \quad (24.172)$$

der q -Stromkomponente angepasst werden. Die hohe Dynamik der unterlagerten Stromregelung der q -Komponente sorgt dafür, dass der Referenz (24.172) sehr schnell gefolgt und bei genauer Kenntnis der Netzspannungsamplitude \hat{u}_0 von $Q_{\text{PCC}}(t) = Q_{\text{PCC,ref}}(t)$ für alle $t \geq 0$ ausgegangen werden kann.

24.4.5.5 Auswirkungen der Anlagenregelung auf den Leistungsfluss

Zum Erreichen der *drei* Ziele (Z_1), (Z_2) und (Z_3) stehen mit den *vier* geregelten Stromkomponenten i_F^d , i_F^q , i_s^d und i_s^q (siehe Abschnitte 24.4.1 und 24.4.2) prinzipiell *vier* Freiheitsgrade (Einflussmöglichkeiten) zur Verfügung. Bei der vorgestellten Anlagenregelung (siehe Abschnitte 24.4.1–24.4.4) wurden (i) die Statorstromkomponenten i_s^d und i_s^q für die maschinenseitige Momentensteuerung (mit $i_{s,\text{ref}}^d = 0$ und $i_{s,\text{ref}}^q = \frac{1}{\frac{3}{2}p\psi_{\text{PM}}} m_{M,\text{ref}}$, siehe Annahme (A. 11) bzw. (24.120)) und (ii) die Filterstromkomponenten i_F^d und i_F^q für die Zwischenkreisspannungsregelung bzw. für die Steuerung der Blindleistungsabgabe ins Netz eingesetzt. Somit steht keine Eingriffsmöglichkeit mehr für die Regelung der Momentan-/Wirkleistungsabgabe ins Netz zur Verfügung. Ziel (Z_2) wird dennoch, aber indirekt, durch die Drehzahlregelung und die Zwischenkreisspannungsregelung erreicht. Das Erreichen der übergeordneten Ziele (Z_1), (Z_2) und (Z_3) durch die vorgestellte Anlagenregelung wird nun für jedes Ziel gesondert erläutert. Unter den Annahmen (A.1)–(A.18) lässt sich schlussfolgern:

Ziel (Z_1): Die der Statorstromregelung (24.115) (bzw. der Momentensteuerung (24.120)) überlagerte nichtlineare Drehzahlregelung (24.129) erreicht (zumindest asymptotisch) ihr vorgegebenes Regelziel (24.124): Die Generatorwinkelgeschwindigkeit ω_M (bzw. Schnelllaufzahl λ) strebt asymptotisch zur optimalen Winkelgeschwindigkeit ω_M^* (bzw. zur optimalen Schnelllaufzahl λ^*) bei konstantem Pitch-Winkel $\beta_{\text{ref}} = \beta = 0$ (in Betriebsbereich II). Dadurch wird der Leistungsbeiwert und die Turbinenleistung maximiert. Es gilt $c_P(\beta, \lambda) \rightarrow c_P(0, \lambda^*) =: c_P^*$ und somit $p_T \rightarrow c_P^* p_W$. Ziel (Z_1) wird also durch das „Maximum Power Point Tracking“ des Drehzahlreglers (asymptotisch bei konstantem Wind) erreicht.

Ziel (Z_2): Wie bereits angemerkt steht kein direkter Einfluss mehr zur Regelung der Momentan- bzw. Wirkleistungsabgabe ins Netz bereit. Die Drehzahlregelung garantiert eine Maximierung der dem Wind entnehmbaren Turbinenleistung (ideal: $p_T = c_P^* p_W$). Die Zwischenkreisspannungsregelung (24.156) garantiert (zumindest lokal) eine stabile Festwertregelung der Zwischenkreisspannung mit $u_{DC} = u_{DC,ref} > 0$, was im Mittel zu *keinem* Leistungsaustausch mit dem Zwischenkreiskondensator führt, d.h. $p_N \stackrel{(24.164)}{=} -p_M$. Aus der Leistungsbilanz (24.170) folgt somit für einen stationären Betrieb der Anlage, dass für minimale Widerstandsverluste und eine maximale Turbinenleistung auch die maximal mögliche Momentan- bzw. Wirkleistung ins Netz abgegeben wird. Ziel (Z_2) wird also indirekt erreicht.

Ziel (Z_3): Die gewünschte Blindleistungsabgabe ans Netz wird nach (24.171) für einen vorgegebenen Verlauf $Q_{PCC,ref} : \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}$ durch die unterlagerte Stromregelung (24.102) der q -Komponente i_F^q des Filterstroms und die angepasste Sollwertvorgabe (24.172) erreicht.

24.5 Simulation der Gesamtanlage

Zur Veranschaulichung und Plausibilisierung der theoretischen Untersuchungen der Abschnitte 24.3 & 24.4 werden Simulationsergebnisse vorgestellt und diskutiert.

24.5.1 Implementierung des geregelten Gesamtsystems

Die gesamte Windkraftanlage (siehe Abschnitt 24.3) und deren Regelung (siehe Abschnitt 24.4) wurde „zusammengesetzt“ und mithilfe des Simulationsprogramms Matlab/Simulink[®] der Firma MathWorks[®] simuliert.

24.5.1.1 Windkraftanlage

Das Gesamtanlagenmodell der Windkraftanlage wurde gemäß den Gleichungen aus Abschnitt 24.3 in Matlab/Simulink[®] implementiert:

- Turbine mit Leistungsbeiwert (24.61) und Turbinenmoment (24.63);
- Getriebe mit Umrechnung der Turbinendrehzahl und des Turbinenmoment auf die Maschinenseite nach (24.70) und mit maschinenseitigem Gesamtträgheitsmoment (24.72) der Windkraftanlage;
- Permanentmagnet-Synchrongenerator (24.75) mit Statorkreis, Flussverkettung, Mechanik und Maschinenmoment;
- Umrichter mit Zwischenkreis (24.80), verketteten Ausgangsspannungen (24.81) (bzw. (24.84)) und Zwischenkreisströmen (24.82) in Abhängigkeit der Schaltvektoren. Das implementierte Modulationsverfahren entspricht der „regular-sampled“ Puls-Weiten-Modulation mit „symmetric sampling“ (siehe [1208, Kap. 8.4.12]);

- Filter (24.78) (bzw. (24.79)) mit Filterwiderstand, Filterinduktivität und (idealer) Netzspannung (24.77).

24.5.1.2 Regelung

Die Regelung der Windkraftanlage wurde gemäß den Gleichungen aus Abschnitt 24.4 ausgelegt und in Matlab/Simulink[®] implementiert:

- Netzseitige Stromregelung in *Spannungsorientierung* (24.86) mit Phase-Locked Loop *PI*-Regler (24.91), Störgrößenkompensation (24.97) und *PI*-Stromregler (24.102) (ausgelegt nach Betragsoptimum);
- Maschinenseitige Stromregelung in *Flussorientierung* (24.105) mit Störgrößenkompensation (24.111), *PI*-Stromregler (24.115) (ausgelegt nach Betragsoptimum);
- Nichtlinearer Drehzahlregler (24.129) der Maschine;
- Spannungszwischenkreis-*PI*-Regler (24.156) mit lokal stabiler Auslegung nach Hurwitz (siehe Bedingungen (B₁) und (B₂) in Abschnitt 24.4.4.7);
- Steuerung der Blindleistung durch entsprechende Vorgabe (24.172) der Referenz der *q*-Komponente des Filterstroms.

24.5.1.3 Winddaten

Für die Simulation wurden 600s realer Winddaten der Forschungsplattform FINO1 genutzt. Die Winddaten wurden auf der Messplattform FINO1 (Koordinaten: 54° 00' 53,5" N, 06° 35' 15,5" E) am 24. November 2012 zwischen 11:40–11:50 Uhr mit einer Auflösung von 10 Hz aufgenommen. In Abb. 24.28 (oben) ist der Verlauf der Windgeschwindigkeit $v_W(\cdot)$ dargestellt. Die durchschnittliche Windgeschwindigkeit \bar{v}_W liegt bei etwa $5,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, was bei der betrachteten Windkraftanlage einem Betrieb in Betriebsbereich II (siehe Abb. 24.4) entspricht.

Danksagung. *Für das zur Verfügung stellen der in der Simulation genutzten Winddaten möchten sich die Autoren ganz herzlich bedanken bei den mitwirkenden Organisationen des FINO-Projekts: Bundesministerium für Umwelt, Naturschutz, Bau und Reaktorsicherheit (BMUB), Projektträger Jülich (PTJ)/Forschungszentrum Jülich GmbH, Bundesamt für Seeschifffahrt und Hydrographie (BSH) und DEWI GmbH.*

24.5.1.4 Simulations-, Modell- und Reglerparameter

Das implementierte Gesamtsystem (Windkraftanlage mit Regelung) wurde mithilfe des fixed-step ODE-Solvers Runge-Kutta (`ode4`) numerisch integriert und mit einer Abtastzeit von $h = 4 \mu\text{s}$ simuliert. Die Modellparameter sind [1199, S. 124,199,204] und [1187] für eine Windkraftanlage mit Permanentmagnet-Synchrongenerator und einer Nennleistung von 2 MW entnommen. Die Reglerparameter ergeben sich nach den entsprechenden Herleitungen in Abschnitt 24.4.3. Für die Reglerparametrierung wurde davon ausgegangen, dass alle Modellparameter exakt bekannt sind. Die Simulations-, Modell- und Reglerparameter sind in Tab. 24.3 zusammengefasst.

Beschreibung	Symbol	Wert mit Einheit
<i>Implementierung</i>		
ODE-Solver (fixed-step)		Runge-Kutta (ode4)
Abtastzeit	h	4 μ s
<i>Turbine & Getriebe (DirectDrive)</i>		
Luftdichte	ρ	1,293 $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
Turbinenradius	r_T	40 m
Turbinenträgheit	Θ_T	8,6 $\cdot 10^6$ kg m ²
Leistungsbeiwert	$c_{P,1}(\cdot)$	wie in (24.61)
Getriebeübersetzung	g_r	1
<i>Permanentmagnet-Synchrongenerator (isotrop)</i>		
Polpaarzahl	p	48
Statorwiderstand	R_s	0,01 Ω
Statorinduktivität(en)	$L_s^d = L_s^q$	3,0 mH
verketteter Permanentmagnetfluss	ψ_{PM}	12,9 V s
Maschinenträgheit	Θ_M	1,3 $\cdot 10^6$ kg m ²
<i>Back-to-Back Converter</i>		
Zwischenkreiskondensatorkapazität	C_{DC}	2,4 mF
Schaltfrequenz	f_S	2,5 kHz
Totzeit	$T_{\text{tot}} = \frac{1}{f_S}$	0,4 ms
<i>Filter & Netzspannung</i>		
Filterwiderstand	R_F	0,1 Ω
Filterinduktivität	L_F	24 mH
Netzkreisfrequenz	$\omega_0 = 2\pi f_0$	100 $\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$
Scheitelstrangspannung	\hat{u}_0	2,7 kV
Phasenoffset	α_0	0 rad
<i>Reglerparameter</i>		
PI-Stromregler (24.102) (netzseitig)	$V_{R,i_F^{d/q}}$ $T_{n,i_F^{d/q}}$	30 Ω 0,24 s
PI-Stromregler (24.115) (maschinenseitig)	$V_{R,i_s^{d/q}}$ $T_{n,i_s^{d/q}}$	3,75 Ω 0,3 s
Drehzahlregler (24.129)	k_P^*	188,73 $\frac{\text{kNm}}{\text{s}^2}$
Spannungszwischenkreis PI-Regler (24.156)	$V_{R,\tilde{u}_{\text{DC}}}$ $T_{n,\tilde{u}_{\text{DC}}}$	1,44 $\frac{\text{A}}{\text{V}}$ 18,9 ms
Phased-locked Loop PI-Regler (24.91)	$V_{R,\text{PLL}}$ $T_{n,\text{PLL}}$	20.000 $\frac{1}{\text{s}}$ 0,2 ms

Tabelle 24.3: Simulation-, Modell- und Reglerparameter.

24.5.2 Diskussion der Simulationsergebnisse

Die Simulationsergebnisse sind in Abb. 24.28, 24.29 und 24.30 dargestellt. Die einzelnen Abbildungen werden im Folgenden diskutiert.

24.5.2.1 Wind, Leistungsernte und Drehzahlregelung

In Abbildung 24.28 sind im obersten Teilplot die auf die Anlage auftreffende Windgeschwindigkeit v_W und deren Mittelwert \bar{v}_W (gemittelt über die Simulationsdauer von 600 s) abgebildet. Im zweiten Teilplot (von oben) sind die Windleistung p_W , die Turbinenleistung p_T und die Einspeiseleistung p_{PCC} am „Point of Common Coupling“ (PCC) dargestellt. Der dritte Teilplot zeigt die optimale Schnelllaufzahl λ^* und den Verlauf der Schnelllaufzahl λ der Turbine. Im vierten Teilplot sind der Betzfaktor $c_{P,Betz}$, der maximale Leistungsbeiwert $c_{P,1}(\lambda^*)$ sowie der Verlauf des Leistungsbeiwerts $c_{P,1}$ der hier untersuchten Windkraftanlage dargestellt. Der unterste Teilplot zeigt die Maschinenwinkelgeschwindigkeit ω_M und die optimale Maschinenwinkelgeschwindigkeit ω_M^* (vgl. Abschnitt 24.4.3).

Trotz geringer Änderungen der Windgeschwindigkeit (im Bereich von $4 - 6 \frac{m}{s}$) führen diese Änderungen aufgrund des kubischen Zusammenhangs (vgl. (24.4)) zu starken Schwankungen in der Windleistung p_W . Die Turbinenleistung p_T ist erwartungsgemäß stets geringer als die Windleistung p_W , während die ins Stromnetz eingespeiste Leistung p_{PCC} (entspricht stationär der Wirkleistung P_{PCC}) zeitweise die Turbinenleistung p_T (aufgrund der vorhandenen Energiespeicher im System, siehe Abb. 24.27) übersteigen kann. Im zeitlichen Mittel muss die Einspeiseleistung p_{PCC} aufgrund der auftretenden Verluste innerhalb der Windkraftanlage kleiner sein als die Turbinenleistung p_T .

Die Drehzahlregelung erzielt eine akzeptable Folgewertregelung. Im Mittel folgt die Maschinenwinkelgeschwindigkeit ω_M der optimalen Winkelgeschwindigkeit ω_M^* . So verbleibt auch die Schnelllaufzahl λ in der Nähe ihres optimalen Wertes λ^* . Doch aufgrund der Abweichungen zwischen λ und λ^* wird die Windkraftanlage *nicht* dauerhaft in ihrem optimalen Punkt betrieben: Der Leistungsbeiwert $c_{P,1}$ liegt teilweise (weit) unter seinem Maximalwert $c_{P,1}(\lambda^*)$. Somit kann nicht von einer maximalen „Energieausbeute“ ausgegangen werden. Dieser suboptimale Betrieb ist zum einen auf die (sehr) große Gesamtträgheit der Windkraftanlage und zum anderen auf die implementierte Drehzahlregelung zurückzuführen (die implementierte Drehzahlregelung kann die Maschine bei der Beschleunigung der Turbine *nicht* unterstützen, siehe Bemerkung 24.7).

24.5.2.2 Turbinenleistung und Momenten-/Stromregelung

Abbildung 24.29 zeigt die Turbinenleistung p_T , das Maschinenmoment m_M und dessen Referenz $m_{M,ref}$ sowie die q -Komponente i_s^q des Statorstroms und deren Referenz $i_{s,ref}^q$. Um der Turbine bzw. dem Wind Leistung entziehen zu können, muss der Generator ein (negatives) Maschinenmoment m_M aufbringen. Die Simulation zeigt, dass die implementierte Stromregelung der momentenbildenden q -Komponente des Statorstroms eine hohe Dynamik aufweist. Im Mittel folgen

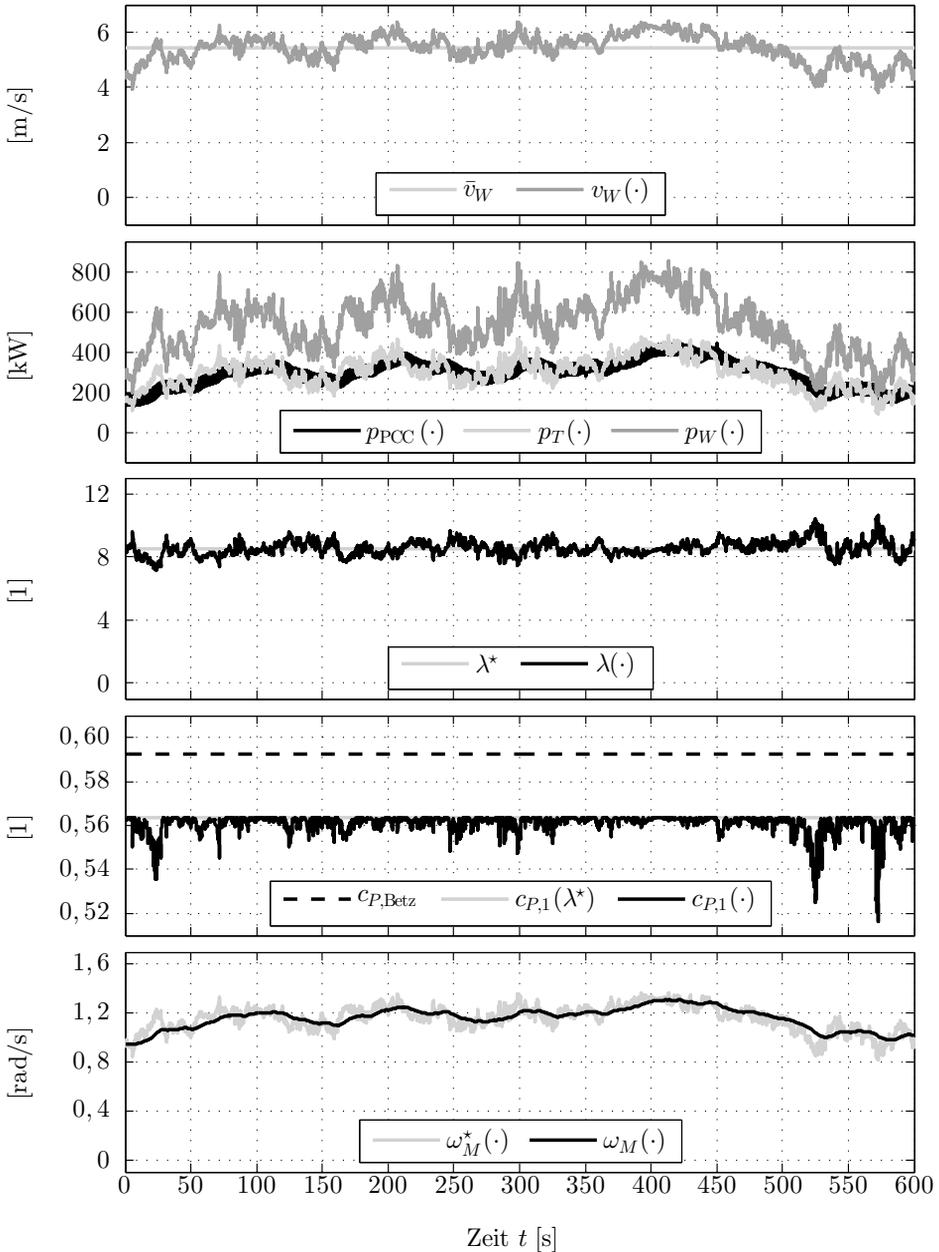


Abb. 24.28: Zeitliche Verläufe der Gesamtanlagen-Simulation (von oben nach unten): Windgeschwindigkeit $v_W(\cdot)$ und Mittelwert \bar{v}_W ; Einspeiseleistung $p_{PCC}(\cdot)$, Turbinenleistung $p_T(\cdot)$ und Windleistung $p_W(\cdot)$; Schnelllaufzahl $\lambda(\cdot)$ und optimaler Wert λ^* ; Leistungsbeiwert $c_{P,1}(\cdot)$, Maximum $c_{P,1}(\lambda^*)$ und Betz-Faktor $c_{P,Betz}$; Maschinenwinkelgeschwindigkeit $\omega_M(\cdot)$ und optimaler Verlauf $\omega_M^*(\cdot)$

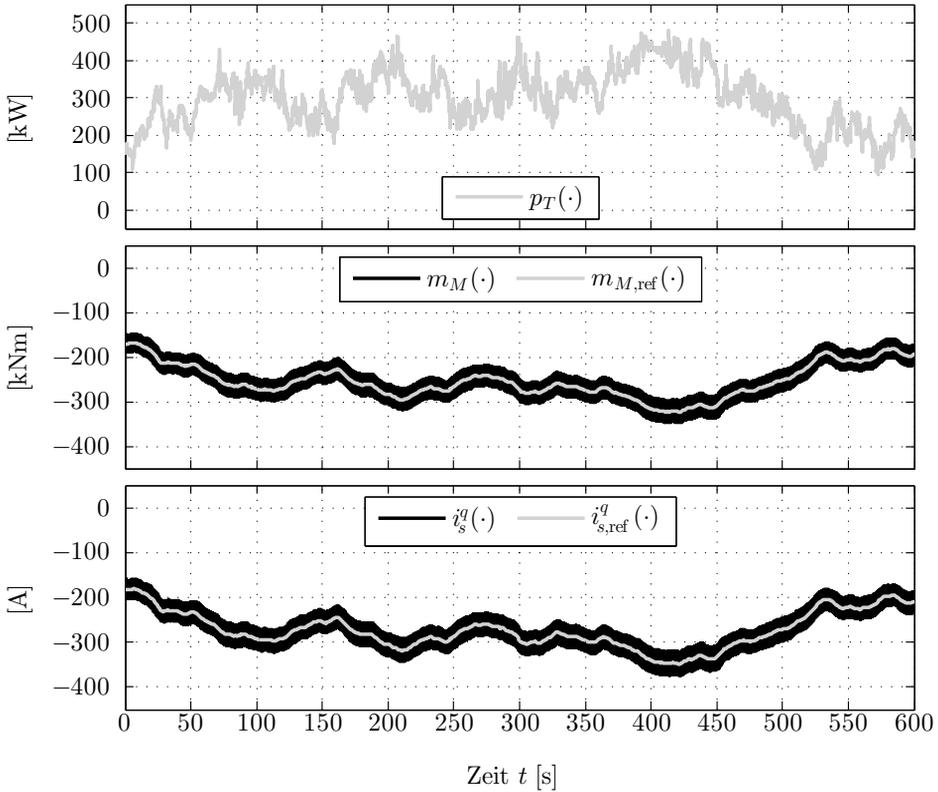


Abb. 24.29: Zeitliche Verläufe der Gesamtanlagen-Simulation (von oben nach unten): Turbinenleistung $p_T(\cdot)$; Maschinenmoment $m_M(\cdot)$ und Referenz $m_{M,\text{ref}}(\cdot)$; q -Komponente $i_s^q(\cdot)$ des Statorstromes (momentenbildend) und Referenz $i_{s,\text{ref}}^q(\cdot)$.

die Stromkomponente i_F^q und so auch das Maschinenmoment m_M (vgl. (24.120)) ihren Referenzen $i_{F,\text{ref}}^q$ bzw. $m_{M,\text{ref}}$ (nahezu) instantan. Diese Beobachtung untermauert die Annahme einer hinreichend schnellen Momentenerzeugung im Generator (siehe Annahme (A.13)).

24.5.2.3 Blindleistungssteuerung & Spannungszwischenkreisregelung

Im obersten Teilplot der Abbildung 24.30 sind die Blindleistung Q_{PCC} sowie ihre Referenz $Q_{PCC,\text{ref}}$ am Netzeinspeisepunkt (PCC) dargestellt. Der zweite Teilplot zeigt die zugehörige q -Komponente i_F^q des Filterstroms und deren Referenzverlauf $i_{F,\text{ref}}^q$. Die Momentanleistung p_{PCC} am PCC ist im mittleren Teilplot dargestellt. Der vierte Teilplot zeigt die Zwischenkreisspannung u_{DC} nebst zugehörigem Referenzverlauf $u_{DC,\text{ref}}$.

renzverlauf $u_{\text{DC,ref}}$. Im untersten Teilplot ist die Stromkomponente i_F^d und deren Referenz $i_{F,\text{ref}}^d$ dargestellt.

Die Blindleistung $Q_{\text{PCC}} = -\frac{3}{2}\hat{u}_0 i_F^q$ (vgl. (24.171)) folgt ihrer Sollwertvorgabe $Q_{\text{PCC,ref}}$ nahezu instantan. Dies wird durch die schnelle unterlagerte Regelung der q -Stromkomponente erreicht: Die Filterstromkomponente i_F^q folgt nahezu ohne Verzögerung der Referenzvorgabe $i_{F,\text{ref}}^q = -2Q_{\text{PCC,ref}}/(3\hat{u}_0)$ (vgl. (24.172)). Der negative Blindleistungssprung bei 150 s (mit negativen Phasenwinkel $\varphi = \arctan(Q_{\text{PCC}}/P_{\text{PCC}}) = \arctan(-i_F^q/i_F^d) \approx -25^\circ$) und der positive Blindleistungssprung bei 350 s (mit positiven Phasenwinkel $\varphi = \arctan(Q_{\text{PCC}}/P_{\text{PCC}}) = \arctan(-i_F^q/i_F^d) \approx 25^\circ$) hat jeweils einen positiven bzw. negativen q -Strom im Filter zur Folge. Während der Intervalle [150, 250]s und [350, 450]s wird das netzseitige elektrische Netzwerk (Umricher und Filter) mit einer erhöhten Scheinleistung $S_{\text{PCC}} = \sqrt{P_{\text{PCC}}^2 + Q_{\text{PCC}}^2}$ belastet.

Die Zwischenkreisspannung u_{DC} wird über die Stromkomponente i_F^d geregelt (vgl. Abschnitt 24.4.4). In den Plots ist zu erkennen, dass die Zwischenkreisspannungsregelung im betrachteten Arbeitspunkt mit $u_{\text{DC,ref}} = 5.400$ V stabil und zuverlässig arbeitet. Lediglich bei der dritten und vierten Blindleistungsänderung sind peakartige Abweichungen erkennbar, bei denen die Zwischenkreisspannung u_{DC} um etwa $\pm 0,2\%$ vom Sollwert abweicht. Diese Spannungspeaks haben aufgrund des unterlagerten Stromreglers auch Peaks in der d -Komponente des Referenz- $i_{F,\text{ref}}^d$ und des Iststromes i_F^d zur Folge. Wegen des Zusammenhangs $p_{\text{PCC}} = \frac{3}{2}\hat{u}_0 i_F^d$ (vgl. (24.166)) sind auch sprunghafte Änderungen in der Einspeisleistung zu erkennen.

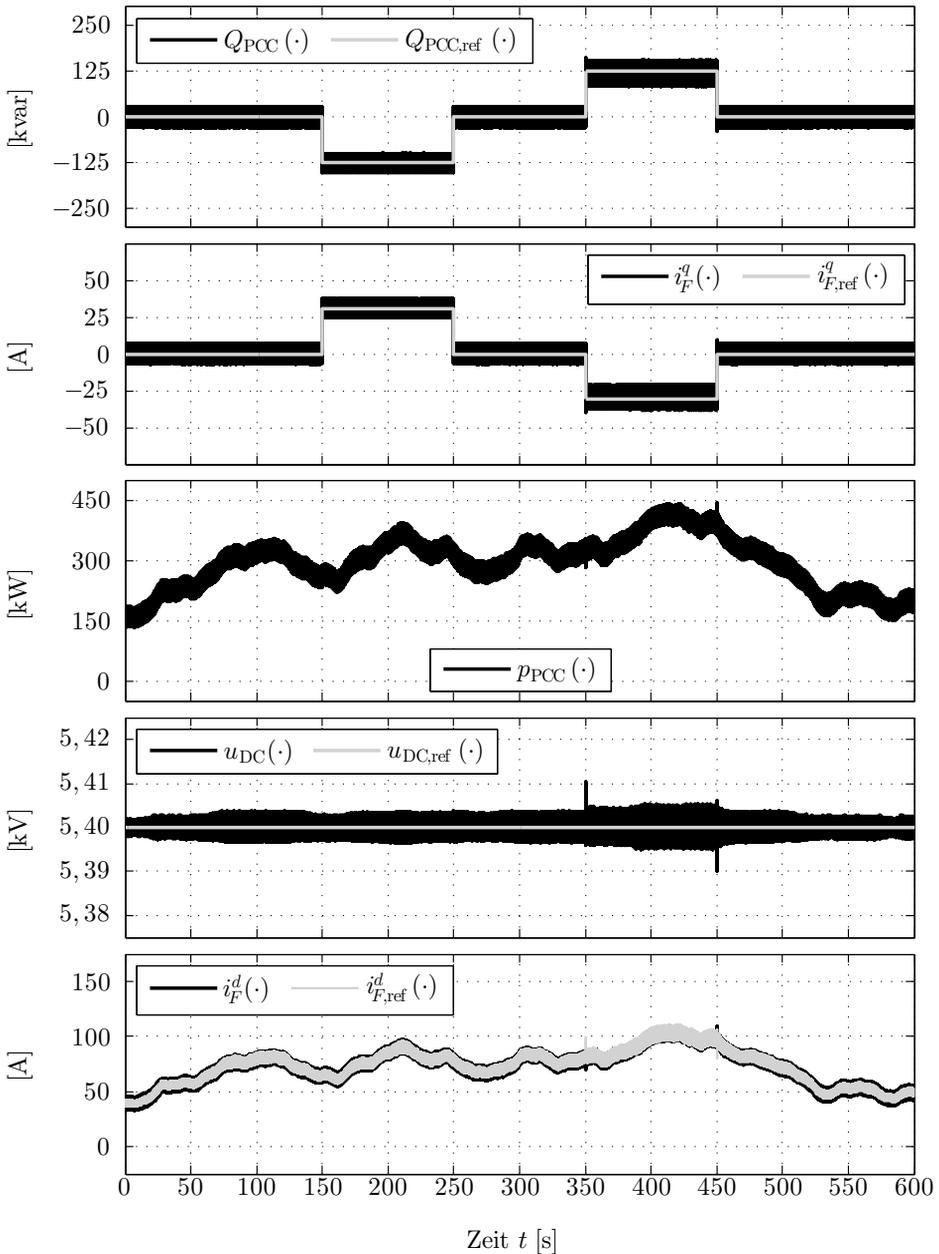


Abb. 24.30: Zeitliche Verläufe der Gesamtanlagen-Simulation (von oben nach unten): Blindleistung $Q_{PCC}(\cdot)$ und Referenz $Q_{PCC,ref}(\cdot)$; q-Komponente $i_F^q(\cdot)$ des Filterstromes und Referenz $i_{F,ref}^q(\cdot)$ (Blindleistungssteuerung); Einspeiseleistung $p_{PCC}(\cdot)$; Zwischenkreisspannung $u_{DC}(\cdot)$ und Referenz $u_{DC,ref}(\cdot)$; d-Komponente $i_F^d(\cdot)$ des Filterstromes und Referenz $i_{F,ref}^d(\cdot)$ (Zwischenkreisregelung).

25 Dynamische Reibungsmodellierung: Das Lund-Grenoble (LuGre) Reibmodell

Dr.-Ing. C. Hackl*, München

In diesem Kapitel soll für das interdisziplinäre Gebiet der Mechatronik die nichtlineare Modellbildung von mechatronischen Antriebssystemen vertieft werden. Der Fokus liegt hierbei auf der Reibungsmodellierung mithilfe des nichtlinearen und dynamischen Lund-Grenoble (LuGre) Reibmodells (siehe [1226]). Die folgenden Ausführungen basieren auf den Abschnitten 1.4.5 und 5.1.2 der Dissertation [1241].

25.1 Motivation

Reibung (Friktion) tritt bei der Bewegung sich berührender Körper auf und wirkt deren Beschleunigung entgegen. In der Mechatronik ist Reibung eine der Hauptursachen für eine Verschlechterung der erreichbaren Regelgüte des geschlossenen Regelkreises. Reibung kann Grenzyklen, bleibende Regelfehler, “Stick-Slip” oder “Hunting” (für Regler mit integralem Anteil) hervorrufen. Insbesondere für hochgenaue Positionieraufgaben (z.B. bei Werkzeugmaschinen oder Robotern) nahe einer konstanten Sollposition (Faststillstand) stellt Reibung eine besondere Herausforderung beim Reglerentwurf dar (siehe z.B. [1219, 1223, 1253, 1268]).

Reibung wird oft mithilfe einer sogenannten „Reibkennlinie“ als *nicht stetige Abbildung* von (Relativ-)Geschwindigkeit auf Reibmoment/-kraft modelliert. Aufgetragen über den Verlauf der Geschwindigkeit „springt“ Reibung im Stillstand aufgrund der Haftreibung. Gerade diese Unstetigkeit führt zu Schwierigkeiten bei der

*Kontakt: Dr.-Ing. Christoph Hackl (christoph.hackl@tum.de), Munich School of Engineering, Technische Universität München, Leiter der Forschergruppe „Control of renewable energy systems“ (www.cres.mse.tum.de).

- *Systemanalyse*: Dynamische Systeme werden im Zustandsraum durch Differentialgleichungen beschrieben. Aufgrund des unstetigen Reibungsverlaufs über der *Zustandsgröße* Geschwindigkeit ergibt sich bei der Analyse des dynamischen Systems (mit oder ohne Regelung) eine besondere Situation. Die Differentialgleichung hat eine nicht stetige “rechte Seite”, die aus theoretischer Sicht eine besondere Herausforderung birgt: Es kann nun *nicht* ohne Weiteres auf die Existenz und Eindeutigkeit einer Lösung der Differentialgleichung geschlossen werden (Stetigkeit bzw. lokale Lipschitz-Stetigkeit sind verletzt, siehe [1254, Abschnitt 2.1.2]). Gewisse Reibmodelle erfordern sogar eine Systemanalyse mithilfe der Theorie der differentiellen Inklusion (engl. differential inclusion, siehe [1267]).
- *Systemidentifikation*: Die Unstetigkeit der Reibkennlinie im Nullpunkt bedingt eine besondere Herangehensweise bei der Systemidentifikation. Der Eingangsraums des Neuronalen Netzes muss zweigeteilt werden, um eine hinreichend genaue Nachbildung der Reibkennlinie zu erreichen (siehe z.B. [1278, Abschnitte 5.7.2 und 10.6]).
- *Systemsimulation*: Gerade die Simulation von komplexen, dynamischen Systemen hilft dabei das Systemverhalten besser zu verstehen, zu analysieren und zu optimieren. Für eine aussagekräftige Simulation muss aber, aufgrund der Unstetigkeit der Reibkennlinie im Nullpunkt, dieser Nulldurchgang möglichst exakt erkannt werden, was besondere Simulationsalgorithmen (zero-crossing detection) und/oder sehr kleine Simulationsschrittweiten erfordert (siehe z.B. [1265]).

Unter gewissen Annahmen, u.a. der Annahme eines stetigen (oder stetig differenzierbaren) Verlaufs der Reibkennlinie, sind eine Vielzahl von Methoden am Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme und Leistungselektronik der Technischen Universität München entwickelt worden, um negative Einflüsse von Reibung auf das Systemverhalten (insbesondere auf die Regelgüte) zu reduzieren. Hierbei kann zwischen *modellbasierten* und *nicht-identifizierenden* (nicht-modellbasierten) Verfahren unterschieden werden:

- *Reibungskompensation durch modellbasierte Verfahren (siehe z.B. [1224, 1225, 1236–1239, 1256, 1257, 1259, 1263, 1275–1277, 1288, 1289] und [1278, Abs. 5.7.2, 10.6 & 12.4.1])*:

Grundlagen dieser Verfahren sind Kenntnis und Identifikation eines hinreichend genauen Reibmodells. Das identifizierte und validierte Reibmodell kann direkt zur Reibungskompensation im Regelkreis genutzt werden. Möglichkeiten der modellbasierten Reibungskompensation sind z.B. die Vorsteuerung oder die Störgrößenaufschaltung der identifizierten Reibkennlinie, der Einsatz von lernfähigen Beobachtern oder der nichtlinearen Regelung auf Basis der exakten Eingangs-/Ausgangslinearisierung. Der Flaschenhals für alle modellbasierten Methoden ist die inhärente Verzögerungszeit (aufgrund der Momenten-/Stromregelung im Aktor) mit der die

Reibungskompensation in das mechatronische System eingepägt werden kann (siehe [1279]). Insbesondere für Antriebssysteme mit kleinen Trägheiten (also kleinen “mechanischen Zeitkonstanten”) ist eine eher schlechte (zu langsame) Kompensation der Reibeffekte zu erwarten.

- *Hochverstärkungsbasierte adaptive Regelverfahren* (siehe z.B. [1280–1285], [1262, 1279], [1240–1250] und [1278, Kap. 16 & 17]):

Hohe Reglerverstärkungen erhöhen die “Steifigkeit” des Regelkreises und können so auf einfache Weise negative Reibeffekte, wie z.B. Grenzyklen (“Hunting”) oder “Stick-Slip”, reduzieren (siehe z.B. [1219, 1234]). Der Einsatz von hochverstärkungsbasierten adaptiven Regelverfahren ist zum einen durch diese Erkenntnis motiviert, zum anderen durch die Tatsache, dass nur qualitative (grobe) Systemkenntnis für den Reglerentwurf benötigt wird. Aus diesem Grund werden hochverstärkungsbasierte adaptive Regelverfahren auch *nicht-identifizierende adaptive Regelverfahren* genannt. Sie sind inhärent robust und erlauben darüber hinaus das transiente Verhalten des geschlossenen Regelkreises *a priori* festzulegen. Ein einfacher aber zeitvarianter Regler – der sogenannte “Trichter-Regler” (engl. funnel controller) – garantiert die Einhaltung einer gewünschten Regelgenauigkeit. Durch Vorgabe einer frei wählbaren oberen Schranke (Trichterrand) wird der Regelfehler dauerhaft “im Trichter” gehalten – auch bei unbekanntem Last- und Reibverläufen. Da der Funnel-Regler ein proportionaler Regler ist, kann er asymptotische Genauigkeit nicht garantieren. Um für bestimmte (z.B. rampen- oder sinusförmige) Sollwertverläufe eine asymptotisch genaue Folgewertregelung zu erreichen, muss der Funnel-Regler um sogenannte Interne Modelle erweitert werden (siehe z.B. [1260] und [1250]).

Ziel dieses Buchbeitrags ist es eine fundierte regelungs- bzw. systemtheoretische Grundlage zur Modellierung von mechatronischen Systemen mit Reibung zu schaffen. Darüber hinaus soll anhand des Lund-Grenoble (LuGre) Modells aufgezeigt werden, dass – aus theoretischer Sicht – die Annahme eines *stetigen* Reibverlaufs *berechtigt* ist.

25.1.1 Modellierung starrer und elastischer Antriebssysteme

Im folgenden Abschnitt werden die Modelle eines steifen und eines elastischen mechanischen Aufbaus aus Kapitel 19 wieder aufgegriffen. Das mechanische System wird um ein vereinfachtes Aktor- und Sensormodell ergänzt. Die Modellierung wird für den rotatorischen Fall ausgeführt. Für einen translatorischen Aufbau können die rotatorischen Größen durch die entsprechenden translatorischen Größen ersetzt werden¹⁷ (siehe Tab. 25.1).

¹⁷Beispielsweise müsste das Trägheitsmoment Θ [kg m²] durch die Masse m [kg] ersetzt werden, etc.

Translation	Rotation
Position x [m]	Winkel ϕ [rad]
Geschwindigkeit v [$\frac{\text{m}}{\text{s}}$]	Winkelgeschwindigkeit ω [$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$]
Kraft f [N]	Moment m [Nm]
Masse m [kg]	Trägheitsmoment Θ [kg m^2]

Tabelle 25.1: *Notation für translatorische und rotatorische mechanische Systeme.*

25.1.1.1 Ein-Massen-System (1MS)

Ein rotatorisches Ein-Massen-System besteht aus einem Massenträgheitsmoment Θ [kg m^2] und (eventuell) einem Getriebe mit Übersetzung g_r [1]. Das (Gesamt-)Trägheitsmoment umfasst unter Umständen mehrere starr miteinander verbundene Massen (Wellen, Walzen, Kupplungen, etc.). Lose (Getriebeispiel) wird vernachlässigt¹⁸.

Das mechatronische Ein-Massen-System ist in Abb. 25.1 als Blockdiagramm dargestellt. Es besitzt den Zustandsvektor

$$\mathbf{x}(t) = (\omega(t), \phi(t))^\top \in \mathbb{R}^2.$$

Hierbei stellen $\omega(t)$ [rad/s] und $\phi(t)$ [rad] Winkelgeschwindigkeit bzw. Position (Drehwinkel) zum Zeitpunkt $t \geq 0$ [s] dar. Der Aktor (elektrische Antrieb) wird vereinfachend als begrenztes, proportionales Subsystem

$$m_M(t) = k_A \text{sat}_{\hat{u}_A} \left(\underbrace{m_{M,\text{ref}}(t)}_{=:u(t)} + u_A(t) \right) \quad (25.1)$$

mit Verstärkung $k_A > 0$ [1], Begrenzung $\hat{u}_A > 0$ [Nm] und beschränkter Aktorstörung $u_A(\cdot) \in \mathcal{L}^\infty(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R})$ modelliert. Stellgröße des 1MS ist das Sollmoment $u(t) := m_{M,\text{ref}}(t)$ [Nm]. Das mechanische System wird durch das im Aktor erzeugte Motormoment m_M [Nm] angetrieben, wohingegen Lastmoment m_L [Nm] als auch motor- und lastseitige Reibung der Beschleunigung entgegenwirken. Motor- bzw. lastseitige Reibmomente sollen vorerst nicht näher beschrieben und lediglich symbolisch durch $\mathfrak{F}_1\omega$ [Nm] und $\mathfrak{F}_2\omega/g_r$ [Nm] gekennzeichnet werden.

Das mathematische Modell eines 1MS lässt sich mit Systemmatrix \mathbf{A} , Einkoppelvektor \mathbf{b} , Störeinkoppelmatrix \mathbf{B}_L , Auskoppelvektor \mathbf{c} , und Störungen $u_A(\cdot)$, $m_L(\cdot)$ kompakt schreiben zu

$$\left. \begin{aligned} \frac{\text{d}}{\text{d}t} \mathbf{x}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b} \text{sat}_{\hat{u}_A} (u(t) + u_A(t)) + \mathbf{B}_L \begin{pmatrix} (\mathfrak{F}_1\omega)(t) \\ m_L(t) + (\mathfrak{F}_2\frac{\omega}{g_r})(t) \end{pmatrix}, \\ y(t) &= \mathbf{c}^\top \mathbf{x}(t), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}^0 \in \mathbb{R}^2, \end{aligned} \right\} \quad (25.2)$$

¹⁸Eine ausführliche Behandlung von Lose findet sich in [1278, Abschnitt 6.4].

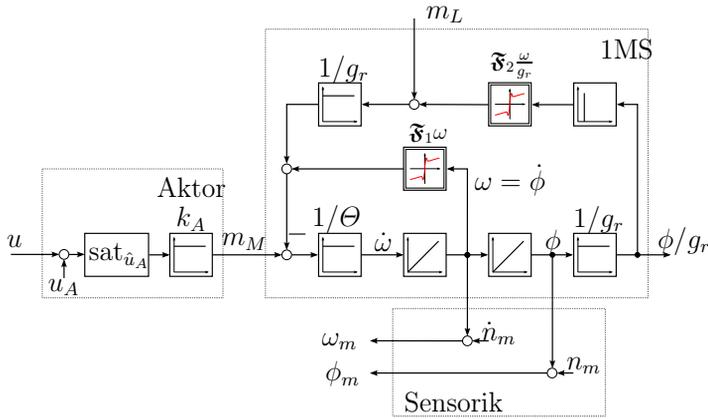


Abb. 25.1: Ein-Massen-System (1MS) mit “Aktor” und “Sensorik” (vereinfachte Modelle), Getriebeübersetzung und motor- & lastseitiger Reibung.

wobei

$$\left. \begin{aligned}
 \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} \frac{k_A}{\Theta} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}_L = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\Theta} & -\frac{1}{g_r \Theta} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} \in \mathbb{R}^2, \quad \Theta > 0, \\
 g_r \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, \quad \hat{u}_A, k_A > 0 \quad \text{und} \quad u_A(\cdot), m_L(\cdot) \in \mathcal{L}^\infty(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R}).
 \end{aligned} \right\} \quad (25.3)$$

Die Problemstellung der Anwendung (z.B. Positions- oder Geschwindigkeitsregelung) gibt im Allgemeinen vor, welche Sensoren und wo diese installiert werden sollten und somit welche Signale als Messgrößen vorliegen. In Abhängigkeit dieser Rahmenbedingung muss der allgemeingültig gewählte Auskoppelvektor \mathbf{c}^\top in (25.3) näher spezifiziert werden. Beispielsweise gilt $\mathbf{c}^\top = (1, 0)$ für eine motorseitige Geschwindigkeitsmessung. Die Messgrößen sind von Rauschen überlagert bzw. aufgrund von Messfehlern verfälscht (siehe additives Rausch-/Fehlersignal $n_m(\cdot) \in \mathcal{W}^{2,\infty}(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R})$ in Abb. 25.1).

25.1.1.2 Zwei-Massen-System (2MS)

Häufig lässt sich aufgrund räumlicher Gegebenheiten oder konstruktionsbedingt keine starre Kopplung zwischen Motor und Arbeitsmaschine erreichen. Für diesen Fall müssen Elastizitäten zwischen den gekoppelten Massen (Trägheiten) bei Analyse und Auslegung des Geschwindigkeits- bzw. Positionsregelkreises berücksichtigt werden. Hierbei ist es meist ausreichend die dominante Dynamik des mechanischen Systems durch ein elastisches Zwei-Massen-System zu approximieren (siehe Abb. 25.2). Ein Zwei-Massen-System besteht aus zwei elastisch gekoppelten Massen: der Motorträgheit Θ_1 [kg m²] und der Lastträgheit Θ_2 [kg m²]. Die Kopplung wird vereinfachend durch eine masselose Welle mit Steifigkeit c_S [Nm/rad] und Dämpfung d_S [Nms/rad] modelliert. Es wird wieder ein Getriebe mit Übersetzungsverhältnis g_r [1] berücksichtigt. Getriebespiel

(Lose) wird nicht modelliert.

Das Modell des Zwei-Massen-Systems besitzt den Zustandsvektor

$$\mathbf{x}(t) = (\omega_1(t), \phi_1(t), \omega_2(t), \phi_2(t))^\top \in \mathbb{R}^4$$

mit Motor- $\omega_1(t)$ und Lastwinkelgeschwindigkeit $\omega_2(t)$ in [rad/s] und Motor- $\phi_1(t)$ und Lastwinkel $\phi_2(t)$ in [rad] zum Zeitpunkt $t \geq 0$ [s]. Das mechanische System (siehe Abb. 25.2) wird wieder durch das im Aktor (25.1) generierte Antriebsmoment m_M [Nm] beschleunigt. Dem Antriebsmoment wirken Lastmoment m_L [Nm] und motor- und lastseitige Reibung entgegen. Motor- und lastseitige Reibeinflüsse sollen später näher spezifiziert und wieder nur symbolisch durch $\mathfrak{F}_1\omega_1$ [Nm] bzw. $\mathfrak{F}_2\omega_2$ [Nm] gekennzeichnet werden.

Zusammenfassend lässt sich das dynamische Modell des Zwei-Massen-System kompakt angeben zu

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \mathbf{x}(t) &= \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{b} \text{sat}_{\hat{u}_A}(u(t) + u_A(t)) + \mathbf{B}_L \begin{pmatrix} (\mathfrak{F}_1\omega_1)(t) \\ m_L(t) + (\mathfrak{F}_2\omega_2)(t) \end{pmatrix}, \\ y(t) &= \mathbf{c}^\top \mathbf{x}(t), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}^0 \in \mathbb{R}^4 \end{aligned} \right\} \quad (25.4)$$

wobei

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} -\frac{d_S}{g_r^2\Theta_1} & -\frac{c_S}{g_r^2\Theta_1} & \frac{d_S}{g_r\Theta_1} & \frac{c_S}{g_r\Theta_1} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{d_S}{g_r\Theta_2} & \frac{c_S}{g_r\Theta_2} & -\frac{d_S}{\Theta_2} & -\frac{c_S}{\Theta_2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} \frac{k_A}{\Theta_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}_L = \begin{bmatrix} \frac{-1}{\Theta_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{\Theta_2} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{c} \in \mathbb{R}^4, \quad \Theta_1, \Theta_2 > 0, \quad d_S, c_S > 0, \quad g_r \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, \quad \hat{u}_A, k_A > 0, \\ \text{und } u_A(\cdot), m_L(\cdot) \in \mathcal{L}^\infty(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R}). \end{aligned} \right\} \quad (25.5)$$

Man beachte die Ähnlichkeit zur Modellierung des 1MS in (25.2) und (25.3). In Abhängigkeit von der Problemstellung müssen auch für das 2MS die benötigten Größen (Messsignale) zurückgeführt werden. So gilt z.B. $\mathbf{c}^\top = (0, 0, 1, 0)$ für eine lastseitige Geschwindigkeitsmessung. Die Messgrößen sind wiederum von Rauschen überlagert bzw. aufgrund von Messfehlern verfälscht (siehe additive Rausch-/Fehlernsignale $n_{m1}(\cdot), n_{m2}(\cdot) \in \mathcal{W}^{2,\infty}(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R})$ in Abb. 25.2).

25.1.2 Beispielhafte Parameter und Reibkennlinien eines antriebs-technischen Laboraufbaus

Der Laboraufbau des Lehrstuhls für Elektrische Antriebssysteme und Leistungselektronik ist in Abb. 25.3 dargestellt. Er besteht aus zwei permanent-erregten Synchronmaschinen und zwei Frequenzumrichtern. Die Antriebe sind über

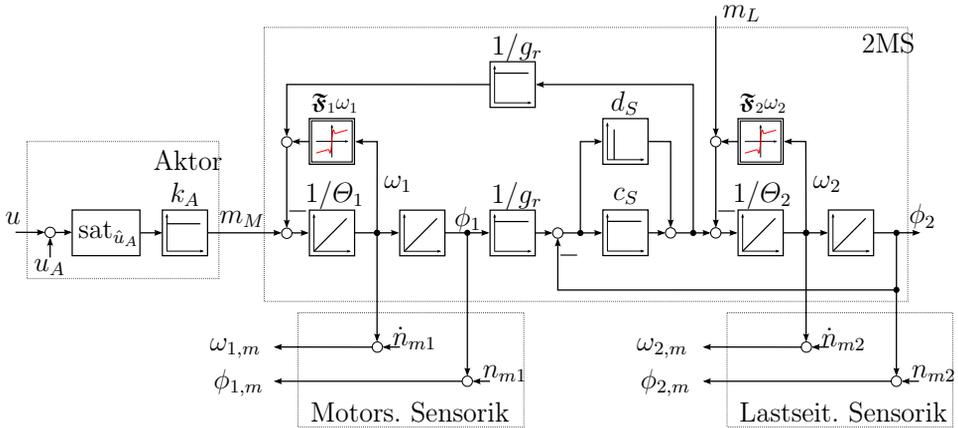


Abb. 25.2: Zwei-Massen-System (2MS) mit “Aktor” und “Sensorik” (vereinfachte Modellierung), Getriebeübersetzung und motor- & lastseitiger Reibung.

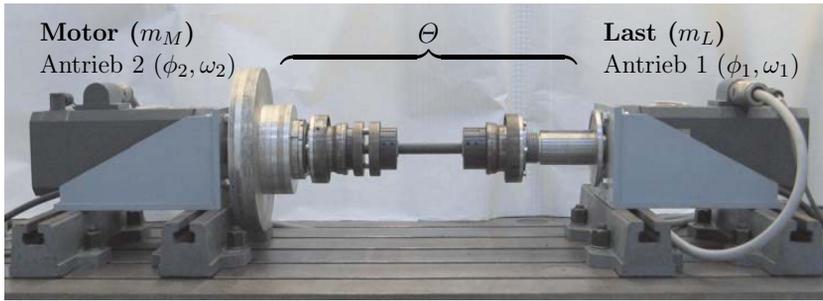
eine (elastische) Welle miteinander gekoppelt. Die Kopplung erfolgt ohne Getriebe (d.h. $g_r = 1$). Beide Antriebe sind identisch in Aufbau und Kenndaten. Jede Maschine wird von einem Umrichter gespeist. In beiden Umrichtern ist eine Feldorientierte Regelung implementiert. Die Momentenerzeugung erfolgt mit einer Verzögerungszeit von $\approx 2 \cdot 10^{-3}$ [s] (siehe Abb. 25.4). Mithilfe von Antrieb 1 (mit Winkel ϕ_1 [rad] und Geschwindigkeit ω_1 [rad/s]) und Antrieb 2 (mit Winkel ϕ_2 [rad] und Geschwindigkeit ω_2 [rad/s]) lassen sich, entsprechend des zu untersuchenden Antriebssystems, motor- als auch lastseitige Einflüsse erzeugen.

Das starre 1MS (25.2), (25.3) oder das elastische 2MS (25.4), (25.5) können am Laboraufbau durch den Einsatz von unterschiedlichen Wellentypen und unterschiedlichen Verhältnissen der Trägheitsmomente emuliert werden. Welle und Trägheiten sind auswechselbar. Die Trägheiten Θ_1 und Θ_2 [kg m²] können über diverse Trägheitsscheiben variiert werden. Die auswechselbaren Wellen bieten verschiedene Paarungen von Steifigkeitswert c_S [Nm/rad] und Dämpfungswert d_S [Nms/rad]. Zwei typische Konfigurationen des Laboraufbaus sind in Abb. 25.3 dargestellt. Die Konfigurationen in Abb. 25.3(a) und in Abb. 25.3(b) können in erster Näherung über folgende Übertragungsfunktionen beschrieben werden (siehe Abschnitte 19.1 und 19.2)

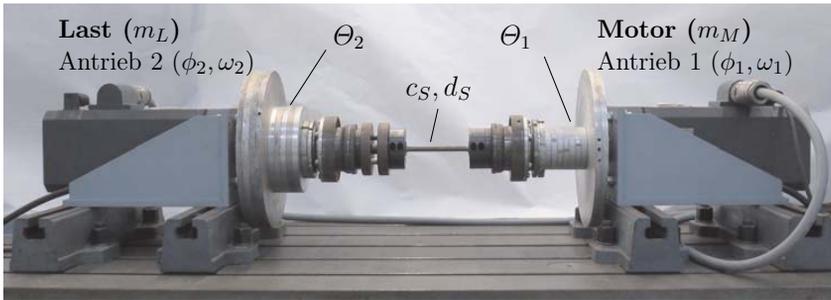
$$F_{1MS}(s) = \frac{k_A}{s(\Theta_1 + \Theta_2)} \cdot \frac{s^2 \frac{\Theta_2}{c_S} + s \frac{d_S}{c_S} + 1}{s^2 \frac{\Theta_1 \Theta_2}{c_S(\Theta_1 + \Theta_2)} + s \frac{d_S}{c_S} + 1} \approx \frac{k_A}{s(\Theta_1 + \Theta_2)}$$

bzw.

$$F_{2MS}(s) = \frac{k_A}{s(\Theta_1 + \Theta_2)} \cdot \frac{s \frac{d_S}{c_S} + 1}{s^2 \frac{\Theta_1 \Theta_2}{c_S(\Theta_1 + \Theta_2)} + s \frac{d_S}{c_S} + 1}$$



(a) Starres Ein-Massen-System (1MS).

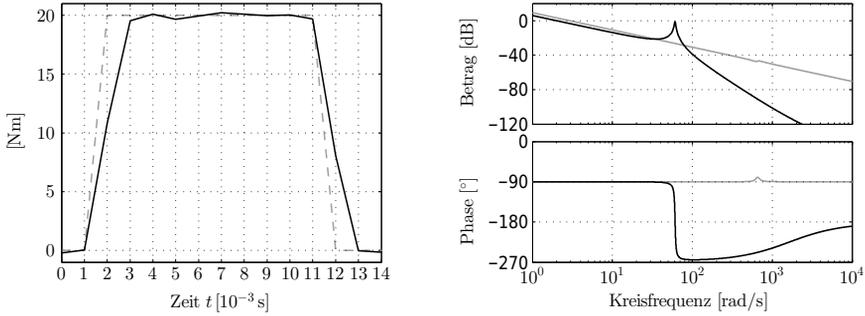


(b) Elastisches Zwei-Massen-System (2MS).

Abb. 25.3: Emulierte Antriebssysteme am Laboraufbau.

Die entsprechenden Eigenfrequenzen können dem Bode-Diagramme in Abb. 25.4(b) entnommen werden. Die Eigenfrequenz $\omega_0^{1MS} = \sqrt{\frac{c_s(\theta_1 + \theta_2)}{\theta_1 \theta_2}} \approx 661$ [rad/s] (bzw. $f_0^{1MS} \approx 105.2$ [Hz]) ist hoch (in Bezug auf die geforderte Reglerbandbreite). Somit stellt die Konfiguration in Abb. 25.3(a) ein starres 1MS mit der Trägheit $\Theta := \theta_1 + \theta_2$ dar, während die Konfiguration in Abb. 25.3(b) ein elastisches 2MS mit der Eigenfrequenz $\omega_0^{2MS} \approx 61$ [rad/s] (bzw. $f_0^{2MS} \approx 9.7$ [Hz]) emuliert (siehe Bodediagramm in Abb. 25.4(b)).

Mehrere Sätze der mechanischen Parameter c_S , d_S , θ_1 und θ_2 des Laboraufbaus wurden in [1216], [1270, Appendix A] und [1257, Appendix C] identifiziert. In Tab. 25.2 sind die Systemparameter des Laboraufbaus für die Konfiguration als starres 1MS (25.2), (25.3) und als elastisches 2MS (25.4), (25.5) zusammengefasst. In [1270, Abschnitt A.3] wurde experimentell mithilfe von Auslaufversuchen eine *asymmetrische* und *nicht stetige* Reibkennlinie ermittelt. Die ermittelte Reibkennlinie lässt sich durch folgende Funktion approximieren (siehe [1270, S. 195]):



(a) Momentenerzeugung mit Verzögerung von $\approx 2 \cdot 10^{-3}$ [s]: $--- u(\cdot) = m_{M,ref}(\cdot)$ und $— m_M(\cdot) = \text{sat}_{\ddot{u}_A}(u(\cdot) + u_A(\cdot))$. (b) Bode Diagramme von $— F_{1MS}(s)$ und $--- F_{2MS}(s)$ (für Daten aus Tab. 25.2).

Abb. 25.4: Momentenerzeugung am Laboraufbau (links) und Bode Diagramme der linearisierten Modelle (rechts) für die Aufbauten in Abb. 25.3(a) und (b).

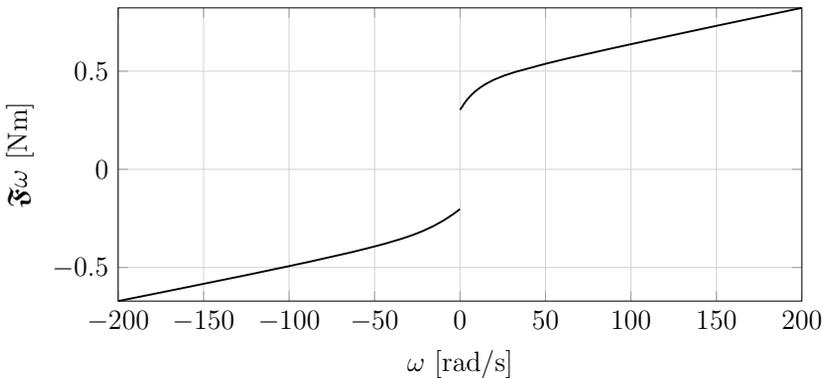


Abb. 25.5: Approximierte Reibkennlinie $\mathfrak{F}\omega$ des Laboraufbaus. Motor- und lastseitige Reibung des Aufbaus sind (nahezu) identisch (siehe [1270, Abschnitt A.3]), d.h. $\mathfrak{F} := \mathfrak{F}_1 = \mathfrak{F}_2$ in (25.2) und (25.4).

$$\mathfrak{F}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad \omega \mapsto \mathfrak{F}\omega = \left. \begin{cases} 0.3029 + 0.3293 \arctan(0.1048 \omega) + 0.0018 \omega & , \omega \geq 0 \\ -0.2025 + 0.2735 \arctan(0.0532 \omega) + 0.0017 \omega & , \omega < 0. \end{cases} \right\} \quad (25.6)$$

Aufgrund der geringen Unterschiede zwischen motor- und lastseitigen Reibverläufen wurde eine Reibkennlinie für beide Seiten verwendet, d.h. für den Laboraufbau gilt $\mathfrak{F} := \mathfrak{F}_1 = \mathfrak{F}_2$ in (25.2) und (25.4). Die genäherte Reibkennlinie (25.6) ist in Abb. 25.5 dargestellt. Zu beachten sind die *Asymmetrie* und die (scheinbare) *Unstetigkeit* der Reibkennlinie (25.6) und der annähernd *lineare Zusammenhang* zwischen Reibmoment $\mathfrak{F}\omega$ und Winkelgeschwindigkeit ω für $|\omega| > 40$ [rad/s].

	1MS (in Abb. 25.3(a))	2MS (in Abb. 25.3(b))
Aktor	$\ u_A\ _\infty < 0.6$ [Nm], $k_A \approx 1$ [1], $\hat{u}_A = 22$ [Nm]	
Mechanik	$(\Theta_1 = 0.0092$ [kg m ²], $\Theta_2 = 0.333$ [kg m ²], $c_S = 3870$ [Nm/rad], $d_S = 0.89$ [Nms/rad]) $g_r = 1$ [1], $\Theta = \Theta_1 + \Theta_2 = 0.3422$ [kg m ²])	$\Theta_1 = 0.166$ [kg m ²], $\Theta_2 = 0.333$ [kg m ²], $c_S = 410$ [Nm/rad], $d_S = 0.25$ [Nms/rad], $g_r = 1$ [1]
Sensorik	$\ n_{m1}\ _\infty, \ n_m\ _\infty = \ n_{m2}\ _\infty < 6 \cdot 10^{-5}$ [rad], $\ \dot{n}_{m1}\ _\infty, \ \dot{n}_m\ _\infty = \ \dot{n}_{m2}\ _\infty < 4 \cdot 10^{-2}$ [rad/s]	
Reibung	$\tilde{\mathfrak{F}}_1 = \tilde{\mathfrak{F}}_2 = \tilde{\mathfrak{F}}$ wie in (25.6)	
Anfangswerte	$\mathbf{x}^0 = \mathbf{0}_2$	$\mathbf{x}^0 = \mathbf{0}_4$

Tabelle 25.2: *Daten des Laboraufbaus (zentrierte Werte gelten für 1MS und 2MS).*

25.1.3 Kernfrage: Wie kann Reibung modelliert werden?

Das Kernthema dieses Beitrages ist die Reibungsmodellierung. Hierbei können entweder “Top-Down”- oder “Bottom-Up”-Ansätze verfolgt werden. Der experimentell ermittelte und approximierte Reibverlauf (25.6) des Laboraufbaus kann als “Top-Down”-Ansatz erachtet werden. Ausgehend von Messdaten wurde eine Funktion gesucht, die näherungsweise die gemessene Reibcharakteristik des Laboraufbaus widerspiegeln kann. Der “Bottom-Up”-Ansatz geht von physikalischen Zusammenhängen aus und versucht Reibung möglichst allgemeingültig zu beschreiben. Ergebnis ist ein physikalisch motiviertes Reibmodell, das für verschiedenste Problemstellungen einsetzbar ist. Im Folgenden sollen physikalisch motivierte Reibmodelle im Vordergrund stehen.

25.2 Reibungsmodellierung

Der folgende Abschnitt diskutiert zunächst Erkenntnisse aus der Reibungslehre (Tribologie), anschließend statische Reibmodelle und abschließend dynamische Reibung am Beispiel des nichtlinearen, dynamischen Lund-Grenoble (LuGre) Reibmodells (siehe [1226, 1266]). Es soll eine solide Grundlage für präzise Simulationsmodelle geschaffen werden. Zusätzlich wird eine kompakte mathematische Darstellung des Reibmodells als Operator (Funktional) vorgestellt, welche die Stabilitätsanalyse aus systemtheoretischer Sicht vereinfachen. Abschließend werden die Konsequenzen einer dynamischen Reibungsmodellierung herausgear-

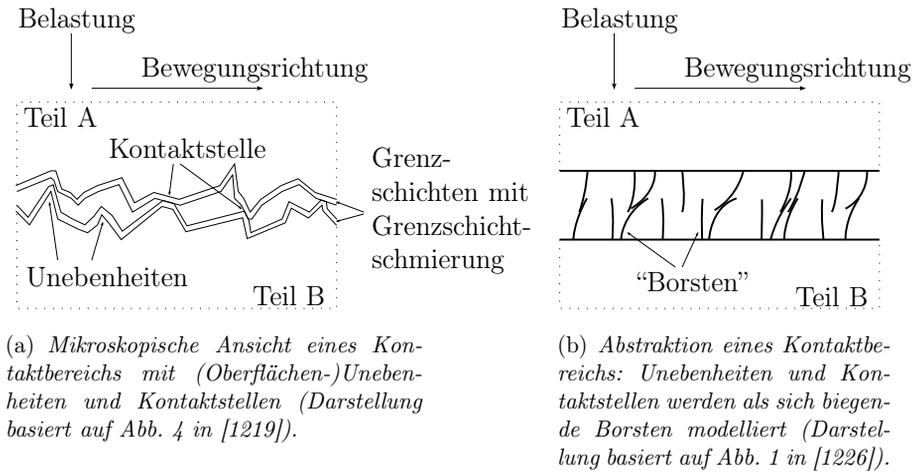


Abb. 25.6: Querschnitt einer Kontaktfläche zwischen zwei Teilen A & B.

beitet und das vorgestellte LuGre Reibmodell in die Modelle von Ein-Massen-System (25.2), (25.3) und Zwei-Massen-System (25.4), (25.5) integriert.

25.2.1 Erkenntnisse aus der Tribologie

Der Wissenschaftszweig der Tribologie (griechisch für Reibungslehre) wurde in England in den 1930 Jahren gegründet und beschäftigt sich mit den Eigenschaften "reibender Kontaktbereiche" zwischen sich berührenden Materialien aufgrund ihrer Oberflächenbeschaffenheit (siehe [1219]). Zahlreiche Erkenntnisse aus der Tribologie erweitern das Verständnis über die vorherrschenden Reibeinflüsse und ermöglichen die Entwicklung bzw. Weiterentwicklung von (dynamischen) Reibmodellen. Diese Reibmodelle ermöglichen das Verhalten von mechatronischen Regelkreisen genauer zu analysieren und realitätsnäher zu simulieren.

Die meisten Reibungsphänomene wurden bzw. werden für translatorische Problemstellungen untersucht, gelten im Allgemeinen aber auch für rotatorische Aufbauten (siehe [1219, Abschnitt 2.2.2.1]). Durch den Einsatz von Kugellagern sind die Reibeinflüsse bei rotatorischen Systemen in der Regel von geringerem Ausmaß. Ausnahmen hiervon sind z.B. die Lesekopfpositionierung in Festplatten oder Kugelgewindetriebe in Werkzeugmaschinen (siehe [1219, Abschnitt 2.2.2.1]).

In mechatronischen Systemen sind Schmiermittel, wie z.B. Öle oder Fette (in Kugellagern), weitverbreitet. Die Schmierung dient innerhalb der mikroskopisch kleinen Kontaktbereiche zur Reduzierung von Trockenreibung (Coulomb-Reibung) und Abrieb (Verschleiß). Sobald die Relativgeschwindigkeit zwischen den sich berührenden Körpern einen minimalen Wert überschritten hat, wird

Schmiermittel in die Kontaktbereiche “gesaugt”. Abhängig von der Passgenauigkeit der sich berührenden Oberflächen setzt entweder hydrodynamische Schmierung (engl. hydrodynamic lubrication) bei passgenauen Oberflächen oder elastisch-hydrodynamische Schmierung (engl. elasto-hydrodynamic lubrication) bei *nicht* passgenauen Oberflächen (z.B. Kugellager oder Zahngetriebe) ein (siehe [1219]).

Die Oberfläche eines Kontaktbereichs (=Kontaktfläche) ist extrem unregelmäßig und vereinfacht ausgedrückt “rau”. Das mikroskopische Erscheinungsbild einer Kontaktfläche wurde sehr anschaulich von R.D. Bowden bereits im Jahre 1950 (während einer BBC Radiosendung) mit folgenden Worten beschrieben: “*putting two solids [siehe Teile A & B in Abb. 25.6(a)] together is rather like turning Switzerland upside down and standing it on Austria — the area of intimate surfaces will be small*” (siehe [1219]). Der Querschnitt einer solchen “bergigen” Kontaktfläche ist in Abb. 25.6(a) dargestellt. Die “Hügel und Berge” können vereinfacht als (Oberflächen-)Unebenheiten (engl. asperities) angesehen werden, die sich bei Belastung (z.B. aufgrund der Gewichtskraft) verformen und Kontaktstellen ausbilden. Bei Stahl besitzen die Kontaktstellen eine typische Breite von $\approx 10^{-5}$ [m] (siehe Abb. 25.6(a)). Aufgrund der Korrosion von metallischen Oberflächen (Oxidation) entwickelt sich ein extrem dünner Schmierfilm in der Grenzschicht (engl. boundary lubrication) mit Dicken von $\approx 10^{-7}$ [m] (siehe [1219]). Dieser dünne Schmierfilm – auch *Grenzschichtschmierung* genannt – verbindet sich *solide* mit der metallischen Oberfläche.

Bei Verwendung von (flüssigen) Schmiermitteln können vier *Schmierungsgrade* oder vier *Schmierungsbereiche* (engl. regimes of lubrication) definiert werden (siehe Abb. 25.7). Jeder Schmierungsgrad besitzt spezifische Reibeigenschaften, welche nun näher diskutiert werden sollen:

Bereich I: Nicht-gleitende Auslenkung (engl. pre-sliding displacement) / Haftreibung (engl. stiction)

Bei Laborversuchen mit Kugellagern beobachtete R.D. Dahl im Jahre 1977 einen linearen Zusammenhang zwischen einwirkender Kraft und relativer Winkeländerung (siehe [1229]). Daraus leitet er ab, dass sich die berührenden Oberflächenunebenheiten (Kontaktstellen) wie Federn verhalten solange bis eine kritische Losbrechkraft überschritten wird und die Teile aufeinander zu “gleiten” beginnen. Die Vorstellung eines federartigen Verhaltens der Kontaktstellen ist in Abb. 25.6 (b) in Form von sich verbiegenden *Borsten* veranschaulicht. Diese Borsten (Oberflächenunebenheiten) verformen sich elastisch, was zu einer mikroskopisch kleinen Winkeländerung führt: der sogenannten “nicht-gleitenden Auslenkung” (engl. pre-sliding displacement). Somit kann *Haftreibung* als Kraft proportional zum Produkt aus Auslenkung (Borstenbiegung) und Steifigkeit der Borsten modelliert werden und ist somit *stetig*. Für Stahl wurden nicht-gleitende

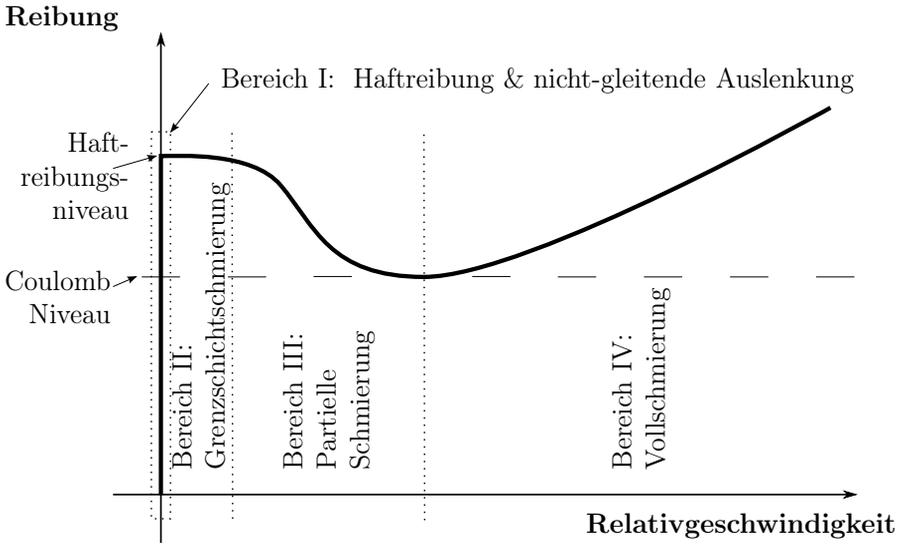


Abb. 25.7: Reibung in Abhängigkeit der Relativgeschwindigkeit und Schierungsgrade-/bereiche (Darstellung basiert auf Abb. 5 in [1219]).

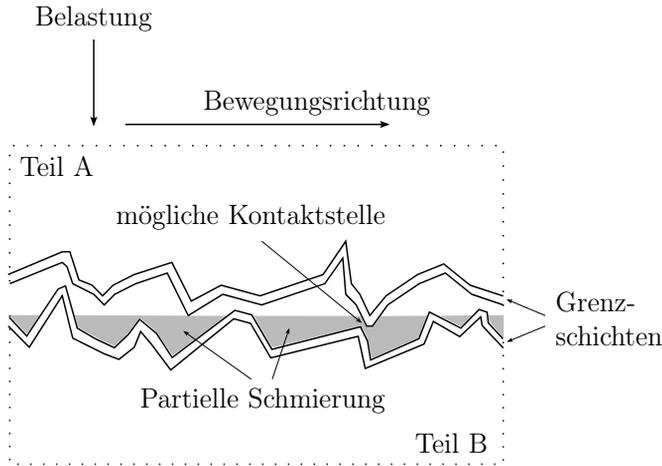
Auslenkungen von bis $2 - 5 \cdot 10^{-5}$ [m] gemessen.

Bereich II: Grenzschichtschmierung / Grenzschichtreibung

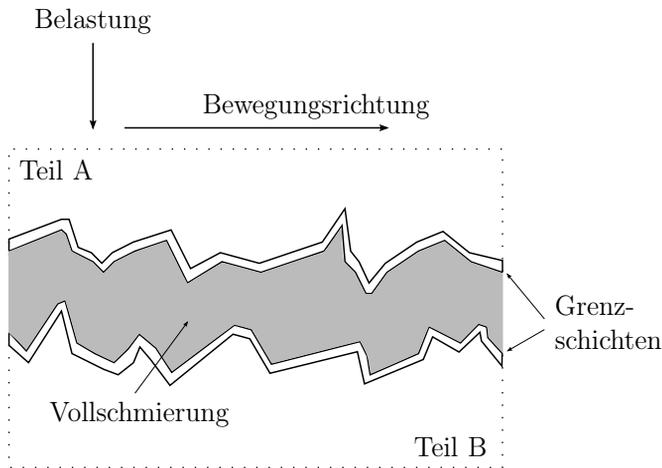
Sobald die Losbrechkraft eine kritische Schwelle überschritten hat, beginnen die Teile A & B sich gegeneinander zu bewegen. Bei sehr kleinen Relativgeschwindigkeiten kommt es auch ohne flüssige Schmierung zu einer Bewegung. Die Oberflächenunebenheiten bzw. Borsten der Teile A & B in Abb. 25.6(a) bzw. Abb. 25.6(b) befinden sich noch in solidem Kontakt. In der Grenzschicht der Kontaktstelle mit Grenzschichtschmierung kommt es zu Scherkräften im Material und somit zu Abrieb. Die Reibung in diesem Bereich ist *nicht* notwendigerweise größer ist als in den Bereichen III bzw. IV mit Mischreibung (bei partieller Schmierung) bzw. viskoser Reibung (bei vollständiger Flüssigschmierung): Es existieren Arten der Grenzschichtschmierung, die das Haftreibungs-niveau *unter* das Coulomb-Niveau (siehe Abb. 25.7) reduzieren. In solch einem Fall kommt es zu *keinem* Stick-Slip (siehe [1219]).

Bereich III: Partielle Schmierung (engl. partially fluid lubrication) / Mischreibung

Übersteigt die Relativgeschwindigkeit der Teile A & B in Abb. 25.8(a) einen kritischen Wert, wird (flüssiges) Schmiermittel in die Kontaktstelle getrieben und verbleibt dort aufgrund seiner Viskosität. Je höher die Geschwindigkeit, desto stärker (dicker) die Ausbildung des Schmierfilms. Solange der Schmierfilm die Unebenheiten nicht völlig umspült, verbleiben noch (einige wenige) solide Kontaktstellen (siehe Abb. 25.8(a)). Aufgrund der bereits einsetzenden Schmierung reduziert sich die Reibung drastisch, was bei gleichbleibender (Zug-)Kraft zu einer rapiden Beschleunigung der sich bewegenden Teile führt.



(a) Bereich III: Partielle Schmierung.



(b) Bereich IV: Vollschmierung.

Abb. 25.8: Querschnitt einer Kontaktfläche bei unterschiedlichen Schmierungsgraden.

Dieses Phänomen ist als *“Stribeck-Effekt”* bekannt (siehe [1219]). Des Weiteren zeigen Laborversuche, dass eine Änderung der Relativgeschwindigkeit (oder der Belastung) zu einer verzögerten Änderung der Reibung führen kann. Diese zeitliche Verzögerung ist als *“Reibgedächtnis”* (engl. frictional memory/frictional lag) bekannt (siehe [1226]). Die Verzögerungszeit kann zwischen Millisekunden und Sekunden variieren.

Bereich IV: Vollschrüierung / viskose Reibung

Sobald die Dicke des Schmierfilms die "Höhe" der Oberflächenunebenheiten bzw. der Kontaktstellen übersteigt, ist vollständige liquide Schrüierung erreicht: die mechanischen Teile A & B in Abb. 25.8 (b) "schwimmen" auf dem Schmierfilm und sind vollständig voneinander getrennt (siehe Abb. 25.8(b)). Es bestehen keine "metallischen" Berührungspunkte mehr und somit reduzieren sich Abrieb und Verschleiß drastisch. In diesem Bereich lässt sich Reibung hydrodynamisch modellieren: Viskose Reibung (Gleitreibung) ist proportional zur Relativgeschwindigkeit.

Basierend auf den Vorüberlegungen und Erkenntnissen aus der Tribologie sollen nun statische und dynamische Reibmodelle abgeleitet werden. Die Erläuterungen in den folgenden Abschnitten erfolgen für rotatorische (bzw. translatorische) Systeme, d.h. Einheiten im Text beschreiben den rotatorischen Fall, während Einheiten in runden Klammern sich auf den translatorischen Fall beziehen: z.B. Geschwindigkeit in [rad/s] (oder [m/s]).

25.2.2 Statische Reibungsmodellierung

Reibung wurde bereits von Leonardo da Vinci (1452–1519) [1228, Kap. XVIII] beobachtet und untersucht. Er erkannte, dass die Reibkraft proportional zum Betrag der Normalkraft einer sich bewegendenden Masse ist und entgegen der Bewegungsrichtung wirkt. Dieses Phänomen wurde später nach Charles Augustin de Coulomb (1736–1806) benannt und ist als "*Coulombsche Reibung*" bekannt. Im Jahre 1779 veröffentlichte Coulomb eine Zusammenfassung seiner Beobachtungen über Reibung (siehe [1227]).

Coulombsche Reibung kann wie folgt beschrieben werden

$$\forall u_C > 0: \quad f_C: \mathbb{R} \rightarrow [-u_C, u_C],$$

$$\omega \mapsto f_C(\omega) := u_C \operatorname{sign}(\omega) := u_C \begin{cases} 1 & , \omega > 0 \\ 0 & , \omega = 0 \\ -1 & , \omega < 0. \end{cases} \quad (25.7)$$

Hierbei stellen u_C den Coulombschen Reibwert (proportional zum Produkt aus Reibungskoeffizient und Normalkraft) mit der Einheit [Nm] (oder [N] für translatorische Aufbauten) und ω die (Relativ-)Geschwindigkeit in [rad/s] (oder [m/s]) dar. Coulombsche Reibung ist beispielhaft in Abb. 25.9(a) dargestellt.

Erst im 19. Jahrhundert wurde das Coulombsche Reibmodell um Haftreibung (Stiktion, siehe [1264]) und viskose Reibung (siehe [1271]) erweitert. Im Stillstand (d.h. $\omega = 0$) kann der Coulombsche Reibwert u_C vom Haftreibungswert u_S [Nm] (oder [N]) in Abhängigkeit von der externen Belastung u_L [Nm] (oder [N]) übertroffen werden.

Haftreibung wird wie folgt modelliert (siehe [1266, S. 27])

$$\forall u_S > 0: \quad f_S: \mathbb{R} \rightarrow [-u_S, u_S],$$

$$u_L \mapsto f_S(u_L) := \begin{cases} u_L & , |u_L| < u_S \ (\wedge \omega = 0) \\ u_S \cdot \text{sign}(u_L) & , |u_L| \geq u_S \ (\wedge \omega = 0). \end{cases} \quad (25.8)$$

Dagegen ändert sich viskose Reibung mit der (Relativ-)Geschwindigkeit. Im Detail wird viskose Reibung wie folgt beschrieben (siehe [1266, S. 26])

$$\forall \nu > 0, \delta_V \geq 1: \quad f_V: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad \omega \mapsto f_V(\omega) := \nu |\omega|^{\delta_V} \text{sign}(\omega), \quad (25.9)$$

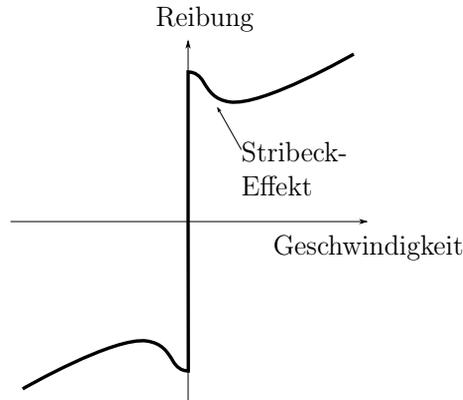
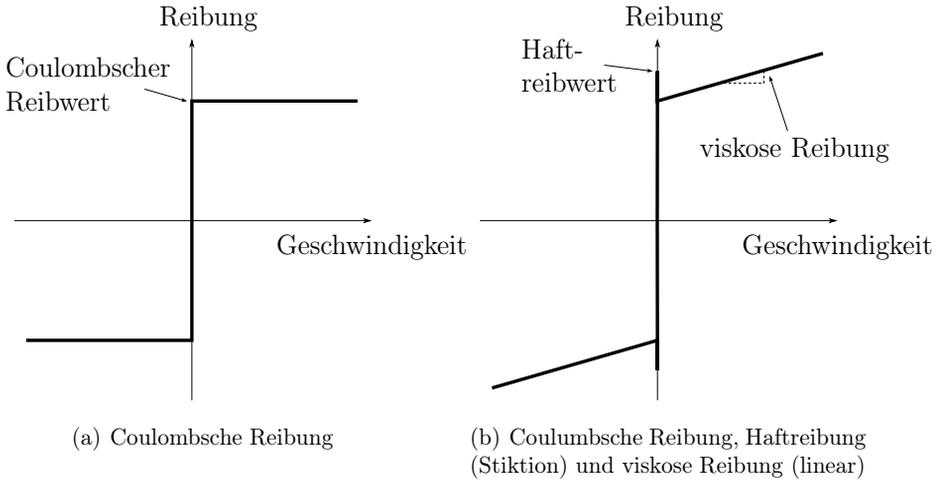
wobei $\delta_V \geq 1$ [1] den viskosen Reibungsexponent und ν [Nm/(rad/s) $^{\delta_V}$] (oder [N/(m/s) $^{\delta_V}$]) den viskosen Reibkoeffizienten darstellen. Das folgende statische Reibmodell beinhaltet Coulombsche Reibung, Haftreibung und viskose Reibung (siehe [1266, S. 27])

$$f_{SCV}: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad (\omega, u_L) \mapsto f_{SCV}(\omega, u_L) := \begin{cases} f_C(\omega) + f_V(\omega) & , \omega \neq 0 \\ f_S(u_L) & , \omega = 0, \end{cases} \quad (25.10)$$

wobei $f_C(\cdot)$, $f_V(\cdot)$ und $f_S(\cdot)$ durch (25.7), (25.9) bzw. (25.8) gegeben sind. Die Reibkennlinie von (25.10) ist qualitativ in Abb. 25.9(b) dargestellt.

Bemerkung 25.1. *Für mechanische Systeme deren Reibung mithilfe von (25.10) modelliert wurde, ergibt sich eine Systemdynamik mit nicht stetiger „rechter Seite“ der beschreibenden Differentialgleichung. Präziser: Die rechte Seite ist im Stillstand sogar durch eine Punktmenge und nicht durch einen isolierten Punkt charakterisiert. Um Existenz und Eindeutigkeit einer Lösung solcher Differentialgleichungen überprüfen zu können, muss auf die Theorie der differenziellen Inklusion (engl. differential inclusion, siehe [1267]) zurückgegriffen werden.*

Obwohl das Reibmodell (25.10) die Realität *nicht* korrekt widerspiegelt, ist es immer noch sehr üblich und weitverbreitet, damit die wirkenden Reibeffekte in Regelkreisen zu analysieren bzw. zu beschreiben. Bereits im Jahre 1902 beobachtete Richard Stribeck (1861–1950) einen *rapiden aber stetigen Abfall* der Reibung in Kugellagern für ansteigende aber *sehr kleine* Geschwindigkeiten nahe des Stillstandes (siehe [1286, 1287]). Dieses Phänomen ist nach Richard Stribeck benannt und unter dem Begriff “Stribeck-Effekt” bekannt (siehe Abb. 25.9(c)). Für kleine Geschwindigkeiten unterhalb einer gewissen Grenzggeschwindigkeit, kann der Stribeck-Effekt aufgrund eines lokal negativen viskosen Reibkoeffizienten zu instabilem Verhalten bei Positionsregelkreisen mit PD Reglern führen (für zu klein gewählte Verstärkungen des differenzierenden Regleranteils, siehe [1217]). Oft wird dieser destabilisierende Effekt ignoriert, was zu Risiken bei hochpräzisen Positionieraufgaben mit konstantem Sollwert führen kann (hier sind die Geschwindigkeiten beim Annähern an die konstante



(c) Coulombsche Reibung, Haftreibung (Stiktion) und viskose Reibung mit Stribeck-Effekt

Abb. 25.9: *Statische Reibmodelle.*

Sollposition sehr klein, siehe [1272]).

Zur Modellierung des Stribeck-Effektes ist folgende “Stribeck-Funktion” üblich (siehe [1219, 1267])

$$\forall u_S \geq u_C > 0 \forall \omega_S > 0 \forall \delta_S \in [1/2, 2]:$$

$$\beta : \mathbb{R} \rightarrow [u_C, u_S], \quad \omega \mapsto \beta(\omega) := u_C + (u_S - u_C) \exp\left(-\left(\frac{|\omega|}{\omega_S}\right)^{\delta_S}\right) \quad (25.11)$$

mit “Stribeck-Geschwindigkeit” ω_S [rad/s] (oder [m/s]) und “Stribeck-Exponent” δ_S [1].

Das folgende Reibmodell – auch bekannt als “Kinetisches Reibmodell” (siehe [1215, S. 24-27]) – erlaubt die Modellierung von Coulomb-Reibung, Haftreibung, viskoser Reibung (Gleitreibung) *und* Stribeck-Effekt (siehe [1266, S. 28])

$$f_{KFM}: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R},$$

$$(\omega, u_L) \mapsto f_{KFM}(\omega, u_L) := \begin{cases} f_S(u_L) & , \omega = 0 \\ \beta(\omega) \operatorname{sign}(\omega) + f_V(\omega) & , \omega \neq 0 \end{cases} \quad (25.12)$$

wobei $f_S(\cdot)$, $\beta(\cdot)$ und $f_V(\cdot)$ durch (25.8), (25.11) bzw. (25.9) gegeben sind. Die qualitative Reibkennlinie des kinetischen Reibmodells (25.12) ist in Abb. 25.9(c) dargestellt.

Bemerkung 25.2. *Die Stribeck-Funktion $\beta(\cdot)$ in (25.11) kann für positive und negative Geschwindigkeiten gesondert vorgegeben werden (siehe [1266, S. 49]). Solch eine Wahl kann notwendig werden, um die Realität besser abzubilden (siehe [1291] oder auch Abb. 25.5). Es ergibt sich dann ein unsymmetrischer Verlauf in Abb. 25.9(c). Beispielhaft kann folgende unsymmetrische Stribeck-Funktion implementiert werden*

$$\beta: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}; \quad \omega \mapsto \beta(\omega) := \begin{cases} u_C^+ + (u_S^+ - u_C^+) \exp(-(|\omega|/\omega_S)^{\delta_S}) & , \omega \geq 0 \\ u_C^- + (u_S^- - u_C^-) \exp(-(|\omega|/\omega_S)^{\delta_S}) & , \omega < 0 \end{cases}$$

wobei $u_C^- \leq 0 \leq u_C^+$ und $u_S^- \leq 0 \leq u_S^+$. Im Folgenden wird auf den allgemeineren Fall verzichtet und die symmetrische Stribeck-Funktion (25.13) verwendet.

25.2.3 Dynamische Reibungsmodellierung: Das LuGre Reibmodell

Die bisherigen Reibmodelle sind *statische* Abbildungen der Geschwindigkeit (siehe Abb. 25.9(a)-(c)). Dynamische Reibeffekte (wie Hysterese, variierende Losbrechkräfte oder nicht-gleitende Auslenkung), die in Laborversuchen (also real) beobachtet wurden, können mit den statischen Modellen (25.7), (25.10) und (25.12) *nicht* nachgebildet werden. Um auch dynamische Reibeffekte darstellen und modellieren zu können, werden dynamische Reibmodelle benötigt (siehe z.B. den Übersichtsartikel [1219] oder das ausführliche Buch [1218]). Eine erste Idee wurde bereits im Jahre 1968 von Dahl beschrieben (siehe [1230]). Er erklärte dynamische Reibeffekte mithilfe der Auslenkung von (mikroskopisch kleinen) Federn in den Kontaktbereichen von sich berührenden Körpern. Sein vorgeschlagenes Modell ist jedoch nicht geeignet, um den Stribeck-Effekt nachzubilden (siehe [1226]). Doch seine Arbeit bildete die Grundlage für die Entwicklung zahlreicher dynamischer Reibmodelle (siehe u.a. [1226], [1290],

[1235] oder [1233]).

Der folgende Abschnitt soll das Lund-Grenoble (LuGre) Reibmodell (siehe [1226]) näher vorstellen und beschreiben. Das LuGre Reibmodell ist nicht-linear und dynamisch und es erlaubt die Modellierung des Stribeck-Effektes. In seiner allgemeinsten Form wurde es in der Dissertation [1266] eingeführt. Im Folgenden wird es für rotatorische (bzw. translatorische) Systeme vorgestellt.

Bemerkung 25.3. *Das LuGre Reibmodell kann vereinzelte, in der Realität beobachtete, Reibphänomene (siehe [1290]) nicht nachbilden. Zum einen zeigt es ein nicht physikalisch validiertes Driften bei kleinen angreifenden Vibrationskräften (siehe [1233]) und zum anderen wird die stochastische Verteilung der Unebenheiten und Kontaktstellen vernachlässigt (siehe [1274]). Nichtsdestotrotz ist das LuGre Reibmodell für eine Vielzahl von mechatronischen Problemstellungen mit Geschwindigkeits- und Positionsregelkreisen ein hinreichend genaues Reibmodell, das die relevanten Reibeffekte – wie Haftreibung, Stick-Slip, variierende Losbrechkräfte, nicht-gleitende Auslenkung (engl. pre-sliding displacement), Reibungsverzögerung (engl. frictional lag), Hysterese und Hunting (bei Regler mit integralem Anteil) – nachbilden kann (siehe [1226, 1266]). Des Weiteren kann das LuGre Modell passiv (im Sinne von dissipativ) gestaltet werden (siehe [1221]).*

25.2.3.1 Das allgemeine Lund-Grenoble Reibmodell

Beim Lund-Grenoble (LuGre) Reibmodell werden die Kontaktstellen und Oberflächenunebenheiten (siehe Abb. 25.6(a)) als sich verbiegenden “Borsten” modelliert (siehe Abb. 25.6(b)). Die Borsten verhalten sich wie (ideale) Federn mit (durchschnittlicher) Steifigkeit $\sigma > 0$ [Nm/rad] (oder [N/m]). Die Verbiegung (Auslenkung) aller Borsten innerhalb einer Kontaktstelle wird mit der gemittelten (durchschnittlichen) Borstenbiegung $\vartheta(\cdot)$ [rad] (oder [m]) beschrieben.

Für die symmetrische Stribeck-Funktion $\beta(\cdot)$ aus (25.11), die durchschnittliche Borstensteifigkeit σ , die (Relativ-)Geschwindigkeit ω [rad/s] (oder [m/s]) und die anfängliche Borstenauslenkung ϑ^0 [rad] (oder [m]) lässt sich das dynamische Verhalten der (durchschnittlichen) Borstenbewegung als nichtlineare Differentialgleichung erster Ordnung modellieren

$$\dot{\vartheta}(t) = \omega(t) - \sigma \frac{|\omega(t)|}{\beta(\omega(t))} \vartheta(t), \quad \vartheta(0) = \vartheta^0 \in \mathbb{R}, \quad \omega(\cdot) \in \mathcal{C}(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R}). \quad (25.13)$$

Das LuGre Reibmodell soll, wie in [1266, Abschnitt 3.2-3] beschrieben, für den allgemeinen Fall vorgestellt werden.

Hierzu führen wir noch die Dämpfung der Ablenkungsrate $\dot{\vartheta}(\cdot)$

$$\forall \nu_D, \omega_D > 0 \quad \forall \delta_D \geq 1: \quad f_D: \mathbb{R} \rightarrow [0, \nu_D],$$

$$\omega \mapsto f_D(\omega) := \nu_D \exp(-(|\omega|/\omega_D)^{\delta_D}) \quad (25.14)$$

mit Dämpfungskoeffizient ν_D [Nms/rad] (oder [Ns/m]), Dämpfungsgeschwindigkeit ω_D [rad/s] (oder [m/s]) und Dämpfungsexponent δ_D [1] ein.

Bemerkung 25.4. *Bevor nun das LuGre Reibmodell als Operator beschrieben werden kann, muss sicher gestellt werden, dass eine eindeutige und globale Lösung $\vartheta_{\omega(\cdot)}: \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}$ des Anfangswertproblems (25.13) existiert. Dazu untersuchen wir die rechte Seite von (25.13):*

$$f: \mathbb{R}_{\geq 0} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad (t, \vartheta) \mapsto f(t, \vartheta) := f(\omega(t), \vartheta) := \omega(t) - \sigma \frac{|\omega(t)|}{\beta(\omega(t))} \vartheta. \quad (25.15)$$

Für $\omega(\cdot) \in \mathcal{L}_{\text{loc}}^1(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R})$ und $\vartheta \in \mathbb{R}$ gilt $|f(t, \vartheta)| \leq (1 + \frac{\sigma}{u_C} \vartheta) |\omega(t)|$ für alle $t \geq 0$, somit ist $f(\cdot, \vartheta)$ messbar und lokal integrierbar. Des Weiteren gilt für alle $\omega(\cdot) \in \mathcal{L}_{\text{loc}}^1(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R})$, $\vartheta_1, \vartheta_2 \in \mathbb{R}$ und $\hat{t} \geq 0$:

$$|f(\hat{t}, \vartheta_2) - f(\hat{t}, \vartheta_1)| \leq \frac{\sigma}{u_C} \omega(\hat{t}) |\vartheta_1 - \vartheta_2|,$$

d.h. $f(\hat{t}, \cdot)$ ist auf \mathbb{R} Lipschitz stetig für alle $\hat{t} \geq 0$. Diese Eigenschaften von (25.15) sind nach dem Existenz- und Eindeutigkeitsatz für gewöhnliche Differentialgleichungen (im Sinne von Carathéodory, siehe [1254, Proposition 2.1.19]) hinreichende Bedingungen für eine eindeutige und maximale Lösung $\vartheta_{\omega(\cdot)}: [0, T) \rightarrow \mathbb{R}$ mit $T \in (0, \infty]$. Darüber hinaus ist $\vartheta_{\omega(\cdot)}(\cdot)$ auf $[0, T)$ beschränkt, denn, für alle $t \in [0, T)$, gelten folgende Implikationen:

$$\begin{aligned} \llbracket |\vartheta_{\omega(\cdot)}(t)| \geq u_S/\sigma \rrbracket &\implies \\ \llbracket \frac{d}{dt} \vartheta_{\omega(\cdot)}(t)^2 \leq -2|\vartheta_{\omega(\cdot)}(t) \omega(t)| \underbrace{\left(\text{sign}(\vartheta_{\omega(\cdot)}(t) \omega(t)) \right)}_{\in \{-1, 0, 1\}} + \sigma \frac{|\vartheta_{\omega(\cdot)}(t)|}{\beta(\omega(t))} \rrbracket &\leq 0 \llbracket \\ \implies \llbracket \forall t \geq 0: \quad |\vartheta_{\omega(\cdot)}(t)| \leq \max\{u_S/\sigma, |\vartheta^0|\} \rrbracket & \end{aligned}$$

Somit kann die Lösung $\vartheta_{\omega(\cdot)}(\cdot)$ auf ganz $\mathbb{R}_{\geq 0}$ fortgesetzt werden, d.h. $T = \infty$. Die Lösung

$$\vartheta_{\omega(\cdot)}: \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \left[-\max\{u_S/\sigma, |\vartheta^0|\}, \max\{u_S/\sigma, |\vartheta^0|\} \right]. \quad (25.16)$$

ist also eindeutig, global, stetig und gleichmäßig beschränkt.

Abschließend kann nun der *LuGre Reiboperator* [Nm] (oder [N]) eingeführt werden mit

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{L}_{\vartheta^0} : \mathcal{C}(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R}) &\rightarrow \mathcal{L}_{\text{loc}}^\infty(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R}) \\ \omega(\cdot) &\mapsto \sigma \vartheta_{\omega(\cdot)} + f_D(\omega(\cdot)) \left(\omega(\cdot) - \sigma \frac{|\omega(\cdot)|}{\beta(\omega(\cdot))} \vartheta_{\omega(\cdot)} \right) + f_V(\omega(\cdot)), \end{aligned} \right\} \quad (25.17)$$

wobei $f_D(\cdot)$ wie in (25.14), $\beta(\cdot)$ wie in (25.11) und $f_V(\cdot)$ wie in (25.9). $\vartheta_{\omega(\cdot)}$ sei die Lösung des Anfangswertproblem (25.13).

Der Operator $\mathfrak{L}_{\vartheta^0}$ bildet (Relativ-)Geschwindigkeit ω auf Reibmoment (oder -kraft) $\mathfrak{L}_{\vartheta^0}\omega$ ab. Er ist durch die anfängliche Borstenauslenkung ϑ^0 parametrisiert und ermöglicht es das LuGre Reibmodell aus [1266, Abschnitts 3.2,3.3] in kompakter Form darzustellen.

25.2.3.2 Das vereinfachte Lund-Grenoble Reibmodell mit linearer viskoser Reibung

Ergebnisse der Reibungsidentifikation (siehe u.a. [1217, 1291] oder [1270, S. 195] für den Laboraufbau in Abschnitt 25.1.2) zeigen, dass viele mechatronische Systeme lediglich lineare viskose Reibverläufe der Art $\omega(\cdot) \mapsto \nu \omega(\cdot)$ mit viskosem Reibkoeffizienten $\nu \geq 0$ $\left[\frac{\text{Nms}}{\text{rad}} \right]$ (oder $\left[\frac{\text{Ns}}{\text{m}} \right]$) aufweisen. D.h. $\delta_V = 1$ in (25.9) ist in vielen Anwendungsfällen eine zulässige und vereinfachende Annahme für die Reibungsmodellierung.

Daher wird – analog zu [1262] – Reibung in einen *linearen aber unbeschränkten viskosen* Reibanteil und einen *nichtlinearen (dynamischen) aber beschränkten* Reibanteil aufgeteilt. Der dynamische Reibanteil beinhaltet Coulomb-Reibung, Haftreibung und Stribeck-Effekt. Das vereinfachte, dynamische LuGre Reibmodell mit linearer viskoser Reibung kann wie folgt beschrieben werden:

$$\left. \begin{aligned} \forall \omega(\cdot) \in \mathcal{C}(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R}) : \quad \omega(\cdot) &\mapsto \nu \omega(\cdot) + (\mathfrak{L}_{\vartheta^0}^{\text{red}} \omega)(\cdot) \\ \text{wobei} \\ \mathfrak{L}_{\vartheta^0}^{\text{red}} : \mathcal{C}(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R}) &\rightarrow \mathcal{L}^\infty(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R}), \\ \omega(\cdot) &\mapsto \sigma \vartheta_{\omega(\cdot)} + f_D(\omega(\cdot)) \left(\omega(\cdot) - \sigma \frac{|\omega(\cdot)|}{\beta(\omega(\cdot))} \vartheta_{\omega(\cdot)} \right) \end{aligned} \right\} \quad (25.18)$$

mit $f_D(\cdot)$ wie in (25.14) und $\beta(\cdot)$ wie in (25.11). $\vartheta_{\omega(\cdot)}$ sei die Lösung des Anfangswertproblem (25.13).

Der *reduzierte* LuGre Reiboperator $\mathfrak{L}_{\vartheta^0}^{\text{red}}$ in (25.18) kann direkt aus dem allgemeinen Reiboperator $\mathfrak{L}_{\vartheta^0}$ abgeleitet werden. Hierzu wird der (nichtlineare) viskose Reibanteil vernachlässigt, d.h. $f_V(\omega(\cdot)) = 0$ in (25.17). Auch der reduzierte Reiboperator $\mathfrak{L}_{\vartheta^0}^{\text{red}}$ wird durch die anfängliche Borstenbiegung ϑ^0 parametrisiert.

Im Gegensatz zum allgemeinen Reiboperator $\mathfrak{L}_{\vartheta^0}$ ist der reduzierte LuGre Reiboperator $\mathfrak{L}_{\vartheta^0}^{\text{red}}$ *gleichmäßig beschränkt*, denn, für alle $\omega(\cdot) \in \mathcal{C}(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R})$, gilt

$$\forall t \geq 0: \quad |(\mathfrak{L}_{\vartheta^0}^{\text{red}}\omega)(t)| \leq 2\nu_D \max_{t \geq 0} \left\{ \exp(-(|\omega(t)|/\omega_D)^{\delta_D}) |\omega(t)| \right\} \cdot \left(1 + \frac{\sigma}{u_C} \max \left\{ \frac{u_S}{\sigma}, |\vartheta^0| \right\} \right) + \sigma \max \left\{ \frac{u_S}{\sigma}, |\vartheta^0| \right\} =: M_{\mathfrak{L}_{\vartheta^0}^{\text{red}}} < \infty. \quad (25.19)$$

25.2.4 Darstellbare Reibeffekte mithilfe des LuGre Reibmodells

In diesem Abschnitt sollen anhand von vier Experimenten die darstellbaren Reibeffekte des LuGre Reibmodells (25.17) veranschaulicht werden. Die folgenden Simulationsexperimente zeigen, dass das LuGre Reibmodell (25.17) die meisten realen Reibeffekte, wie z.B. nicht-gleitende Auslenkung, Reibungsverzögerung, Hysterese, Stick-Slip und Grenzyklen („Hunting“) darstellen kann. Die vier Experimente sind in Abb. 25.10 illustriert und wurden in Matlab/Simulink implementiert. Als numerisches Lösungsverfahren wurde `ode4` (**Runge-Kutta**) mit konstanter Schrittweite 10^{-5} [s] verwendet. Die Simulationsparameter sind in Tab. 25.3 zusammengefasst. Sie gelten für alle vier Experimente (mit entsprechenden Einheiten). Die Experimente entsprechen prinzipiell denen aus [1226] sind aber um den nichtlinearen Dämpfungsanteil (25.14) ergänzt.

Experiment 1:

Hysterese und verzögerter Reibeinfluss (engl. frictional lag)

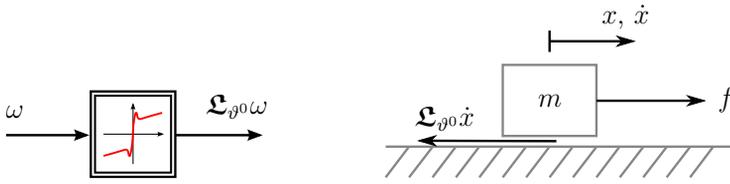
In diesem Experiment wird das LuGre Reibmodell (25.17) mit sinusförmigen Geschwindigkeitsverläufen der Form

$$\omega: \mathbb{R}_{\geq 0} \rightarrow \mathbb{R}, \quad t \mapsto \omega(t) = 5 \cdot 10^{-3} (\sin(\omega_0 t) + 1) \quad (25.20)$$

angeregt. Die Kreisfrequenz $\omega_0 \in \{1, 10, 25\}$ [rad/s] variiert pro Durchlauf. Die Simulationsergebnisse sind in Abb. 25.11 dargestellt. Hysterese tritt bei allen drei Anregungen auf (siehe Abb. 25.11(a)). Folgende Beobachtungen sind festzuhalten:

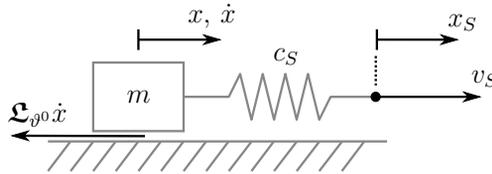
- die Hysteresekurve ist umso „weiter“, je höher die anregende Kreisfrequenz ω_0 (der „Bauch“ ist maximal bei $\omega_0 = 25$ [rad/s]) und
- das Reibmoment ist größer bei zunehmender als bei abnehmender Geschwindigkeit.

Des Weiteren lassen sich mithilfe des LuGre Reibmodells (25.17) Verzögerungen im Reibverlauf (engl. frictional lag) modellieren (siehe Abb. 25.11(b)): Für (sehr) kleine und abnehmende (bzw. zunehmende, nicht gezeigt) Geschwindigkeiten nimmt das Reibmoment $\mathfrak{L}_{\vartheta^0}\omega$ [Nm] mit Verzögerung zu (bzw. ab).

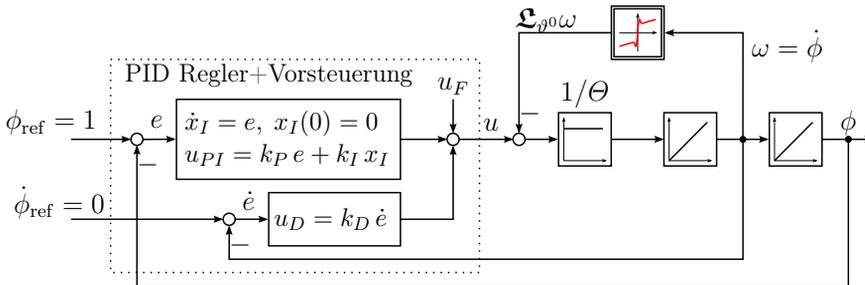


(a) **Experiment 1:** Anregung des LuGre Reibmodells (25.17) mit Winkelgeschwindigkeit $\omega(\cdot)$ wie in (25.20).

(b) **Experiment 2:** Beschleunigung einer Masse m durch eine externe (zeitvariante) Kraft $f(\cdot)$.



(c) **Experiment 3:** Eine Masse m wird über das Ende einer Feder der Steifigkeit c_S mit konstanter Geschwindigkeit v_S über eine Auflagefläche gezogen.



(d) **Experiment 4:** Positionsregelung des Winkels ϕ mit PID Regler (25.23) und Vorsteuerung $u_F(\cdot) \in \mathcal{L}^\infty(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R})$.

Abb. 25.10: Simulationsexperimente mit dem LuGre Reibmodell (25.17).

Experiment 2:

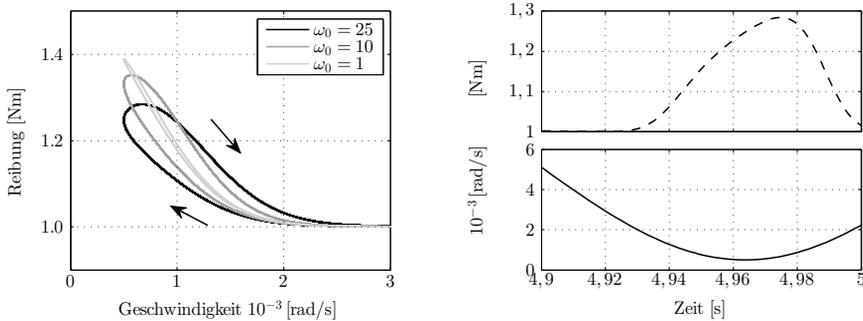
Nicht-gleitende Auslenkung (engl. pre-sliding displacement)

Im zweiten Experiment beschleunigt eine externe Kraft f [N] eine Masse $m > 0$ [kg]. Die Masse liegt beweglich auf einer festen Unterlage auf (siehe Abb. 25.10(c)). Reibung (25.17) wirkt der Beschleunigung durch die Kraft f entgegen. Die Dynamik lässt sich wie folgt beschreiben

$$\ddot{x}(t) = \frac{1}{m} \left(f(t) - (\mathcal{L}_{g^0} \dot{x})(t) \right), \quad (x(0), \dot{x}(0)) = (0, 0). \tag{25.21}$$

Beschreibung	Symbol = Wert	[Einheit]
Coulomb-Niveau	$u_C = 1$	[Nm] oder [N]
Haftreibungsniveau	$u_S = 1.5$	[Nm] oder [N]
Steifigkeit	$\sigma = 10^5$	[Nm/rad] oder [N/m]
Stribeck-Geschwindigkeit	$\omega_S = 0.001$	[rad/s] oder [m/s]
Stribeck-Exponent	$\delta_S = 2$	[1]
Dämpfungsreibkoeffizient	$\nu_D = \sqrt{10^5}$	[Nms/rad] oder [Ns/m]
Dämpfungsreibgeschwindigkeit	$\omega_D = 0.1$	[rad/s] oder [m/s]
Dämpfungsreibexponent	$\delta_D = 2$	[1]
Viskoser Reibkoeffizient	$\nu = 0.4$	[Nms/rad] oder [Ns/m]
Viskoser Reibexponent	$\delta_V = 1$	[1]
Anfangswert der Borstenbiegung	$\vartheta^0 = 0$	[rad] oder [m]

Tabelle 25.3: Simulationsparameter des LuGre Reibmodells (25.17) für die Experimente 1-4.

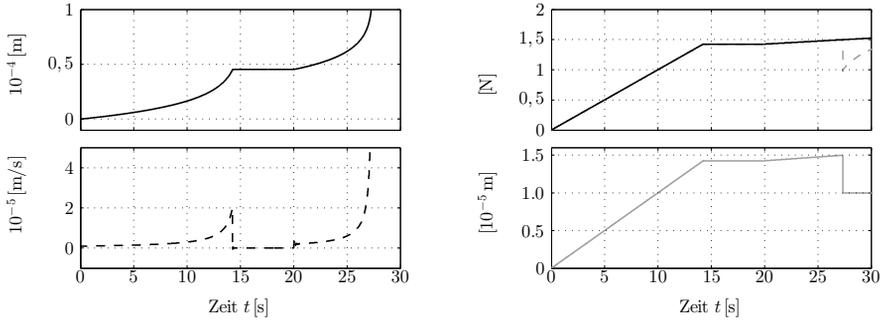


(a) Hysteresis für anregende Geschwindigkeiten $\omega(t) = 5 \cdot 10^{-3}(\sin(\omega_0 t) + 1)$ mit $\omega_0 \in \{1, 10, 25\}$ [rad/s].

(b) Verzögerung ('frictional lag' für $\omega_0 = 25$ [rad/s]): --- Reibung $\mathfrak{L}_{\vartheta^0} \omega(\cdot)$ (oben) und — Geschwindigkeit $\omega(\cdot)$ (unten).

Abb. 25.11: Experiment 1—Simulationsergebnisse: Hysteresis und Verzögerung.

Während der Simulation werden Position x [m], Geschwindigkeit \dot{x} [m/s], durchschnittliche Borstenbiegung ϑ [m] und Reibkraft $\mathfrak{L}_{\vartheta^0} \dot{x}$ [N] aufgezeichnet. Die Kraft f wird rampenförmig erhöht, für einige Zeit konstant gehalten und abschließend wieder rampenförmig aber bei reduzierter Steigung vergrößert (siehe Abb. 25.12(b) oben). In Abb. 25.12(a) ist deutlich die nicht-gleitende Auslenkung (engl. pre-sliding displacement) zu erkennen. Es ergibt sich eine Positionsänderung $x(\cdot)$ von bis zu $\approx 0.5 \cdot 10^{-4}$ [m]. Während der nicht-gleitenden Bewegung wird die externe Kraft f vollständig von der Reibkraft $\mathfrak{L}_{\vartheta^0} \dot{x}$ kompensiert. Die Reibkraft ist proportional zu Borstenbiegung (siehe Abb. 25.12(b)). Während



(a) oben: — Position $x(\cdot)$;
 unten: - - - Geschwindigkeit $\dot{x}(\cdot)$.
 (b) oben: — Kraft $f(\cdot)$ und - - - Reibung $(\mathfrak{L}_{\vartheta^0}\dot{x})(\cdot)$;
 unten: — (mittlere) Borstenbiegung $\vartheta(\cdot)$.

Abb. 25.12: Experiment 2—Simulationsergebnisse: Nicht-gleitende Auslenkung (engl. pre-sliding displacement).

des Einwirkens einer konstanten Kraft (im Interval $[14 - 20]$ [s]) reduziert sich die Geschwindigkeit $\dot{x}(\cdot)$ der Masse m schlagartig auf Null.

Zum Zeitpunkt $t \approx 28$ [s] wird die Losbrechkraft von ≈ 1.5 [N] erreicht (siehe Abb. 25.12(b) oben). Danach beginnt der Gleitvorgang (siehe Abb. 25.12(a)). Aufgrund der Rückstellung der Borstenbiegung (die Stribeck-Geschwindigkeit wird deutlich überschritten) verringert sich die Reibkraft $(\mathfrak{L}_{\vartheta^0}\dot{x})(\cdot)$ drastisch. Die durchschnittliche Borstenbiegung $\vartheta(\cdot)$ fällt auf 10^{-5} [m] ab (siehe Abb. 25.12(b) unten).

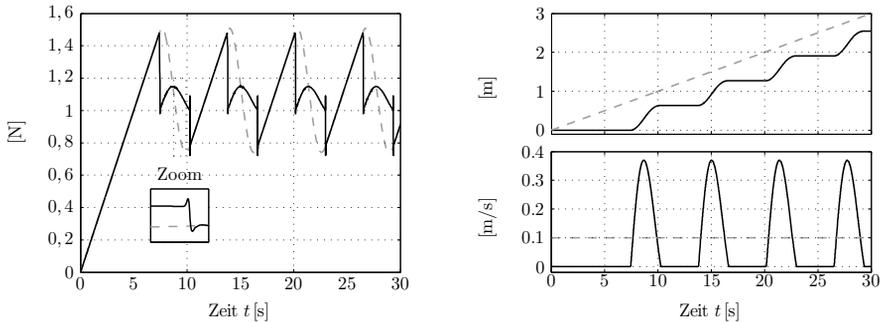
Experiment 3: Stick-Slip

Der in Abb. 25.10(c) dargestellte Aufbau zeigt eine Masse $m > 0$ [kg], die über eine Feder mit der Steifigkeit $c_S > 0$ [kg/s²] nach rechts gezogen wird. Der rechte Endpunkt x_S [m] der Feder wird hierbei mit konstanter Geschwindigkeit $v_S > 0$ [m/s] bewegt. Die Position x [m] des Schwerpunktes der Masse m wird sich in Abhängigkeit der anliegenden Beschleunigungskraft ändern. Die resultierende Federkraft $c_S(x_S - x)$ [Nm] wirkt der Reibkraft $\mathfrak{L}_{\vartheta^0}\dot{x}$ entgegen. Die Dynamik dieses Experiments lässt sich wie folgt beschreiben

$$\ddot{x}(t) = \frac{1}{m} \left(c_S \left(\underbrace{v_S t}_{=x_S(t)} - x(t) \right) - (\mathfrak{L}_{\vartheta^0}\dot{x})(t) \right), \quad (x(0), \dot{x}(0)) = (0, 0). \quad (25.22)$$

Die Simulationsparameter sind in Tab. 25.3 zusammengefasst.

Der in (25.17) mitmodellerte Stribeck-Effekt (25.11) tritt hier zum Vorschein und verursacht Stick-Slip: Für aufeinanderfolgende Zeitintervalle ist die Masse m entweder in Bewegung oder in Ruhe (siehe Abb. 25.13(b)). Während des Stillstandes oder solange die Geschwindigkeit $\dot{x}(\cdot)$ der Masse m kleiner ist, als



(a) — Reibung $(\mathfrak{L}_{\vartheta_0} \dot{x})(\cdot)$ und --- Rückstellkraft der Feder $c_S(v_S \cdot -x(\cdot))$.

(b) oben: Position — $x(\cdot)$ und --- $x_S(\cdot)$; unten: Geschwindigkeit — $\dot{x}(\cdot)$ und --- $v_S(\cdot)$.

Abb. 25.13: Experiment 3—Simulationsergebnisse: ‘Stick-slip’ bei Parametrierung $m = 1$ [kg], $c_S = 2$ [N/m] und $v_S = 0.1$ [m/s].

die Geschwindigkeit $\dot{x}_S(\cdot) = v_S(\cdot)$ des Federendpunktes, wird die Federkraft $c_S(v_S \cdot -x(\cdot))$ erhöht.

Sobald die Federkraft das Haftreibungsniveau überschritten hat, d.h. $c_S(v_S \cdot -x(\cdot)) > u_S$, beschleunigt die Masse m und beginnt zu gleiten. Sie „rutscht“ (engl. to slip). Wenn die Geschwindigkeit $\dot{x}(\cdot)$ die Stribeck-Geschwindigkeit $\omega_S = 0.001$ [m/s] übersteigt, reduziert sich die Reibkraft aufgrund der partiellen Schmierung (Bereich III) deutlich und, in Folge dessen, erhöht sich die Beschleunigungskraft noch weiter. Sobald die Geschwindigkeit $\dot{x}(\cdot)$ die Zuggeschwindigkeit v_S übersteigt, holt der Massenschwerpunkt im Verhältnis zum Federendpunkt x_S auf, so dass sich gleichzeitig die Federkraft $c_S(v_S \cdot -x(\cdot))$ reduziert (siehe Abb. 25.13(b) unten und Abb. 25.13(a)). Für Federkräfte kleiner als die Reibkraft wird die Masse m abgebremst (negative Beschleunigung). Ihre Geschwindigkeit $\dot{x}(\cdot)$ nimmt ab (siehe Abb. 25.13(b) unten).

Für sehr kleine Geschwindigkeiten kommt es zum (umgekehrten) Stribeck-Effekt: die Reibkraft nimmt stetig aber drastisch zu (siehe Abb. 25.13(a) unten). Die wirkende Federkraft reicht nicht mehr aus, um eine positive Beschleunigung der Masse zu erzielen. Die Masse wird bis zum Stillstand abgebremst. Sie „klebt“ fest (engl. to stick). Im Stillstand entspannen sich die Borsten vollständig, was zu einer minimalen Reibkraft führt (siehe Abb. 25.13(a)). Nun beginnt der Durchlauf von vorne. Die Masse klebt fest und rutscht und folgt dem Federendpunkt $x_S(\cdot)$ stufenartig mit deutlichem Schleppfehler (siehe Abb. 25.13(b) oben).

Experiment 4:

Grenzyklen („Hunting“) für Regler mit integralem Anteil

In diesem Experiment wird der Aufbau aus Abb. 25.10(d) betrachtet. Ein PID Regler

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_I(t) &= e(t) := \phi_{\text{ref}}(t) - \phi(t), & x_I(0) &= 0, \\ u(t) &= \underbrace{k_P e(t) + k_I x_I(t)}_{=:u_{PI}} + \underbrace{k_D \dot{e}(t)}_{=:u_D} + u_F(t), & k_P, k_I, k_D &\in \mathbb{R}, \\ & & u_F(\cdot) &\in \mathcal{L}^\infty(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R}), \end{aligned} \right\} \quad (25.23)$$

mit Vorsteuerung u_F [Nm] und Verstärkungen k_P [Nm/rad], k_I [Nm/(rad s)] und k_D [Nms/rad] des proportionalen, integralen bzw. differenzierenden Regleranteils, wird zur Positionsregelung des rotatorischen Systems¹⁹

$$\dot{\omega}(t) = \ddot{\phi}(t) = \frac{1}{\Theta} \left(u(t) - (\mathfrak{L}_{g^0\omega})(t) \right), \quad (\phi(0), \omega(0)) = (0, 0) \quad (25.24)$$

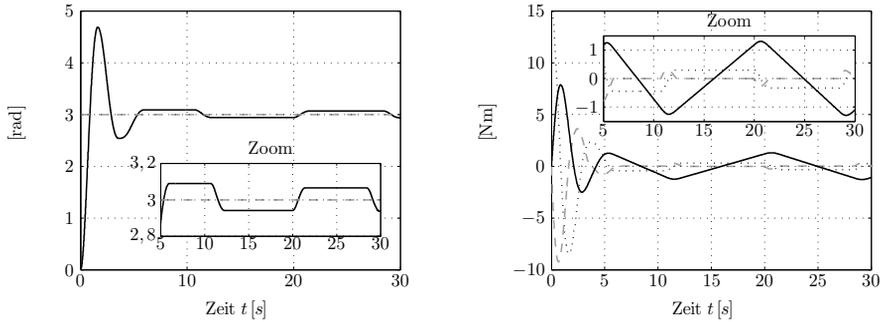
mit Trägheit Θ [kg m²] eingesetzt. Auf das mechanische System wirkt LuGre Reibung \mathfrak{L}_{g^0} [Nm] wie in (25.17). Das LuGre Reibmodell ist entsprechend Tab. 25.3 parametrisiert. Das Regelziel ist eine asymptotisch genaue Festwertregelung auf $\phi_{\text{ref}}(\cdot) = 3$ [rad], d.h. $\lim_{t \rightarrow \infty} \phi(t) = 3$ bzw. $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$ soll erreicht werden.

Aufgrund der Reibeinflüsse und des integralen Anteils des PID Regler treten Grenzyklen nach ≈ 10 [s] auf (siehe Abb. 25.14(a); es werden nur die ersten 30 [s] gezeigt). Der Winkel $\phi(\cdot)$ „oszilliert“ um die gewünschte (konstante) Sollgröße $\phi_{\text{ref}}(\cdot)$. Innerhalb der Zeitintervalle [12, 20] [s] und [21, 29] [s] ändert sich der Winkel $\phi(\cdot)$ nicht. Eine konstante Regelabweichung führt zum „Aufintegrieren“ des integrierenden Regleranteils $k_I x_I(\cdot)$ bis das Losbrechmoment von ≈ 1.25 [Nm] erreicht wird (siehe Abb. 25.14(b)). Das Trägheitsmoment erfährt eine Beschleunigung in die entgegengesetzte Drehrichtung bis es wieder zum Stillstand kommt. Der proportional und differenzierende Regleranteil $k_P e(\cdot)$ und $k_D \dot{e}(\cdot)$ sind nicht groß genug, um ein kurzzeitiges Stillstehen zu unterdrücken (siehe Ab. 25.14(b)).

Bemerkung 25.5 (Steifes Simulationsproblem).

Bei der numerischen Integration (Simulation) der dynamischen LuGre Reibmodelle (25.17) und (25.18) stößt man auf das Problem einer steifen Differentialgleichung (engl. stiff equation). Das ist auf die normalerweise sehr hohen Werte der Borstensteifigkeit $\sigma \gg 1$ (z.B. 10^5 [N] in Abschnitt 25.2) zurückzuführen, welche entweder den Einsatz von besonderen numerischen Lösungsverfahren („stiff solvers“, z.B. `ode23s` in Matlab) oder von (extrem) kleinen Simulationsschrittweiten ($< 10^{-5}$ [s]) nötig machen, um eine korrekte – d.h. numerisch stabile – Lösung zu garantieren (siehe z.B. [1252, Kap. 1,2]).

¹⁹Das rotatorische System (25.24) entspricht dem Ein-Massen-System (25.2) ohne Getriebe (d.h. $g_r = 1$), ohne lastseitiger Reibung (d.h. $\mathfrak{F}_2 = 0$) und ohne Lastmoment (d.h. $m_L = 0$). Für die motorseitige Reibung gilt $\mathfrak{F}_{1\omega} = \mathfrak{L}_{g^0\omega}$.



(a) — Position $\phi(\cdot)$ und - - - Sollwert $\phi_{\text{ref}}(\cdot)$. (b) Stellgrößenanteile: $\cdots\cdots k_P e(\cdot)$ (proportional), - - - $k_D \dot{e}(\cdot)$ (differenzierend) und — $k_I x_I(\cdot)$ (integrierend).

Abb. 25.14: Experiment 4—Simulationsergebnisse: Grenzzyklen (‘Hunting’) bei Parametrierung $m = 1$ [kg], $\phi_{\text{ref}}(\cdot) = 3$ [rad], $u_F(\cdot) = 0$ [Nm], $k_P = 5$ [Nm/rad], $k_D = 2$ [Nms/rad] und $k_I = 5$ [Nm/(rad s)].

25.2.5 Systemtheoretische Untersuchung des LuGre Reibmodells

In den Arbeiten [1240–1243, 1247–1251, 1262, 1280] und [1278, Kap. 16 & 17] über hoch-verstärkungsbasierte adaptive Regelungsverfahren für mechanische Systeme wird der Einfluss von Reibung mithilfe eines Operators $\mathfrak{T}: \mathcal{C}([-h, \infty); \mathbb{R}^n) \rightarrow \mathcal{L}_{\text{loc}}^\infty(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R}^m)$ kompakt beschrieben. In früheren Arbeiten wurde entweder angenommen, dass statische (aber stetige) Reibeinflüsse vorliegen (siehe [1244–1246, 1279–1285]) oder dass dynamische Reibeffekte mithilfe eines Operators beschrieben werden können (siehe [1240, 1247, 1262, 1280] und [1278, Kap. 16 & 17]). Eine Überprüfung, ob eine Reibungsmodellierung mithilfe eines Operators zulässig und sinnvoll ist, wurde erst in den Abschnitten 1.4.5 & 5.1.2 der Dissertation [1241] anhand des LuGre Reibmodells (25.17) nachgeliefert. Diese Überprüfung soll hier knapp wiederholt werden.

Hierzu sollen im Folgenden dynamische Systeme betrachtet werden, die durch Funktionaldifferentialgleichungen der Form

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), (\mathfrak{T}\mathbf{x})(t)), \quad \mathbf{x}|_{[-h, 0]} = \mathbf{x}^0 \in \mathcal{C}([-h, 0]) \text{ mit } \mathbf{x}^0(0) \in \mathcal{D} \quad (25.25)$$

mit $h \geq 0$, $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{R}^n$ offen, $\mathfrak{T}: \mathcal{C}([-h, \infty); \mathbb{R}^n) \rightarrow \mathcal{L}_{\text{loc}}^\infty(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R}^m)$ und $\mathbf{f}: [-h, \infty) \times \mathcal{D} \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ beschrieben werden können. Um auf Existenz einer Lösung²⁰ der Funktionaldifferentialgleichung (25.25) schließen zu können, muss die Existenz-Theorie von Carathéodory (siehe z.B. [1254, Abschnitt 2.1.2]) erweitert werden.

²⁰Eine absolut-stetige Funktion $\mathbf{x}: [-h, T) \rightarrow \mathbb{R}^n$, $T \in (0, \infty]$ heißt Lösung des Anfangstrajektorienproblems (25.25), sofern $\mathbf{x}(\cdot)$ (25.25) auf $[0, T)$ (fast überall) löst und $\mathbf{x}|_{[-h, 0]} = \mathbf{x}^0$ und $\mathbf{x}(t) \in \mathcal{D}$ für alle $t \in [0, T)$ gilt.

Hierzu folgen wir der vorgeschlagenen Erweiterung aus [1261] und wiederholen die Definition der zulässigen Operatorklasse.

Definition 25.6 (Operatorklasse \mathcal{T} , siehe [1261]).

Ein Operator \mathfrak{T} gehört zur Operatorklasse \mathcal{T} wenn, und nur dann wenn, für $h \geq 0$ und $n, m \in \mathbb{N}$, die folgenden Eigenschaft erfüllt sind:

(op₁) $\mathfrak{T}: \mathcal{C}([-h, \infty); \mathbb{R}^n) \rightarrow \mathcal{L}_{\text{loc}}^\infty(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R}^m);$

(op₂) Für alle $\delta > 0$ existiert ein $\Delta > 0$, so dass für alle $\zeta(\cdot) \in \mathcal{C}([-h, \infty); \mathbb{R}^n)$:

$$\sup_{t \in [-h, \infty)} \|\zeta(t)\| < \delta \implies \|(\mathfrak{T}\zeta)(t)\| \leq \Delta \text{ für f.a. } t \geq 0;$$

(op₃) Es gilt für alle $t \geq 0$ und:

(a) für alle $\zeta(\cdot), \xi(\cdot) \in \mathcal{C}([-h, \infty); \mathbb{R}^n)$:

$$\begin{aligned} \zeta(\cdot) &\equiv \xi(\cdot) \text{ auf } [-h, t] \\ &\implies (\mathfrak{T}\zeta)(s) = (\mathfrak{T}\xi)(s) \text{ für f.a. } s \in [0, t]; \end{aligned}$$

(b) für alle $\beta(\cdot) \in \mathcal{C}([-h, t]; \mathbb{R}^n)$ existieren $\tau, \delta, c_0 > 0$, so dass für alle $\zeta(\cdot), \xi(\cdot) \in \mathcal{C}([-h, \infty), \mathbb{R}^n)$ mit $\zeta|_{[-h, t]} = \beta = \xi|_{[-h, t]}$ und $\zeta(s), \xi(s) \in \mathbb{B}_\delta^n(\beta(t))$ für alle $s \in [t, t + \tau]$:

$$\text{ess-sup}_{s \in [t, t + \tau]} \|(\mathfrak{T}\zeta)(s) - (\mathfrak{T}\xi)(s)\| \leq c_0 \sup_{s \in [t, t + \tau]} \|\zeta(s) - \xi(s)\|.$$

Die Konstante $h \geq 0$ beschreibt die „Größe des Gedächtnisses“ des Operators $\mathfrak{T} \in \mathcal{T}$. Ein Operator \mathfrak{T} der Klasse \mathcal{T} bildet den Raum der stetigen Funktionen auf den Raum der messbaren, lokal essentiell beschränkten Funktionen ab (Eigenschaft (op₁)). Jede beschränkte Eingangsfunktion erzeugt die Abbildung einer ebenfalls beschränkten Ausgangsfunktion (in der Art einer „bounded-input bounded-output“ Eigenschaft (op₂)). Die Abbildung hängt nur vom aktuellen und vorangegangenen Verlauf der Eingangsfunktion ab und ist somit kausal (Eigenschaft (op₃)(a)). Eigenschaft (op₃)(b) gewährleistet eine Art „lokale Lipschitz Stetigkeit“. Dies ist eine technische Annahme, um eine angepasste Existenztheorie (siehe z.B. [1261, Theorem 5] oder [1273, Theorem 7]) zur Analyse von dynamischen Systemen parat zu haben, die durch Funktionaldifferentialgleichungen der Form (25.25) beschrieben werden.

Ausgehend vom LuGre Reibmodell, eingeführt in [1226], wurde in den vorangegangenen Abschnitten, Reibung als (dynamischer) Reiboperator modelliert. Es wird nun gezeigt, dass die eingeführten LuGre Reiboperatoren $\mathfrak{L}_{\dot{\gamma}_0}$ wie in (25.17) und $\mathfrak{L}_{\dot{\gamma}_0}^{\text{red}}$ wie in (25.18) (ohne viskose Reibung) Elemente der Operatorklasse \mathcal{T} (siehe Definition 25.6) sind.

Lemma 25.7. *Der LuGre Reiboperator $\mathfrak{L}_{\vartheta^0}$ wie in (25.17), parametrisiert durch $\vartheta^0 \in \mathbb{R}$, ist Element der Operatorklasse \mathcal{T} .*

Beweis. Es müssen die Operatoreigenschaften (op_1) , (op_2) und (op_3) aus Definition 25.6 überprüft werden.

Schritt 1: Wir zeigen, dass die Eigenschaften (op_1) , (op_2) und $(op_3)(a)$ erfüllt sind.

Mit (25.17) ist leicht zu erkennen, dass Eigenschaft (op_1) direkt erfüllt ist und $h = 0$ gilt. Um Eigenschaft (op_2) zu zeigen, wählen wir $\delta > 0$ beliebig und $\omega(\cdot) \in \mathcal{C}(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R})$, so dass $\sup_{t \geq 0} |\omega(t)| < \delta$. Dann folgt aus (25.11), (25.14), (25.9) und der Beschränktheit der Lösung $\vartheta_{\omega(\cdot)}$ wie in (25.16):

$$\begin{aligned} \forall t \geq 0: |(\mathfrak{L}_{\vartheta^0} \omega)(t)| &\leq \sigma \max\{u_S/\sigma, |\vartheta^0|\} \\ &\quad + \nu_D \delta \left(1 + \frac{\sigma}{u_C} \max\{u_S/\sigma, |\vartheta^0|\} \right) + \nu \delta^{\delta_V} =: \Delta. \end{aligned}$$

Somit ist Eigenschaft (op_2) erfüllt. Um Eigenschaft $(op_3)(a)$ zu zeigen, wählen wir $\omega_1(\cdot), \omega_2(\cdot) \in \mathcal{C}(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R})$, so dass

$$\forall t \geq 0 \forall \tau \in [0, t]: \quad \omega_1(\tau) = \omega_2(\tau). \quad (25.26)$$

Aufgrund der Eindeutigkeit der Lösung des Anfangswertproblems (25.13) und (25.26) gilt für jedes $\vartheta^0 \in \mathbb{R}$:

$$\forall \tau \in [0, t]: \quad \vartheta_{\omega_1(\cdot)}(\tau) = \vartheta_{\omega_2(\cdot)}(\tau),$$

d.h. $(\mathfrak{L}_{\vartheta^0} \omega_1)(\tau) = (\mathfrak{L}_{\vartheta^0} \omega_2)(\tau)$ für alle $\tau \in [0, t]$. Eigenschaft $(op_3)(a)$ ist somit erfüllt.

Schritt 2: Wir zeigen, dass Eigenschaft $(op_3)(b)$ erfüllt ist.

Für $\sigma > 0$, $f_D(\cdot)$ wie in (25.14), $\beta(\cdot)$ wie in (25.11) und $f_V(\cdot)$ wie in (25.9), definieren wir die Funktionen

$$g_1: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad (\omega, \vartheta) \mapsto g_1(\omega, \vartheta) := \omega - \sigma \frac{|\omega|}{\beta(\omega)} \vartheta$$

und

$$g_2: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad (\omega, \vartheta) \mapsto g_2(\omega, \vartheta) := f_D(\omega) g_1(\omega, \vartheta) + f_V(\omega). \quad (25.27)$$

Die Funktionen $g_1(\cdot, \cdot)$ und $g_2(\cdot, \cdot)$ sind lokal Lipschitz stetig jeweils in ω und ϑ , d.h. für jedes Kompaktum $\mathfrak{C} \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ gilt

$$\exists L_1 > 0 \forall (\omega_1, \vartheta_1), (\omega_2, \vartheta_2) \in \mathfrak{C}:$$

$$|g_1(\omega_1, \vartheta_1) - g_1(\omega_2, \vartheta_2)| \leq L_1 (|\omega_1 - \omega_2| + |\vartheta_1 - \vartheta_2|) \quad (25.28)$$

und

$$\exists L_2 > 0 \forall (\omega_1, \vartheta_1), (\omega_2, \vartheta_2) \in \mathfrak{C}:$$

$$|g_2(\omega_1, \vartheta_1) - g_2(\omega_2, \vartheta_2)| \leq L_2 (|\omega_1 - \omega_2| + |\vartheta_1 - \vartheta_2|). \quad (25.29)$$

Nun wähle $\omega_1(\cdot), \omega_2(\cdot) \in \mathcal{C}(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R})$, so dass für beliebige $t \geq 0$ das Folgende erfüllt ist

$$\begin{aligned} \forall \tilde{\omega}(\cdot) \in \mathcal{C}([0, t]; \mathbb{R}): & \quad \omega_1|_{[0, t]} = \tilde{\omega} = \omega_2|_{[0, t]} \quad \text{und} \\ \exists \delta, \tau > 0 \forall s \in [t, t + \tau]: & \quad \omega_1(s), \omega_2(s) \in [\tilde{\omega}(t) - \delta, \tilde{\omega}(t) + \delta] \end{aligned} \quad (25.30)$$

und definiere die Konstante

$$M := \max_{s \in [0, t]} |\tilde{\omega}(s)| + \delta.$$

Für den Anfangswert $\vartheta^0 \in \mathbb{R}$ bezeichnen wir die zugehörigen Lösungen des Anfangswertproblems (25.13) mit

$$\vartheta_1(\cdot) := \vartheta(\cdot, \vartheta^0, \omega_1(\cdot)) \quad \text{und} \quad \vartheta_2(\cdot) := \vartheta(\cdot, \vartheta^0, \omega_2(\cdot)).$$

Aufgrund von (25.16) sind die Lösungen $\vartheta_1(\cdot)$ und $\vartheta_2(\cdot)$ global definiert und gleichmäßig beschränkt auf $\mathbb{R}_{\geq 0}$. Mithilfe von (25.30), lässt sich analog zu Schritt 1 zeigen, dass $\vartheta_1(\alpha) = \vartheta_2(\alpha)$ für alle $\alpha \in [0, t]$. Für das Kompaktum

$$\mathfrak{C} := [-M, M] \times \left[-\max\{u_S/\sigma, |\vartheta^0|\}, \max\{u_S/\sigma, |\vartheta^0|\} \right], \quad (25.31)$$

und für alle $s \in [t, t + \tau]$ gilt somit

$$\begin{aligned} |\vartheta_1(s) - \vartheta_2(s)| & \stackrel{(25.13)}{\leq} \underbrace{|\vartheta_1(t) - \vartheta_2(t)|}_{=0} \\ & \quad + \int_t^s |g_1(\omega_1(\alpha), \vartheta_1(\alpha)) - g_1(\omega_2(\alpha), \vartheta_2(\alpha))| \, d\alpha \\ & \stackrel{(25.29)}{\leq} L_1 \int_t^s (|\omega_1(\alpha) - \omega_2(\alpha)| + |\vartheta_1(\alpha) - \vartheta_2(\alpha)|) \, d\alpha \end{aligned} \quad (25.32)$$

Theorem 1.4 in [1220, S. 5] (eine spezielle Version des Bellman-Gronwall Lemmas) ergibt für alle $s \in [t, t + \tau]$

$$|\vartheta_1(s) - \vartheta_2(s)| \leq L_1 \int_t^s \exp(L_1(s - \alpha)) |\omega_1(\alpha) - \omega_2(\alpha)| \, d\alpha$$

$$\begin{aligned}
&\leq L_1 \max_{s \in [t, t+\tau]} |\omega_1(s) - \omega_2(s)| \int_t^s \exp(L_1(s - \alpha)) \, d\alpha \\
&\leq \max_{s \in [t, t+\tau]} |\omega_1(s) - \omega_2(s)| \left(\exp(L_1(s - t)) - 1 \right) \\
&\leq \left(\exp(L_1\tau) - 1 \right) \max_{s \in [t, t+\tau]} |\omega_1(s) - \omega_2(s)|. \quad (25.33)
\end{aligned}$$

Für \mathfrak{C} wie in (25.31) folgt nun für alle $s \in [t, t + \tau]$

$$\begin{aligned}
|(\mathfrak{L}_{g_0}\omega_1)(s) - (\mathfrak{L}_{g_0}\omega_2)(s)| &\stackrel{(25.17)}{\leq} \sigma |\vartheta_1(s) - \vartheta_2(s)| \\
&\quad + |g_2(\omega_1(s), \vartheta_1(s)) - g_2(\omega_2(s), \vartheta_2(s))| \\
&\stackrel{(25.28), (25.33)}{\leq} \sigma \left(\exp(L_1\tau) - 1 \right) \max_{s \in [t, t+\tau]} |\omega_1(s) - \omega_2(s)| \\
&\quad + L_2 (|\omega_1(s) - \omega_2(s)| + |\vartheta_1(s) - \vartheta_2(s)|) \\
&\stackrel{(25.33)}{\leq} \underbrace{\left[(\sigma + L_2) \left(\exp(L_2\tau) - 1 \right) + L_2 \right]}_{=: c_0} \cdot \max_{s \in [t, t+\tau]} |\omega_1(s) - \omega_2(s)|
\end{aligned}$$

was Eigenschaft (op₃)(b) nachweist. Damit ist der Beweis des Lemmas 25.7 vollständig. \square

Korollar 25.8. *Der reduzierte LuGre Reiboperator $\mathfrak{L}_{g_0}^{\text{red}}$ wie in (25.18) ist Element der Operatorklasse \mathcal{T} .*

Beweis. Für $f_V(\cdot) = 0$ in (25.27) folgt Korollar 25.8 direkt aus Lemma 25.7. \square

25.3 Konsequenzen der dynamischen Reibungsmodellierung

Basierend auf den vorangegangenen Abschnitten lassen sich drei Konsequenzen für die Betrachtung und Analyse von Reibung ableiten. Diese Konsequenzen sollen nun näher erläutert werden.

25.3.1 Stetigkeit des dynamischen Reibmodells

In Abb. 25.15 sind die Reibkennlinien des *statischen* Reibmodells (25.12) und des dynamischen LuGre Reibmodells (25.17) dargestellt. Im Gegensatz zum kinetischen Reibmodell (25.12) weist das LuGre Reibmodell (25.17) *keine* Unstetigkeit

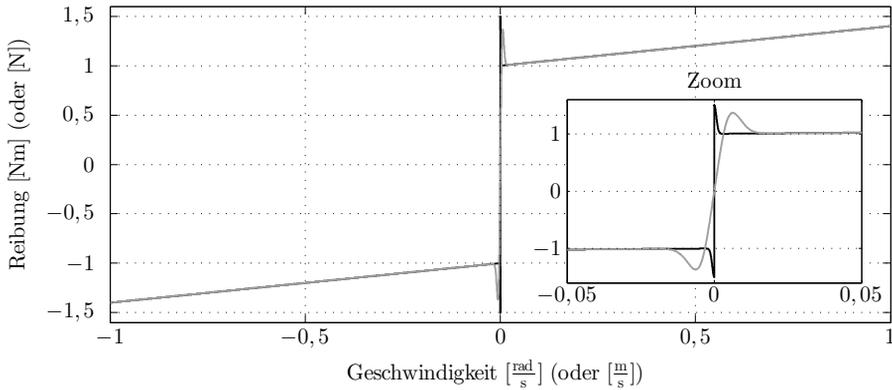


Abb. 25.15: *Simulativer Vergleich²¹ der Reibkennlinien — $\beta(\omega) \operatorname{sign}(\omega) + f_V(\omega)$ des statischen Reibmodells (25.12) und — $\mathfrak{L}_{\vartheta_0}\omega$ des dynamischen LuGre Reibmodells (25.17) (Parametrierung wie in Tab. 25.3).*

im Nullpunkt – also bei Stillstand – auf (siehe auch Zoom in Abb. 25.15). Es bleibt festzuhalten:

Durch die Erkenntnisse der Tribologie wissen wir, dass in Bereich I (siehe S. 1626) eine elastische Verformung stattfindet. Für kleine Beschleunigungskräfte unterhalb der Losbrechkraft verbiegen sich die Oberflächenunebenheiten (siehe Abb. 25.6 (a)) bzw. die Borsten (siehe Abb. 25.6 (b)) wie mikroskopisch kleine Federn. Aufgrund dieser mikroskopisch kleinen Verbiegung kommt es zu einer *nicht-gleitenden Auslenkung*: also einer Relativbewegung zwischen den Teilen A & B in Abb. 25.6. Haftreibung ist daher direkt proportional zum Produkt von Auslenkung und Steifigkeit der Borsten und somit stetig. Dies widerspricht der weitverbreiteten Meinung, dass die Reibkennlinie im Nullpunkt springt. Reibung ist im allgemeinen *stetig* (siehe auch [1219]).

Bemerkung 25.9. *Identifikationsverfahren zeigen jedoch immer wieder, dass im Nullpunkt die identifizierte Reibkennlinie unstetig ist (siehe z.B. Abb. 25.5). Dies liegt an der zu geringen Auflösung der zur Verfügung stehenden Sensorik. Für eine messtechnisch korrekte Detektion der nicht-gleitenden Auslenkung müssen extrem hochauflösende Weg- bzw. Winkelsensoren eingesetzt werden, die bei mechatronischen Aufbauten aufgrund der überproportional hohen Kosten in aller Regel nicht zur Verfügung stehen (siehe auch Abschnitt 25.4.3).*

²¹Die Abbildung wurde durch Zusammenführen zweier Simulationen erzeugt. Als Anregung dienten folgende Verläufe: $\dot{\omega}(t) = -2 \text{ [rad/s}^2\text{]}$ und $\dot{\omega}(t) = 2 \text{ [rad/s}^2\text{]}$ für alle $t \in [0, 0.5] \text{ [s]}$. Jede Simulation wurde mit $\vartheta^0 = 0 \text{ [rad]}$ und $\omega(0) = 0 \text{ [rad/s]}$ initialisiert.

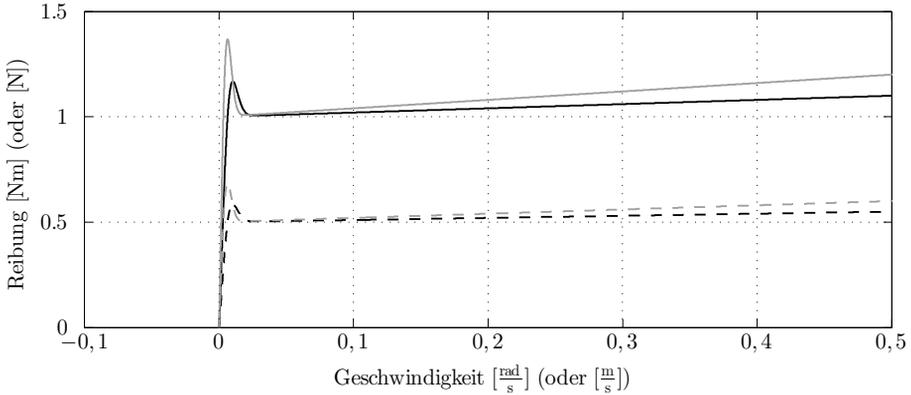


Abb. 25.16: Simulativer Vergleich²² der Reibkennlinien des dynamischen LuGre Reibmodells (25.17) mit $g_r = 2$ (sonstige Parametrierung entsprechend Tab. 25.3): — $\text{graph}(\mathfrak{L}_{\vartheta^0}(\omega/g_r))$, — $\text{graph}(\mathfrak{L}_{\vartheta^0}\omega)$, ---- $\text{graph}(1/g_r \mathfrak{L}_{\vartheta^0}(\omega/g_r))$ und ---- $\text{graph}(1/g_r \mathfrak{L}_{\vartheta^0}\omega)$.

25.3.2 Umrechnen zwischen motor- und lastseitiger Reibung

Reibung, im Allgemeinen und insbesondere das allgemeine LuGre Reibmodell (25.18) und das vereinfachte LuGre Reibmodell (25.18) sind nichtlinear und dynamisch, daher ist für eine korrekte Reibmodellierung bei Ein-Massen-System (25.2), (25.3) und Zwei-Massen-System (25.4), (25.5) die Berücksichtigung von motor- und lastseitigen Reibeinflüssen zwingend *notwendig*.

Für das Ein-Massen-System (25.2), (25.3) oder das Zwei-Massen-System (25.4), (25.5) mit Getriebeübersetzungen $g_r \neq 1$ ist eine Umrechnung von last- auf motorseitige Reibung (oder vice versa) im Allgemeinen *nicht* zulässig. Diese Behauptung lässt sich direkt anhand des allgemeinen LuGre Reiboperators (25.17) zeigen, denn es gilt

$$\forall \omega(\cdot) \in \mathcal{C}(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R}) \forall g_r \neq 1: \quad (\mathfrak{L}_{\vartheta^0}(\omega/g_r))(\cdot) \neq 1/g_r (\mathfrak{L}_{\vartheta^0}\omega)(\cdot).$$

Ersetzen von $\mathfrak{L}_{\vartheta^0}$ durch $\mathfrak{L}_{\vartheta^0}^{\text{red}}$ in obiger Gleichung zeigt, dass auch für den reduzierten LuGre Reiboperator (25.18) ein Umrechnen *nicht* zulässig ist. Dieser Sachverhalt wird in Abb. 25.16 illustriert. Weder der anfängliche Verlauf mit Stribeck-Kurve noch die Änderung der Reibung über die lineare Zunahme der Geschwindigkeit sind für die vier dargestellten Graphen gleich.

Zusätzlich lässt sich für Zwei-Massen-Systeme der From (25.4), (25.5) zeigen, dass motor- bzw. lastseitige Reib- oder Störeinflüsse nicht ohne Weiteres auf die

²²Als Anregung diente folgender Winkelgeschwindigkeitsverlauf: $\dot{\omega}(t) = 2 \text{ [rad/s}^2]$ für alle $t \in [0, 0.5] \text{ [s]}$. Die Simulation wurde mit $\vartheta^0 = 0 \text{ [rad]}$ und $\omega(0) = 0 \text{ [rad/s]}$ initialisiert.

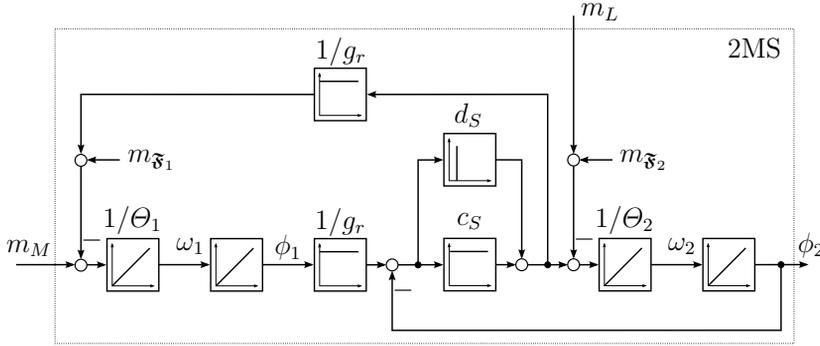


Abb. 25.17: Zwei-Massen-System (25.4), (25.5) ohne Aktor, Sensorik und nichtlineare Reibeinflüsse aber mit Störungen $m_{\mathfrak{F}_1}$ und $m_{\mathfrak{F}_2}$ auf Motor- bzw. Lastseite.

entsprechend andere Seite umgerechnet werden dürfen. Hierzu betrachten wir den vereinfachten Signalfussplan eines linearen Zwei-Massen-Systems in Abb. 25.17. Das lineare Zwei-Massen-System wird auf der Motorseite durch $m_{\mathfrak{F}_1}$ und auf der Lastseite durch $m_{\mathfrak{F}_2}$ gestört. Um den *dynamischen* Einfluss der Störungen $m_{\mathfrak{F}_1}$ und $m_{\mathfrak{F}_2}$ auf die Abtriebswinkelgeschwindigkeit ω_2 zu bestimmen, berechnen wir zunächst die beiden Übertragungsfunktionen

$$F_{m_{\mathfrak{F}_1}}(s) := \frac{\omega_2(s)}{m_{\mathfrak{F}_1}(s)} = (0, 0, 1, 0) (s\mathbf{I}_4 - \mathbf{A})^{-1} \text{col}_1(\mathbf{B}_L)$$

$$\stackrel{(25.4),(25.5)}{=} -\frac{1/g_r}{s \left(\Theta_1 + \frac{\Theta_2}{g_r^2} \right)} \frac{1 + s \frac{d_S}{c_S}}{s^2 \frac{\Theta_1 \Theta_2}{c_S \left(\Theta_1 + \frac{\Theta_2}{g_r^2} \right)} + s \frac{d_S}{c_S} + 1} \quad (25.34)$$

und

$$F_{m_{\mathfrak{F}_2}}(s) := \frac{\omega_2(s)}{m_{\mathfrak{F}_2}(s)} = \frac{\omega_2(s)}{m_L(s)} = (0, 0, 1, 0) (s\mathbf{I}_4 - \mathbf{A})^{-1} \text{col}_2(\mathbf{B}_L)$$

$$\stackrel{(25.4),(25.5)}{=} -\frac{1/g_r^2}{s \left(\Theta_1 + \frac{\Theta_2}{g_r^2} \right)} \frac{s^2 \frac{g_r^2 \Theta_2}{c_S} + s \frac{d_S}{c_S} + 1}{s^2 \frac{\Theta_1 \Theta_2}{c_S \left(\Theta_1 + \frac{\Theta_2}{g_r^2} \right)} + s \frac{d_S}{c_S} + 1}. \quad (25.35)$$

Eine gängige Umrechnung der Form $m_{\mathfrak{F}_1}^* := g_r m_{\mathfrak{F}_1}$ des motorseitigen Störeinflusses auf die Lastseite führt auf

$$\frac{\omega_2(s)}{m_{\mathfrak{F}_1}^*(s)} = \frac{\omega_2(s)}{g_r m_{\mathfrak{F}_1}(s)} \stackrel{(25.34)}{=} -\frac{1/g_r^2}{s \left(\Theta_1 + \frac{\Theta_2}{g_r^2} \right)} \frac{1 + s \frac{d_S}{c_S}}{s^2 \frac{\Theta_1 \Theta_2}{c_S \left(\Theta_1 + \frac{\Theta_2}{g_r^2} \right)} + s \frac{d_S}{c_S} + 1}$$

$$= \frac{1}{g_r} F_{m_{\mathfrak{F}_1}}(s) \stackrel{(25.35)}{\neq} F_{m_{\mathfrak{F}_2}}(s),$$

was zeigt, dass die Umrechnung $m_{\mathfrak{F}_1}^* := g_r m_{\mathfrak{F}_1}$ nicht allgemein gültig ist.

Nur für eine steife Kopplung, d.h. $c_S \rightarrow \infty$, gilt

$$\lim_{c_S \rightarrow \infty} \frac{1}{g_r} F_{m_{\mathfrak{F}_1}}(s) = \lim_{c_S \rightarrow \infty} F_{m_{\mathfrak{F}_2}}(s) = -\frac{1/g_r^2}{s \left(\Theta_1 + \frac{\Theta_2}{g_r} \right)}.$$

25.3.3 Starre und elastische Antriebssysteme mit LuGre Reibung

Die LuGre Reibmodelle (25.17) und (25.18) lassen sich kompakt als Operatoren darstellen. Um diese kompakte Darstellung auch für die Modellierung des starren Ein-Massen-Systems (25.2), (25.3) bzw. des elastischen Zwei-Massen-Systems (25.4), (25.5) zu nutzen, sollen die noch nicht näher spezifizierten Reibeffekte $\mathfrak{F}_1\omega_1$ und $\mathfrak{F}_2\omega_2$ mithilfe des einfachen LuGre Reibmodells (25.18) explizit modelliert werden.

Hierzu setzen wir

$$\mathfrak{F}_1\omega_1 := \nu_1\omega_1 + \mathfrak{L}_1^{\text{red}}\omega_1 \quad \text{und} \quad \mathfrak{F}_2\omega_2 := \nu_2\omega_2 + \mathfrak{L}_2^{\text{red}}\omega_2$$

jeweils in (25.2) und (25.4) ein. $\nu_1 > 0$ [Nms/rad] und $\nu_2 > 0$ [Nms/rad] stellen die viskosen Reibkoeffizienten auf Motor- bzw. Lastseite dar. Die Operatoren $\mathfrak{L}_1^{\text{red}}$ und $\mathfrak{L}_2^{\text{red}}$ sind jeweils durch den reduzierten LuGre Reiboperator $\mathfrak{L}_{\theta^0}^{\text{red}}$ aus (25.18) gegeben, aber unterschiedlich parametrisiert, um unterschiedliche Reibcharakteristiken auf Motor- und Lastseite darstellen zu können. Man erhält folgende kompakte Modellierung für das Ein-Massen-System mit LuGre Reibung.

Das starre Ein-Massen-System (25.2), (25.3) mit einfachem LuGre Reibmodell (25.18) ist gegeben durch

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \mathbf{x}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b} \text{sat}_{\hat{u}_A}(u(t) + u_A(t)) + \mathbf{B}_L \begin{pmatrix} (\mathfrak{L}_1^{\text{red}}\omega)(t) \\ m_L(t) + (\mathfrak{L}_2^{\text{red}} \frac{\omega}{g_r})(t) \end{pmatrix}, \\ y(t) &= \mathbf{c}^\top \mathbf{x}(t), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}^0 \in \mathbb{R}^2 \end{aligned} \right\}$$

wobei

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} -\frac{\nu_1 + \nu_2 / g_r^2}{\Theta} & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} \frac{k_A}{\Theta} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}_L = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\Theta} & -\frac{1}{g_r \Theta} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{c} \in \mathbb{R}^2, \quad \Theta > 0, \\ g_r &\in \mathbb{R} \setminus \{0\}, \quad \nu_1, \nu_2 > 0, \quad \hat{u}_A, k_A > 0, \quad u_A(\cdot), m_L(\cdot) \in \mathcal{L}^\infty(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R}) \quad \text{und} \\ \forall i \in \{1, 2\}: \mathfrak{L}_i^{\text{red}} &:= \mathfrak{L}_{i, \theta^0}^{\text{red}} \quad \text{wie in (25.18) mit } M_{\mathfrak{L}_i^{\text{red}}} := M_{\mathfrak{L}_{i, \theta^0}^{\text{red}}} \quad \text{aus (25.19)}. \end{aligned} \right\} \tag{25.36}$$

Für das Zwei-Massen-System ergibt sich analog folgende Modellierung.

Das elastische Zwei-Massen-System (25.4), (25.5) mit einfachem LuGre Reibmodell (25.18) ist gegeben durch

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt} \mathbf{x}(t) &= \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{b} \operatorname{sat}_{\hat{u}_A}(u(t) + u_A(t)) + \mathbf{B}_L \begin{pmatrix} (\mathfrak{L}_1^{\text{red}} \omega_1)(t) \\ m_L(t) + (\mathfrak{L}_2^{\text{red}} \omega_2)(t) \end{pmatrix}, \\ y(t) &= \mathbf{c}^\top \mathbf{x}(t), \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}^0 \in \mathbb{R}^4 \end{aligned} \right\}$$

wobei

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -\frac{d_S + g_r^2 \nu_1}{g_r^2 \Theta_1} & -\frac{c_S}{g_r^2 \Theta_1} & \frac{d_S}{g_r \Theta_1} & \frac{c_S}{g_r \Theta_1} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{d_S}{g_r \Theta_2} & \frac{c_S}{g_r \Theta_2} & -\frac{d_S + \nu_2}{\Theta_2} & -\frac{c_S}{\Theta_2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} \frac{k_A}{\Theta_1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B}_L = \begin{bmatrix} \frac{-1}{\Theta_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{\Theta_2} \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$\mathbf{c} \in \mathbb{R}^4$, $\Theta_1, \Theta_2 > 0$, $d_S, c_S > 0$, $\nu_1, \nu_2 > 0$, $g_r \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $\hat{u}_A, k_A > 0$,

$u_A(\cdot) \in \mathcal{L}^\infty(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R})$, $m_L(\cdot) \in \mathcal{L}^\infty(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R})$ und $\forall i \in \{1, 2\}$:

$\mathfrak{L}_i^{\text{red}} := \mathfrak{L}_{i, \vartheta^0}^{\text{red}}$ wie in (25.18) mit $M_{\mathfrak{L}_i^{\text{red}}} := M_{\mathfrak{L}_{i, \vartheta^0}^{\text{red}}}$ aus (25.19).

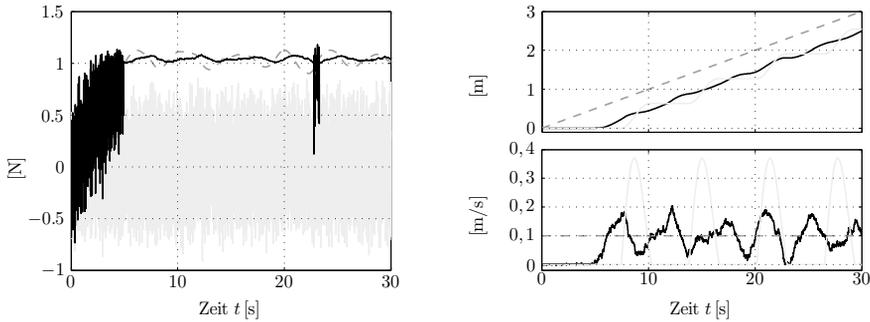
(25.37)

Man beachte, dass, sowohl für Ein-Massen-System (25.36) als auch für Zwei-Massen-System (25.37), die viskosen Reibkoeffizienten ν_1 und ν_2 in die Systemmatrix \mathbf{A} eingebettet sind und somit eine Analyse der *unbeschränkten* viskosen Reibeffekte durch lineare Methoden möglich wird. Die dynamischen Reibeffekte – kompakt mithilfe der Operatoren $\mathfrak{L}_1^{\text{red}}$ und $\mathfrak{L}_2^{\text{red}}$ modelliert – sind nach (25.19) *beschränkt* und wirken als nichtlineare, global beschränkte Perturbationen (=Zustandsstörungen) auf die mechatronischen Systeme.

25.4 Regelung von Antriebssystemen mit dynamischer Reibung

Reibung stellt eine der größten Herausforderungen für Bewegungssteuerungsaufgaben mit hoher bis sehr hoher Regelgüte dar. In vielen Fällen verschlechtern Reibeffekte die erreichbare Regelgüte in drehzahl- oder positionsgeregelten Antriebssystemen drastisch. Für hochgenaue Positionieraufgaben muss v.a. Stick-Slip bestmöglich unterdrückt werden. Prinzipiell existieren drei Herangehensweisen, um Reibeffekte zu reduzieren:

- die gezielte Störung des Stellsignals durch Einprägen von zusätzlichem Rauschen (engl. dither signals): Das mechanische System kommt nicht zur Ruhe. Stick-Slip tritt nicht mehr auf. Bei einigen Anwendungen ist jedoch ein dauerhaftes „Zittern“ der Mechanik unerwünscht (siehe z.B. [1267]);



(a) — Reibung ($\mathfrak{L}_{\mathcal{D}_0} \dot{x}(\cdot)$), --- Rückstellkraft $c_S(v_S \cdot -x(\cdot))$ der Feder und — Rauschen $n(\cdot)$ auf der Rückstellkraft

(b) oben: Positionen — $x(\cdot)$, --- $x_S(\cdot)$ und — $x(\cdot)$ aus Experiment 3 (mit Stick-Slip);
unten: Geschwindigkeiten — $\dot{x}(\cdot)$, --- $v_S(\cdot)$ und — $\dot{x}(\cdot)$ aus Experiment 3 (mit Stick-Slip).

Abb. 25.18: Wiederholung von Experiment 3 (Parametrierung $m = 1$ [kg], $c_S = 2$ [N/m] und $v_S = 0.1$ [m/s])—Simulationsergebnisse: Ein zusätzliches Rauschsignal $n(\cdot) \in \mathcal{L}^\infty(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R})$ auf der Rückstellkraft $c_S(v_S \cdot -x(\cdot)) + n(\cdot)$ reduziert Stick-Slip drastisch.

- hohe Reglerverstärkungen: Diese führen zu einem „steifen Regelkreis“ (siehe u.a. [1219, 1226, 1234]) und erlauben die Auswirkungen von Stick-Slip auf sehr einfache Weise zu reduzieren. Dieser Ansatz führt unter Umständen auf eine nicht tolerierbare hohe Rauschempfindlichkeit des Regelkreises und ist daher nicht in jedem Fall einsetzbar;
- der Einsatz von modellbasierten Verfahren zur Reibungskompensation (siehe z.B. [1223, 1236–1239, 1256, 1257, 1259, 1263, 1288, 1289] und [1278, Abs. 5.7.2, 10.6 & 12.4.1]): Solche Verfahren erzielen die besten Ergebnisse, gehen aber mit einem erheblichen Implementierungsaufwand (Modellierung, Identifikation, Parametrierung, etc.) einher. Darüber hinaus korreliert die Güte der Reibungskompensation mit der Güte des Aktors (v.a. mit der Schnelligkeit seiner Dynamik, siehe [1279]).

Diese drei Herangehensweisen sollen nun näher diskutiert werden.

25.4.1 Einprägen von zusätzlichem Rauschen (engl. dither signals)

Um den positiven Einfluss von zusätzlich eingepprägtem Rauschen (engl. dither signal) zu verdeutlichen, soll Experiment 3 (siehe S. 25.2.4) in leicht abgeänderter Form wiederholt werden.

Hierzu wird wieder der Aufbau aus Abb. 25.10 (c) betrachtet. Der resultierenden Federkraft $c_S(v_S \cdot -x(\cdot))$ wird zusätzlich ein Rauschsignal $n(\cdot) \in \mathcal{L}^\infty(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R})$ additiv überlagert, d.h. die Dynamik (25.22) von Experiment 3 ist nun in leicht abgewandelter Form gegeben durch

$$\ddot{x}(t) = \frac{1}{m} \left(\underbrace{c_S(v_S t - x(t))}_{=x_S(t)} + \underbrace{n(t)}_{\text{Rauschen}} - (\mathfrak{L}_{\vartheta^0} \dot{x})(t) \right), \quad (x(0), \dot{x}(0)) = (0, 0). \tag{25.38}$$

Als Rauschen wird das in Abb. 25.18 (a) mit — dargestellte Signal $n(\cdot)$ eingepreßt. $n(\cdot)$ ist beschränkt mit $\|n\|_\infty < 1$ [N] und somit kleiner als Coulomb- und Haftreibungsniveau des LuGre-Reibmodells (25.17) (siehe Tab. 25.3).

In Abb. 25.18 sind die Simulationsergebnisse *mit* und *ohne* Rauschen über der Zeit aufgetragen. Im Gegensatz zur Position — $x(\cdot)$ des ursprünglichen Experiments 3 *ohne* Rauschen steigt *mit* Rauschen die Position — $x(\cdot)$ nahezu linear an (siehe Abb. 25.18 (b) oben). Die Geschwindigkeit — $\dot{x}(\cdot)$ verharrt kaum mehr bei Null im Gegensatz zu — $\dot{x}(\cdot)$ des ursprünglichen Experiments (siehe Abb. 25.18 (b) unten). Lediglich bei ≈ 23 [s] ist die Geschwindigkeit $\dot{x}(\cdot)$ kurzzeitig Null. Die Masse verharrt an ihrer Position. Die Reibkraft $\mathfrak{L}_{\vartheta^0} \dot{x}(\cdot)$ erfährt rapide Änderungen aufgrund der Borstenverbiegung während der nicht-gleitenden Auslenkung.

Zusammenfassend zeigen die Simulationsergebnisse in Abb. 25.18, dass das Einprägen von zusätzlichem Rauschen hilfreich sein und in sehr einfacher Weise die Auswirkungen von Stick-Slip reduzieren kann.

25.4.2 Hohe Reglerverstärkungen

Experiment 4 (siehe S. 1641) hatte gezeigt, dass Reibung zu Hunting bei Regelkreisen mit integralem Anteil führen kann. In [1234] wurde der positive Effekt von hohen proportionalen Reglerverstärkungen auf die Reglerperformanz in Positionsregelkreisen bewiesen. Hohe proportionale Verstärkungen erhöhen die „Steifigkeit“ des Regelkreises und können so auf einfache Weise die Auswirkungen von Hunting (oder Stick-Slip) reduzieren. In diesem Abschnitt soll Experiment 4 in leicht abgewandelter Form wiederholt werden. Zum einen soll zusätzliches Rauschen $n(\cdot) \in \mathcal{L}^\infty(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R})$ über die Vorsteuerung, d.h. $u_F(\cdot) = n(\cdot)$ in (25.23), in den Regelkreis eingebracht werden. Zum anderen soll die proportionale Verstärkung k_P des PID-Reglers (25.23) über seinen ursprünglichen Wert von $k_P = 5$ aus Experiment 4 erhöht werden. Die Simulationsergebnisse sind in Abb. 25.19 zusammengefasst.

Bereits eine Verdopplung der Reglerverstärkung auf $k_P = 10$ führt zu einem Grenzyklus mit deutlich verringerter Amplitude (siehe — $\phi(\cdot)$ in Abb. 25.19(a)). Hunting kann jedoch noch nicht ganz unterdrückt werden, der

Winkel oszilliert noch immer um den konstanten Sollwert $\phi_{\text{ref}}(\cdot) = 3$. Die Stellgröße $u(\cdot)$ besitzt immer noch den typischen dreieckigen Verlauf (siehe — $u(\cdot)$ in Abb. 25.19(b)) aufgrund des Aufintegrierens des konstanten Regelfehlers $\phi_{\text{ref}} - \phi(\cdot)$ während der Intervalle $[3, 43]$ [s] und $[44, 50]$ [s] (siehe Abb. 25.19(a)).

Bei der anfänglichen Reglerverstärkung $k_P = 5$ hat das zusätzliche Einprägen von Rauschen $n(\cdot)$ über die Vorsteuerung $u_F(\cdot) = n(\cdot)$ ebenfalls einen positiven Effekt auf die Reglerperformanz. Die Amplitude des Grenzyklus ist deutlich verkleinert (siehe — $\phi(\cdot)$ in Abb. 25.19(a)). Auch die Stellgröße zeigt kaum noch einen dreieckigen Verlauf (siehe — $u(\cdot)$ in Abb. 25.19(b)).

Abschließend bleibt festzuhalten, dass hohe proportionale Verstärkungen aber auch zusätzliches Rauschen (z.B. in der Vorsteuerung) Hunting in Regelkreisen mit integralem Anteil deutlich reduzieren können.

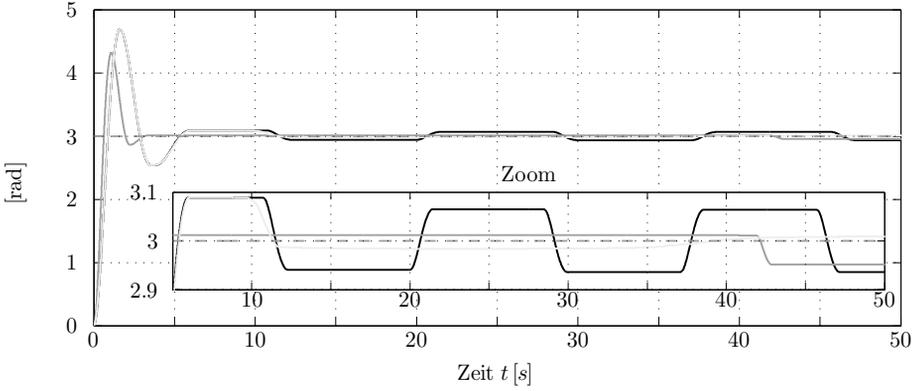
25.4.3 Reibungsidentifikation und -kompensation

Sind das Einprägen von zusätzlichem Rauschen oder das Erhöhen der proportionalen Reglerverstärkung nicht möglich, müssen modellbasierte Verfahren zur Reibungskompensation eingesetzt werden. Für eine ideale Reibungskompensation muss die Reibung *exakt* modelliert und identifiziert und durch eine *ideale* Vorsteuerung oder Störgrößenaufschaltung kompensiert werden. Neben einer sehr genauen Parameteridentifikation (on- oder offline) muss zusätzlich ein Reibmodell entwickelt oder eingesetzt werden, das die Reibeffekte des mechatronischen Systems idealerweise *exakt* darstellen kann.

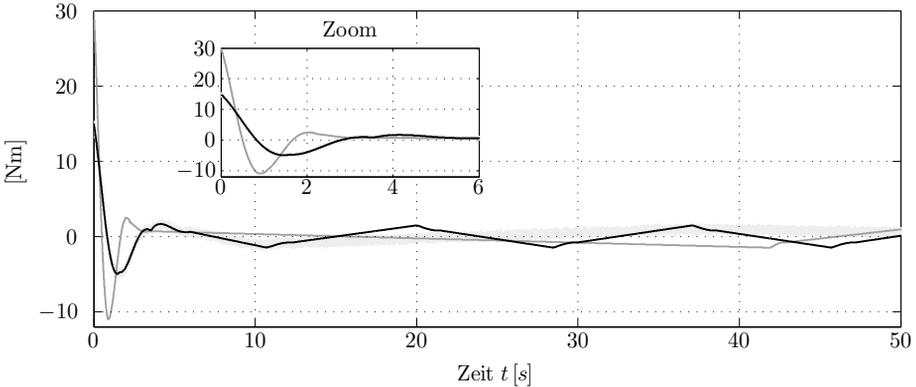
Die Identifikation und Kompensation von Reibung ist eine *nicht* triviale Aufgabe. Für *statische* Reibmodelle wurden bereits etablierte Methoden entwickelt und in der Literatur vorgestellt (siehe [1223, 1236–1239, 1256, 1257, 1259, 1263, 1288, 1289] und [1278, Abs. 5.7.2, 10.6 & 12.4.1]). Für die dynamischen LuGre Reibmodelle (25.17) und (25.18), können einfache Identifikationsverfahren, wie z.B. rekursive Least-Square-Verfahren, *nicht* angewendet werden. Die Parameterabhängigkeit ist nichtlinear. Für die Parameteridentifikation müssen genetische Algorithmen oder Particle-Swarm-Verfahren eingesetzt werden (siehe [1231] bzw. [1291]). In Abhängigkeit von der gewünschten Identifikationsgenauigkeit sind 10-100 Stunden für die Identifikation einzurechnen (siehe [1267]). Insbesondere die Haftreibung u_S und die Stribeck-Geschwindigkeit ω_S sind schwer zu identifizierende Parameter (siehe [1215, S. 44-45]).

Darüber hinaus wird für eine hinreichend exakte Identifikation und Verifikation der LuGre Reibmodelle (25.17) und (25.18) eine hochgenaue Sensorik benötigt. Für einen translatorischen Aufbau liegt die notwendige Auflösung beispielsweise bei $\leq 10^{-7}$ [m] für die Positionsmessung und bei $\leq 10^{-4}$ [m/s] für

die Geschwindigkeitsmessung (siehe [1266, S. 73]).



- (a) Sollwert: --- $\phi_{\text{ref}}(\cdot)$ und Position:
 — $\phi(\cdot)$ für $k_P = 5$ & $n(\cdot) = 0$ (Experiment 4),
 — $\phi(\cdot)$ für $k_P = 10$ & $n(\cdot) = 0$ (höhere Verstärkung als bei Experiment 4) und
 — $\phi(\cdot)$ für $k_P = 5$ & $n(\cdot) \in \mathcal{L}^\infty(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R})$ (Experiment 4 mit Rauschaufschaltung).



- (b) Stellgröße:
 — $u(\cdot)$ für $k_P = 5$ & $n(\cdot) = 0$ (Experiment 4),
 — $u(\cdot)$ für $k_P = 10$ & $n(\cdot) = 0$ (höhere Verstärkung als bei Experiment 4) und
 — $u(\cdot)$ für $k_P = 5$ & $n(\cdot) \in \mathcal{L}^\infty(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R})$ (Experiment 4 mit Rauschaufschaltung).

Abb. 25.19: Wiederholung von Experiment 4 mit der Parametrierung: $m = 1$ [kg], $\phi_{\text{ref}}(\cdot) = 3$ [rad], $k_D = 2$ [Nms/rad] und $k_I = 5$ [Nm/(rad s)] (k_P und u_F werden für jeden Versuch gesondert angegeben)—Simulationsergebnisse: Grenzzyklen (Hunting) können durch eine höhere Verstärkung $k_P = 10 > 5$ (siehe — in (a) und (b)) oder durch Aufschalten von Rauschen $n(\cdot) \in \mathcal{L}^\infty(\mathbb{R}_{\geq 0}; \mathbb{R})$ mit $u_F(\cdot) = n(\cdot)$ (siehe — in (a) und (b)) reduziert werden.

Des Weiteren korreliert, ähnlich zu der Reibungskompensation mithilfe statischer Reibmodelle, die Qualität der dynamischen Reibungskompensation mit der Güte des Aktors (entscheidend ist eine schnelle Kraft- bzw. Momentenerzeugung). Der Aktor sollte möglichst ohne Zeitverzögerung die Kompensation auf das mechatronische System aufschalten können (siehe [1267, 1279]).

Abschließend sei nochmals auf die Problematik hinsichtlich der steifen Differentialgleichung hingewiesen (siehe Bemerkung 25.5). Hierdurch erhöht sich der Implementierungsaufwand und die Anforderung an die Zykluszeit des Realzeitsystems deutlich (siehe [1214]).

25.5 Fazit

Die Erkenntnisse der Tribologie haben die Entwicklung von dynamischen Reibmodellen vorangetrieben. Die vorgestellten Lund-Grenoble (LuGre) Reibmodelle — das allgemeine LuGre Reibmodell (25.17) und das vereinfachte LuGre Reibmodell (25.18) mit linearer viskoser Reibung — sind nichtlinear. Die Dynamik der LuGre Reibmodelle steckt in der dynamischen Modellierung (25.13) der Borstenbiegung. Beide LuGre Reibmodelle können die in der Realität entscheidenden Reibeffekte — wie z.B. Stick-Slip, Hunting, nicht-gleitende Auslenkung, Hysterese und Reibungsverzögerung — darstellen. Aus systemtheoretischer Sicht können beide LuGre Reibmodelle kompakt als Operator beschrieben werden. Die LuGre Reiboperatoren bilden stetige Geschwindigkeitsverläufe *stetig* auf (lokal) beschränkte Reibverläufe ab und sind durch die Anfangsauslenkung der Borsten parametrisiert.

Aus der dynamischen Reibungsmodellierung ergeben sich drei wichtige Konsequenzen für die Modellierung und die Analyse von mechatronischen Systemen:

- (i) Reibung ist *stetig*;
- (ii) Eine Umrechnung von motor- auf lastseitige Reibeeinflüsse (oder vice versa) ist im Allgemeinen *nicht* zulässig;
- (iii) Das vereinfachte LuGre Reibmodell (25.18) spaltet sich in einen *linearen aber unbeschränkten viskosen* Reibanteil und einen *nichtlinearen (dynamischen) aber beschränkten* Reibanteil auf. Die linearen viskosen Reibeeinflüsse können in die Systemmatrix des Ein-Massen-Systems (25.36) oder des Zwei-Massen-Systems (25.37) integriert werden. Der dynamische Reibanteil, modelliert mithilfe des reduzierten LuGre Reiboperators in (25.18), stellt eine beschränkte Perturbation der mechatronischen Systeme (25.36) und (25.37) dar.

Ob der Einsatz der LuGre Reibmodelle (25.17) und (25.18) zur modellbasierten Reibungskompensation Vorteile gegenüber der Reibungskompensation

mithilfe von statischen Reibmodellen mit sich bringt, muss in Zukunft noch tiefergehend untersucht werden. Schwierigkeiten beim industriellen Einsatz der LuGre Reibmodelle zur Reibungskompensation sind vor allem bei der *zeitintensiven* Parameteridentifikation und der *rechenintensiven* Implementierung zu erwarten (siehe Abschnitt 25.4.3). Zum einen werden für die Identifikation hohe Anforderungen an die zur Verfügung stehende Sensorik gestellt (um überhaupt nicht-gleitende Auslenkungen detektieren zu können) und es sind lange Identifikationsdauern zu erwarten. Zum anderen muss bei der Implementierung des LuGre Reibmodells, aufgrund der sehr großen Werte bei der Borstensteifigkeit, mit einer steifen Differentialgleichung und somit mit sehr kleinen Zykluszeiten gerechnet werden.

Abschließende Überlegungen des Herausgebers:

Wie in diesem Beitrag erläutert wurde, ist das LuGre Reibungsmodell stetig. Dies bedeutet, es kann in nichtlinearen Systemen mit Reibung vorteilhaft für die exakte Eingangs-/Ausgangs-Linearisierung — siehe [71, Kap. 12.4] — verwendet werden. Hierbei ist zu beachten, dass der Zustand der gemittelten Borstenbiegung physikalisch nicht messbar ist. Jedoch könnten die Erkenntnisse der Tribologie in der Art genutzt werden, um einen stetigen Zusammenhang zwischen Relativgeschwindigkeit und Reibungskraft/-moment zu approximieren, so dass eine Eingangs-/Ausgangs-Linearisierung realisierbar wird.

Das Verfahren der Eingangs-/Ausgangs-Linearisierung ermöglicht es, nichtlineare Systeme so zu transformieren, dass der nichtlineare Einfluss kompensiert und nun das lineare System mit linearen Methoden optimiert werden kann [71, Kap. 12.4.2]. Die Problematik beim LuGre Reibungsmodell sind erstens die aufwändige Sensorik, um die Parameter zu bestimmen und zweitens die Dauer zur Bestimmung der Parameter, wobei die Zulässigkeit der Materialbeanspruchung und die Konstanz der Parameter vorausgesetzt werden. Bezugnehmend auf die Dauer zur Bestimmung der Parameter und deren Konstanz können Einschränkungen bestehen, wenn sich beispielsweise die Temperatur des Schmiermittels ändert. Eine on-line Nachführung der Parameter aufgrund der Temperatur des Schmiermittels beispielsweise während des Betriebszyklus ist kaum zu erreichen. Die Erfassung des Verschleißes während des Betriebszyklus ist weiterhin eine offene Frage.

Das Verfahren des „Nichtlinearen Beobachters“, siehe Kapitel 19.5 in diesem Buch und in [71, Kap. 5 und 5.7], ermöglicht dagegen eine sehr schnelle Bestimmung der Reibung sowohl während eines Tests als auch im Betriebszyklus, ist somit on-line fähig. Das in den Versuchen in [71, Kap. 5.7] angesetzte Reibungsmodell war nicht stetig und ist daher nicht geeignet für die exakte Eingangs-/Ausgangs-Linearisierung. Ein linearer, sehr steiler Übergang im „Haftbereich“ um die Drehzahl Null ist aber ebenso möglich. Dieser Ansatz kann mit dem Lu-Gre Reibungsmodell verglichen und an dieses adaptiert werden.

POD zur Optimalsteuerung linearer partieller Differentialgleichungen

Prof. S. Volkwein, Konstanz

26.1 Einleitung

Viele Vorgänge in den Naturwissenschaften, in den Ingenieurwissenschaften, aber auch in den Wirtschaftswissenschaften und in medizinischen Anwendungen lassen sich durch Systeme von partiellen Differentialgleichungen beschreiben. Diese Differentialgleichungssysteme sind in der Regel nichtlinear, gekoppelt und beinhalten oft sehr viele Parameter(-funktionen), die geeignet zu wählen sind, um zu garantieren, dass die realen Prozesse hinreichend genau nachgebildet werden. Da meistens nicht alle Parameter bekannt oder messbar sind, werden oft Methoden der *Parameterschätzung* eingesetzt. Diese Verfahren benötigen in der Regel viele Simulationen des gegebenen Differentialgleichungssystems. In anderen Anwendungen möchte man die Systeme partieller Differentialgleichungen durch eine Steuerung so beeinflussen, dass ein gewünschtes Verhalten erzeugt wird. Dieses führt auf ein sogenanntes *Optimalsteuerungsproblem*, das das Lösen von einer nichtlinearen Optimierungsaufgabe erfordert, bei der das Differentialgleichungssystem als Nebenbedingung auftritt. Will man noch Störungen in den Daten beziehungsweise im Modell berücksichtigen, so sind *Rückkopplungs-* oder *Feedbacksteuerungen* zu berechnen, was das Lösen mehrerer Optimierungsprobleme erfordert. Alle diese Aufgabenstellungen führen bei der Verwendung klassischer Diskretisierungsverfahren (wie zum Beispiel die Finite-Elemente-, Finite-Differenzen- oder Finite-Volumen-Methode) auf sehr hochdimensionale, nichtlineare diskrete Probleme, deren numerische Behandlung sehr aufwendig beziehungsweise derzeit noch nicht möglich ist (als Beispiel sei hier die Feedbacksteuerung mit der Hamilton-Jacobi-Bellman-Gleichung genannt). Aus diesem Grund sind unterschiedliche Techniken der Modellreduktion entwickelt worden, um hochdimensionale Optimalsteuerprobleme durch niedrigdimensionale zu approximieren, die mit weniger Aufwand (oder überhaupt) numerisch lösbar sind. Heute existiert eine Reihe erfolgreicher Techniken der Modellreduktion wie *Balanced Truncation*, *Moment Matching*, *Reduced-Basis-Methode* oder *Proper Orthogonal Decomposition (POD)*, die im Weiteren kurz beschrieben werden.

Am flexibelsten ist wahrscheinlich POD, eine in der Praxis sehr häufig angewendete Methode. POD kann man auch bei nichtlinearen Gleichungen bzw. bei linearen Evolutionsgleichungen mit zeitabhängigen Koeffizienten einsetzen, während Balanced Truncation und Moment Matching derzeit mehr oder weniger nur lineare Probleme mit konstanten Koeffizienten zulassen. Andererseits existieren zu den zuerst genannten Methoden zuverlässige A-priori-Fehlerschätzer, während POD unter dem Ruf leidet, wegen der am Anfang zur Gewinnung von Snapshots willkürlich gewählten Steuerfunktion von heuristischer Natur zu sein. Dieser Mangel an zugehöriger Analysis ist ein Nachteil für die Akzeptanz von POD unter Mathematikern, während Ingenieure oft davon Gebrauch machen. Aufgrund neuerer Ergebnisse [1347, 1383, 1387, 1390] ist es aber möglich, mit A-posteriori-Abschätzungen die Qualität berechneter suboptimaler Steuerungen abzuschätzen.

Im Folgenden werden die genannten Techniken kurz beschrieben, wobei nur wenige der zahlreichen zur Thematik erschienenen Arbeiten zitiert werden können.

Eine oft verwendete Methode zur Reduktion hochdimensionaler Systeme ist das *Moment-Matching-Verfahren*, siehe zum Beispiel in [1322, 1324]. Bei dieser Technik wird das dynamische System auf Krylov-Unterräume projiziert, wobei die Krylov-Unterräume durch Arnoldi- oder Lanczos-Verfahren bestimmt werden. Da hierbei nur Matrix-Vektor-Multiplikationen notwendig sind, ist diese Modellreduktion sehr effizient bei hochdimensionalen, dünnbesetzten Systemen, siehe zum Beispiel [1321]. Nachteil der Moment-Matching-Methode ist allerdings, dass Stabilität und Passivität des dynamischen Systems bei der Modellreduktion verloren gehen können. Ferner gibt es derzeit keine globalen Fehlerschätzer [1302, 1332].

Eine weitere, sehr gut analysierte Methode ist *Balanced Truncation* [1326, 1394]. Dieses Verfahren verwendet die Lösungen zweier Lyapunov-Gleichungen, die sogenannten Controllability und Observability Gramians. Bei Balanced Truncation wird das dynamische System in eine balanzierte Form gebracht, so dass die genannten Gramschen Matrizen von Diagonalgestalt und identisch sind. Zustände, die schwer anzusteuern oder zu beobachten sind, werden vernachlässigt. Der Vorteil des Verfahrens ist, dass beim reduzierten dynamischen System die asymptotische Stabilität erhalten bleibt. Ferner gibt es A-priori-Fehlerschätzer. Neulich ist Balanced Truncation auch auf Deskriptorsysteme erweitert worden, siehe zum Beispiel in [1364, 1384] und [1334].

Sowohl Moment Matching als auch Balanced Truncation verwenden keine Snapshots, die mehr oder weniger beliebig gewählt werden müssen. Einen Überblick über Verfahren der Modellreduktion findet man beispielsweise in [1296, 1378]. Allerdings ist derzeit die Anwendung beider Methoden auf lineare, zeitinvariante dynamische Systeme beschränkt. Für zeitvariante oder nichtlineare Probleme sind beide Techniken nicht direkt anwendbar. Es gibt Ansätze, zeitvariante Modelle durch stückweise zeitinvariante zu approximieren, aber diese befinden sich noch in einer Anfangsphase, siehe beispielsweise [1304]. Allerdings

sind die Fehlerschätzer für *beliebige* anwendbare Steuerfunktionen einsetzbar. Die beiden Methoden sind also nicht fokussiert auf einen Optimierungsaspekt, sondern weitreichender angelegt.

Die Anwendung von *Reduced-Basis-Methoden* auf zeitvariante nichtlineare Systeme, insbesondere Optimalsteuerprobleme gewinnt derzeit ein zunehmendes Interesse [1316, 1327, 1365]. Diese Verfahren basieren auf einer Projektion des dynamischen Systems auf Unterräume, die von Basisfunktionen aufgespannt werden, die selbst Lösungen des dynamischen Systems zu gewissen Zeitpunkten und/oder zu gewissen Parameterwerten sind. Der wesentliche Unterschied zu Finite-Element-Verfahren ist, dass die Finite-Elemente-Basisfunktionen keine Informationen über die Charakteristiken und Eigenschaften des zu approximierenden dynamischen Systems enthalten. Die Basisfunktionen von Reduced-Basis-Methoden, wie sie etwa in [1328, 1367] und [1309, 1333, 1345] entwickelt worden, enthalten Informationen des dynamischen und/oder parameterabhängigen Systems unter Einfluss von erwarteten Steuerungen.

POD ist die zur Zeit wohl am meisten verwendete Modellreduktionsmethode für zeitvariante oder nichtlineare Systeme, wobei sich die zugehörigen Basisfunktionen aus Lösungen des dynamischen Systems zu gewissen Zeitpunkten und/oder Parameterwerten ergeben. Diese Lösungen werden *Snapshots* genannt. Aufgrund der möglichen linearen (oder beinahe linearen) Abhängigkeit der Lösungen ist die Verwendung der Snapshots als Basisfunktionen eventuell ungeeignet. Aus diesem Grund wird eine Singulärwertzerlegung einer gewissen Korrelationsmatrix durchgeführt und die zugehörigen verallgemeinerten Eigenfunktionen werden als Basis verwendet. Diese Basis wird POD-Basis genannt. POD wird in vielen Gebieten erfolgreich eingesetzt, z.B. in der Signalanalysis und Mustererkennung [1323], Fluidodynamik und kohärente Strukturen [1294, 1298, 1338, 1343, 1361, 1381] und bei inversen Problemen [1303, 1356]. Ferner wurde POD dazu eingesetzt, Steuerungen reduzierter Ordnung zu berechnen [1300]. Die Beziehung zwischen POD und Balanced Truncation wurde in [1355, 1373, 1393] untersucht. Eine Fehleranalyse für nichtlineare, n -dimensionale dynamische Systeme (ohne Berücksichtigung von für die Optimalsteuerung wichtigen Aspekten der Optimierung) wurde in [1369] durchgeführt. Weiter wurde in [1299] die sogenannte Missing-Point-Technik für Modellreduktionsverfahren entwickelt, um nichtlineare Terme bei n -dimensionalen dynamischen Systemen effizient auszuwerten.

Im Unterschied zu Balanced Truncation besitzt die POD-Methode keine numerisch verwendbaren A-priori-Fehlerschranken. Mit [1341] und [1331, Theorem 4.17] liegen zwar Resultate für eine A-Priori-Analyse vor, aber eine Konvergenzrate kann nur unter dem Verwenden der exakten (unbekannten) optimalen Steuerung hergeleitet werden. Auf Grund einer gewissen Willkür bei der Auswahl der Steuerung zur Berechnung der Snapshots verwundert das auch nicht. Werden die Snapshots nicht aus einem möglichst reichhaltigen Zustandsraum gewählt, dann kann der tatsächliche Fehler zwischen der POD-Lösung und der exakten Lösung der Differentialgleichung sehr groß sein. Auf der anderen Seite

hat die POD-Methode den bereits erwähnten Vorteil, dass sie direkt auf zeitvariante nichtlineare Probleme anwendbar ist. Sind die Snapshots gut gewählt, so besitzt der von der POD-Basis aufgespannte Unterraum relevante Informationen über das System. Das und die direkte Anwendbarkeit der POD-Methode machen diese Technik der Modellreduktion so attraktiv für die praktische Anwendung, obwohl dem Verfahren ein gewisser heuristischer Ansatz innewohnt. Aus diesem Grund sind Schritte zur besseren Kontrolle des auftretenden Fehlers von großem Interesse, insbesondere für die Anwender.

In [1347, 1387] wird eine Fehleranalyse für Optimalsteuerungsprobleme mit linearen beziehungsweise nichtlinearen partiellen Differentialgleichungen und quadratischem Zielfunktional hergeleitet. Hauptresultat ist eine A-posteriori-Fehlerabschätzung aus Sicht der Optimalität: Der Abstand einer suboptimalen, auf der Basis des POD-Modells berechneten Steuerung zur optimalen (exakten und unbekannt) Steuerung kann abgeschätzt werden. Numerische Beispiele zeigen, dass diese Strategie überaus effizient sein kann. Es ist auf diese Weise möglich, das Fehlen eines A-priori-Schätzers für POD-Approximationen zu kompensieren. Außerdem kann die Zahl der verwendeten Snapshots auf der Basis des geschätzten Fehlers vergrößert oder verkleinert werden. Zur Berechnung der Fehlerschranke sind jeweils einmal die unreduzierte Zustandsgleichung und die unreduzierte adjungierte Gleichung zu berechnen.

Der entscheidende erste Gewinn dieser Herangehensweise besteht darin, dass Probleme mit linearen zeitabhängigen Koeffizienten behandelt werden können, wozu die anderen verfügbaren Methoden derzeit noch nicht in der Lage sind. Außerdem wurde so die Analysis des POD-Verfahrens ein Stück weiter gebracht.

In diesem Beitrag konzentrieren wir uns zur Vereinfachung der Darstellung auf linear-quadratische Optimalsteuerprobleme und geben an geeigneter Stelle Hinweise auf Erweiterungen, zu denen Arbeiten in der Literatur vorliegen. Wir gliedern diesen Artikel wie folgt: In Abschnitt 26.2 führen wir die POD-Methode anhand der Wärmeleitungsgleichung vor. Diese Vorgangsweise wird in Abschnitt 26.3 auf linear-quadratische Optimalsteuerprobleme angewendet. In Abschnitt 26.4 stellen wir ein paar Literaturhinweise auf numerische Beispiele zusammen.

26.2 POD am Beispiel der Wärmeleitungsgleichung

26.2.1 Die schwache Formulierung

Worum geht es? In diesem Abschnitt führen wir für unsere Betrachtungen als Beispiel die lineare Wärmeleitungsgleichung ein. Wir sind an einer numerischen Lösung interessiert. Hierfür wenden wir *Galerkin-Methoden* an. Andere Verfahren wie das Finite-Differenzen-Verfahren oder die Finite-Volumen-Methode könnten natürlich auch verwendet werden. Darauf gehen wir hier aber nicht ein. Für die Galerkin-Verfahren benötigen wir die schwache oder variationelle Formulierung

der Wärmeleitungsgleichung (vgl. [1314]). Auf der anderen Seite ermöglichen die Variationsformulierungen einen schwächeren Lösungsbegriff, der für viele Anwendungen ausreichend ist.

Sei $\Omega \subset \mathbb{R}^d$, $d \in \{1, 2, 3\}$, eine offene, beschränkte Menge mit einem Lipschitzstetigen Rand $\Gamma = \partial\Omega$ und Abschluss $\overline{\Omega} = \Omega \cup \Gamma$. Mit $[t_o, t_f] \subset \mathbb{R}$ bezeichnen wir ein gegebenes Zeitintervall mit $0 \leq t_o < t_f$. Wir definieren den Raum-Zeit-Zylinder $Q = (t_o, t_f) \times \Omega$ mit dem Rand $\Sigma = (t_o, t_f) \times \Gamma$. Weiter benötigen wir folgenden vollständigen Funktionenraum:

$$C^{2,1}(\overline{Q}) = \{ \varphi : \overline{Q} \rightarrow \mathbb{R} \mid \varphi, \varphi_t, \varphi_{x_i}, \varphi_{x_i x_j} \text{ sind stetig auf } \overline{Q}, 1 \leq i, j \leq d \}$$

wobei φ_t und φ_{x_i} die partiellen Ableitung von φ nach t beziehungsweise x_i bezeichnen. Ferner steht $\varphi_{x_i x_j}$ für die zweite partielle Ableitungen von φ nach x_i und x_j . Der Ausdruck $\nabla\varphi$ steht für den Gradienten von φ , das heißt, der Gradient $\nabla\varphi(\mathbf{x})$ von φ an der Stelle \mathbf{x} bezeichnet den Zeilenvektor $(\varphi_{x_1}(\mathbf{x}), \dots, \varphi_{x_d}(\mathbf{x})) \in \mathbb{R}^{1 \times d}$.

Als *Zustandsgleichung* betrachten wir die lineare Wärmeleitungsgleichung in der sogenannten *starken* Form: Gesucht ist eine Lösung $y \in Y_1 = C^{2,1}(\overline{Q})$ mit

$$y_t(t, \mathbf{x}) - \operatorname{div}(\lambda(\mathbf{x})\nabla y(t, \mathbf{x})) = f(t, \mathbf{x}), \quad (t, \mathbf{x}) \in Q \quad (26.1a)$$

$$\frac{\partial y}{\partial n}(t, \mathbf{x}) + q(\mathbf{x})y(t, \mathbf{x}) = u(t, \mathbf{x}), \quad (t, \mathbf{x}) \in \Sigma \quad (26.1b)$$

$$y(t_o, \mathbf{x}) = y_o(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Omega \quad (26.1c)$$

In (26.1a) bezeichnet $\lambda = \lambda(\mathbf{x})$ einen örtlich verteilten, positiven Wärmeleitkoeffizient, das heißt, es gibt eine Konstante $\lambda_a > 0$ mit $\lambda(\mathbf{x}) \geq \lambda_a$ für alle $\mathbf{x} \in \overline{\Omega}$. Ferner bezeichnet $f = f(t, \mathbf{x})$ eine verteilte Wärmequelle auf der rechten Seite. In (26.1b) steht $\partial y / \partial n$ für die Normalableitung von y in Richtung der äußeren Normale n an den Rand Γ von Ω . Wir nehmen weiter an, dass $q = q(\mathbf{x})$ eine gegebene verteilte, nicht negative Funktion ist. Wir verzichten hier zur Vereinfachung der Präsentation darauf, dass λ und q auch von t abhängen. Die Variable $u = u(t, \mathbf{x})$ steht für die *Steuerung*. Die Wärmeleitungsgleichung wird also durch eine Randkontrolle gesteuert. Wir wollen annehmen, dass die Steuerungen in der zulässigen Menge

$$U_{\text{ad}} = \left\{ u : \Sigma \rightarrow \mathbb{R} \mid \int_{t_o}^{t_f} |u(t, \mathbf{x})|^2 d\mathbf{x} dt < \infty \text{ and } u_a \leq u \leq u_b \text{ auf } \Sigma \right\}$$

liegen, wobei wir zur Vereinfachung der Darstellung voraussetzen, dass u_a und u_b Konstanten sind mit $u_a < u_b$. Schließlich nehmen wir in (26.1c) an, dass $y_o = y_o(\mathbf{x})$ eine bekannte Wärmeverteilung zur Zeit $t = t_o$ ist.

Angenommen, (26.1) besitzt eine Lösung, die wir als *starke* Lösung bezeichnen. Wir wollen y auf eine Weise beschreiben, die weniger Differenzierbarkeit an y verlangt. Dazu definieren wir den Testraum

$$V_1 = \{ \varphi : \overline{\Omega} \rightarrow \mathbb{R} \text{ ist stetig und einmal stetig differenzierbar auf } \Omega \}$$

Nun multiplizieren wir (26.1a) mit einer beliebigen Testfunktion $\varphi \in V_1$, integrieren über die Menge Ω und erhalten nach Anwendung des Gaußschen Integralsatzes

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} f(t, \mathbf{x})\varphi(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x} \\ &= \int_{\Omega} y_t(t, \mathbf{x}) + \lambda(\mathbf{x})\nabla y(t, x) \cdot \nabla\varphi(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x} - \int_{\Gamma} \frac{\partial y}{\partial n}(t, \mathbf{x})\varphi(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x} \\ &= \int_{\Omega} y_t(t, \mathbf{x}) + \lambda(\mathbf{x})\nabla y(t, x) \cdot \nabla\varphi(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x} + \int_{\Gamma} q(\mathbf{x})y(t, \mathbf{x})\varphi(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x} \\ &\quad - \int_{\Gamma} u(t, \mathbf{x})\varphi(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x} \end{aligned}$$

wobei wir die Randbedingung (26.1b) und die Notation

$$\nabla y(t, x) \cdot \nabla\varphi(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^d \frac{\partial y}{\partial x_i}(t, \mathbf{x}) \frac{\partial\varphi}{\partial x_i}(\mathbf{x}), \quad (t, \mathbf{x}) \in Q$$

verwendet haben. Damit erhalten wir die folgende *schwache* oder *variationelle* Formulierung von (26.1):

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} y_t(t, \mathbf{x}) + \lambda(\mathbf{x})\nabla y(t, x) \cdot \nabla\varphi(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x} + \int_{\Gamma} q(\mathbf{x})y(t, \mathbf{x})\varphi(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x} \\ &= \int_{\Omega} f(t, \mathbf{x})\varphi(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x} + \int_{\Gamma} u(t, \mathbf{x})\varphi(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x} \quad \text{für alle } \varphi \in V_1 \end{aligned} \tag{26.2}$$

Eine Lösung zu (26.1) bezeichnen wir als *variationelle* oder *schwache Lösung*. Wir können (26.2) auch kompakter schreiben, was uns später hilfreich sein wird. Dazu definieren wir die Abbildung

$$a(\varphi, \phi) = \int_{\Omega} \lambda(\mathbf{x})\nabla\varphi(x) \cdot \nabla\phi(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x} + \int_{\Gamma} q(\mathbf{x})\varphi(\mathbf{x})\phi(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x} \quad \text{für } \varphi, \phi \in V_1$$

Offenbar ist die Abbildung $a(\cdot, \cdot)$ linear in beiden Argumenten und wird daher *Bilinearform* genannt. Ferner seien für jede Zeit $t \in [t_o, t_f]$ und jede Steuerung $u \in U_{\text{ad}}$ die linearen Funktionale

$$\langle \mathcal{F}(t), \varphi \rangle = \int_{\Omega} f(t, \mathbf{x})\varphi(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x}, \quad \langle (\mathcal{B}u)(t), \varphi \rangle = \int_{\Gamma} u(t, \mathbf{x})\varphi(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x} \quad \text{für } \varphi \in V_1$$

gegeben. Wir bemerken, dass $\mathcal{B}u$ linear in der Steuerung u ist, denn es gilt

$$\begin{aligned} \langle (\mathcal{B}(u + \tilde{u}))(t), \varphi \rangle &= \int_{\Gamma} (u(t, \mathbf{x}) + \tilde{u}(t, \mathbf{x}))\varphi(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x} \\ &= \int_{\Gamma} u(t, \mathbf{x})\varphi(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x} + \int_{\Gamma} \tilde{u}(t, \mathbf{x})\varphi(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x} = \langle (\mathcal{B}u)(t), \varphi \rangle + \langle (\mathcal{B}\tilde{u})(t), \varphi \rangle \end{aligned} \tag{26.3}$$

Für $y \in Y_1$ und für jedes $\varphi \in V_1$ gilt [1315]

$$\int_{\Omega} y_t(t, \mathbf{x})\varphi(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x} = \int_{\Omega} \frac{d}{dt} (y(t, \mathbf{x})\varphi(\mathbf{x})) \, d\mathbf{x} = \frac{d}{dt} \langle y(t, \cdot), \varphi \rangle_H$$

wobei wir das übliche Skalarprodukt im Raum $H = L^2(\Omega)$ der quadratisch integrierbaren Funktionen verwendet haben:

$$\langle \varphi, \phi \rangle_H = \int_{\Omega} \varphi(\mathbf{x})\phi(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x}$$

Weiter steht der Ausdruck $y(t, \cdot)$ – oder kurz $y(t)$ – für die Funktion y zur Zeit t als Funktion in \mathbf{x} . Nun läßt sich die schwache Formulierung (26.2) wie folgt schreiben:

$$\frac{d}{dt} \langle y(t), \varphi \rangle_H + a(y(t), \varphi) = \langle (\mathcal{F} + \mathcal{B}u)(t), \varphi \rangle \quad \text{für alle } \varphi \in V_1 \quad (26.4)$$

mit $\langle (\mathcal{F} + \mathcal{B}u)(t), \cdot \rangle = \langle \mathcal{F}(t), \cdot \rangle + \langle (\mathcal{B}u)(t), \cdot \rangle$. Ist $y \in Y_1$ eine starke Lösung, so erfüllt y auch die variationelle Formulierung (26.4). Allerdings sind die in (26.4) auftretenden Ableitungen höchstens erster Ordnung. Daher können wir den schwachen Lösbarkeitsbegriff auch wie folgt einführen: Gesucht ist ein $y \in Y_2 = C^1(\overline{Q}) \supset Y_1$, welches (26.4) und $y(t_o) = y_o$ für alle $\mathbf{x} \in \Omega$ erfüllt, wobei wir

$$C^1(\overline{Q}) = \{ \varphi : \overline{Q} \rightarrow \mathbb{R} \mid \varphi, \varphi_t, \varphi_{x_i} \text{ sind stetig auf } \overline{Q}, 1 \leq i, j \leq d \}$$

setzen. Es stellt sich aber heraus, dass die Räume Y_1 und V_1 immer noch zu klein sind. Wir führen daher den *Sobolev-Raum* [1293, 1319]

$$V = \left\{ \varphi \in H \mid \int_{\Omega} \sum_{i=1}^d \left| \frac{\partial \varphi}{\partial x_i}(\mathbf{x}) \right| \, d\mathbf{x} < \infty \right\}$$

ein. Dieser Raum ist ein Hilbertraum mit dem Skalarprodukt

$$\langle \varphi, \phi \rangle_V = \int_{\Omega} \varphi(\mathbf{x})\phi(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x} + \sum_{i=1}^d \int_{\Omega} \frac{\partial \varphi}{\partial x_i}(\mathbf{x}) \frac{\partial \phi}{\partial x_i}(\mathbf{x}) \, d\mathbf{x}$$

In der Literatur wird V auch mit $H^1(\Omega)$ bezeichnet. Unter einer schwachen Lösung der Wärmeleitungsgleichung verstehen wir folgenden Lösungsbegriff: $y(t) \in V$ heißt *schwache* oder *variationelle Lösung* der Wärmeleitungsgleichung, wenn gelten

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle y(t), \varphi \rangle_H + a(y(t), \varphi) &= \langle (\mathcal{F} + \mathcal{B}u)(t), \varphi \rangle \quad \forall \varphi \in V, t \in (t_o, t_f), \\ \langle y(t_o), \phi \rangle_H &= \langle y_o, \phi \rangle_H \quad \forall \phi \in H \end{aligned} \quad (26.5)$$

In [1315] findet man einen Beweis dafür, dass (26.5) eine eindeutige schwache Lösung y besitzt.

26.2.2 Die Finite-Elemente-Methode

Worum geht es? In diesem Abschnitt diskretisieren wir die schwache Formulierung der Wärmeleitungsgleichung. Dazu verwenden wir für die Ortsvariable \mathbf{x} die Finite-Elemente-(FE-)Methode und für die Zeitvariable das implizite Eulerverfahren. Das FE-Verfahren ist zuerst in ingenieurwissenschaftlichen Anwendungen entwickelt worden und verbindet die Analysis mit Methoden der Variationsrechnung. Wir verweisen hier beispielsweise auf das Buch [1395]. Eine mathematische Betrachtung der FE-Methode für elliptische Probleme findet man zum Beispiel in [1306, 1310, 1346, 1382]. Für die hier betrachtete parabolische Wärmeleitungsgleichung verweisen wir auf [1297, 1318, 1385]. Es sei auch auf [1314, Abschnitt 12.4] hingewiesen.

Sei $\{\Omega_i\}_{i=1}^{n_\Omega}$ eine Triangulierung des Gebiets Ω in disjunkte Teilmengen (in der Regel Drei- oder Vierecke) $\Omega_i \subset \Omega$ (zum Beispiel in Intervalle für $d = 1$ oder in Dreiecke für $d = 2$) mit $\bigcup_{i=1}^{n_\Omega} \overline{\Omega}_i = \overline{\Omega}$, wobei $h > 0$ die maximale Seitenlänge der Ω_i 's. Damit wird h kleiner, wenn die Triangulierung verfeinert wird. Wir setzen voraus, dass die Winkel der Triangulierung nach unten durch einen von h unabhängigen positiven Winkel beschränkt sind. Die FE-Methode verwendet endlich-dimensionale Ansatzräume $V^h \subset V$. Diese bestehen aus stückweisen Polynomen über den Partitionen des Gebiets Ω in Elemente wie Dreiecke, Vierecke etc. Wir bezeichnen mit $\{\varphi_i\}_{i=1}^m$ die linear-unabhängigen Finite-Element-Ansatzfunktionen. Dann ist der m -dimensionale Ansatzraum V^h gegeben durch

$$V^h = \left\{ \varphi^h \in V \mid \varphi^h = \sum_{i=1}^m c_i \varphi_i \text{ mit } c_1, \dots, c_m \in \mathbb{R} \right\} = \text{Span} \{ \varphi_1, \dots, \varphi_m \}$$

Offenbar gilt auch $V^h \subset H$. Die FE-Galerkin-Approximation von (26.5) lautet dann wie folgt: Gesucht ist $y^h(t) \in V^h$ für alle $t \in [t_o, t_f]$ mit

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle y^h(t), \varphi \rangle_H + a(y^h(t), \varphi) &= \langle (\mathcal{F} + \mathcal{B}u)(t), \varphi \rangle \quad \forall \varphi \in V^h, t \in (t_o, t_f] \\ \langle y^h(t_o), \varphi \rangle_H &= \langle y_o, \varphi \rangle_H \quad \forall \varphi \in V^h \end{aligned} \tag{26.6}$$

Da $\{\varphi_i\}_{i=1}^m$ eine Basis von V^h bildet, ist (26.6) äquivalent mit der Formulierung: Gesucht ist $y^h(t) \in V^h$ für alle $t \in [t_o, t_f]$, welches für $1 \leq i \leq m$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle y^h(t), \varphi_i \rangle_H + a(y^h(t), \varphi_i) &= \langle (\mathcal{F} + \mathcal{B}u)(t), \varphi_i \rangle, \quad t \in (t_o, t_f] \\ \langle y^h(t_o), \varphi_i \rangle_H &= \langle y_o, \varphi_i \rangle_H \end{aligned} \tag{26.7}$$

löst. Aus der Forderung $y^h(t) \in V^h$ für alle $t \in [t_o, t_f]$ schließen wir, dass es FE-Koeffizienten $y_1^h(t), \dots, y_m^h(t)$ gibt für $t \in [t_o, t_f]$ mit

$$y^h(t, \mathbf{x}) = \sum_{j=1}^m y_j^h(t) \varphi_j(\mathbf{x}) \quad \text{für } (t, \mathbf{x}) \in \overline{Q} \tag{26.8}$$

Setzen wir (26.8) in (26.7) ein, so erhalten wir das folgende m -dimensionale Anfangswertssystem gewöhnlicher Differentialgleichungen:

$$\begin{aligned} M^h(\bar{y}^h)'(t) + A^h\bar{y}^h(t) &= \bar{f}^h(t) + \bar{b}^h(u(t)) \quad \text{für } t \in (t_o, t_f] \\ M^h\bar{y}^h(t_o) &= \bar{y}_o^h \end{aligned} \quad (26.9)$$

In (26.9) ist der m -dimensionale Vektor $\bar{y}^h(t) = (y_i^h(t))_{1 \leq i \leq m}$ der FE-Koeffizienten im FE-Galerkinansatz (26.8) gesucht. Ferner bezeichnen M^h und A^h die Masse- beziehungsweise Steifigkeitsmatrix mit den Komponenten

$$M_{ij}^h = \langle \varphi_j, \varphi_i \rangle_H, \quad A_{ij}^h = a(\varphi_j, \varphi_i) \quad \text{für } 1 \leq i, j \leq m$$

Weiter definieren wir die drei m -dimensionalen Vektoren $\bar{f}^h(t)$, $\bar{b}^h(v)$ mit $v : \Gamma \rightarrow \mathbb{R}$ und \bar{y}_o^h mit den Komponenten

$$f_i^h(t) = \int_{\Omega} f(t)\varphi_i \, d\mathbf{x}, \quad b_i^h(v) = \int_{\Gamma} v\varphi_i \, d\mathbf{x} \quad y_{o,i}^h = \int_{\Omega} y_o\varphi_i \, d\mathbf{x}$$

für die rechte Seite des Differentialgleichungssystems und für die Anfangsbedingung. Aus (26.3) folgt, dass $\bar{b}(t; u)$ linear in der Steuerung u ist. Die Masse- und Steifigkeitsmatrizen sind offenbar symmetrisch. Ferner sind beide Matrizen positiv-definit, das heißt, es gelten

$$\bar{x}^\top M^h \bar{x} > 0 \quad \text{und} \quad \bar{x}^\top A^h \bar{x} > 0 \quad \text{für alle } \bar{x} \in \mathbb{R}^m \setminus \{0\}$$

Hier und im Weiteren steht das Symbol „ \top “ für das Transponieren einer Matrix oder eines Vektors. Symmetrische, positiv-definite Matrizen sind insbesondere invertierbar.

Die Existenz einer eindeutigen Lösung $y^h(t) \in V^h$ für alle $t \in [t_o, t_f]$ des Problems (26.7) folgt mit analogen Argumenten wie für die Existenz einer eindeutigen Lösung y für das kontinuierliche Problem (26.5). Der FE-Fehler $y - y^h$ lässt sich durch Potenzen der maximalen Seitenlänge h abschätzen; vergleiche [1318, 1385].

Zur numerischen Lösung des Anfangswertproblems (26.9) kann man zum Beispiel das *implizite Eulerverfahren* [1314] verwenden. Dazu seien $t_o = t_1 < t_2 < \dots < t_n = t_f$ ein nicht notwendig äquidistantes Zeitgitter in $[t_o, t_f]$ und $\delta t_j = t_j - t_{j-1}$, $2 \leq j \leq n$, die Schrittweiten. Wir setzen $\bar{f}_j^h = \bar{f}^h(t_j)$ für $1 \leq j \leq n$. In Algorithmus 1 haben wir das implizite Eulerverfahren zusammengestellt.

Algorithm 1 (FE-Galerkin mit implizitem Eulerverfahren).**Require:** $\{\delta t_j\}_{j=1}^n$, M^h , A^h , \bar{y}_o^h , $\{\bar{f}_j^h\}_{j=1}^n$, $\{\bar{b}^h(u(t_j))\}_{j=1}^n$, $\{\varphi_i\}_{i=1}^m$.1: Bestimme \bar{y}_1^h aus der Gleichung $M^h \bar{y}_1^h = \bar{y}_o^h$.2: **for** $j = 2$ **to** n **do**3: Berechne $\bar{y}_j^h = ((\bar{y}_j^h)_1, \dots, (\bar{y}_j^h)_m)^\top \in \mathbb{R}^m$ aus der Gleichung

$$(M^h + \delta t_j A^h) \bar{y}_j^h = M^h \bar{y}_{j-1}^h + \delta t_j (\bar{f}_j^h + \bar{b}_j^h(u(t_j))).$$

4: Setze $y_j^h = \sum_{i=1}^m (\bar{y}_j^h)_i \varphi_i \in V^h$.5: **end for**6: **return** $Y = [\bar{y}_1^h | \dots | \bar{y}_n^h]$ und $\{y_j^h\}_{j=1}^n$.

Es müssen n lineare Gleichungssysteme der Dimension m gelöst werden: eines mit der symmetrischen, positiv-definiten Massematrix M^h und $n - 1$ mit der symmetrischen, positiv-definiten Koeffizientenmatrix $M^h + \delta t_j A^h$. Damit ist die Folge $\{\bar{y}_j^h\}_{j=1}^n$ eindeutig bestimmt. Wir erhalten somit eine FE-Galerkin-Approximation für die exakte Lösung von (26.5)

$$y(t_j, \mathbf{x}) \approx y_j^h(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^m Y_{ij} \varphi_i(\mathbf{x}) \quad \text{für } 1 \leq j \leq n \text{ und } \mathbf{x} \in \bar{\Omega} \quad (26.10)$$

mit der durch Algorithmus 1 berechneten FE-Koeffizientenmatrix $Y = [\bar{y}_1^h | \dots | \bar{y}_n^h] \in \mathbb{R}^{m \times n}$, die in der j -ten Spalte die FE-Koeffizientenvektoren $\bar{y}_j^h \in \mathbb{R}^m$ von y_j^h für $j = 1, \dots, n$ enthält. Sei y die Lösung der Wärmeleitungsgleichung (26.5). Fehlerabschätzungen für die Differenzen $\{y(t_j) - y_j^h\}_{j=1}^n$ findet man zum Beispiel in [1318, 1385].

In vielen Anwendungen ist die FE-Dimension m sehr groß oder man ist – zum Beispiel in der Rückkopplungssteuerung – an sehr schnellen Berechnungen der Wärmeverteilung für unterschiedliche Datenvorgaben λ , q , f , y_o und u interessiert. In diesen Fällen ist es notwendig, den Aufwand von Algorithmus 1 signifikant zu verringern, ohne dabei die geforderte Genauigkeitsvorgaben zu verletzen. Hierfür verwenden wir *Proper Orthogonal Decomposition* (POD) als eine Methode der Modellreduktion. Ein weiteres Verfahren ist die *Reduced-Basis-Methode* [1367]. Wir möchten an dieser Stelle aber auch auf klassische Methoden der Modellreduktion für lineare, dynamische Systeme wie *Balanced Truncation* oder *Moment Matching* hinweisen; siehe [1296, 1304, 1394].

26.2.3 Die POD-Methode

Worum geht es? In diesem Abschnitt führen wir die POD-Methode für die Wärmeleitungsgleichung (26.1) ein. Für eine andere partielle Differentialgleichung geht man analog vor. Die POD-Methode ist ein Verfahren, POD-Basisfunktionen für (26.1) zu berechnen, die dann an der Stelle der FE-Ansatzfunktionen in einem POD-Galerkinansatz verwendet werden. Aufgrund der Konstruktion enthält die durch die POD-Methode generierte Basis charakteristische Information der Lösung von (26.1). Daher reichen – im Vergleich zur Anzahl m der FE-Ansatzfunktionen – wenige POD-Basisfunktionen aus, um eine gute Approximation der Lösung von (26.1) zu bestimmen. Das führt dann zu den reduzierten Modellen, auf die wir in Abschnitt 26.2.4 eingehen. Es sei hier darauf hingewiesen, dass die POD-Methode auch für *nichtlineare* Differentialgleichungen verwendet werden kann. Mehr Details findet man zum Beispiel im Buch [1343] und in den Übersichtsartikeln [1331, 1340, 1368, 1374]. In [1356, 1358] wird die POD-Methode auf ein gekoppeltes System von nichtlinearen, partiellen Differentialgleichungen angewendet. Das System besteht aus zwei elliptischen Gleichungen für elektrische Potentiale und einer nichtlinearen parabolischen Gleichung für die Konzentration an Lithium-Ionen-Konzentration in einer Batteriezelle.

In (26.5) wählen wir λ , q , f , y_0 und eine Steuerung $u \in U_{\text{ad}}$. Für $t \in [t_0, t_f]$ sei $y(t) \in V$ eine Lösung von (26.5). Die Idee der POD-Methode ist es, die Lösungsmenge

$$\mathcal{V} = \text{Span} \{y(t) \in V \mid t \in [t_0, t_f]\} \subset V$$

durch wenige orthonormale Ansatzfunktion so gut wie möglich zu approximieren. Da wir aber die Lösungen $y(t)$ nur in Spezialfällen berechnen können, sind wir nur in der Lage, die Menge \mathcal{V} zu approximieren. Dazu verwenden wir die FE-Funktionen $\{y_j^h\}_{j=1}^n$ von Algorithmus 1 und führen den approximativen Lösungsraum

$$\mathcal{V}^h = \text{Span} \{y_1^h, \dots, y_n^h\} \subset V^h$$

ein. Wir bezeichnen \mathcal{V}^h als *Snapshot-Raum*. Die Elemente y_j^h nennen wir *Snapshots*. Ziel ist es nun, den Raum \mathcal{V}^h durch möglichst wenige POD-Ansatzfunktionen zu approximieren. Sei $d \in \{1, \dots, n_t\}$ die Dimension von \mathcal{V}^h . Ferner wählen wir die positiven Trapezgewichte

$$\alpha_1 = \frac{\delta t_1}{2}, \quad \alpha_j = \frac{\delta t_j + \delta t_{j-1}}{2} \text{ für } 2 \leq j \leq n-1, \quad \alpha_n = \frac{\delta t_n}{2}$$

Da \mathcal{V}^h ein Teilraum von V^h ist und \mathcal{V}^h die Dimension d besitzt, muss d kleiner oder gleich $\min\{n, m\}$ sein. Für jedes $\ell \in \{1, \dots, d\}$ suchen wir eine *POD-Basis* $\{\psi_i\}_{i=1}^\ell$ vom Rang ℓ als Lösung des Minimierungsproblems

$$\begin{cases} \min \sum_{j=1}^n \alpha_j \left\| y_j^h - \sum_{i=1}^{\ell} \langle y_j^h, \psi_i \rangle_X \psi_i \right\|_X^2 \\ \text{u.d.N. } \{\psi_i\}_{i=1}^\ell \subset X \text{ and } \langle \psi_i, \psi_j \rangle_X = \delta_{ij} \text{ für } 1 \leq i, j \leq \ell \end{cases} \quad (\mathbf{P}^\ell)$$

wobei die Abkürzung „u.d.N.“ für „unter den Nebenbedingungen“ steht. In (\mathbf{P}^ℓ) steht X entweder für den Lebesgue-Raum H oder für den Sobolev-Raum V . Für $\ell = d$ bildet $\{\psi_i\}_{i=1}^d$ eine Orthonormal-Basis von \mathcal{V}^h bezüglich des Skalarprodukts in X . Daher lässt sich jeder Snapshot $y_j^h \in \mathcal{V}^h$ durch seine Fourierreihe wie folgt approximieren:

$$y_j^h(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^d \langle y_j^h, \psi_i \rangle_X \psi_i(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \overline{\Omega} \text{ und } 1 \leq j \leq n$$

Damit wird durch (\mathbf{P}^ℓ) für den interessanten Fall $\ell \ll d$ eine POD-Basis $\{\psi_i\}_{i=1}^\ell$ in X bestimmt, so dass die ℓ -te Partialsumme $\sum_{i=1}^\ell \langle y_j^h, \psi_i \rangle_X \psi_i$ die Snapshots y_j^h in der X -Norm möglichst gut approximiert.

Die Lösung von (\mathbf{P}^ℓ) ist durch ein Eigenwertproblem gegeben. Dazu führen wir die lineare Abbildung $\mathcal{R} : X \rightarrow X$ wie folgt ein:

$$\mathcal{R}\varphi := \sum_{j=1}^n \alpha_j \langle y_j^h, \varphi \rangle_X y_j^h \quad \text{für } \varphi \in X$$

Die Abbildung \mathcal{R} hat folgende Eigenschaften [1331, Lemma 2.2]:

- 1) \mathcal{R} ist beschränkt (also auch stetig): Mit der Cauchy-Schwarz-Ungleichung erhalten wir

$$\begin{aligned} \|\mathcal{R}\varphi\|_X &= \left\| \sum_{j=1}^n \alpha_j \langle y_j^h, \varphi \rangle_X y_j^h \right\|_X \leq \sum_{j=1}^n \left(\alpha_j |\langle y_j^h, \varphi \rangle_X| \|y_j^h\|_X \right) \\ &\leq \left(\sum_{j=1}^n \alpha_j \|y_j^h\|_X^2 \right) \|\varphi\|_X \quad \text{für alle } \varphi \in X \end{aligned}$$

- 2) $\mathcal{R}(X)$ ist endlich-dimensional: Offenbar folgt aus der Definition von \mathcal{R} sofort, dass $\mathcal{R}(X) = \mathcal{V}^h$ gilt. Wir haben also $\dim \mathcal{R}(X) \leq d < \infty$.
- 3) \mathcal{R} ist nicht negativ: Für beliebiges $\varphi \in X$ bekommen wir

$$\langle \mathcal{R}\varphi, \varphi \rangle_X = \left\langle \sum_{j=1}^n \alpha_j \langle y_j^h, \varphi \rangle_X y_j^h, \varphi \right\rangle_X = \sum_{j=1}^n \alpha_j \langle y_j^h, \varphi \rangle_X^2 \geq 0$$

- 4) \mathcal{R} ist symmetrisch: Das folgt aus der Beziehung

$$\begin{aligned} \langle \mathcal{R}\varphi, \phi \rangle_X &= \left\langle \sum_{j=1}^n \alpha_j \langle y_j^h, \varphi \rangle_X y_j^h, \phi \right\rangle_X = \sum_{j=1}^n \alpha_j \langle y_j^h, \phi \rangle_X \langle y_j^h, \varphi \rangle_X \\ &= \left\langle \sum_{j=1}^n \alpha_j \langle y_j^h, \phi \rangle_X y_j^h, \varphi \right\rangle_X = \langle \mathcal{R}\phi, \varphi \rangle_X = \langle \varphi, \mathcal{R}\phi \rangle_X \end{aligned}$$

für beliebige $\varphi, \phi \in X$

Damit können wir die Sätze von Hilbert-Schmidt und Riesz-Schauder für kompakte Operatoren anwenden [1371, Seite 203]. Dabei wird insbesondere genutzt, dass der Raum X in unserem Fall *separabel* ist, also eine abzählbare, dichte Teilmenge besitzt. Ein Beweis des folgenden Satzes findet man in [1331, Theorem 2.7].

Theorem 26.1 *Sei X entweder H oder V . Dann gibt es eine Folge nicht negativer Eigenwerte $\{\lambda_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ und eine dazugehörige Orthonormal-Basis in X aus Eigenfunktionen $\{\psi_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ mit*

$$\mathcal{R}\psi_i = \lambda_i \psi_i \text{ für } i \in \mathbb{N}, \quad \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_d > \lambda_{d+1} = \dots = 0 \quad (26.11)$$

Dann löst $\{\psi_i\}_{i=1}^\ell$ für jedes $\ell \in \{1, \dots, d\}$ das Problem (\mathbf{P}^ℓ) . Ferner gilt die Fehlerformel

$$\sum_{j=1}^n \alpha_j \left\| y_j^h - \sum_{i=1}^{\ell} \langle y_j^h, \psi_i \rangle_X \psi_i \right\|_X^2 = \sum_{i=\ell+1}^d \lambda_i \quad (26.12)$$

das heißt, der Fehler ist gegeben durch die Summe aller Eigenwerte, deren Eigenfunktionen nicht in der POD-Basis vom Rang ℓ enthalten sind.

Bemerkung.

- 1) Die Fehlerformel (26.12) ist essentiell für die Anwendung der POD-Methode. Dabei ist es für den Erfolg der POD-Modellreduktion wichtig, dass $\sum_{i=\ell+1}^d \lambda_i$ klein ist für $\ell \ll m$. In der Praxis wird der Rang ℓ oft anhand des (heuristischen) Kriteriums

$$\mathcal{E}(\ell) = \frac{\sum_{i=1}^{\ell} \lambda_i}{\sum_{i=1}^d \lambda_i} \in [0, 1]$$

gewählt. Die Eigenwerte $\lambda_{\ell+1}, \dots, \lambda_d$ müssen zur Auswertung von $\mathcal{E}(\ell)$ nicht berechnet werden, da $\sum_{i=1}^d \lambda_i = \sum_{j=1}^n \alpha_j \|y_j^h\|_X^2$ gilt [1331, Remark 2.6].

- 2) Für die Berechnung der POD-Basis haben wir nicht verwendet, dass die Snapshots $\{y_j^h\}_{j=1}^n$ FE-Lösungen einer linearen Wärmeleitungsgleichung sind. Die Snapshots können auch numerische Lösungen von nichtlinearen, partiellen Differentialgleichungen sein; siehe zum Beispiel [1391, Sections 1.4 und 2.2].

Wir können (\mathbf{P}^ℓ) in äquivalenter Weise auch anders einführen, und zwar nicht anhand der Snapshots $\{y_j^h\}_{j=1}^n \subset V^h$ der FE-Lösungen, sondern anhand der Snapshots $\{y_j^h\}_{j=1}^n \subset \mathbb{R}^m$ der FE-Koeffizientenvektoren. Dabei verwenden wir, dass V^h mit dem euklidischen Raum \mathbb{R}^m identifiziert werden kann, indem wir in \mathbb{R}^m ein gewichtetes Skalarprodukt mit der dadurch induzierten Norm einführen.

Für FE-Funktionen $\varphi^h = \sum_{i=1}^m a_i \varphi_i$ und $\phi^h = \sum_{j=1}^m b_j \varphi_j$ aus V^h lassen sich das Skalarprodukt und die Norm in X wie folgt auswerten:

$$\langle \varphi^h, \phi^h \rangle_X = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m a_i b_j \langle \varphi_i^h, \varphi_j^h \rangle_X = \vec{a}^\top W \vec{b} =: \langle \vec{a}, \vec{b} \rangle_W \tag{26.13}$$

$$\|\varphi^h\|_X = \langle \varphi^h, \varphi^h \rangle_X^{1/2} = \langle \vec{a}, \vec{a} \rangle_W^{1/2} =: \|\vec{a}\|_W$$

wobei wir das gewichtete Skalarprodukt $\langle \cdot, \cdot \rangle_W$ in \mathbb{R}^m mit der symmetrischen, positiv-definiten Matrix $W = ((\langle \varphi_i, \varphi_j \rangle_X)) \in \mathbb{R}^{m \times m}$ und der dadurch induzierten Norm $\|\cdot\|_W$ eingeführt haben. Es seien $\vec{a} = (a_1, \dots, a_m)^\top$ und $\vec{b} = (b_1, \dots, b_m)^\top$. Im Fall von der Wahl $X = H$ ist die Matrix W identisch mit der Massematrix M^h , die wir bereits definiert haben. Im Fall von $X = V$ gilt $W = M^h + S^h$, wobei die symmetrische Matrix $S^h \in \mathbb{R}^{m \times m}$ aus den Elementen

$$S_{ij}^h = \left(\left(\int_{\Omega} \nabla \varphi_i \cdot \nabla \varphi_j \, d\mathbf{x} \right) \right) \quad \text{für } 1 \leq i, j \leq m$$

besteht. In (26.10) haben wir die FE-Koeffizientenmatrix $Y = [\vec{y}_1^h | \dots | \vec{y}_m^h]$ eingeführt. Aus $\mathcal{R}(X) = \mathcal{Y}^h$ und (26.11) folgt, dass auch die POD-Basisfunktionen $\{\psi_i\}_{i=1}^\ell$ aus V^h sein müssen. Es gibt also eine eindeutige FE-Koeffizientenmatrix $\Psi = [\vec{\psi}_1 | \dots | \vec{\psi}_\ell] \in \mathbb{R}^{m \times \ell}$ mit

$$\psi_i(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^m \Psi_{ij} \varphi_j(\mathbf{x}) \quad \text{für } \mathbf{x} \in \bar{\Omega} \text{ und } 1 \leq j \leq \ell$$

Mit (26.13) erhalten wir

$$\left\| y_j^h - \sum_{i=1}^{\ell} \langle y_j^h, \psi_i \rangle_X \psi_i \right\|_X^2 = \left\| \vec{y}_j^h - \sum_{i=1}^{\ell} \langle \vec{y}_j^h, \vec{\psi}_i \rangle_W \vec{\psi}_i \right\|_W^2, \quad 1 \leq j \leq m$$

Damit ist jeder POD-Basis $\{\psi_i\}_{i=1}^\ell$ in X eine POD-Basis $\{\vec{\psi}_i\}_{i=1}^\ell$ in \mathbb{R}^m zugeordnet, wobei die Vektoren $\vec{\psi}_1, \dots, \vec{\psi}_\ell$ das folgende Minimierungsproblem lösen:

$$\begin{cases} \min \sum_{j=1}^n \alpha_j \left\| \vec{y}_j^h - \sum_{i=1}^{\ell} \langle \vec{y}_j^h, \vec{\psi}_i \rangle_W \vec{\psi}_i \right\|_W^2 \\ \text{u.d.N. } \{\vec{\psi}_i\}_{i=1}^\ell \subset \mathbb{R}^m \text{ and } \langle \vec{\psi}_i, \vec{\psi}_j \rangle_W = \delta_{ij} \text{ für } 1 \leq i, j \leq \ell \end{cases} \tag{P_W^\ell}$$

Wir definieren die Diagonalmatrix $D = \text{diag}(\alpha_1, \dots, \alpha_n) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mit den Trapezgewichten. Dann erhalten wir

$$\begin{aligned} & (\mathcal{R}\psi_i)(\mathbf{x}) \\ &= \sum_{j=1}^n \alpha_j \langle y_j^h, \psi_i \rangle_X y_j^h(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^m \sum_{\nu=1}^m \sum_{\mu=1}^m D_{jj} Y_{lj} W_{l\nu} \Psi_{\nu i} Y_{\mu j} \varphi_\mu(\mathbf{x}) \end{aligned}$$

$$= \sum_{\mu=1}^m \sum_{j=1}^n \sum_{l=1}^m \sum_{\nu=1}^m Y_{\mu j} D_{jj} Y_{j l}^{\top} W_{l\nu} \Psi_{\nu i} \varphi_{\mu}(\mathbf{x}) = \sum_{\mu=1}^m (Y D Y^{\top} W \vec{\psi}_i)_{\mu} \varphi_{\mu}(\mathbf{x})$$

für alle $\mathbf{x} \in \overline{\Omega}$ und für $1 \leq i \leq \ell$. Ferner gilt

$$\psi_i(\mathbf{x}) = \sum_{\mu=1}^m \Psi_{\mu i} \varphi_{\mu}(\mathbf{x}) \quad \text{für alle } \mathbf{x} \in \overline{\Omega}, 1 \leq i \leq \ell$$

Also ist die Eigenwertgleichung in (26.11) äquivalent mit dem folgenden Eigenwertproblem für die FE-Koeffizienten der ψ_i 's:

$$Y D Y^{\top} W \vec{\psi}_i = \lambda_i \vec{\psi}_i, \quad \lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_d > \lambda_{d+1} = \dots = 0 \quad (26.14)$$

Da W symmetrisch und positiv-definit ist, besitzt W eine Eigenwertzerlegung der Form $W = Q B Q^{\top}$, wobei $B = \text{diag}(\beta_1, \dots, \beta_m)$ die Eigenwerte $\beta_1 \geq \dots \geq \beta_m > 0$ von W enthält und $Q \in \mathbb{R}^{m \times m}$ eine orthogonale Matrix ist.

Wir definieren

$$W^{1/2} = Q \text{diag}(\beta_1^{1/2}, \dots, \beta_m^{1/2}) Q^{\top}$$

und setzen $(W^{1/2})^{-1} = W^{-1/2}$. Für die Diagonalmatrix D erhalten wir $D^{1/2} = \text{diag}(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$. Wir setzen $\vec{u}_i = W^{1/2} \vec{\psi}_i$ in (26.14), multiplizieren (26.14) mit $W^{1/2}$ von links und führen die Matrix $\hat{Y} = W^{1/2} Y D^{1/2} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ein. Dann erhalten wir das symmetrische $m \times m$ Eigenwertproblem

$$\hat{Y} \hat{Y}^{\top} u_i = \lambda_i u_i \quad \text{für } 1 \leq i \leq \ell$$

Damit ist die POD-Basis $\{\vec{\psi}_i\}_{i=1}^{\ell}$ vom Rang ℓ gegeben durch Lösen der ℓ linearen Gleichungssysteme $W^{1/2} \vec{\psi}_i = \vec{u}_i$, $1 \leq i \leq \ell$. Analog zu (26.12) erhalten wir wieder

$$\sum_{j=1}^n \alpha_j \left\| \vec{y}_j^h - \sum_{i=1}^{\ell} \langle \vec{y}_j^h, \vec{\psi}_i \rangle_W \vec{\psi}_i \right\|_W^2 = \sum_{i=\ell+1}^d \lambda_i$$

Bemerkung. Aufgrund der Singulärwertzerlegung reeller Matrizen [1314] ergeben sich drei Möglichkeiten zur Berechnung der POD-Basis $\{\vec{\psi}_i\}_{i=1}^{\ell}$ vom Rang ℓ (siehe [1331, Remarks 2.9 und 2.10] für mehr Details):

1) Löse das $m \times m$ Eigenwertproblem

$$\hat{Y} \hat{Y}^{\top} u_i = \lambda_i u_i, \quad 1 \leq i \leq \ell, \quad \text{mit } u_i^{\top} u_j = \delta_{ij}, \quad 1 \leq i, j \leq \ell$$

für die größten Eigenwerte $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_{\ell} > 0$ und berechne $\vec{\psi}_i = W^{-1/2} u_i$. Da $\hat{Y} \hat{Y}^{\top} = W^{1/2} Y D Y^{\top} W^{1/2}$ gilt, ist diese Variante numerisch oft sehr teuer, insbesondere wenn wir $m \gg n$ haben.

2) Löse das $n \times n$ Eigenwertproblem

$$\hat{Y}^\top \hat{Y} v_i = \lambda_i v_i, \quad 1 \leq i \leq \ell, \quad \text{mit} \quad v_i^\top v_j = \delta_{ij}, \quad 1 \leq i, j \leq \ell \quad (26.15)$$

für die größten Eigenwerte $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_\ell > 0$ und setze $u_i = Y D^{1/2} v_i / \sqrt{\lambda_i}$. Zur Lösung von (26.15) kann man zum Beispiel in der Programmierumgebung MATLAB die Routine `eigs` verwenden. Wegen $\hat{Y}^\top \hat{Y} = D^{1/2} Y^\top W Y D^{1/2}$ ist hier die Berechnung von $W^{1/2}$ nicht erforderlich. Das macht diese Variante insbesondere im Fall von $n \leq m$ sehr attraktiv bei der numerischen Berechnung der POD-Basis.

3) Berechne die Singulärwertzerlegung [1366] von \hat{Y} . Dazu bestimmen wir orthonormale Vektoren $\{u_i\}_{i=1}^\ell \subset \mathbb{R}^m$ und $\{v_i\}_{i=1}^\ell \subset \mathbb{R}^n$, die zu den größten Singulärwerten $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_\ell > 0$ gehören, das heißt, es gelten

$$\hat{Y} v_i = \sigma_i u_i, \quad \hat{Y}^\top u_i = \sigma_i v_i, \quad 1 \leq i \leq \ell$$

Es folgt, dass $\lambda_i = \sigma_i^2$ und $\vec{\psi}_i = W^{-1/2} u_i$. Wir benötigen zwar die Matrix $W^{1/2}$, aber diese Variante ist numerisch stabiler, da weder $\hat{Y} \hat{Y}^\top$ noch $\hat{Y}^\top \hat{Y}$ berechnet werden muß. Diese Matrixprodukte haben nämlich eine größere die Konditionszahl als die Matrix \hat{Y} .

26.2.4 Das reduzierte Modell

Worum geht es? Sei $\{y_j^h\}_{j=1}^n$ durch Algorithmus 1 zu vorgegebenen Daten λ, q, f, y_o und u berechnet. Wir haben in Abschnitt 26.2.3 die POD-Basis $\{\psi_i\}_{i=1}^\ell \subset V^h$ vom Rang ℓ eingeführt. Die FE-Koeffizienten $\{\vec{\psi}_i\}_{i=1}^\ell \subset \mathbb{R}^m$ dieser POD-Basis können mit einer der drei Methoden aus Bemerkung 26.2.3 berechnet werden. Wir wollen in diesem Abschnitt die POD-Basis vom Rang ℓ verwenden, um reduzierte Modelle für die linearen n Gleichungssysteme in Algorithmus 1 herzuleiten. Die Lösung $\{y_j^\ell\}_{j=1}^n \subset V^h$ dieses reduzierten Modells bezeichnen wir als POD-Lösung der Wärmeleitungsgleichung. Abschließend werden wir einen A-Priori-Fehler für die Differenz von $y_j^h - y_j^\ell, j = 1, \dots, n$, angeben.

Mit der berechneten POD-Basis $\{\psi_i\}_{i=1}^\ell$ vom Rang $\ell < m$ machen wir den folgenden POD-Galerkinansatz für eine POD-Lösung:

$$y_j^\ell(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{\ell} Y_{ij}^\ell \psi_i(\mathbf{x}) = \sum_{l=1}^m \left(\sum_{i=1}^{\ell} \Psi_i Y_{ij}^\ell \right) \varphi_l(\mathbf{x}) = \sum_{l=1}^m (\Psi Y^\ell)_{lj} \varphi_l(\mathbf{x}) \quad (26.16)$$

für $\mathbf{x} \in \bar{\Omega}$ mit einer zu bestimmenden POD-Koeffizientenmatrix

$$Y^\ell = [\vec{y}_1^\ell | \dots | \vec{y}_n^\ell] \in \mathbb{R}^{\ell \times n}$$

Wir erhalten $y_j^\ell \approx y_j^h$ für $1 \leq j \leq n$, wenn wir $\vec{y}_j^\ell \approx \Psi \vec{y}_j^h$ für $1 \leq j \leq n$ garantieren. Hier bezeichnet $\Psi = [\vec{\psi}_1 | \dots | \vec{\psi}_\ell]$ die in Abschnitt 26.2.3 eingeführte

Matrix der FE-Koeffizienten der ψ_i 's. Daher setzen wir in Algorithmus 1 für \vec{y}_j^h die Approximation $\Psi \vec{y}_j^h$ ein:

$$M^h \Psi \vec{y}_1^h = \vec{y}_0^h;$$

Löse für $j = 2, \dots, n$:

$$(M^h + \delta t_j A^h) \Psi \vec{y}_j^h = M^h \Psi \vec{y}_{j-1}^h + \delta t_j (\vec{f}_j^h + b^h(u(t_j)))$$

In (26.17) haben wir n lineare Gleichungssysteme der Dimension m für jeweils ℓ unbekannte Komponenten der n POD-Koeffizientenvektoren $\vec{y}_1^\ell, \dots, \vec{y}_n^\ell \in \mathbb{R}^\ell$. Um dieses Problem aufzulösen, führen wir eine Galerkinprojektion durch, indem wir die Gleichungssysteme von links mit der Matrix Ψ^\top multiplizieren. Die dann auftretenden Matrizen und Vektoren berechnen wir mit Algorithmus 2.

Algorithm 2 (Reduziertes Modell mit POD).

Require: $M^h, A^h, \Psi, \vec{y}_0^h, \{\vec{f}_j^h\}_{j=1}^n, \{\vec{b}^h(u(t_j))\}_{j=1}^n$

- 1: Setze $M^\ell = \Psi^\top M^h \Psi$ und $A^\ell = \Psi^\top A^h \Psi$
- 2: Berechne $\vec{y}_0^\ell = \Psi^\top \vec{y}_0^h$ und $\vec{f}_j^\ell = \Psi^\top \vec{f}_j^h, \vec{b}^\ell(u(t_j)) = \Psi^\top \vec{b}^h(u(t_j))$ für $1 \leq j \leq n$
- 3: **return** $M^\ell, A^\ell, \vec{y}_0^\ell, \{\vec{f}_j^\ell\}_{j=1}^n, \{\vec{b}^\ell(u(t_j))\}_{j=1}^n$

Aus (26.17) leiten wir Algorithmus 3 her, wobei wir die mit Algorithmus 2 berechneten Vektoren und Matrizen verwenden.

Algorithm 3 (POD-Galerkin mit implizitem Eulerverfahren).

Require: $\{\delta t_j\}_{j=1}^n, M^\ell, A^\ell, \vec{y}_0^\ell, \{\vec{f}_j^\ell\}_{j=1}^n, \{\vec{b}^\ell(u(t_j))\}_{j=1}^n, \{\psi_i\}_{i=1}^\ell$

- 1: Bestimme \vec{y}_1^ℓ aus der Gleichung $M^\ell \vec{y}_1^\ell = \vec{y}_0^\ell$
- 2: **for** $j = 2$ **to** n **do**
- 3: Berechne $\vec{y}_j^\ell = ((\vec{y}_j^\ell)_1, \dots, (\vec{y}_j^\ell)_\ell)^\top \in \mathbb{R}^\ell$ aus der Gleichung

$$(M^\ell + \delta t_j A^\ell) \vec{y}_j^\ell = M^\ell \vec{y}_{j-1}^\ell + \delta t_j (\vec{f}_j^\ell + \vec{b}^\ell(u(t_j)))$$

- 4: Setze $y_j^\ell = \sum_{i=1}^\ell (\vec{y}_j^\ell)_i \psi_i$
- 5: **end for**
- 6: **return** $Y^\ell = [\vec{y}_1^\ell | \dots | \vec{y}_n^\ell]$ und $\{y_j^\ell\}_{j=1}^n$

Die n in Algorithmus 3 auftauchenden linearen Gleichungssysteme sind von der Dimension $\ell \ll m$. Daher erwarten wir, dass die Ausführung von Algorithmus 3 deutlich schneller geht als die von Algorithmus 1. Nun wollen wir der Frage gehen, ob die POD-Lösung, die wir mit Algorithmus 3 berechnen, von ähnlicher Güte ist wie die FE-Lösung. Aus der Fehlerformel (26.12) folgt aber nicht automatisch, dass der Fehler

$$\sum_{j=1}^n \alpha_j \|y_j^h - y_j^\ell\|_X^2 = \sum_{j=1}^n \alpha_j \|\bar{y}_j^h - \bar{y}_j^\ell\|_W^2$$

ebenfalls mit der Rate $\sum_{i=\ell+1}^d \lambda_i$ abklingt. Daher ist es wichtig, zur Rechtfertigung des Einsatzes der POD-Methode eine A-Priori-Fehleranalyse durchzuführen. Kombinieren wir die Resultate aus [1349, Theorem 7], [1350, Theorem 4.7] und [1331, Theorem 3.11], so erhalten wir den folgenden Satz 26.2. Hier sind auch die neuen Fehlerabschätzungen aus der Arbeit [1380] mitberücksichtigt.

Theorem 26.2 *Es existiere eine Konstante $c > 0$, die nicht von n abhängt, mit*

$$1 \leq \frac{\max_{1 \leq j \leq n} \delta t_j}{\min_{1 \leq j \leq n} \delta t_j} \leq c$$

Seien die Vektoren $\{\bar{y}_j^h\}_{j=1}^n \subset \mathbb{R}^m$ mit Algorithmus 1 berechnet. Für beliebiges $\ell \in \{1, \dots, d\}$ und für die Wahl $X = H$ oder V sei $\{\psi_i\}_{i=1}^\ell \subset X$ eine POD-Basis vom Rang ℓ . Sei $\{\bar{y}_j^\ell\}_{j=1}^n \subset \mathbb{R}^\ell$ die durch Algorithmus 3 berechnete POD-Lösung. Wir setzen

$$y_j^h(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^m (\bar{y}_j^h)_i \varphi_i(\mathbf{x}), \quad y_j^\ell(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^\ell (\bar{y}_j^\ell)_i \psi_i(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \bar{\Omega}, 1 \leq j \leq n$$

Dann existiert eine Konstante $C > 0$, die unabhängig von $\ell, m, \{\delta t_j\}_{j=1}^n$ ist, mit

$$\sum_{j=1}^n \alpha_j \|y_j^h - y_j^\ell\|_X^2 \leq C \left(\|\mathcal{P}^\ell y_1^h - y_1^\ell\|_H^2 + \sum_{i=\ell+1}^d \lambda_i \|\psi_i\|_V^2 \right) \tag{26.18}$$

für $X = H$ und

$$\sum_{j=1}^n \alpha_j \|y_j^h - y_j^\ell\|_X^2 \leq C \left(\|\mathcal{P}^\ell y_1^h - y_1^\ell\|_H^2 + \sum_{i=\ell+1}^d \lambda_i \|\psi_i - \mathcal{P}^\ell \psi_i\|_V^2 \right) \tag{26.19}$$

für $X = V$, wobei $\mathcal{P}^\ell : X \rightarrow \text{Span}\{\psi_1, \dots, \psi_\ell\} \subset X$ die bezüglich X orthogonale, lineare Projektion

$$\mathcal{P}^\ell \varphi = \sum_{i=1}^\ell \langle \psi_i, \varphi \rangle_X \psi_i \quad \text{für } \varphi \in X$$

bezeichnet.

Bemerkung.

- 1) In [1380] wird gezeigt, dass $\{\psi_i\}_{i=1}^d \in V$ auch für die Wahl $X = H$ gilt. Satz 26.2 zeigt, dass der Abfall der Eigenwerte λ_i eine wichtige Rolle für die Konvergenz der POD- gegen die FE-Lösung spielt. Allerdings wird der Abfall mit $\|\psi_i\|_V^2$ im Fall $X = H$ und mit $\|\psi_i - \mathcal{P}^\ell \psi_i\|_V^2$ im Fall von $X = V$ gewichtet.

- 2) Der Fehler $\|\mathcal{P}^\ell y_1^h - y_1^\ell\|_H$ in den Anfangsdaten an $t = t_\circ$ lässt sich durch den modifizierten POD-Galerkinansatz

$$y_j^\ell(\mathbf{x}) = y_1^h(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^{\ell} (\bar{y}_j^\ell)_i \psi_i(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \bar{\Omega}, 1 \leq j \leq n \quad (26.20)$$

vermeiden [1331]. In diesem Fall wird die POD-Basis vom Rang ℓ als Lösung von

$$\begin{cases} \min \sum_{j=1}^n \alpha_j \left\| \tilde{y}_j^h - \sum_{i=1}^{\ell} \langle \tilde{y}_j^h, \psi_i \rangle_X \psi_i \right\|_X^2 \\ \text{u.d.N. } \{\psi_i\}_{i=1}^{\ell} \subset X \text{ and } \langle \psi_i, \psi_j \rangle_X = \delta_{ij} \text{ für } 1 \leq i, j \leq \ell \end{cases}$$

berechnet, wobei wir $\tilde{y}_j^h = y_j^h - y_1^h \in V^h$ gesetzt haben. Wir erhalten $\bar{y}_1^\ell = 0$ und somit $y_1^\ell = y_1^h$ für alle $\mathbf{x} \in \bar{\Omega}$.

- 3) Wenn man die Differenzenquotienten $(y_j^h - y_{j-1}^h)/\delta t_j$ mit in den Snapshotraum \mathcal{V}^h hineinnimmt und den modifizierten Ansatz (26.20) verwendet, lässt sich der A-Priori-Fehler im Fall $X = V$ von der Ordnung $\sum_{i=\ell+1}^d \lambda_i$.
- 4) Wir verweisen auf die Arbeiten [1350, 1351], wo für die Snapshots und die Fehlerbetrachtung unterschiedliche Zeitgitter verwendet werden. Ferner wird in [1351] das Crank-Nicolson-Verfahren anstelle des impliziten Eulerverfahrens für die Zeitintegration verwendet.
- 5) Man kann die Wahl der FE-Snapshots für die POD-Basisberechnung auch so wählen, dass der Fehler (oder ein anderes Kriterium) möglichst klein wird. Diese Methode wird *Optimal Snapshot Location* genannt und ist in [1354] eingeführt worden. Verwandte Strategien findet man auch in [1307]. Diese Technik kann auch dazu verwendet werden, auf adaptive Weise POD-Bases aufzubauen [1357].

Die Behandlung nichtlinearer Probleme macht es notwendig, die nichtlinearen Terme effizient auszuwerten. Hier hat sich die Methode der *Empirischen Interpolation* als sehr effizient herausgestellt. Diese Strategie wurde in [1301] eingeführt. Wir verweisen hier auch auf die Arbeiten [1311–1313], wo eine diskrete Variante der Empirischen Interpolation untersucht wird.

26.3 Das quadratische Optimalsteuerproblem

Die in Satz 26.2 betrachtete Situation ist aus der Sicht der Modellreduktion noch nicht sehr interessant. Wir haben zwar mit der POD-Lösung $\{y_j^\ell\}_{j=1}^n$ eine Approximation von $\{y_j^h\}_{j=1}^n$ berechnet und können den Fehler abschätzen, aber zur Berechnung von der POD-Basis benötigten wir bereits in (\mathbf{P}^ℓ) die FE-Lösung $\{y_j^h\}_{j=1}^n$. Der entscheidende Einsatz der POD-Modellreduktion ist nun, dass die berechnete POD-Basis auch verwendet wird, wenn Daten in der Wärmeleitungsgleichung (26.1) (leicht) verändert werden. In diesem Abschnitt werden wir uns mit der Anwendung der POD-Methode im Bereich der (Open-Loop-)Optimalsteuerung beschäftigen. Wir halten daher die Daten λ, q, y_o, f in (26.1) fest und wollen eine optimale Steuerung, die wir im weiteren mit \bar{u} bezeichnen, bestimmen, so dass ein vorgegebenes Kriterium minimiert wird. Da die optimale Steuerung \bar{u} nicht bekannt ist, muß die POD-Basis $\{\psi_i\}_{i=1}^\ell$ aus einer FE-Lösung zu einer möglichst guten Schätzung u_{exp} von \bar{u} berechnet werden. In der Optimalsteuerung wird, falls die Schätzung nicht so gut ist, eine Anpassung der POD-Basis vorgenommen. Zu diesem Zweck werden A-Posteriori-Fehlerschätzer angegeben.

26.3.1 Das Optimalsteuerproblem

Worum geht es? In diesem Abschnitt führen wir das Optimalsteuerproblem ein und geben Optimalitätsbedingungen erster Ordnung an. Das führt auf eine duale Gleichung und eine Variationsungleichung.

Wir werden als Beispiel das quadratische *Ziel- oder Kostenfunktion*

$$J(y, u) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} |y(t_f, \mathbf{x}) - y_d(\mathbf{x})|^2 \, d\mathbf{x} + \frac{\gamma}{2} \int_{t_o}^{t_f} \int_{\Gamma} |u(t, \mathbf{x})|^2 \, d\mathbf{x} dt$$

betrachten. Wir nehmen an, dass die Zielvorgabe $y_d : \bar{\Omega} \rightarrow \mathbb{R}$ beschränkt ist. Ferner sei $\gamma > 0$ ein gegebener Gewichtungssparameter. Die Menge U_{ad} der zulässigen Steuerungen hatten wir bereits in Abschnitt 26.2.1 eingeführt. Wir betrachten dann das linear-quadratische Optimierungsproblem

$$\min J(y, u) \quad \text{u.d.N.} \quad u \in U_{ad} \text{ und } (y, u) \text{ erfüllt (26.5)} \quad (\mathbf{QP})$$

Man kann zeigen, dass (\mathbf{QP}) genau eine optimale Lösung $\bar{x} = (\bar{y}, \bar{u})$ besitzt; siehe zum Beispiel in [1360, 1386]. Hier verwendet man unter Anderem, dass $\gamma > 0$ gilt und U_{ad} eine abgeschlossene konvexe Menge ist. Da zu jedem $u \in U_{ad}$ eine eindeutige Lösung $y = y(u)$ von (26.5) existiert, ist y keine freie Variable im Optimierungsproblem (\mathbf{QP}) . Man bezeichnet daher (\mathbf{QP}) als *Optimalsteuerproblem*; siehe [1386].

Zur Berechnung der optimalen Lösung (\bar{y}, \bar{u}) ist es hilfreich, Optimalitätsbedingungen herzuleiten. Wir verfolgen hier die *First-Optimize-Then-Discretize-Vorgangsweise*. Dabei wird nicht (\mathbf{QP}) zum Beispiel durch die FE-Methode und

das implizite Eulerverfahren in ein endlichdimensionales Optimierungsproblem überführt, sondern erst Optimalitätsbedingungen hergeleitet, die dann geeignet diskreditiert werden.

Die Herleitung der Optimalitätsbedingungen basieren auf der Lagrangefunktion für **(QP)**:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(y, u, p, p_o) &= J(y, u) + \int_{t_o}^{t_f} \langle y_t(t), p(t) \rangle_H + a(y(t), p(t)) dt \\ &\quad + \int_{t_o}^{t_f} \langle (\mathcal{F} + \mathcal{B}u)(t), p(t) \rangle dt + \langle y(0) - y_o, p_o \rangle_H \end{aligned}$$

Zum Beweis des folgenden Satzes verweisen wir auf [1337, 1360, 1386].

Theorem 26.3 Sei $\bar{x} = (\bar{y}, \bar{u})$ die optimale Lösung von **(QP)**. Dann existiert ein eindeutiges Paar (\bar{p}, \bar{p}_o) an Lagrange-Multiplikatoren, die zusammen mit \bar{x} das folgende Optimalitätssystem erfüllen:

$$\frac{d}{dt} \langle \bar{y}(t), \varphi \rangle_H + a(\bar{y}(t), \varphi) = \langle (\mathcal{F} + \mathcal{B}\bar{u})(t), \varphi \rangle \quad \forall \varphi \in V, t \in (t_o, t_f] \quad (26.1a)$$

$$\langle \bar{y}(t_o), \phi \rangle_H = \langle y_o, \phi \rangle_H \quad \forall \phi \in H \quad (26.1b)$$

$$-\frac{d}{dt} \langle \bar{p}(t), \varphi \rangle_H + a(\bar{p}(t), \varphi) = 0 \quad \forall \varphi \in V, t \in [t_o, t_f) \quad (26.1c)$$

$$\langle \bar{p}(t_f), \phi \rangle_H = \langle y_d - \bar{y}(t_f), \phi \rangle_H \quad \forall \phi \in H \quad (26.1d)$$

$$\int_{t_o}^{t_f} \int_{\Gamma} (\gamma \bar{u}(t) - \bar{p}(t)) (u(t) - \bar{u}(t)) d\mathbf{x} dt \geq 0 \quad \text{für alle } u \in U_{\text{ad}} \quad (26.1e)$$

$$\bar{p}_o = \bar{p}(t_o) \text{ in } H, \quad \bar{u} \in U_{\text{ad}} \quad (26.1f)$$

Die Umkehrung gilt ebenfalls: Lösen $\bar{x} = (\bar{y}, \bar{u})$ und (\bar{p}, \bar{p}_o) das System (26.1), so ist \bar{x} die optimale Lösung von **(QP)**.

Bemerkung. Wir bezeichnen (26.1a)-(26.1b) als *Zustandsgleichung*, (26.1c)-(26.1d) als *duale* oder *adjungierte Gleichung* und (26.1e) als *Variationsungleichung*. Die duale Gleichung ist die Variationsformulierung des folgenden Anfangs-Randwertproblems für \bar{p}

$$-\bar{p}_t(t, \mathbf{x}) - \operatorname{div}(\lambda(\mathbf{x}) \nabla \bar{p}(t, \mathbf{x})) = 0, \quad (t, \mathbf{x}) \in Q$$

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial n}(t, \mathbf{x}) + q(\mathbf{x}) \bar{p}(t, \mathbf{x}) = 0, \quad (t, \mathbf{x}) \in \Sigma$$

$$\bar{p}(t_f, \mathbf{x}) = y_d(\mathbf{x}) - \bar{y}(t_f, \mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Omega$$

Der Lagrange-Multiplikator \bar{p} löst also eine Wärmeleitungsgleichung, die von $t = t_f$ nach $t = t_o$ läuft. Da für \bar{p} aber an $t = t_f$ Anfangsdaten vorliegen, ist das Anfangs-Randwertproblem für \bar{p} wohldefiniert.

In dem Fall, wenn keine Ungleichungsrestriktionen an die Steuerung vorliegen, das heißt, wir haben $u_a = -\infty$ und $u_b = \infty$, folgt aus der Variationsungleichung (26.1e) die Gleichung

$$\gamma \bar{u}(t, \mathbf{x}) - \bar{p}(t, \mathbf{x}) = 0 \quad \text{für alle } (t, \mathbf{x}) \in \Sigma \tag{3.1e'}$$

Wegen $\gamma > 0$ können wir daher die optimale Steuerung \bar{u} in (26.1) durch den Term \bar{p}/γ auf Σ ersetzen. Das kann in der Numerik genutzt werden, um lineare Gleichungssysteme geringerer Dimension zu erhalten. Wir werden uns im Folgenden zur Vereinfachung der Darstellung auf das Optimalitätssystem mit $u_a = -\infty$ und $u_b = \infty$ beschränken.

26.3.2 Die Diskretisierung des Optimalitätssystems

Worum geht es? Wir wollen eine Diskretisierung des Optimalitätssystems durchführen. Dabei verwenden wir, dass wir bereits in Abschnitt 26.2.2 die Zustandsgleichung (26.1a)-(26.1b) betrachtet haben. Es geht also in diesem Abschnitt um eine Behandlung der dualen Gleichung (26.1c)-(26.1d) und der Gleichung (3.1e'). Für weitere Literatur verweisen wir auf die Arbeiten [1336, 1339]. Bezüglich der numerischen Verfahren für Optimierungsaufgaben für partielle Differentialgleichungen verweisen wir auf [1305, 1337].

In Abschnitt 26.2.2 haben wir die linear-unabhängigen FE-Funktionen $\{\varphi_i\}_{i=1}^m$ in den m -dimensionalen Ansatzraum V^h eingeführt. Sei $\bar{y}^h(t) \in V^h$ die Lösung von (26.7) für die Steuerung $u = \bar{u}$. Dann können wir analog zu (26.7) eine FE-Galerkin-Diskretisierung für die duale Gleichung betrachten: Gesucht ist $\bar{p}^h(t) \in V^h$ für alle $t \in [t_o, t_f]$ mit

$$\begin{aligned} -\frac{d}{dt} \langle \bar{p}^h(t), \varphi_i \rangle_H + a(\bar{p}^h(t), \varphi_i) &= 0, \quad 1 \leq i \leq m, \quad t \in (t_o, t_f] \\ \langle \bar{p}^h(t_f), \varphi_i \rangle_H &= \langle y_d - \bar{y}^h(t_f), \varphi_i \rangle_H, \quad 1 \leq i \leq m \end{aligned} \tag{26.2}$$

Wegen $\bar{y}^h(t) \in V^h$ und $\bar{p}^h(t) \in V^h$ für alle $t \in [t_o, t_f]$ schließen wir, dass es FE-Koeffizienten $\bar{y}^h(t) = (\bar{y}_1^h(t), \dots, \bar{y}_m^h(t))^T$ beziehungsweise $\bar{p}^h(t) = (\bar{p}_1^h(t), \dots, \bar{p}_m^h(t))^T$ gibt für $t \in [t_o, t_f]$ mit

$$\bar{y}^h(t, \mathbf{x}) = \sum_{j=1}^m \bar{y}_j^h(t) \varphi_j(\mathbf{x}), \quad \bar{p}^h(t, \mathbf{x}) = \sum_{j=1}^m \bar{p}_j^h(t) \varphi_j(\mathbf{x}) \quad \text{für } (t, \mathbf{x}) \in \bar{Q} \tag{26.3}$$

Setzen wir (26.3) in (26.2) ein, so erhalten wir das folgende m -dimensionale Anfangswertsystem gewöhnlicher Differentialgleichungen:

$$\begin{aligned} -M^h(\bar{p}^h)'(t) + A^h \bar{p}^h(t) &= 0 & \text{für } t \in [t_o, t_f] \\ M^h \bar{p}^h(t_f) &= \bar{y}_d^h - M^h \bar{y}_n^h \end{aligned} \tag{26.4}$$

wobei wir die FE-Matrizen M^h und A^h bereits in Abschnitt 26.2.2 definiert haben. Ferner sei $\bar{y}_d^h \in \mathbb{R}^m$ der Vektor mit dem Komponenten

$$y_{d,i}^h = \int_{\Omega} y_d \varphi_i \, d\mathbf{x}, \quad 1 \leq i \leq m$$

Wenn wir das in Abschnitt 26.2.2 eingeführte implizite Eulerverfahren verwenden, um das Differentialgleichungssystem (26.4) zu lösen, so erhalten wir das in Algorithmus 1 beschriebene Verfahren.

Algorithm 1 (FE-Galerkin mit impliziten Euler für (26.1c)-(26.1d)).

Require: $\{\delta t_j\}_{j=1}^n$, M^h , A^h , \bar{y}_d^h , \bar{y}_n^h , $\{\varphi_i\}_{i=1}^m$

1: Bestimme \bar{p}_n^h aus der Gleichung $M^h \bar{p}_n^h = \bar{y}_d^h - M^h \bar{y}_n^h$

2: **for** $j = n - 1$ **to** 1 **do**

3: Berechne $\bar{p}_j^h = ((\bar{p}_j^h)_1, \dots, (\bar{p}_j^h)_m)^\top \in \mathbb{R}^m$ aus der Gleichung

$$(M^h + \delta t_j A^h) \bar{p}_j^h = M^h \bar{p}_{j+1}^h$$

4: Setze $\bar{p}_j^h = \sum_{i=1}^m (\bar{p}_j^h)_i \varphi_i \in V^h$

5: **end for**

6: **return** $P = [\bar{p}_1^h | \dots | \bar{p}_n^h]$ und $\{\bar{p}_j^h\}_{j=1}^n$

Wie in Algorithmus 1 müssen wieder n lineare Gleichungssysteme der Dimension m gelöst werden: eines mit der symmetrischen, positiv-definiten Massematrix M^h und $n - 1$ mit der symmetrischen, positiv-definiten Koeffizientenmatrix $M^h + \delta t_j A^h$. Damit ist die Folge $\{\bar{p}_j^h\}_{j=1}^n$ eindeutig bestimmt. Wir erhalten somit eine FE-Galerkin-Approximation für die exakte Lösung von (26.1c)-(26.1d)

$$\bar{p}(t_j, \mathbf{x}) \approx \bar{p}_j^h(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^m P_{ij} \varphi_i(\mathbf{x}) \quad \text{für } 1 \leq j \leq n \text{ und } \mathbf{x} \in \bar{\Omega} \quad (26.5)$$

Dabei ist $P = [\bar{p}_1^h | \dots | \bar{p}_n^h] \in \mathbb{R}^{m \times n}$ die durch Algorithmus 1 berechnete FE-Koeffizientenmatrix, die in der j -ten Spalte die FE-Koeffizientenvektoren $\bar{p}_j^h \in \mathbb{R}^m$ von \bar{p}_j^h für $j = 1, \dots, n$ enthält.

Nun kommen wir zur Diskretisierung von (3.1e'). Aufgrund der eingeführten Zeitdiskretisierung bestimmen wir auch nur Approximativ für die optimale Steuerung \bar{u} an den diskreten Zeiten $\{t_j\}_{j=1}^n$, die wir mit $\{\bar{u}_j^h\}_{j=1}^n$ bezeichnen, wobei für jedes $j \in \{1, \dots, n\}$ die diskrete optimale Steuerung \bar{u}_j^h eine reellwertige Funktion auf dem Rand Γ ist. Seien $i_1, \dots, i_{m_\Gamma} \in \{1, \dots, m\}$ die Indizes, für die die FE-Funktionen $\varphi_{i_k} \neq 0$ sind auf Γ . Aus der Gleichung (3.1e') erhalten wir dann

$$\gamma \int_{\Omega} \bar{u}_j^h \varphi_{i_k} \, d\mathbf{x} = \frac{1}{\gamma} \int_{\Omega} \bar{p}_j^h \varphi_{i_k} \, d\mathbf{x} = \sum_{l=1}^m (\bar{p}_j^h)_l \int_{\Gamma} \varphi_l \varphi_{i_k} \, d\mathbf{x} \quad (26.6)$$

für $1 \leq k \leq m_\Gamma$ und $1 \leq j \leq n$. Um (26.6) kompakter zu schreiben, definieren wir zunächst die FE-Matrix $B^h \in \mathbb{R}^{m \times m_\Gamma}$ mit den Komponenten

$$B_{lk}^h = \int_\Gamma \varphi_l \varphi_{i_k} \, d\mathbf{x}, \quad 1 \leq l \leq m, \quad 1 \leq k \leq m_\Gamma$$

Ferner machen wir für die diskrete optimale Steuerung $\{\bar{u}_j^h\}_{j=1}^n$ den Ansatz

$$\bar{u}_j^h(\mathbf{x}) = \sum_{k=1}^{m_\Gamma} (\bar{u}_j^h)_k \varphi_{i_k}(\mathbf{x}) \quad \text{für } \mathbf{x} \in \Gamma \text{ und } j = 1, \dots, n$$

mit dem FE-Koeffizientenvektor $\bar{u}_j^h = ((\bar{u}_j^h)_1, \dots, (\bar{u}_j^h)_{m_\Gamma})^\top$. Dann erhalten wir die Beziehung

$$\sum_{l=1}^m (\bar{p}_j^h)_l \int_\Gamma \varphi_l \varphi_{i_k} \, d\mathbf{x} = (B^{h,\top} \bar{p}_j^h)_k, \quad 1 \leq k \leq m_\Gamma$$

wobei wir $B^{h,\top} = (B^h)^\top \in \mathbb{R}^{m_\Gamma \times m}$ gesetzt haben. Schließlich sei $M_b^h \in \mathbb{R}^{m_\Gamma \times m_\Gamma}$ die reduzierte FE-Massematrix mit den Komponenten

$$(M_\Gamma^h)_{jk} = \int_\Gamma \varphi_{i_j} \varphi_{i_k} \, d\mathbf{x}, \quad 1 \leq j, k \leq m_\Gamma$$

Dann lässt sich (26.6) in Matrixschreibweise

$$\gamma M_\Gamma^h \bar{u}_j^h - B^{h,\top} \bar{p}_j^h \quad \text{für } 1 \leq j \leq n$$

ausdrücken. Für den in Abschnitt 26.2.2 definierten FE-Vektor \bar{b}^h gilt die Beziehung

$$\bar{b}^h(\bar{u}_j^h) = B^h \bar{u}_j^h \quad \text{für } 1 \leq j \leq n$$

Zusammenfassend erhalten wir das folgende gekoppelte, diskrete Optimalitätssystem

$$\begin{aligned} M^h \bar{y}_1^h &= \bar{y}_o^h, \\ -M^h \bar{y}_{j-1}^h + (M^h + \delta t_j A^h) \bar{y}_j^h - \delta t_j B^h \bar{u}_j^h &= \delta t_j \bar{f}_j^h, \quad 2 \leq j \leq n \\ M^h \bar{y}_n^h + M^h \bar{p}_n^h &= \bar{y}_d^h, \\ (M^h + \delta t_j A^h) \bar{p}_j^h - M^h \bar{p}_{j+1}^h &= 0, \quad 1 \leq j \leq n-1 \\ \gamma M_\Gamma^h \bar{u}_j^h - B^{h,\top} \bar{p}_j^h &= 0, \quad j = 1, \dots, n \end{aligned} \tag{26.7}$$

bei dem die FE-Koeffizientenvektoren $\{\bar{y}_j^h\}_{j=1}^n \subset \mathbb{R}^m$, $\{\bar{u}_j^h\}_{j=1}^n \subset \mathbb{R}^{m_\Gamma}$ und $\{\bar{p}_j^h\}_{j=1}^n \subset \mathbb{R}^m$ gesucht sind.

Mit diesen Vektoren lassen sich dann die FE-Funktionen

$$\begin{aligned}\bar{y}_j^h(\mathbf{x}) &= \sum_{i=1}^m (\bar{y}_j^h)_i \varphi_i(\mathbf{x}), & \bar{p}_j^h(\mathbf{x}) &= \sum_{i=1}^m (\bar{p}_j^h)_i \varphi_i(\mathbf{x}) \quad \text{für } \mathbf{x} \in \bar{\Omega}, 1 \leq j \leq n \\ \bar{u}_j^h(\mathbf{x}) &= \sum_{k=1}^{m_\Gamma} (\bar{u}_j^h)_k \varphi_{i_k}(\mathbf{x}) \quad \text{für } \mathbf{x} \in \Gamma, 1 \leq j \leq n\end{aligned}$$

berechnen. Es sei darauf hingewiesen, dass (26.7) ein lineares Gleichungssystem der Dimension $2m + m_\Gamma$ ist.

26.3.3 Die POD-Galerkin-Approximation des Optimalitätssystems

Worum geht es? In diesem Abschnitt wollen wir mit den Techniken aus den Abschnitten 26.2.3 und 26.2.4 eine POD-Galerkin-Approximation für das Optimalitätssystem (26.7) angeben. Wir erhalten auf diese Weise ein reduziertes Modell, welches gegenüber (26.7) weniger Freiheitsgrade besitzt. Das ermöglicht eine schnellere numerische Lösung des Optimalsteuerproblems.

Ein reduziertes System für (26.7) erhalten wir analog zum Vorgehen in Abschnitt 26.2.4. Wir gehen davon aus, dass $\{\psi_i\}_{i=1}^\ell$ eine POD-Basis vom Rang ℓ . Diese kann zum Beispiel wie in Abschnitt 26.2.3 beschrieben aus Snapshots $\{y_j^h\}_{j=1}^n \subset V^h$ berechnet werden, wobei die y_j^h 's FE-Lösungen sind, die mit Algorithmus 1 mit einer speziellen Wahl $u = u_{\text{ref}}$ generiert werden. Zu der POD-Basis haben wir in Abschnitt 26.2.2 eine FE-Koeffizientenmatrix $\Psi \in \mathbb{R}^{m \times \ell}$ eingeführt. Mit dieser Matrix ist in Abschnitt 26.2.4 ein reduziertes Modell hergeleitet worden. Wir gehen hier analog vor, indem wir eine POD-Galerkin-Approximation für den Zustand- und die duale Variable verwenden, die Steuerung allerdings nicht reduzieren:

$$\bar{y}_j^\ell(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^\ell (\bar{y}_j^\ell)_i \psi_i(\mathbf{x}), \quad \bar{p}_j^\ell(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^\ell (\bar{p}_j^\ell)_i \psi_i(\mathbf{x}) \quad \text{für } \mathbf{x} \in \bar{\Omega}, 1 \leq j \leq n \quad (26.8)$$

Mit dem Galerkinansatz (26.8) erhalten wir aus (26.7) nach Projektion auf die POD-Basis das System

$$\begin{aligned}M^\ell \bar{y}_1^\ell &= \bar{y}_0^\ell \\ -M^\ell \bar{y}_{j-1}^\ell + (M^\ell + \delta t_j A^\ell) \bar{y}_j^\ell - \delta t_j B^\ell \bar{u}_j^\ell &= \delta t_j \bar{f}_j^\ell, \quad 2 \leq j \leq n \\ M^\ell \bar{y}_n^\ell + M^\ell \bar{p}_n^\ell &= \bar{y}_d^\ell \\ (M^\ell + \delta t_j A^\ell) \bar{p}_j^\ell - M^h \bar{p}_{j+1}^\ell &= 0, \quad 1 \leq j \leq n-1 \\ \gamma M_\Gamma^\ell \bar{u}_j^\ell - B^{\ell, \top} \bar{p}_j^\ell &= 0, \quad j = 1, \dots, n\end{aligned} \quad (26.9)$$

wobei die Matrizen M^ℓ , A^ℓ und die Vektoren \bar{y}_0^ℓ , $\{\bar{f}_j^\ell\}_{j=1}^n$ bereits in Abschnitt 26.2.4 definiert worden sind.

Ferner haben wir in (26.9)

$$B^\ell = \Psi B^h \in \mathbb{R}^{\ell \times m_r} \quad \text{und} \quad \vec{y}_d^\ell = \Psi \vec{y}_d^h \in \mathbb{R}^\ell$$

gesetzt. Offenbar ist (26.9) ein lineares Gleichungssystem der Dimension $2\ell + m_\Gamma$, bei dem die POD-Koeffizientenvektoren $\{\vec{y}_j^\ell\}_{j=1}^n \subset \mathbb{R}^\ell$, $\{\vec{u}_j^\ell\}_{j=1}^n \subset \mathbb{R}^{m_r}$ und $\{\vec{p}_j^\ell\}_{j=1}^n \subset \mathbb{R}^\ell$ gesucht sind.

In [1341] und [1331, Theorem 4.17] werden A-Priori-Fehlerabschätzungen für POD-Galerkin-Approximationen angegeben. Es ist möglich, bei geeigneter Wahl der Snapshots für die POD-Basisberechnung Raten zu erhalten, die sich mit Hilfe der abklingenden POD-Eigenwerte $\{\lambda_i\}_{i=\ell+1}^d$ ausdrücken lassen. Allerdings ist dafür die Kenntnis der Lösung von (26.7) erforderlich, was aus praktischer Sicht eine unrealistische Annahme ist. Es sind daher Aufdatierungsstrategien für die POD-Basis notwendig, da ein zu Anfang gewähltes u_{ref} häufig zu einer POD-Basis führt, die keine hinreichend genaue POD-Lösung zulässt. Wir verweisen hier auf die Arbeiten [1331, 1383, 1390], insbesondere auch für numerische Beispiele. Aufdatierungsstrategien für POD-Basen findet man in zum Beispiel [1294, 1298, 1329, 1353, 1370, 1372, 1379].

Zum Schluss wollen wir noch auf eine A-Posteriori-Fehlerabschätzung eingehen, mit der es möglich ist, den Fehler zu einer berechneten suboptimalen Steuerung $\{\vec{u}_j^h\}_{j=1}^n$ abzuschätzen. Wir bezeichnen mit $\{\vec{u}_j^j\}_{j=1}^n$ die Koeffizientenvektoren der suboptimalen Steuerung \vec{u}_j^h . Das Vorgehen ist wie folgt:

- 1) Bestimme $\{\vec{y}_j^h\}_{j=1}^n \subset \mathbb{R}^m$ mit Algorithmus 1 für die Wahl $u(t_j) = u_j^h$, $j = 1, \dots, n$
- 2) Berechne $\{\vec{p}_j^h\}_{j=1}^n \subset \mathbb{R}^m$ mit Algorithmus 1 unter Verwendung des Vektors \vec{y}_n^h aus 1)
- 3) Setze $\vec{\zeta}_j^h = \gamma M_\Gamma^h \vec{u}_j^h - B^{h,\top} \vec{p}_j^h \in \mathbb{R}^{m_r}$ für $j = 1, \dots, n$

Dann erhalten wir für den Fehler [1325, 1329, 1383, 1387]

$$\sum_{j=1}^n \alpha_j \|\vec{u}_j^h - \vec{u}_j^\ell\|_U^2 \leq \frac{1}{\gamma^2} \sum_{j=1}^n \alpha_j \|\vec{\zeta}_j^h\|_U^2$$

mit den Normen

$$\begin{aligned} \|\vec{u}_j^h - \vec{u}_j^\ell\|_U^2 &= \sum_{k=1}^{m_\Gamma} \sum_{l=1}^{m_\Gamma} (\vec{u}_j^h - \vec{u}_j^\ell)_k (\vec{u}_j^h - \vec{u}_j^\ell)_l \int_\Gamma \varphi_{i_k} \varphi_{i_l} \, d\mathbf{x} \\ \|\vec{\zeta}_j^h\|_U^2 &= \sum_{k=1}^{m_\Gamma} \sum_{l=1}^{m_\Gamma} (\vec{\zeta}_j^h)_k (\vec{\zeta}_j^h)_l \int_\Gamma \varphi_{i_k} \varphi_{i_l} \, d\mathbf{x} \end{aligned}$$

Erweiterungen zu Problemen mit Zustandsbeschränkungen findet man in [1330].

26.4 Literaturhinweise auf numerische Tests

Abschließend werden einige POD-Anwendungen zusammen mit Literaturhinweisen für numerische Testbeispiele aufgelistet. Die angeführten Referenzen erheben keinen Anspruch auf Vollständigkeit.

- nichtlineare Wärmeleitungsgleichung [1317, 1325, 1359, 1372],
- Phasen-Feldmodell [1389],
- Laseroberflächenhärtung [1342],
- Helmholtzgleichung für die Innenraumakustik [1358, 1388, 1392],
- Batteriemodelle einer Lithium-Ion-Zelle [1308, 1356, 1357],
- Maxwellgleichung [1363],
- Navier-Stokes-Gleichung [1294, 1298, 1320, 1338, 1340, 1361, 1362, 1370],
- Optionspreisberechnung [1375, 1376, 1379],
- Gleichungen mit zweiten Zeitableitungen [1335],
- Feedbackstrategien [1295, 1348, 1352, 1359]

Variablenübersicht

*	Symbol der Faltung, * zwischen den Größen
*	Symbol für Multiplikation in Modelica-Modellen
*	hochgestellt, nachgestellt für Sollwert, beispielsweise \vec{I}_1^{S*}
*	hochgestellt für konjugiert komplexen Wert (komplexe Gleichungen)
'	hochgestellter Index für fehlerbehaftete Modellgröße (Asynchronmaschine)
'	Umrechnung von Rotor- auf Statorseite bei Drehfeldmaschinen
α	Realteil-Achse des statorfesten KOS
α	statorfeste Koordinatenachse
α	Zündwinkel des Stromrichters
α_0	Zündwinkel bei konstanter Stromrichtereingangsspannung X_{e0} , Grundaussteuerung (Stromrichter)
α_{LG}	Zündwinkel an der Lückgrenze (Stromrichter)
$\Delta\alpha$	Zündwinkeländerung des Stromrichters
α_1	Motorwinkel, normiert
α_2	Winkelposition der Antriebswelle, normiert
α_{12}	Verdrehwinkel, Torsionswinkel einer Welle, normiert
β	$\Delta I_d, I_q$
β	Imaginärteil-Achse des statorfesten KOS
β_K	Winkel zwischen statorfestem und allgemeinem KOS
β_{K2}	Winkel zwischen rotorfestem und allgemeinem KOS
β_L	Winkel zwischen stator- und rotorfestem KOS
β_S	Winkel eines betrachteten Raumzeigers im statorfesten KOS
δ_i	Approximation der Kopeleingänge (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
$\Delta(s)$	Hurwitz-Polynom (Vermeidung von Regler-Windup)
$\delta(t)$	Dirac-Impuls
$\delta_T(t)$	unendliche Dirac-Impulsfolge mit der Periodendauer T

ϵ_{ij}	Dehnung der Stoffbahn (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
ϵ_N	Nenndehnung der Stoffbahn (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
ϵ_0	räumlicher Umfangswinkel (Asynchronmaschine)
ϑ	Polradwinkel, Flußwinkel
Θ	Durchflutung
Θ	Massenträgheitsmoment
Θ_1	Massenträgheitsmoment der zweiten Masse (Dreimassensystem)
Θ_2	Massenträgheitsmoment der dritten Masse (Dreimassensystem)
Θ_A	Massenträgheitsmoment der Arbeitsmaschine (bezogen auf Antriebsmaschinenseite)
Θ_{ges}	Summenträgheitsmoment $\Theta_{ges} = \Theta_M + \Theta_A$
Θ_L	resultierendes Massenträgheitsmoment der Antriebsmaschinenseite
Θ_M	Massenträgheitsmoment des Motors (bezogen auf Antriebsmaschinenseite)
κ	Winkel zwischen EMK und voreilender Strom-Grundschiwingung
\mathbf{A}	Diagonalmatrix der Eigenwerte (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
λ	Eigenwert eines linearen Systems
μ	Nullstelle eines linearen Systems
μ_0	magnetische Feldkonstante $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7} \text{ Vs/m}$
μ_D	Normierungsfaktor Erregerfluß-Dämpferstrom
μ_E	Normierungsfaktor Dämpferfluß-Erregerstrom
ν	Anzahl der steuerbaren Ventile des Stromrichters
ν	Querdehnzahl (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
σ	Blondelscher Streukoeffizient
$\sigma(t)$	Einheitssprung
σ_3	Streufaktor Dämpferwicklung
σ_E	Streufaktor Erregerwicklung
σ_D	Streufaktor d-Komponente Dämpferwicklung
σ_Q	Streufaktor q-Komponente Dämpferwicklung
σ_r	Streufaktor Permanentmagnet
σ_{ij}	Bahnspannung (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
Φ	Transitionsmatrix
Φ_i	Ausgangsmatrix des Störmodells bei dezentralen Beobachtern (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
Φ	mechanischer Drehwinkel einer Welle

Φ_M	mechanischer Drehwinkel des Motors
Φ_1	mechanischer Drehwinkel der ersten Getriebstufe
Φ_2	mechanischer Drehwinkel der zweiten Getriebstufe
φ	Drehwinkel
$\dot{\varphi}$	Winkelgeschwindigkeit
$\ddot{\varphi}$	Winkelbeschleunigung
$\Delta\varphi$	Torsionswinkel der Welle
$\Delta\varphi$	Winkelfehler (Modellbildung der Asynchronmaschine)
$\Delta\dot{\varphi}$	Differenzwinkelgeschwindigkeit der Welle
φ	Phasenwinkel
$\varphi(\omega)$	Phasengang
φ_0	Phasenwinkel des offenen Kreises
$\varphi_0(\omega)$	Phasengang des offenen Kreises
φ_A	Drehwinkel der Arbeitsmaschine
$\dot{\varphi}_A$	Winkelgeschwindigkeit der Arbeitsmaschine
$\ddot{\varphi}_A$	Winkelbeschleunigung der Arbeitsmaschine
φ_M	Drehwinkel des Motors
$\dot{\varphi}_M$	Winkelgeschwindigkeit des Motors
$\ddot{\varphi}_M$	Winkelbeschleunigung des Motors
φ_{Rd}	Phasenrand, Phasenreserve
φ_{T_i}	Phasenwinkel, welcher der Totzeit T_t entspricht
$\underline{\xi}_i$	Zustandsvektor des Störmodells bei dezentralen Beobachtern (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
ρ	Dichte (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
ρ_0	Dichte vor Verformung (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
Ψ	Erregerfluß
Ψ_i	Systemmatrix des Störmodells bei dezentralen Beobachtern (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
Ψ_1	Statorfluß
Ψ_2	Rotorfluß
Ψ_3	Fluß der Dämpferwicklung
Ψ_μ	Luftspaltfluß
$\vec{\Psi}$	komplexer Flußraumzeiger
$\vec{\Psi}_{PMg}$	Gesamtflusses des Permanentmagneten
$\vec{\Psi}_{PM}$	Hauptfluß des Permanentmagneten
Ψ_D, ψ_D	d-Komponente des Flusses der Dämpferwicklung, normiert
Ψ_d, ψ_d	d-Komponente des Statorflusses $\vec{\Psi}_1$, normiert
Ψ_E, ψ_E	Erregerfluß, normiert
Ψ_e	Hauptfluß der Erregerwicklung
Ψ_N	Nennfluß
Ψ_Q, ψ_Q	q-Komponente des Flusses der Dämpferwicklung, normiert

Ψ_{QN}	Nenngröße q-Komponente des Flusses der Dämpferwicklung
$\vec{\Psi}_q, \psi_q$	q-Komponente des Statorflusses $\vec{\Psi}_1$, normiert
$\vec{\Psi}_r$	Rotorflußraumzeiger bei direkter Selbstregelung
$\vec{\Psi}_s$	Statorflußraumzeiger bei direkter Selbstregelung
$\vec{\Psi}_E$	Flußraumzeiger des Erregerflusses
Ω	Winkelgeschwindigkeit; mechanische Winkelgeschwindigkeit
Ω_{el}	elektrische Winkelgeschwindigkeit des Rotors
Ω_{0N}	Leerlaufnennwinkelgeschwindigkeit $\Omega_{0N} = 2\pi N_{0N}$
Ω_A	Winkelgeschwindigkeit der Arbeitsmaschine
Ω_K	Kreisfrequenz des umlaufenden Koordinatensystems K
Ω_L	Kreisfrequenz des umlaufenden Koordinatensystems L
Ω_M	Winkelgeschwindigkeit des Motors
Ω_m	mechanische Winkelgeschwindigkeit des Rotors
Ω_N	Nennkreisfrequenz
Ω_N	mechanische Nennwinkelgeschwindigkeit
Ω_1	Kreisfrequenz eines umlaufenden Raumzeigers im statorfesten Koordinatensystem
Ω_2	Schlupfkreisfrequenz
ω	Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$
ω_0	Kennkreisfrequenz, Eigenfrequenz des ungedämpften Systems
ω_2	Schlupfkreisfrequenz, normiert
ω_a	natural frequency of the absorber
ω_c	ideal resonance frequency
ω_d	Amplitudendurchtrittsfrequenz in <i>rad/s</i>
ω_e	Eigenresonanzfrequenz, Eigenfrequenz des gedämpften Systems
ω_k	Phasendurchtrittsfrequenz = Stabilitätsgrenze
ω_{krit}	Stabilitätsgrenze
ω_L	elektrische Winkelgeschwindigkeit des Rotors, normiert
ω_m	mechanische Winkelgeschwindigkeit des Rotors, normiert
ω_N	Netzkreisfrequenz
$\omega_{0(N)}$	Kennkreisfrequenz des Nennerpolynoms
ω_n	natürliche Frequenz
$\omega_{0(Z)}$	Kennkreisfrequenz des Zählerpolynoms
\mathcal{L}	Laplace-Transformation
\mathcal{Z}	z-Transformation
\mathcal{Z}_{mod}	modifizierte z-Transformation
A	Amplitude
A	Spannungszeitfläche (Stromrichter), Anode (Thyristor)
A	Amplitude der Steuersatzeingangsspannung (Stromrichter)
A	Fläche nach Verformung (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)

A	Systemmatrix
A_{ii}	Teilsystemmatrix (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
A_0	Fläche vor Verformung (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
A_{ZR}	Systemmatrix zustandsgeregeltes System (ohne I-Anteil)
A_{ZRI}	Systemmatrix zustandsgeregeltes System (mit I-Anteil)
A_{Rd}	Amplitudenabstand, Amplitudenrand
A_F	Amplitudenfehler (Modellbildung der Asynchronmaschine)
a	Faktor beim allgemeinen Symmetrischen Optimum
a	Spannungsansteuerung (Stromregelverfahren)
$\underline{a}, \underline{a}^2$	Komplexe Drehoperatoren
B	magnetische Induktion
\vec{B}	komplexer Raumzeiger des magnetischen Feldes
$\mathbf{B}, \underline{b}$	Steuermatrix, Steuervektor
\mathbf{B}_{Ki}	Koppeleingangsmatrix eines Teilsystems (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
\mathbf{B}_{Si}	Steuermatrix eines Teilsystems (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
B_r	Remanenzfeldstärke
BO	Betragsoptimum
BZ	Abkürzung für Bezugsgröße
\vec{b}_{ZRI}	Steuervektor zustandsgeregeltes System (mit I-Anteil)
b_i	Reglerkoeffizienten beim Dämpfungsoptimum
b_{kj}^*	Elemente der modal transformierten Koppeleingänge (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
C	Kapazität
$\mathbf{C}, \underline{c}^T$	Ausgangsmatrix, Ausgangsvektor
\mathbf{C}	stiffness matrix
\mathbf{C}_{Ki}	Koppelausgangsmatrix eines Teilsystems (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
\mathbf{C}_{Mi}	Ausgangsmatrix eines Teilsystems (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
c	Federsteifigkeit, Drehfedersteifigkeit
c_{12}	Drehfedersteifigkeit der Welle, normiert
c_a	absorber spring constant
c_{ik}^*	Elemente der modal transformierten Koppelausgänge (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
$C_P(s)$	charakteristisches Polynom des Regelkreises
D	Diode
D	Dämpfungsgrad, Dämpfungsfaktor
\mathbf{D}, d	Durchschaltmatrix, Durchgriff

D	damping matrix
$D_a(s)$	denominator of the absorber transfer function
D_i	Doppelverhältnis Nr. i (Dämpfungsoptimum)
$D_{(N)}$	Dämpfungsgrad des Nennerpolynoms
$D_{(Z)}$	Dämpfungsgrad des Zählerpolynoms
DO	Dämpfungsoptimum
DSS	dynamisch symmetriertes Stellglied
D_x	induktiver Spannungsabfall (Stromrichter)
d	direkte Achse der Synchron-Schenkelpolmaschine
d	Dämpfung (mechanisch)
d_{12}	Dämpfung der Welle, normiert
d_a	absorber damping constant
d_{α}, d_{β}	Ausgangssignale des Hysteresereglers (Stromregelverfahren)
dB	Dezibel
dt	zeitliche Verschiebung des Zündimpulses (Stromrichter) bei einer differentiellen Störung dx_e
d_x	induktiver Spannungsabfall, normiert
dx_e	differentielle Störung des Eingangssignals x_e
E	Einheitsmatrix; Systemmatrix von $\dot{\mathbf{x}}$ bei Deskriptorsystem
E	Elastizitätsmodul (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
E, E_A	induzierte Gegenspannung
E_0	Elastizitätsmodul, unverformt (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
$E(s), e(t)$	Führungsfehler im Frequenz- bzw. Zeitbereich
EMK	elektromotorische Kraft
$\underline{e}, \underline{e}_i$	Beobachterfehler (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
e_A	induzierte Gegenspannung, normiert
F	Kraft
$F(j\omega)$	Frequenzgang
$ F(j\omega) $	Amplitudengang
$F_0(j\omega)$	Frequenzgang des offenen Regelkreises
$ F_0(j\omega) $	Amplitudengang des offenen Regelkreises
$F_{0,lin}(j\omega)$	Frequenzgang des linearen Teils des offenen Regelkreises
$F_a(s)$	transfer function of the active feedback
F_D	Dreieckfrequenz
F_{jk}	Bahnkraft zwischen den Walzen j-k (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
$F_L(s)$	Übertragungsfunktion des Linearteils
F_N	Nennbahnkraft (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
F_p	Pulsfrequenz
$F_{PH}(s)$	Übertragungsfunktion $F_L(s) + 1$
F_R	Reibkraft

F_{R0}	Reibkraft beim Übergang vom Gleiten ins Haften
F_{Rmax}	Maximale Reibkraft im Haften
$F_R(j\omega)$	Frequenzgang des Reglers
$F_r(j\omega)$	Frequenzgang der Rückführung
$F_S(j\omega)$	Frequenzgang der Strecke
F_S	mittlere Schaltfrequenz des Umrichters (Stromregelverfahren)
F_s	Statorfrequenz bei der direkten Selbstregelung
F_{s0}	Typenpunktfrequenz bei der direkten Selbstregelung
F_T	Taktfrequenz des Umrichters
F_{Tmax}	maximal zulässige Taktfrequenz des Umrichters
$F_w(j\omega)$	Frequenzgang des geschlossenen Regelkreises
$F_z(j\omega)$	Frequenzgang der Störübertragungsfunktion
F_1	Grundfrequenz
f	Frequenz, Abtastfrequenz
f	force
$f(t)$	Zeitfunktion
$f(z)$	z -Transformierte von $f(t)$
f_a	Verarbeitungsfrequenz des AD-Wandlers
f_a	absorber force
f_D	natürliche Amplitudendurchtrittsfrequenz in Hz
f_N	Nennfrequenz
f_{jk}	Bahnkraft zwischen den Walzen j-k, normiert (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
$f^*(t)$	abgetastete Zeitfunktion
$f_p^*(t)$	mit endlicher Schließungsdauer abgetastete Zeitfunktion
f_N	Netzfrequenz
f_n	ausgezeichnete Frequenz (Stromrichter)
f_R	Reibkraft, normiert
f_s	Frequenz der Steuersatzeingangsspannung (Stromrichter)
$G(s)$	Laplace-Übertragungsfunktion
$G(z, m)$	modifizierte z -Übertragungsfunktion
$G_0(s)$	Übertragungsfunktion des offenen Regelkreises
$G_{0,lin}(s)$	Übertragungsfunktion des linearen Teils des offenen Regelkreises
$G_A(s)$	Übertragungsfunktion zur EMK-Aufschaltung, meist $1/V_{STR}$
$G_a(s)$	absorber transfer function
$G_D(s)$	Dämpferübertragungsfunktion
$G_{ers\ i}(s)$	Ersatzübertragungsfunktion des Stromregelkreises
$G_{ers\ n}(s)$	Ersatzübertragungsfunktion des Drehzahlregelkreises
$G_{Gn}(s)$	Übertragungsfunktion der Sollwertglättung des Drehzahlregelkreises
$G_{ls}(z)$	spezielle z -Transformierte des linearen Teils des offenen Regelkreises

$G_{inv}(s)$	inverse Übertragungsfunktion des Ersatzstromregelkreises
$G_p(s)$	transfer function of the primary system
$G_R(s)$	Übertragungsfunktion des Reglers
$G_{Rf}(s)$	Übertragungsfunktion des Bahnkraftreglers
$G_{Rn}(s)$	Übertragungsfunktion des Drehzahlreglers
$G_r(s)$	Übertragungsfunktion der Rückführung
$G_S(s)$	Übertragungsfunktion der Strecke
$G_{Sf_{opt}}(s)$	Übertragungsfunktion der zu optimierenden Bahnkraftregelstrecke
$G_{Sn_{opt}}(s)$	Übertragungsfunktion der zu optimierenden Drehzahlregelstrecke
$G_{SO_n}(s)$	Übertragungsfunktion des symmetrisch optimierten Drehzahlregelkreises
$G_{STR}(s)$	Übertragungsfunktion des Stromrichters
$G_v(s)$	Übertragungsfunktion des Vorwärtszweiges
$G_w(s)$	Führungs-Übertragungsfunktion
$G_z(s)$	Störungs-Übertragungsfunktion
g_c	critical gain
H	magnetische Feldstärke
H	Hysteresebandbreite (Stromregelverfahren)
H_0	Halteglied nullter Ordnung
\mathbf{H}, \mathbf{H}_i	Rückführmatrix dezentraler Beobachter (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
H_c	Koerzitivfeldstärke der magnetischen Induktion
h	endliche Schließungsdauer des Abtasters, Schrittweite
\vec{I}	komplexer Stromraumzeiger
\vec{I}_1^*	komplexer Raumzeiger Statorstrom
\vec{I}_2^*	komplexer Raumzeiger Rotorstrom
\vec{I}_1^{*S}	konjugiert komplexer Statorstrom-Raumzeiger im S-System
\vec{I}_2^{*S}	konjugiert komplexer Rotorstrom-Raumzeiger im S-System
\vec{I}_1^{S*}	Sollwert konjugiert komplexer Statorstrom-Raumzeiger im S-System
\vec{I}_2^{S*}	Sollwert konjugiert komplexer Rotorstrom-Raumzeiger im S-System
I_0	Nullkomponente des Stroms
I_1, I_2	Strom in Leitung 1 und 2
I_a	Ankerkreisstrom
I_a, I_b, I_c	Strangströme
$I_{a,N}$	Ankerkreisnennstrom
I_e	Erregerkreisstrom
$I_{e,0}$	Leerlauferregerstrom
$I_{e,N}$	Erregerkreisnennstrom
$I_{e, \text{equ}}$	äquivalenter Erregerstrom
$I_{\mu d}$	Summenstrom $I_{\mu d} = I_d + I_E$

$I_{\mu q}$	Summenstrom $I_{\mu q} = I_q$
I_{μ}	Magnetisierungsstrom
I_A	Ankerstrom
I_{AN}	Ankernennstrom
I_d	Ausgangsstrom des Stromrichters
I_D, i_D	d-Komponente Dämpferstrom \vec{I}_1 , normiert
I_{DN}	Nenngröße der d-Komponente Dämpferstrom
I_d	d-Komponente Statorstrom \vec{I}_1
I_E, i_E	Erregerstrom, normiert
I_{EN}	Erregernennstrom
I_{effN}	Effektivwert Strangennennstrom
\hat{I}_{K1}	Kurzschlußstroms Scheitelwert der Grundschwingung bei Grundfrequenztaktung (Stromregelverfahren)
Im	Imaginärteil
I_N	Strangennennstrom
I_Q, i_Q	q-Komponente Dämpferstrom \vec{I}_1 , normiert
I_{QN}	Nenngröße der q-Komponente Dämpferstrom
I_q	q-Komponente Statorstrom \vec{I}_1
I_q	Ladestrom der dynamischen Symmetrierschaltung (Stromrichter)
\vec{I}_r	Rotorstromraumzeiger bei direkter Selbstregelung
\vec{I}_s	Statorstromraumzeiger bei direkter Selbstregelung
i_0	Strom zum Zündzeitpunkt, normiert (Stromrichter)
i_A	Ankerstrom, normiert
\bar{i}_A	Mittelwert des Ankerstroms, normiert
i_A^*	Sollwert des Ankerstroms, normiert
\bar{i}_{LG}	Mittelwert des Lückgrenzstroms, normiert
J	Jacobimatrix
J	Gütefunktional
J_K	Gütefunktional der dezentralen Entkopplung (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
j	imaginäre Einheit: $j^2 = -1$
K	Kathode (Thyristor)
K	Hochgestellter Index für allgemeines Koordinatensystem
K	Verstärkungsfaktor
K	Rückführmatrix (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
K_{α}	Verstärkungsfaktor des Stromrichterstellgliedes bei differentieller Störung im NLB
$K_{\alpha l}$	Verstärkungsfaktor des Stromrichterstellgliedes bei differentieller Störung im LB
K_D	Verstärkung des Differentialterms bei Summenform des PID-Reglers

$K_{ers\ i}$	Verstärkungsfaktor des Ersatz-Stromregelkreises
$K_{ers\ n}$	Verstärkungsfaktor des Ersatz-Drehzahlregelkreises
K_f	Rückführkoeffizient der Bahnkraft
K_I	Verstärkungsfaktor des offenen Stromregelkreises
K_I	Verstärkung des Integralterms bei Summenform des PID-Reglers
K_n	Rückführkoeffizient der Drehzahl
K_P	Verstärkung des Proportionalterms bei Summenform des PID-Reglers
K_R	Reglerverstärkung PI-Regler, $G_R(s) = K_R \cdot \frac{1 + sT_R}{s}$
K_S	Streckenverstärkung
K_V	Vorfilterfaktor bei Zustandsregelung
k	Übersetzungsverhältnis
k	Schaltzustand bei Stromregelverfahren
k_1, k_2	Korrekturfaktoren beim erweiterten SO
L	Induktivität
L	Drehimpuls
L	Hochgestellter Index für rotorfestes Koordinatensystem
$L(x, y)$	Lagrange-Fuktion von (x,y) (z.B. Gl. 16.361)
L_1, L_2, L_3	Außenleiter des Spannungssystems N
L_1	Eigeninduktivität der Statorwicklung
L_2	Eigeninduktivität der Rotorwicklung
L_3	Eigeninduktivität der Dämpferwicklung
L_σ	Streuinduktivität
$L_{\sigma 1}$	Streuinduktivität der Statorwicklung
$L_{\sigma E}$	Streuinduktivität der Erregerwicklung
$L_{\sigma d}$	d-Komponente der Streuinduktivität Statorwicklung
$L_{\sigma q}$	q-Komponente der Streuinduktivität Statorwicklung
$L_{\sigma D}$	d-Komponente der Streuinduktivität Dämpferwicklung
$L_{\sigma Q}$	q-Komponente der Streuinduktivität Dämpferwicklung
L_a	Induktivität des Ankerkreises
L_e	Induktivität des Erregerkreises
L_c	Differenzinduktivität Erreger-Dämpfer und Erreger-Stator
L_D, l_d	d-Komponente der Induktivität Dämpferwicklung, normiert
L_d	d-Komponente der Induktivität Statorwicklung
L_E, l_E	Erregerinduktivität, normiert
L_{Ed}, l_{Ed}	differentielle Erregerinduktivität, normiert
L_{EN}	Erregernenninduktivität
L_h	Hauptinduktivität
L_{hd}	d-Komponente der Hauptinduktivität Statorwicklung
L_{hq}	q-Komponente der Hauptinduktivität Statorwicklung
L_{jk}, l_{jk}	Bahnlänge zwischen den Walzen j-k, normiert

	(Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
L_N	Nennbahnlänge (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
L_N	Nenninduktivität
L_Q, l_q	q-Komponente der Induktivität Dämpferwicklung, normiert
L_q	q-Komponente der Induktivität Statorwicklung
LB	Lückbetrieb
LG	Lückgrenze
M	Gegeninduktivität
M	Drehmoment (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
\mathbf{M}	Transformationsmatrix zur Koordinatentransformation
\mathbf{M}	mass matrix
\dot{M}	Massenstrom
M_1	Drehmoment in der ersten Getriebestufe
M_2	Drehmoment in der zweiten Getriebestufe
M_{13}	Stator-Dämpfer-Gegeninduktivität
M_B, m_b	Beschleunigungsmoment, normiert
M_{BA}	Beschleunigungsmoment des Motors
M_{BD}	Beschleunigungsmoment des passiven Dämpfers
M_{BM}	Beschleunigungsmoment der Arbeitsmaschine
M_C	Übertragungsmoment einer Feder
M_D	Übertragungsmoment durch Dämpfung
M_{IN}	inneres Nennmoment des Motors
M_L	Lastmoment
M_M, m_M	Motormoment, normiert
M_{Mi}, m_{Mi}	Luftspaltmoment, normiert
M_R	Reibmoment
M_W, m_W	Widerstandsmoment, Lastmoment, normiert
M_{dD}	d-Komponente Stator-Dämpfer-Gegeninduktivität
M_{DE}	d-Komponente Dämpfer-Polrad-Gegeninduktivität
M_{dE}	d-Komponente Stator-Polrad-Gegeninduktivität
M_{dEN}	Nenngröße d-Komponente Stator-Polrad-Gegeninduktivität
M_e	elektrisches (inneres) Drehmoment
M_{qE}	q-Komponente Stator-Polrad-Gegeninduktivität
M_{qQ}	q-Komponente Stator-Dämpfer-Gegeninduktivität
m_{12}	Wellenmoment, normiert
m_1	Motormoment, normiert
m_2	Widerstandsmoment, Lastmoment, normiert
m_A	Arbeitsmaschinenmoment, normiert
m_a	absorber mass
m_{dE}	d-Komponente Stator-Polrad-Gegeninduktivität, normiert
m_{Ed}	d-Komponente Polrad-Stator-Gegeninduktivität, normiert

N	Drehzahl
N	Spannungssystem
N	Normalkraft
N	Teilchen
\dot{N}	Teilchenstrom
$N(s)$	Nennerpolynom
$N(s)$	Normpolynom 2. Ordnung
N_{Norm}	Normpolynom
N_{0N}	Leerlauf-Nenndrehzahl
N_N	Nenndrehzahl
$N_a(s)$	numerator of the absorber transfer function
NLB	Nichtlückbetrieb
n	Systemordnung
n	Drehzahl, normiert
m_{12}	Differenzwinkelgeschwindigkeit, normiert
n_1	Motordrehzahl, normiert
n_2	Arbeitsmaschinendrehzahl, normiert
n_A	Motordrehzahl
n_M	Arbeitsmaschinendrehzahl
n_T	Pulszahl
P	Amplitudenverhältnis von Sollspannung zu Dreieckspannung (Stromregelverfahren)
P	Leistung
P	Druck
P	Impuls
P_0	Leerlaufleistung
P_N	Nennleistung
P_S	Scheinleistung
p	Pulszahl des Stromrichters
p	Leistung, normiert
\mathbf{p}	Parametervektor einer DAE
p_i	Polynomkoeffizient Nr. i
Q	Ladung
\dot{Q}	Wärmestrom
\mathbf{Q}	Orthogonale Matrix
\mathbf{Q}	Gewichtungsmatrix der Zustandsgrößen
\mathbf{Q}_B	Beobachtbarkeitsmatrix
\mathbf{Q}_S	Steuerbarkeitsmatrix
q	Querachse der Synchron-Schenkelpolmaschine
R	ohmscher Widerstand

R	obere, reguläre Dreiecksmatrix
R	Gewichtungsmatrix der Eingangsgrößen
R_1, r_1	ohmscher Statorwiderstand, normiert
R_2	ohmscher Rotorwiderstand
R_A, r_A	ohmscher Ankerwiderstand, normiert
R_D	d-Komponente des Widerstands Dämpferwicklung
R_E, r_E	ohmscher Erregerwiderstand, normiert
R_{EN}	ohmscher Erregerennwiderstand
Re	Realteil
R_k, r_k	Walzenradius, normiert (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
R_N	Nennwalzenradius (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
R_N	Nennwiderstand
R_Q	q-Komponente des Widerstands Dämpferwicklung
R_a	Ankerkreiswiderstand
R_e	Erregerkreiswiderstand
R_r	Rotorwiderstand bei direkter Selbstregelung
R_s	Statorwiderstand; Statorwiderstand bei direkter Selbstregelung
\underline{r}	Reglervektor
r_i	Komponente i des Reglervektors \underline{r}
S	Schalter, Schalterstellung
S	Hochgestellter Index für statorfestes Koordinatensystem
S	Entropie
\dot{S}	Entropiestrom
$S_{ji}^{\lambda_k}$	Polempfindlichkeit (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
$S_{rji}^{\lambda_k}$	Relative Polempfindlichkeit (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
SO	symmetrisches Optimum
STR	Stromrichter
s	Schlupf
s	Laplace-Operator $s = \sigma + j\omega$
s	Bahnparameter einer parametrisierten Kurve
s_N	Nennschlupf
T	Temperatur
T	Abtastperiode
T	Zeitkonstante, time constant
T	zeitlicher Abstand der Spannungsrampen U_{gi} (Stromrichter)
T_d''	subtransiente Zeitkonstante des Längsfeldes
T_q''	subtransiente Zeitkonstante des Querfeldes
T_d^q	transiente Zeitkonstante des Längsfeldes
T_1	große Zeitkonstante
T_1	Zeitkonstante Statorkreis
T_2	kleine Zeitkonstante

T_2	Zeitkonstante Rotorkreis
$T_{\theta N}$	Trägheits-Nennzeitkonstante
$T_{\theta 1}$	Trägheits-Nennzeitkonstante des Motors
$T_{\theta 2}$	Trägheits-Nennzeitkonstante der Arbeitsmaschine
$T_{\theta(M+A)}$	Summenträgheits-Nennzeitkonstante von Antriebs- und Arbeitsmaschine
T_σ	kleine Summenzeitkonstante
T_σ	Verzögerungszeit
$T_{\sigma i}$	kleine Summenzeitkonstante des Stromregelkreises
$T_{\sigma i E}$	kleine Summenzeitkonstante des Erregerstromregelkreises
$T_{\sigma n}$	kleine Summenzeitkonstante des Drehzahlregelkreises
$T_{\sigma f}$	kleine Summenzeitkonstante des Bahnkraftregelkreises
T_{Abtast}	Abtastzeit
T_A	Ankerzeitkonstante
T_B	Bahnzeitkonstante aus Parallelschaltung der freien Bahnlängen (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
T_{beo}	Zeitkonstante des Entkopplungsbeobachters (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
T_c	critical time constant
T_D	Differentiations-Zeitkonstante
T_D	Zeitkonstante d-Komponente Dämpferwicklung
T_E	statistischer Mittelwert von T_w , Wartezeitnäherung (Stromrichter)
T_E	Erregerzeitkonstante
T_{Ed}	differentielle Erregerkreiszeitkonstante
T_{EN}	Erregerkreis-Nennzeitkonstante
T_{ers}	Ersatzzeitkonstante
$T_{ers i}$	Ersatzzeitkonstante des Stromregelkreises
$T_{ers i E}$	Ersatzzeitkonstante des Erregerstromregelkreises
$T_{ers n}$	Ersatzzeitkonstante des Drehzahlregelkreises
T_G	Zeitkonstante der Führungsglättung
T_{Gn}	Zeitkonstante der Führungsglättung beim Drehzahlregelkreis
T_g	Zeitkonstante der Istwertglättung
T_{gi}	Zeitkonstante der Stromistwertglättung
$T_{gi E}$	Zeitkonstante der Erregerstromistwertglättung
T_{ge}	Zeitkonstante der Gegenspannungsiswertglättung
T_{gu}	Zeitkonstante der Ankerspannungsiswertglättung
T_{gn}	Zeitkonstante der Drehzahlistwertglättung
T_{gf}	Zeitkonstante der Bahnkraftistwertglättung
T_I	Integrations-Zeitkonstante
T_{if}	Integrations-Zeitkonstante der Bahnkraft
T_{jk}	Bahnzeitkonstante (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
T_K	Temperaturkoeffizient
T_{mess}	Meßzeit

T_N	Periodendauer der Netzspannung
T_N	Nenn-Bahnzeitkonstante (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
T_n	Nachstellzeit PI-Regler, $G_R(s) = V_R \cdot \frac{1 + sT_n}{sT_n}$
T_{nf}	Nachstellzeit des Bahnkraft-PI-Reglers
T_{nn}	Nachstellzeit des Drehzahl-PI-Reglers
T_Q	Zeitkonstante q-Komponente Dämpferwicklung
T_R	Nachstellzeit PI-Regler, $G_R(s) = K_R \cdot \frac{1 + sT_R}{s}$
T_{res}	resultierende Zeitkonstante
T_S	große Zeitkonstante
T_{sys}	Systemzeitkonstante
T_t	Totzeit
T_{xi}	Zeitkonstante des Strommeßgliedes
T_{xn}	Zeitkonstante des Drehzahlmeßgliedes
T_y	Registerfehlerzeitkonstante (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
T_w	Wartezeit (Stromrichter)
T_{w0}	Wartezeit (Stromrichter) für $\Delta\alpha \rightarrow 0$
t	Zeit
t_{an}	Anregelzeit
t_{aus}	Ausregelzeit
t_B	Stromführungsdauer eines Ventils (Stromrichter)
\hat{U}	Scheitelwert einer Spannung
\vec{U}	komplexer Spannungsraumzeiger
\vec{U}_1	Raumzeiger der Statorspannung
\vec{U}_2	Raumzeiger der Rotorspannung
U_0	Nullkomponente der Spannung
U_1, U_2, U_3	Strangspannungen des Spannungssystems N
U_{12}	Zahl der Druckspiegel (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
U_a, U_b, U_c	Strangspannungen
U_{ab}, U_{bc}, U_{ca}	verkettete Spannungen
U_A, u_A	Ankerspannung, normiert
U_{AN}	Ankernennspannung
U_{effN}	Effektivwert Strangnennspannung
U_a	Ausgangsspannung
U_d, u_d	Ausgangsspannung des Stromrichters, normiert
U_d, u_d	d-Komponente der Statorspannung, normiert
U_{dc}	DC-Spannung des Wechselrichters, Zwischenkreisspannung
U_{dN}	Nennspannung des Stromrichters
U_{di0}	idealer Gleichspannungsmittelwert bei $\alpha = 0^\circ$
U_D	Dreieckspannung
U_e	Eingangsspannung

\vec{U}_E	Spannungsraumzeiger der Erregerspannung
U_E, u_E	Erregerspannung, normiert
U_{EN}	Erregernennspannung
U_{gi}, u_{gi}	netzsynchrone Spannungsrampen (Grundspannungen), normiert beim Stromrichterstellglied
U_H	Hauptfeldspannung
\vec{U}_i^S	Raumzeiger der inneren Gegenspannung im statorfesten KOS
U_N	Strangnennspannung
U_q, u_q	q-Komponente der Statorspannung, normiert
\vec{U}_r	Rotorspannungsraumzeiger bei direkter Selbstregelung
U_R	Reglerausgangsspannung
U_{RN}	Reglernennspannung
\vec{U}_s	Statorspannungsraumzeiger bei direkter Selbstregelung
U_V	Grundschwingungseffektivwert der verketteten Spannung
\hat{u}	Scheitelwert einer Spannung, normiert
u, \underline{u}	Stellgröße, Stellvektor, Reglerausgangsgröße, Steuervektor
u_α	sprungförmige Änderung von u_d im NLB zum Zündzeitpunkt
$u_{\alpha l}$	sprungförmige Änderung von u_d im LB zum Zündzeitpunkt
u_b	begrenzttes Stellsignal
\underline{u}_{Ki}	Vektor der Koppeleingänge (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
u_{sat}	Amplitude der Stellbegrenzung
\underline{u}_{Si}	Vektor der Steuereingänge (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
u_σ	relative Kurzschlußspannung
\ddot{u}	Getriebeübersetzungsfaktor, Übersetzungsverhältnis
V	Transformationsmatrix (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
V, v	Bahngeschwindigkeit, normiert (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
V	elektrisches Potential
V	Geschwindigkeit
V	Volumen
\dot{V}	Volumenstrom
V_0	Leerlaufspannung bei Nenndrehzahl
V_0, V_1, V_2	Potentiale an den Knoten 0, 1, 2
V_0	mittlere Bahngeschwindigkeit (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
v_0	mittlere Bahngeschwindigkeit, normiert (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
$V_{a,i}$	induzierte Spannung des Ankerkreises
$V_{a,N}$	Ankerkreisnennspannung
$V_{e,i}$	induzierte Spannung des Erregerkreises
V_j	Walzengeschwindigkeit (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
V_N	Nennbahngeschwindigkeit (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)

V_N	Strangnennspannung
V_{0R}	Verstärkung des Operationsverstärkers
V_G	Verstärkung der Führungsglättung
V_i	Koeffizientenverhältnis Nr. i (Dämpfungsoptimum)
V_R	Reglerverstärkung PI-Regler, $G_R(s) = V_R \cdot \frac{1 + sT_n}{sT_n}$
V_{Rf}	Verstärkung des Bahnkraftreglers
V_{Rn}	Verstärkung des Drehzahlreglers
V_S	Streckenverstärkung
V_{STR}	Verstärkung des Stromrichters
$V_{r,LR}$	Läuferstillstandsspannung
$V_{s,N}$	Strangnennspannung
V_{xi}	Verstärkung des Strommeßglieds
V_{xn}	Verstärkung des Drehzahlmeßglieds
v_f	Taktverhältnis von Umrichtertaktfrequenz zu Grundfrequenz (Stromregelverfahren)
WOK	Wurzelortskurve
\mathbf{w}	Variable der \mathbf{w} -Transformation
w	Führungsgröße, Sollwert
\underline{w}	Sollwertvektor
w'	Führungsgröße nach Sollwertglättung
w_1	Windungszahl der Statorwicklung
w_2	Windungszahl der Rotorwicklung
$X(s)$	Zustandsvektor im Laplace-Bereich
X_σ	Streureaktanz
X_e, x_e	Steuersatzeingangsspannung, normiert (Stromrichter)
\hat{X}_e	Maximalwert von X_e
ΔX_e	Eingangsspannungsänderung (Stromrichter)
X_e^*	abgetastete Steuersatzeingangsspannung
X_{e0}, x_{e0}	konstante Steuersatzeingangsspannung, normiert
X_{eS}, x_{eS}	Eingangsspannung der dynamischen Symmetrierschaltung, normiert
X_H	Hauptreaktanz
X_h	Hauptreaktanz
X_S	symmetrisch begrenzte Steuersatzeingangsspannung
x	Trägheitsmomentverhältnis $x = \frac{\Theta_M}{\Theta_M + \Theta_A}$
x, \underline{x}	Streckenzustand, Zustandsvektor, Regelgröße
\hat{x}	Zustandsvektor des Beobachters
x_d'	transiente Längsreaktanz
x_d''	subtransiente Längsreaktanz

x_q''	subtransiente Querreaktanz
x_0	Amplitude des Signals, $x(t) = x_0 \cdot \sin(\omega t + \varphi)$
x_a	absorber position
x_d	Regeldifferenz
x_d	d-Komponente der Reaktanz Statorwicklung, normiert
x_e	Eingangssignal
\hat{x}_e	Maximalwert von x_e
\dot{x}_{e-}	erste Ableitung der Steuersatzeingangsspannung zu den Zeitpunkten nT_-
x_{\max}	Maximalwert der Regelgröße x
x_I	zusätzlicher Streckenzustand durch Führungsintegrator
x_n	erfaßte Regelgröße, Meßgröße
X_m	(symmetrische) Hauptfeldreaktanz
$X_{m,d}$	Hauptfeldreaktanz der d -Achse
x_p	position of the primary system
x_q	q-Komponente der Reaktanz Statorwicklung, normiert
X_s	Statorreaktanz
Y_{jk}	Registerfehler (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
Y_N	Bezugsgröße des Registerfehlers (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
y, \underline{y}	Ausgangsgröße, Ausgangsvektor
y_{jk}	Registerfehler, normiert (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
\underline{y}_{Ki}	Vektor der Koppelausgänge (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
\underline{y}_{Mi}	Vektor der Meßausgänge (Kontinuierl. Fertigungsanlagen)
Δy	Beobachterfehler
$Z(s)$	Zählerpolynom
$Z_{NL}(s)$	Polynom im Zusatznetzwerk (Vermeidung von Strecken-Windup)
$Z_{NS}(s)$	Polynom im Zusatznetzwerk (Vermeidung von Strecken-Windup)
Z_p	Polpaarzahl
$Z_{RW}(s)$	Zählerpolynom im Regler (Führungskanal)
$Z_U(s)$	Zählerpolynom im Regler (u-Rückführung)
z	Störgröße
z	komplexe Frequenzvariable für z -Transformation, Definition als Abkürzung $z = u + jv = e^{sT}$

Variablenübersicht zu Kapitel 23: Fortgeschrittene Prozessmodelle und Regelungsverfahren für Rollen-Rotationsdruckmaschinen

Allgemeine Bemerkungen

- Die Linearisierung einer Variablen u erfolgt gemäß $u(x, t) = \bar{u}(x) + \tilde{u}(x, t)$. Der Querstrich kennzeichnet den stationären Zustand (Arbeitspunkt), die Tilde eine kleine Abweichung von diesem.
- Oft wird eine Walze als „Klemmstelle“ bezeichnet, auch wenn es sich nur um eine umschlungene Walze ohne Anpresswalze handelt.
- Im Strukturplan werden Konstanten durch Kreise dargestellt.
- Symbole, die spezifisch für die Kapitel 23.7 und 23.8 sind, werden dort erklärt oder erklären sich selbst.

Formelzeichen und Abkürzungen

A_e	Querschnitt der entspannten Bahn (entspannter Querschnitt)
$A_{en-1,n}(x, t)$	entspannter Querschnitt als Funktion von Ort x und Zeit t im Bahnabschnitt $(n - 1, n)$
\bar{A}_e	stationärer Zustand von A_e , unabhängig von Ort und Zeit über die gesamte Bahnlänge
A_{eEn}	Querschnitt A_e am Eingang einer Walze n
b_e	Breite der entspannten Bahn
d	Dämpfungsgrad
E	Elastizitätsmodul (E-Modul) oder Dublierfehler (in Kap. 23.2)
$E_{n-1,n}(x, t)$	Elastizitätsmodul als Funktion von Ort x und Zeit t im Bahnabschnitt $(n - 1, n)$
$\bar{E}_{n-1,n}(x)$	ortsabhängiger, stationärer Elastizitätsmodul
E_{En}	Elastizitätsmodul am Eingang der Klemmstelle n
\bar{E}_{12}	Dublierfehler zwischen den Druckwerken 1 und 2
F	Kraft allgemein oder Übertragungsfunktion
$F_{n-1,n}$	Bahnzugkraft im Abschnitt $(n - 1, n)$
$f_o = k f_u$	ganzzahliges Vielfaches von f_u , $k = 1, 2, \dots, n$
f_u	Umdrehungsfrequenz einer Walze
G	Übertragungsfunktion
GSRF	Gesamt-Schnittregisterfehler
G_{ewk}	Ersatz-Übertragungsfunktion des geschlossenen Drehzahlregelkreises von Antrieb k

$k_{\alpha n}$	Koeffizient der Kraftübertragung bei Gleitreibung
l_{1n}	freie Bahnlänge zwischen den Klemmstellen 1 und n
$l_{n-1,n}$	freie Bahnlänge zwischen den Klemmstellen $(n-1)$ und n
s	Laplace-Operator
t	Zeit
T_K	Zeitkonstante eines PI-Reglers
TSRF	Teil-Schnittregisterfehler
$T_{e\omega k}$	Ersatzzeitkonstante des geschlossenen Drehzahlregelkreises von Antrieb k
T_{G13}	Zeitkonstante zwischen Klemmstelle 1 and 3 bei Gleitschlupf der Klemmstelle 2
$T_{n-1,n}$	Zeitkonstante (oder Totzeit) zwischen Klemmstelle $(n-1)$ und n
T_{1n}	Totzeit zwischen Klemmstelle 1 und n
T_u	Umdrehungszeit einer Walze
$u(x, t)$	Variable
$\bar{u}(x)$	stationärer Zustand der Variablen u
$\tilde{u}(x, t)$	kleine Abweichung vom stationären Zustand \bar{u}
\hat{u}	Sprungamplitude von \tilde{u}
$\tilde{u}_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{u}(t)$	stationärer Zustand nach einem Ausgleichsvorgang
\bar{v}	Mittelwert der Transportgeschwindigkeit der Bahn
v_{cn}	Umfangsgeschwindigkeit der Klemmstelle n
V_K	Verstärkungsfaktor eines PI-Reglers
x	Ortskoordinate
\tilde{Y}_{1n}	Farbregister- oder Schnittregisterfehler zwischen den Klemmstellen 1 und n
\tilde{Y}_{1n}^*	Teil-Schnittregisterfehler zwischen den Klemmstellen 1 und n
$z_{T(n-1),n}(x, t)$	Transportstörung in Abhängigkeit von Ort x und Zeit t im Bahnabschnitt $(n-1, n)$ infolge von Änderungen des Bahnquerschnitts und des E-Moduls
$z_{TE n}$	Transportstörung am Eingang von Klemmstelle n
α	Umschlingungswinkel der Bahn
β	Umschlingungswinkel längs der Haftzone
γ	Umschlingungswinkel längs der Gleitzzone bei Dehnschlupf
ε_{En}	Dehnung der Bahn am Eingang von Klemmstelle n
$\varepsilon_{n-1,n}$	Dehnung der Bahn im Abschnitt $(n-1, n)$
$\varepsilon_{Fn-1,n}$	zugkraftabhängige Dehnung im Bahnabschnitt $(n-1, n)$
$\bar{\varepsilon}_{n-1,n} = \bar{\varepsilon}_{Fn-1,n}$	stationäre Dehnung im Bahnabschnitt $(n-1, n)$
$\varepsilon_{Tn-1,n}$	transportabhängige Dehnung im Bahnabschnitt $(n-1, n)$
$\sigma_{n-1,n}$	Bahnspannung im Bahnabschnitt $(n-1, n)$
ω	Winkelgeschwindigkeit
ω_k	Istwert der Winkelgeschwindigkeit des Antriebs k
ω_{kw}	Sollwert von ω_k
ω_0	Kennkreisfrequenz

Variablenübersicht zu Kapitel 25: Dynamische Reibungsmodellierung: Das Lund-Grenoble (LuGre) Reibmodell

$\mathbb{N}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$	natürliche, reelle und komplexe Zahlen
$[a, b)$	Intervall von a (eingeschlossen) bis b (ausgeschlossen) mit $a < b$
$\mathbb{R}_{>0} / \mathbb{R}_{\geq 0}$	positive reelle Zahlen ohne/mit Null
$\mathbf{v} \in \mathbb{R}^n, \mathbf{0}_n \in \mathbb{R}^n$	Spalten-, Nullvektor der Länge $n \in \mathbb{N}$
$\mathbf{v}^\top \in \mathbb{R}^{1 \times n}$	Zeilenvektor (transponierter Spaltenvektor)
$\ \mathbf{v}\ $	$:= \sqrt{\mathbf{v}^\top \mathbf{v}}$, Euklidische Norm des Vektors \mathbf{v}
$\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times m}$	Matrix mit n -Zeilen und m -Spalten, $n, m \in \mathbb{N}$
$\mathbf{A}^{-1} / \mathbf{A}^\top$	Inverse / Transponierte der Matrix \mathbf{A}
$\text{col}_i(\mathbf{A})$	i -te Spalte der Matrix \mathbf{A} , $i \in \mathbb{N}$
$\det(\mathbf{A})$	Determinante der Matrix $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$
$\mathbf{I}_n \in \mathbb{R}^{n \times n}$	$:= \begin{bmatrix} 1 & & \\ & \ddots & \\ & & 1 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}$, Einheitsmatrix
$\max\{a_1, \dots, a_n\}$	Maximum der Elements $a_1, \dots, a_n \in \mathbb{R}$
$\mathbf{y}(\cdot)$	(vektorielle) Funktion $\mathbf{y}: I \rightarrow Y$, $I \subseteq \mathbb{R}_{\geq 0}$, $Y \subseteq \mathbb{R}^n$
$\mathbf{y}(t) \in \mathbb{R}^n$	Wert der Funktion $\mathbf{y}(\cdot)$ ausgewertet an der Stelle $t \in I$
$\text{sat}_{\underline{u}}^{\bar{u}}: \mathbb{R} \rightarrow [\underline{u}, \bar{u}]$	Sättigungsfunktion mit $\bar{u} > \underline{u}$,
$\text{sat}_{\underline{u}}^{\bar{u}}: \mathbb{R} \rightarrow [\underline{u}, \bar{u}]$	$u \mapsto \text{sat}_{\underline{u}}^{\bar{u}}(u) := \begin{cases} \bar{u} & , u \geq \bar{u} \\ u & , \underline{u} < u < \bar{u} \\ \underline{u} & , u \leq \underline{u} \end{cases}$ (26.1)
$\text{sign}: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$	Signumsfunktion
$\text{sign}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$	$x \mapsto \text{sign}(x) := \begin{cases} 1 & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -1 & , x < 0 \end{cases}$ (26.2)
$\mathcal{C}(I; Y)$	Raum der stetigen Abbildungen $I \rightarrow Y$
$\mathcal{C}^n(I; Y)$	Raum der n -mal stetig differenzierbaren Funktionen
$\mathcal{L}_{(\text{loc})}^p(I; Y)$	Raum der messbaren, (lokal) p -fach integrierbaren Funktionen
$\mathcal{L}_{(\text{loc})}^\infty(I; Y)$	Raum der messbaren, (lokal) essentiell beschränkten Funktionen mit der Norm $\ \mathbf{f}\ _\infty := \text{ess-sup}_{t \in I} \ \mathbf{f}(t)\ $
$\mathcal{W}^{k, \infty}(I; Y)$	Raum der beschränkten lokal absolut stetigen Funktionen mit essentiell beschränkter Ableitung $\mathbf{f}^{(i)} \in \mathcal{L}^\infty(I; Y)$ für alle $i \in \{1, \dots, k\}$

Literaturverzeichnis

Grundlagen

- [1] Ackermann, J.
Abtastregelung.
Springer, Berlin, 1972
- [2] Ackermann, J.
Beschreibungsfunktionen für die Analyse und Synthese von nichtlinearen Abtast-Regelkreisen.
Regelungstechnik (1966), No. 14, S. 497-544
- [3] Ackermann, J.
Abtastregelung.
Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 3. Auflage, 1988
- [4] Ackermann, J.
Sampled Data Control Systems.
Springer Verlag 1985
- [5] Anderson, B.; Moore, J.
Optimal Control: Linear Quadratic Methods.
Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1989
- [6] Angermann, A.; Beuschel, M.; Rau, M.; Wohlfarth U.
MATLAB - SIMULINK - STATEFLOW
Grundlagen, Toolboxes, Beispiele.
8.aktualisierte Auflage, De Gruyter Oldenbourg Verlag, München, 2014
- [7] Aström, K.J.; Wittenmark, B.
Computer controlled systems.
N. S. Prentice Hall, Englewood-Chiffs, 1984
- [8] Breitenecker, F.; Ecker, H.; Bausch-Gall, I.
Simulieren mit ACSL — Eine Einführung in die Modellbildung, numerische Methoden und Simulation.
Vieweg-Verlag, Braunschweig, 1993

- [9] Blaschke, F.
Das Kriterium der Doppelverhältnisse.
Unveröffentlichter Technischer Bericht No. 9331, Siemens AG, und Diplomarbeiten des Lehrstuhls für Elektrische Antriebstechnik
- [10] Brammer, K.
Kalman-Bucy-Filter: deterministische Beobachtung und stochastische Filterung.
Oldenbourg-Verlag, München, 1994
- [11] Bronstein, I.N.; Semendyayev, K. A; Musiol, G.; Muehlig, H.
Handbook of Mathematics.
Springer-Verlag, Berlin, 2007
- [12] Daniels, R.W.
An Introduction to Numerical Methods and Optimization Techniques.
New York, 1978
- [13] D’Azzo, J.J.; Houpis, C.H.
Linear Control System Analysis and Design.
Tokio 1981
- [14] Di Stefano, J.J.; Stubberud, A.R.; Williams, I.J.
Regelungssysteme.
Düsseldorf, 1976
- [15] Dörrscheidt, F.; Latzel, W.
Grundlagen der Regelungstechnik.
Teubner-Verlag, Stuttgart, 1993
- [16] Dorf, R.C.
Modern Control Systems.
Reading, 1980
- [17] Drenick, R.F.
Die Optimierung linearer Regelkreise.
Oldenbourg Verlag, München, 1967
- [18] Föllinger, O.
Regelungstechnik., Elitera Verlag, Berlin, 1978
- [19] Föllinger, O.
Nichtlineare Regelungen II.
R. Oldenbourg, München, Wien, 1993
- [20] Föllinger, O.
Lineare Abtastsysteme.
Oldenbourg, München, 1979

- [21] Föllinger, O.
Lineare Abtastsysteme.
Oldenbourg, München, Wien, 1982
- [22] Föllinger, O.
Lineare Abtastsysteme.
Oldenbourg Verlag, München, Wien, 4. Auflage, 1990
- [23] Föllinger, O.
Regelungstechnik - Einführung in die Methoden und ihre Anwendung.
10. durchgesehene Auflage, VDE-Verlag, Heidelberg 2008 ISBN-10:
3778529706, ISBN-13: 978-3778529706
- [24] Föllinger, O.
Bearbeitet von:
Konigorski, U.; Lohmann, B.; Roppenecker, G.; Trächtler, A.
Regelungstechnik: Einführung in die Methoden und ihre Anwendung.
VDE VERLAG GmbH; Auflage: 11., völlig neu bearb. Aufl. (10. September 2013)
ISBN-10: 3800732319, ISBN-13: 978-3800732319
- [25] Frank, P.M.
Empfindlichkeitsanalyse dynamischer Systeme.
München, 1976
- [26] Franklin, G.F.; Powell, J.D.
Digital Control of Dynamic Systems.
Reading, 1980
- [27] Franklin, G. F.; Powell, J. D.; Emami-Naeini, A.
Feedback Control of Dynamic Systems.
5. Auflage, Prentice Hall, Upper Saddle River (New Jersey), 2006
- [28] Glattfelder, H. A.; Schaufelberger, W.
Control Systems with Input and Output Constraints Design and Analysis of „Antiwindup“and „Overrides“. Springer-Verlag 2002, reprint of the original 1st ed. 2003
ISBN-10: 0387407162, ISBN-13: 978-1852333874, ASIN: 1852333871
- [29] Górecki, H.; Fuksa, S.; Grabowski, P.; Korytowski, A.
Analysis and Synthesis of Time Delay Systems.
John Wiley & Sons, Warszawa, 1989
- [30] Habenstein, G.
Anwendung des Verfahrens der Doppelverhältnisse auf die Optimierung von Regelkreisen der elektrischen Antriebstechnik.
Diplomarbeit, Lehrstuhl für Elektrische Antriebstechnik, TU München, 1975

- [31] Hamming, R.W.
Numerical Methods for Scientists and Engineers.
Tokio, 1973
- [32] Isermann, R.
Digital control systems I und II.
Springer, Berlin, 1981
- [33] *Identification of Dynamic Systems: An Introduction with Applications.*
Isermann, R.; Münchhof, M.
Springer Verlag 2011
ISBN-10: 3540788786, ISBN-13: 978-3540788782
- [34] Isermann, R.
Digitale Regelsysteme, Band 1.
Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2. Auflage, 1988
- [35] Kalman, R.E.; Bucy, R.S.
New results in linear filtering and prediction theory.
Proc. ASME Journal of Basic Engineering, März 1961, S. 95-108
- [36] Katz, P.
Digital Control Using Microprocessors.
London, 1981
- [37] Kessler, C.
Über die Vorausberechnung optimal abgestimmter Regelkreise Teil III.
Regelungstechnik 3, 1955
- [38] Kessler, C.
Das symmetrische Optimum.
Regelungstechnik 6, 1958
- [39] Kuo, B.C.
Digital Control Systems.
New York, 1981
- [40] Lang, G.; Ham, J.M.
Conditional Feedback Systems — A New Approach to Feedback Control.
Paper SS-202, AIEE Winter General Meeting, New York, January 31 -
February 4, 1955
- [41] Lee, Y.-I.; Kim, J.-S.; Kim, Y.-Y.
*Generalized PID Position Control Algorithm for High Performance Po-
sition Control Loop Using Linear Machine Drive.*
IPEC Conference, Tokyo, April 2000

- [42] Ludyk, G.
Theoretische Regelungstechnik 2.
Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1995
- [43] Lunze, J.
Regelungstechnik 1.
Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1996
- [44] Lunze, J.
Regelungstechnik 2.
Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1996
- [45] Lunze, J.
Regelungstechnik 2 - Mehrgrößensysteme, Digitale Regelung.
5. Auflage, Springer Verlag, Berlin/Heidelberg 2008
- [46] Lunze, J.
Regelungstechnik I.
Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 9. Auflage, 2013
- [47] Lunze, J.
Regelungstechnik II.
Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 7. Auflage, 2013
- [48] Lutz, H.; Wendt, W.
Taschenbuch der Regelungstechnik.
Verlag Harri Deutsch, Ed. 7, 2007
- [49] Narendra, K.S.; Annaswamy, A.M.
Stable Adaptive Systems.
Prentice Hall 1989
- [50] Olbrich, D.
Untersuchung des dynamischen Verhaltens von dämpfungsoptimierten Regelkreisen.
Studienarbeit, Lehrstuhl für Elektrische Antriebstechnik, TU München, 1978
- [51] Papageorgiou, M.
Optimierung. Statische, dynamische, stochastische Verfahren für die Anwendung.
Oldenburg Verlag, München, Wien, 1991
- [52] Papoulis, A.
Circuits and Systems. Tokio, 1980
- [53] Ralston, A.; Rabinowitz, P.
A First Course in Numerical Analysis.
Tokio, 1978

- [54] Roppenecker, G.
Zustandsregelung linearer Systeme - Eine Neubetrachtung.
Automatisierungstechnik 57 (10-2009), S. 491-498
- [55] Saucedo, R.; Schiring, E.E.
Introduction to Continuous and Digital Control Systems.
New York, 1968
- [56] Scheid, F.
Numerische Analysis.
Düsseldorf, 1979
- [57] Schröder, D.
Elektrische Antriebe 1: Grundlagen.
Springer-Verlag, Berlin 1994
- [58] Schröder, D.
Elektrische Antriebe - Grundlagen.
Springer-Verlag, Berlin 2000, 2. Auflage
- [59] Schröder, D.
Elektrische Antriebe - Grundlagen.
Springer-Verlag, Berlin 2007, 3. Auflage
- [60] Schröder, D.
Elektrische Antriebe - Grundlagen.
Springer-Verlag, Berlin 2009, 4. Auflage
- [61] Schröder, D.
Elektrische Antriebe - Grundlagen.
Springer-Verlag, Berlin 2012, 5. Auflage
- [62] Schröder, D.
Elektrische Antriebe 2: Regelung von Antrieben.
Springer-Verlag, Berlin 1995
- [63] Schröder, D.
Elektrische Antriebe: Regelung von Antriebssystemen.
Springer-Verlag, Berlin 2001, 2. Auflage
- [64] Schröder, D.
Elektrische Antriebe: Regelung von Antriebssystemen.
Springer-Verlag, Berlin 2008, 3. Auflage
- [65] Schröder, D.
Elektrische Antriebe: Regelung von Antriebssystemen.
Springer-Verlag, Berlin 2015, 4. Auflage

- [66] Schröder, D.
Elektrische Antriebe 3: Leistungselektronische Bauelemente.
Springer-Verlag, Berlin 1996
- [67] Schröder, D.
Leistungselektronische Bauelemente.
Springer-Verlag, Berlin 2006, 2. Auflage
- [68] Schröder, D.
Elektrische Antriebe 4: Leistungselektronische Schaltungen.
Springer-Verlag, Berlin 1998
- [69] Schröder, D.
Leistungselektronische Schaltungen - Funktion, Auslegung und Anwendungen.
Springer-Verlag, Berlin 2008, 2. Auflage
- [70] Schröder, D.
Leistungselektronische Schaltungen - Funktion, Auslegung und Anwendungen.
Springer-Verlag, Berlin Heidelberg 2012, 3. Auflage
- [71] Schröder, D.
Intelligente Verfahren: Identifikation und Regelung nichtlinearer Systeme
Springer-Verlag, Berlin, 2010
- [72] Schröder, D. (Ed.)
Intelligent Observer and Control Design for Nonlinear Systems.
Springer-Verlag, Berlin 1999
- [73] Schrüfer, E.
Elektrische Meßtechnik.
Hanser-Verlag, München, Wien, 1990
- [74] van der Smagt, P.; Hirzinger, G.
The cerebellum as computed torque model.
Fourth International Conference on Knowledge-Based Intelligent Engineering Systems & Allied Technologies, Brighton, 2000
- [75] Stiefel, E.
Einführung in die numerische Mathematik.
Stuttgart, 1976
- [76] Strejc, V.
Dimensionierung stetiger, linearer Regelkreise für die Praxis.
Reihe Automatisierungstechnik, VEB Verlag Technik, Berlin, 1970

- [77] Strobel, H.
Experimentelle Systemanalyse.
Akademie-Verlag, Berlin 1975
- [78] Unbehauen, H.
Regelungstechnik
Bd. 1: Klassische Verfahren zur Analyse und Synthese linearer kontinuierlicher Regelsysteme,
Bd. 2: Zustandsregelungen, digitale und nichtlineare Regelsysteme,
Bd. 3: Identifikation, Adaption, Optimierung.
Wiesbaden, 1989
- [79] Unbehauen, H.
Regelungstechnik II - Zustandsregelungen, digitale und nichtlineare Regelsysteme.
9. Auflage, Vieweg Verlag, Braunschweig 2007
- [80] Van Valkenburg, M.E.
Analog Filter Design.
Tokio, 1982
- [81] Vas, P.
Electrical machines and drives.
Clarendon press Oxford, 1992
- [82] Vas, P.
Vector control of ac machines.
Clarendon Press, Oxford, 1990
- [83] Vogt, K.
Elektrische Maschinen: Berechnung rotierender elektrischer Maschinen.
Verlag Technik, Berlin 1988
- [84] Wang, D.; Ye, Y.; Zhang, B.
Practical Iterative Learning Control with Frequency Domain and Sampled Data Implementation.
Springer Verlag, 2014
- [85] Wernstedt, J.
Experimentelle Prozeßanalyse.
Verlag Technik, Berlin 1989
- [86] Westermaier, C.
Modellbasierte Adaptive Regelung.
[72], S. 487-527, 2010

- [87] Westermaier, C.
Zeitdiskrete adaptive Regelung mit allgemeinem Referenzmodell bei instabilen Diskretisierungsnullstellen.
Dissertation Technische Universität München, 2014
- [88] Yang, T.
Impulsive Control Theory.
Springer, 2001
- [89] Yuz, J.; Goodwin, G.C.
Sampled Data Models for Linear and Nonlinear Systems.
Springer Verlag, 2014
- [90] Zäh, M.; Brandenburg, G.
Das erweiterte Dämpfungsoptimum.
Automatisierungstechnik at, Vol. 35 (1987), No. 7, S. 275-283

Stellbegrenzungen in Regelkreisen

- [91] Goodwin, G.C.
Private Mitteilung. 2011
- [92] Hippe, P.
Windup in Control - Its Effects and Their Prevention. Springer Verlag Heidelberg, London, New York, 2006
- [93] Hippe, P.
Prévention de l'emballlement en présence de contraintes sur la sortie.
Conférence Internationale Francophone d'Automatique, CIFA'12, Grenoble (2012), S. 221-226.
- [94] Hippe, P.
Vermeidung von Windup bei Ausgangsbegrenzung.
Automatisierungstechnik 61(2013), S. 609-616
- [95] Hippe, P.; Deutscher, J.
Design of Observer-based Compensators - From the Time to the Frequency Domain. Springer Verlag Heidelberg, London, New York, 2009
- [96] Hippe, P.; Wurmthaler, C.; Glattfelder, A.D.; Schaufelberger, W.
Regelung mit Stellbegrenzung.
in *Entwurf nichtlinearer Regelungen*, Herausgeber S. Engell, Oldenbourg Verlag München, 1995, S. 239-264.

- [97] Hippe, P.; Wurmthaler, C.
Systematic closed-loop design in the presence of input saturation.
Automatica, Vol. 35 (1999), S. 689-695.
- [98] Walgama, K.S.; Rönnbäck, S.; Sternby, J.
Generalization of Conditioning Technique for Anti-Windup Compensators.
IEE Proceedings Part D, Vol. 139 (1992), S. 109-118.
- [99] Zaccarian, L.; Teel, A.R.
Modern Anti-windup Synthesis - Control Augmentation for Actuator Saturation. Princeton University Press Princeton, Oxford, 2011

Antriebstechnik und benachbarte Gebiete

- [100] Berger, T.
Analyse des Spielverlaufs als Grundlage für die Motordimensionierung.
Elektrie, Vol. 28 (1974), No. 9, S. 481-484
- [101] Bödefeld, T.; Sequenz, H.
Elektrische Maschinen.
Springer-Verlag, Wien New York, 1971
- [102] Bühler, H.
Einführung in die Theorie geregelter Drehstromantriebe.
Band 1 Grundlagen, Birkhäuser Verlag, 1977
- [103] Fischer, R.
Elektrische Maschinen.
Carl Hanser Verlag, München, 1979
- [104] Gerlach, W.
Halbleiter-Elektronik, Bd. 12.
Thyristoren, Springer, Berlin, 1979
- [105] Heumann, K.; Stumpe, C.
Thyristoren, Eigenschaften und Anwendungen.
B.G. Teubner, Stuttgart, 1974
- [106] Hoffmann, A.; Stocker, K.
Thyristor-Handbuch.
Siemens AG, Berlin, München, 1976
- [107] Laible, T.
Die Theorie der Synchronmaschine im nichtstationären Betrieb.
Springer Verlag, Berlin, 1952

- [108] Leonhard, W.
Control of Electrical Drives.
Springer, Berlin, 1985
- [109] Markeffsky, G.
Die Ermittlung der Anlaufzeit für den elektromotorischen Antrieb.
Zeitschrift für Maschinenbau und Fertigung (1964), No. 7, S. 503-506
- [110] Meyer, M.
Elektrische Antriebstechnik.
Bd. 1 u. Bd. 2, Springer, Berlin, 1987
- [111] Müller, G.
Elektrische Maschinen.
VEB-Verlag Technik, Berlin, 1982
- [112] Müller, R.
Halbleiter-Elektronik Bd. 1.
Grundlagen der Halbleiter-Elektronik Springer, Berlin, 1971
- [113] Müller, R.
Halbleiter-Elektronik Bd. 2.
Bauelemente der Halbleiter-Elektronik Springer, Berlin, 1973
- [114] (N.N.)
Meßwertaufnehmer für den rauen Industriealltag.
m + p, April 1991
- [115] Pfaff, G.
Regelung elektrischer Antriebe I.
R. Oldenbourg, München, Wien, 1971
- [116] Pfaff, G.
Regelung elektrischer Antriebe II.
R. Oldenbourg, München, Wien, 1982
- [117] Wesselak, F.
Thyristorstromrichter mit natürlicher Kommutierung.
Siemens-Z.; Vol. 39 (1965), No. 3, S. 199-205

Netzgeführte Stromrichter: Regelung

- [118] Bühler, E.
Eine zeitoptimale Thyristor-Stromregelung unter Einsatz eines Mikroprozessors.
Regelungstechnik Vol. 26 (1978), No. 2, S. 37-43

- [119] Buxbaum, A.
Regelung von Stromrichterantrieben bei lückendem und nichtlückendem Ankerstrom.
Tech. Mitt. AEG-Telefunken, Vol. 59 (1969), S. 348-352
- [120] Buxbaum, A.
Das Einschwingverhalten drehzahl geregelter Gleichstromantriebe bei Soll- und Laststößen.
Tech. Mitt. AEG-Telefunken, Vol. 59 (1969), No. 6, S. 353-358
- [121] Buxbaum, A.
Die Regeldynamik von Stromrichterantrieben in kreisstromfreier Gegenparallelschaltung.
Tech. Mitt. AEG-Telefunken, Vol. 60 (1970), S. 361-365
- [122] Buxbaum, A.
Aufbau und Funktionsweise des adaptiven Ankerstromreglers.
Tech. Mitt. AEG-Telefunken, Vol. 61 (1971), No. 7, S. 371-374
- [123] Buxbaum, A.
Spezielle Regelungsschaltungen der industriellen Antriebstechnik.
Regelungstechn. Praxis (1974), No. 10, S. 255-262
- [124] Dörrscheidt, F.
Entwurf auf endliche Einstellzeit bei linearen Systemen mit veränderlichen Parametern.
Regelungstechnik (1976), No. 3, S. 89-96
- [125] Fallside, F.; Farmer, A.R.
Ripple Instability in Closed Loop Control Systems with Thyristor Amplifiers.
IEE Proceedings, Vol. 114 (1967), S. 139-152
- [126] Fieger, K.
Zum dynamischen Verhalten thyristorgespeister Gleichstrom-Regelantriebe.
ETZ-Archiv, Vol. 90 (1969), No. 13, S. 311-316
- [127] Föllinger, D.
Entwurf zeitvarianter Systeme durch Polvorgabe.
Regelungstechnik (1978), No. 6, S. 189-196
- [128] Goldfarb, L.C.
Über einige nichtlineare Phänomene in Regelungssystemen.
Avtomatika i Telemekhanika (1947), No. 8, S. 349-383

- [129] Hayashi, C.
Nonlinear Oscillations in Physical Systems.
McGraw-Hill, New York, 1964
- [130] Jötten, R.
Regelkreise mit Stromrichtern.
AEG-Mitt.; Vol. 48 (1958), No. 11/12, S. 613-621
- [131] Jötten, R.
Die Berechnung einfach und mehrfach integrierender Regelkreise der Antriebstechnik.
AEG-Mitt.; Vol. 59 (1969), S. 331-336
- [132] Kennel, R.
Prädiktives Führungsverfahren für Stromrichter.
Dissertation, Univ. Kaiserslautern, 1984
- [133] Kessler, C.
Über die Vorausberechnung optimal abgestimmter Regelkreise — Teil III. Die optimale Einstellung des Reglers nach dem Betragsoptimum.
Regelungstechnik, Vol. 3 (1955), No. 2, S. 40-49
- [134] Kessler, C.
Das symmetrische Optimum.
Regelungstechnik, Vol. 6 (1958), No. 11, S. 359-400 und No. 12, S. 432-436
- [135] Kiendl, H.
Kompensation von Beschränkungseffekten in Regelsystemen durch antizipierende Korrekturglieder.
Regelungstechnik, Vol. 21 (1973), No. 8, S. 267-269
- [136] Kochenburger, R.J.
A Frequency Response Method for Analyzing and Synthesizing Contactor Servomechanism.
Transactions AIEE, Vol. 69 (1950), S. 270-284
- [137] Kümmel, K.
Einfluß der Stellgliedeigenschaften auf die Dynamik von Drehzahlregelkreisen mit unterlagerter Stromregelung.
Regelungstechnik, Vol. 13 (1965), No. 5, S. 227-234
- [138] Leonhard, W.
Regelkreise mit symmetrischer Übertragungsfunktion.
Regelungstechnik (1965), No. 1, S. 4-12

- [139] Louis, J.-P.; El-Hefnawy
Stability Analysis of a Second-Order Thyristor Device Control System.
 IEEE Trans. on Industrial Electronics and Control Instrumentation,
 Vol. IECI-25 (1978), No. 3, S. 270-277
- [140] Moore, A.W.
Phase-locked loops for motor speed control.
 IEEE Spectrum, 1973, S. 61-67
- [141] Raatz, E.
Betrachtungen zur Dynamik eines drehzahlgeregelten Antriebs mit kreisstromfreier Gegenparallelschaltung.
 Techn. Mitt. AEG-Telefunken, Vol. 60 (1970), No. 6, S. 365-368
- [142] Raatz, E.
Drehzahlregelung eines stromrichtergespeisten Gleichstrommotors mit schwingungsfähiger Mechanik.
 Techn. Mitt. AEG-Telefunken, Vol. 60 (1970), No. 6, S. 369-372
- [143] Riemekasten, K.
Bestimmung der dynamischen Eigenschaften des Stromregelkreises von Stromrichtern im Strom-Lückbereich.
 Elektrische, Vol. 32 (1978), No. 8, S. 420-422
- [144] Schröder, A.
Eine neue Schaltung zur Kreisstromregelung in Stromrichteranlagen.
 ETZ-A, Vol. 90 (1969), No. 14, S. 331-336
- [145] Schröder, D.
Untersuchung der dynamischen Eigenschaften von Stromrichterstellgliedern mit natürlicher Kommutierung.
 Dissertation, TH Darmstadt, 1969
- [146] Schröder, D.
Aus der Forschung: „Die dynamischen Eigenschaften von Stromrichter-Stellgliedern mit natürlicher Kommutierung“.
 ETZ-A, Vol. 91 (1970), No. 4, S. 242-243
- [147] Schröder, D.
Dynamische Eigenschaften von Stromrichter-Stellgliedern mit natürlicher Kommutierung.
 Regelungstechnik und Prozeß-Datenverarbeitung, Vol.19 (1971), S. 155-162
- [148] Schröder, D.
Analysis and Synthesis of Automatic Control Systems with Controlled Converters.
 5. IFAC Congress, Paris, 1972, session 22.1, S. 1-8

- [149] Schröder, D.
Theoretische und praktische Grenzen der Regeldynamik von Regelkreisen mit Stromrichter-Stellgliedern.
3rd Conference on Electricity, Bukarest III, 1972, section CZ 621.314, S. 1-24
- [150] Schröder, D.
Adaptive Control of Systems with Controlled Converters.
3rd IFAC-Symposium on Sensitivity, Adaptivity and Optimality, 1973, S. 335-342
- [151] Schröder, D.
Einsatz adaptiver Regelverfahren bei Regelkreisen mit Stromrichter-Stellgliedern.
VDI/VDE Gesellschaft für Meß- und Regelungstechnik — Industrielle Anwendung adaptiver Systeme, 1973, S. 81-97
- [152] Schröder, D.
Grenzen der Regeldynamik von Regelkreisen mit Stromrichter-Stellgliedern.
Regelungstechnik und Prozeß-Datenverarbeitung, Vol. 21 (1973), No. 10, S. 322-329
- [153] Schröder, D.; Grützmacher, B.; Werner, R.
Die Gleichstrom-Hauptantriebe einer zweigerüstigen Dressierstraße.
BBC-Nachrichten (1981), No. 3, S. 106-115
- [154] Schröder, D.; Kennel, R.
A new control strategy for converters.
CONUMEL, Toulouse, 1983, I-25, S. 25-31
- [155] Schröder, D.; Kennel, R.
Predictive Control Strategy for Converters.
Control in Power Electronics and Electrical Drives Lausanne, 1983, S. 415-422
- [156] Schröder, D.; Kennel, R.
Model-Control PROMC — A New Control Strategy with Microcomputer for Drive Applications.
Industry Applications Society-Meeting, Chicago, 1984, S. 834-839
- [157] Schröder, D.; Kennel, R.
Modell-Führungsverfahren zur optimalen Regelung von Stromrichtern.
Regelungstechnik (1984), No. 11, S. 359-365

- [158] Schröder, D.; Warmer, H.
An Improved Method of Predictive Control for Line Commutated DC-Drives.
ICEM-Conference, München, 1986
- [159] Schröder, D.; Warmer, H.
New Precalculating Current Controller for DC Drives.
EPE 87, Grenoble, 1987, S. 659-664
- [160] Schröder, D.
Model Based Predictive Control for Electrical Drives — Integrated Design and Practical Results.
ESPRIT-CIM Workshop on Computers Integrated Design of Controlled Industrial Systems. Paris, 1990, S. 112-124
- [161] Schröder, D.; Warmer, H.
Predictive Speed and Current Control for DC Drives.
EPE 91, Florenz, 1991, S. 2-108-113
- [162] Schröder, D.
Digital control strategies for drives.
First European Control Conference ECC, Grenoble, 1991, WP 5, S. 1111-1116
- [163] Schröder, D.
Direct digital control strategies.
ISPE, Seoul, 1992, S. 486-495
- [164] Seefried, E.
Stromregelung im Lückbereich von Stromrichter-Gleichstromantrieben.
Elektrie, Vol. 30 (1976), No. 4, S. 185-187
- [165] Tustin, A.
The Effects of Backlash and Speed-Dependent Friction on the Stability of Closed-Loop Control Systems.
Journal IEE, Vol. 94 (1947), S. 143-151
- [166] Vogel, J.
Das stationäre Kennlinienverhalten von Thyristorstellgliedern beim Übergang vom nichtlückenden in den lückenden Strombereich.
Elektrie, Vol. 27 (1973), No. 8, S. 410-413
- [167] Wehrich, G.
Drehzahlregelung von Gleichstromantrieben unter Verwendung eines Zustands- und Störgrößen-Beobachters.
Regelungstechnik, Vol. 26 (1978), No. 11, S. 349-355 und No. 12, S. 392-397

- [168] West, J.C.; Douce, J.L.; Livesley, R.K.
The Dual-Input Describing Function and its Use in the Analysis of Nonlinear-Feedback Systems.
ibidem, 1956, S. 463-473

Direktumrichter

- [169] Akagi, H.; et al.
Improvement of Cycloconverter Power Factor via Unsymmetric Triggering Method.
Electr. Engineering in Japan, Vol. 96 (1976), No. 1, S. 88-94
- [170] Barton, T.H.; Hamblin, T.M.
Cycloconverter Control Circuits.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-8 (1972), No. 4, S. 443-453
- [171] Bayer, K.H.
Field oriented Closed-Loop Control of a Synchronous Machine with the new Transvektor Control System.
Siemens Rev.; Vol. 34 (1972), S. 220-223
- [172] Bayer, K.H.; Waldmann, H.; Weibelzahl, M.
Die Transvektorregelung für den feldorientierten Betrieb der Synchronmaschine.
Siemens-Z.; Vol. 45 (1971), S. 765-768
- [173] Fink, R.; Grumbrecht, P.; Rautz, E.
Steuerung und Regelung von direktumrichtergespeisten Synchronmaschinen.
Techn. Mitt. AEG-Telefunken (1981), No. 112, S. 55-60
- [174] Gyugyi, L.; Pelly, B.R.
Static Power Frequency Changer.
Johan Wiley & Sons, New York, London, Sydney, Toronto, 1976
- [175] Haböck, A.
Antriebe mit stromrichtergespeisten Synchronmaschinen.
Neue Technik 16, 1974, S. 83-108
- [176] McMurray, W.
The Theory and Design of Cycloconverters.
The MIT-Press, 1972

- [177] Möltgen, G.; Salzmann, T.
Leistungsfaktor und Stromüberschwingungen beim Direktumrichter am Drehstromnetz.
Siemens Forsch.- und Entwickl.-Berichte, Vol. 7 (1976), No. 3, S. 124-131
- [178] Okayama, T.; et al. (Hitachi)
Cycloconverter-fed Synchronous Motordrive for Steel Rolling Mill.
Industry Applications Society-Konferenz, 1978, S. 820-827
- [179] Pelly, B.R.
Thyristor Phase-Controlled Converters and Cycloconverters.
J. Wiley & Sons, New York, 1971
- [180] Salzmann, T.
Direktumrichter und Regelkonzept für getriebelosen Antrieb von Rohrmühlen.
Siemens-Z.; Vol. 51 (1977), S. 416-422
- [181] Salzmann, T.
Leistungs- und Oberschwingungsverhältnisse beim netzgeführten Direktumrichter.
ETG-Fachber. 6, 1980, S. 87-102
- [182] Salzmann, T.; Wokusch, H.
Direktumrichterantrieb für große Leistungen und hohe dynamische Anforderungen.
Siemens-Energietechnik, Vol. 2 (1980), S. 409-413
- [183] Schröder, D.
The Cycloconverter at Increased Output Frequency.
International Semiconductor Power Converter Conference, IEEE, USA, 1977, S. 262-269
- [184] Shin, D.H.; Cho, G.H.; Park, S.B.
Improved PWM Method of Forced Commutated Cycloconverters.
IEE Proceedings Part B, Vol. 136 (1989), No. 3, S. 121-126
- [185] Slonim, M.A.; Biringer, P.P.
Harmonics of Cycloconverter Voltage Waveform (New Method of Analysis).
IEEE Trans. on Industrial Electronics and Control Instrumentation, Vol. IECI-27 (1980), No. 2, S. 53-56
- [186] Späth, H.
Analyse der Ausgangsspannung des gesteuert betriebenen Direktumrichters mit Hilfe von Ortskurven.
Archiv für Elektrotechnik, Vol. 62 (1980), S. 167-175

- [187] Späth, H.; Söhner, W.
Der selbstgeführte Direktumrichter als Stellglied für Drehstrommaschinen.
Archiv für Elektrotechnik, Vol. 71 (1988), S. 441-450
- [188] Steinfels, M.
Drehzahl geregelter Drehstromasynchronmotor mit Kurzschlußläufer und symmetrierten Direktumrichter.
Elektrie, Vol. 31 (1977), No. 8, S. 415-417
- [189] Terens, L.; Bommeli, J.; Peters, K.
Der Direktumrichter-Synchronmotor.
Brown Boveri Mitt. (1982), No. 4/5, S. 122-132
- [190] Therme, P.; Rooy, G.
A Digital Solution for the Bank Selection Problem in Cycloconverters.
Budapest, Bereich 1,6, 1975/76, S. 1-10

Untersynchrone Kaskade (USK)

- [191] Albrecht, S.; Gahlleitner, A.
Bemessung des Drehstrom-Asynchronmotors in einer untersynchronen Stromrichter-kaskade.
Siemens-Z.; Vol. 40 (1966), Beiheft, S. 139-146
- [192] Bauer, F.
Die doppeltgespeiste Maschinenkaskade als feldorientierter Antrieb.
Dissertation, Univ. Karlsruhe, 1986
- [193] Becker, O.
Betriebsverhalten und Schaltungen untersynchroner Stromrichter-kaskaden.
Elektro-Anzeiger, Vol. 29 (1976), No. 6/7, S. 3-9
- [194] Elger, H.
Untersynchrone Stromrichter-Kaskade als drehzahlregelbarer Antrieb für Kesselspeisepumpen.
Siemens-Z.; Vol. 42 (1968), No. 4, S. 308-310
- [195] Golde, E.
Asynchronmotor mit elektrischer Schlupfregelung.
AEG Mitt.; Vol. 54 (1964), No. 11/12, S. 666-671
- [196] Kleinrath, H.
Pendelmomente der USK beim Schlupf $s=1/6$.
ETZ-A, Vol. 98 (1977), No. 1, S. 115 (Forschungsdienst)

- [197] Kusko, A.
Speed Control of a single-frame cascade induction motor with slip-power pump back.
 IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-14 (1978), S. 97-105
- [198] Meyer, M.
Über die untersynchrone Stromrichteraskade.
 ETZ-A, Vol. 82 (1961), No. 19, S. 589-596
- [199] Mikulaschek, F.
Die Ortskurven der untersynchronen Stromrichteraskade.
 AEG-Mitt.; Vol. 52 (1962), No. 5/6, S. 210-219
- [200] Polasek, H.
Ermittlung der Auswirkungen von Netzstörungen auf die Läuferspannung einer Stromrichteraskade.
 ELIN-Zeitschrift, Vol. 23 (1971), S. 10-17
- [201] Safacas, A.
Berechnung der elektromagnetischen Größen einer Asynchronmaschine mit Schleifringläufer und Stromrichtern.
 ETZ-A, Vol. 93 (1972), No. 1, S. 16-20
- [202] Schönfeld, R.
Die Untersynchrone Kaskade als Regelantrieb.
 messen steuern regeln, Vol. 10 (1967), No. 11, S. 411-417
- [203] Schröder, D.
Die untersynchrone Stromrichter-Kaskade.
 GMR-Jahrestagung, 1976, S. 90-97

Stromrichtermotor

- [204] Canay, M.
Erstzschemata der Synchronmaschine sowie Vorausberechnung der Kenngrößen mit Beispielen.
 Dissertation, EPUL Lausanne, 1968
- [205] Cornell, E.P.; Novotny, D.W.
Commutation by Armature Induced Voltages in Self-Controlled Synchronous Machines.
 IEEE Industry Applications Society Conference, 1973, S. 760-766

- [206] Depenbrock, M.
*Fremdgeführte Zwischenkreisumrichter zur Speisung von Stromrichter-
motoren mit sinusförmigen Anlaufströmen.*
ETZ-A, Vol. 87 (1966), No. 26, S. 945-951
- [207] Föhse, W.; Weis, M.
AEG-Reihe der BL-Motoren für den mittleren Leistungsbereich.
Techn. Mitt. AEG-Telefunken, Vol. 67 (1977), No. 1, S. 16-19
- [208] Gölz, G.; Gumbrecht, P.
Umrichtergespeiste Synchronmaschine.
Techn. Mitt. AEG-Telefunken, Vol. 63 (1973), No. 4, S. 141-148
- [209] Gölz, G.; Gumbrecht, P.; Hentschel, F.
Über neue Betriebsarten der Stromrichtermaschine synchroner Bauart.
Wiss. Ber. AEG-Telefunken, Vol. 48 (1975), No. 4, S. 170-180
- [210] Imai, K.
*New Applications of Commutatorless Motor Systems for Starting Large
Synchronous Motors.*
IEEE/Industry Applications Society Conference, Florida, 1977
- [211] Issa, N.A.H.; Williamson, A.C.
*Control of a Naturally Commutated Inverter-fed Variable-speed Synchron-
ous Motor.*
Electric Power Applications, Vol. 2 (1979), No. 6, S. 199-204
- [212] Kübler, E.
Der Stromrichtermotor.
ETZ-A, Vol. 79 (1958), No. 15, S. 20-21
- [213] Labahn, D.
*Untersuchung an einem Stromrichtermotor in 6- und 12-pulsiger Schal-
tung mit ruhender Steuerung der Stromrichtervertile.*
Dissertation, TH Braunschweig, 1961
- [214] Leder, H.W.
*Beitrag zur Berechnung der stationären Betriebskennlinien von selbstge-
steuerten Stromrichter-Synchronmotoren.*
E und M, Vol. 94, No. 3, S. 128-132
- [215] Leder, H.W.
*Digitales Steuergerät für selbstgesteuerte Stromrichter-Synchronmotoren
mit verstellbarem Steuerwinkel.*
ETZ-A, Vol. 97 (1976), No. 10, S. 614-615

- [216] Leitgeb, W.
Die Maschinenausnutzung von StromrichterMotoren bei unterschiedlichen Phasenzahlen und Schaltungen.
Archiv für Elektrotechnik, Vol. 57 (1975), S. 71-84
- [217] Lütkenhaus, H.J.
Drehmoment-Oberschwingungen bei Stromrichter-Motoren.
Techn. Mitt. AEG-Telefunken, Vol. 48 (1975), No. 6, S. 201-204
- [218] Maurer, F.
Stromrichtergespeiste Synchronmaschine als Vierquadrant-Regelantrieb.
Dissertation, TU Braunschweig, 1975
- [219] Naunin, D.
Die Darstellung des dynamischen Verhaltens der Synchronmaschine durch VZ1-Glieder.
ETZ-A, Vol. 95 (1974), No. 6, S. 333-338
- [220] Ostermann, H.
Der fremdgesteuerte Stromrichtersynchronmotor mit steuerbarer Drehzahl.
Dissertation, TU Stuttgart, 1961
- [221] Ostermann, H.
Der fremdgesteuerte Stromrichtersynchronmotor.
Archiv für Elektrotechnik, Vol. 48 (1963), No. 3, S. 167-189
- [222] Pannicke, J.; Gölz, G.
Simulation zur Schonzeitregelung einer stromrichtergespeisten Synchronmaschine.
ETZ-A, Vol. 99 (1978), No. 3, S. 138-141
- [223] Perret, R.; Jakubowitz, A.; Nougaret, M.
Simplified Model and Closed-Loop Control of a Commutatorless DC-Motor.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-16 (1980), No. 2, S. 165-172
- [224] Saupe, R.; Senger, K.
Maschinengeführter Umrichter zur Drehzahlregelung von Synchronmaschinen.
Techn. Mitt. AEG, Vol. 67 (1977), S. 20-25
- [225] Saupe, R.
Die drehzahlgeregelte Synchronmaschine — optimaler Leistungsfaktor durch Einsatz einer Schonzeitregelung.
ETZ, Vol. 102 (1981), No. 1, S. 14-18

- [226] Stöhr, M.
Die Typenleistung kollektorloser Stromrichter motoren bei der einfachen Sechphasenschaltung.
Archiv für Elektrotechnik Bd. XXXII (1938), No. 11, S. 691-720
- [227] Vogelmann, H.
Die permanentenerregte stromrichtergespeiste Synchronmaschine ohne Polradlagegeber als drehzahl geregelter Antrieb.
Dissertation, Univ. Karlsruhe, 1986

Stromzwischenkreis-Umrichter (I-Umrichter)

- [228] Blumenthal, M.K.
Current-Source Inverter with low Speed Pulse Operation.
IEE Symposium, London, 1977, S. 88-91
- [229] Bowes, S.R.; Bullough, R.
Fast Modelling Techniques for Microprocessorbased Optimal Pulse-Width-Modulated Control of Current-fed Inverter Drives.
IEE Proceedings Part B, Vol. 131 (1984), S. 149-158
- [230] Bowes, S. R.; Bullough, R.
PWM Switching Strategies for Current-fed Inverter Drives.
IEE Proceedings Part B, Vol. 131 (1984), S. 195-202
- [231] Bystron, K.
Strom- und Spannungsverhältnisse beim Drehstrom-Drehstrom-Umrichter mit Gleichstromzwischenkreis.
ETZ-A, Vol. 87 (1966), No. 8, S. 264-271
- [232] Espelage, P.M.; Nowak, J.M.; Walker, L.H.
Symmetrical FTO-Current Source Inverter for Wide Speed Range Control of 2300 to 4160 Volt, 350 to 7000 Hp, Induction Motors.
IEEE Industry Applications Society, Vol. I, 1988, S. 302-306
- [233] Fukuda, S.; Hasegawa, H.
Current Source Rectifier/Inverter System with Sinusoidal Currents.
IEEE Industry Applications Society, Vol. I, 1988, S. 909-914
- [234] Hombu, M.; Veda, A.; Matsuda, Y.
A New Current Source GTO Inverter with Sinusoidal Output Voltage and Current.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-21 (1985), S. 1192-1198

- [235] Hombu, M.; et al.
A Current Source GTO Inverter with Sinusoidal Inputs and Outputs.
 IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-23 (1987), No. 2, S. 247-255
- [236] Lienau, W.; Müller-Hellmann, A.
Möglichkeit zum Betrieb von stromeinprägenden Wechselrichtern ohne niederfrequente Oberschwingungen.
 ETZ-A, Vol. 97 (1976), S. 663-667
- [237] Lienau, W.
Torque Oscillations in Traction Drives with Current Fed Asynchronous Machines.
 „Electrical Variable Speed Drives“ Conf.; 1979, S. 102-107
 (siehe Beitrag Blumenthal, M. K.)
- [238] Möltgen, G.
Simulationsuntersuchung zum Stromrichter mit Phasenfolgelöschung.
 Siemens Forsch.- u. Entwickl.-Berichte, Vol. 12 (1983), S. 166-175
- [239] Nonaka, S.; Neba, Y.
New GTO Current Source Inverter with Pulsewidth Modulation Control Techniques.
 IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-22 (1986), S. 666-672
- [240] Nonaka, S.; Neba, Y.
A PWM Current Source Type Converter — Inverter System for Bidirectional Power Flow.
 IEEE Industry Applications Society, Vol. I, 1988, S. 296-301
- [241] Schierling, H.; Weiß, T.
Netzrückwirkungen durch Zwischenharmonische von Strom-Zwischenkreisumrichtern für drehzahlgeregelte Asynchronmotoren.
 ETZ Archiv, Vol. 9 (1987), No. 7, S. 219-223
- [242] Schröder, D.
Selbstgeführter Stromrichter mit Phasenfolgelöschung und eingepprägtem Strom.
 ETZ-A, Vol. 96 (1975), S. 520-523
- [243] Schröder, D.; Moll, K.
Applicable Frequency Range of Current Source Inverters.
 2nd IFAC Symposium, 1977, S. 231-234
- [244] Schröder, D.; Niermeyer, O.
Current Source Inverter with GTO-Thyristors and Sinusoidal Motor Currents.
 ICEM-Conference, München, 1986, S. 772-776

- [245] Schröder, D.; Hintze, D.
Four Quadrant AC-Motor Drive with a GTO Current Source Inverter with Low Harmonics and On Line Optimized Pulse Pattern.
IPEC 90, Tokyo, Japan, 1990, S. 405-412
- [246] Schröder, D.; Hintze, D.
PWM Current Source Inverter with On-Line-Optimized Pulse Pattern Generation for Voltage and Current Control.
CICEM 91, Wuhan, China, 1991, S. 189-192
- [247] Schröder, D.; Hintze, D.
Induction Motor Drive with Intelligent Controller and Parameter Adaption.
IEEE Industry Applications Society, Houston, USA, 1992, S. 970-977
- [248] Weninger, R.
Verfahren zur dynamisch richtigen Steuerung des Flusses bei der Drehzahlregelung von Asynchronmaschinen mit Speisung durch Zwischenkreisrichter mit eingepprägtem Strom.
ETZ Archiv (1979), No. 12, S. 341-345
- [249] Weschta, A.
Stromzwischenkreisrichter mit GTO.
ETG Fachber. 23, 1988, S. 315-332

Spannungswischenkreis-Umrichter (U-Umrichter)

- [250] Abraham, L.; Heumann, K.; Koppelman, F.
Wechselrichter zur Drehzahlsteuerung von Käfigläufermotoren.
AEG-Mitt.; Vol. 54 (1964), No. 1/2, S. 89-106
- [251] Abraham, L.; Heumann, K.; Koppelman, F.
Zwangskommutierte Wechselrichter veränderlicher Frequenz und Spannung.
ETZ-A, Vol. 86 (1965), No. 8, S. 268-274
- [252] Abraham, L.; Heumann, K.; Koppelman, F.; Patzschke, U.
Pulsverfahren der Energieelektronik elektromotorischer Antriebe.
VDE-Fachber. 23, 1964, S. 239-252
- [253] Adams, R.D.; Fox, R.S.
Several Modulation Techniques for a Pulswidth Modulated Inverter.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-8 (1972), No. 5, S. 584-600

- [254] Beck, H.P.; Michel, M.
Spannungsrichter — ein neuer Umrichtertyp mit natürlicher Gleichspannungskommutierung.
ETZ Archiv, Vol. 3 (1981), No. 12, S. 427-432
- [255] Bühler, H.
Umrichtergespeiste Antriebe mit Asynchronmaschinen.
NT 4, 1974, S. 121-139
- [256] Bystron, K.
Umrichter mit veränderlicher Zwischenkreisspannung zur Drehzahlsteuerung von Drehfeldmaschinen.
Tagung „Stromrichtergespeiste Drehfeldmaschinen“, 1967, TH Darmstadt
- [257] Daum, D.
Unterdrückung von Oberschwingungen durch Pulsbreitensteuerung.
ETZ-A, Vol. 93 (1972), No. 9
- [258] Depenbrock, M.
Pulse Width Control Of A 3-Phase Inverter With Non-Sinusoidal Phase Voltages.
IEEE Industry Applications Society, International Semiconductor Power Converter Conference, S. 399-403, Orlando, Florida USA, 1977
- [259] Ettner, N. u.a.
Netzrückwirkungen umrichtergespeister Drehstromantriebe.
ETZ, Vol. 109 (1988), No. 14, S. 626-629
- [260] Kafo, T.; Miyao, K.
Modified Hysteresis Control with Minor Loops for Single-Phase Full-Bridge Inverters.
IEEE Industry Applications Society, Vol. I, 1988, S. 689-693
- [261] Lipo, T.A.
Recent Progress in the Development of Solid-State AC Motor Drives.
IEEE Trans. on Power Electronics, Vol. PE-3 (1988), No. 2, S. 105-117
- [262] Matsuda, Y.; et al.
Development of PWM Inverter Employing GTO.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-19 (1983), No. 3, S. 335-342
- [263] McMurray, W.; Shattuck, D.P.
A Silicon-Controlled Rectifier with Improved Commutation.
AIEE Trans.; Vol. 80 (1961), Teil I, S. 531-542

- [264] Meyer, M.
Beanspruchung von Thyristoren in selbstgeführten Stromrichtern.
 Siemens-Z. (1965), No. 5, S. 495-501
- [265] Nestler, J.; Tzivelekas, I.
Kondensator-Löschschtaltung mit Löschthyristor-Zweigpaar nach McMurray.
Teil I: Beschreibung der Löschvorgänge.
 ETZ Archiv, Vol. 6 (1984), No. 2, S. 45-50;
Teil II: Analyse der Löschvorgänge.
 ETZ Archiv, Vol. 6 (1984), No. 3, S. 83-90
- [266] Penkowski, L.J.; Pruzinsky, K.E.
Fundamentals of a Pulsewidth Modulated Power Circuit.
 IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-8 (1972), No. 5, S. 584-600
- [267] Pollack, J.J.
Advanced Pulsewidth Modulated Inverter Techniques.
 IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-8 (1972), No. 2, S. 145-154
- [268] Salzmann, T.; Weschta, A.
Progress in Voltage Source Inverters (VSIs) and Current Source Inverters (CSIs) with Modern Semiconductor Devices.
 IEEE Industry Applications Society Conf. Rec.; 1987, S. 577-583
- [269] Steimel, A.
GTO-Umrichter im Spannungszwischenkreis.
 ETG Fachber. 23, 1988, S. 333-341

Regelung von Asynchron- und Synchronmaschine

- [270] Abbondanti, A.
Method of flux control in induction motors driven by variable frequency variable voltage supplies.
 IEEE Industry Applications Society International Semiconductor Power Conf. 1977, S. 177-184
- [271] Abraham, L.; Moschetti, A.
Stand der Technik und Fortschritte bei Umrichtern für Linearmotorantriebe.
 Statusseminar V "Spurgebundener Schnellverkehr mit berührungsfreier Fahrtechnik",
 Bad Kissingen, 1976

- [272] Akiyama, M.; Kobayashi, K.; Miki, I.; El-Sharkawi, M.
Auto Tuning Method for Vector Controlled Induction Motor Drives.
IPEC, Yokohama, 1995, S. 789-794.
- [273] Albrecht, P.; Schlegel, T.; Siebert, J.
Digitale Steuerung und Regelung für Stromrichterantriebe.
Energie & Automation 9, Special „Drehzahlveränderbare elektr. Großantriebe“, 1987, S. 66-75
- [274] Bae, B.-H.; Patel, N.; Schulz, S.; Sul, S. K.
New Field Weakening Technique for High Saliency Interior Permanent Magnet Motor
Industry Applications Conference, 38th Industry Applications Society Annual Meeting, S. 898-904, 2003
- [275] Basler, S.; Kennel, R.
New developments in capacitive/electrical encoders for servo drives.
International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion (SPEEDAM),
Ischia, Italy, June 11-13, 2008
- [276] Bauer, F.; Heining, H.-D.
Quick Response Space Vector Control for a High Power Three Level Inverter Drive.
EPE, Aachen, 1989, S. 417-421
- [277] Binder, A.
Untersuchung zur magnetischen Kopplung von Längs- und Querachse durch Sättigung am Beispiel der Reluktanzmaschine.
Archiv für Elektrotechnik, Vol. 72 (1989), S. 227-282
- [278] Blaschke, F.
Das Prinzip der Feldorientierung, die Grundlage für die Transvektor-Regelung von Drehfeldmaschinen.
Siemens-Z.; Vol. 45 (1971), S. 757-760
- [279] Blaschke, F.
Das Verfahren der Feldorientierung zur Regelung der Asynchronmaschine.
Siemens Forsch.- und Entwickl.-Berichte (1972), S. 184-193
- [280] Blaschke, F.
Das Verfahren der Feldorientierung zur Regelung der Drehfeldmaschine.
Dissertation, TU Braunschweig, 1974
- [281] Blaschke, F.; Bayer, K. H.
Die Stabilität der feldorientierten Regelung von Asynchronmaschinen.
Siemens Forsch.- u. Entwickl.-Berichte, Vol. 7 (1978), No. 2, S. 77-81

- [282] Blaschke, F.; Ströle, D.
Einsatz von Transformationen zur Entflechtung elektrischer Antriebsregelstrecken.
Ansprachetag „Systeme mit verteilten Parametern und modale Regelung“
, 1973
- [283] Boldea, I.; Nasar, S. A.
Vector Control of AC Drives.
CRC Press, 1992
- [284] Boldea, I.; Nasar, S. A.
Electric Machine Dynamics.
Machmillan Publishing Company A Division of Macmillan, Inc.; New York, 1986
- [285] Bonfert, K.
Betriebsverhalten der Synchronmaschine.
Springer-Verlag, Berlin, Göttingen, Heidelberg, 1962
- [286] Bosga, S.; de la Parra, H. Z.
Field-weakening control of an interior permanent magnet motor for application in electric vehicles
EPE, Lausanne, Schweiz, 1999
- [287] Bowes, S. R.
Development in PWM Switching Strategies for Microprocessor-Controlled Inverter Drives.
IEEE Industry Applications Society Conf. Rec.; 1987, S. 323-329
- [288] Burke, J.; Moynihan, J. F.; Unterkofler, K.
Interface techniques to sinusoidal encoders.
PCIM Europe, 2000, S. 64-69
- [289] Depenbrock, M.
Direkte Selbstregelung (DSR) für hochdynamische Drehfeldantriebe mit Stromrichterspeisung.
ETZ-Archiv, Vol. 7 (1985), No. 7
- [290] Depenbrock, M.
Direct Self Control (DSC) of inverter fed induction machines.
IEEE Trans. on Power Electronics (1988), S. 420-429
- [291] Depenbrock, M.
Direct self-control of the flux and rotary moment of a rotary-field machine.
U.S. Patent 4,678,248

- [292] Depenbrock, M.; Skrotzki, T.
Drehmomenteinstellung im Feldschwächbereich bei stromrichter gespeisten Drehfeldantrieben mit direkter Selbstregelung.
ETZ-Archiv, Vol. 9 (1987), No. 1, S. 3-8
- [293] Depenbrock, M.; Klaes, N. R.
Determination of the Induction Machine Parameters and their Dependencies on Saturation.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting, 1989, Conference Record, S. 17-22
- [294] Drabarek, P.; Kennel, R.
Are Interferometric Encoders a Reasonable Alternative in Servo Drive Applications ?
IET International Conference on Power Machines and Drives PEMD, York/UK, April 2-4, 2008
- [295] Eichmann, D.; Neuffer, I.; Sarioglu, M. K.
Ein Simulator zum Nachbilden von Synchronmaschinen.
Siemens-Z.; Vol. 42 (1968), No. 9, S. 780-783
- [296] Flöter, W.; Ripperger, H.
Die Transvektor-Regelung für den feldorientierten Betrieb einer Asynchronmaschine.
Siemens-Z., Vol. 45 (1971), S. 761-764
- [297] Flügel, W.
Erweitertes Verfahren zur dynamisch richtigen Steuerung des Flusses bei der Drehzahlregelung von umrichter gespeisten Asynchronmaschinen.
ETZ-A, Vol. 98 (1978), No. 4, S. 185-188
- [298] Flügel, W.
Steuerung des Flusses von umrichter gespeisten Asynchronmaschinen über Entkopplungsnetzwerke.
ETZ Archiv, Vol. 1 (1979), No. 12, S. 347-350
- [299] Flügel, W.
Drehzahlregelung der spannungsumrichter gespeisten Asynchronmaschine im Grunddrehzahl- und im Feldschwächbereich.
ETZ Archiv, Vol. 4 (1982), No. 5, S. 143-150
- [300] Flügel, W.
Drehzahlregelung umrichter gespeister Asynchronmaschinen bei Steuerung des Flusses durch Entkopplungsnetzwerke.
Dissertation, TU München, 1981

- [301] Gabriel, R.; Leonhard, W.; Norby, C.
Regelung der stromrichter gespeisten Drehstrom-Asynchronmaschine mit einem Mikrorechner.
Regelungstechnik 27, 1979, S. 379-386
- [302] Gabriel, R.
Mikrorechner geregelte Asynchronmaschine, ein Antrieb für hohe dynamische Anforderungen.
Regelungstechnik, Vol. 32 (1984), No. 1, S. 18-26
- [303] Garces, L. J.
Parameter Adaption for the Speed-Controlled Static AC Drive with a Squirrel-Cage Induction Motor.
IEEE Trans. on Industrial Applications, Vol. I, 1-16, 1980, S. 173-187
- [304] Gorter, R. J.; van den Bosch, P. P. J.; Weiland, S.
Simultaneous Estimation of Induction Machine Parameters and Velocity.
Proc. of IEEE PESC 95, Atlanta, 1995, S. 1295-1301
- [305] Gorter, R. J.
Grey-box Identification of Induction Machines.
Ph.D. Thesis TU Eindhoven, 1997
- [306] Habetler, T. G.
A Space Vector-Based Rectifier Regulator for AC/DC/AC Converters.
IEEE Trans. on Power Electronics, Vol. PE-8 (1993), No. 1, S. 30-36
- [307] Harnefors, L.
Speed estimation from noisy resolver signal.
Power Electronics and Variable Speed Drives, 1996, Conf. Publ. No. 429, S. 279-282
- [308] Hasse, K.
Zur Dynamik drehzahl geregelter Antriebe und stromrichter gespeisten Asynchron-Kurzschlußläufermaschinen.
Dissertation, TH Darmstadt, 1969
- [309] Haun, A.
Vergleich von Steuerverfahren für spannungseinprägende Umrichter zur Speisung von Käfigläufermotoren.
Dissertation, TH Darmstadt, 1991
- [310] Heinemann, G.; Leonhard, W.
Self-Tuning Field Oriented Control of an Induction Motor Drive.
IPEC Tokyo/Japan, Conf. Rec. Vol. 1, 1990, S. 465-472

- [311] Heintze, K.; Tappeiner, H.; Weibelzahl, M.
Pulswechselrichter zur Drehzahlsteuerung von Asynchronmaschinen.
Siemens-Z. (1971), S. 154-161
- [312] Heumann, K.; Jordan, K. G.
Das Verhalten des Käfigläufermotors bei veränderlicher Speisefrequenz und Stromregelung.
AEG-Mitt.; Vol. 54 (1964), No. 1/2, S. 107-116
- [313] Hintze, D.
Asynchroner Vierquadranten-Drehstromantrieb mit Stromzwischenkreisrichter und überschwingungsarmen Maschinengrößen.
Dissertation, Technische Universität München, 1993
- [314] Hosemann, G.
Größenrichtiges Ersatzschaltbild des Synchronmaschinenläufers und seine experimentelle Ermittlung.
ETZ-A, Vol. 88 (1967), S. 333-339
- [315] Jenni, F.; Wüst, D.
Steuerverfahren für selbstgeführte Stromrichter.
VDF Hochschulverlag AG an der ETH Zürich und B. G. Teubner Stuttgart, 1995
- [316] Kamiya, M.
Development of Traction Drive Motors for the Toyota Hybrid System.
IPEC, Niigata, Japan, 2005
- [317] Kano, Y.; Kosaka, T.; Matsui, N.
Simple Non-Linear Magnetic Analysis for Interior Permanent Magnetic Synchronous Motors.
Second International Conference on Power Electronics, Machines and Drives, 2004, S. 781-786
- [318] Kazmierkowski, M. P.; Dzieniakowski, M. A.; Sulkowski, W.
Novel Space Vector Based Current Controllers For PWM-Inverters.
PESC, 1989, Conf. Proc.; S. 675-664
- [319] Kennel, R.
Encoders for Simultaneous Sensing of Position and Speed in Electrical Drives with Digital Control.
40th. IEEE Industry Applications Society Annual Meeting, Kowloon, HongKong, Oct. 2-6, 2005

- [320] Kennel, R.
Encoders for Simultaneous Sensing of Position and Speed in Electrical Drives with Digital Control.
IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 43, No. 3,
Sep/Oct 2007, S. 993-1000
- [321] Kennel, R.
Why Do Incremental Encoders Do a Reasonably Good Job in Electrical Drives with Digital Control?
41st. IEEE Industry Applications Society Annual Meeting, Tampa, Florida, Oct. 8-12, 2006
- [322] Kitazawa, K.; et al.
Analysis of Dynamic Angle Error of 8X-VR type Resolver System.
ICEM 2000, Helsinki, 2000, S. 568-572
- [323] Klaassen, H.
Selbsteinstellende feldorientierte Regelung einer Asynchronmaschine und geberlose Regelung.
Dissertation, TU Braunschweig, 1999
- [324] Klaes, N. R.
Parameters Identification of an Induction Machine with Regard to Dependencies on Saturation.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting, 1991, Conference Record, S. 21-27.
- [325] Khambadkone, A.; Holtz, J.
Vector controlled Induction Motor Drive with a Self Commissioning Scheme.
IEEE Trans. on Industrial Electronics (1991), S. 322-327.
- [326] Kohlmeier, H.
Regelung der Asynchronmaschine durch Einsatz netz- und maschinenseitiger Pulsstromrichter mit optimierten asynchronen Pulsmuster.
Dissertation, Technische Universität München, 1989
- [327] Korb, F.
Einstellung der Drehzahl von Induktionsmotoren durch antiparallele Ventile auf der Netzseite.
ETZ-A, Vol. 86 (1965), No. 8, S. 275-279
- [328] Kovács, K. P.; Rácz, I.
Transiente Vorgänge in Wechselstrommaschinen. Bd.1 und 2.
Budapest: Verlag der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, 1959

- [329] Kreuth, H. P.
Die Induktivitäten der homopolaren Synchronmaschine im Zweiachsen-system.
ETZ-A, Vol. 94 (1973), S. 483-487
- [330] Mayer, H. R.
Entwurf zeitdiskreter Regelverfahren für Asynchronmotoren unter Berücksichtigung der diskreten Arbeitsweise des Umrichters.
Dissertation, Universität Erlangen-Nürnberg, 1988
- [331] Milde, F.
Dynamisches Verhalten von Drehfeldmaschinen.
VDE-Verlag GmbH Berlin-Offenbach, 1993
- [332] Morimoto, S.
Analysis, Design, and Control of Interior Permanent Magnet Synchronous Machines, IPM Vector Control and Flux Weakening.
Industry Applications Society annual meeting, Seattle, 2004, S. 8-1-8-35
- [333] Morimoto, S.; Sanada, M.; Takeda, Y.
Wide-Speed Operation of Interior Permanent Magnet Synchronous Motors with High-Performance Current Regulator
IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 30, No. 4, 1994, S. 920-926
- [334] Morimoto, S.; Takeda, Y.; Hirasaka, T.
Expansion of Operating Limits for Permanent Magnet Motor by Current Vector Control Considering Inverter Capacity.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-26 (1990), No. 5, S. 866-871
- [335] Naunin, D.
Die Grundgleichungen für das dynamische Verhalten von Drehfeldmaschinen.
Wiss. Ber. AEG-Telefunken, Vol. 43 (1970), No. 3/4, S. 257-266
- [336] Patel, S. P.; Hoft, R. G.
Generalized Techniques of Harmonic Elimination and Voltage Control in Thyristor Inverters:
Part I — Harmonic Elimination,
Part II — Voltage Control Techniques.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-9 (1973), No. 3, S. 310-317
& Vol. IA-10 (1974), No. 5, S. 666-673

- [337] Pfaff, G.
Zur Dynamik des Asynchronmotors bei Drehzahlsteuerung mittels veränderlicher Speisefrequenz.
ETZ-A, Vol. 85 (1964), No. 22, S. 719-724
- [338] Pfaff, G.; Wick, A.
Direkte Stromregelung bei Drehstromantrieben mit Pulswechselrichtern.
Regelungstechnische Praxis, Vol. 24 (1983), No. 11, S. 472-477
- [339] Pfaff G.; Segerer H.; Lelkes A.
Resistance Corrected and Time Discrete Calculation of Rotor Flux in Induction Motors.
- [340] Pollmann, A.; Gabriel, R.
Zündsteuerung eines Pulswechselrichters mittels Mikrorechners.
Regelungstechnische Praxis 22 (1980), S. 145-150
- [341] Pollmann, A.
A Digital Pulsewidth Modulator Employing Advanced Modulation Techniques.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-19 (1983), S. 409-414
- [342] Rahman, M. F.; Zhong, L.; Lim, K. W.
A DSP Based Instantaneous Torque Control Strategy for Interior Permanent Magnet Synchronous Motor Drive with Wide Speed Range and Reduced Torque Ripples.
Proceedings of the 31st IEEE/Industry Applications Society Annual Meeting, San Diego, California, 5-9 Oct. 1996, S. 518-524
- [343] Ramminger, P.; Andresen, E. C.
Prediction of Performance Characteristics of small Induction Motors from Measurements without Load Machine.
Proceedings, International Conference On Electrical Machines, Manchester University, UK, 1992
- [344] Richter, R.
Elektrische Maschinen, 2. Band: Synchronmaschinen und Einankerumformer.
2. Auflage.; Basel, Stuttgart, Birkhäuser, 1953
- [345] Salzmann, T.
Drehstromantrieb hoher Regelgüte mit Direktumrichter.
4. Leistungselektronik-Konferenz, Beitrag 3.3, Budapest, 1981
- [346] Schierling, H.; Jötten, R.
Control of the Induction Machine in the Field weakening range.
Control in Power Electronics and Drives, IFAC Symp., 1983, S. 297-304

- [347] Schierling, H.
Selbsteinstellendes und selbstanpassendes Antriebsregelsystem für die Asynchronmaschine mit Pulswechselrichter.
Dissertation, TU Darmstadt, 1986
- [348] Schneider, T.; Koch, T.; Binder, A.
Comparative analysis of limited field weakening capability of surface mounted permanent magnet machines
IEE Proc.-Electr. Power Appl., Vol. 151, No. 1, 2004
- [349] Schönfeld, R.; Krug, H.; Geitner, G.; Stoev, A.
Regelalgorithmen für digitale Regler von elektrischen Antrieben.
msr 9/1985, S. 390–394
- [350] Schröder, D.
Control of AC-Machines. Decoupling and Field Orientation. Modern Integrated Electrical Drives (MIED): Current Status and Future Developments.
Course Notes, The European Association for Electrical Drives, Mailand, 1989, S. 45-77
- [351] Schröder, D.; Kohlmeier, H.; Niermeyer, O.
High Dynamic Four-Quadrant AC-Motor Drive with improved Power-Factor and On-Line Optimized Pulse Pattern with PROMC.
EPE-Conference Brüssel, 1985, S. 3173-3178
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting Toronto, 1985, S. 1081-1086
- [352] Schröder, D.; Kohlmeier, H.
GTO-Pulse Inverters with On-Line Optimized Pulse Patterns for Current Control.
ICEM-Conference, München, 1986, S. 668-671
- [353] Schröder, D.; Kohlmeier, H.; Niermeyer, O.
High Dynamic Four-Quadrant AC Motor Drive with Improved Power Factor and On-Line Optimized Pulse Pattern with PROMC.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-23 (1987), No. 6, S. 1001-1009
- [354] Schröder, D.; Kohlmeier, H.
Control of a Double Voltage Inverter System Coupling a Three Phase Mains with an AC-Drive.
IEEE Industry Applications Society, 22nd Annual Meeting Atlanta, 1987
- [355] Schröder, D.; Niermeyer, O.
New Predictive Control Strategy for PWM-Inverters.
EPE 87, Grenoble, 1987, S. 647-652

- [356] Schröder, D.; Niermeyer, O.
Induction Motor Drive with Parameter Identification using a new Predictive Current Control Strategy.
PESC 89, Wisconsin, USA, 1989, S. 287-294
- [357] Schröder, D.; Niermeyer, O.
AC-Motor Drive with Generative Breaking and Reduced Supply Line Distortion.
EPE 89, Aachen, 1989, S. 1021-1026
- [358] Schuemann, U.; Orlik, B.
Identifikation der elektrischen Parameter von Drehstrom-Asynchronmaschinen im Stillstand.
43. Internationales Wissenschaftliches Kolloquium, Band 4, Ilmenau, 1998
- [359] Schumacher, W.
Mikrorechnergesteuerter Asynchron-Stellantrieb.
Dissertation, TU Braunschweig, 1985
- [360] Schumacher, W.; Leonhard, W.
AC-Servo Drive with Microprozessor Control.
IPEC, Tokyo, 1983, S. 1465-1476
- [361] Späth, H.
Elektrische Maschinen und Stromrichter.
Grundlagen und Einführung. G. Braun, Karlsruhe, 1984
- [362] Späth, H.
Steuerverfahren für Drehstrommaschinen.
Springer, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 1983
- [363] Stanke, G.; Nyland, B.
Controller for sinusoidal and optimized PWM with pulse pattern changes without current transients.
2nd EPE Conference, Grenoble 1987, S. 183-300
- [364] Steinke, J. K.
Grundlagen für die Entwicklung eines Steuerverfahrens für GTO-Dreipunktwechselrichter für Traktionsantriebe.
ETZ Archiv, Vol. 10 (1988), No. 7, S. 215-220
- [365] Steinke, J. K.
Pulsweitenmodulationssteuerung eines Dreipunktwechselrichters für Traktionsantriebe im Bereich niedriger Motordrehzahlen.
ETZ Archiv, Vol. 11 (1989), No. 1, S. 17-24

- [366] Tungpimolrut, K.; Peng, F. Z.; Fukao, T.
A Direct measuring Method of Machine Parameters for vector controlled Induction Machine Drives.
International Conf. Industrial Electronics, Control and Instrumentation 1993 (IECON '93), Proc., S. 997-1002
- [367] Taegen, F.; Homes, E.
Die Gleichungen der Synchronmaschine und ihr mathematisches Modell.
Archiv für Elektrotechnik, Vol. 56 (1974), S. 194-204
- [368] Takahashi, I.; Mochikawa, H.
Optimum PWM Waveforms of an Inverter for Decreasing Acoustic Noise of an Induction Motor.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-22 (1986), No. 5, S. 828-834
- [369] van der Broeck, H.
Auswirkungen der Pulsweitenmodulation hoher Taktzahl auf die Oberschwingungsbelastung einer Asynchronmaschine bei Speisung durch einen U-Wechselrichter.
Archiv für Elektrotechnik, Vol. 68 (1985), S. 279-291
- [370] Vas, P.
Vector Control of AC Machines.
Oxford Science Publications. Clarendon Press, Oxford, 1990
- [371] Viola, R.; Grotstollen, H.
Einfluß der Ventilschaltzeiten auf das Verhalten von Pulswechselrichtern.
ETZ-Archiv 10 (1988), S. 181-187
- [372] Waldmann, H.; Weibelzahl, M.; Wolf, J.
Ein elektronisches Modell der Synchronmaschine.
Siemens Forsch.- u. Entwickl.-Berichte, Vol. 1 (1972), No. 1
- [373] Warnecke, K.-F.
Wechselwirkung zwischen Umrichter, Signalverarbeitung und Regelung bei einem Stromrichtermotor mit Käfigläufer.
Dissertation, TH Darmstadt, 1976
- [374] Weinhold, M.
Appropriate Pulse Width Modulation for a Three-Phase PWM AC-to-DC Converter.
EPE-Journal Vol. 1 No. 2, S. 139-148
- [375] Weninger, R.
Drehzahlregelung von Asynchronmaschinen bei Speisung durch einen Zwischenkreisumrichter mit eingepprägtem Strom.
Dissertation, TU München, 1982

- [376] Weninger, R.
Das Verfahren zur dynamisch richtigen Steuerung des Flusses bei der Drehzahlregelung von Asynchronmaschinen mit Speisung durch Zwischenkreisumrichter mit eingepprägtem Strom.
 ETZ Archiv (1979), No. 12, S. 341-345
- [377] Weschta, A.; Weberskirch, W.
Nonlinear Behaviour Of Voltage Source Inverters With Power Transistors.
 3rd EPE Conference, Aachen 1989
- [378] Yanagawa, K.; Sakai, K.; Endou, T.; Fujii, H.
Auto Tuning for general purpose Inverter with sensorless Vector Control.
 IPEC, Yokohama, 1995, S. 1005-1009
- [379] Zägelein, W.
Drehzahlregelung des Asynchronmotors unter Verwendung eines Beobachters mit geringer Parameterempfindlichkeit.
 Dissertation, Universität Erlangen-Nürnberg, 1984
- [380] Zhu, Z. Q.; Chen, Y. S.; Howe, D.
Online Optimal Flux-Weakening Control of Permanent-Magnet Brushless AC Drives.
 IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 36, No. 6, 2000

Motoridentifikation

- [381] DIN VDE 0530, Drehende elektrische Maschinen, Teil 1 und 2, 1996
- [382] IEEE 112, Standard test procedure for polyphase induction motors and generators
- [383] JEC-37, Induction machines, Standard of the japanese electrotechnical committee
- [384] Ballandt, F.
Anwendung von Zustandsbeobachtern und -schätzern in der Antriebstechnik.
 Diplomarbeit, TU-Dresden, 1996
- [385] Beckert, U.; Arnold H.
Identification of electrical parameters of asynchronous motors at standstill considering the skin effects in the rotor bars. ICEM 2002, Brügge/Belgien, August 2002, Tagungsband

- [386] Beckert, U.; Kertzscher, J.; Neuber, W.
Identifikation der elektrischen Parameter der Asynchronmaschine im Stillstand.
Antriebstechnik 40, Nr.4 2001, S. 116-120
- [387] Borsting, A.; Knudsen, M.; Vadstrup, P.
Standstill Estimation of Electrical Parameters in Induction Motors Using an Optimal Input Signal.
EPE Conf., Vol. 1, Sevilla, Spanien, 1995, S. 814-819
- [388] Boulet, P.; Brudny, J. F.
Rapid determination of an asynchronous motor parameters.
IMACS, 1988, S. 197-203
- [389] Brunsbach, J.; Henneberger, G.
Einsatz eines Kalman-Filters zum feldorientierten Betrieb einer Asynchronmaschine ohne mechanische Sensoren.
Archiv für Elektrotechnik 73, 1990, S. 325-335
- [390] Bünte, A.
Selbsteinstellender Antrieb mit drehmomentoptimal betriebem Asynchronmotor.
Dissertation, Universität-Gesamthochschule Paderborn, 1999,
Reihe Elektrotechnik, Shaker-Verlag, Aachen
- [391] Bünte, A.; Grotstollen, H.
Offline parameter identification of an inverter-fed induction motor at standstill.
Conf. Rec. Proceedings of EPE, Sevilla, 1995, S. 3492-3496
- [392] Bünte, A.; Grotstollen, H.
Parameter Identification of an Inverter-Fed Induction Motor at Standstill with a Correlation Method.
EPE Conf., Brighton UK., 1993, Vol. 5, S. 96-102
- [393] Caussat, T.; Roboam, X.; Hapiot, J.-C.; Faucher, J.; Tientcheu, M.
Self-commissioning for PWM Voltage Source Inverter-fed Induction Motor at Standstill.
IEEE Conf. of Industrial Electronics, Bologna, Italien, 1994, S. 198-203
- [394] Elten, D.
Die Anwendung einer modellgestützten Identifikationsmethode zur Bestimmung elektrischer Parameter von Induktionsmotoren.
Dissertation, TU-Berlin, 1989
- [395] Eykhoff, P.
System identification — parameter and state estimation.
Wiley & Sons, New York 1974

- [396] Frank, M.
Empfindlichkeitsanalyse dynamischer Systeme.
R. Oldenburg-Verlag, München Wien 1976
- [397] Gorter, R. J. A.; Duarte, J. L.; van den Bosch, P. P. J.
Parameter Estimation for Induction Machines.
EPE Conf., Vol. 3, Sevilla, Spanien, 1995, S. 627-632
- [398] Gorter, R. J. A.
Grey-box identification of induction machines: on-line and off-line approaches.
Promotion, Technische Universität Eindhoven, 1997, ISBN 90-386-0420-3
- [399] Gröll, L.
Modellbildung für kontinuierliche Systeme mittels direkter Identifikation.
Dissertation, TU-Dresden, 1995
- [400] Hasenpusch, A.
Parameteridentifikation an Kondensatormotoren.
Dissertation, TU-Dresden, 1994
- [401] Hillenbrand, F.
Identifikation linearer zeitinvarianter Systeme und ihre Anwendung auf Induktionsmaschinen.
Dissertation, TU-Berlin 1982
- [402] Irida, T.; Takata, S.; Ueda, R.; Sonoda, T.; Mochizuki, T.
A Novel Approach on Parameter Self-Tuning in AC-Servo-System.
IFAC Control in Power Electronics and Electrical Drives,
1983, Lausanne/Switzerland, S. 41-48
- [403] Isermann, R.
Identifikation dynamischer Systeme.
Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1988
- [404] Iwasaki, T.; Kataoka, T.
Application of an extended Kalman Filter to parameter identification of an induction motor.
IEEE-Industry Applications Society, 1989, Vol. 1, S. 248-253
- [405] Janiszewski, A.
Parameteridentifikation an kleinen Asynchronmaschinen.
Dissertation, TU-Dresden, 1993

- [406] Klaes, N.
Identifikationsverfahren für die betriebspunktabhängigen Parameter einer wechselrichter gespeisten Induktionsmaschine.
Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 1992,
VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 8, Nr. 305, VDI-Verlag, Düsseldorf.
- [407] Klaes, N.
Parameter Identification of an Induction Machine with Regard to Dependencies on Saturation.
IEEE Trans. on Industrial Applications, 1993, Vol. 29, No. 6, S. 1135-1140.
- [408] Loron, L.
Application of the extended Kalman filter to parameter estimation of induction motors.
EPE, Brighton UK., 1993, S. 85-90
- [409] Mann, M.
Selbsteinstellende und selbstanpassende Regelung eines Aufzuges mit Pulswechselrichter-Asynchronmaschinen-Antrieb.
Dissertation, TU-Berlin, 1995
- [410] Michalik, W.
Anwendung moderner Verfahren zur Parameterbestimmung an Asynchronmaschinen.
Habilitationsschrift, TU-Dresden, 2003
- [411] Michalik, W.
Beitrag zur Bestimmung von Toleranzen und Toleranzeinflüssen an kleinen Asynchronmaschinen.
Dissertation, TU-Dresden 1982
- [412] Michalik, W.
Parameteridentifikation bei optimaler Anregung.
5. Int. Fachmesse SPS-IPC-Drives, Sindelfingen 1994, Tagungsband, S. 615-623
- [413] Michalik, W.
Präzise Drehung — Methoden der Parameterbestimmung von Drehstrom-Asynchronmaschinen.
Antriebstechnik 3, 2005, S. 58-65
- [414] Mrugowsky, H.
Bestimmung der Modellparameter und der aktuellen Läufertemperatur für Drehstromasynchronmaschinen mit Kurzschlussläufer.
etz-a Bd. 11, 1989 H. 6

- [415] Nürnberg, W.
Die Prüfung elektrischer Maschinen.
Springer-Verlag, Berlin, New York 1987
- [416] Orłowska-Kowalska, T.; Lis, J.; Szabat, K.
Application of Soft Computing Methods for Identification of Induction Motor Parameters at Standstill.
XVIII. Symposium EPNC 2004, Poznan/Poland, S. 75-76
- [417] Quang, N.; Dittrich, J. A.
Praxis der feldorientierten Drehstrom-Antriebsregelung.
Expert-Verlag, 1999
- [418] Rasmussen, H.
Self-tuning torque control of induction motors for high performance applications.
Ph.D. thesis, Aalborg University, Denmark, Department of Control Engineering
- [419] Ruff, M.
Ein automatisiertes Verfahren zur Off-line-Identifikation der elektrischen Parameter von pulswechselrichter gespeisten Asynchronmotoren.
Dissertation, Universität Paderborn, Reihe Elektrotechnik, Shaker-Verlag, Aachen , 1997
- [420] Ruff, M.; Grotstollen, H.
Identification of the Saturated Mutual Inductance of an Asynchronous Motor at Standstill by Recursive Least Squares Algorithm.
EPE Conf. 1993, Brighton, UK., Vol. 5, S. 103-109
- [421] Schierling, H.
Fast and Reliable Commissioning of AC Variable Speed Drives by Self-Commissioning.
Industry Applications Society (IAS) Annual Meeting, Pittsburgh, 1988, Conference Record of the 1988 IEEE Vol. 1, S. 489-492
- [422] Schierling, H.
Selbsteinstellendes und selbstanpassendes Antriebsregelsystem für die Asynchronmaschine mit Pulswechselrichter.
Dissertation, TU-Darmstadt, 1987
- [423] Weidauer, J. *Selbsttätige Identifikation und Adaption von Parametern einer feld-orientiert geregelten Asynchronmaschine.*
Dissertation, TU-Dresden, 1992

- [424] Wolfram, A.
Komponentenbasierte Fehlerdiagnose industrieller Anlagen am Beispiel frequenzumrichter gespeister Asynchronmotoren und Kreiselpumpen.
 Dissertation, TU Darmstadt, 2002,
 VDI Fortschrittsberichte, Reihe 8, Nr. 967, VDI-Verlag, Düsseldorf.

Indirekte Verfahren der Statorstromregelung

- [425] Bahrani, B.; Kenzelmann, S.; Rufer, A.
Multivariable-PI-Based dq Current Control of Voltage Source Converters With Superior Axis Decoupling Capability.
 IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 58, No. 7, S. 3016-3026,
 Juli 2011
- [426] Bauer, J.; Kleimaier, A.
Observer Based Sensorless Predictive Hysteresis Control of a Transverse Flux Machine.
 17th International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS), Hangzhou, China, Oct. 2014
- [427] Böcker, J.; Beineke, S.; Bahr, A.
On the control bandwidth of servo drives.
 13th European Conference on Power Electronics and Applications EPE '09, S. 1-10, 2009
- [428] Böcker, J.; Janning, J.; Anbuhl, K.
Realization of a high-dynamic discrete-time controller for PWM inverter-fed induction motor drives.
 Proc. 5th European Conference on Power Electronics and Applications, 1993, Ed. 4, S. 158-162
- [429] Böcker, J.; Janning, J.; Jebenstreit, H.
High Dynamic Control of a Three-Level Voltage Source Converter Drive with Synchronous Motor and Active Front End.
 EPE 2001, Graz
- [430] Bode, G. H.; Poh, C. L.; Newman, M. J.; Holmes, D. G.
An improved robust predictive current regulation algorithm.
 IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 41, No. 6, S. 1720-1733,
 Nov. 2005

- [431] Bose, B. K.
An adaptive hysteresis-band current control technique of a voltage-fed PWM inverter for machine drive system.
Industrial Electronics, IEEE Transactions on
Volume: 37, Issue: 5, 1990, S. 402-408
DOI: 10.1109/41.103436
- [432] Brendan, P.; Holmes, G.
Multicarrier PWM Strategies for Multilevel Inverters.
IEEE Trans. IES, Vol. 49, No. 4, 2002, S. 858-867
- [433] Briz, F.; Degner, M. W.; Lorenz, R. D.
Analysis and design of current regulators using complex vectors.
IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 36, No. 3, S. 817-825,
Mai 2000
- [434] Brückner, T.; Holmes, G.
Optimal Pulse-Width Modulation for Three-Level Inverters.
IEEE Trans. on Power Electronics, Vol. 20, No. 1, 2005, S. 82-89
- [435] Buso, S.; Mattavelli, P.
Digital Control in Power Electronics.
Morgan & Claypool Publishers, 2006.
- [436] Corradini, L.; Tedeschi, E.; Mattavelli, P.
Advantages of the Symmetric-on Time Modulator in Multiple-Sampled Digitally Controlled DC-DC Converters.
Power Electronics Specialists Conference PESC 2007. IEEE, S. 1974-1980, 2007
- [437] Corradini, L.; Stefanutti, W.; Mattavelli, P.
Analysis of Multisampled Current Control for Active Filters.
IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 44, No. 6, S. 1785-1794,
Nov. 2008
- [438] Dell'Aquila, A.; Liserre, M.; Zanchetta, P.; Cecati, C.; Rotondale, N.
An overview on nonoptimal, optimal, preoptimized and fuzzy current controlled PWM techniques.
Proc. of the IEEE International Symposium on Industrial Electronics 1999
ISIE'99., Ed. 3, S. 1322-1327, 1999
- [439] Evers, Ch.; Wörner, K.; Hoffmann, F.; Steimel, A.
Flux-guided control strategy for pulse pattern changes without transients of torque and current for high power IGBT-inverter drives.
Proc. EPE 2003

- [440] Hava, A. M.; Kerkman, R. J.; Lipo, T. A.
A high-performance generalized discontinuous PWM algorithm.
IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 34, No. 5, S. 1059-1071,
Sept. 1998
- [441] Hava, A. M.; Kerkman, R. J.; Lipo, T. A.
Carrier-based PWM-VSI overmodulation strategies: analysis, comparison, and design.
IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 13, No. 4, S. 674-689, July
1998
- [442] Heising, C.
*Contributions to simulation and control of power-electronic systems with
focus on railway applications*
Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, Fakultät für Elektrotechnik und
Informationstechnik, 2009
- [443] Heising, C.; et. al.
*Pole Restraining - a Novel Control Approach for Power-Electronics Sys-
tems.*
Electrical Systems for Aircraft, Railway and Ship Propulsion (ESARS),
2010
- [444] Hiti, S.; Boroyevich, D.
Small-signal modeling of three-phase PWM modulators.
Power Electronics Specialists Conference, PESC '96 Record., 27th Annual
IEEE, Ed. 1, S. 550-555, 1996
- [445] Hoffmann, N.; Fuchs, F. W.; Dannehl, J.
*Models and effects of different updating and sampling concepts to the
control of grid-connected PWM converters - A study based on discrete
time domain analysis.*
Proc. 14th European Conference on Power Electronics and Applications,
EPE 2011, S. 1-10
- [446] Hoffmann, N.; Dannehl, J.; Fuchs, F. W.
*Modeling and Design Consideration of PI-based Current Control for
Grid-Connected PWM Converters Using Discrete Time Domain Analy-
sis.*
Proc. of the 14th European Conference on Power Electronics and
Applications, EPE 2011, S. 1-10
- [447] Holmes, G.; Lipo, T.
Pulse Width Modulation for Power Converters.
New York, Wiley 2003

- [448] Holmes, D. G.; Lipo, T. A.; McGrath, B. P.; Kong, W. Y.
Optimized Design of Stationary Frame Three Phase AC Current Regulators.
Industry Applications, IEEE Transactions on, Vol. 24, No. 11, Nov. 2009,
DOI: 10.1109/TPEL.2009.2029548, S. 2417-2426
- [449] Holmes, D. G.; McGrath, B. P.; Parker, S. G.
A Comparative Evaluation of High Performance Current Regulation Strategies for Vector Controlled Induction Motor Drives.
IEEE Conference Publications 2010
DOI: 10.1109/ISIE.2010.5638000, S. 3707-3714
- [450] Holtz, J.; Juanto, J.; Pontt, J.; Rodriguez, J.; Newman, P.; Miranda, H.
Design of fast and robust current regulators for high power drives based on complex state variables.
IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 40, No. 5, Sept. 2004,
S. 1388-1397
- [451] Kim, H.; Degner, M. W.; Guerrero, J. M.; Briz, F.; Lorenz, R. D.
Discrete-Time Current Regulator Design for AC Machine Drives.
IEEE Trans. Ind. Appl., July 2010
Vol. 46, No. 4, S. 1425-1435
- [452] Jeong, Y.-S.; Sul, S.-K.
Analysis and design of a decoupling current controller for AC machines: a unified transfer-matrix approach.
Industry Applications Conference, Conf. Rec. of the 40th IAS Annual Meeting, S. 751-758, 2005
- [453] Kazmierkowski, M. P.; Malesani, L.
Current control techniques for three-phase voltage-source PWM converters: a survey.
IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 45, No. 5, Okt. 1998,
S. 691-703
- [454] Kleimaier, A.
Optimale Betriebsführung von Hybridfahrzeugen. Dissertation, Technische Universität München, 2004
- [455] Kleimaier, A.; Schröder, D.
An Approach for the Online Optimized Control of a Hybrid Powertrain.
AMC 2002, S. 215-220
- [456] Kong, W. Y.; Holmes, D. G.; McGrath, B. P.
Enhanced three phase ac stationary frame PI current regulators.
IEEE Energy Conversion Congress and Exposition, ECCE 2009, S. 91-98

- [457] Kuo, B. K.
Digital Control Systems.
OUP USA, Ed. 2, 1995
- [458] Lee, D.C.; Sul, S.-K.; Park, M.-H.
High performance current regulator for a field-oriented controlled induction motor drive.
IEEE Transactions on Industry Applications
Vol. 30, No. 5, S. 1247-1257, Sep. 1994
- [459] Lehn, P. W.;
Exact modeling of the voltage source converter.
IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 17, No. 1, S. 217-222, Jan. 2002
- [460] Leimegger, C.; Schröder, D.
Hochdynamischer Verbrennungsmotor- und Rad-Straße-Simulation an einem HIL-PKW-Antriebsstrangprüfstand.
4. VDI Mechatronik Tagung 2001, VDI-Berichte 1631
- [461] Lopez de Heredia, A.; Gaztanaga, H.; Etxeberria-Otadui, I.; Bacha, S.; Guillaud, X.
Analysis of Multi-Resonant Current Control Structures and Tuning Methods.
IECON 2006 - 32nd Annual Conference on IEEE Industrial Electronics, S. 2156-2161, 2006
- [462] Malesani, L.; Mattavelli, P.; Buso, S.
Robust dead-beat current control for PWM rectifiers and active filters.
IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 35, No. 3, S. 613-620, Mai 1999
- [463] Mathapati S., Böcker J.
Dynamically Reconfigurable Control Structure for Induction Motor Drives on FPGA Control Platform.
EPE Journal, Vol. 20-1, 2010
- [464] Mattavelli, P.; Polo, F.; Dal Lago, F.; Saggini, S.
Analysis of Control-Delay Reduction for the Improvement of UPS Voltage-Loop Bandwidth.
IEEE Transactions on Industrial Electronics
Vol. 55, No. 8, S. 2903-2911, August 2008
- [465] McGrath, B.P.; Holmes, G.; Lipo, T.
Optimized Space Vector Switching Sequences for Multilevel Inverters.
DOI: 10.1109/TPEL.2003.818827, Power Electronics, IEEE Trans. on
Vol. 18, No. 6, 2003, S. 1293-1301

- [466] McGrath, B.P.; Holmes, G.
A Comparison of Multicarrier PWM strategies for cascaded and neutral point clamped multilevel inverters.
IEEE Conf. PESC 2000, S. 674-679
- [467] Münch, P.
Konzeption und Entwurf integrierter Regelungen für Modulare Multilevel Inverter.
Dissertation, 2011, ISBN-10: 3832529039, ISBN-13: 978-3832529031
- [468] Murphy, J.M.D.
Thyristor control of A.C. motors.
Pergamon Press, New York, 1973
- [469] Novotny, D. W.; Lipo, T. A
Vector Control and Dynamics of AC Drives.
Clarendon Press, Ed. 4, 1996
- [470] Rekioua, D.; Rekioua, T.
DSP-controlled Direct Torque Control of Induction Machines Based on Modulated Hysteresis Control.
Algeria, Bejaia, 2009
- [471] Richter, S.
Digitale Regelung von PWM-Wechselrichtern mit niedrigen Trägerfrequenzen.
Diss. RWTH Aachen, 2013 ISBN 978-3-8440 2
- [472] Schroedl, M.; Weinmeier, P.
Sensorless control of reluctance machines at arbitrary operating conditions including standstill.
IEEE Trans. on Power Electronics, Vol. PE-9 (1994), No. 2, S. 225-231
- [473] Steimel, A.
Elektrische Triebfahrzeuge und ihre Energieversorgung.
DIV Deutscher Industrieverlag, 2. korrigierte Auflage (25. Januar 2006)
ISBN-10: 3835630903, ISBN-13: 978-3835630901
- [474] Steimel, A.
Elektrische Triebfahrzeuge und ihre Energieversorgung.
DIV Deutscher Industrieverlag, München, 3. Auflage 2014
- [475] Steimel, A.
Elektrische Triebfahrzeuge und ihre Energieversorgung: Grundlagen und Praxis.
DIV Deutscher Industrieverlag, 3. Aufl. (31. Dezember 2013)
ISBN-10: 3835671340, ISBN-13: 978-3835671348

- [476] Timbus, A.; Liserre, M.; Teodorescu, R.; Rodriguez, P.; Blaabjerg, F.
Evaluation of Current Controllers for Distributed Power Generation Systems.
IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 24, No. 3, S. 654-664, März 2009
- [477] Van de Sype, D.; De Gussemme, K.; De Belie, F. M. L. L.; Van den Bossche, A. P.; Melkebeek, J. A.
Small-Signal z-Domain Analysis of Digitally Controlled Converters.
IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 21, No. 2, S. 470-478, März 2006
- [478] Yepes, A. G.; Freijedo, F. D.; Fernandez-Comesana, P.; Malvar, J.; Lopez, O.; Doval-Gandoy, J.
Torque ripple minimization in surface-mounted PM drives by means of PI + multi-resonant controller in synchronous reference frame.
IECON 2010 - 36th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society
S. 1017-1022, Nov. 2010
- [479] Yepes, A. G.; Freijedo, F. D.; Lopez, O.; Doval-Gandoy, J.
Effects of Discretization Methods on the Performance of Resonant Controllers.
IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 25, No. 7, S. 1692-1712, Juli 2010
- [480] Yepes, A. G.; Freijedo, F. D.; Doval-Gandoy, J.; Lopez, O.; Malvar, J.; Fernandez, C.
High-Performance Digital Resonant Controllers Implemented With Two Integrators.
IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 26, No. 2, S. 563-576, Feb. 2011
- [481] Yepes, A.G.; Vidal, A.; Lopez, O.; Doval-Gandoy, J.
Evaluation of Techniques for Cross-Coupling Decoupling Between Orthogonal Axes in Double Synchronous Reference Frame Current Control.
IEEE Trans. Ind. Electron., July 2014
Vol. 61, No. 7, S. 3527-3531
- [482] Zmood, D. N.; Holmes, D. G.
Stationary frame current regulation of PWM inverters with zero steady-state error.
Power Electronics, IEEE Transactions on, 2003, Vol. 18 , Issue: 3
DOI: 10.1109/TPEL.2003.810852, S. 814-822

Strom- und Drehzahl-Zustandsregelung

- [483] Beineke, S.; Bähr, A.
Integrierte Steuerungs- und Antriebslösung für hochdynamische Werkzeugmaschinen.
Tagungsband SPS/IPC/Drives 2006, S. 463–472, VDE Verlag, Berlin Offenbach
- [484] Beuschel, M.
Neuronale Netze zur Diagnose und Tilgung von Drehmomentschwingungen von Verbrennungsmotoren
Dissertation TU München, 2000
- [485] DAIMLER AG
Verfahren zum Regeln einer stromrichter gespeisten Drehfeldmaschine und zugehörige Vorrichtung zum Regeln des Statorstroms.
Erfinder: Uwe Nuß Deutschland. 19.04.2012. Anmeldung: 06.09.2011. Patent DE102011112647A1
- [486] Froschhammer, F.; Schröder, D.
Harmonisch Aktivierte Neuronale Netze zur Identifikation von Drehzahlschwankungen
Schwingungen in Antrieben 2001, Würzburg, Germany, 18.-19.09.2001
Hrsg.: VDI-Gesellschaft - Entwicklung Konstruktion Vertrieb
Düsseldorf: VDI, 2001, S. 419-433. (VDI-Berichte; Nr. 1630)
- [487] Gißler, J.
Elektrische Direktantriebe.
Franzis Verlag, Poing, 2005
- [488] Groß, H.; Hamann, J.; Wiegärtner, G.
Elektrische Vorschubantriebe in der Automatisierungstechnik.
Siemens, Erlangen, 2. Auflage, 2006
- [489] Kleimaier, A.; Schröder, D.
The Autark Hybrid Vehicle - Optimal Engine Operation
18th International Electric Vehicle Symposium (EVS 18), Berlin, Germany, 20.-24.10.2001
Ed.: European Electric Road Vehicle Association.
Berlin, Germany: European Electric Road Vehicle Association, 2001, p. CD-ROM
- [490] Krah, J.
Bode Plot basierter Servoantriebs Tuning Wizard - ein Ansatz zwischen manuellem Tuning und Auto-Tuning.
Tagungsband SPS/IPC/Drives 2004, S. 579–587, Franzis Verlag, Poing

- [491] Krah, J.
Geschwindigkeitsbeobachter höherer Ordnung zur Unterdrückung von höherfrequenten Resonanzen bei Direktantrieben.
Tagungsband SPS/IPC/Drives 2006, S. 431–439, VDE Verlag, Berlin Offenbach
- [492] Lorenz, R.; Van Patten, K.
High-Resolution Velocity Estimation for All-Digital, ac Servo Drives.
IEEE Transactions on Industry Applications Vol. 38 (1991), No. 4, S. 701–705
- [493] March, P.; Turner, M.
Anti-Windup Compensator Designs for Nonsalient Permanent-Magnet Synchronous Motor Speed Regulators.
IEEE Transactions on Industry Applications Vol. 56 (2009), No. 5, S. 1598–1609
- [494] Mink, F.; Bähr, A.
Adaptive Drehzahlregelung bei variablen Trägheitsmomenten und Eigenfrequenzen.
Tagungsband SPS/IPC/Drives 2008, S. 561–570, VDE Verlag, Berlin Offenbach
- [495] Nuß, U.
Achsenunsymmetrische Stromzustandsregelung mit Dead-Beat-Verhalten nur in der drehmomentbildenden Stromkomponente.
Tagungsband SPS/IPC/Drives 2006, S. 493–503, VDE Verlag, Berlin Offenbach
- [496] Nuß, U.
Eine allgemeine Methodik zur Modellbildung und Reglersynthese für stromrichtergespeiste Antriebe auf der Basis der zeitdiskreten Zustandsraumdarstellung.
Habilitationsschrift Universität Karlsruhe (TH), 1994
- [497] Nuß, U.
Hochdynamische Regelung elektrischer Antriebe.
VDE Verlag, Berlin Offenbach, 2010
- [498] Nuß, U.
Netzfremdliche Frequenzumrichter für fliegende Scheren.
antriebstechnik 40 (2001), S. 22–26
- [499] Nuß, U.
Mehrfachabtastender Stromzustandsregler für höchste dynamische Anforderungen.
Tagungsband SPS/IPC/Drives 2004, S. 665–675, Hüthig Verlag, Heidelberg

- [500] Nuß, U.
Stabilitätsnachweis und Steuerspannungsvorgabe bei Stromreglern in der Begrenzung.
Tagungsband SPS/IPC/Drives 2013, S. 439–448, VDE Verlag, Berlin Offenbach.
- [501] Nuß, U.
Umrichter mit maximaler Regeldynamik für die Prüfstandstechnik.
antriebstechnik 38 (1999), S. 28–31
- [502] Nuß, U.; Root, A.
Benötigt ein pulsweitenmoduliert betriebener Drehstromantrieb einen Stromzustandsregler?
Hochschule Offenburg, 2012 (Technischer Bericht - IAF-Report 8/2012).
Online verfügbar unter <http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bsz:ofb1-opus-1885>
- [503] Quang, N.; Dittrich, J.
Praxis der feldorientierten Drehstromantriebsregelungen.
expert-Verlag, Renningen-Malmsheim, 2. Auflage, 1999
- [504] Quang, N.; Dittrich, J.
Vector Control of Three-Phase AC Machines.
Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 2008
- [505] Schröder, D.; Hintz, C.; Rau, M.
Intelligent Modelling, Observation and Control for Nonlinear Systems
IEEE/ASME Transactions on Mechatronics Vol. 6 (2001) No. 2, S. 122–131

Direkte Selbstregelung von Drehfeldmaschinen

- [506] Acarnly, P. P.; Watson, F. J.
Review of Position-Sensorless Operation of Brushless Permanent-Magnet-Machines.
IEEE Trans. on Industrial Electronics, April 2006, Vol. 53, No. 2, S. 352–362
- [507] Amler, G.; Sperr, F.; Hoffmann, F.
Highly dynamic and speed sensorless control of traction drives.
10th EPE Conference, Toulouse 2003
- [508] Baader, U.
Die Direkte Selbstregelung (DSR) Ein Verfahren zur hochdynamischen Regelung von Drehfeldmaschinen.
Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 1987

- [509] Buschmann, M. K.; Steinke, J. K.
Robust and reliable medium voltage PWM inverter with motor friendly output.
7th EPE Conference, Vol. 1, Trondheim, 1997, S. 3502-3507
- [510] Depenbrock, M.
Direkte Selbstregelung (DSR) für hochdynamische Drehfeldantriebe mit Stromrichterspeisung.
ETZ Archiv, Vol. 7 (1985), No. 7, S. 211-218
- [511] Depenbrock, M.
Direct Self-Control (DSC) of Inverter-Fed Induction Machine.
IEEE Trans. on Power Electronics, Vol. PE-3 (1988), No. 4, S. 420-429
- [512] Depenbrock, M.; Skrotzki, T.
Drehmomenteinstellung im Feldschwächbereich bei stromrichtergespeisten Drehfeldantrieben mit Direkter Selbstregelung (DSR).
ETZ Archiv, Vol. 9 (1987), No. 1, S. 3-8
- [513] Depenbrock, M.; Hoffmann, F.; Koch, S.
Speed Sensorless High Performance Control for Traction Drives.
7th EPE Conference Trondheim, Vol. 1, 1997, S. 1418-1423
- [514] Evers, Ch.
Beiträge zur drehgeberlosen Regelung wechselrichtergespeister Induktionsmaschinen.
Dissertation Ruhr-Universität Bochum 2004,
Shaker-Verlag Aachen 2004, ISBN 3-8322-3244-9
- [515] Herty, F.
Korrektur von totzeitbedingten Störungen in elektrischen Antrieben mit Pulswechselrichtern.
Dissertation Universität Kaiserslautern 2002
- [516] Hodapp, J.
Die direkte Selbstregelung einer Asynchronmaschine mit einem Signalprozessor.
Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 1988
- [517] Hoffmann, F.
Drehgeberlos geregelte Induktionsmaschinen an IGBT-Pulsstromrichtern.
Dissertation, Ruhr-Universität Bochum
- [518] Horstmann, D.; Stanke, G.
Die stromrichternahe Antriebsregelung des Steuergeräts für Bahnautomatisierungssysteme SIBAS32. Elektrische Bahnen 90, 1992, Nr. 11, S. 344-350

- [519] Ichikawa, S.; et al.
Sensorless Control of Permanent-Magnet Synchronous Motor using on-line Parameter Identification Based on System Identification Theory.
IEEE Trans. on Industrial Electronics, April 2006, Vol. 53, No. 2, S. 363-372
- [520] IEEE Trans. on Industrial Electronics, April 2006, Vol. 53, No. 2
- [521] Jänecke, M.; Kremer, R.; Steuerwald, G.
Direkte Selbstregelung, ein neuartiges Regelverfahren für Traktionsantriebe im Ersteinsatz bei dieselektrischen Lokomotiven.
Elektrische Bahnen, Vol. 89 (1991), No. 3, S. 79-87
- [522] Jänecke, M.; Hoffmann, F.
Fast Torque Control of an IGBT-Inverter-Fed Three-Phase A.C. Drive in the Whole Speed Range — Experimental Results.
8th European Power Electronic Conference (EPE), Vol. 3, Sevilla, 1995, S. 399-404
- [523] Maischak, D.; Nemeth-Csoka, M.
Schnelle Drehmomentregelung im gesamten Drehzahlbereich eines hochausgenutzten Drehfeldantriebs.
Archiv für Elektrotechnik, Vol. 77 (1994), S. 289-301
- [524] Pohjalainen, P.; Tiitinen, P.; Lalu, J.
The next generation motor control method — Direct Torque Control, DTC.
Proceedings of the EPE Chapter Symposium, Lausanne, 1994, S. 115-120
- [525] Silva, C.; Asher, G. M.; Summer, M.
Hybrid Rotor Position Observer for Wide Speed-Range Sensorless PM Motor Drive including Zero Speed.
IEEE Trans. on Industrial Electronics, April 2006, Vol. 53, No. 2, S. 373-378
- [526] Springmeier, F.
Direkte Ständergrößen-Regelung von Induktionsmaschinen am Dreipunktwechselrichter.
Dissertation, Ruhr-Universität Bochum, 1992
- [527] Steimel, A.
Control of the induction machine in traction.
Elektrische Bahnen, Vol. 96 (1998), No. 12, S. 361-369
- [528] Steimel, A.
Control of the Induction Machine in Traction.
PEMC 1998, Prag, S. K4-1 - K4-6

- [529] Steimel, A.; Wiesemann, J.
Further Development of Direct Self Control for Application in Electric Traction.
 IEEE International Symposium on Industrial Electronics (ISIE 96),
 Vol. 1, Warsaw 1996, S. 180-185
- [530] Steimel, A.
Steuerungsbedingte Unterschiede von wechselrichter gespeisten Traktionsantrieben.
 Elektrische Bahnen, Vol. 92 (1994), No. 1/2, S. 24-36
- [531] Takahashi, I.; Noguchi, T.
A New Quick-Response and High-Efficiency Control Strategy of an Induction Motor.
 IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-22 (1986), S. 820-827
- [532] Wörner, K.
Quasi-synchrone statorflussgeführte Pulsverfahren für die wechselrichter gespeiste Induktionsmaschine.
 Dissertation Ruhr-Universität Bochum 2000,
 Fortschritt-Ber. VDI Rh. 21 Nr. 302, Düsseldorf 2000
- [533] Wörner, K.; Steimel, A.; Hoffmann, F.
Highly Dynamic Stator Flux Track Length Control for High Power IGBT Inverter Traction Drives.
 8th European Power Electronic Conference (EPE), Lausanne, 1999

Polfesselung, PRC

- [534] Appun, P. ; Lienau, W.
Der Vierquadrantensteller bei induktivem und kapazitivem Betrieb.
 etz-Archiv 6 (1984), H. 1, S. 3-8
- [535] Bartelt, R.; Heising, C.; Seifert, M.; Menzner, S.; Richter, M.; Schilling, C.
VIAvento – A fast and accurate simulation tool for power-electronic systems.
 15th European Conference on Power Electronics and Applications (EPE) (2013)
- [536] Bartelt, R.; Heising, C.; Staudt, V.; Steimel, A.
PLL and DFT feed-forward control for railway single-phase line-converter synchronisation.
 6th Int. Workshop Compatibility and Power Electronics (CPE), Badajoz, Spanien (2009)

- [537] Cuk, S.; Middlebrook, R. D.
Advances in Switched-Mode Power Conversion Part I and II.
IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol. IE-30 (1983)
No. 1, S. 10-19 und S. 19-29
- [538] Depenbrock, M.
Einphasen-Stromrichter mit sinusförmigem Netzstrom und gut geglätteten Gleichgrößen.
ETZ-A 94 (1973), H. 8, S. 466-471
- [539] Depenbrock, M.; Staudt, V.
Hyper Space Vectors: A New Four-Quantity-Extension of Space Vector Theory.
European Transactions on Electrical Power 8 (1998), H. 4, S. 241-248.
- [540] Foerth, Ch.
Traktionsantrieb ohne Drehzahlgeber mit minimiertem Messaufwand.
Dissertation Ruhr-Universität Bochum (2001)
- [541] Heising, C.
Contributions to simulation and control of power-electronic systems with focus on railway applications.
Dissertation Ruhr-Universität Bochum (2010)
- [542] Heising, C.
Verfahren zur Beobachtung eines zeitvarianten Systems.
Deutsches Patent DE 10 2009 060 530 B4 (2013.11.07)
- [543] Heising, C.
Verfahren zur Regelung eines zeitvarianten Systems.
Deutsches Patent DE 10 2009 060 529 A1 (2011.06.30)
- [544] Heising, C.; Oettmeier, M.; Danielsen, S.; Staudt, V.; Steimel, A.
Improvement of low-frequency railway power system stability using an advanced multivariable control concept.
35th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society (IECON'09) (2009)
- [545] Heising, C.; Oettmeier, M.; Staudt, V.; Steimel, A.
Multivariable Pole-Restraining Control for a Single-Phase 16.7-Hz Railway Traction Line-Side Converter.
Int. Conf. on Electrical Systems for Aircraft, Railway and Ship Propulsion (ESARS) (2010)

- [546] Heising, C.; Oettmeier, M.; Staudt, V.; Steimel, A.
Pole-Restraining Control of three-phase Active Front End – a comparison to state-of-the art controls and its performance under fault-ride-through conditions.
Przeglad Elektrotechniczny (Electrical Review) R. 87, Nr. 1 (2011), S. 118-122
- [547] Kehrmann, H.; Lienau, W.; Nill, R.
Vierquadrantensteller - eine netzfreundliche Einspeisung für Triebfahrzeuge mit Drehstromantrieb.
Elektrische Bahnen 45 (1974), H. 6, S. 135-142
- [548] Klose, Ch.
Reduzierung des Energiebedarfs im Hochgeschwindigkeitsverkehr durch ein Verfahren zur Systemoptimierung der Steuerung von Triebfahrzeugen.
Dissertation TU Dresden (1999)
- [549] Kovacs, K. P.; Racs, I.
Transiente Vorgänge in Wechselstrommaschinen.
Verlag der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, Budapest, 1959
- [550] Ludyk, G.
Theoretische Regelungstechnik Band 1, Grundlagen, Synthese Linearer Regelungssysteme.
Springer, Berlin, 1995
- [551] Ludyk, G.
Theoretische Regelungstechnik Band 2, Zustandsrekonstruktion, optimale und nichtlineare Regelungssysteme.
Springer, Berlin, 1995
- [552] Lunze, J.
Regelungstechnik 1.
Springer, Berlin, 2010
- [553] Lunze, J.
Regelungstechnik 2. Springer, Berlin, 2010
- [554] Maischak, D.
A Novel Control Strategy for IGBT Four-Quadrant Converters.
7. European Conference on Power Electronics (EPE), Trondheim (1997), S. 3.179-3.183
- [555] Menth, St.; Meyer, M.
Low-frequency power oscillations in electric railway systems.
Elektrische Bahnen 104 (2006), H. 5, S. 216-221

- [556] Michels, K.; Klawon, F.; Kruse, R.; Nürnberger, A.
Fuzzy-Regelung: Grundlagen, Entwurf, Analyse.
Springer, Berlin, 2002
- [557] Seger, T.; Wächter, M.
Direct Digital Control of Four-Quadrant Power Converter.
2. European Conference on Power Electronics (EPE), Grenoble (1987)
- [558] Stanke, G. V.
Untersuchung von Modulationsverfahren für Pulsstromrichter mit hohen dynamischen Anforderungen bei beschränkter Schaltfrequenz.
Dissertation RWTH Aachen (1988)
- [559] Staudt, V.
Ein Beitrag zu Leistungsbegriffen und Kompensationsverfahren für Mehrleitersysteme.
Habilitationsschrift Ruhr-Universität Bochum (2000)
- [560] Steuerwald, G.; Jänecke, M.
Steuerverfahren und Steueranordnung für einen Wechselrichter.
Deutsches Patent DE 41 10225 A1, 1992
- [561] Unbehauen, H.
Regelungstechnik II.
Vieweg & Teubner, Wiesbaden, 2007
- [562] Würflinger, K.
Aktive Bedämpfung von niederfrequenten Störströmen in Bahnstromnetzen mittels der Triebfahrzeug-Umrichterregelung.
Dissertation Ruhr-Universität Bochum (2006)

Geberlose Regelungen von Drehfeldmaschinen

- [563] Asher, G.M.
Sensorless induction motor drives.
IEE Seminar on Advances in induction motor control, 2000, London, UK,
May 2000
- [564] Attaianese, C.; Perfetto, A.
A speed sensorless digitally controlled induction motor drive.
Conf. Rec. PEMC, 1994, S. 1358-1363

- [565] Baader, U.; Depenbrock, M.; Gierse, G.
Direct self control of inverter-fed induction machine. A basis for speed control without speed measurement.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-28 (1992), No. 3, S. 581-588
- [566] Baader, U.; Depenbrock, M.; Gierse, G.
Direct Self Control of Inverter-Fed Induction Machine, a Basis for Speed Control without Speed-Measurement.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1989, San Diego, USA, Proc.; Vol. 1, S. 486-492
- [567] Bausch, H.; Whyan, Z.; Kanelis, K.
Tacholless torque control of induction machines based on the improved voltage flux model.
2nd Chinese Int'l Conf. on Electric Machines 1995 (CICEM '95), Proc.; S. 180-185
- [568] Ben-Brahim, L.; Kurosawa, R.
Identification of induction motor speed using neural networks.
Conf. Rec. IEEE PCC, Yokohama, 1993, S. 689-694
- [569] Ben-Brahim, L.; Kawamura, A.
A fully digitized field-oriented controlled induction motor drive using only current sensors.
IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol. IE-39 (1992), No. 3, S. 241-249
- [570] Blasco-Gimenez, R.; Asher, G.M.; Sumner, M.; Cilia, J.; Bradley, K.J.
Field weakening at high and low speed for sensorless vector controlled induction motor drives.
Power Electronics and Variable Speed Drives, Sept. 1996, Conf. Publ. IEE, S. 258-261
- [571] Blaschke, F.; van der Burgt, J.; Vandenput, A.
Sensorless Direct Field Orientation at Zero Flux Frequency.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1996, San Diego, USA, Conf. Proc.; S. 189-196
- [572] Bonanno, C.J.; Zhen, Li, Xu, L.
A position sensorless induction machine drive for electric vehicle applications.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1995, Orlando, USA, Conf. Proc.; S. 1-6

- [573] Bonanno, C.J.; Zhen, Li, Xu, L.
A direct field oriented induction machine drive with robust flux estimator for position sensorless control.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1995, Orlando, USA, Conf. Proc.; S. 166-173
- [574] Bose, B.K.; Simoes, M.G.; Crecelius, D.R.; Rajashekara, K.; Martin, R.
Speed sensorless hybrid vector controlled induction motor drive.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1995, Orlando, USA, Conf. Proc.; S. 137-143
- [575] Boussak, M.; Capolino, G.A.; Nguyen Phouc, V.T.
Speed measurement in vector-controlled induction machine by adaptive method.
4th European Conf. on Power Electronics and Applications 1991 (EPE '91), Vol. 3, S. 3/653-658
- [576] Boussak, M.; Capolino, G.A.; Poloujadoff, M.
Parameter identification in vector controlled induction machine with flux model reference adaptive system.
Conf. Rec. ICEM, 1992, S. 838-842
- [577] Bradley, K.J.; Ferrah, A.; Asher, G.M.
Analysis of speed measurement using FFT spectral estimation for mains or inverter driven induction motors.
Conf. Rec. ICEM, 1992, S. 923-927
- [578] Briz, F; Diez, A.; Degner, M. W.
Dynamic operation of carrier-signal-injection-based sensorless direct field-oriented AC drives.
IEEE Trans. Ind. Appl., Vol. 36, No. 5, Sep./Oct. 2000, S. 1360-1368
- [579] Briz, F.; Degner, M.W.; Diez, A.; Lorenz, R.D.
Measuring, Modeling and Decoupling of Saturation-Induced Saliencies in Carrier Signal Injection-Based Sensorless AC Drives.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 2000, Rome, Italy, S. 1842-1849
- [580] Brown, I. P.; Lorenz, R. D.
Induction Machine Design Methodology for Self-Sensing: Balancing Saliencies and Power Conversion Properties.
IEEE Transactions IAS, Vol. 47, 2011, S. 79-87
- [581] Byrski, W.
The survey for the exact and optimal state observers in hilbert spaces.
Proc. of European Control Conference, 2003,
paper on CD, paper number 598

- [582] Cilia, J.; Asher, D. M.; Bradley, K. J.
Sensorless position detection for vector controlled induction motor drives using an asymmetric outersection cage.
IEEE Trans. Ind. Appl., Vol. 33, No. 5, Sep./Oct. 1997, S. 1162-1169
- [583] Comanescu, M.; Xu, L.
An Improved Flux Observer Based on PLL Frequency Estimator for Sensorless Vector Control of Induction Motors.
IEEE Trans. on Industrial Electronics, Feb. 2006, Vol. 53, Nr. 1, S. 50-56
- [584] Consoli, A.
AC machine sensorless control techniques based on high frequency signal injection.
Proc. Rec. Int. Conf. on PEMC, Košice, Slovak Republic, 2000, Vol. 1, S. 98-103
- [585] Consoli, A.; Testa, A.
A New Zero Frequency Flux Position Detection Approach for Direct Field Oriented Control Drives.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1999, Phoenix, USA, Conf. Proc.; S. 2290-2297
- [586] Consoli, A.; Scarcella, G.; Tutino, G.; Testa, A.
Sensorless Field Oriented Control Using Common Mode Currents.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 2000, Rome, Italy, S. 1866-1873
- [587] Consoli, A.; Scarcella, G.; Testa, A.
A New Zero Frequency Flux Position Detection Approach for Direct Field Oriented Control Drives.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-36 (2000), No. 3, S. 797-804
- [588] Consoli, A.; Russo, F.; Scarcella, G.; Testa, A.
Low- and Zero-Speed Sensorless Control of Synchronous Reluctance Motors.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-35 (2000), No. 5, S. 1050-1057
- [589] Consoli, A.; Scarcella, G.; Testa, A.
Speed- and current-sensorless field-oriented induction motor drive operating at low frequencies.
IEEE Trans. Ind. Appl., Vol. 40, No. 1, Jan./Feb. 2004, S. 186-193
- [590] Corley, M.J.; Lorenz R.D.
Rotor Position and Velocity Estimation for a Salient-Pole Permanent Magnet Synchronous Machine at Standstill and High Speeds.
IEEE Transactions on Industrial Applications, Vol. 34, 1998, S. 784-789

- [591] Cuzner, R.M.; Lorenz, R.D.; Novotny, D.W.
Application of Nonlinear Observers for Rotor Position Detection on an Induction Motor Using Machine Voltages and Currents.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1990, Seattle, USA, Proc.; S. 416-421
- [592] De Belie, F.; Melkebeek, J.
Seamless integration of a low-speed position estimator for IPMSM in a current-controlled voltage-source inverter.
First Symposium on Sensorless Control for Electrical Drives, 2010, S. 50-55
- [593] De Belie, F.; Vyncke, T.; Melkebeek, J.
Parameterless rotor position estimation in a direct-torque controlled salient-pole PMSM without using additional test signals.
International Conference on Electrical Machines, 2010, Year, S. 1-6
- [594] De Fornel, B.; De Oliveira, J.C.R.
Adaptive discrete estimator for induction motor control.
4th European Conf. on Power Electronics and Applications 1991 (EPE '91), S. 2/132-137
- [595] Degner, M.W.
Flux, Position, and Velocity Estimation in AC Machines Using Carrier Signal Injection.
Ph.D. Thesis, Dept. of Electrical and Computer Engineering, University of Wisconsin, Madison, 1998
- [596] Degner, M.W.; Lorenz, R.D.
Using Multiple Saliencies for the Estimation of Flux, Position, and Velocity in AC Machines.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-34 (1998), No. 5, S. 1097-1104
- [597] Depenbrock, M.
Direct self control (DSC) of inverter-fed induction machine.
IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol. IE-3 (1988), No. 4, S. 420-429
- [598] Depenbrock, M.; Baader, U.; Gierse, G.
Direct self control of inverter-fed induction machine, a basis for speed control without speed measurement.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1989, San Diego, USA, Proc.; Vol. 1, S. 486-492
- [599] Depenbrock, M.; Evers, C.
Model-Based Speed Identification for Induction Machines in the Whole Operating Range.
IEEE Trans. on Industrial Electronics, Feb. 2006, Vol. 53, Nr. 1, S. 31-40

- [600] Depenbrock, M.; Foerth, C.; Koch, S.
Speed Sensorless Control Of Induction Motors At Very Low Stator Frequencies.
8th European Conf. on Power Electronics and Applications 1999 (EPE '99), Lausanne
- [601] Depenbrock, M., Foerth, Ch., Hoffmann, F., Koch, S., Steimel, A., Weidauer, M.
Speed-sensorless stator-flux-oriented control of induction motor drives in traction.
Communications – Scientific Letters of the University of Zilina (Nr. 2-3 2001), S. 68-75
- [602] Depenbrock, M.; Staudt, V.
Determination of the stator flux space vector of saturated AC machines.
ETZ Archiv, Vol. 12 (1990), No. 11, S. 349 ff.
- [603] Doki, S.; Sangwongwanich, S.; Yonemoto, T.; Okuma, S.
Implementation of speed-sensorless field-oriented vector control using adaptive sliding observers.
International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation 1992 (IECON '92), Proc.; S. 453-458
- [604] Du, T.; Brdys, M. A.
Shaft speed load torque and motor flux estimation of induction motor drive using an extended Luenberger observer.
Conf. Rec. IEEE EMD, 1993, S. 179-184
- [605] Engel, R.; Kreisselmeier, G.
A continuous-time observer which converges in finite time.
IEEE Transactions on Automatic Control 2002, Vol.47: S. 1202-1204
- [606] Ferrah, A.; Bradley, K.J.; Asher, G.M.
Analysis of speed measurement using FFT spectral estimation for mains or inverter driven induction motor.
Conf. Rec. ICEM, 1992, S. 923-927
- [607] Ferrah, A.; Bradley, K.G.; Asher, G.M.
Sensorless Speed Detection of Inverter Fed Induction Motors Using Rotor Slot Harmonics and Fast Fourier Transform.
IEEE Power Electronics Specialists Conference 1992 (PESC '92), Proc.; S. 279-286
- [608] Fodor, D.; Ionescu, F.; Florica, D.; Six, J.P.; Delarue, P.; Diana, D.; Griva, G.
Neural networks applied for induction motor speed sensorless estimation.
Conf. Rec. IEEE ISIE, Atene, 1995, S. 181-186

- [609] Fodor, D.; Griva, G.; Profumo, F.
Neural network flux estimator for universal field oriented (UFO) controllers.
Conf. Rec. ICEM Vigo, Spain, 1996, Vol. 3, S. 196-201
- [610] Foerth, C.
Traktionsantrieb ohne Drehzahlgeber mit minimiertem Meßaufwand.
Als Dissertation an der Ruhr-Universität Bochum 2001 eingereicht
- [611] Frenzke, T.; Hoffmann, F.; Langer, H.G.
Speed Sensorless Control of Traction Drives - Experiences on Vehicles.
8th European Conf. on Power Electronics and Applications 1999 (EPE'99), Lausanne
- [612] Garces, L.
Ein Verfahren zur Parameteranpassung bei der Drehzahlregelung der umrichter gespeisten Käfigläufermaschine.
Dissertation, TH Darmstadt, 1979
- [613] Green, T.C.; Williams, B.W.; Schramm, D.S.
Non-Invasive Speed Measurement of Inverter Driven Induction Motors.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1990, Seattle, USA, Proc.; S. 395-398
- [614] Griva, G.; Profumo, F.; Ilas, C.; Vranka, P.; Magureanu, R.
A unitary approach to speed sensorless induction motor field oriented drives based on various model reference schemes.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1996, San Diego, USA, Proc.; S. 1-6
- [615] Guidi, G.; Umida, H.
A novel stator resistance estimation method for speed-sensorless induction motor drives.
IEEE Trans. Ind. Appl., Vol. 36, No. 6, Nov/Dec. 2000, S. 1619-1627
- [616] Ha, J.-I.; Sul, K.
Sensorless field-oriented control of an induction machine by high-frequency signal injection.
IEEE Trans. Ind. Appl., Vol. 35, Issue 1, 1999, S. 45-51
DOI: 10.1109/28.740844
- [617] Ha, J.; Sul, S.; et al.
Physical understanding of High Frequency Injection Method to Sensorless Drives of an Induction Machine.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 2000, Rome, Italy Proc., Vol. 3, S. 1802-1808
DOI: 10.1109/IAS.2000.882124

- [618] Hamajima, T.; et al.
Sensorless vector control of induction motor with stator resistance identification based on augmented error.
Proc. Power Conversion Conf.(PCC), Osaka, Japan, 2002, pp. 504-509
- [619] Han, S. H.; Kwon, W. H.; P.S. Kim, P. S.
Receding-horizon unbiased fir filters for continuous-time state-space models without a priori initial state information.
IEEE Transactions on Automatic Control, 2001, Vol.46: S. 766-770
- [620] Harnefors, L.; Hinkkanen, M.
On the properties of full-order observers for sensorless induction motor drives.
Proc. 12th Eur. Conf. Power Electronics and Applications (EPE), Aalborg, Denmark, 2007
- [621] Henneberger, G.; Brunsbach, B.J.; Klepsch, T.
Field oriented control of synchronous and asynchronous drives without mechanical sensors using a Kalman filter.
4th European Conf. on Power Electronics and Applications 1991 (EPE'91), S. 3/664-671
- [622] Hinkkanen, M.
Analysis and design of full-order flux observers for sensorless induction motors.
IEEE Trans. Ind. Electron., Vol. 51, No. 5, Oct. 2004, S. 1033-1040
- [623] Hinkkanen, M.; Leppänen, V.-M.; Luomi, J.
Flux observer enhanced with low-frequency signal injection allowing sensorless zero-frequency operation of induction motors.
IEEE Trans. Ind. Appl., Vol. 41, No. 1, Jan./Feb. 2005, S. 52-59
- [624] Hinkkanen, M.; Luomi, J.
Stabilization of regenerating-mode operation in sensorless induction motor drives by full-order flux observer design.
IEEE Trans. Ind. Electron., Vol. 51, No. 6, Dec. 2004, S. 1318-1328
- [625] Hövermann, M.; Orlik, B.
Feldorientierte Drehzahlregelung von Drehstrom-Asynchronmaschinen ohne Drehzahlsensor.
SPS '96, IPC 96, DIVES 96, 7. Int. Fachmesse und Kongress f. Speicherprogrammierbare Steuerungen, Industrie-Pcs und Elektrische Antriebs-technik, Tagungsband, Sindelfingen, Nov. 1996

- [626] Hövermann, M.; Orlik, B.
Field oriented control of induction motor without speed sensor with control and correction for the flux angle.
PCIM '97, Nürnberg, Germany, Proc. of the 31. Int. Intelligent Motion Conf. June, 1997
- [627] Hövermann, M.; Orlik, B.
Sensorlose Drehzahlregung von Drehstrom-Asynchronmaschinen in Feldkoordinaten.
43. IWK (Internat. Wissenschaftliches Kolloquium), Ilmenau, Germany, Sept. 1998, Band 4
- [628] Hoffmann, F.
Drehgeberlos geregelte Induktionsmaschinen an IGBT-Pulsstromrichtern.
Fortschritt-Berichte Reihe 21, No. 213, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1996
- [629] Hoffmann, F.; Koch, S.
Steady state analysis of speed sensorless control of induction machines.
Proc. 24th Annu. Conf. IEEE Industrial Electronics Society (IECON), Aachen, Germany, 1998
- [630] Holtz, J.
Sensorless Control of Induction Machines — With or Without Signal Injection?
IEEE Trans. on Industrial Electronics, Feb. 2006, Vol. 53, Nr. 1, S. 7-30
- [631] Holtz J.
Initial Rotor Polarity Detection and Sensorless Control of PM Synchronous Machines.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting, 2006, S. 2040-2047
- [632] Holtz, J.
Sensorless Position Control of Induction Motors — An Emerging Technology.
International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation 1998 (IECON '98)
Aachen, Germany, Proc. S. 1-14;
IEEE Trans. Ind. Electron., Vol. 45, No. 6, Nov./Dec. 1998, S. 840-852
- [633] Holtz, J.; Jiang, J.; Pan, H.
Identification of Rotor Position and Speed of Standard Induction Motors at Low Speed including Zero Stator Frequency.
International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation 1997 (IECON '97),
Proc.; S. 971-976

- [634] Holtz, J.; Quan, J.
Drift and parameter compensated flux estimator for persistent zero stator frequency operation of sensorless controlled induction motors.
IEEE Trans. Ind. Appl., Vol. 39, No. 4, Jul./Aug. 2003, S. 1052-1060
- [635] Holtz, J.; Pan, H.
Elimination of saturation effects in sensorless position controlled induction motors.
IEEE Trans. Ind. Appl., Vol. 40, No. 2, Mar./Apr. 2004, S. 623-631
- [636] Hurst, K.D.; Habetler, T.G.; Griva, G.; Profumo, F.
Speed sensorless field-oriented control of induction machines using current harmonic spectral estimation.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1994, Denver, USA, Proc.; S. 601-607
- [637] Hurst, K.D.; Habetler, T.G.
Sensorless speed measurement using current harmonic spectral estimation in induction machine drives.
IEEE Power Electronics Specialists Conference 1994 (PESC '94), Proc.; S. 10-15
- [638] Ide, K.; Ha, J.-I.; Sawamura, M.
A Hybrid Speed Estimator of Flux Observer for Induction Motor Drives.
IEEE Trans. on Industrial Electronics, Feb. 2006, Vol. 53, Nr. 1, S. 130-137
- [639] IEEE Trans. IES, Februar 2006, Vol. 53, No. 1, Sonderheft
- [640] IEEE Trans. IES, April 2006, Vol. 53, No. 2, Sonderheft
- [641] Ilas, C.; Bettini, A.; Ferraris, L.; Griva, G.; Profumo, F.
Comparison of different schemes without shaft sensors for field oriented control drives.
International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation 1994 (IECON '94), Bologna, Italy, Proc.; S. 1579-1588
- [642] Ilas, C.; Griva, G.; Profumo, F.
Speed sensorless field oriented control drives using a kalman filter.
Conf. Rec. EDPE, 1994, S. 140-144
- [643] Ilas, C.; Magureanu, R.
DSP-Based sensorless direct field oriented control of induction motor drives.
Conf. Rec. PEMC, 1996, S. 2/309-313

- [644] Ilas, C.; Papagheorghe, G.; Magureanu, R.
Improved DSP for wide range speed sensorless induction motor drives.
Conf. Rec. ICEM, 1996, S. 230-235
- [645] Ishida, M.; Iwata, K.
A New Slip Frequency Detector of an Induction Motor Utilizing Rotor Slot Harmonics.
Internat. Semiconductor Power Conversion Conf. 1982, Proc.; S. 408-415
- [646] Ishida, M.; Iwata, K.
Steady-state Characteristics of a Torque and Speed Control System of an Induction Motor Utilizing Rotor Slot Harmonics for Slip Frequency Sensing.
IEEE Trans. on Power Electronics, July 1987, S. 257-263
- [647] Iwata, M.; Ito, S.; Ohno, T.
Speed sensorless field oriented control induction motor drive systems with load adaptive mechanism.
Conf. Rec. IPEC, Yokohama, 1995, S. 993-998
- [648] James, M. R.
Finite time observers and observability.
Proc. of 29th IEEE Conference on Decision and Control, 1990, S. 770-771
- [649] Jansen, P.L.; Lorenz, R.D.
Accuracy limitations of velocity and flux estimation in direct field oriented induction machines.
5th European Conf. on Power Electronics and Applications 1993 (EPE '93), Brighton, UK, Proc.; S. 312-318
- [650] Jansen, P.L.
The Integration of State Estimation, Control and Design for Induction Machines.
Ph.D. Thesis, Dept. of Electrical and Computer Engineering, University of Wisconsin-Madison, 1993
- [651] Jansen, P.L.; Lorenz, R.D.
Transducerless Position and Velocity Estimation in Induction and Salient AC Machines.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-31 (1995), No. 2, S. 240-247
- [652] Jiang, J.; Holtz, J.
High Dynamic Speed Sensorless AC Drive with On Line Model Parameter Tuning for Steady-state Accuracy.
IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol. IE-44 (1997), No. 2, S. 240-246

- [653] Jötten, R.; Maeder, G.
Control Methods for Good Dynamic Performance Induction Motor Drives Based on Current and Voltage as Measured Quantities.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-19 (1983), No. 3, S. 356-363
- [654] Kalman, R. E.; Bucy, R. S.
Observing the state of a linear system.
ASME Journal of Basic Engineering, 1961, Vol.83D: S. 95-108
- [655] Kanmachi, K.; Takahashi, I.
A secondary resistance calculation method for sensor-less speed control of an induction motor.
Conf. Rec. IPEC, Yokohama, 1995, S. 1671-1676
- [656] Kanmachi, K.; Takahashi, I.
Sensor-less speed control of an induction motor with no influence of secondary resistance variation.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1993, Seattle, USA, Proc.; S. 408-413
- [657] Kaspruwicz, A.B.; Kazmierkowski, M.P.; Kanoza, S.
Speed sensorless direct torque vector control of DC link resonant inverter-fed induction motor drive.
Conf. Rec. IEEE ISIE 1996, S. 186-189
- [658] Kim, Y.-R.; Sul, S.; Park, M.
Speed Sensorless Vector Control of an Induction Motor Using an Extended Kalman Filter.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1992, Houston, USA, Proc.; Vol. 1, S. 549-599
- [659] Kim, S.; Kwon, Y.-C.; Sul, S.-K.; Park, J.; Kim, S.-M.
Position sensorless operation of IPMSM with near PWM switching frequency signal injection.
IEEE International Conference on Power Electronics, 2011, S. 1660-1665
- [660] Kim, Sang-Uk, Lee-Woo Yang, Young-Seok Kim
Speed estimation of vector controlled induction motor without speed sensor by reduced-order EKF.
Conf. Rec. IPEC, Yokohama, 1995, S. 1665-1670
- [661] Koch, S.
Beiträge zur Regelung von Induktionsmaschinen ohne Drehgeber.
Fortschritt-Berichte Reihe 8, No. 717, VDI-Verlag, Düsseldorf, 1998

- [662] Krzeminski, Z.
Speed and rotor resistance estimation in observersystem of induction motor.
4th European Conf. on Power Electronics and Applications 1991 (EPE '91), Proc.; S. 3/538-542
- [663] Kubota, H.; Matsuse, K.; Nakano, T.
DSP-Based speed adaptive flux observer of induction motor.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1991, Proc.; S. 380-384;
IEEE Trans. Ind. Appl., Vol. 29, No. 2, Mar./Apr. 1993, S. 344-348
- [664] Kubota, H.; Matsuse, K.
Flux Observer of Induction Machines with Parameter Adaption for Wide Speed Range Motor Drives.
IPEC '90, Tokyo, Japan, 1990, Vol. 2
- [665] Kubota, H.; Matsuse, K.; Nakano, T.
New adaptive flux observer of induction motor for wide speed range motor drives.
International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation 1990 (IECON '90), Proc.; S. 921-926
- [666] Kubota, H.; Matsuse, K.
Robust field oriented induction motor drives based on disturbance torque estimation without rotational transducers.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1992, Houston, USA, Proc.; S. 558-562
- [667] Kubota, H.; Matsuse, K.
Simultaneous estimation of speed and motor resistance of field oriented induction motor without rotational transducers.
IEEE PCC 1993, Yokohama, 1993, Proc.; S. 473-477
- [668] Kubota, H.; Matsuse, K.
Speed sensorless field oriented control of induction motor with rotor resistance adaption.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1993, Seattle, USA, Proc.; S. 414-418
- [669] Kubota, H.; Matsuse, K.
Speed sensorless field oriented control of induction machines using flux observer.
International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation 1994 (IECON '94), Bologna, Italy, Proc.; S. 1611-1615

- [670] Kubota, H.; Matsuse, K.
The improvement of performance at low speed by offset compensation of stator voltage in sensorless vector controlled induction machines.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1996, San Diego, USA, Proc.; Vol. 1, S. 257-261
- [671] Kubota, H.; Sato, I.; Tamura, Y.; Matsuse, K.; Ohta, H.; Hori, Y.
Regeneration-mode low-speed operation of sensorless induction motor drive with adaptive observer.
IEEE Trans. Ind. Appl., Vol. 38, No. 4, July/Aug. 2002, S. 1081-1086
- [672] Kubota, H.; Tamura, Y.
Stator resistance estimation for sensorless induction motor drives under regenerating condition.
Proc. IEEE Industrial Electronics Society Conf. (IECON), Seville, Spain, 2002, Vol. 1, S. 426-430
- [673] Kume, T.; Sawa, T.; Yoshida, T.; Sawamura, M.; Sakamoto, M.
High Speed Vector Control without Encoder for a High Speed Spindle Motor.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1990, Seattle, USA, Proc.; S. 390-394
- [674] Lagerquist, R.; Boldea, I.; Miller, T.J.E.
Sensorless Control of the Synchronous Reluctance Motor.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1993, Seattle, USA, Proc.; S. 427-436
- [675] Landau, Y.D.
Adaptive control — The model reference approach.
Marcel Dekker Inc.; 1979
- [676] Landsmann, P.; Kennel, R.
Saliency-based sensorless predictive torque control with reduced torque ripple.
IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 27, 2012, S. 4311-4320
- [677] Landsmann, P.; Paulus, D.; Stolze, P.; Kennel, R.
Saliency based encoderless predictive torque control without signal injection.
International Power Electronics Conference, 2010, S. 3029-3034
- [678] Landsmann, P.; Paulus, D.; Kennel, R.
Online identification of load angle compensation for anisotropy based sensorless control.
IEEE Symposium on Sensorless Control for Electrical Drives 2011, S. 80-84

- [679] Lascu, C.; Boldea, I.; Blaabjerg, F.
Very low speed sensorless variable structure control of induction machine drives without signal injection.
Proc. IEEE Int. Electric Machines and Drives Conf. (IEMDC)
Madison, WI, Jun. 1-4, 2003, S. 1395-1401
- [680] Leppänen, V.-M.; Luomi, J.
Speed sensorless induction machine control for zero speed and frequency.
IEEE Trans. Ind. Electron., Vol. 51, No. 5, Oct. 2004, S. 1041-1047
- [681] Limsuwan, N.; Lorenz, R. D.; et al.
Concurrent Design of Interior-Permanent-Magnet Machines for Self-sensing and Power Conversion
IEEE Trans. IAS, Vol. 48, No. 6, 2012
- [682] Limsuwan, N. ; Fukushige, T. ; Akatsu, K. ; Lorenz, R. D.
Design Methodology for Variable-Flux, Flux Intensifying Interior Permanent Magnet Machines for Electric-Vehicle-Class Inverter Rating.
Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), 2013 IEEE
DOI: 10.1109/ECCE.2013.6646889, S. 1547-1554
- [683] Linke, M.; Kennel, R.; Holtz, J.
Sensorless position control of permanent magnet synchronous machines without limitation at zero speed.
IEEE 28th Annual Conference of the Industrial Electronics Society, 2002,
S. 674-679
- [684] Linke, M.
Injektion alternierender Trägersignale zur sensorlosen Regelung von Drehfeldmaschinen.
Dissertation, Bergische Universität Wuppertal, VDI-Verlag, Düsseldorf, 2003
- [685] Lorenz, R.D.
Sensorless, drive control methods for stable, high performance, zero speed operation.
Proc. Rec. Int. Conf. on PEMC, Košice, Slovak Republic, 2000, Vol. 1,
S. 1-11
- [686] Lorenz, R. D.
What limits the broad use of self-sensing, i. e. Using the Motor Itself as the Sensor.
SLED/PRECEDE 2013, München, Okt. 2013
- [687] Luenberger, D.G.
An introduction to observer.
IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-6 (1971), No. 6, S. 596-602

- [688] Luenberger, D.G.
Observing the state of linear system.
 IEEE Trans. on Mil. Electron.; Vol. 8 (1964), S. 74-80
- [689] Luenberger, D.G.
Observing for multivariable systems.
 IEEE Trans. on Mil. Electron.; Vol. 11 (1966), S. 190-197
- [690] Maes, J.; Melkebeek, J.A.
Speed-sensorless direct torque control of induction motors using an adaptive flux observer.
 IEEE Trans. Ind. Appl., Vol. 36, No. 3, May/June 2000, S. 778-785
- [691] Matsui, N.; Shigyo, M.
Brushless DC Motor Control without Position and Speed Sensors.
 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1990, Seattle, USA, Proc.; S. 448-453
- [692] Matsuo, T.; Blasko, V.; Moreira, J.C.; Lipo, T.A.
A New Direct Field Oriented Controller Employing Rotor End Ring Current Detection.
 IEEE Power Electronics Specialists Conference 1990 (PESC '90), Proc.; S. 599-605
- [693] Medvedev, A. V.; Toivonen, T.
Feedforward time-delay structures.
 state estimation: finite memory smoothing and continuous deadbeat observers,
 IEE Proceedings of Control Theory and Applications, 1994
 Vol.141: S. 121-129
- [694] Menold, P. H.
Finite time and asymptotic time state estimation for linear and nonlinear systems.
 PhD thesis, Institute for Systems Theory and Automatic Control,
 University of Stuttgart, 2004
- [695] Menold, P. H.; Findeisen, R.; Allgöwer, F.
Finite time convergent observers for linear time-varying systems.
 Proc. of the 11th Mediterranean Conference on Control and Automation,
 MED 2003
- [696] Menold, P. H.; Findeisen, R.; Allgöwer, F.
Finite time convergent observers for nonlinear systems.
 Proc. of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control, 2003,
 S. 5673-5678

- [697] Minami, K.; Vélez-Reyes, M.; Elten, D.; Verghese, G.; Filbert, D.
Multi-stage speed and parameter estimation for induction machines.
IEEE Power Electronics Specialists Conference 1991 (PESC '91), Proc.;
S. 596-604
- [698] Mok Soo, H.; Sheok Kim, J.; Real Kim, Y.; Ho Park, M.; Ki Sul, S.
A stator flux oriented speed control of induction machine without speed sensor.
4th European Conf. on Power Electronics and Applications 1991 (EPE'91), Proc.; S. 4/678-682
- [699] Mongkol Saejia; Sangwongwanich Somboon
Averaging analysis approach for stability analysis of speed-sensorless induction motor drives with stator resistance estimation.
IEEE Trans. on Industrial Electronics, Feb. 2006, Vol. 53, Nr. 1, S. 162-177
- [700] Nitayotan, C.; Sangwongwanich, S.
A Filtered Back EMF Based Speed-Sensorless Induction Motor Drives.
Proc. IEEE IAS, annual meeting, Vol. 2, Chicago 2001, S. 1224-1231
- [701] Ogasawara, S.; Akagi, H.
An Approach to Real-Time Position Estimation at Zero and Low Speed for a PM Motor Based on Saliency.
IEEE Industry Applications Society 1996 Annual Meeting, San Diego, USA, Proc.; S. 29-35
- [702] Ohtani, T.
A new method of torque control free from motor parameter variation in induction motor drive.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1986, Proc.; S. 203-209
- [703] Ohtani, T.; Takada, N.; Tanaka, K.
Vector control of induction motor without shaft encoder.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 28, Jan./Feb. 1992, No. 1, S. 157-165
- [704] Ohtani, T.; Takada, N.; Tanaka, K.
Vector Control of Induction Motor without Shaft Encoder.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1989, San Diego, USA, Proc.; S. 500-507
- [705] Ohtani, T.
Reduction of motor parameter sensitivity in vector control induction motor without shaft sensor.
Electrical Engineering in Japan, Vol. 10, No. 5, 1990.

- [706] Ourth, T.; Crampe, F.; Nguyen Phuoc, V.T.; Pietrzak David, M.; De Fornel, B.
Implementation of sensorless speed vector control.
Conf. Rec. ICEM, 1994, S. 318-323
- [707] Ourth, T.; Crampe, F.; Nguyen Phuoc, V.T.; Pietrzak David, M.; De Fornel, B.
Sensorless speed control of induction motor drives using observer based vector control.
Conf. Rec. ICEM, 1992, S. 858-862
- [708] Ohyama, K.; Asher, G. M.; Summer, M.
Comparative Analysis of Experimental Performance and Stability of Sensorless Induction Motor Drives.
IEEE Trans. on Industrial Electronics,
Feb. 2006, Vol. 53, Nr. 1, S. 178-186
- [709] Paulus, D.; Landsmann, P.; Kennel, R.
Sensorless field- oriented control for permanent magnet synchronous machines with an arbitrary injection scheme and direct angle calculation.
Symposium on Sensorless Control for Electrical Drives, 2011, S. 41-46
- [710] Paulus, D.; Landsmann, P.; Kennel, R.
Saliency based sensorless field- oriented control for permanent magnet synchronous machines in the whole speed range.
IEEE Symposium on Sensorless Control for Electrical Drives, 2012, S. 1-6
- [711] Paulus, D.; Landsmann, P.; Kuehl, S.; Kennel, R.
Arbitrary injection for Permanent Magnet Synchronous machines with multiple Saliencies.
IEEE Energy Conversion Congress and Expo, 2013, S. 1-7
- [712] Peng, F.; Fukao, T.
Robust Speed Identification for Speed Sensorless Vector Control of Induction Motors.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1993, Seattle, USA,
Proc.; S. 419-426
- [713] Popov, V.M.
Hyperstability of control systems.
Springer Verlag, New York, 1979
- [714] Profumo, F.; Griva, G.; Pastorelli, M.; Moreira, J.C.
Universal field oriented controller with indirect speed sensing based on the saturation third harmonic voltage.
IEEE Power Electronics Specialists Conference 1993 (PESC '93), S. 948-954

- [715] Raff, T.; Allgöwer, F. *An Impulsive Observer that Estimates the Exact State of a Linear Continuous-Time System in Predetermined Finite Time.* Control and Automation - MED'07, Proceedings of the 15th. Mediterranean Conference on Control and Automation, 27.-29. Juni 2007 Athen, ISBN 978-1-4244-1282-2, Digital Object Identifier 10.1109/MED.2007.4433909
- [716] Raff, T.; Lachner, F.; Allgöwer, F. *A finite time unknown input observer for linear systems.* Proc. of the 14th Mediterranean Conference on Control and Automation, MED 2006
- [717] Rajashekara, K.; Kawamura, A.; Matsuse, K. *Sensorless control of AC motor drive.* IEEE Press, 1996
- [718] Rashed, M.; Stronach, F.; Vas, P. *A new stable MRAS-based speed and stator resistance estimators for sensorless vector control induction motor drive at low speeds.* Industry Applications Conference, 2003. 38th IAS Annual Meeting, Salt Lake City, UT, USA
Proc. IEEE-IAS, Vol. 2, 2003, S. 1181-1188
Print ISBN: 0-7803-7883-0, DOI: 10.1109/IAS.2003.1257700
- [719] Sangwongwanich S. *Performance Improvement of a Speed-Sensorless Induction Motor Drive in the Low Speed Region.* International Power Electronic Conference 2000 (IPEC 2000), Tokyo, Japan, Proc.; Vol. 4, S. 2076-2081
- [720] Sangwongwanich S. *Speed Sensorless Induction Motor Drive Systems - Structure and Stability.* (invited paper); 7th International Power Electronics & Motion Control Conference and Exhibition 1996 (PEMC '96), Budapest, Hungary, Proc.; Vol. 2, S. 78-85
- [721] Sangwongwanich S. *Speed Sensorless Vector of Induction Motors - Stability Analysis and Realization.* International Power Electronics Conference 1995 (IPEC '95), Yokohama, Japan, Proc.; S. 310-315

- [722] Schauder, C.
Adaptive speed identification for vector control of induction motors without rotational transducers.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1989, San Diego, USA, Proc.; S. 493-499
- [723] Schauder, C.
Adaptive speed identification for vector control of induction motors without rotational transducers.
IEEE Trans. Ind. Appl., Vol. 28, No. 5, Sept./Oct. 1992, S. 1054-1061
- [724] Schroedl, M.
Detection of the rotor position of a permanent magnet synchronous machine at standstill.
Int. Conf. on Electrical Machines 1988 (ICEM), Proc.; Pisa, Italy, 1988, S. 195-197
- [725] Schroedl, M.
Sensorless Control of AC Machines.
VDI-Fortschrittsberichte No. 117, Reihe 21, VDI-Verlag, 1992, S. 32 ff.
- [726] Schroedl, M.
Sensorless Control of Induction Motors at Low Speed and Standstill.
Int. Conf. on Electrical Machines 1990 (ICEM), Boston, USA, 1990, S. 863-867
- [727] Schroedl, M.; Colle, T.
Electric motorbike with sensorless controll permanent magnet synchronous motor.
11th Int. Electric Vehicle Symposium 1992 (EVS), Florence, Italy, 1992, Proc.; S. 13.07/1-11
- [728] Schroedl, M.; Stefan, T.
Algorithmus zur rechnerischen Erfassung der Polradlage einer permanent-erregten Synchronmaschine ohne Lagegeber.
VDI/VDE Fachtagung 1988, Bad Nauheim, Germany, S. 48-54
- [729] Schroedl, M.
Sensorless control of AC machines at low speed and standstill based on the "INFORM" method.
Proc. IEEE Industry Applications Society Annu. Meeting, Pittsburgh, PA, Sep.-Oct. 1996, S. 270-277
- [730] Schroedl, M.; Stefan, T.
New rotor position detector for permanent magnet synchronous machines using the „INFORM“ -method.
European Trans. on Electrical Power Engineering (ETEP), VDE-Verlag, Vol. 1 (1991), No. 1, S. 47-53

- [731] Schroedl, M.; Hennerbichler, T.; Wolbank, T.M.
Induction motor drive for electric vehicles without speed- and position sensors.
5th European Conf. on Power Electronics and Applications (EPE '93), Brighton, UK, 1993, Vol. 5, S. 271-275
- [732] Shirsavar, S.A.; McCulloch, M.D.
Speed sensorless vector control of induction motors parameter estimation.
Power Electronics and Variable Speed Drives, Sept. 1996, Conf. Publ.; IEE, S. 267-272
- [733] Staines, C.S.; Asher, G.M.; Bradley, K.J.
A Periodic Burst Injection Method for Deriving Rotor Position in Saturated Cage-Salient Induction Motors Without a Shaft Encoder.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-35 (1999), No. 4, S. 851-858
- [734] Sugimoto, H.
On improving measures of stability in regeneration operation of speed sensorless vector control induction motor system using adaptive observer of secondary magnetic flux.
Proc. Int. Power Electronics Conf. (IPEC), Tokyo, Japan, 2000, Vol. 3, S. 1069-1074
- [735] Suwankawin, S.; Sangwongwanich, S.
A speed-sensorless IM drive with decoupling control and stability analysis of speed estimation.
IEEE Trans. Ind. Electron., Vol. 49, No. 2, Apr. 2002, S. 444-455
- [736] Suwankawin, S.; Sangwongwanich, S.
A Speed-Sensorless IM Drive with Modified Decoupling Control.
Power Conversion Conference 1997 (PCC '97), Nagaoka, Japan, Proc.; Vol. 1, S. 85-90
- [737] Suwankawin, S.; Sangwongwanich, S.
Feedback Gain Assignment for a Stable and Robust Full-Order Adaptive Observer in Speed-Sensorless Induction Motor.
submitted for Industry Applications Society 2001
- [738] Suwankawin, S.; Sangwongwanich, S.
Stability Analysis and Design Guidelines for a Speed-Sensorless Induction Motor Drive.
Power Conversion Conference 1997 (PCC '97), Nagaoka, Japan, Proc.; Vol. 2, S. 583-588

- [739] Suwankawin, S.; Sangwongwanich, S.
Stability Analysis of Speed-Sensorless Vector control Systems.
International Conference on Power Electronics 1995 (ICPE '95), Seoul, Korea, Proc.; S. 403-408
- [740] Suwankawin, S.; Sangwongwanich, S.
Design strategy for an adaptive full-order observer for speed-sensorless induction-motor drives — Tracking performance and stabilization.
IEEE Trans. Ind. Electron., Vol. 53, No. 1, Feb. 2006, S. 96-119
- [741] Tajima, H.; Hori, Y.
Speed sensorless field orientation control of the induction machine.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-29 (1993), No. 1, S. 175-180
- [742] Tajima, H.; Guidi, G.; Umida, H.
Consideration about Problems and Solutions of Speed Estimation Method and Parameter Tuning for Speed Sensorless Vector Control of Induction Motor Drives.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 2000, Rome, Italy, Proc.; S. 1787-1793
- [743] Tajima, H.; et al.
Consideration about problems and solution of speed estimation method and parameter tuning for speed-sensorless vector control of induction motor drives.
IEEE Trans. Ind. Appl., Vol. 38, No. 5, Sep./Oct. 2002, S. 1282-1289
- [744] Talbot, K.J.; Kleinhans, C.E.; Diana, G.; Harley, R.G.
Speed sensorless field oriented control of a CSI-FED induction motor by a transputer based digital controller.
IEEE Power Electronics Specialists Conference 1995 (PESC '95), Proc.; S. 785-971
- [745] Teske, N.; Asher, G. M.; Sumner, M.; Bradley, K. J.
Suppression of saturation saliency effects for the sensorless position control of induction motor drives under loaded conditions.
IEEE Trans. Ind. Electron., Vol. 47, No. 5, Sep./Oct. 2000, S. 1142-1149
- [746] Teske, N.; Asher, G. M.; Bradley, K. J.; Sumner, M.
Analysis and suppression of inverter clamping saliency in sensorless position controlled of induction motor drives.
Proc. IEEE Industry Applications Society Annu. Meeting, Chicago, IL, Sep.-Oct. 2001, S. 2629-2636

- [747] Tsuji, T.; Oguro, R.; Ide, K.; Hazama, K.; Yang, Z.J.
Speed sensorless field oriented control of induction motors with an observer compensating stator voltage errors.
Conf. Rec. ICEM, 1996, S. 191-195
- [748] Tsuji, M.; et al.
A sensorless vector control system for induction motors using q-axis flux with stator resistance identification.
IEEE Trans. Ind. Appl., Vol. 48, No. 1, Feb. 2001, S. 185-194
- [749] Vas, P.
Sensorless vector and direct torque control.
Oxford Science Publications, 1998
- [750] Vélez-Reyes, M.; Minami, K.; Verghese, G.C.
Recursive speed and parameter estimation for induction machines.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1989, San Diego, USA, Proc.; S. 607-611
- [751] Verghese, G.C.; Sanders, S.R.
Observer for faster flux estimation in induction machines.
IEEE Power Electronics Specialists Conference 1985 (PESC '85), Proc.; S. 751-760
- [752] Vukosavić, S.; Perić, L.; Levi, E.; Vučković
Sensorless Operation of the SR Motor with Constant Dwell.
IEEE Power Electronics Specialists Conference 1990 (PESC '90), Proc.; S. 451-454
- [753] Weidauer, M.
Drehgeberlose Regelung umrichter gespeister Induktionsmaschinen in der Traktion.
Dissertation, Ruhr-Universität Bochum 1999
- [754] Wiedmann, K.; Mertens, A.
Self-sensing control of PM synchronous machines including online system identification based on a novel MRAS approach.
IEEE Symposium on Sensorless Control for Electrical Drives, 2012, S. 1-8
- [755] Wu, S.; et al.
Interior Permanent-Magnet Synchronous Motor Design for Improving Self Sensing Performance at Very Low Speed.
IEEE Trans. IAS, Vol. 45, No. 6, 2009, S. 1939-1946
- [756] Xue, Y.; Xu, X.; Habetler, T.G.; Divan, D.M.
A Low Cost Stator Flux Oriented Voltage Source Variable Speed Drive.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1990, Seattle, USA, Proc.; S. 410-415

- [757] Yang, G.; Chin, T.H.
Adaptive speed identification scheme for vector-controlled speed sensorless inverter-induction motor drive.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-29 (1993), No. 4, S. 820-825
- [758] Yang, S. H.; et. al.
Surface-Permanent-Magnet Synchronous Machine Design for Saliency Tracking Self-Sensing Position Estimation at Zero and Low Speeds.
IEEE Trans. IAS, Vol. 47, No. 5, 2011, S. 2103-2115
- [759] Yong, S.H.; Choi, J.W.; Sul, S.K.
Sensorless vector control of induction machine using high frequency current injection.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1994, Denver, USA, Proc.; S. 503-508
- [760] Yu Tzou, Y.; Ao Lee, W.; Yung Lin, S.
Dual DSP sensorless speed control of an induction motor with adaptive voltage compensation.
IEEE Power Electronics Specialists Conference 1996 (PESC '96), Proc.; S. 351-375
- [761] Zhen Li
A mutual MRAS identification scheme for position sensorless field oriented control of induction machines.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1995, Orlando, USA, Proc.; S. 159-165
- [762] Zheng Peng, F.; Fukao, T.; Sheng Lai, J.
Low-speed performance of robust speed identification using instantaneous reactive power for tachless vector control of induction motors.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1994, Denver, USA, Proc.; S. 509-514
- [763] Zheng Peng, F.; Fukao, T.
Robust speed identification for speed sensorless vector control of induction motors.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-30 (1994), No. 5, S. 1234-1240
- [764] Zinger, D.S.; Lipo, T.A.; Novotny, D.W.
Using Induction Motor Stator Windings to Extract Speed Information.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1989, San Diego, USA, Proc.; S. 213-218

- [765] Zinger, D.S.; Profumo, F.; Lipo, T.A.; Novotny, D.W.
A direct field oriented controller for induction motor drives using tapped stator windings.
IEEE Power Electronics Specialists Conference 1988 (PESC '88), Proc.; S. 855-861

Reluktanzmaschine

- [766] Amor, L. B.; Dessaint, L.-A.; Akhrif, O.; Olivier, G.
Adaptive feedback linearization for position control of a switched reluctance motor: analysis and simulation.
International Journal of Adaptive Control & Signal Processing, 1993, Vol. 7, No. 2, Mar.-Apr. 1993, S. 117-136
- [767] Arkadan, A. A.; Shehadeh, H. H.; Brown, R. H.; Demerdash, N. A. O.
Effects of chopping on core losses and inductance profiles of SRM drives.
IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 33 (1997), No. 2, S. 2105-2108
- [768] Barnes, M.; Pollock, C.
Power Electronic Converters for Switched Reluctance Drives.
IEEE Trans. on Power Electronics, Vol. PE-13 (1998), No. 6, S. 1100-1111
- [769] Benhama, A.; Williamson, A. C.; Reece, A. B. J.
SRM torque computation from 3D finite element field solutions.
8th International Conference on Electrical Machines and Drives, Sept. 1997, S. 59-63
- [770] Byrne J. V.; O'Dwyer, J. B.
Saturable variable reluctance machine simulation using exponential functions.
Proceedings of international conference on stepping motors and systems Leeds University, U. K., Sept. 1976, S. 11-16
- [771] Ching, T. W.; Chau, K. T.; Chan, C. C.
New zero-voltage-transition converter for switched reluctance motor drives.
PESC Record, IEEE Annual Power Electronics Specialists Conference Vol. 2, IEEE, Piscataway, NJ, USA, 1998, S. 1295-1301
- [772] Dawson, G. E.; Eastham, A. R.; Mizia, J.
Switched-reluctance motor torque characteristics: Finite-Element Analysis and Test Results.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-23 (1987), No. 3, S. 532-537

- [773] El-Hawary
Principles of electronic machines with power electronic applications.
Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1986
- [774] Hava, A.; Wacknov, J. B.; Lipo, T. A.
New ZCS resonant power converter topologies for variable reluctance machine drives.
PESC Record, IEEE Annual Power Electronics Specialists Conference, Piscataway, NJ, USA, 1993, S. 432-439
- [775] Husain, I.; Ehsani, M.
Torque ripple minimization in switched reluctance motor drives by PWM current control.
IEEE Trans. on Power Electronics, Vol. PE-11 (1996), No. 1, S. 83-88
- [776] Ilic-Spong, M.; Marino, R.; Peresda, S.; Taylor, D. G.
Feedback linearizing control of switched reluctance motors.
IEEE Trans. on Automat. Contr. Vol. 32 (1997), S. 371-379
- [777] Jack, A. G.; Finch, J. W.; Wright, J. P.
Adaptive Mesh Generation Applied to Switched-Reluctance Motor Design.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-28 (1992), No. 2, S. 370-375
- [778] Kim, C. H.; Ha, I. J.
A new approach to feedback-linearizing control of variable reluctance motors for direct-drive applications.
IEEE Trans. on Control Systems Technology, Vol. 4 (1996), No. 4, S. 348-362
- [779] Kjaer, P. C.; Gribble, J. J.; Miller, T. J. E.
High-grade control of switched reluctance machines.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-33 (1997), No. 6, S. 1585-1593
- [780] Krishnan, R.
Novel converter topology for switched reluctance motor drives.
PESC Record — IEEE Annual Power Electronics Specialists Conference, Vol. 2, IEEE, Piscataway, NJ, USA, 1996, S. 1811-1816
- [781] Lawrenson, P. J.; et al.
Variable Speed Switched Reluctance Motors.
IEE Proceedings, Electric Power Applications, Vol. 127 (1980), No. 4, S. 253-265
- [782] Lovatt, H.C.; Stephenson, J.M.
Measurement of magnetic characteristics of switched-reluctance motors.
ICEM Conference, 1992, S. 645-649

- [783] Lovatt, H. C.; Stephenson, J. M.
Computer-optimized smooth-torque current waveforms for switched-reluctance motors.
IEE Proceedings, Electric Power Applications, Vol. 144 (1997), No. 5, S. 310-316
- [784] Manzer, V. D. G.; Thorp, M.; James, S.
Variable reluctance motor characterization.
IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol. IE-36 (1989), No. 1, S. 56-63
- [785] Michaelides, A. M.; Pollock, C.
Effect of end core flux on the performance of the switched reluctance motor.
IEE Proceedings, Electric Power Applications, Vol. 141 (1994), No. 6, S. 308-316
- [786] Michaelides, A. M.; Pollock, C.
Modelling and design of switched reluctance motors with two phases simultaneously excited.
IEE Proceedings, Electric Power Applications, Vol. 143 (1996), No. 5, S. 361-370
- [787] Miller, T. J. E.
Switched reluctance motors and their control.
Hillsboro, OH: Magna Physics Pub.; Oxford: Clarendon Press, 1993
- [788] Miller, T. J. E.; McGilp, M.
Nonlinear theory of the Switched Reluctance Motor for Rapid Computer-Aided design.
IEE Proceedings Part B, Electric Power Appl., Vol. 137 (1990), No. 6, S. 337-347
- [789] Miller, T. J. E.; Glinka, M.; McGilp, M.; Cossar, C.; Gallegos-Lopez, G.; Ionel, D.; Olaru, M.
Ultra-fast model of the switched reluctance motor.
33rd Industry Applications Society Annual Meeting, Vol. 1, 1998, S. 319-326
- [790] Mir, S.; Husain, I.; Elbuluk, M. E.
Energy-efficient C-dump converters for switched reluctance motors.
IEEE Trans. on Power Electronics, Vol. PE-12 (1997), No. 5, S. 912-921
- [791] Panda, S. K.; Dash, P. K.
Application of nonlinear control to switched reluctance motors: A feedback linearization approach.
IEE Proceedings, Electric Power Applications, Vol. 14 (1996), No. 5, S. 371-379

- [792] Phillips, N. W.; Bolton, H. R.; Lewis, J. D.; Pollock, C.; Barnes, M.
Simulation of switched reluctance drive system using a commercially available simulation package.
7th International Conference on Electrical Machines and Drives, S. 257-260
- [793] Pulle, D. W. J.
New data base for switched reluctance drive simulation.
IEE Proceedings Part B, Electric Power Appl., Vol. 138 (1991), No. 6, S. 331-337
- [794] Ramanarayanan, V.; Venkatesha, L.; Debiprasad, P.
Flux-Linkage Characteristics of Switched Reluctance Motor.
Proceedings of the IEEE International Conference on Power Electronics, Drives & Energy Systems for Industrial Growth, India, 1996, S. 281-285
- [795] Rim, G. H.; Kim, W. H.; Cho, J. G.
ZVT single pulse-current converter for switched reluctance motor drives.
IEEE Annual Applied Power Electronics Conference and Exposition 1996 (APEC)
Proc. Vol. 2, S. 949-955
- [796] Rim, G. H.; Kim, W. H.; Kim, E. S.; Lee, K. C.
A choppingless converter for switched reluctance motor with unity power factor and sinusoidal input current.
Power Electronics Specialists Conference (PESC), Vol. 1, 1994, S. 500-507
- [797] Russa, K.; Husain, I.; Elbuluk, M. E.
Torque-ripple minimization in switched reluctance machines over a wide speed range.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-34 (1998), No. 5, S. 1105-1112
- [798] Sadowski, N.; Lefevre, Y.; Neves, C. G. C.; Carlson, R.
Finite elements coupled to electrical circuit equations in the simulation of switched reluctance drives: attention to mechanical behaviour.
IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 32 (1996), No. 3/1, S. 1086-1089
- [799] Sadowski, N.; Carly, B.; Lefevre, Y.; Lajoie-Mazenc, M.; Astier, S.
Finite element simulation of electrical motors fed by current inverters.
IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 29, (1993), No. 2, S. 1683-1688
- [800] Sadowski, N.; Lefevre, Y.; Lajoie-Mazenc, M.; Cros, J.
Finite element torque calculation in electrical machines while considering the movement.
IEEE Trans. on Magnetics, Vol. 28 (1992), No. 2, S. 1410-1413

- [801] Schramm, D. S.; Williams, B. W.; Green, T. C.
Torque ripple reduction of switched reluctance motors by phase current optimal profiling.
Power Electronics Specialists Conference (PESC), Vol. 2, 1992, S. 857-860
- [802] Shuyu, C.
Modeling and Control of Switched Reluctance Motor.
Ph.D. Thesis, Nanyang Technological University, Singapore, 2001
- [803] Stefanovic, V. R.; Vukosavic, S.
SRM inverter topologies: A comparative evaluation.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-27 (1991), No. 6, S. 1034-1047
- [804] Stephenson, J. M.; El-Khazendar, M. A.
Saturation in doubly salient reluctance motors.
IEE Proceedings Part B, Electric Power Applications, Vol. 136 (1989), No. 1, S. 50-58
- [805] Stephenson, J. M.; Corda, J.
Computation of torque and current in doubly salient reluctance motors from nonlinear magnetisation data.
IEE Proceedings Part B, Electric Power Appl., Vol. 126 (1979), No. 5, S. 393-396
- [806] Taylor D. G.; Ilic-Sprong, M.; Peresada, S.
Non-linear composite control of switched reluctance motors.
IEE Industrial Electronics Conference 1986, S. 739-749
- [807] Taylor, D. G.
An experimental study on composite control of switched reluctance motors.
IEEE Control Systems Magazine, Vol. 11 (1991), No. 2, S. 31-36
- [808] Torrey, D. A.; Lang, J. H.
Modelling a nonlinear variable-reluctance motor drive.
IEE Proceedings Part B, Electric Power Appl., Vol. 137 (1990), No. 5, S. 314-326
- [809] Torrey, D. A.
An experimentally verified variable-reluctance machine model implemented in the SABER circuit simulator.
Electric Machines and Power Systems, 1996, No. 24, S. 199-209
- [810] Wallace, R. S.; Taylor, D. G.
A balanced commutator for switched reluctance motors to reduce torque ripple.
IEEE Trans. on Power Electronics, Vol. PE-7 (1992), No. 4, S. 617-626

- [811] Zeid, I.
CAD/CAM Theory and Practice.
 New York, McGraw-Hill, 1991

Geschaltete Reluktanzmaschine

- [812] Bösing, M.
Acoustic Modeling of Electrical Drives. 2014
- [813] Bösing, M.; De Doncker, R.W.
Exploring a vibration synthesis process for the acoustic characterization of electric drives.
 XIX International Conference on Electrical Machines (ICEM)
 2010, S. 1-6, DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/ICELMACH.2010.5608187>
- [814] Brauer, H.J.; Burkhart, B.; De Doncker, R.W.
Comprehensive electromagnetic design procedure for switched reluctance machines.
 Power Electronics, Machines and Drives (PEMD 2012), 6th IET International Conference on
 2012, S. 1-6, DOI: <http://dx.doi.org/10.1049/cp.2012.0259>
- [815] Brauer, H.J.; Hennen, M.D.; De Doncker, R.W.
Control for Polyphase Switched Reluctance Machines to Minimize Torque Ripple and Decrease Ohmic Machine Losses.
 Power Electronics, IEEE Transactions on, 2012
 Vol. 27, No. 1, S. 370-378
 DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/TPEL.2011.2161332>
- [816] Brauer, H.J.; Hennen, M.D.; De Doncker, R.W.
Multiphase Torque-Sharing Concepts of Predictive PWM-DITC for SRM.
 Power Electronics and Drive Systems, 2007. PEDS '07. 7th International Conference on
 2007, S. 511-516, DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/PEDS.2007.4487748>
- [817] Carstensen, C.
Eddy Currents in Windings of Switched Reluctance Machines
 Dissertation RWTH Aachen, 2007
- [818] Corda, J.; Oljaca, M.
Harmonic analysis of current waveforms in the DC link of a switched reluctance drive.
 Electrical Machines and Drives, 1991. Fifth International Conference on
 Conf. Publ. No. 341, 1991, S. 86-90

- [819] De Doncker, R.W.; Pulle, D.W.J.; Veltman, A.
Advanced Electrical Drives.
Springer-Verlag, 2011
- [820] De Doncker, R.W.; Pulle, D.W.J.; Veltman, A.
Fundamentals of Electrical Drives.
Springer-Verlag, 2007
- [821] Fiedler, J.
Design of Low-Noise Switched Reluctance Drives.
Dissertation RWTH Aachen, 2007
- [822] Fiedler, J.O.; Kasper, K.A.; De Doncker, R.W.
Calculation of the Acoustic Noise Spectrum of SRM Using Modal Superposition.
IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2010
Vol. 57, No. 9, S. 2939-2945
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/TIE.2010.2046573>
- [823] Fuengwarodsakul, N.
Predictive OWM-based Direct Instantaneous Torque Control for Switched Reluctance Machines.
Dissertation RWTH Aachen, 2007
- [824] AixControl GmbH, 2013
<http://www.aixcontrol.de>
- [825] Maccon GmbH, 2013
<http://www.maccon.de>
- [826] Hayashi, Y.; Miller, T.J.E.
A new approach to calculating core losses in the SRM.
IEEE Transactions on Industry Applications, 1995
Vol. 31, No. 5, S. 1039-1046
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/28.464517>
- [827] Hennen, J.M.D.
Switched Reluctance Direct Drive with Integrated Distributed Inverter.
Dissertation RWTH Aachen, 2011
- [828] Hennen, M.D.; Niessen, M.; Heyers, C.; Brauer, H.J.; De Doncker, R.W.
Development and Control of an Integrated and Distributed Inverter for a Fault Tolerant Five-Phase Switched Reluctance Traction Drive.
IEEE Transactions on Power Electronics, 2012
Vol. 27, No. 2, S. 547-554
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/TPEL.2011.2132763>

- [829] Hofmann, A.; Al-Dajani, A.; Bosing, M.; De Doncker, R.W.
Direct instantaneous force control: A method to eliminate mode-0-borne noise in switched reluctance machines.
IEEE International Electric Machines Drives Conference (IEMDC)
2013, S. 1009-1016
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/IEMDC.2013.6556220>
- [830] Hofmann, A.G.; Kasper, K.A.; De Doncker, R.W.
High-speed switched reluctance drives: A promising alternative to power electric vehicles.
IEEE 8th International Conference on Power Electronics and ECCE Asia (ICPE ECCE)
2011, S. 169-175, DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/ICPE.2011.5944571>
- [831] Inderka, R.B.
Direkte Drehmomentregelung Geschalteter Reluktanzantriebe.
Dissertation RWTH Aachen, 2002
- [832] Kasper, K.A.
Analysis and Control of Acoustic Behavior of Switched Reluctance Drives.
Dissertation RWTH Aachen, 2010
- [833] Klauz, M.; Dorrell, D.G.
Eddy Current Effects in a Switched Reluctance Motor.
IEEE Transactions on Magnetics, 2006
Vol. 42, No. 10, S. 3437-3439
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/TMAG.2006.879066>
- [834] Kokernak, J.M.; Torrey, D.A.
Magnetic circuit model for the mutually coupled switched-reluctance machine.
IEEE Transactions on Magnetics, 2000
Vol. 36, No.2, S. 500-507
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/20.825824>
- [835] , Materu, P.N.; Krishnan, R.
Estimation of switched reluctance motor losses.
IEEE Transactions on Industry Applications, 1992
Vol. 28, No.3, S. 668-679
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/28.137456>
- [836] The MathWorks GmbH, 2013
<http://www.mathworks.de>
- [837] Miller, T.J.E.
Electronic Cont of Switched Reluctance Machines.
Elsevier Ltd., 2001

- [838] Miller, T.J.E
Switched Reluctance Motors and Their Control.
Magna Physics Pub., 1993
- [839] Neuhaus, C.R.
Schaltstrategien für Geschaltete Reluktanzantriebe mit kleinem Zwischenkreis.
Dissertation RWTH Aachen, 2011
- [840] Preston, M.; Lyons, J.P.
A switched reluctance motor model with mutual coupling and multi-phase excitation.
IEEE Transactions on Magnetics, 1991
Vol. 27, No. 6, S. 5423-5425
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/20.278859>
- [841] Pulle, D.W.J.
New database for switched reluctance drive simulation.
jElectric Power Applications, IEE Proceedings B, 1991
Vol. 138, No. 6, S. 331-337
- [842] Pulle, D.W.J.; Petersen, I.R.
A unified approach to switched reluctance drive modeling: application to an axial flux (SRAF) motor.
29th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference
1998, Vol. 2, S. 1681-1686 DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/PESC.1998.703405>
- [843] Schenk, M.; De Doncker, R.W.
Automated Copper Loss Calculation for Switched Reluctance Machines.
15th European Conference on Power Electronics and Applications (EPE),
2013
- [844] Shaked, N.T.; Rabinovici, R.
New procedures for minimizing the torque ripple in switched reluctance motors by optimizing the phase-current profile.
IEEE Transactions on Magnetics, 2005
Vol. 41, No. 3, S. 1184-1192
DOI: <http://dx.doi.org/10.1109/TMAG.2004.843311>
- [845] , Taylor, W.H.
Obtaining motive power.
1839
- [846] van Treeck, D.
Position Sensorless Torque Control of Switched Reluctance Machines.
Dissertation RWTH Aachen, 2012

Geschaltete Reluktanzmaschine: Auslegung und Regelung

- [847] Acarnley, P. P.; Hill, R. J.; Hooper, C. W.
Detection of rotor position in stepping and switched motors by monitoring of current waveforms.
IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol. IE-32 (1985), No. 3, S. 215-222
- [848] Bartos, Houle, T.H.; Johnson, J.H.
Switched reluctance motor with sensorless position detection.
U.S. Patent No. 5,256,923, 1993
- [849] Bedford
Compatible brushless reluctance motors and controlled switch circuits.
U.S. Patent No. 3,679,953, Juli 1972
- [850] Bedford
Compatible permanent magnet or reluctance brushless motors and controlled switch circuits.
U.S. Patent No. 3,678,352, Juli 1972
- [851] Bolognani, S.; Zigliotto, M.
Fuzzy logic control of a switched reluctance motor drive.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1993, Conf. Proc.; S. 2049-2054
- [852] Bolognani S., Zigliotto M., Unterkofler K.
On-line Parameter Commissioning in Sensorless PMSM Drives.
- [853] Bose, B.K, Miller, T.J.E.; Szczesny, P.M.; Bicknell, W.H.
Microcomputer control of switched reluctance motor.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-22 (1986), No. 4, S. 708-715
- [854] Buja, G.S.; Valla, M.I.
Control characteristics of the SRM drives — Part I: Operation in the linear region.
IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol. IE-38 (1991), No. 5, S. 313-321
- [855] Buja, G.S.; Valla, M.I.
Control characteristics of the SRM drives — Part II: Operation in the saturated region.
IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol. IE-41 (1994), No. 3, S. 316-325

- [856] Byrne, McMullin, M.F.; O'Dwyer, J.B.
A high performance variable reluctance drive: a new brushless servo.
Proc. Motorcon Conf.; Chicago, USA, October 1985, S. 139-146
- [857] Cameron, D.E.
The origin and reduction of acoustic noise in doubly salient variable-reluctance motors.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-28 (1992), No. 6, S. 1250-1255
- [858] Davis, R.; Davis, R.M.
Inverter drive for doubly-salient reluctance motor: its fundamental behavior, linear analysis and cost implications.
IEE Electric Power Applications, Vol. 2 (1979), No. 6, S. 185-193
- [859] Davis, R.; Ray, W.F.; Blake, R.J.
Inverter drive for switched reluctance: circuits and component ratings.
IEE Proceedings Part B, Vol. 128 (1981), No. 2, S. 126-136
- [860] Ehsani, M.
Position sensor elimination technique for the switched reluctance motor drive.
U.S. Patent No. 5,072,166, Dec. 1991
- [861] Ehsani, M.; Husain, I.
Rotor position sensing in switched reluctance motor drives by measuring mutually induced voltages.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-30 (1994), No. 3, S. 665-672
- [862] Ehsani, M.; Ramani, K.R.
Direct control strategies based on sensing inductance in switched reluctance motors.
IEEE Power Electronics Specialists Conference 1993 (PESC '93), Proc., S. 10-16
- [863] Ehsani, M.; Ramani, S.
New commutation methods in switched reluctance motors based on active phase vectors.
IEEE Power Electronics Specialists Conference 1994 (PESC '94), Proc.; S. 493-499
- [864] Ehsani, M.; Husain, I.; Kulkarni, A.B.
Elimination of discrete position sensor and current sensor in switched reluctance motor drives.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1990, Seattle, USA, Proc.; S. 518-524

- [865] Ehsani, M.; Husain, I.; Mahajan, S.; Ramani, K.R.
New modulation encoding techniques for indirect rotor position sensing in switched reluctance motors.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-30 (1994), No. 1, S. 85-91
- [866] Ehsani, M.; Husain, I.; Ramani, K.R.; Galloway, J.H.
Dual-decay converter for switched reluctance motor drives in low-voltage applications.
IEEE Trans. on Power Electronics, Vol. PE-8 (1993), No. 2, S. 224-230
- [867] Hedlund
A method and a device for sensorless control of a reluctance motor.
International Patent No. WO 91/02401, 1986
- [868] Hedlund
Method and a device for sensorless control of a reluctance motor.
U.S. Patent No. 5,173,650, 1992
- [869] Husain, I.; Ehsani, M.
Torque ripple minimization in switched reluctance motor drives by PWM current control.
IEEE Annual Applied Power Electronics Conference and Exposition 1994 (APEC '94), Proc.; S. 72-77
- [870] Kavanagh, J.; Murphy, M.D.; Egan, M.G.
Torque ripple minimization in switched reluctance drives using self-learning techniques.
International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation 1991 (IECON '91), Proc.; S. 289-294
- [871] Lawrenson, P.J.
Switched reluctance drives: a perspective.
International Conf. Elec. Machines, I:12, Sept. 1992, Proc.; S. 12-22
- [872] Lawrenson, P.J.; Stephenson, J.M.; Blenkinsop, P.T, Corda, J.; Fulton, N.N.
Variable-speed switched reluctance motors.
IEE Proceedings Part B, Vol. 127 (1980), No. 4, S. 253-265
- [873] Lumsdaine, A.; Lang, H.J.
State observers for variable-reluctance motors.
IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol. IE-37 (1990), No. 2, S. 133-142
- [874] Miller
Switched reluctance motor drives.
PCIM, Intertec Communications Inc.; 1988

- [875] Miller, J.T.E.; Bass, J.T.; Ehsani, M.
Stabilization of variable-reluctance motor drives operating without shaft position sensor feedback.
Incremental Motion Control Systems and Devices 1985, Proceedings, S. 361-368
- [876] Pillay, P.; Samudio, R.; Ahmed, M.; Patel, R.
A chopper-controlled SRM drive for reduced acoustic noise and improved ride-through capability using super capacitors.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1994, Conf. Proc.; S. 313-321
- [877] Pollock, C.; Wu, C.Y.
Acoustic noise cancellation techniques for switched reluctance drives.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1995, Orlando, USA, Proc.; S. 448-455
- [878] Reay, Green, T.C.; Williams, B.W.
Neural networks used for torque ripple minimization form a switched reluctance motor.
5th European Conf. on Power Electronics and Applications (EPE) 1993, Brighton, UK, S. 1-6
- [879] Schramm, Williams, B.W.; Green, T.C.
Torque ripple reduction of switched reluctance motors by phase current optimal profiling.
IEEE Power Electronics Specialists Conference 1992 (PESC '92), Proc.; S. 856-860
- [880] Tandon, P.; Rajarathnam, A.V.; Ehsani, M.
Self-tuning control of a switched reluctance motor drive with shaft position sensor.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1996, San Diego, USA, S. 101-108
- [881] Tormey, D.P.; Torrey, D.A.
A comprehensive design procedure for low torque-ripple variable reluctance motor drives.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1991, Proc.; Vol. 1, S. 244-251
- [882] Vukosavic, S.; Stefanovic, V.R.
SRM inverter topologies: a comparative evaluation.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-27 (1991), No. 6, S. 1034-1047

- [883] Wallace, Taylor, D.G.
Three-phase switched reluctance motor design to reduce torque ripple.
 Int. Conf. Electrical Machines 1990, Cambridge, USA, Proc.; S. 783-787

Geschaltete Reluktanzmaschine: Optimierter Betrieb

- [884] Ehsani, M.; Ramani, K.R.
New commutation methods in switched reluctance motors based on active phase vectors.
 IEEE Power Electronics Specialists Conference 1994 (PESC '94), Proc., Vol. 1, S. 493-499
- [885] Fausett, L.
Fundamentals of Neural Networks.
 Prentice Hall, 1994
- [886] Foslien, W.K.; Samad, T.
Incremental supervised learning: localized updates in nonlocal networks.
 Science of Artificial Neural Networks, Proc. SPIE 1710, 1992, S. 608-617
- [887] Grossberg, S.
Competitive learning: From interactive activation to adaptive resonance.
 Cognit. Sci.; 1987, Vol. 11, S. 23-63
- [888] Kjaer, P.C.; Nielsen, P.; Andersen, L.; Blaabjerg, F.
A new energy optimizing control strategy for switched reluctance motors.
 IEEE Annual Applied Power Electronics Conference and Exposition 1994 (APEC '94), Proc.; S. 48-55
- [889] Orthmann, R.; Schoner, H.P.
Turn-off angle control of switched reluctance motors for optimum torque output.
 5th European Conf. on Power Electronics and Applications (EPE) 1993, Brighton, UK, S. 20-25
- [890] Rajarathnam, A.V.; Fahimi, B.; Ehsani, M.
Neural networks based self-tuning control of a switched reluctance motor drive to maximize torque per ampere.
 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1997, New Orleans, USA, Vol. 1, S. 548-555

- [891] Tandon, P.; Rajarathnam, A.V.; Ehsani, M.
Self-tuning control of a switched reluctance motor drive with shaft position sensor.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1996, San Diego, USA, Vol. 1, S. 101-108
- [892] Torrey, D.A.; Lang, L.H.
Optimal-efficiency excitation of variable-reluctance motor drives.
IEE Proceedings Part B, Vol. 138 (1991), No. 1, S. 1-14

Geschaltete Reluktanzmaschine: Geberloser Betrieb

- [893] Arefeen, M.S.; Ehsani, M.; Lipo, T.A.
An Analysis of the Accuracy of Indirect Shaft Sensor for Synchronous Reluctance Motor.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-30 (1994), No. 5, S. 1202-1208
- [894] Arefeen, M.S.; Ehsani, M.; Lipo, T.A.
Elimination of Discrete Position Sensor for Synchronous Reluctance Motor.
IEEE Power Electronics Specialists Conference 1993 (PESC '93), Proc.; S. 440-445
- [895] Arefeen, M.S.; Ehsani, M.; Lipo, T.A.
Indirect Startup Rotor Position Sensor for Synchronous Reluctance Motor.
IEEE Annual Applied Power Electronics Conference and Exposition 1993 (APEC '93), Proc.; S. 78-82
- [896] Arefeen, M.S.; Ehsani, M.; Lipo, T.A.
Sensorless Position Measurements in Synchronous Reluctance Motor.
IEEE Trans. on Power Electronics, Vol. PE-9 (1994), No. 6, S. 624-630
- [897] El-Antably, A.; Zubek, J.
Proposed Control Strategy for a Cageless Reluctance Motor using Terminal Voltage and Current.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1985, Toronto, Canada, Proc.; S. 753-758
- [898] Elmas, C.; Zelaya-De La Parra, H.
Position sensorless operation of a switched reluctance drive based on observer.
5th European Conf. on Power Electronics and Applications 1993 (EPE '93), Brighton, UK, Proc.; Vol. 6, S. 82-87

- [899] Harris, W.D.; Lang, J.H.
A simple motion estimator for variable-reluctance motors.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-26 (1990), No. 2, S. 237-243
- [900] Husain, I.; Ehsani, M.
Error analysis in indirect rotor position sensing of switched reluctance motors.
IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol. IE-41 (1994), S. 301-307
- [901] Jovanovic, M.; Betz, R.E.; Platt, D.
Position and Speed Estimation of Sensorless Synchronous Reluctance Motor.
International Conf. on Power Electronics and Drive Systems, 1995, Proc.; Vol. 2, S. 844-849
- [902] Kawamura, A.
Survey of position sensorless switched reluctance motor control.
International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation 1994 (IECON '94), Bologna, Italy, Proc.; Vol. 3, S. 1595-1598
- [903] Kreindler, L.; Testa, A.; Lipo, T.A.
Position Sensorless Synchronous Reluctance Motor Drives Using the Stator Phase Voltage Third Harmonic.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1993, Seattle, USA, Proc.; Vol. 1, S. 679-686
- [904] Laurent, P.; Gabsi, M.; Multon, B.
Sensorless rotor position analysis using resonant method for switched reluctance motor.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1993, Seattle, USA, Proc.; Vol. 1, S. 687-694
- [905] Lee, P.W.; Pollock, C.
Rotor position detection techniques for brushless permanent-magnet and reluctance motor drives.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1992, Houston, USA, Proc.; Vol. 1, S. 448-455
- [906] Liu, T.H.; Lin, M.T.
DSP Based Sliding Mode Control for a Sensorless Reluctance Motor.
International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation 1994 (IECON '94), Bologna, Italy, Proc.; Vol. 1, S. 182-187
- [907] Lyons, J.P.; MacMinn, S.R.
Lock detector for switched reluctance machine rotor position estimator.
U.S. Patent No. 5,140,244, 1992

- [908] Lyons, J.P.; MacMinn, S.R.
Rotor position estimator for a switched reluctance machine.
U.S. Patent No. 5,097,190, 1992
- [909] Lyons, J.P.; MacMinn, S.R.; Preston, M.A.
Flux-current methods for SRM rotor position estimation.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1991, Proc.; Vol. 1,
S. 482-487
- [910] Lyons, J.P.; MacMinn, S.R.; Preston, M.A.
Rotor position estimator for a switched reluctance machine using a lumped parameter flux/current model.
U.S. Patent No. 5,107,195, 1992
- [911] MacMinn, S.R.; Szczesny, P.M.; Rzesos, W.J.; Jahns, T.M.
Application of sensor integration techniques to switched reluctance motor drives.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1988, Proc.; Vol. 1,
S. 584-588
- [912] Matsuo, T.; Lipo, T.A.
Rotor Position Detection Scheme for Synchronous Reluctance Motor Based on Current Measurements.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-31 (1995), No. 4, S. 860-868
- [913] Mvungi, N.H.; Lahoud, M.A.; Stephenson, J.M.
A new sensorless position detector for SR drives.
4th International Conf. on Power Electronics and Variable-Speed Drives
1991, Proc.; S. 249-252
- [914] Perl, T.; Husain, I.; Elbuluk, M.
Design trends and trade-offs for sensorless operation of switched reluctance motor drives.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1995, Orlando,
USA, Proc.; Vol. 1, S. 278-285
- [915] Ray, W.F.; Al-Bahadly, I.H.
Sensorless methodes for determining the rotor position of switched reluctance motors.
5th European Conf. on Power Electronics and Applications 1993 (EPE '93), Brighton, UK, Proc.; Vol. 6, S. 7-13
- [916] Stanton, D.A.; Soong, W.L.; Miller, T.J.E.
Unified Theory of Torque Production in Switched Reluctance and Synchronous Reluctance Motors.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-31 (1995), No. 2, S. 329-333

- [917] Vukosavic, S.; Peric, L.; Levi, E.; Vuckovic, V.
Sensorless operation of the SR motor with constant dwell .
 IEEE Power Electronics Specialists Conference 1990 (PESC '90), Proc.;
 S. 451-454
- [918] Xiang, Y.O.; Nasar, S.A.
Estimation of Rotor Position and Speed of a Synchronous Reluctance motor for Servodrives.
 Electric Power Applications, IEE Proceedings, Vol. 142 (1995), No. 3,
 S. 201-205

Reluktanzmaschine: Synchron-Reluktanzmotor

- [919] Bado, A.; Bolognani, S.; Zigliotto, M.
Effective estimation of speed and rotor position of a PM synchronous motor drive by a Kalman filtering technique.
 IEEE Power Electronics Specialists Conference 1992 (PESC '92), Proc.;
 Vol. 2, S. 951-957
- [920] Becerra, R.C.; Ehsani, M.; Jahns, T.M.
Four-quadrant brushless ECM drive with integrated current regulation .
 IEEE Annual Applied Power Electronics Conference and Exposition 1991
 (APEC '91), Proc.; S. 202-209
- [921] Binns, K.J.; Al-Aubidy, K.M.; Shimmin, D.W.
Implicit rotor position sensing using search coils for a self-commutating permanent magnet drive system.
 Electric Power Applications, IEE Proceedings Part B, Vol. 137 (1990),
 No. 4, S. 253-258
- [922] Brunsbach, B.-J.; Henneberger, G.; Klepsch, T.
Position controlled permanent excited synchronous motor without mechanical sensors.
 5th European Conf. on Power Electronics and Applications 1993 (EPE '93), Brighton, UK, Proc.; Vol. 6, S. 38-43
- [923] Cardoletti, L.; Cassat, A.
Sensorless Position and Speed Control of a Brushless DC Motor from Start-up to Nominal Speed.
 EPE Journal, Vol. 2 (1992), No. 1, S. 25-34
- [924] Consoli, A.; Musumeci, S.; Raciti, A.; Testa, A.
Sensorless vector and speed control of brushless motor drives.
 IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol. IE-41 (1994), No. 1, S. 91-96

- [925] Dhaouadi, R.; Mohan, N.; Norum, L.
Design and implementation of an extended Kalman filter for the state estimation of a permanent magnet synchronous motor.
IEEE Trans. on Power Electronics, Vol. 6 (1991), No. 3, S. 491-497
- [926] Endo, T.; Tajima, F, et. al.
Microcomputer controlled Brushless Motor Without a Shaft Mounted Position Sensor.
International Power Electronic Conf. 1983, Tokyo, Japan, S. 1477-1486
- [927] Erdman, D.M.; Harms, H.B.; Oldenkamp, J.L.
Electronically Commutated DC Motors for the Appliance Industry.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1984, Proc.; S. 1339-1345
- [928] Ertugrul, N.; Acarnley, P.
A new algorithm for sensorless operation of permanent magnet motors.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-30 (1994), No. 1, S. 126-133
- [929] Ferrais, P.; Vagati, A.; Villara, F.
PM Brushless Motor Drives: A Self-Commutation System Without Rotor-Position Sensors.
9th Annual Symposium on Incremental Motion Control Systems and Devices 1980 (June), S. 305-312
- [930] Iizuka, K.; Uzuhashi, H.; et. al.
Microcomputer Control for Sensorless Brushless Motor.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-21 (1985), No. 3, S. 595-601
- [931] Jones, L.A.; Lang, J.H.
A State Observer for the Permanent Magnet Synchronous Motor.
IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol. IE-36 (1989), No. 3, S. 374-382
- [932] Jufer, M.
Self-Commutation of Brushless DC Motors without Encoders.
1st European Conf. on Power Electronics and Applications 1985 (EPE '85), Brussels, Belgium, Proc.; Vol. 3, S. 3.275-3.280
- [933] Katsushima, H.; Miyazaki, S.; et. al.
A Measuring Method of Rotor Position Angles of the Direct Drive Servo Motor.
IPRC Conference, Tokyo, Japan, 1990, Proc.; S. 724-731

- [934] Krishnan, R.; Ghosh, R.
Starting algorithm and performance of a PM DC brushless motor drive system with no position sensor.
IEEE Power Electronics Specialists Conference 1989 (PESC '89), Proc.; Vol. 2, S. 815-821
- [935] Kulkarni, A.B.; Ehsani, M.
A novel position sensor elimination technique for the interior permanent-magnet synchronous motor drive.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-28 (1992), No. 1, S. 144-150
- [936] Lin, R.L.; Hu, M.T.; Chen, S.C.; Lee, C.Y.
Using phase-current sensing circuit as the position sensor for brushless DC motors without shaft position sensor.
International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation 1989 (IECON '89), Conf. Proc.; Vol. 1, S. 215-218
- [937] Liu, T.H.; Cheng, C.P.
Adaptive Control for a Sensorless Permanent Magnet Synchronous Motor Drive.
International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation (IECON '92), Proc.; Vol. 1, S. 413-418
- [938] Liu, T.H.; Cheng, C.P.
Controller design for a sensorless permanent-magnet synchronous drive system.
Electric Power Applications, IEE Proceedings Part B, Vol. 140 (1993), No. 6, S. 369-378
- [939] Matsui, N.; Shigyo, M.
Brushless DC motor control without position and speed sensors.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-28 (1992), No. 1, S. 120-127
- [940] Matsui, N.; Takeshita, T.; Yasuda, K.
A new sensorless drive of brushless DC motor.
International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation 1992 (IECON '92), Proc.; Vol. 1, S. 430-435
- [941] Matsui, N.
Sensorless operation of brushless DC motor drives.
International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation 1993 (IECON '93), Maui, USA, Proc.; Vol. 2, S. 739-744
- [942] Meshkat, S.
Sensorless Brushless DC Motor using DSPs and Kalman Filtering.
DSP Applications, June 1993, S. 59-63

- [943] Moreira, J.C.
Indirect sensing for rotor flux position of permanent magnet AC motors operating in a wide speed range.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1994, Denver, USA, Proc.; Vol. 1, S. 401-407
- [944] Moynihan, J.F.; Egan, M.G.; Murphy, J.M.D.
The application of state observers in current regulated PM synchronous drives.
International Conf. on Industrial Electronics, Control and Instrumentation 1994 (IECON '94), Bologna, Italy, Proc.; Vol. 1, S. 20-25
- [945] Nagata, M.; Yanase, S.; et. al.
Control Apparatus for Brushless Motor.
U.S. Patent No. 4,641,066, Feb. 3rd, 1987
- [946] Naidu, M.; Bose, B.K.
Rotor position estimation scheme of a permanent magnet synchronous machine for high performance variable speed drive.
IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1992, Houston, USA, Proc.; Vol. 1, S. 48-53
- [947] Ogasawara, S.; Akagi, H.
An approach to position sensorless drive for brushless DC motors.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-27 (1991), No. 5, S. 928-933
- [948] Rajashekara, K.S.; Kawamura, A.
Sensorless Control of Permanent Magnet AC Motors.
International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation 1994 (IECON '94), Bologna, Italy, Proc.; Vol. 3, S. 1589-1594
- [949] Sepe, R.B.; Lang, J.H.
Real-time adaptive control of the permanent-magnet synchronous motor.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. IA-27 (1991), No. 4, S. 706-714
- [950] Shinkawa, O.; Tabata, K.; Uetake, A.; Shimoda, T.; Ogasawara, S.; Akagi, H.
Wide speed operation of a sensorless brushless DC motor having an interior permanent magnet rotor.
Power Conversion Conference 1993, (PCC '93), Yokohama, Japan, Proc.; S. 364-370

- [951] Watanabe, H.; Katsushima, H.; Fujii, T.
An improved measuring system of rotor position angles of the sensorless direct drive servomotor.
 International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation 1991 (IECON '91), Proc.; Vol. 1, S. 165-170
- [952] Wu, R.; Slemon, G.R.
A permanent magnet motor drive without a shaft sensor.
 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting 1990, Seattle, USA, Proc.; Vol. 1, S. 553-558

Identifikation linearer dynamischer Systeme

- [953] Gelb, A.
Applied optimal estimation.
 MIT-Press 1974
- [954] Heuberger, P. S.; Van den Hof, P. M.; Bosgra, O. H.
A Generalized Orthonormal Basis for Linear Dynamical Systems.
 IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 40, 1995, S. 451-465
- [955] Isermann, R.
Identifikation dynamischer Systeme - Band 1.
 Springer-Verlag, Berlin, 1992
- [956] Isermann, R.
Identifikation dynamischer Systeme - Band 2.
 Springer-Verlag, Berlin, 1992
- [957] Junge, T. F.
“On-line“-Identifikation und lernende Regelung nichtlinearer Regelstrecken mittels neuronaler Netze.
 VDI Verlag, Düsseldorf, 1999
- [958] Killich, A.
Prozessidentifikation durch Gewichtsfolgeschätzung.
 Dissertation, VDI Verlag, Düsseldorf, 1991
- [959] Kortmann, M.
Die Identifikation nichtlinearer Ein- und Mehrgrößensysteme auf der Basis nichtlinearer Modellansätze.
 VDI Verlag, 1989
- [960] Kurth, J.
Identifikation nichtlinearer Systeme mit komprimierten Volterra-Reihen.
 Dissertation, VDI Verlag, Düsseldorf, 1995

- [961] Ljung, L.
System Identification, Theorie for the User.
Prentice - Hall, Upper Saddle River NJ, 1999
- [962] Nelles, O.
Nonlinear System Identification.
Springer-Verlag Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 2001
- [963] Papageorgiou, M.
Optimierung — Statische, dynamische, stochastische Verfahren für die Anwendung.
Oldenburg Verlag, München, Wien, 1991
- [964] Schaffner, J.; Zeitz, M.
Entwurf nichtlinearer Beobachter.
Engell S. (Hrsg.), Odenbourg 1995, S. 53-76
- [965] Schmidt, G.
Lernverfahren in der Automatisierungstechnik.
Vorlesungsskriptum Lehrstuhl für Steuerungs- und Regelungstechnik
Technischen Universität München, 1997
- [966] Söderström, T.; Stoica, P.
System Identification.
University Press Cambridge, 1989
- [967] Unbehauen, H.; Rao, G. P. *Identification of Continuous Systems.*
North-Holland Systems and Control Series, Vol. 10, Amsterdam, 1987
- [968] Unbehauen, H.
Regelungstechnik I.
Vieweg Verlag, Braunschweig, Wiesbaden, 1992
- [969] Wahlberg, B.
System Identification using Laguerre Models.
IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 36, 1991, S. 551-562
- [970] Wahlberg, B.
System Identification using Kautz Models.
IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 39, 1994, S. 1276-1282
- [971] Welch, G.; Bishop, G.
An Introduction to Kalman Filter.
Department of Computer Science,
University of North Carolina at Chapel Hill, 2006
- [972] Zeidler, E. (Hrsg.)
Teubner-Taschenbuch der Mathematik.
B. G. Teubner Verlagsgesellschaft Leipzig, Teil 1, 1996

- [973] Zurmühl, R.
Matrizen.
 — *und ihre technischen Anwendungen.*
 Springer Verlag, Berlin Göttingen Heidelberg, 4. Aufl., 1964

Systemintegration elektrischer Antriebe

- [974] Litz, L.
Reduktion der Ordnung linearer Zustandsraummodelle mittels modaler Verfahren.
 Dissertation, Univ. Karlsruhe, 1979
- [975] Schäfer, U.
Entwicklung von nichtlinearen Drehzahl- und Lageregelungen zur Kompensation von Coulomb-Reibung und Lose bei einem elektrisch angetriebenen elastischen Zweimassensystem.
 Dissertation, TU München, 1993
- [976] Schäffner, C.; Schröder, D.
An Application of General Regression Neural Network to Nonlinear Adaptive Control.
 5th European Conference on Power Electronics and Applications EPE, Brighton, UK, Proceedings Vol. 4, 1993, S. 219-223
- [977] Schäffner, C.; Schröder, D.
Approximation of Time-Optimal Control for an Industrial Plant with General Regression Neural Network.
 International Conference on Artificial Neural Networks ICANN, Proceedings Vol. 2, 1994, S. 1199-2102
- [978] Schäffner, C.; Schröder, D.; Lenz, U.
Application of Neural Networks to Motor Control.
 IPEC Yokohama, 1995
- [979] Schröder, D.
Requirements in Motion Control Applications.
 IFAC Workshop „Motion Control for Intelligent Automation“, invited paper, Perugia, Italy, 1992, S. 19-27

Schwingungs­dämpfung

- [980] Ackermann, J.
Robust Control, Systems with Uncertain Physical Parameters.
Springer-Verlag, London, 1993
- [981] Blanuša, D.
Viša matematika, I dio, prvi svezak: algebra i algebarska analiza.
Tehnička knjiga, Zagreb, Croatia, 1963
- [982] Bruner, A.M.; Belvin, W.K.; Horta, L.G.; Juang, J.-N.
Active vibration absorber for the csi evolutionary model: Design and experimental results.
Jour. of Guidance, Control and Dynamics, Vol. 15 (1992), No. 5, S. 1253-1257
- [983] Elmali, H.; Hosek, M.; Olgac, N.
Delayed resonator application on a cantilever beam.
Proc. of Japan-USA Intelligent Control Conference, 1996
- [984] Filipović, D.; Olgac, N.
Delayed resonator with speed feedback including dual frequency, theory and experiments.
Control and Decision Conference, San Diego, USA, 1997
- [985] Filipović, D.; Olgac, N.
Torsional delayed resonator with velocity feedback.
IEEE/ASME Trans. on Mechatronics, Vol. 3 (1998), No. 1, S. 67-72
- [986] Filipović, D.; Schröder, D.
Absorption mechanischer Schwingungen mittels Linearem Aktivem Resonator — Einmassen-Mehrfrequenz-Absorber.
VDI Berichte No. 1285, S. 507-520, Veitshöchheim, Germany, 1996
- [987] Filipović, D.; Schröder, D.
Multiple-frequency vibration suppression with the linear active absorber.
Proc. of PEMC '96 Conference, Vol. 1, S. 58-65, Budapest, 1996
- [988] Filipović, D.; Schröder, D.
Suppression of mechanical vibrations with linear active resonator — experimental system.
Proc. of 9th Int. Conf. on EDPE, S. 200-203, Dubrovnik, Croatia, 1996
- [989] Filipović, D.; Schröder, D.
Discrete time design and analysis of linear active resonators.
Proc. of PEMC '98 Conference, Prag, 1998

- [990] Filipović, D.; Schröder, D.
Vibration analysis with linear active resonators — continuous and discrete time design and analysis.
 Journal of Vibration and Control, 1998
- [991] Filipović, D.; Schröder, D.; Olgac, N.
Aktive Schwingungsdämpfung mittels “delayed resonator”.
 VDI Berichte No. 1220, Veitshöchheim, Germany, 1995, S. 593-605
- [992] Filipović, D.
Resonating and Bandpass Vibration Absorbers with Local Dynamic Feedback.
 Ph.D. Thesis, Technische Universität München, Munich, Germany, 1998
- [993] Frahm, H.
Neuartige Schlingertanks zur Abdämpfung von Schiffsrollbewegungen und ihre erfolgreiche Anwendung in der Praxis.
 Jahrbuch der Schiffbautechnischen Gesellschaft, Band 12, 1911, S. 283
- [994] Frazer, R.; Duncan, W.
On the criteria for the stability of small motions.
 Proc. Royal Society A, Vol. 124 (1929), S. 642-654
- [995] Gantmacher, F.R.
Matrizenrechnung, Teil I, allgemeine Theorie.
 VEB deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1970
- [996] Hirata, T.; Koizumi, S.; Takahashi, R.
 H_∞ control of railroad vehicle active suspension.
 Automatica, Vol. 31 (1995), No. 1, S. 13-24
- [997] Inman, D.J.
Vibration: with Control, Measurement and Stability.
 Prentice-Hall, Eaglewood Cliffs, N.J.; 1989
- [998] Jöckel, A.
Aktive Schwingungsdämpfung im Antriebsstrang von Triebfahrzeugen auf der Grundlage von Systemmodellierung und Betriebsmessungen.
 Dissertation, Technische Universität Darmstadt, 1999
- [999] Korenev, B.G.; Reznikov, L.M.
Dynamic Vibration Absorbers, Theory and Technical Applications.
 John Wiley and Sons, Chichester, UK, 1993
- [1000] Leipholz, H.H.E.; Abdel-Rohman, M.
Control of Structures.
 Martinus Nijhoff Verlag, Dordrecht, 1986

- [1001] Meirovitch, L.
Elements of Vibration Analysis.
McGraw-Hill, New York, 1986
- [1002] Meirovitch, L.
Dynamics and Control of Structures.
John Wiley and Sons, New York, 1990
- [1003] Morys, B.; Kuntze, H.-B.
Entstehung und Ausregelung von Strukturschwingungen bei Hochgeschwindigkeitszügen, verursacht durch Radunrundheiten.
VDI Berichte, No. 1282, 1996, S. 449-460
- [1004] Müller, P.C.; Schiehlen, W.O.
Forced Linear Vibrations.
Number 172 in Int. Centre for Mech. Sciencies, Courses and Lectures.
Springer-Verlag, Wien, New York, 1977
- [1005] Müller, P.C.; Schiehlen, W.O.
Linear Vibrations.
Mechanics: Dynamical systems. Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht, Netherlands, 1985
- [1006] Nashif, A.D.; Jones, D.I.; Henderson, J.P.
Vibration Damping.
John Wiley, 1985
- [1007] Olgac, N.; Elmali, H.; Renzulli, M.; Hosek, M.
High frequency implementation of delayed resonator concept using piezo-electric actuators.
Active '95 (Noise and Vibration Conference, Newport Beach, California, USA, 1995
- [1008] Olgac, N.; Elmali, H.; Vijayan, S.
Introduction to the dual frequency fixed delayed resonator.
Journal of Sound and Vibration, Vol. 189 (1996), No. 3, S. 355-367
- [1009] Olgac, N.; Holm-Hansen, B.T.
A novel active vibration absorption technique: Delayed resonator.
Journal of Sound and Vibration, Vol. 176 (1994), No. 1, S. 93-104
- [1010] Soong, T.T.
Active Structural Control: Theory and Practice.
John Wiley, NY, 1990
- [1011] Soong, T.T.; Reinhorn, A.M.; Wang, Y.P.; Lin, R.C.
Full-Scale Implementation of Active Control. In: Design and Simulation.
Journal of Structural Engineering, New York, Vol. 117 (1991), No. 11

- [1012] Spencer Jr., B.F.; Dyke, S.J.; Deoskar, H.S.
Benchmark problems in structural control, Part I: Active mass driver system.
 Proc. of the 1997 ASCE Structures Congress, Portland, OR, 1997
- [1013] Strehlow, H.; Mehlhose, R.; Znika, P.
Rewiev of MBB's passive and active vibration control activities.
 Aero Tech Conf.; Birmingham, 1992, S. 14-17
- [1014] Wang, Y.Z.; Cheng, S.H.
The optimal design of dynamic absorber in the time domain and the frequency domain.
 Applied Acoustics, 28, 1989, S. 67-78
- [1015] Yang, J.N.
Recent Advances in Active Control of Civil Engineering Structures.
 Journal of Probabilistic Engineering Mechanics, Vol. 3, 1991
- [1016] Yang, B.
Noncolocated Control of a Damped String Using Time Delay.
 Proceedings of the American Control Conference, Vol. 3, Boston, 1991

Objektorientierte Modellierung, Deskriptorsysteme

- [1017] ABACUSS
 Homepage: <http://yoric.mit.edu/abacuss/abacuss.html>
- [1018] Anathavaman, M.
Flexible Multibody Dynamics — An Object-Oriented Approach.
 Proc. of the NATO ASI on Computer Aided Analysis of Rigid and Flexible Mechanical Systems, Vol. II (1993), S. 383-402
- [1019] Anderson, M.
Dymola — An Object Oriented Language for Model Representations.
 Thesis TFRT-3208, Lund Institute of Technology
- [1020] Armstrong-Hélouvry, B.
Control of Machines with Friction.
 Kluwer Academic Publishers, 1991
- [1021] Bae, D.S.; Hang, I.
A recursive formulation for constrained mechanical system dynamics. Part I: Open loop systems.
 Mech. Struc. Mach. Vol. 15 (1987), S. 359-382

- [1022] Benveniste, A.; Caspi, P.; Edwards, S.; Halbwachs, N.; le Guernic, P.; de Simone, R.
The Synchronous Languages, 12 Years Later.
Proceedings of the IEEE, Vol. 91, No. 1, 2003, S. 64-83
- [1023] Brennan, K.E.; Campbell, S.L.; Petzold, L.R.
Numerical Solution of Initial-Value Problems in Differential-Algebraic Equations.
Elsevier Science Publishers, 2. Auflage, 1996
- [1024] Canudas de Wit, C.; Olsson, H.; Åström, K.J.; Lischinsky, P.
A New Model for Control of Systems with Friction.
International Conference on Control Theory and its Application, Kibbutz Maab Hachamisha, Israel, Okt. 1993
- [1025] Carpanzano, E.; Girelli, R.
The Tearing Problem: Definition, Algorithm and Application to Generate Efficient Computational Code from DAE Systems.
Proceedings of 2nd Mathmod Vienna, IMACS Symposium on Mathematical Modelling, Wien, 1997
- [1026] Casella, F.; Otter, M.; Proelss, K.; Richter, C.; Tummescheit, T.
The Modelica Fluid and Media library for modeling of incompressible and compressible thermo-fluid pipe networks.
Proceedings of 5th International Modelica Conference, Wien, Sept. 4-5, 2006, S. 631-640,
<http://www.modelica.org/events/modelica2006/Proceedings/sessions/Session6b1.pdf>
- [1027] Cellier, F.E.
Combined Continuous/Discrete System Simulation by Use of Digital Computers: Techniques and Tools.
Dissertation, Diss ETH No 6483, ETH Zürich, 1979
- [1028] Cellier, F.E.
Continuous System Modeling.
Springer Verlag, New York, 1991
- [1029] Cellier, F.E.; Elmqvist, H.
Automated formula manipulation supports object-oriented continuous-system modeling.
IEEE Control Systems Magazine, Vol. 13 (1993), S. 28-38
- [1030] Clauß, C.; Haase, J.; Kurth, G.; Schwarz, P.
Extended Amittance Description of Nonlinear n-Poles.
Archiv für Elektronik und Übertragungstechnik / International Journal of Electronics and Communications, Vol. 40 (1995), S. 91-97

- [1031] Duff, I.S.; Erisman, A.M.; Reid, J.K.
Direct Methods for Sparse Matrices.
Oxford Science Publication, 1986
- [1032] Dymola.
Homepage: <http://www.3ds.com/products/catia/portfolio/dymola>
- [1033] EcosimPro.
Internet: <http://www.ecosimpro.com>
- [1034] Elmqvist, H.
A Structured Model Language for Large Continuous Systems.
Ph.D. Thesis, Departement of Automatic Control, Lund Institute of Technology, Lund, Schweden, 1978
- [1035] Elmqvist, H.
Dymola — User's Manual.
Dynasim AB, Lund, Sweden, 1993
- [1036] Elmqvist, H.; Otter, M.; Schlegel, C.
Physical Modeling with Modelica and Dymola and Real-Time Simulation with Simulink and Realtime Workshop.
Matlab Conference, San Jose, Oct. 6.-8. 1997 (erhältlich von <http://www.Modelica.org/papers/mlconf.ps>)
- [1037] Eich-Soellner, E.; Führer, C.
Numerical Methods in Multibody Dynamics.
Teubner, 1998
- [1038] Elmqvist H.
An Object and Data-Flow based Visual Language for Process Control.
ISA/92-Canada Conference & Exhibit, Toronto, Canada, Instrument Society of America, 1992
- [1039] Elmqvist, H.; Cellier, F.E.; Otter, M.
Object-Oriented Modeling of Hybrid Systems.
Proceedings ESS'93, European Simulation Symposium, S. xxxi-xli, Delft, Niederlande, Okt. 1993
- [1040] Davis T.
Direct Methods for Sparse Linear Systems.
SIAM Verlag, 2006
- [1041] Elmqvist, H.; Otter, M.
Methods for Tearing Systems of Equations in Object-Oriented Modeling.
Proceedings ESM'94 European Simulation Multiconference, S. 326-332, Barcelona, Spanien, 1994

- [1042] Elmqvist, H.; Tummescheit, H.; Otter, M.
Object-Oriented Modeling of Thermo-Fluid Systems.
Proceedings of 3rd International Modelica Conference, Peter Fritzson
(editor), Linköping, Nov. 3-4, 2003, S. 269-286,
http://www.modelica.org/events/Conference2003/papers/h40_Elmqvist_fluid.pdf
- [1043] Ernst, T.; Klose, M.; Tummescheit, H.
*Modelica and Smile — A Case Study Applying Object-Oriented Concepts
to Multi-facet Modeling.*
Hahn und Lehmann (Editors), European Simulation Symposium
(ESS'97), Passau, 1997
- [1044] Falk, G.; Ruppel, W.
Energie und Entropie.
Springer-Verlag, Berlin, 2. Auflage, 1980
- [1045] Feehery, W.F.; Barton, P.I.
*A Differentiation-Based Approach to Dynamic Simulation and Optimiza-
tion with High-Index Differential-Algebraic Equations.*
Computational Differentiation, M. Berz, C. Bischof, G. Corliss und
A. Griewank editors, SIAM, (1996)
- [1046] Fuchs, H.U.
Dynamics of Heat.
Springer Verlag, 1996
- [1047] Gantmacher, F.R.:
Matrizenrechnung.
VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1959.
Sowie: *Matrizentheorie.*
Nachdruck der 2. Auflage, Springer-Verlag, 1986
- [1048] Gautier, T.; Le Guernic, P.; Maffeis, O.
For a New Real-Time Methodology.
Publication Interne No. 870, Institut de Recherche en Informatique
et Systemes Aleatoires, Campus de Beaulieu, 35042 Rennes Cedex, Fran-
ce, 1994
- [1049] Golub, G.H.; Van Loan, C.F.
Matrix Computations
The John Hopkins University Press, 3rd edition, 1997
- [1050] gPROMS
<http://www.psenterprise.com/gPROMS/>

- [1051] Haas, W.; Schlacher, K.; Kugi, A.
Ein Beitrag zur Analyse und Synthese von linearen Deskriptorsystemen.
 10. Steirisches Seminar über Regelungstechnik und Prozeßautomatisierung, Graz, 1997
- [1052] Elmqvist H.
An Object and Data-Flow based Visual Language for Process Control.
 ISA/92-Canada Conference & Exhibit, Toronto, Canada, Instrument Society of America, 1992.
- [1053] Franke R., Casella F., Otter M., Sieleman M., Elmqvist H., Mattsson S.E. und Olsson H.
Stream Connectors – An Extension of Modelica for Device-Oriented Modeling of Convective Transport Phenomena.
 Proceedings of the 7th Modelica Conference, Como, Italy, 20-22. Sep. 2009, S. 108–121.
- [1054] Frenkel J., Kunze G., Fritzon P.
Survey of appropriate matching algorithms for large scale systems of differential algebraic equations.
 Proceedings of 9th International Modelica Conference, 3.-5. Sept., 2012, S. 433-442.
- [1055] Hairer, E.; Wanner, G.
Solving Ordinary Differential Equations II, Stiff and Differential Algebraic Problems.
 Springer-Verlag, Berlin, 2. Auflage, 1996
- [1056] Halbwachs, N.; Caspi, P.; Raymond, P.; Pilaud, D.
The synchronous data flow programming language LUSTRE.
 Proc. of the IEEE, 79(9), S. 1305-1321, Sept. 1991
- [1057] Halbwachs, N.
Synchronous Programming of Reactive Systems.
 Kluwer, 1993
- [1058] Holman J.P.
Heat Transfer.
 McGraw-Hill, 10. Auflage, 2009.
- [1059] Job, G.
Neudarstellung der Wärmelehre.
 Akademische Verlagsgesellschaft, Frankfurt am Main, 1972
- [1060] Kecskeméthy, A.
Objektorientierte Modellierung der Dynamik von Mehrkörpersystemen mit Hilfe von Übertragungselementen.
 VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 20, No. 88, 1993

- [1061] Karnopp, D.C.; Margolis, D.L.; Rosenberg, R.C.
System Dynamics: A Unified Approach.
John Wiley, Cambridge, Mass.; 2. Auflage, 1990
- [1062] Kovacs P.
Transient Phenomena in Electrical Machines.
Akademiai Kiado Verlag, Budapest, 1984.
- [1063] Kral, C.; Haumer, A.; Plainer, M.
Simulation of a thermal model of a surface cooled squirrel cage induction machine by means of the SimpleFlow-library.
Proceedings of the 4th International Modelica Conference, Gerhard Schmitz (editor), Hamburg, March 7-8, 2005, S. 213-218,
http://www.modelica.org/events/Conference2005/online_proceedings/-Session3/Session3b1.pdf
- [1064] Kröner, A.; Marquardt, W.; Gilles, E.D.
Getting around Consistent Initialization of DAE Systems?
Computers chem. Engineering, Vol. 21 (1997), S. 145-158
- [1065] Kuijper, M.
First-order Representations of Linear Systems.
Birkhäuser, 1994
- [1066] Kron, G.
Diakoptics — The Piecewise Solution of Large-Scale Systems.
MacDonald & Co.; London, 1962
- [1067] März, R.
Numerical methods for differential-algebraic equations.
Acta Numerica (1992), S. 141-198
- [1068] Mah, R.S.H.
Chemical Process Structures and Information Flows.
Butterworths Verlag, 1990
- [1069] Mattsson, S.E.; Söderlind, G.
Index reduction in differential-algebraic equations using dummy derivatives.
SIAM Journal of Scientific and Statistical Computing, Vol. 14 (1993), S. 677-692
- [1070] Mattsson, S.E.
On Modeling of Heat Exchangers in Modelica.
Hahn und Lehmann (Editors), European Simulation Symposium (ESS'97), S. 127-133, Passau, 1997

- [1071] Mattsson, S.E.; Elmqvist, H.; Otter, M.
Physical System Modeling with Modelica.
 Control Engineering Practice (1998), No. 6, S. 501-510
- [1072] Mattsson, S. E.; Olsson, H.; Elmqvist, H.
Dynamic Selection of States in Dymola.
 Proceedings of the Modelica Workshop 2000, S. 61-67.
<http://www.modelica.org/Workshop2000/papers/Mattsson.pdf>.
- [1073] Matz, K.; Clauß, C.
Simulation Support by Index Computation.
 Proc. 15th IMACS World Congress, Berlin, 24.-29. August, 1997
- [1074] Misra, P.; Van Dooren, P.; Varga, A.
Computation of Structural Invariants of Generalized State-space Systems.
 Automatica, Vol. 30 (1994), No. 12, S. 1921-1936
- [1075] Elmqvist, H.; Bachmann, B.; Boudaud, F.; Broenink, J.; Brück, D.;
 Ernst, T.; Grozman, P.; Franke, R.; Fritzon, P.; Jeandel, A.; Juslin, K.;
 Kagedahl, D.; Klose, M.; Loubere, N.; Mattsson, S.E.; Mosterman, P.;
 Nilsson, H.; Otter, M.; Sahlin, P.; Schneider, A.; Tummescheit, H.; Vang-
 heluwe, H.
*Modelica — A Unified Object-Oriented Language for Physical Systems
 Modeling, Version 1.3.*
 Modelica homepage: <http://www.Modelica.org/>, 1999
- [1076] Modelica.
*Modelica — A Unified Object-Oriented Language for Physical Systems
 Modeling, Language Specification, Version 2.2.*
 2005. <http://www.Modelica.org/documents/ModelicaSpec22.pdf>
- [1077] Mosterman, P.J.; Otter, M.; Elmqvist, H.
*Modeling Petri Nets as Local Constraint Equations for Hybrid Systems
 using Modelica.*
 SCSC'98, Reno, Nevada, 1998
- [1078] NMF
 Homepage: <http://www.brisdata.se/>
- [1079] OMOLA
 Homepage: <http://www.control.lth.se/~cace/omsim.html>
- [1080] Borutzky W.
*Bond Graph Methodology - Development and Analysis of Multidisciplina-
 ry Dynamic System Models.*
 Springer Verlag, 2010.

- [1081] Casella C., Otter M., Proelss K., Richter C., Tummescheit H.
The Modelica Fluid and Media library for modeling of incompressible and compressible thermo-fluid pipe networks.
5th International Modelica Conference, Wien, 4.-5. Sept., 2006.
<https://www.modelica.org/events/modelica2006/Proceedings/sessions/-Session6b1.pdf>
- [1082] Modelica Association
Modelica - A Unified Object-Oriented Language for Systems Modeling. Language Specification. Version 3.3.
9. Mai, 2012. <https://www.modelica.org/documents/-ModelicaSpec33.pdf>.
- [1083] Sielemann M.
Device-Oriented Modeling and Simulation in Aircraft Energy Systems Design. Dissertation Technische Universität Hamburg-Harburg, 2012, ISBN 978-3-8439-0504-6, Verlag Dr. Hut, München.
- [1084] Simscape.
<http://www.mathworks.com/products/simscape/>
- [1085] Otter, M.
Objektorientierte Modellierung mechatronischer Systeme am Beispiel geregelter Roboter.
VDI-Fortschrittsberichte, Reihe 20, No. 147, 1995
- [1086] Otter, M.; Elmqvist, H.
Energy Flow Modeling of Mechatronic Systems via Object Diagrams.
Proceedings of 2nd Mathmod Vienna, IMACS Symposium on Mathematical Modelling, S. 705-710, Wien, 1997
- [1087] Otter, M.; Elmqvist, H.; Mattsson, S.E.
Hybrid Modeling in Modelica based on the Synchronous Data Flow Principle.
CACSD'99, 22.-26. August, Hawaii, 1999
- [1088] Pantelides, C.
The Consistent Initialization of Differential-Algebraic Systems.
SIAM Journal of Scientific and Statistical Computing, S. 213-231, 1988.
- [1089] Schade, H.; Kunz, E.
Strömungslehre.
Walter de Gruyter, 2. Auflage, 1989
- [1090] Schlacher, K.; Kugi, A.; Scheidl, R.
Tensor Analysis Based Symbolic Computation for Mechatronic Systems. Part I: Open loop systems.
IMACS Symposium on Mathematical Modelling, Wien, 1997

- [1091] Stephan, K.; Mayinger, F.
Thermodynamik. Band 2: Mehrstoffsysteme und chemische Reaktionen.
Springer-Verlag, Berlin, 13. Auflage, 1992
- [1092] SIMULINK
Homepage: <http://www.Mathworks.com/>
- [1093] SystemBuild.
<http://www.ni.com/matrixx/systembuild.htm>
- [1094] Tarjan, R.E.
Depth First Search and Linear Graph Algorithms.
SIAM Journal of Comp. (1972), No. 1, S. 146-160
- [1095] Varga A.
Computation of Kronecker-Like Forms of a System Pencil: Applications, Algorithms and Software.
Proceedings of the 1996 IEEE International Symposium on Computer-Aided Control System Design, Dearborn, MI, Sept. 15.-18, 1996
- [1096] Blochwitz T., Otter M., Arnold M., Bausch C., Clauß C., Elmqvist H., Junghanns A., Mauss J., Monteiro M., Neidhold T., Neumerkel D., Olsson H., Peetz J.-V. und Wolf S.
The Functional Mockup Interface for Tool independent Exchange of Simulation Models.
8th International Modelica Conference, Dresden 2011.
<http://www.ep.liu.se/ecp/063/013/ecp11063013.pdf>
- [1097] Blochwitz T., Otter M., Akesson J., Arnold M., Clauß C., Elmqvist H., Friedrich M., Junghanns A., Mauss J., Neumerkel D., Olsson H. und Viel A.
Functional Mockup Interface 2.0: The Standard for Tool independent Exchange of Simulation Models.
9th International Modelica Conference, Munich, 2012.
- [1098] Otter M., Elmqvist H. und Mattsson S.E.
The New Modelica MultiBody Library
Proceedings of the 3rd International Modelica Conference, 3.-4. November, 2003, S. 311-330. https://www.modelica.org/events/-Conference2003/papers/h37_Otter_multibody.pdf

Kontinuierliche Fertigungsanlagen

- [1099] Angermann, A.
Entkopplung von Mehrgrößensystemen durch Vorsteuerung am Beispiel von kontinuierlichen Fertigungsanlagen.
Dissertation, Technische Universität München 2004
- [1100] Baumgarten, H.L.
Zugkraft-Verformungsverhalten von Papier.
Wochenblatt der Papierfabrikation (1974), No. 1, S. 6
- [1101] Brandenburg, G.
Über das dynamische Verhalten durchlaufender elastischer Stoffbahnen bei Kraftübertragung durch Coulomb'sche Reibung in einem System angetriebener, umschlungener Walzen.
Dissertation TU München, 1971
- [1102] Brandenburg, G.; Tröndle, H.-P.
Das dynamische Verhalten des Registerfehlers bei Rotationsdruckmaschinen.
Siemens Forschungs- und Entwicklungsberichte 5, 1976, Nr. 1, S. 17-20 und Nr. 2, S. 65-71
- [1103] Brandenburg, G.
New mathematical models for web tension and register error.
Proc. 3rd Int. IFAC Conf. on Instrumentation and Automation in the Paper, Rubber and Plastics Industries, PRP 3, Brussels, 1976, S. 411-438
- [1104] Brandenburg, G.
Verallgemeinertes Prozeßmodell für Fertigungsanlagen mit durchlaufenden Bahnen und Anwendung auf Antrieb und Registerregelung bei Rotationsdruckmaschinen.
Habilitationsschrift, Technische Universität München, 1976
- [1105] Brandenburg, G.; Geißenberger, S.; Kink, C.; Schall, N.-H.; Schramm, M.
Multimotor electronic line for rotary offset printing presses — a revolution in printing machines techniques.
IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 1999, Vol. 4, No. 1, S. 25-31
- [1106] Brandenburg, G.
Dynamisches Verhalten von Doublier- und Registerfehler bei Rollenoffset-Druckmaschinen. Tagungsband SPS/IPC/DRIVES Elektrische Automatisierung, 2000, S. 698-715

- [1107] Jacob, H.G.
Rechnergestützte Optimierung statischer und dynamischer Systeme
Springer-Verlag, Berlin, 1982
- [1108] Kessler, G.; Brandenburg, G.; Schlosser, W.; Wolfermann, W.
Struktur und Regelung bei Systemen mit durchlaufenden elastischen Bahnen und Mehrmotoren-Antrieben.
Regelungstechnik (1984), No. 8, S. 251-266
- [1109] Lippmann, H. , Mahrenholz, O.
Plastomechanik der Umformung metallischer Werkstoffe, Band 1.
Springer-Verlag, Berlin, 1967
- [1110] Litz, L.
Dezentrale Regelung
R. Oldenbourg Verlag, München, 1983
- [1111] Loser, R.
Entwurf und Aufbau von dezentralen Zustandsregelungen mit Entkopplung bei kontinuierlichen Fertigungsanlagen
Diplomarbeit, TU München, Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme, 1989
- [1112] Meissner, J.
Deformationsverhalten der Kunststoffe im flüssigen und festen Zustand.
Kunststoffe (1971), No. 8, S. 576
- [1113] Neuber, H.
Technische Mechanik
Springer-Verlag, Berlin, 1971
- [1114] Patri, T.
Regelung von kontinuierlichen Fertigungsanlagen.
Dissertation, Technische Universität München, VDI-Verlag, 2003
- [1115] Schröder, D.
Intelligent Observer and Control Design for Nonlinear Systems.
Springer-Verlag, Berlin, 2000
- [1116] Straub, S.O.
Entwurf und Validierung neuronaler Beobachter zur Regelung nichtlinearer dynamischer Systeme im Umfeld antriebstechnischer Problemstellungen.
Dissertation, TU München, Herbert Utz Verlag, München, 1998
- [1117] Truckenbrodt, E.
Strömungsmechanik. Grundlagen und technische Anwendungen.
Springer-Verlag, Berlin 1968

- [1118] Wolfermann, W.; Schröder, D.
Application of Decoupling and State Space Control in Processing Machines with Continuous Moving Webs.
Preprints of the IFAC87 World Congress on Automatic Control, München, 1987, Vol. 3, S. 100-105
- [1119] Wolfermann, W.
New Decentralized Control in Processing Machines with Continuous Moving Webs.
Second International Conference on Web Handling IWEB93, Oklahoma USA, 1993, Session 2, No. 9
- [1120] Wolfermann, W.
Dezentrale Regelungen bei kontinuierlichen Fertigungsanlagen
Antriebstechnik (1994), No. 3, S. 65-69
- [1121] Wolfermann, W.
Tension Control of Webs — A Review of the Problems and Solutions in the Present and Future.
Third International Conference on Web Handling IWEB95, Oklahoma USA, 1995, Session 4, No. 15
- [1122] Wolfermann, W.
Sensorless Tension Control of Webs.
Fourth International Conference on Web Handling IWEB97, Oklahoma USA, 1997, Session 3, No. 23

Fortgeschrittene Prozessmodelle und Regelungsverfahren für Rollen-Rotationsdruckmaschinen

- [1123] Brandenburg, G.
Über das Verhalten durchlaufender elastischer Stoffbahnen bei Kraftübertragung durch Coulomb'sche Reibung in einem System angetriebener umschlungener Walzen.
Dr.-Ing. Dissertation, Technische Universität München, 1971
- [1124] Brandenburg, G.
Über das dynamische Verhalten durchlaufender Stoffbahnen in einem System umschlungener Walzen.
Zeitungstechnik, Monatsz. d. INCA-FIEJ Research Association
September 1972, pp. 12-26

- [1125] Brandenburg, G.
Ein mathematisches Modell für eine durchlaufende elastische Stoffbahn in einem System angetriebener umschlungener Walzen.
Regelungstechnik und Prozeßdatenverarbeitung 21 (1973)
Heft 3, pp. 69-77; Heft 4, pp. 125-130; Heft 5, pp. 157-162
- [1126] Brandenburg, G.; Tröndle, H.-P.
Das Verhalten durchlaufender elastischer Stoffbahnen bei ortsabhängiger Verteilung von Elastizitätsmodul, Querschnitt und Dichte.
Siemens Forschungs- und Entwicklungsberichte, Jg. 4, 1975
Nr. 6, pp. 359-367
- [1127] Brandenburg, G.; Tröndle, H.-P.
Dynamik des Längsregisters bei Rollenrotationsdruckmaschinen.
Siemens Forschungs- und Entwicklungsberichte, Jg. 5, 1976
Nr. 1, pp. 17-20; Nr. 2, pp. 65-71
- [1128] Brandenburg, G.
New mathematical models for web tension and register error.
Proc. 3. Int. IFAC Conf. on Instrumentation and Automation in the Paper, Rubber and Plastics Industries
PRP 3, Brussels, 1976, pp. 411-438
- [1129] Brandenburg, G.
Verallgemeinertes Prozessmodell für Fertigungsanlagen mit durchlaufenden Bahnen und Anwendung auf Antrieb und Registerregelung bei Rotationsdruckmaschinen.
Habilitationsschrift, Technische Universität München, 1976
- [1130] Brandenburg, G.
Verallgemeinertes Prozessmodell für Fertigungsanlagen mit durchlaufenden Bahnen und Anwendung auf Antrieb und Registerregelung bei Rotationsdruckmaschinen.
Fortschrittberichte der VDI Zeitschriften, Reihe 1, Nr. 46, Düsseldorf, VDI-Verlag, 1976
- [1131] Brandenburg, G.
Prozeßmodelle für durchlaufende elastische Bahnen in kontinuierlichen Fertigungsanlagen.
VDI-Berichte Nr. 276, 1977, pp. 241-256
- [1132] Brandenburg, G.; Karbacher, N.
Ein Beitrag zur Optimierung von Regelkreisen mit Tänzerwalzen bei kontinuierlichen Fertigungsanlagen.
Regelungstechnik (29) 1981, Heft 12, pp. 428-433
Regelungstechnik (30) 1982, Heft 1, pp. 13-21; Heft 2, pp. 60-64

- [1133] Brandenburg, G.; Geißenberger, S.; et al.
Multi-motor electronic line shafts for rotary offset printing presses - a revolution in printing machine techniques.
IEEE/ASME Transactions on Mechatronics
Vol. 4, No. 1, 1999, pp. 25-31
- [1134] Brandenburg, G.
Dynamisches Verhalten von Dublier- und Registerfehlern bei Rollenoffset-Druckmaschinen.
Tagungsband SPS/IPC/DRIVES, Nürnberg, 2000, Hüthig-Verlag, Heidelberg, pp. 698-715
- [1135] Brandenburg, G.; Geißenberger, S.; Klemm, A.
Einfluss von Klemmstellen mit Gleitschlupf auf Zugkräfte und Registerfehler von durchlaufenden Bahnen in kontinuierlichen Fertigungsanlagen.
Tagungsband VVD 2003, Fachtagung Verarbeitungsmaschinen und Verpackungstechnik,
Technische Universität Dresden, pp. 391-411
- [1136] Brandenburg, G.; Geißenberger, S.; Klemm, A.
Entkoppelte Regelung von Bahnzugkraft und Schnittregisterfehlern bei Rollendruckmaschinen mit elektronischer Welle.
VDI/VDE Tagung Elektrisch-mechanische Antriebssysteme, Fulda, 2004, pp. 273-285
- [1137] Brandenburg, G.; Geißenberger, S.; Klemm, A.
Schnelle Schnittregister- und Bahnzugkraftregelung für Rollendruckmaschinen.
Tagungsband SPS/IPC/DRIVES, Nürnberg, 2004, pp. 435-447
- [1138] Brandenburg, G.; Geißenberger, S.; Klemm, A.
Non-interacting control of web forces and cut-off register errors in rotary printing presses with electronic line shafts.
EPE Journal, Vol. 16, No. 2, 2006, pp. 38-55
- [1139] Brandenburg, G.; Klemm, A.; Seebauer, J.
Online-Rekonstruktion von Elastizitätsmodul-Änderungen der Papierbahn in Rollendruckmaschinen.
Tagungsband SPS/IPC/ DRIVES, Nürnberg, 2008, VDE-Verlag, Berlin, Offenbach, pp. 461-473
- [1140] Brandenburg, G.
Vereinfachtes Prozessmodell für das Seitenkantenverhalten durchlaufender, elastischer Bahnen.
Tagungsband SPS/IPC/DRIVES 2010, Nürnberg 2010, pp. 95-110

- [1141] Brandenburg, G.
Advanced process models and control strategies for rotary printing presses.
 Proceedings of the eleventh International Conference on Web Handling.
 Web Handling Research Center, Oklahoma State University
 Oklahoma, June 12-18, 2011, pp. 1-44
- [1142] Brandenburg, G.
New mathematical models and control strategies for rotary printing presses and related web handling systems.
 Proceedings IFAC World Congress, Milano, 2011, pp. 8620-8632
- [1143] Brandenburg, G.
Lateralverhalten elastischer Bahnen vereinfacht modelliert.
Teil 1: Fadenmodell zur Beschreibung des Seitenkantenverhaltens; atp edition 4, 2011, pp. 50-62
Teil 2: Anwendung des Fadenmodells auf Mehrwalzensysteme; atp edition 5, 2011, pp. 24-37
- [1144] Brandenburg, G.
Fadenmodell zur Beschreibung des Seitenkantenverhaltens von durchlaufenden Bahnen. Kurzdarstellung theoretischer Ergebnisse.
 In: Fügmann, U. (Hrsg): Proceedings zum 11. Bahnlaufseminar 2011. Bahnführung von Papier und Folien.
 pmTUC series: Advances in print and media technologies. VWF Verlag für Wissenschaft und Forschung GmbH Berlin 2013
 ISBN-Nr. 978-3-89700-195-4, pp. 61-82
- [1145] Brandenburg, G.
Mathematisches Bahnlaufmodell einer Etikettiermaschine, Ansätze und Ergebnisse (42 Seiten).
 Bahnlaufseminar 12, 22./23. September 2014, Technische Universität Chemnitz
 Der Tagungsband erscheint 2015
- [1146] Brown, J. L.
A belated appreciation of Lisa Sievers' thesis.
 13th Int. Conf. on Web Handling
 Oklahoma State University Stillwater
 Oklahoma 2015, Paper 22 (21 pages)
- [1147] Brown, J. L.
A comparison of multi-span lateral dynamics models.
 Preprints. 13th Int. Conf. on Web Handling
 Oklahoma State University Stillwater
 Oklahoma 2015, Paper 29 (19 pages)

- [1148] Campbell, D. P.
Process Dynamics.
New York, John Wiley & Sons, Inc. 1958
Chapter 3: Forming, Propulsion, and Guidance. Section 8: Web Guidance,
pp. 152-156
- [1149] Ducotey, K. S.; Good, J. K.
*The effect of web permeability and side leakage on the air film height
between a roller and web*.
Journal of Tribology, Vol. 20, 1998, pp. 559-565
- [1150] Föllinger, O.
Regelungstechnik
1985, Hüthig-Verlag Heidelberg
- [1151] Forrest Ir., A. W.
*The lateral response and control of a multi-span web system to dynamic
changes to the web and conveyance hardware*.
Proc. of the 6th Int. Conf. on Web Handling (IWEB) 2001, Paper 33
Web Handling Research Center, Oklahoma State Univ., Stillwater, Okla-
homa USA
- [1152] Galle, A.
*Regelungstechnische Untersuchung der Bedruckstoffförderung in Rollen-
druckmaschinen*.
Dr.-Ing. Thesis, Technische Universität Chemnitz, 2007
<http://archiv.tu-chemnitz.de/pub/007/0159>
- [1153] Göb, M.; Hahn, I.
*Simulation des Bahnspannungsverhaltens in bahnverarbeitenden Maschi-
nen unter Berücksichtigung von Klemmstellen mit Dehn- und Gleit-
schlupf*.
Tagungsband SPS/IPC/DRIVES, Nürnberg, 2009, VDE-Verlag, Berlin,
Offenbach, pp. 359-367
- [1154] Göb, M.; Hahn, I.
*Identifikation des Materialverhaltens in kontinuierlichen Fertigungsanla-
gen*.
Tagungsband SPS/IPC/DRIVES, Nürnberg 2010, VDE-Verlag, Berlin,
Offenbach, pp. 75-83
- [1155] Göb, M.
*Dynamisches Bahnzugkraft- und Geschwindigkeitsverhalten kontinuierli-
cher Fertigungsanlagen unter rheologischen, klimatischen und regelungs-
technischen Aspekten*.
Dr.-Ing. Dissertation, Technische Universität Erlangen, 2012

- [1156] Güth, R.; Mengiesen, J. C.; Munz, C.
Bildbasierte Schnittlageregelung in der WIFAG evolution. 471. und 371. Evolution.
 WIFAG Informationsbulletin, no. 36, 2003, Bern (CH), pp. 4-13
- [1157] Höger, W.; Liepert, K.
Kompensation periodischer Störungen bei Antriebssystemen mit schwingungsfähiger Mechanik.
 Tagungsband SPS/IPC/DRIVES, Nürnberg, 2003, pp. 767-777
- [1158] Jörg, J.
Über den Rollvorgang in einem Walzenpaar und die Kraftübertragung auf eine durchlaufende Stoffbahn.
 Dr.-Ing. Dissertation, Technische Universität München, 1979
- [1159] Kang, H.
Two-dimensional register modeling and control for multi-layer roll-to-roll printing systems.
 Ph.D. Thesis, Konkuk University, Seoul, Korea 2010
- [1160] Kessler, G.
Das zeitliche Verhalten einer kontinuierlichen elastischen Bahn zwischen aufeinanderfolgenden Walzenpaaren.
 Regelungstechnik 8 (1960), Heft 12, pp. 436-439
 und Regelungstechnik 9 (1961), Heft 4, pp. 154-159
- [1161] Kessler, G.; Brandenburg, G.; Schlosser, W.; Wolfermann, W.
Struktur und Regelung bei Systemen mit durchlaufenden elastischen Bahnen und Mehrmotoren-Antrieben.
 Regelungstechnik (32) Heft 8, 1984, pp. 251-266
- [1162] manroland AG
 2 CUTCON C → CUTCON plus 02
 deutsch 03/2009, <http://www.manroland.com> , printservices@manroland.com
- [1163] Olsen, J. E.
Lateral mechanics of an imperfect web.
 Proc. of the 6th Int. Conf. on Web Handling (IWEB) 2001, Paper 30.
 Web Handling Research Center, Oklahoma State Univ., Stillwater, Oklahoma USA
- [1164] Schnabel, H.
Entwicklung von Methoden zur Registerregelung in Abhängigkeit der Bahnzugkraft bei Rollen-Tiefdruckmaschinen.
 Dr.-Ing. Dissertation. Technische Universität Darmstadt, 2009, Sierke-Verlag, Göttingen

- [1165] Schnabel, H.
Neue Techniken zur Registrierung in wellenlosen Tiefdruckmaschinen.
Tagungsband SPS/IPC/DRIVES 2007, Nürnberg 2007, pp. 607-615,
VDE-Verlag, Berlin, Offenbach
- [1166] Shelton, J. J.
Lateral Dynamics of a moving web.
Ph.D. Thesis. Oklahoma State Univ., Stillwater OK 1968
- [1167] Shelton, J. J.; Reid, K. N.
Lateral dynamics of a real moving web.
Trans. ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control
Vol. 93, Sept. 1971, pp. 180-186
- [1168] Shelton, J. J.; Reid, K. N.
Lateral dynamics of an idealized moving web.
Trans. ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control
Sept. 1971, pp. 187-192
- [1169] Shelton, J. J.; Reid, K. N.
Lateral and longitudinal dynamic behaviour and control of moving webs.
Trans. ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control
Vol. 115, No. 2, pp. 309-317, Jun. 1993
- [1170] Shelton, J. J.
A simplified model for lateral behaviour of short web spans.
Proc. of the 6th Int. Conf. on Web Handling (IWEB) 2001, Paper 31
Web Handling Research Center, Oklahoma State Univ.
Stillwater, Oklahoma USA
- [1171] Shin, K. H.; Kwon, S. O.; et al.
Feedforward control of the lateral position of a moving web using system identification.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 40, No. 6, Nov./Dec. 2004
- [1172] Shin, K. H.; Kwon, S. O.
The effect of tension on the lateral dynamics and control of a moving web.
IEEE Trans. on Industry Applications, Vol. 43, No. 2, March/April 2007
- [1173] Sievers, L.
Modeling and control of lateral web dynamics.
Ph.D. Thesis, Rensselaer Polytechnic Institut, 1987, Troy, NY, USA
- [1174] Tröndle, H. P.
Zum dynamischen Verhalten transportierter elastischer und visko-elastischer Stoffbahnen zwischen aufeinanderfolgenden Klemmstellen.
Dr.-Ing. Dissertation, Technische Universität München 1973

- [1175] Valenzuela, M. A.; Bentley, J. M.; Lorenz, R. D.
Dynamic online sensing of sheet modulus of elasticity.
IEEE Trans. on Ind. Appl., Vol. 46, No. 1, 2010, pp. 108-120
- [1176] Wolfertmann, W.; Schröder, D.
Application of decoupling and state space control in processing machines with continuous moving webs.
Preprints IFAC World Congress on Advanced Control, Vol. 3, pp. 100-105, München 1987
- [1177] Wolfertmann, W.
Tension Control of Webs - A Review of the Problems and Solutions in the Present and Future.
3rd International Conference on Web Handling, Oklahoma, USA, 1995, Session 4, No. 15
- [1178] Wolfertmann, W.
Regelung kontinuierlicher Fertigungsanlagen.
In: Schröder, D.: Elektrische Antriebe - Regelung von Antriebssystemen
2. Auflage, Kapitel 21, pp. 1010-1068, Berlin, Springer-Verlag 2001
- [1179] Wolfertmann, W.
Neuronal based compensation of a non-circular running winder.
In: SGA/ ASSPA/ SSAC Workshop: Neuro-Fuzzy and its Applications, Possibilities and Limits.
Ed: Fonds National Bern, Switzerland, No. 3, 2001
- [1180] Young, G. E.; Reid, K. N.
Lateral and longitudinal dynamic behavior and control of moving webs.
Journal of Dyn. Systems, Measurement and Control
Trans. of the ASME, June 1993, Vol. 115, pp. 308-317
- [1181] Young, G. E.; Shelton, J. J., Fang, B.
Interaction of web span: Part I-Statics.
Trans. ASME, J. Dyn. Syst. Meas. Control, Vol. 111, No. 3
pp. 490-496, Part II-Dynamics, Sept. 1989.
Trans. ASME, J. Dyn. Syst. Meas. Control, Vol. 111, No. 3
pp. 497-504, Sept. 1989
- [1182] Young, G. E.; Shelton, J. J.; Kardamilas, C.
Modeling and control of multiple web span using state estimation.
Trans. ASME, J. Dyn. Syst. Meas. Control, Vol. 111, No. 3, pp. 505-510,
Sept. 1989

Modellierung und Regelung von Windkraftanlagen

- [1183] Bundesministerium für Umwelt, Naturschutz und Reaktorsicherheit (BMU).
Erneuerbare Energien – Motor der Energiewende.
Technischer Bericht, 2012
- [1184] V. Berkhout, S. Faulstich, P. Görg, B. Hahn, K. Linke, M. Neuschäfer, S. Pfaffel, K. Rafik, K. Rohrig, R. Rothkegel und M. Zieße.
Windenergiereport Deutschland 2013.
Technischer Bericht, Fraunhofer-Institut für Windenergie und Energiesystemtechnik (IWES), 2014
- [1185] A. Betz.
Wind-Energie und ihre Ausnutzung durch Windmühlen.
Vundenhoeck & Ruprecht, 1926 [Ausg. 1925]
- [1186] F. Blaabjerg, M. Liserre und K. Ma.
Power electronics converters for wind turbine systems.
IEEE Transactions on Industrial Applications, 48(2):708–718, 2012
- [1187] J. Chen, H. Wu, M. Sun, W. Jiang, L. Cai und C. Guo.
Modeling and simulation of directly driven wind turbine with permanent magnet synchronous generator.
Proceedings of the IEEE Innovative Smart Grid Technologies – Asia (ISGT Asia), 1–5, 2012
- [1188] E. Clarke.
Circuit analysis of AC power systems.
John Wiley & Sons Inc., 1950.
- [1189] DIN EN 50160:2011-02.
Merkmale der Spannung in öffentlichen Elektrizitätsversorgungsnetzen.
- [1190] U. Dumont und R. Keuneke.
Vorbereitung und Begleitung der Erstellung des Erfahrungsberichtes 2011 gemäß § 65 EEG – Vorhaben Iid spartenspezifisches Vorhaben Wasserkraft.
Endbericht, Ingenieurbüro Floecksmühle, 2011.
- [1191] R. Gasch und J. Twetle.
Windkraftanlagen — Grundlagen, Entwurf, Planung und Betrieb.
Vieweg+Teubner Verlag, 2013.

- [1192] C. M. Hackl.
Contributions to High-gain Adaptive Control in Mechatronics.
Dissertation, Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme und Leistungselektronik, Technische Universität München (TUM), 2012.
- [1193] L. Hadjidemetriou, E. Kyriakides und F. Blaabjerg. *A new hybrid PLL for interconnecting renewable energy systems to the grid.*
IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), S. 2075–2082, 2012.
- [1194] S. Heier.
Windkraftanlagen: Systemauslegung, Netzintegration und Regelung.
Vieweg+Teubner Verlag, 2009.
- [1195] D. Hinrichsen and A. Pritchard.
Mathematical Systems Theory I — Modelling, State Space Analysis, Stability and Robustness.
Number 48 in Texts in Applied Mathematics. Springer-Verlag, Berlin, 2005.
- [1196] F.W. Koch.
Simulation und Analyse der dynamischen Wechselwirkung von Windenergieanlagen mit dem Elektroenergiesystem.
Dissertation, Universität Duisburg-Essen, 2005.
- [1197] C. Kost, J. N. Mayer, J. Thomsen, N. Hartmann, C. Senkpiel, S. Philipps, S. Nold, S. Lude und T. Schlegl.
Stromgestehungskosten Erneuerbarer Energien.
Technischer Bericht, Fraunhofer-Institut für Solare Energiesysteme (ISE), 2013.
- [1198] H. Kuchling.
Taschenbuch der Physik.
Fachbuchverlag Leipzig, 2007.
- [1199] G. Michalke.
Variable Speed Wind Turbines – Modelling, Control and Impact on Power Systems.
Dissertation, Technische Universität Darmstadt, 2008.
- [1200] J. Mullen und J. B. Hoagg.
Wind turbine torque control for unsteady wind speeds using approximate-angular-acceleration feedback.
Inproceedings of the 52nd IEEE Conference on Decision and Control, S. 397–402, Florence, Italy, 2013.

- [1201] L. Y. Pao und K. E. Johnson.
Control of wind turbines: Approaches, challenges and recent developments.
IEEE Control Systems Magazine, 31(2):44–62, 2011.
- [1202] V. Quaschnig.
Regenerative Energiesysteme.
Hanser Verlag, 2011.
- [1203] L. Råde, B. Westergren und P. Vachenauer.
Springers mathematische Formeln: Taschenbuch für Ingenieure, Naturwissenschaftler, Informatiker, Wirtschaftswissenschaftler.
Springer-Verlag, Berlin, 1997.
- [1204] H. Saadat.
Power System Analysis.
Electronics & Electrical Engineering. WCB/McGraw-Hill, Boston, 1999.
- [1205] P. Schaumann.
Offshore-Windenergie – Hoffnungsträger der Energiewende.
Stahlbau, 81(9):677–678, 2012.
- [1206] D. Schröder.
Elektrische Antriebe — Grundlagen (3., erw. Auflage).
Springer-Verlag, Berlin, 2007.
- [1207] D. Schröder.
Intelligente Verfahren: Identifikation und Regelung nichtlinearer Systeme.
Springer-Verlag, Berlin, 2010.
- [1208] D. Schröder.
Leistungselektronische Schaltungen: Funktion, Auslegung und Anwendung.
Springer-Verlag, Berlin, 2012.
- [1209] D. Schröder.
Elektrische Antriebe — Grundlagen (5. Auflage).
Springer-Verlag, Berlin, 2013.
- [1210] J. Slootweg, S. W. H. De Haan, H. Polinder und W. Kling.
General model for representing variable speed wind turbines in power system dynamics simulations.
IEEE Transactions on Power Systems, 18(1):144–151, 2003.
- [1211] J. Slootweg, H. Polinder und W. Kling.
Initialization of wind turbine models in power system dynamics simulations.
IEEE Porto Power Tech Proceedings, Vol. 4, 2001.

- [1212] J. Teigelkötter.
Energieeffiziente elektrische Antriebe.
Vieweg+Teubner Verlag, 2013.
- [1213] R. Teodorescu, M. Liserre und P. Rodríguez.
Grid Converters for Photovoltaic and Wind Power Systems.
John Wiley & Sons, Ltd., Chichester, United Kingdom, 2011.

Dynamische Reibungsmodellierung

- [1214] M. Aberger und M. Otter.
Modeling friction in Modelica with the Lund-Grenoble friction model.
Proceedings of the 2nd International Modelica Conference, S. 285–294,
Oberpfaffenhofen, 2002.
- [1215] F. Altpeter.
Friction Modeling, Identification and Compensation.
Dissertation, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Switzerland,
1999.
- [1216] B. Angerer, C. Hintz und D. Schröder.
Online identification of a nonlinear mechatronic system.
Control Engineering Practice, 12(11):1465–1478, 2004.
- [1217] B. Armstrong-Helouvry.
Stick-slip arising from Stribeck friction.
Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Au-
tomation, Vol. 2, S. 1377–1382, Cincinnati, Ohio, USA, 1990.
- [1218] B. Armstrong-Hélouvry.
Control of Machines with Friction.
Kluwer Academic Publishers, Boston, 1991.
- [1219] B. Armstrong-Hélouvry, P. Dupont und C. C. De Wit.
*A survey of models, analysis tools and compensation methods for the con-
trol of machines with friction.*
Automatica, 30(7):1083–1138, 1994.
- [1220] Bainov, D.; Simeonov, P.
Integral Inequalities and Applications.
Volume 57 of Mathematics and Its Applications (East European Series).
Kluwer Academic Publishers, Boston, 1992.

- [1221] Barabanov, N.; Ortega, R.
Necessary and sufficient conditions for passivity of the LuGre friction model.
IEEE Transactions on Automatic Control, 45(4):830–832, 2000.
- [1222] Bewersdorff, J.
Algebra für Einsteiger: Von der Gleichungsauflösung zur Galois-Theorie.
Wiesbaden 2004
- [1223] Bona, B.; Indri, M.
Friction compensation in robotics: An overview.
Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control and the European Control Conference, S. 4360–4367, Sevilla, Spain, 2005.
- [1224] Brandenburg, G.
Einfluß und Kompensation von Lose und Coulombscher Reibung bei einem drehzahl- und lagegeregelten, elastischen Zweimassensystem.
Automatisierungstechnik at (37), H. 1 und H. 3
pp. 23-31 bzw. pp. 111-119, 1989
- [1225] Brandenburg, G.; Schäfer, U.
Einfluß und Kompensation von Reibung bei Servoantriebssystemen.
Antriebstechnik 1994, H. 3, pp.55-60
- [1226] C. Canudas de Wit, H. Olsson, K. Åström und P. Lischinsky.
A new model for control of systems with friction.
IEEE Transactions on Automatic Control, 40(3):419–425, 1995.
- [1227] C.A. de Coulomb.
Théorie des machines simples, en ayant égard au frottement de leurs parties et à la roideur des cordages.
Paris, 1821
- [1228] L. Da Vinci.
The Notebooks of Leonardo Da Vinci (Volume 2).
Dover Publications, Inc., New York, 1980.
- [1229] P. Dahl.
Measurement of solid friction parameters of ball bearings.
Proceedings of the 6th Annual Symposium on Incremental Motion, Control Systems and Devices, S. 49–59, Urbana-Campanga, Illinois, 1977.
- [1230] R. Dahl.
A solid friction model.
Technical Report TOR-0158(3107-18-1), Aerospace Corporation, El Segundo, California, 1968.

- [1231] L. De-Peng.
Parameter identification for LuGre friction model using genetic algorithms.
Proceedings of the 5th International Conference on Machine Learning and Cybernetics, S. 3419–3422, 2006.
- [1232] Dörrie, H.
Kubische und Biquadratische Gleichungen.
München 1948, Leibniz-Verlag
- [1233] P. Dupont, V. Hayward, B. Armstrong und F. Almerperter.
Single state elastoplastic friction models.
IEEE Transactions on Automatic Control, 47(5):787–792, 2002.
- [1234] P. E. Dupont.
Avoiding stick-slip through PD control.
IEEE Transactions on Automatic Control, 39(4):1094–1097, 1994.
- [1235] G. Ferretti, G. Magnani und P. Rocco.
Single and multistate integral friction models.
IEEE Transactions on Automatic Control, 49(12):2292–2297, 2004.
- [1236] T. Frenz.
Stabile Neuronale Online Identifikation und Kompensation statischer Nichtlinearitäten am Beispiel von Werkzeugmaschinenanschubantrieben.
Dissertation, Lehrstuhl für Elektrische Antriebstechnik, Technische Universität München (TUM), 1997.
- [1237] T. Frenz und D. Schröder.
Learning unknown nonlinearities using a discrete observer in combination with neural networks.
Proceedings of the IEEE-IAS Annual Conference, S. 1800–1806, Orlando, USA, 1995.
- [1238] T. Frenz und D. Schröder.
Nonlinear modeling of a feed drive of a lathe and compensation of friction influence.
Proceedings of the IFAC-Workshop on Motion Control, S. 331–338, Munich, 1995.
- [1239] T. Frenz und D. Schröder.
On line identification and compensation of friction influence of feed drives of machine tools.
Proceedings of the European Power Electronics and Drives Conference, Vol. 3, S. 3927–3932, 1997.

- [1240] C. M. Hackl.
High-gain adaptive position control.
International Journal of Control, 84(10):1695–1716, 2011.
- [1241] C. M. Hackl.
Contributions to High-gain Adaptive Control in Mechatronics.
Dissertation, Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme und Leistungselektronik, Technische Universität München (TUM), 2012.
- [1242] C. M. Hackl.
Funnel control with disturbance observer for two-mass systems.
Proceedings of the 52nd IEEE Conference on Decision and Control, S. 6244–6249, 2013.
- [1243] C. M. Hackl.
PI-funnel control with Anti-windup and its application for speed control of electrical drives.
Proceedings of the 52nd IEEE Conference on Decision and Control, S. 6250–6255, 2013.
- [1244] C. M. Hackl, C. Endisch und D. Schröder.
Error reference control of nonlinear two-mass flexible servo systems.
Proceedings of the 16th Mediterranean Conference on Control and Automation, S. 1047–1053, 2008.
- [1245] C. M. Hackl, C. Endisch und D. Schröder.
Contributions to non-identifier based adaptive control in mechatronics.
Robotics and Autonomous Systems, 57(10):996–1005, 2009.
- [1246] C. M. Hackl, A. G. Hofmann, R. W. De Doncker und R. M. Kennel.
Funnel control for speed & position control of electrical drives: A survey.
Proceedings of the 19th Mediterranean Conference on Control and Automation, S. 181–188, 2011.
- [1247] C. M. Hackl, A. G. Hofmann und R. M. Kennel.
Funnel control in mechatronics: An overview.
Proceedings of the 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference, S. 8000–8007, 2011.
- [1248] C. M. Hackl, N. Hopfe, A. Ilchmann, M. Mueller und S. Trenn.
Funnel control for systems with relative degree two.
SIAM Journal on Control and Optimization, 51(2):965–995, 2013.
- [1249] C. M. Hackl und R. M. Kennel.
Position funnel control for rigid revolute joint robotic manipulators with known inertia matrix.
Proceedings of the 20th Mediterranean Conference on Control and Automation, S. 615–620, 2012.

- [1250] C. M. Hackl und R. M. Kennel.
Position funnel control with linear internal model.
Proceedings of 2012 IEEE International Conference on Control Applications, S. 1334–1339, 2012.
- [1251] C. M. Hackl und S. Trenn.
The bang-bang funnel controller: An experimental verification.
Tagungsband des GMA-Fachausschuss 1.40, S. 302–310, 2012.
- [1252] E. Hairer und G. Wanner.
Solving Ordinary Differential Equations II: Stiff and Differential-Algebraic Problems.
Springer Series in Computational Mathematics. Springer-Verlag, Berlin, 2004.
- [1253] R. Hecker, G. Flores, Q. Xie und R. Haran.
Servocontrol of machine-tools: A review.
Latin American Applied Research, 38(1):85–94, 2008.
- [1254] D. Hinrichsen und A. Pritchard.
Mathematical Systems Theory I — Modelling, State Space Analysis, Stability and Robustness.
Number 48 in Texts in Applied Mathematics. Springer-Verlag, Berlin, 2005.
- [1255] C. Hintz.
Identifikation nichtlinearer mechatronischer Systeme mit strukturierten rekurrenten Netzen.
Dissertation, Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme, Technische Universität München (TUM), 2003.
- [1256] C. Hintz, S. Hofmann und D. Schröder.
Identification of backlash, friction and linear parameters of a nonlinear drive system.
Proceedings of the 6th International Power Engineering Conference, S. 1061–1066, Singapore, 2003.
- [1257] C. Hintz.
Identifikation nichtlinearer mechatronischer Systeme mit strukturierten rekurrenten Netzen.
Dissertation, Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme, Technische Universität München (TUM), 2003.
- [1258] M. Kurze.
Modellbasierte Regelung von Robotern mit elastischen Gelenken ohne Abtriebsseitige Sensorik.
Dissertation, Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme, Technische Universität München (TUM), 2008.

- [1259] U. Lenz und D. Schröder.
Identifikation isolierter Nichtlinearitäten mit Neuronalen Netzen.
VDI-Berichte 1282: GMA-Kongreß "Meß- und Automatisierungstechnik",
S. 437–447, 1996.
- [1260] A. Ilchmann und E. P. Ryan.
Asymptotic tracking with prescribed transient behaviour for linear systems.
International Journal of Control, 79(8):910–917, 2006.
- [1261] A. Ilchmann, E. P. Ryan und C. J. Sangwin.
Tracking with prescribed transient behaviour.
ESAIM: Control, Optimisation and Calculus of Variations, 7:471–493,
2002.
- [1262] A. Ilchmann und H. Schuster.
PI-funnel control for two mass systems.
IEEE Transactions on Automatic Control, 54(4):918–923, 2009.
- [1263] M. Kurze.
Modellbasierte Regelung von Robotern mit elastischen Gelenken ohne Abtriebsseitige Sensorik.
Dissertation, Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme, Technische Universität München (TUM), 2008.
- [1264] A. Morin.
New friction experiments carried out at Metz in 1831-1833 (in french).
Proceedings of the French Royal Academy of Sciences, 4:1–128, 591–696,
1833.
- [1265] P.J. Mosterman.
An overview of hybrid simulation phenomena and their support by simulation packages.
S. 164–177 in Lecture Notes in Computer Science (Vol. 1569; Editors: F.W. Vaandrager, Frits und J.H. van Schuppen).
Springer-Verlag, 1999
- [1266] H. Olsson.
Control Systems with Friction.
Dissertation, Department of Automatic Control, Faculty of Engineering,
Lund University, Sweden, 1996.
- [1267] H. Olsson, K. Åström, C. Canudas de Wit, M. Gäfert und P. Lischinsky.
Friction models and friction compensation.
European Journal of Control, 4(3):176–195, 1998.

- [1268] H. Olsson und K. J. Åström.
Friction generated limit cycles.
IEEE Transaction on Control Systems Technology, 9(4):629–636, 2001.
- [1269] Pesic, P.
Abels Beweis.
Springer Verlag 2005
- [1270] M. Rau.
Nichtlineare modellbasierte prädiktive Regelung auf Basis lernfähiger Zustandsraummodelle.
Dissertation, Lehrstuhl für Elektrische Antriebstechnik, Technische Universität München (TUM), 2003.
- [1271] O. Reynolds.
On the theory of lubrication and its application to Mr. Beauchamp tower's experiments, including an experimental determination of the viscosity of olive oil.
Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 177:157–234, 1886.
- [1272] J. Rice und A. Ruina.
Stability of steady frictional slipping.
Journal of Applied Mechanics, 50:343–349, 1983.
- [1273] R. P. Ryan und C. J. Sangwin.
Controlled functional differential equations and adaptive stabilization.
International Journal of Control, 74:77–90, 2001.
- [1274] S. Sankaranarayanan und F. Khorrani.
Model independent friction compensation.
Proceedings of the IEEE American Control Conference, S. 463–467, Philadelphia, Pennsylvania, USA, 1998.
- [1275] Schäfer, U.
Entwicklung von nichtlinearen Drehzahl- und Lageregelungen zur Kompensation von Coulomb-Reibung und Lose bei einem elektrisch angetriebenen, elastischen Zweimassensystem.
Dr.-Ing. Dissertation, Technische Universität München, 1993
- [1276] Schäfer, U.; Brandenburg, G.
State position control for elastic pointing and tracking systems with gear play and Coulomb friction – a summary of results.
Proc. 4th European Conference on Power Electronics and Applications EPE'91, Firenze 1991, pp. 596-602

- [1277] Schrabberger, G.; Lauzi, M.; Brandenburg, G.
Vergleich verschiedener Ansätze zur Simulation von Reibungseffekten und deren Verifikation an einem Vorschubantrieb.
atp - Automatisierungstechnische Praxis, atp 43, 2001, pp. 35-43
- [1278] D. Schröder.
Intelligente Verfahren: Identifikation und Regelung nichtlinearer Systeme.
Springer-Verlag, Berlin, 2010.
- [1279] D. Schröder, H. Schuster und C. Westermaier.
Mechatronics — Advanced computational intelligence.
Proceedings of the 7th International Conference on Power Electronics and Drive Systems, S. 994–1001, 2007.
- [1280] H. Schuster.
Hochverstärkungsbasierte Regelung nichtlinearer Antriebssysteme.
Dissertation, Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme, Technische Universität München (TUM), 2009.
- [1281] H. Schuster, C. M. Hackl, C. Westermaier und D. Schröder.
Funnel-control for electrical drives with uncertain parameters.
Proceedings of the 7th International Power Engineering Conference, Singapore, 2005.
- [1282] H. Schuster, C. Westermaier und D. Schröder.
High-gain control of systems with arbitrary relative degree: Speed control for a two mass flexible servo system.
Proceedings of the 8th IEEE International Conference on Intelligent Engineering Systems, S. 486–491, Cluj-Napoca, Romania, 2004.
- [1283] H. Schuster, C. Westermaier und D. Schröder.
Non-identifier-based adaptive control for a mechatronic system achieving stability and steady state accuracy.
Proceedings of the Joint CCA, ISIC and CACSD, S. 1819–1824, Munich, 2006.
- [1284] H. Schuster, C. Westermaier und D. Schröder.
Non-Identifier-Based Adaptive Speed Control for a Two-Mass Flexible Servo System: Consideration of Stability and Steady State Accuracy.
Proceedings of the 14th Mediterranean Conference on Control and Automation, S. 1–6, 2006
- [1285] H. Schuster, C. Westermaier und D. Schröder.
Non-Identifier-Based Adaptive Tracking Control for a Two-Mass System,
Proceedings of the International Conference on Intelligent Engineering Systems, S. 190–195, 2006

- [1286] R. Stribeck.
Kugellager für beliebige Belastungen.
Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure, 45(3,4):73–96, 118–125, 1901.
- [1287] R. Stribeck.
Die wesentlichen Eigenschaften der Gleit- und Rollenlager.
Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure, 46(37,38,39):1341–1348, 1432–1438, 1463–1470, 1902.
- [1288] D. Schröder.
Verfahren zur Beobachtung nicht meßbarer Größen nichtlinearer dynamischer Systeme.
Patent (Nummer: 19531692), 1995.
- [1289] D. Strobl.
Identifikation nichtlinearer mechatronischer Systeme mittels neuronaler Beobachter.
Dissertation, Lehrstuhl für Elektrische Antriebssysteme, Technische Universität München (TUM), 1999.
- [1290] J. Swevers, F. Al-Bender, C. G. Ganseman und T. Prajogo.
An integrated friction model structure with improved presliding behavior for accurate friction compensation.
IEEE Transactions on Automatic Control, 45(4):675–686, 2000.
- [1291] Z. Wenjing.
Parameter identification of LuGre friction model in servo system based on improved particle swarm optimization algorithm.
Proceedings of Chines Control Conference, S. 135–139, Zhangjiajie, Hunan, China, 2007.
- [1292] Wöhl-Bruhn, H.
Eigenschaften PM-erregter Schenkelpolsynchronmaschinen.
Jahresbericht des Instituts für Elektrische Maschinen, Antriebe und Bahnen der TU Braunschweig
Braunschweig, 2007, S. 27-32

Proper Orthogonal Decomposition, POD

- [1293] Adams, R. A.
Sobolev Spaces.
Pure and Applied Mathematics, Vol. 65, 1975, Academic Press, New York-London
- [1294] Afanasiev, K.; Hinze, M.
Adaptive control of a wake flow using proper orthogonal decomposition.
Lecture Notes in Pure and Applied Mathematics, Vol. 216, 2001, S. 317-332
- [1295] Alla, A.; Volkwein, S.
Asymptotic stability of POD based model predictive control for a semilinear parabolic PDE.
Erscheint in Advances in Computational Mathematics (2015)
Online-Publication, Cornell University, Ithaca, NY, 2013
<http://arxiv.org/pdf/1312.2145v2.pdf>
- [1296] Antoulas, A. C.
Approximation of Large-Scale Dynamical Systems.
Advances in Design and Control, SIAM, Philadelphia, 2005
- [1297] Arendt, W.; Urban, K.
Partielle Differenzialgleichungen. Eine Einführung in analytische und numerische Methoden.
Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg, 2010
- [1298] Arian, E.; Fahl, M.; Sachs, E. W.
Trust-region proper orthogonal decomposition for flow control.
Technical Report 2000-25, ICASE, 2000
- [1299] Astrid, P.; Weiland, S.; Willcox, K.; Backx, T.
Missing point estimation in models described by proper orthogonal decomposition.
Proceedings 43rd IEEE Conference on Decision and Control, December, 2004
- [1300] Atwell, J. A.; Borggaard, J. T.; King, B. B.
Reduced-order controllers for Burgers' equation with a nonlinear observer.
Int. J. Appl. Math. Comp. Sci., Vol. 11, 2001, S. 1311-1330
- [1301] Barrault, M.; Maday, Y.; Nguyen, N. C.; Patera, A. T.
An 'empirical interpolation' method: application to efficient reduced-basis discretization of partial differential equations.
Comptes Rendus Mathematique, Vol. 339(9), 2004, S. 667-672

- [1302] Bai, Z.
Krylov subspace techniques for reduced-order modeling of large-scale dynamical systems.
Appl. Numer. Math., Vol. 43, 2002, S. 9-44
- [1303] Banks, H. T.; Joyner, M. L.; Winchesky, B.; Winfree, W. P.
Nondestructive evaluation using a reduced-order computational methodology.
Inverse Problems, Vol. 16, 2000, S. 1-17
- [1304] Benner, P.; Mehrmann, V.; Sorensen, D. C. (eds.)
Dimension Reduction of Large-Scale Systems.
Lecture Notes in Computational Science and Engineering, Springer-Verlag Berlin, 2005
- [1305] Borzi, A.; Schulz, V.
Computational Optimization of Systems Governed by Partial Differential Equations.
Computational Sciences and Engineering, SIAM, Philadelphia, 2012
- [1306] Brenner, S. C.; Scott, L. R.
The Mathematical Theory of Finite Element Methods.
Texts in Applied Mathematics, Vol. 15, 2008, Springer Verlag
- [1307] Bui-Thanh, T.; *Model-Constrained Optimization Methods for Reduction of Parameterized Systems.*
Ph.D. thesis, MIT, USA, 2007
- [1308] Cai, L.; White, R. E.
Reduction of model order based on proper orthogonal decomposition for lithium-ion battery simulations.
Journal of The Electrochemical Society, Vol. 156(3), 2009, S. A154-A161
- [1309] Canuto, C.; Tonn, T.; Urban, K.
A-posteriori error analysis of the reduced basis method for non-affine parameterized nonlinear pde's.
SIAM Journal on Numerical Analysis, Vol. 47, 2009, S. 2001-2022
- [1310] Ciarlet, P. G.
The Finite Element Method for Elliptic Problems.
North-Holland, Amsterdam, 1978
- [1311] Chaturantabut, S.; Sorensen, D. C.
Application of POD and DEIM on a dimension reduction of nonlinear miscible viscous fingering in porous media.
Technical Report, TR09-25, RICE University, 2009

- [1312] Chaturantabut, S.; Sorensen, D. C.
A state space estimate for POD-DEIM nonlinear model reduction.
SIAM Journal on Numerical Analysis, Vol. 50, 2012, S. 46-63
- [1313] Chaturantabut, S.; Sorensen, D. C.
Nonlinear model reduction via discrete empirical interpolation.
SIAM Journal on Scientific Computing, Vol. 32(5), 2010, S. 2737-2764
- [1314] Dahmen, W.; Reusken, A.
Numerik für Ingenieure und Naturwissenschaftler.
zweite korrigierte Ausgabe, Springer Verlag Heidelberg, 2008
- [1315] Dautray, R.; Lions, J.-L.
Mathematical Analysis and Numerical Methods for Science and Technology.
Vol. 5: Evolution Problems I, Springer Verlag Berlin, 2000
- [1316] Dede, L.
Reduced basis method and a posteriori error estimation for parametrized linear-quadratic optimal control problems.
SIAM Journal on Scientific Computing, Vol. 32, 2010, S. 997-1019
- [1317] Diwoky, F.; Volkwein, S.
Nonlinear boundary control for the heat equation utilizing proper orthogonal decomposition.
eds.: Hoffmann, K.-H.; Hoppe, R. H. W.; Schulz, V.: *Fast Solution of Discretized Optimization Problems*
International Series of Numerical Mathematics, Vol. 138, 2001, S. 73-87
- [1318] Dzuik, G.
Theorie und Numerik partieller Differentialgleichungen.
Walter de Gruyter, Berlin, 2010
- [1319] Evans, L. C.
Partial Differential Equations.
American Math. Society, Providence, Rhode Island, 2008
- [1320] Fahl, M.
Computation of POD basis functions for fluid flows with Lanczos methods.
Math. Comput. Modelling, Vol. 34, 2001, S. 91-107
- [1321] Freund, R. W.
Krylov-subspace methods for reduced-order modelling in circuit simulation.
J. Comput. Appl. Math., Vol. 123, 2000, S. 395-421

- [1322] Feldmann, P.; Freund, R. W.
Efficient linear circuit analysis by Padé approximation via the Lanczos process.
IEEE Trans. Computer-Aided Design, Vol. 14, 1995, S. 639-649
- [1323] Fukunaga, K.
Introduction to Statistical Recognition.
New York, Academic Press, 1990
- [1324] Gallivan, K.; Grimme, E.; Van Dooren, P.
Asymptotic waveform evaluation via the Lanczos method.
Appl. Math. Lett., Vol. 7, 1994, S. 75-80
- [1325] Gräkle, C.
POD based inexact SQP methods for optimal control problems governed by a semilinear heat equation.
Diplomarbeit, Universität Konstanz, 2014
<http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bsz:352-0-265093>
- [1326] Green, M.; Limebeer, D. J. N.
Linear Robust Control.
Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1995
- [1327] Grepl, M.; Kärcher, M.
A-Posteriori error estimation for reduced order solutions of parametrized parabolic optimal control problems.
ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis (ESAIM: M2AN)
Vol. 48, 2014, S. 1615-1638
- [1328] Grepl, M. A.; Maday, Y.; Nguyen, N. C.; Patera, A. T.
Efficient reduced-basis treatment of nonaffine and nonlinear partial differential equations.
ESAIM: Math. Model. Numer. Anal., Vol. 41, 2007, S. 575-605
- [1329] Grimm, E.
Optimality system POD and a-posteriori error analysis for linear-quadratic optimal control problems.
Masterarbeit, Universität Konstanz,, 2014
<http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bsz:352-277612>
- [1330] Gubisch, M.; Volkwein, S.
POD a-posteriori error analysis for optimal control problems with mixed control-state constraints. Computational Optimization and Applications
Vol. 58, 2014, S. 619-644

- [1331] Gubisch, M.; Volkwein, S.
Proper Orthogonal Decomposition for Linear-Quadratic Optimal Control.
Online-Publication, 2013
<http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bsz:352-250378>
- [1332] Gugercin, S.
Projection methods for model reduction of large-scale dynamical systems.
Ph.D. thesis, Rice University, Houston, 2003
- [1333] Haasdonk, B.; Ohlberger, M.
Reduced basis method for finite volume approximations of parametrized linear evolution equations.
ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis, Vol. 42, 2008, S. 277-302
- [1334] Heinkenschloss, M.; Sorensen, D. C.; Sun, K.
Balanced truncation model reduction for a class of descriptor systems with application to the Oseen equations.
SIAM J. Sci. Comput., Vol. 30, 2008, S. 1038-1063
- [1335] Herkt, S.; Hinze, M.; Pinnau, R.
Convergence analysis of Galerkin POD for linear second order evolution equations.
Electronic Transactions on Numerical Analysis, Vol. 40, 2013, S. 321-337
- [1336] Hinze, M.
A variational discretization concept in control constrained optimization: the linear-quadratic case.
Computational Optimization and Applications, Vol. 30, 2005, S. 45-61
- [1337] Hinze, M.; Pinnau, R.; Ulbrich, M.; Ulbrich, S.
Optimization with PDE Constraints.
Springer Verlag, 2009
- [1338] Hinze, M.; Kunisch, K.
Three control methods for time-dependent fluid flow. Flow, Turbulence and Combustion, Vol. 65, 2000, S. 273-298
- [1339] Hinze, M.; Tröltzsch, F.
Discrete concepts versus error analysis in pde constrained optimization.
GAMM-Mitteilungen, Nr. 33, 2010, S. 148-162
- [1340] Hinze, M.; Volkwein, S.
Proper orthogonal decomposition surrogate models for nonlinear dynamical systems: error estimates and suboptimal control.
Lecture Notes in Computational Science and Engineering, Vol. 45, 2005, S. 261-306

- [1341] Hinze, M.; Volkwein, S.
Error estimates for abstract linear-quadratic optimal control problems using proper orthogonal decomposition.
Computational Optimization and Applications, Vol. 39, 2008, S. 319-345
- [1342] Hömberg, D.; Volkwein, S.
Control of laser surface hardening by a reduced-order approach using proper orthogonal decomposition. Mathematical and Computer Modelling, Vol. 38, 2003, S. 1003-1028
- [1343] Holmes, P.; Lumley, J. L.; Berkooz, G.; Rowley, C. W.
Turbulence, Coherent Structures, Dynamical Systems and Symmetry.
Cambridge Monographs on Mechanics, Cambridge University Press, second edition, 2012
- [1344] Ito, K.; Kunisch, K.
Lagrange Multiplier Approach to Variational Problems and Applications.
Advances in Design and Control, SIAM, Philadelphia, 2008
- [1345] Ito, K.; Ravindran, S. S.
A reduced basis method for control problems governed by PDEs.
Eds.: Desch, W.; Kappel, F.; Kunisch, K.: *Control and Estimation of Distributed Parameter Systems.*
Proceedings of the International Conference in Vorau, 1996, Birkhäuser-Verlag, Basel, 1998, Vol. 126, S. 153-168
- [1346] Johnson, C.
Numerical Solution of Partial Differential Equations by the Finite Element Method.
Cambridge University Press, Cambridge, 1987
- [1347] Kammann, E.; Tröltzsch, F.; Volkwein, S.
A method of a-posteriori error estimation with application to proper orthogonal decomposition.
ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis, Vol. 47, 2013, S. 555-581
- [1348] Kunisch, K.; Volkwein, S.
Control of Burgers' equation by a reduced order approach using proper orthogonal decomposition.
Journal on Optimization Theory and Applications, Vol. 102, 1999, S. 345-371
- [1349] Kunisch, K.; Volkwein, S.
Galerkin proper orthogonal decomposition methods for parabolic problems.
Numerische Mathematik, Springer Verlag, November 2001, Volume 90, Issue 1, S. 117-148

- [1350] Kunisch, K.; Volkwein, S.
Galerkin proper orthogonal decomposition methods for a general equation in fluid dynamics.
SIAM Journal on Numerical Analysis, Vol. 40, 2002, S. 492-515
- [1351] Kunisch, K.; Volkwein, S.
Crank-Nicolson Galerkin proper orthogonal decomposition approximations for a general equation in fluid dynamics.
Proceedings of the 18th GAMM Seminar on *Multigrid and related methods for optimization problems*
Leipzig, 2002, S. 97-114
- [1352] Kunisch, K.; Volkwein, S.; Xie, L.
HJB-POD based feedback design for the optimal control of evolution problems.
SIAM Journal on Applied Dynamical Systems, Vol. 3, 2004, S. 701-722
- [1353] Kunisch, K.; Volkwein, S.
Proper orthogonal decomposition for optimality systems.
ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis, Vol. 42, 2008, S. 1-23
- [1354] Kunisch, K.; Volkwein, S.
Optimal snapshot location for computing POD basis functions.
ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis, Vol. 4, 2010, S. 509-529
- [1355] Lall, S.; Marsden, J. E.; Glavaski, S.
A subspace approach to balanced truncation for model reduction of nonlinear control systems.
Int. J. Robust Nonlinear Control, Vol. 12, 2002, S. 519-535
- [1356] Lass, O.; Volkwein, S.
POD Galerkin schemes for nonlinear elliptic-parabolic systems.
SIAM Journal on Scientific Computing, Vol. 35(3), 2013, S. A1271-A1298
- [1357] Lass, O.; Volkwein, S.
Adaptive POD basis computation for parametrized nonlinear systems using optimal snapshot location.
Computational Optimization and Applications, Vol. 58 (2014), S. 645-677
- [1358] Lass, O.; Volkwein, S.
Parameter identification for nonlinear elliptic-parabolic systems with application in lithium-ion battery modeling.
Erscheint in Computational Optimization and Applications (2015)
Online-publication (2013):
<http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bsz:352-250578>

- [1359] Leibfritz, F.; Volkwein, S.
Reduced order output feedback control design for PDE systems using proper orthogonal decomposition and nonlinear semidefinite programming.
Linear Algebra and its Applications, Vol. 415, 2006, S. 542-575
- [1360] Lions, J. L.
Optimal Control of Systems Governed by Partial Differential Equations.
Springer Verlag, Berlin, 1971
- [1361] Luchtenburg, D. M.; Noack, B. R.; Schlegel, M.
An introduction to the POD Galerkin method for fluid flows with analytical examples and MATLAB source codes.
Institut für Strömungsmechanik und Technische Akustik, TU Berlin, 2009
- [1362] Ly, H. V.; Tran, H. T.
Proper orthogonal decomposition for flow calculations and optimal control in a horizontal CVD reactor.
Quarterly Appl. Math., Vol. 60, 2002, S. 631-656
- [1363] Mancini, R.; Volkwein, S.
An inverse scattering problem for the time-dependent Maxwell equations: nonlinear optimization and model-order reduction.
Numerical Linear Algebra with Applications, Vol. 20, 2013, S. 689-711
- [1364] Mehrmann, V.; Stykel, T.
Balanced truncation model reduction for large-scale systems in descriptor form.
Dimension Reduction of Large-Scale Systems, Lect. Notes Comput. Sci. Eng., Nr. 45
Eds.: Benner, P.; Mehrmann, V.; Sorensen, D. C.
Springer Verlag, Berlin, 2005
- [1365] Negri, F.; Rozza, G.; Manzoni, A.; Quateroni, A.
Reduced basis method for parametrized elliptic optimal control problems.
SIAM Journal on Scientific Computing 2013, Vol. 35, No. 5, S. A2316-A2340
- [1366] Noble, B.
Applied Linear Algebra.
Englewood Cliffs, NJ, Prentice-Hall, 1969
- [1367] Patera, A. T.; Rozza, G.
Reduced Basis Approximation and A Posteriori Error Estimation for Parametrized Partial Differential Equations.
MIT, Pappalardo Graduate Monographs in Mechanical Engineering, 2006

- [1368] Pinnau, R.
Model reduction via proper orthogonal decomposition.
Model Order Reduction: Theory, Research Aspects and Applications, Mathematics in Industry
Vol. 13, S. 95-109, Springer, 2008
- [1369] Rathinam, M.; Petzold, L.
Dynamic iteration using reduced order models: a method for simulation of large scale modular systems.
SIAM Journal on Numerical Analysis, Vol. 40, 2002, S. 1446-1474
- [1370] Ravindran, S. S.
Reduced-order adaptive controllers for fluid flows using POD.
SIAM Journal on Scientific Computing, Vol. 15, 2000, S. 457-478
- [1371] Reed, M.; Simon, B.
Methods of Modern Mathematical Physics I: Functional Analysis.
Academic Press, New York, 1980
- [1372] Rogg, S.
Trust region POD for optimal boundary control of a semilinear heat equation.
Diplomarbeit, Universität Konstanz, 2014
<http://nbn-resolving.de/urn:nbn:de:bsz:352-0-255879>
- [1373] Rowley, C. W.
Model reduction for fluids, using balanced proper orthogonal decomposition.
Int. J. on Bifurcation and Chaos, Vol. 15, 2005, S. 997-1013
- [1374] Sachs, E. W.; Volkwein S.
POD Galerkin approximations in PDE-constrained optimization.
GAMM-Mitteilungen, Nr. 33, 2010, S. 194-208
- [1375] Sachs, E. W.; Schu, M.
Reduced order models (POD) for calibration problems in finance.
Editoren: Kunisch, K.; Of, G.; Steinbach, O.
Numerical Mathematics and Advanced Applications, ENUMATH, 2007, Springer Verlag, S. 735-742
- [1376] Sachs, E. W.; Schu, M.
Reduced order models in PIDE constrained optimization.
Control and Cybernetics, Vol. 39, 2001, S. 661-675
- [1377] Sachs, E. S.; Volkwein, S.
POD-Galerkin Approximation in PDL-Constrained Optimization.
GAMM-Min.33, No. 2, 2010, S. 194-208

- [1378] Schilders, W. H. A.; van der Vorst, H. A.; Rommes, J.
Model Order Reduction: Theory, Research Aspects and Applications.
Mathematics in Industry, Vol. 13, 2008, Springer Verlag
- [1379] Schu M.
Adaptive Trust-Region POD Methods and their Application in Finance.
Ph. D. Thesis, University of Trier, 2013
- [1380] Singler, J. R.
New POD expressions, error bounds, and asymptotic results for reduced order models of parabolic PDEs.
Society for Industrial and Applied Mathematics,
SIAM J. NUMER. ANAL., Vol. 52, No. 2, 2014, S. 852-876
- [1381] Sirovich, L.
Turbulence and the dynamics of coherent structures.; Parts I-II
Quarterly of Applied Mathematics, XVI, 1987, S. 561-590
- [1382] Strang, G.; Fix, G.J.
An Analysis of the Finite Element Method.
Prentice-Hall, Eaglewood Cliffs, New Jersey, 1973
- [1383] Studinger, A.; Volkwein, S.
Numerical analysis of POD a-posteriori error estimation for optimal control.
International Series of Numerical Mathematics, Vol. 164, 2013, S. 137-158
- [1384] Stykel, T.
Balanced truncation model reduction for semidiscretized Stokes equation.
Linear Algebra Appl., Vol. 415, 2006, S. 262-289
- [1385] Thomée, V.
Galerkin Finite Element Methods for Parabolic Problems.
Springer series in Computational Mathematics, Springer, Berlin, 1997
- [1386] Tröltzsch, F.
Optimal Control of Partial Differential Equations. Theory, Methods and Applications.
American Mathematical Society, Providence, Vol. 112, 2010
- [1387] Tröltzsch, F.; Volkwein S.
POD a-posteriori error estimates for linear-quadratic optimal control problems.
Computational Optimization and Applications, Vol. 44, 2009, S. 83-115

- [1388] Volkwein, S.
Admittance identification from point-wise sound pressure measurements using reduced-order modelling.
Journal of Optimization Theory and Applications, Vol. 14, 2010, S. 166-193
- [1389] Volkwein, S.
Optimal control of a phase-field model using proper orthogonal decomposition.
Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, Nr. 81, 2001, S. 83-97
- [1390] Volkwein, S.
Optimality system POD and a-posteriori error analysis for linear-quadratic problems.
Control and Cybernetics, Vol. 40, 2011, S. 1109-1125.
- [1391] Volkwein, S.
Proper Orthogonal Decomposition: Theory and Reduced-Order Modelling.
Lecture notes, University of Konstanz, Department of Mathematics and Statistics, 2013
<http://www.math.uni-konstanz.de/numerik/personen/=>=>/volkwein/teaching/scripts.php>
- [1392] Volkwein, S.; Hepberger, A.
Impedance identification by POD model reduction techniques.
at-Automatisierungstechnik, Nr.8, 2008, S. 437-446
- [1393] Willcox, K.; Peraire, J.
Balanced model reduction via the proper orthogonal decomposition.
American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), 2002, S. 2323-2330
- [1394] Zhou, K.; Doyle, J. C.; Glover, K.
Robust and Optimal Control.
Prentice-Hall, Upper Saddle River, NJ, 1996
- [1395] Zienkiewicz, O. C.
The Finite Element Method in Engineering Scienc.
McGraw-Hill, London, New York, 1977

Stichwortverzeichnis

- Ablöseregler, 161
- Absolutwertgeber, 344
- Absorber, 1244
 - AlNiCo, 1244
- absorber, 1244
 - bandpass, 1278
 - design, 1246
 - dynamics, 1246
 - passive, 1244
 - positioning, 1265, 1267
 - remote, 1265, 1272, 1277
 - resonant, 1245
 - stability, 1249
 - tuning, 1248, 1265
- abtastender Regler, 620
- Abtaster, 364
 - endliche Schließungsdauer, 399
- Abtaster, nichtsynchrone, 223
- Abtastfrequenz, 217, 244
- Abtastintervall, 780–784, 794, 795, 797, 799, 801, 806–809, 821
- Abtastperiode, 217, 244
- Abtastregelkreis, 225
 - Optimierung des Reglers, 232
- Abtastsystem, 196, 782
 - Beschreibungsfunktion, 428
 - Dämpfung, 213
 - Dead-Beat-Regler, 216, 236
 - einschleifig, 225
 - elementare zeitdiskrete Regler, 227
 - Frequenzkennliniendarstellung, 219
 - Kompensationsregler, 234
 - nichtsynchrone Abtaster, 223
 - Optimierung des Reglers, 232
 - Ortskurve der Beschreibungsfunktion, 429
 - Parameteroptimierung, 233
 - Reglerentwurf
 - mit Stellgrößenvorgabe, 242
 - ohne Stellgrößenvorgabe, 238
 - Stabilität, Pollagen, 212
 - Übertragungsverhalten, 217
 - Wahl der Abtastperiode, 217
 - Wahl der Abtastzeit bei Dead-Beat, 244
 - Zeitverhalten, 213
 - Zusammenschaltung, 204
- Abtasttheorie
 - Stromrichterstellglied, 394
- Abtastung, 198
 - Pulsweitenmodulation
 - Dynamik, 725
 - System mit modifizierter, 443
 - zeitdiskret, 839
 - zeitkontinuierlich, 839
- Abtastzeit, 773, 780, 783, 808, 812, 826
 - robust, 257
- Abtastzeitpunkt, 782–784, 793–795, 800, 807, 808, 810, 821
- Active Front End, 877
- adaptive Stromregelung
 - praktische Realisierung, 413
- adaptives Modell, 908
- adaptives Regelsystem, 410
- Alnico, 1087
- Amperewindungen, 989
- Amplituden
 - abstand, 33
 - diskretisierung, 225
 - durchtrittsfrequenz, 42, 45
 - gang, 15
- Analyse

- akustisch, 1145
- Anfangswert, z -Transformation, 201
- Anisotropie, 943
 - Identifikation, 947
 - Rotorlage, 962
- Ankopplung, *siehe* Kopplung
- Anregelzeit, 5
- Anti-Aliasing-Filter, 196
- Anti-Windup-Regler, 282
- Anwendung, 864
- Approximation für Stromrichter, 441
- Arbeitsmaschine, 1188
- Arnoldi-Verfahren, 1659
- ARX-Modell, 1168
- Asymptoten, 15
- asymptotische Stabilität, 1659
- asynchrones Moment, 1009, 1017
- Asynchronkäfigläufermaschine, 773, 775, 777, 778, 783, 785, 792–794, 801, 802, 807–809, 812, 813, 817–819, 827–830, 833
- Asynchronmaschine, 461
 - Aufbau, 505
 - Dreieckschaltung, 471, 494
 - Entkopplung, 513
 - bei eingepprägtem Strom, 524
 - bei eingepprägter Spannung, 515
 - Feldschwächbetrieb, 618
 - Feldschwächung, 618
 - Asynchronmaschine
 - Flußverkettung, 498
 - Funktionsprinzip, 462
 - Koordinatensysteme, 467
 - läuferflußorientiert, 1024
 - Luftspaltflußorientierung, 506
 - Normierung, 613
 - Parameter, 496
 - Raumzeigerdarstellung, 463
 - Rotor, 461
 - Rotorflußorientierung, 499
 - Rotorflußorientierung, 1024
 - Schlupf, -frequenz, 506, 509
 - Signalfußplan
 - normiert, 613
 - spannungsgesteuert, 484
 - stromgesteuert, 492
 - Stator, 461
 - Statorflußorientierung, 498
 - Sternschaltung, 471, 496
 - Steuerverfahren, 497
 - Stromregelungsverfahren, 626
 - Systemgleichungen, 472
 - Übersetzungsverhältnis, 474
- Auflösung, 340
 - Drehzahlgeber, 341
 - Positionsgeber, 340
- Ausgangsfehlermodelle, 1155
- Ausgangsgleichung, 787, 790
- Ausgangsgröße, 1
- Ausgangsvektor, 787
- Ausregelzeit, 5
- Auto Regressive, 1155
- Auto Regressive Moving, 1155
- Auto Regressive with eXogenous, 1155
- Auto Regressive with eXogenous input, 1155
- Automatikgetriebe, 1402
- Autoregressive with Exogenous Input Model, 1156
- B6-Brücke, 360
- Back-to-Back Converter, 1569
- Bahn
 - Dehnung, 1474
 - Kräfte, 1474
 - Spannung, 1474
- Bahnlängenregelung, 711
- Bahnzugkraft, 1475
- Balanced Truncation, 1659
 - Deskriptorsysteme, 1659
- balanzierte Form, 1659
- Balkenmodell, 1522
- Bandbegrenzung, 197
- bandpass absorber, 1278
- bandstop filter, 1285
- Basisfunktion, 1660
- Begrenzung
 - Stellamplitude, 173
- Begrenzungsregelung, 117, 161, 162
- Begrenzungsstrategie, 805
- Begrenzungswert, 162
- Beiwert
 - proportional, 798
- Beobachtbarkeit, 140, 141, 1411

- Beobachter, 146
 - Differenzierer, 146
 - Luenberger, 147, 924
 - Parallelmodell, 146
- Beobachterstruktur
 - Regelkreis, 165, 182
- Beobachtungs-Normalform, 137
- Beschreibungsfunktion, 425, 435
 - Abtaster mit Halteglied, 428
 - Anwendungsgrenzen, 435, 440
 - Stabilitätsuntersuchung, 436
- Betragsoptimum, 808
- Betragsoptimum (BO), 46
 - Anwendungen, 50
 - Dämpfung, 50
 - Ersatzübertragungsfunktion, 50
 - Frequenzbereich, 54
 - Führungsübertragungsfunktion, 50
 - Meßwertglättung, 52
 - Optimierungskriterien, 50
 - Phasenreserve, 54
 - totzeitbehaftete Systeme, 55
 - Verwendung bei Abtastsystemen, 235
- Betz-Faktor, 1543
- Bezugspotential, 323, 357
- Blindleistungsbedarf, 1028
- Blindleistungsbetrieb, 990
- Blocktaktung, 709
- BLT-Transformation, 1347, 1350, 1396
- Bode-Diagramm, 15, 41
- boundary crossing, 1250
- BPA, *siehe* bandpass absorber
- Bremse, 1399, 1402
- bürstenloser Tachogenerator, 338

- Cauchy'scher Residuensatz, 201, 444
- charakteristische Gleichung, 27
- charakteristisches Polynom, 788, 789, 797, 798, 824
- Clarke-Transformation, 1553
- compensator
 - dc, 1282
 - parameters, 1247, 1248
- Conditional Feedback, 124, 818, 819, 831
- Contiflux-Regelung, 300
- continuity property, 1250
- Controllability Gramians, 1659

- D-decomposition, 1249
- d-q-Koordinatensystem, 774
- DAE, *siehe* Deskriptorsystem
- Dämpfer
 - aktiver, 1241
 - körper, 1239
 - passiver, 1238, 1239
 - strom, 1048
 - system, 1240
 - wicklung, 1048
 - widerstand, 1048
- Dämpfer
 - käfig, 985
 - streuinduktivität, 1008
 - wicklung, 986, 1006
- Dämpfung, 1188
 - mechanische, 1189
- Dämpfungsfaktor, 45
- Dämpfungsgrad, 1191, 1196
- Dämpfungsoptimum (DO), 88, 1211
 - Beispiel, 96
 - Divisionsmethode, 103
 - Doppelverhältnisse, 89
 - Ersatzzeitkonstante, 89
 - erweitert, 103
 - Führungsglättung, 96
 - Koeffizientenverhältnisse, 89
 - Kompensation des Zählerpolynoms, 103
 - Optimierungskriterien
 - Einstellregeln, 96
 - Reglerauswahl, 95
 - Standardfunktionen, 90
 - Systemzeit, 89
- Dead-Beat-Regler, 216, 239, 792
 - Beispiel, 245
 - Reglerentwurf, 247
 - Wahl der Abtastzeit, 244
- degree of stability, 1252
- Dehnschlupf, 1476
- Dehnung
 - transportabhängige, 1478
 - zugkraftabhängige, 1477
- delayed resonator, 1244
- Deskriptorsystem, 1307
 - direkte Lösungsverfahren, 1353
 - Index, 1353

- lineares, 1307, 1360–1367
 - Beobachtbarkeit, 1411
 - Eigenwerte, 1361, 1411
 - Entkopplungs-Nullstellen, 1363, 1411
 - Jordansche Normalform, 1363, 1411
 - Kronecker-Normalform, 1363, 1411
 - Nullstellen, 1361, 1411
 - Pole, 1361, 1411
 - Schurform, 1366, 1411
 - Steuerbarkeit, 1411
 - Vergleich mit Zustandsform, 1411
 - Weierstrass-Normalform, 1363, 1411
- nichtlineares, 1307
- reguläres, 1344–1351
- singuläres, 1351–1360
 - Beispiel, 1354
- strukturell inkonsistentes, 1358
- Transformationsalgorithmen, 1344–1360
 - BLT-Transformation, 1347
 - Tearing, 1349
- Differentialgleichung
 - komplexwertig, 722
- Differenzdrehzahl, 1205
- differenzielle Störung, 397
 - Lückbetrieb, 404
- digitale Signalverarbeitung, 196
- digitaler Regler, 227
- Diode
 - ideale, 1382–1388
- Direct Torque Control, 714
- direkte Achse (d-Achse), 986
- Direkte Selbstregelung, 700
- Direktumrichter, 1037
 - Synchronmaschine, 1033
- diskrete Systeme
 - Übertragungsverhalten, 217
- Diskretisierung, 774, 778, 782
- Diskretisierungs-Nullstelle, 248
- Doppelverhältnisse, 89
- double resonance, 1254
- DR, 1244
- Drehfedersteifigkeit, 1188, 1189
- Drehfeldmaschine, 620
 - abtastender Regler, 620
 - Entkopplungsstruktur, 623
 - feldorientierte Regelung, 620
 - Hysterese, 620
 - Hysterese-Stromregler, 624
 - Regelung mittels Mikroprozessor, 620
 - Sättigungseffekte, 620, 622
- Drehfeldmaschine mit
 - Permanentmagnet, *siehe*
 - Permanentmagneterregte Synchronmaschine
- Drehmoment, 989
 - mittleres, 1141
 - momentanes, 1142
 - schwankungsweite, 705
 - zweipunktregler, 703
- Drehmomentengleichung, 1129
- Drehmomentkonstante, 813
- Drehspannungssystem, 985
 - symmetrisches, 985
- Drehwinkel, 1189
- Drehzahlbeobachter, 820, 827–829
- Drehzahlerfassung
 - analog, 328, 329, 338
 - digital, 331, 332, 339
- Drehzahlglättung, 813, 826
- Drehzahlwert, 815, 818, 820, 828, 831, 834
- Drehzahlmesswert, 813, 815, 820, 829
- Drehzahlregelkreis, 773, 811, 812, 814, 815, 820, 824–826, 831, 834
 - -dynamik, 811, 823
 - einschwingzeitkonstante, 828
- Drehzahlregelstrecke, 811, 812, 814, 821
- Drehzahlregelung, 275, 338, 811, 812, 817, 824, 1188
 - direkte, 283
 - mit Strombegrenzungsregelung, 285
 - Regelung der
 - Antriebsmaschinendrehzahl, 1196
 - Arbeitsmaschinendrehzahl, 1190
- Drehzahlregler, 811, 812, 814, 815, 817, 819, 832
 - -entwurf, 811–813
 - ausgangsgröße, 817, 818

- ausgangsgrößenbegrenzung, 819
- integrator, 821
- nichtlinear, 1587
- parameter, 827
- stellgröße, 815
- übertragungsfunktion, 814
- Drehzahlschätzung, 826, 903, 925
- Drehzahlschätzwert, 831, 832
- Drehzahlsollwert, 815, 817, 818, 826, 828–832, 834
- ableitung, 818
- änderung, 819, 828, 830, 833
- differenz, 833
- rampe, 819
- rampengenerator, 818
- Drehzahlzustandsregelung, 811, 812
- Drehzahlzustandsregler, 772, 773, 811, 812, 817, 820, 821, 823, 826–828, 830–832, 834
- -struktur, 826
- sollwerteingang, 832
- Drei-Phasen-Größen, 462
- Dreifachtaktung, 711
- Dreimassensystem, 1220
- Gleichungen, 1221
- Signalfußplan, 1221
- Version 1, 1295
- Version 2, 1296
- Version 3, 1297
- Dreiphasen-Drehstromsystem, 997
- Dreipunkt-Wechselrichter, 711
- Druckmaschine, 1512
- Druckzeitpunkt, 1524
- DSR, *siehe* Direkte Selbstregelung
- Dublieren, 1483
- Farbregisterfehler, 1483
- innerhalb eines Druckwerks, 1484
- zwischen zwei Druckwerken, 1484
- Dublierfehler, 1490
- Dynamik
- erreichbare, 812
- dynamisches Verhalten selbstgeführter Wechselrichter, 669
- Eigenresonanzfrequenz, 1240
- Eigenwert, 790, 812
- dominanter, 821
- Ersatz-, 822, 824
- Konfiguration, 786, 792
- Lage, 793
- Regelung, 786, 788, 789, 791, 792, 794, 795, 797, 806
- Regelungs-, 812, 824
- Vorgabe, 785, 786, 789
- Vorgabereglerentwurf, 787, 788
- vorgabereglerentwurf, 823
- Eigenwerte, 1411
- Einschwingverhalten, 785, 786, 789, 792, 793, 800, 804, 806, 808, 819, 825, 827
- Einschwingzeitkonstante, 794, 824, 826
- Drehzahlregelkreis-, 828
- Statorstromregelkreis, 794, 802
- Stromregelkreis, 807–809
- Wunsch-, 822
- Einzelantriebstechnik, 1473
- Eisenverluste, 985, 1092
- EMK-Aufschaltung, 263
- Empirische Interpolation, 1676
- EMV, 320, 355
- endliche Einstellzeit, 145
- Entwurf, 236
- endliche Schließungsdauer, 399
- Endwert, z -Transformation, 201
- Energiebilanz, 1129
- Entkopplung, 739, 747, 788, 791, 799, 808
- Entkopplungs-Nullstellen, 1363, 1411
- Entkopplungsnetzwerk, 1029, 1030
- Entkopplungsregler, 785, 808
- Entkopplungsstruktur, 623
- Entkopplungsverfahren, 483
- Entmagnetisierung, 1090
- Erreger
- durchflutung, 989
- streuinduktivität, 1008
- strom I_E , 990
- stromrechner, 1054
- wicklung, 986
- Erregerstromregelung, 294
- Ersatzübertragungsfunktion
- Betragsoptimum (BO), 50
- Symmetrisches Optimum (SO), 64
- Ersatzschaltbild
- kanonisches Γ , 700

- Ersatzübertragungsfunktion, 818
- Ersatzzeitkonstante, 50, 89
- erweitertes Kalman-Filter (EKF), 910
- excitation
 - multi-frequency, 1252
 - random, 1287
 - seismic, 1270
 - support, 1270
- Eytelweingleichung, 1475

- Fadenmodell, 1522
- Faltung, komplexe, 203
- Farbregisterfehler, 1473, 1490
- Feder, 1189, 1205
- feedback
 - compensator, 1247, 1282
 - filter, 1246
- Fehler
 - ausregelbar, 313
 - dynamisch, 321
 - nicht ausregelbar, 317
 - Operationsverstärker, 324
 - Sensor, 313
 - Soll-Ist-Vergleich, 319, 323, 329
 - Sollwertgeber, 327
 - statisch, 321, 323
 - Tachogenerator, 328
- Fehleranalyse, 1660
- Fehlereinflüsse, 313
 - Verringerung, 353
- feldorientierte Betrachtungsweise, 1028
- Feldorientierte Regelung
 - Eigenschaften, 539
 - Prinzip, 531
 - Feldorientierte Regelung
 - Signalfußplan, 534
- Feldorientierung, 1029
- Feldschwächbetrieb ASM, 618
- Feldschwächbereich, 290
- Feldschwachregelung mit Ruckkopplung, 1120
- Feldschwächung, 702, 1074
 - dynamische, 710
- Feldschwächung unter Strom- und Spannungsbegrenzung, 1107
- Ferrite, 1087
- Filter, 1568

- filter, bandstop, 1285
- Finite Impulse Response, 1155
- Finite Impulse Response Model, 1161
- finite pulse duration, 399
- Finite-Differenzen, 1661
- Finite-Elemente-(FE-)Methode, 1665
- Finite-Elemente-Methode, 1665
- Finite-Volumen, 1661
- FIR-Modell, 1173
- Fluß
 - ermittlung, 1041
 - komparator, 703
 - rechner, 1050
 - regelung, 1063
 - im Feldschwächbereich, 1064
 - regler, 1050
 - schwellenregelung, 704
 - verkettung, 988
 - winkel, 1049, 1051
- Flussvariable, 1304
- Formeln
 - Cardanische, 251
- Freiheitsgrad, 179
- Freilauf, 1399, 1402
- frequency, sweep, 1286
- Frequenzen
 - tief, 916
- Frequenzgang, 10, 11
 - Symmetrisches Optimum, 63
- Frequenzkennlinie, 34
- Führungs-
 - eingangsvektor, 787
 - fehler, 83
 - frequenzgang, 41
 - glättung, 96
 - Meßwertglättung, 52
 - Symmetrisches Optimum (SO), 62
 - größe, 3, 28
 - größenkorrektur, 792, 800, 804–806, 815, 821, 827, 832
 - übertragungsfunktion, 27, 789, 790, 798, 799, 816, 824–826, 832
 - mit Zählerpolynom, 101
 - verhalten, 786, 789–791, 814, 824–826, 831
- Galerkin-Methoden, 1661

- Gantt-Diagramm, 726, 727
- geberlose Drehzahlregelung, *siehe*
sensorlose Drehzahlregelung
- Gebietsidentifikation, 418
- Gegeninduktivitäten, 989
- Gegenspannung
 - Gleichung, 775
 - Raumzeiger, 774
- Genauigkeit, 313, 321
 - absolute, 340
 - differenzielle, 340
- Generator, 1567
- Generatordrehzahl
 - Regelung, 1584
- Geräuschemission, 778, 809
- Gesamt-Schnittregisterfehler, 1493
- Gesamtübertragungsdynamik, 730
- Gesamtstreckendynamik, 731
- Geschwindigkeitsalgorithmus, 233
- Getriebe, 1189, 1203, 1226
- Glättungszeitkonstante, 813, 829
- Gleichspannungswandler, 337
- Gleichrichterkreis, 1384
- Gleichstrommaschine
 - Ankerstromregelung, 262
 - Anti-Windup-Regler, 282
 - Contiflux-Regelung, 296, 300
 - Drehzahlregelung, 275
 - direkte, 283
 - mit Strombegrenzungsregelung,
285
 - mit Stromsollwertbegrenzung, 279
 - EMK-Aufschaltung, 263
 - EMK-Bestimmung, 264
 - Erregerstromregelung, 294
 - Feldschwächbereich, 290
 - Lageregelung, 286
 - Nebenschlußmaschine, 1024
 - Optimierung
 - des Ankerstromregelkreises, 267
 - des Drehzahlregelkreises, 276
 - Regelung, 261
 - Sammelschienenantrieb, 296, 297
 - spannungsabhängige Feldschwächung,
296, 301
- Gleichung
 - charakteristische, 27
 - Park'sche, 1056
 - Parseval-, 203
- Gleichungsfehlermodelle, 1155
- Gleitschlupf, 1498
 - generatorischer Betrieb, 1499
 - motorischer Betrieb, 1499
- Gleitzone, 1475
- globaler Fehlerschätzer, 1659
- Gradientenabstiegsverfahren, 1185
- Grenzyklen, 167
- Grenzyklus, 158, 167, 437
- Grundgleichung, 26
- Grundgleichungen, 888
- GTO-Thyristor
 - idealer, 1384, 1389
- Gütefunktional, 108
- Gütekriterium, 108, 233
- Gyrator, 265

- Haftzone, 1475
 - aktive, 1475
- Hallsensor, 334
- Halteglied, 197
- harmonic instability, 435
- Harmonische
 - Auswertung, 940
- Hauptfeldspannung, 1019
- Hauptinduktivitäten, 989
- hidden oscillation, 236
- HIL-Regelkreis, 125, 127
- Hilfsstellgrößen, 119
- Hooke'sche Gesetz, 1477
- Hurwitz
 - Kriterium, 38
 - Polynom, 166
- Hybride Feldschwachregelungsstruktur,
1120
- Hyperstabilitätskriterium, 909
- Hysterese
 - Kennlinie, 1088
- Hysterese-Stromregler, 624

- Ideale Schaltelemente, 1382
- Identifikation linearer dynamischer
Systeme, 1150
- Identifikationsbeispiele, 1168
- IMC-Regelung, 125
- Impulsfolge, 197

- Index einer DAE, 1353
- indirekt
 - Regelverfahren
 - Klassifizierung, 736
- INFORM, 948
- Injektion
 - alternierend, 955
 - beliebig, 958
 - rotierend, 951
- Inkrementalgeber, 332, 344
- Integralanteil, *siehe* Integrierer
- Integrationsbeiwert, 789, 792, 798, 800, 813, 825, 831
- Integrator, *siehe* Integrierer
- Integrierer, 786, 788, 790, 791, 813–816, 821, 831, 832
 - Ausgangsgröße, 786
 - Ausgangsgröße, 790, 803
 - ausgangsgröße, 815, 826
 - ausgangsgrößenreduktion, 815
 - Drehzahlregler-, 821
 - Statorstromregler, 786
- interferometrische Geber, 339
- Internal Model Control, 125
- Interpolation, 343
- Istwert, 29
- Istwertgeber, 353

- Jacobi-Matrix
 - reguläre, 1345
 - singuläre, 1351
- Jordan'sche Normalform, 1363, 1411
- Jordansche Normalform, 138

- Kalman-Filter, 151, 933
 - erweitertes, 934
- Kaskadenregelung, 120, 811
- Kaskadenstruktur, 772, 811
- Kettenstruktur, 22
- Klassifikation Modelstrukturen, 1154
- kleinste Quadrate, 1179
- Klemmstelle, 1475
- Kompensation, 752
 - große Zeitkonstante T_1 , 49
 - mittlere Zeitkonstante T_2 , 74
 - Nennerpolynom, 240
- Kompensationsregler, 234
- Kompensationsstromwandler, 334

- komplexer Zeiger, 1019
- Konstanz, 321
- Kontinuierliche Fertigungsanlagen, 1412
 - Antriebe, 1422
 - Bahnkraftregelung, 1433
 - Dämpfungsfaktor, 1427
 - Dezentrale Beobachter, 1459
 - allgemeines Störmodell, 1460
 - Informationsaustausch, 1467
 - Parameteränderungen, 1465
 - spezielles Störmodell, 1462
 - erweitertes Teilsystem, 1461
 - Nenndehnungsänderung, 1466
 - Reibungsänderung, 1467
 - Dezentrale Entkopplung, 1452
 - Gütekriterium, 1455
 - Modaltransformation, 1454
 - verkopplungsorientierte Zustandsbeschreibung, 1453
 - Dezentrale Regelung, 1448
 - Drehzahlregelung, 1428
 - mit Entkopplung, 1431
 - nichtschwingfähiges System, 1429
 - ohne Entkopplung, 1430
 - schwingfähiges System, 1430
 - Entkopplungsbeobachter, 1432
 - Durchtrittsfrequenz, 1430
 - Dynamik des Teilsystems, 1425
 - Eigenkreisfrequenz, 1427
 - Kontinuitätsgleichung, 1416
 - Koppelgrößen, 1448
 - linearer Signalflußplan, 1421, 1423
 - Linearisierung, 1420
 - Mechanik, 1421
 - Modellierung des Systems, 1413
 - nichtlinearer Signalflußplan, 1419
 - Normierung, 1416
 - Regelbarkeit der Bahnkräfte, 1424
 - Registerfehler, 1436
 - Druckzylinder, 1437
 - dynamisches Verhalten, 1441
 - Farbregister, 1437
 - Linearisierter Signalflußplan, 1441
 - Linearisierung, 1439
 - Registerfehlerregelung, 1445
 - Registerfehlerzeitkonstante, 1440
 - Registermarken, 1437

- Winkelregelung, 1445
- Regler und Beobachter, 1469
- Stillstand, 1425
- Stoffbahn
 - Bahnzeitkonstante, 1420
 - Elastizitätsmodul, 1415
 - Hook'sches Gesetz, 1415
 - isotrop, 1415
 - orthotrop, 1415
 - Querdehnzahl, 1415
 - Spannung-Dehnung, 1414
- Zustandsregelung, 1446
 - Gütefunktion, 1446
- Zustandsregelung mit Beobachtern, 1469
- Koordinatensystem, 467, 468, 774, 778, 782, 784, 785, 803
 - allgemeines, 468, 472, 497
 - d-q-, 774
 - flussfest, 632
 - Hilfs-, 687
 - rotierend, 783, 785, 792, 800, 803, 804
 - rotorfest, 468, 777
 - rotorflussfest, 775
 - rotorflussfestes, 774
 - statorfest, 467, 626, 633, 780
 - Umrechnung, 469
- Kopplung
 - elastisch, 1188, 1199
 - hart, 1193, 1199
 - mit Arbeitsmaschine, 1188
 - starr, 1188, 1192, 1193, 1199
 - weich, 1194, 1200
- Kostenfunktion, 108, 111
- Krämer-Wandler, 336
- Kreiskriterium, 167
- Kreisstruktur, 23
- Kreuzkopplung, 722
- Kronecker-Normalform, 1363, 1411
- Krylov-Unterräume, 1659
- Kupplung, 1399, 1400
- Längsreaktanz
 - subtransient, 1006
 - transient, 1006
- Längenbilanz, 1525
 - Linearisierung, 1526
- Läufer, *siehe* Rotor
- Lageregelung, 286
- Lagerreibung, 1399, 1400
- Lagrange-Funktion, 1095
- Lanczos-Verfahren, 1659
- Laplace-Bereich, 7
 - Transformationstabelle, 208
- LAR, 1245
 - design, 1246
 - multi-frequency, 1252
 - positioning, 1265, 1267
 - stability, 1249
 - tuning, 1248, 1265
- Lastmoment, 813, 820, 821, 827
 - -sprung, 829
 - sprung, 818
- Lateralverhalten, 1521, 1522
- Least Squares Algorithmus, 1179
- Least Squares Verfahren, 1179
- Leistungsberechnung, 1555
- linear active resonator, *siehe* LAR
- lineare Lernverfahren, 1156
- Linksverschiebung, z-Transformation, 200
- Longlife-Tachogenerator, 339
- Lose, 1188, 1226
- Lückbereich
 - Steuerkennlinie, 411
- Lückbetrieb, 404
- Luenberger-Beobachter, 147, 149, 910, 924
- Luftspaltfluß, 1042
 - Orientierung am, 1042, 1047
- LuGre-Reibmodell, 1615, 1632
- Lund-Grenoble Reibmodell, 1615
 - Abschließende Überlegungen, 1657
 - darstellbare Reibeffekte, 1636
 - dither signals, 1652
 - dynamisch, 1646
 - Modellierung, 1617
 - Rauschen, 1652
 - Reibungsidentifikation, 1654
 - Reibungskompensation, 1654
 - Reibungsmodellierung, 1624
 - Stetigkeit, 1646
 - Tribologie, 1625
 - vereinfacht, 1635

- Magnetisierung, 806
- Magnetisierungsstrom, 794, 1002
 - Ortskurve, 1053
- Magnetmaterialien, 1087
 - Alnico, 1087
 - Entmagnetisierung, 1090
 - Ferrite, 1087
 - Hysteresekennlinie, 1088
 - Seltene-Erden, 1087
- Massenbilanz, 1476, 1525, 1530
- MATLAB
 - `eig`, 1362
 - `place`, 114
 - `qz`, 1362
 - Reglerentwurf, 113
 - `roots`, 114
 - `schur`, 1366
 - `tzero`, 1362
- Matrix-Vektor-Multiplikation, 1659
- Matrixumrichter, 1038
- Maximales Moment pro Ampere, 1095
- Maximales Moment pro Volt, 1105
- MDOF, *siehe* multi-mass systems
- Meßwertglättung
 - Betragsoptimum (BO), 52
- Mehrgrößen-Zustandsregelung, 869
- Mehrgrößenregelung, 867
- Mehrmassensysteme, 1220
- Meßfehler, 929
- Messignal
 - begrenzt, 186
- Messübertragungsfunktion, 816
- Messzeitkonstante, 814
- Methode der kleinsten Quadrate, 910, 1179
- Missing-Point-Technik, 1660
- modale Zustandsregelung, 145
- Modelica, 1310–1320, 1368
 - Abtastregler, 1369
 - **algorithm**, 1372
 - Automatikgetriebe, 1402
 - Beispiel, 1311
 - **block**, 1318
 - Bremsenmodell, 1399
 - **change()**, 1380
 - **der()**, 1315
 - **edge()**, 1380
 - **equation**, 1312
 - Ereignisiteration, 1381
 - Ereignissynchronisierung, 1375
 - Freilaufmodell, 1399
 - **function**, 1318
 - ideales Diodenmodell, 1384
 - ideales GTO-Thyristormodell, 1384
 - ideales Thyristormodell, 1384
 - Impulse, 1377
 - **initial()**, 1380
 - Kupplungsmodell, 1399
 - Lagerreibungsmodell, 1399
 - Neuinitialisierung von Zuständen, 1376
 - **noEvent()**, 1380
 - **noEvent()**, 1374
 - **package**, 1318
 - **parameter**, 1315
 - **partial**, 1315
 - **pre()**, 1380
 - **pre()**, 1370
 - **record**, 1318
 - **redeclare**, 1317
 - Reibmodell, 1395
 - **reinit()**, 1380
 - **reinit()**, 1376
 - **replaceable**, 1317
 - **sample()**, 1380
 - **sample()**, 1370
 - **smooth()**, 1380
 - **smooth()**, 1374
 - Standardbibliothek, 1320
 - **terminal()**, 1380
 - **type**, 1313
 - unstetige Systeme, 1373
 - **when**, 1370
 - Zustandsereignis, 1373
- Modell
 - adaptiv, 908
 - nichtlinear, 1591
- Modell der Asynchronmaschine, 579
 - linearer Parametereinfluss, 579
- modellbasierte Regelung, 124
- Modellbildung, 720
 - $I_1\Omega_L$ -Modell, 548
 - $I_1\beta_L$ -Modell, 545
 - $U_1I_1\Omega_L$ -Modell, 553

- $U_1 I_1$ -Modell, 549
 - $U_1 \Omega_L$ -Modell, 554
 - Aufgabe, 539
 - Strommodell, 541
 - Parameterempfindlichkeit, 543
 - Modellierung
 - zeitdiskret, 731
 - Modellstruktur, 1155
 - modifizierte Abtastung, 443
 - Modulationsverfahren, 633
 - Grundfrequenztaktung, 633
 - Pulsweitenmodulation, 637
 - Sinus-Dreieck-Modulation, 637
 - Unterschwingungsverfahren, 637
 - Moment-Matching-Verfahren, 1659
 - Momentanleistung, 1556
 - Momentpulsationen, 1085
 - Moving Average, 1155
 - MRAS, 910, 914
 - Blindleistung, 922
 - EMK, 919
 - Fluß, 920
 - multi-mass systems, 1258
 - multi-resonance, 1252

 - Nachstellzeit, 814
 - Nass-in-Nass-Druck, 1483
 - Netzwerk
 - maschinenseitig, 1580
 - netzseitig, 1575
 - neuronal, 937
 - neuronal Netze, 937
 - nichtlineare Abtastung, 669
 - nichtlineare Systeme, 1660
 - Nichtlinearität, 158, 1188, 1220
 - nichtparametrische
 - Identifikationsverfahren, 1151
 - nichtsynchrone Abtaster, 223
 - Nullkomponente, 985
 - Nullspannungsraumzeiger, 700, 716
 - Nullstelle
 - instabil, 255
 - Nullstellen, 1411
 - Nutenquerfelder, 985
 - Nyquist-Kriterium, 31

 - Oberwellen
 - Kompensation, 966
 - mehrdimensional, 968
 - OBF-Modell, 1175
 - Objektdiagramm, 1301–1305
 - Observability Gramians, 1659
 - OE-Modell, 1173
 - Optimalitätssystem
 - Diskretisierung, 1679
 - Optimalsteuerproblem, 1677
 - quadratisch, 1677
 - Optimierte Pulsverfahren, 667
 - Dead-Beat-Pulsmustererzeugung, 693
 - On-line optimierte Pulsmustererzeugung, 669
 - Prädiktive
 - Dead-Beat-Stromregelung, 694
 - Stromregelung, 686
 - Raumzeiger-Hystereseverfahren, 676
 - raumzeigerbasierte
 - Hystereseregulation, 676
 - Stromregelung, 672
 - Spannungsraumzeigermodulation, 667
 - Zweipunkt-Hystereseregulation, 669
- Optimierung
- am offenen Kreis, 41
 - Ankerstromregelkreis, 267
 - Regler
 - bei Abtastsystemen, 232
 - nach Gütekriterien, 233
- Optimierungskriterien
- Betragsoptimum (BO), 50
 - Dämpfungsoptimum, 95, 96
 - Symmetrisches Optimum (SO)
 - Allgemein, 65
 - Standard, 62
- Optimierungsproblem, 1095
- Optimierungstabelle, 81
- Optimierungsverfahren
- Anwendung, 261
 - verallgemeinerte, 88
- Ordnungsreduktion, 1220, 1226
- Orthonormal Basis Function, 1155
- Orthonormal Basis Function Model, 1163
- Ortskurve, 13
- oszillatorische Instabilität, 438
- Output Error, 1155
- Output Error Model, 1158

- Oversampling-Verfahren, 786
- P-Regler
 - resonanter, 84
- Parallelstruktur, 23
- Parameterbestimmungen mit
 - Parameterschatzverfahren, 576
- Parameterempfindlichkeit, 40
- Parameteroptimierung, 108
 - Kriterien
 - IAE, 108
 - ISE, 108
 - ITAE, 108
 - ITSE, 108
- Parameterschätzung, 928
- Parameterschätzungen bei nichtlinearem
 - Parametereinfluss, 592
- Parameterschätzungen im Leerlauf, 591
- Parameterschätzungen im Stillstand, 583
- Parameterschätzungen mit
 - Erweitertem-Kalman-Filter, 600
- Parameterschätzungen mit
 - Frequenzgangen, 609
- parametric plot, 1251
- parametrische Identifikationsverfahren, 1151
- Park'sche Gleichung, 1056
- Park-Transformation, 1554
- Parseval-Gleichung, 203
- Partialschlupf, 1501
- passive absorber, 1244
- Passivität, 1659
- PCC, 1567
- PDF-Regler, 1076
- Permanentmagnet, 1071
- Permanentmagnetenergte
 - Synchronmaschine, 1069
- Feldschwächbereich, 1083
- mit Reluktanzeinflüssen, 1091
- Raumzeigerdiagramme, 1073
- Rechteckförmige Stromeinprägung, 1079
- Rechteckförmige Stromeinprägung, 1078
- Regelung
 - ohne Reluktanzeinflüsse, 1075
 - Permanentmagnetenergte Synchronmaschine
 - Signalflußplan, 1072
 - Signalflußplan, 1069
- permanentmagnetenergte
 - Synchronmaschine, 773, 776–778, 783, 785, 786, 812, 813
- Phasen
 - durchtrittsfrequenz, 42, 45
 - fehler, 1044
 - gang, 15
 - rand, 33
 - regelkreis (PLL), 362
 - schieber, 990
- Phasen-Kriterium, 167
- Phasenfehler, 85
- physikalische Zustandsdarstellung, 136
- PI-Drehzahlregler, 817
- PI-Regelung
 - Auslegungsstrategie, 740
- PI-Stromregler, 808
- PLL, 1573
- PM-Maschine, *siehe*
 - Permanentmagnetenergte Synchronmaschine
- PM-Maschine mit Reluktanzeinflüssen, 1091
- POD-Galerkin
 - implizites Eulerverfahren, 1674
- POD-Galerkin-Approximation, 1682
- POD-Methode, 1668
- Pol, 790, 798, 825
 - Vorgabe, 785
- Polarität, 972
- Pole, 1411
- Polfesselung, 483, 848
 - Beobachter, 854
 - Regler, 858
- Pollagen, 734
- Polrad, 986
- Polradspannung, 1003, 1019, 1074
- Polradspannungsraumzeiger, 776
- Polverschiebung, 156
- Polynomkoeffizient, 825
- Positionsgeber
 - interferometrisch, 339
 - Interpolation, 343

- kapazitiv, 345
- magnetisch, 343
- optisch, 344
- Positionsmessung
 - digital, 331
- Positionregelung, 340
- Potentialvariable, 1304
- Prädiktive Stromführung, 422
- PRC, 848, 858
- Primärkörper, 1237
- PRO, 855
- Proper Orthogonal Decomposition (POD), 1659, 1660, 1668
- Proper Orthogonal Decomposition POD, 1668
- Proportional
 - -glied, 813
 - beiwert, 815, 818, 827
 - pfad, 831
 - verstärkung, 813, 815, 816
- Proportionalbeiwert, 789, 798
- Pulsphasenmodulator, 396
- Pulsweitenmodulation, 772, 773, 778–780, 803, 807, 809

- q-Modell, 1501
 - dynamisch, 1505, 1534
 - Ableitung, 1534
 - nichtrekursiv, 1504
 - rekursiv, 1503
 - Schnittregisterfehler, 1507
 - stationär, 1502
- quasikontinuierlicher Reglerentwurf, 229
- Querreaktanz
 - subtransient, 1006
 - transient, 1006
- Querschnitt
 - entspannt, 1477
- Querstromsollwert, 831
 - korrigierter, 815

- rampenförmige Anregung, 83, 130
- Rampengenerator, 830, 833
 - Drehzahlsollwert-, 818
- Rampensollwert, 834
- random vibrations, 1287
- Raumzeiger
 - Nullspannungs, 700, 716
 - Statorfluß, 702
 - Theorie, 463
- Raumzeigerdifferenzengleichung
 - Statorstrom, 795
 - Statorstromraumzeiger, 784
- Raumzeigerdifferenzialgleichung, 773
 - Statorstrom, 777
 - Statorstromraumzeiger, 776
- Raumzeigerzustandsdifferenzengleichung, 786
- Raumzeigerzustandsgröße, 785
- Rechenregeln Signalfussplan-Algebra, 24
- Rechentotzeit, 783–787, 791–795, 797, 799–802, 804–809, 812, 817, 821–823, 832, 834
 - Modellierung, 805
- Rechenzeit, 783
- Rechtsverschiebung, z-Transformation, 200
- Reduced-Basis-Methode, 1667
- Reduced-Basis-Methoden, 1660
- Reduktion hochdimensionaler Systeme, 1659
- reduziertes Modell, 1673
- Referenzmodell, 814–817, 827, 828, 908
- Regelabweichung, 28
- Regeldifferenz, 2
- Regelgesetz, 786, 789–791, 798, 799, 804, 808, 820, 825, 831
 - Zustand, 785, 790, 795
 - Zustands-, 823
- Regelgröße, 28
- Regelkreis, 2
 - Beobachterstruktur, 165, 182
 - mit Stromsollwertbegrenzung, 279
 - offen, 29
 - Stromrichterstellglied, 396
 - zwei Freiheitsgrade, 179, 181, 187
- Regelkreisstabilität, 804
- Regelkreisstrukturen, 117
 - Begrenzungsregelung, 117
 - Conditional Feedback, 124
 - Hilfsstellgrößen, 119
 - Internal Model Control, 125
 - Kaskadenregelung, 120
 - Smith-Prädiktor, 127

- Störgrößenaufschaltung, 118
- Vorsteuerung, 128
- Regelkreissynthese, 456
- Regelung, 28
 - Ausgangsgröße, 1
 - digitale, 227
 - Eigenschaften, 4
 - Flußschwelle, 704
 - fremderregte Synchronmaschine, 1050, 1068
 - feldorientiert, 1050
 - Führungsgröße, 3
 - geberlos, 882
 - Gesamt-Schnittregisterfehler, 1519
 - Grundbegriffe, 1
 - IMC, 125
 - indirekte Statorgrößen, 712
 - mit Streckentotzeit, 127
 - modellbasiert, 124
 - ohne Drehzahlsensor, 882
 - Regeldifferenz, 2
 - Schaltfrequenz, 703
 - sensorlos, 882
 - Stellgröße, 1
 - Störgröße, 1
 - Stromausgleich, 713
- Regelungs-Normalform, 136
- Regelungseigenwert, 786, 788, 789, 791, 792, 794, 795, 797, 806, 812, 824
- Regelungsentwurf
 - zeitdiskret, 761
- Registerfehler
 - Seiten-, 1521
- Regler mit endlicher Einstellzeit, *siehe* Dead-Beat-Regler
- Regler-Windup, 159
 - Vermeidung, 161, 163
- Reglerauswahl, 74
- Reglerentwurf
 - auf endliche Einstellzeit, 236
 - Beispiel, 110
 - Gütefunktional, 108
 - MATLAB, 113
 - mit Stellgrößenvorgabe, 242
 - ohne Stellgrößenvorgabe, 238
 - quasikontinuierlicher, 229
- Reglerintegrator, 788, 791, 815, 831
- Reglerkoeffizient, 785, 790–792, 800, 805, 820, 825, 826
 - Zustands-, 820
- Reglervektor, 785, 789, 825
 - Bestimmungsgleichung, 798
- Reibung, 1188, 1226, 1389–1404
- Reibungsidentifikation, 1654
- Reibungskompensation, 1654
- Reibungsmodellierung, 1624
- Reihenschaltung, 22
- rekursiver Algorithmus, 233
- Rekursiver Least Squares Algorithmus, 1182
- Reluktanz, 1075, 1091
- Reluktanzmaschine
 - Antriebskonfigurationen, 1136
 - Aufbau, 1124
 - Fehlerfall, 1149
 - geschaltet, 1124
 - Optimierung, 1144
 - Regelung, 1140
 - Drehmoment, 1140
 - Drehzahl, 1140
 - sensorlos, 1143
 - Reluktanz-Netzwerk, 1148
 - Umrichterschaltungen, 1135
 - Verlustmodellierung, 1147
 - Zwischenkreiskapazität, 1144
- Reluktanzmaschine, geschaltete, 1092
- Reluktanzmoment, 990, 1009, 1012, 1017
- Remanenzinduktion, 1089
- remote absorption, 1265, 1272, 1277
- resonant absorbers, 1245
 - delayed, 1245
 - linear active, 1245
 - multi-frequency, 1245, 1252
- Resonanter P-Regler, 84
- Resonanzkreisfrequenz
 - variabel, 86
- Riccati-Gleichung, 934
- ripple instability, 453
- RLS-Algorithmus, 1177
- robust stability, *siehe* degree of stability
- Rollen-Offsetdruckmaschine
 - Funktionsweise, 1474
- Rollen-Rotationsdruckmaschinen, 1472

- Rotationsdruckmaschinen, 1472, 1483
- Rotorfluß, 1042
- Rotorflussraumzeiger, 774
- Rotorzeitkonstante, 774
- Routh-Kriterium, 38, 39
 - Beispiel, 40
- Rückkopplung, 23
- rückwirkungsfreie Schnittstelle, 9, 23, 29
 - mechanisch, 1323, 1407
 - rückwirkungsfrei, 9, 23, 29
 - Rohrströmung, 1407
 - Rohrströmungen, 1326
 - rotatorisch, 1407
 - Signal, 1407
 - Signalbus, 1407
 - thermisch, 1325, 1407
 - translatorisch, 1407
 - Zustandsmaschine, 1407
- Schurform, 1366, 1411
- Schwingungsdämpfung, 1237
 - aktive, 1241
 - passive, 1238
- SDOF system, 1247
- Seiten-Registerfehler, 1521
- Seitenkantenverhalten
 - siehe Lateralverhalten, 1521
- Seltene-Erden, 1087
- Sensor-Begrenzung, 184
- sensorlose Drehzahlregelung, 882
 - adaptive Verfahren, 908
 - Auswertung von Harmonischen, 940
 - direkte Schätzung der Drehzahl, 903
 - erweitertes Kalman-Filter, 934
 - Grundgleichungen, 888
 - Kalman-Filter, 933
 - Luenberger-Beobachter, 924
 - MRAS, 914
 - Blindleistung, 922
 - EMK-Berechnung, 919
 - Fluß, 920
 - tiefe Frequenzen, 916
 - neuronale Netze, 937
 - nichtadaptive Verfahren, 891, 895
 - Flußgleichungen, 899
 - Sollgrößenansatz, 901
 - Zustandsschätzung, 923
- Separationsprinzip, 150
- Separationstheorem, 820
- seriell-paralleles Modell, 1158
- Servoantrieb, 1081
- Shannon-Theorem, 198, 217
- Shuntwandler, 337
- Signalübertragung
 - störsichere, 355
- Signalflussplan, 6
- Sättigung, 1134
- Sättigungseffekte, 622
- Sammelschienenantrieb, 296, 297
- Sättigungsindikator, 187, 190
- Schätzung
 - Anisotropie, 943
 - direkt, 903
- Schätzung der Drehzahl, 903
- Schätzverfahren, 883
- Schaltfrequenz, 779, 792, 809, 810, 826
- Schaltfrequenzregler, 703
- Schaltintervall, 779
- Schaltperiode, 772, 773, 779, 793
- Schenkelpolmaschine, *siehe*
 - Synchron-Schenkelpolmaschine
- Schlupf, 1025
 - Definition, 493
- Schnittregisterfehler, 1473, 1493
 - allgemein, 1490
 - Bahnzugkraft, 1512
 - Druckzeitpunkt, 1524
 - Führungssprungantwort, 1518
 - gesamt, 1473
 - Gesamt-, 1493
 - Kaskadenregelung, 1511
 - Längenbilanz, 1525
 - Modell, 1492
 - q-Modell, 1507
 - Schnittregisterfehler, 1512
 - Störungsverhalten, 1519
 - Teil-, 1489, 1493, 1494
 - Vergleich, 1493
 - Zeitkoordinate, 1531
 - Zusammenfassung, 1522
 - Zweigrößenregelung, 1512
- Schnittstellen
 - elektr. digital, 1407
 - elektrisch, 1323, 1407

- Rechenregeln, 24
- Signalverarbeitung, digitale, 196
- Simulationssoftware
 - Dymola, 1293
- SIMULINK
 - Modularisierung, 1295
- single DOF system, 1247
- Singulärwertzerlegung, 1660
- Smith-Prädiktor, 127
- Snapshots, 1659
- Sollwertbegrenzung, 160
- Sollwertfilter, 786, 831, 832
- Sollwertglättung, 74
 - äquivalente, 101
 - Meßwertglättung, 52
 - Symmetrisches Optimum (SO), 62
- Sollwertpfad, 815
- spannungsabhängige Feldschwächung, 301
- Spannungsgrenze, 803, 815, 829
- Spannungskompensation, 1121
- Spannungsmessung, 337
- Spannungsmodell, 1041
 - als Gleichgrößenmodell, 1045
 - als Wechselgrößenmodell, 1042
 - polares, 1044
- Spannungswechselrichter, 803
- Spannungszwischenkreisumrichter, 779
- spezielle z -Transformierte, 443
- Sprungantwort, 7
- Stoerterme
 - netzseitig, 1576
- Stabilität, 29
 - Abtastsystem, 212
 - Übertragungsfunktion, 36
- Stabilitätsgrenze, 30
- Stabilitätskriterium nach Nyquist, 31
- Stabilität, 1659
- stability
 - absorber, 1249
 - degree of, 1252
- Ständer, *siehe* Stator
- Standard-Optimierungsverfahren, 46
- Standard-PI-Drehzahlregler, 814
- Standard-PI-Regler, 814, 817, 827, 828, 831
- Standardfunktion des DO, 90
- Statordurchflutung, 989
- Statorfluß, 700, 1042
 - raumzeiger, 702
- Statorflussdifferenzialgleichung, 776
- Statorfrequenz, 792, 806, 807
- Statorgrößen-Regelung
 - indirekte, 712
- Statorspannung, 779
 - Raumzeiger, 780, 782
- Statorstrom-Regelung, 835
- Statorstromistwertraumzeiger, 790
- Statorstromraumzeiger, 774, 780, 788, 798
 - Differentialgleichung, 776, 777
 - Differenzgleichung, 784, 795
 - Verlauf, 774
 - Zustandsdifferenzgleichung, 786, 795
 - Zustandsdifferenzialgleichung, 778
- Statorstromregelkreis, 774, 795, 797, 800, 812, 820–822, 824, 825
 - Einschwingzeitkonstante, 794
- Statorstromregelstrecke, 773–778, 783–785, 787, 788, 791, 799
- Statorstromregelstreckenmodell, 778, 783, 795
- Statorstromregelung, 773, 794
 - Direkte Stromregelung, 630
 - Indirekte Stromregelung, 631
 - Regelstrecke, 626
 - Stellglied, 626
- Statorstromregelverfahren, 807
- Statorstromregler, 780, 808, 815, 826
 - -entwurf, 825
 - Entwurf, 774, 776, 795
 - Integrator, 786
- Statorstromsollwert
 - Korrektur, 803
 - Querkomponente, 792
 - Raumzeiger, 790, 798, 804, 806
 - Vorgabe, 792
- Statorstromzustandsregelung, 772, 807
 - Vergleich Stromregelverfahren, 807
- Statorstromzustandsregler, 772, 773, 784, 786, 791–794, 796, 800, 801, 805–809, 826
 - Entwurf, 786, 795
- Statorzeitkonstante, 776

- Stellamplitude
 - Stellgeschwindigkeit, 173
- Stellbegrenzung, 158, 160, 165
 - im Regelkreis, 158
- Stellgeschwindigkeit
 - begrenzt, 173
 - Ersatzmodell, 175
 - Simulationsmodell, 174
- Stellgröße, 1, 28
- Stellgrößenbegrenzung, 791, 792, 799, 800, 803–806, 815, 817, 827, 832
- Stellsignal
 - begrenzt, 160, 165
- Steuerbarkeit, 140, 141, 1411
- Steuerbarkeitsmatrix, 788, 796, 823
- Steuereingangsvektor, 787
- Steuerspannung, 779, 780, 783, 784, 791
 - Berechnung, 783, 784
 - Phasen, 803
 - Raumzeiger, 780, 783, 784, 795, 803, 804, 806, 809
 - Raumzeigerbetrag, 803
 - Verlauf, 779
- Steuerung, 1
- Steuerverfahren, 1108
- Störeingangsvektor, 787
- Störfrequenzgang, 45
- Störgröße, 1
- Störgrößenaufschaltung, 118
- Störgröße, 774, 776, 778, 782, 790, 791, 799, 804, 815, 821
 - Aufschaltung, 791
- Störgrößenaufschaltung, 799
- Störschutzmaßnahmen, 356
- Störübertragungsfunktion, 27
- Störung
 - differenzielle, 394
- Störverhalten, 791, 817, 827
- Storverhalten, 187
- Strecken-Windup, 162
 - Vermeidung, 167
- Streckenbeschreibung
 - zeitdiskret, 732
 - zeitkontinuierlich, 732
- Streckendynamik
 - zeitkontinuierlich, 732
- Streckentotzeit, 127
- Streckenübertragungsfunktion, 813, 816
- Streckenwindup, 158, 167
- Streckenzustandsdifferenzgleichung, 791
- Streuinduktivitäten, 989
- Strom-Sollwerterzeugung, 1114
- Stromausgleichsregler, 713
- Strombegrenzung, 160, 826, 828
- Stromdynamik, 721
- Stromlücken, 1077
- Strommessung, 334
- Strommodell, 543, 1051
 - der Schenkelpolmaschine, 1048
 - dynamische Fehler, 1063
 - statische Fehler, 1063
- Stromregelkreis, 804, 808, 811, 812, 814, 819
 - -dynamik, 823
 - Einschwingzeitkonstante, 802, 807–809
- Stromregelstrecke, 776
- Stromregelung, 262, 719
 - adaptiv, 408
 - EMK-Aufschaltung, 264
 - EMK-Bestimmung, 264
 - netzseitig, 1572
- Stromregelverfahren, 626, 719
 - Drehfeldmaschinen, 719
- Stromregler, 777, 786, 794, 803, 808
 - -entwurf, 811
 - Ausgangsgröße, 793
 - Entwurf, 785
 - PI, 808
 - Struktur, 777
- Stromrichter
 - Abtasttheorie, 394
 - adaptive Stromregelung, 409
 - Approximation
 - Überprüfung, 449
 - vereinfachte, 363
 - Vergleich verschiedener, 441
 - Ausgangsspannung, 360
 - B6-Brücke, 360
 - Beschreibungsfunktion, 425
 - Betriebszustände, 410
 - differenzielle Störung, 397
 - dynamische Symmetrierung, 384, 420
 - dynamische Unsymmetrie, 378

- Ersatz-Totzeit, 387
- Ersatzsystem, 365
- erweiterte Wartezeitformel, 371
- Grenzyklusuntersuchung, 435
- Großsignalverhalten, 368
- Laufzeitnäherung, 383
- lückender Strom, 403
- Modell-Abtastsystem, 402
- netzgeführt, 359
- prädiktive Stromführung, 422
- Regelkreis mit, 394
- Stabilitätsuntersuchung, 449
- Steuerkennlinie, 362, 411
- Steuerwinkel
 - abnehmender, 367, 369
 - zunehmender, 368, 374
- Synthese von Regelkreisen, 456
- Wurzelortskurve, 451
- Zündwinkel, 360
- Stromrichtermotor, 1033
- Stromverdrängung, 985
- Stromzustandsregelung, *siehe*
 - Satorstromzustandsregelung772
- Stromzustandsregler, *siehe*
 - Satorstromzustandsregler773
- Stromzustandsreglerentwurf, *siehe*
 - Satorstromzustandsreglerentwurf786
- Strukturdiagramm, 1489
- strukturell inkonsistente DAE, 1358
- Strukturen
 - alternative, 153
- strukturvariable Systeme, 1382–1404
- Summenträgheitsmoment, 1191
- Summenzeitkonstante, 814
- support excitation, 1270
- switched reluctance machine, 1092
- Sylvesterkriterium, 1097
- Symmetrierfilter, 831, 832, 834
- symmetrisches Optimum, 814, 817–819, 829
- Symmetrisches Optimum (SO), 60
 - Anwendungen, 65
 - Ersatzübertragungsfunktion, 64
 - erweiterter Gültigkeitsbereich, 67
 - Führungsübertragungsfunktion, 62
 - Frequenzbereich, 67
 - Frequenzgang, 63
 - Optimierungskriterien, 62, 65
 - Phasenreserve, 67
 - Sollwertglättung, 62
 - Verwendung bei Abtastsystemen, 235
- Synchron-Schenkelpolmaschine
 - Bezugswerte, 991
 - mit Dämpferwicklung, 1004
 - Ersatzschaltbild, 1006
 - Gleichungssystem, 1004
 - Induktivität L_c , 1008, 1009
 - normierte Darstellung, 1006
 - Signalfußplan, 1004
 - ohne Dämpferwicklung, 986
 - Ersatzschaltbild, 1002
 - Gleichungssystem, 986
 - normierte Darstellung, 991
 - Signalfußplan bei
 - Spannungseinprägung, 997
 - Signalfußplan bei
 - Stromeinprägung, 999
- Synchron-Vollpolmaschine, 1010
 - Ankerstellbereich, 1030
 - asynchrones Moment, 1017
 - Feldorientierung, 1029
 - Feldschwächbetrieb, 1030
 - Gleichungssystem, 1010
 - Hauptfeldspannung, 1019
 - mit Dämpferwicklung, 1010
 - Feldorientierte Darstellung, 1020
 - Gleichungssystem, 1013
 - Induktivität L_c , 1014
 - Signalfußplan, 1016
 - Stromeinprägung, 1021
 - ohne Dämpferwicklung
 - Gleichungssystem, 1013
 - Signalfußplan, 1015
 - Steuerbedingungen, 1029
 - Polradspannung, 1019
 - Reluktanzmoment, 1012, 1017
 - Signalfußplan, 1010
- Synchronmaschine, 778, 985, 992, 1003
 - d-Achse, 986
 - Entkopplungsnetzwerk, 1029, 1030, 1034
 - feldorientierte Regelung, 1028, 1040, 1050
 - Feldorientierung, 1020, 1029

- Flußverkettungsgleichungen, 993
- fremderregt, 1065, 1067
- geführtes Spannungsmodell, 1059, 1061
- Hauptfeldspannung, 1003
- Kopplung zwischen Stator- und Erregerkreis, 992
- Kopplungsfaktor Rotor zu Stator, 993, 994
- Magnetisierungsstrom, 1002
- Momentpendelungen, 1081
- permanentmagneterregt, 776–778, 783, 785, 786
- permanentmagneterregte, 773, 812, 813
- Polradspannung, 1003
- Regelung, 1050
- Steuerung des $\cos \varphi$, 1065
- Streufaktor σ_E , 994
- Umschaltung der Modelle, 1058
- Synthese von Regelkreisen, 456
- Systemmatrizen, 787, 788, 796, 822, 823, 825
- Systemordnung, 788, 789, 797, 823–825
- systems, multi-mass, 1258

- Tachogenerator, 328, 338
- Tearing, 1349, 1350, 1385
- Teil-Schnittregisterfehler, 1512
 - Ableitung, 1493, 1518
- Thyristor
 - idealer, 1384, 1388
- Tiefpaßbedingung, 426
- Toleranzband, 717
- Torsionseigenfrequenz, 1191
- Torsionswinkel, 1202, 1205, 1211
- totzeitbehaftete Systeme, 55, 56
- Totzeitglied, 218
- Trajektorienplanung, 179
 - Nichtlineares Führungsgrosenfilter, 180–182, 190
 - nichtlineares Führungsgrosenfilter, 187
- Transformation
 - bilinear, 250
- Transformationsalgorithmen
 - BLT-Transformation, 1347
 - Tearing, 1349
- Transformationstabelle, 208
- Transitionsmatrix, 787, 824
- Transportstörung, 1477, 1478, 1496
 - Rekonstruktion, 1496
- Tribologie, 1625
- Turbinenleistung, 1560
- Turbinenmoment, 1563

- Übergangsfunktion, 7
- Überkreuzkopplung, 483
- Übersetzungsfaktor, 1189, 1203
- Übersetzungsverhältnis, 1226
- Übertragungsfunktion, 8
 - komplexwertig, 722
 - Stabilitätsprüfung, 36
 - von Abtastsystemen, 212
- umlaufendes Koordinatensystem, 987
- Umrichter, *siehe* Stromrichter
 - Modulationsverfahren, 633
 - Pulsweitenmodulation, 628
- Umschaltung der Reglerstruktur, 412, 417
- Umschlungene Walze, 1476, 1499
- Unsymmetrien, 985

- variationelle Formulierung, 1661
- Vektordreher, 1052
- Verbindung, *siehe* Kopplung
- Verdrehwinkel, 1205, 1210
- Verfahren
 - adaptiv, 908
 - nichtadaptiv, 891
 - Flußgleichungen, 899
 - Sollgrößenansatz, 901
 - Statorspannungsgleichung, 895
- Vergessensfaktor, 1184
- Verkopplung, 791
- Verkopplungsdynamik
 - Entkopplung, 747
 - Kompensation, 752
 - Regelung, 757
- Verkopplungsterm, 722
- Verlustminimierung, 1100
- Verstärkungsfaktor, 772, 774, 778, 791, 799
- Verzögerungszeit, 727
- Verzögerungszeit, 621
- vibration

- absorption, 1244
- isolation, 1269
- multi-resonant, 1252
- paper mill, 1283
- random, 1287
- seismic, 1270
- suppression, 1244
- Viskoelastizität, 1520
- Voreilung, 1478, 1496, 1497
- Vorfilterfaktor, 785, 790, 798, 825, 826
- Vorsteuerfaktor, 816
- Vorsteuerpfad, 818, 831–833
- Vorsteuerübertragungsfunktion, 832, 833
- Vorsteuerung, 128, 808, 830–834
 - Messströme, 739
 - Sollströme, 739
- Vorsteuerungsmaßnahme, 785

- Wärmeleitungsgleichung, 1661
 - schwache Formulierung, 1661
- Walze
 - umschlungen, 1476
- Wartezeit für sechspulsige Stromrichter, 450
- Wechselrichter, 778, 779, 782, 783, 792
 - Ausgangsgröße, 782
 - Ausgangsspannung, 778
 - Dreipunkt, 711
 - Spannung, 803
- Wechselstromwandler, 336
- Weierstrass-Normalform, 1363, 1411
- Welle, 1188
- Wicklung
 - dreisträngige, 985
 - zweisträngige, 985
- Windkraftanlagen, 1540
 - Back-to-Back Converter, 1569
 - Betz-Faktor, 1543
 - Blindleistung, 1557
 - Clarke-Transformation, 1553
 - Drehzahlregler
 - nichtlinear, 1587
 - Funktionsprinzip, 1541
 - Generator, 1567
 - Gesamtanlage, 1607
 - Kernkomponenten, 1546
 - Leistungsbeiwert, 1561
 - Leistungsberechnung, 1555
 - maschinenseitiges Netzwerk, 1580
 - Modell
 - Führungsverhalten, 1594
 - nichtlinear, 1591
 - Störverhalten, 1594
 - Modellierung, 1559
 - Modellierungsfiler, 1568
 - Momentanleistung, 1556
 - netzseitiges Netzwerk, 1575
 - Park-Transformation, 1554
 - PCC, 1567
 - PLL, 1573
 - Regelung, 1572
 - Generator Drehzahl, 1584
 - Scheinleistung, 1557
 - Simulation, 1607
 - Stoerterme
 - netzseitig, 1576
 - Stromregelung
 - netzseitig, 1572
 - Turbinenleistung, 1560
 - Turbinenmoment, 1563
 - Wirkleistung, 1557
- Windup, 158
 - Integral, 158, 160
 - Regler, 158–160, 165
 - Reset, 158
 - Strecken, 158, 162, 167
 - Vermeidung, 158, 186
 - klassische Regler, 159
 - Reglerwindup, 163
 - Sensorsättigung, 190
 - Streckenwindup, 167
 - Windup durch Sensorsättigung, 184, 187
 - Vermeidungsstruktur, 162
- Windup-Vermeidung, 190
 - Dimensionierung, 192
- Winkelbeschleunigung, 1189
- Winkelgeschwindigkeit, 1189
- Winkelkorrektur, 964
- Wirbelströme, 1069
- Wunscheinschwingzeitkonstante, 822
- z-Übertragungsfunktion

- komplexwertig, 735
- z-Transformation
 - matched, 250
- z-Transformation, 196
- Gesetze, Rechenmethoden, 200
- inverse, 201
- modifizierte, 203, 218, 402, 407, 443
- spezielle, 443
- Stabilitätsbedingung, 212
- Transformationstabelle, 208
- Zählernullstelle, 789, 824, 825
- zeitdiskret, 761, 839
- dynamisch
 - Verhalten, 720
- zeitdiskrete Modellierung, 731
- zeitdiskrete Systeme, 217
- Zeitdiskretisierung, 225
- Zeitkonstante, 7
- Zeitkoordinate, 1531
- zeitvariante nichtlineare Systeme, 1660
- zeitvariante Systeme, 1660
- Zustandsrückführung, 772
- Zusatznetzwerk, 167, 169, 172, 182
- Zustandsbeobachter, 146, 923
 - Separationsprinzip, 150
- Zustandsdarstellung, 133, 134, 1307
 - Beobachtbarkeit, 140, 141
 - Beobachtungs-Normalform, 137
 - Jordansche Normalform, 138
 - physikalisch, 136
 - Regelungs-Normalform, 136
 - Steuerbarkeit, 140, 141
 - Übertragungsfunktion, 135
 - Zweimassensystem, 1206
- Zustandsdifferenzgleichung, 778, 784, 787, 790, 791, 795, 799, 821, 822
 - Raumzeiger, 786
 - Statorstromraumzeiger, 786, 795
 - Strecke, 791
- Zustandsdifferenzgleichungssystem, 795
- Zustandsdifferenzialgleichung, 773, 774
- Zustandsgleichung, 796
- Zustandsgröße, 774, 785, 790, 800, 804, 812, 820, 821, 823, 825
 - Raumzeiger, 785
- Zustandsraumbeschreibung
 - Drehstromantrieb, 773
- Zustandsregelgesetz, 785, 790, 795, 823
- Zustandsregelung, 142, 145, 834
 - Alternativ-Struktur, 154
 - Drehzahl-, 811, 812
 - endliche Einstellzeit, 145
 - Entwurfskriterien, 152
 - kaskadiert, 154
 - mit Beobachter, 149
 - modale, 145
 - Probleme, 152
 - Reglervektor, 142
 - Statorstrom, 807
 - Transitionsmatrix, 139
 - Zweimassensystem, 1206
- Zustandsregler, 772, 773, 785, 786, 808, 812, 820, 828, 830, 831
 - Drehzahl-, 772, 773, 811, 812, 817, 820, 821, 823, 826–828, 830–832, 834
 - kaskadenstruktur, 772
 - Koeffizient, 820
 - Statorstrom, 784, 786, 791–794, 796, 800, 801, 805–809
 - Statorstrom-, 773, 826
 - Strom-, 772, 773
 - Struktur, 807
 - struktur, 830
- Zustandsschätzung, 923
- Zustandsvektor, 785, 787, 795, 822
- Zwei-Ortskurven-Verfahren, 436
- Zweiachsentheorie, 1056
- Zweiggrößenregelung, 1512
 - experimentelle Ergebnisse, 1516
 - Optimierung, 1536
 - Reihenentkopplung, 1516
- Zweimassensystem, 1189
 - Kennkreisfrequenz, 1191
 - Matrizendarstellung, 1207
 - Regelung der
 - Antriebsmaschinendrehzahl, 1196
 - Arbeitsmaschinendrehzahl, 1190
 - Signalfußplan
 - normiert, 1207
 - unnormiert, 1190, 1206
 - Summenträgheitsmoment, 1191
 - Zustandsdarstellung, 1206

- Zustandsregelung, 1206
 - Auslegung nach
 - Dämpfungsoptimum, 1211
 - mit I-Anteil, 1216
 - ohne I-Anteil, 1208
- Zwischenkreisspannung, 779, 793, 803,
806